

## جلسه دوم

لین دلین - نظر مجموعه ها، شرکانشایی - ترجمه عهد رسولان  
میانترم - حل تمرین - حضور و غایب

گزاره جمله ای است خبری که یاد رسانی و یا نادرست و محدودی استها هستند نیست.  
عبارتی نظری  $M \in A$  را یک گزاره است من نامم.  
همم ترین لایه های گزاره ای عبارتند از:

۱ - ترکیب عطفی

۲ - ترکیب فصلی

→ ترکیب سرطانی

← ترکیب دوسرطانی

- نقض ~

پنجم جداول زیر برای گزاره های  $P$  و  $q$  معرفی می شوند.

$P$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	و	و	د	و	و
و	د	و	د	د	و
و	و	و	و	د	د

تلخ: نداد  $\rightarrow$  و  $\sim$  لایه هستند و هردو برای نقضی بلکه می روند

$P$	$\neg P$
T	F
F	T

اگر  $P, Q$  دو لزاره باشند که در تمام حالات منطقی ارزش درست می‌باشند دارند  
از ناد  $P \equiv Q$  ( بخواهند  $P$  هم ارز  $Q$  استفاده می‌کنند . )

لزاره همواره درست را با  $t$  نایس می‌دهیم

لزاره همواره نادرست را با  $C$  نایس می‌دهیم و آنرا ساقعن می‌نامیم

اگر  $P \rightarrow q \equiv t$  را با  $P \Rightarrow q$  نایس داده و یک استرا می‌نامیم

اگر  $P \leftrightarrow q \equiv t$  را با  $P \Leftarrow q$  نایس داده و آنرا راهم ارزی می‌نامیم

{ ابتدا  $\rightarrow$  دسیس تفسیر رابطه عمل می‌کند }

{ ابتدا  $\wedge, \vee$  و سیس  $\rightarrow, \Leftarrow$  عمل می‌کند }

$$(\neg P) \rightarrow (q \vee r) \quad \text{معنی } \neg P \rightarrow q \vee r \quad \text{سیس} \Leftarrow$$

به کلک جدول درست هم ارزی های زیر را داریم :

خودتوانی

$$P \vee P \equiv P$$

$$\neg P \wedge P \equiv P \quad -1$$

جابجایی

$$P \vee q \equiv q \vee P$$

$$\neg P \wedge q \equiv q \wedge P \quad -2$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \text{توزيع بذيرى} \quad , \quad p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad -3$$

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \quad \neg(\neg p) \equiv p \quad -4$$

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q \quad , \quad \neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \quad \text{دورة تان} \quad -5$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \quad , \quad p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \quad -6$$

$p$	$p \vee p$	$p \wedge p$
$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$

-1

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$

 $\equiv$

گزاره واقعی :  $a \in M$

گزاره مركب : يك تعلق گزاره هاي واقعي و يا مرکب رابطه اي گزاره اي در يك چند مرحله  
 $\exists^n$  گزاره باشد ، تعداد حالات درست محتمل بسیار است

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \quad -V$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \quad -\Lambda$$

نمای تعریف  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p \quad -9$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \quad -10$$

تقلیل دوم عدم  $(p \wedge q) \rightarrow r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad -11$

حذف عاطف (قانون افتخار)  $p \wedge q \Rightarrow p \quad -12$

ادخال فاصله (قانون جمع)  $p \Rightarrow p \vee q \quad -13$

$$p \Leftrightarrow p \quad r \quad p \Rightarrow p \quad -14$$

$$c \Rightarrow p \quad r \quad p \Rightarrow t \quad -15$$

$$p \vee \neg p \equiv t, \quad p \wedge \neg p \equiv c \quad -16$$

$$p \wedge t \equiv p, \quad p \vee t \equiv t, \quad p \vee c \equiv p, \quad p \wedge c \equiv c$$

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$\neg \vee$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$	

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$	-1
د	د				د	
د	و				و	
و	د				و	
و	و				د	

$$\neg q \rightarrow \neg p \equiv (\neg(\neg q)) \vee \neg p \quad (\text{بنابر}) \quad -9$$

$$\equiv q \vee \neg p \quad \text{نفي مفهوم المتعض}$$

$$\equiv \neg p \vee q \quad \text{جابجي}$$

$$\equiv p \rightarrow q \quad (\text{بنابر})$$

$$\neg p \leftrightarrow \neg q \equiv (\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow \neg p) \quad 1-10 \quad \text{بنابر 1}$$

$$\equiv (q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \quad \text{مكتوب متعض}$$

$$\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \quad \text{جابجي}$$

$$\equiv p \leftrightarrow q$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv \neg p \vee (q \rightarrow r) \quad \vee \text{بـ}$$

$$\equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \quad \neg \text{بـ بـ}$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r \quad \neg \text{بـ بـ كـ مـ}$$

$$\equiv \neg(p \wedge q) \vee r \quad \neg \text{بـ مـ دـ مـ}$$

$$\equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\begin{aligned}
 (p \wedge q) \rightarrow p &\equiv \neg(p \wedge q) \vee p && \text{بنابری} && -12 \\
 &\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee p && \text{دموکلی} && \\
 &\equiv (\neg q \vee \neg p) \vee p && \text{جایجا} && \\
 &\equiv \neg q \vee (\neg p \vee p) && \text{سرکنیده} && \\
 &\equiv \neg q \vee t && \text{بنابری ۱۴} && \\
 &\equiv t && \text{بنابری ۱۵} &&
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p \rightarrow (p \vee q) &\equiv \neg p \vee (p \vee q) && \text{بنابری} && -13 \\
 &\equiv (\neg p \vee p) \vee q && \text{سرکنیده} && \\
 &\equiv t \vee q && \text{بنابری ۱۶} && \\
 &\equiv t && \text{بنابری ۱۷} &&
 \end{aligned}$$

توضیح: همه رابطهای کثراهه دوگانه را توسط  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  می‌توان بدست آورد.

$$\begin{aligned}
 p \vee q &\equiv \neg(\neg(p \vee q)) && \text{تفصیل} \\
 &\equiv \neg(\neg p \wedge \neg q) && \text{دموکلی}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p \rightarrow q &\equiv \neg p \vee q \equiv \neg p \vee \neg(\neg q) \equiv \neg(p \wedge \neg q) \\
 &\quad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 &\quad \text{تفصیل} \qquad \qquad \qquad \text{دموکلی} \qquad \qquad \qquad \text{بنابری}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p \leftrightarrow q &\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv \neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(q \wedge \neg p) \\
 &\quad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 &\quad \text{بنابری}
 \end{aligned}$$

- نسای دهدز هر رابط کناره ای دو تایی که می توانه بین کل  $\wedge$  و  $\rightarrow$  تولید کرد  
فرض کنند \* که رابط کناره ای دو تایی با جدال درستی زیر باشد

$p$	$q$	$p * q$
$\top$	$\top$	$\alpha_1$
$\top$	$\perp$	$\alpha_2$
$\perp$	$\top$	$\alpha_3$
$\perp$	$\perp$	$\alpha_4$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \in \{\top, \perp\}$$

$$S_1 \equiv p \wedge q, S_2 \equiv p \wedge \neg q \quad \text{کاردهمیر:}$$

$$S_3 \equiv \neg p \wedge q, S_4 \equiv \neg p \wedge \neg q$$

در سطر ام جدول درست و در ماقع سطور نادرست است  $S_i$

$$T_i \equiv \begin{cases} S_i & \alpha_i = \top \\ \neg S_i & \alpha_i = \perp \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$R_1 \equiv T_1 \wedge \neg S_2 \wedge \neg S_3 \wedge \neg S_4$$

$$R_2 \equiv \neg S_1 \wedge T_2 \wedge \neg S_3 \wedge \neg S_4$$

$$R_3 \equiv \neg S_1 \wedge \neg S_2 \wedge T_3 \wedge \neg S_4$$

$$R_4 \equiv \neg S_1 \wedge \neg S_2 \wedge \neg S_3 \wedge T_4$$

در سطر ام دارای ارزش است  $\alpha_i$  و در ماقع سطوح درست می باشد.

$$R \equiv R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4$$

در سطر امام، ارزش  $R$  برابر است با  $\alpha_i$

$$P * q \equiv R_1 \wedge R_2 \wedge R_3 \wedge R_4$$

$$\equiv \dots$$

و توسط  $\neg$  کسب های توانی، نفی و عطفی،  $P$  و  $q$  حاصل می شود

\* تعریف: آنکه  $M(p_1, \dots, p_n)$  باشد که به کل جدول زیر

هر فرضی می شود  $\beta_1, \dots, \beta_n \in \{ \top, \perp \}$

نیاز دارد  $M$  را متوافق با کل رابطهای  $\neg, \wedge, \vee, \sim, \rightarrow$  نمایم.

$p_1$	.....	$p_n$	$M(p_1, \dots, p_n)$
$\beta^{n-1}$		$\beta$	$\beta_1$
		$\perp$	$\beta_2$
		$\vdots$	$\vdots$
		$\top$	$\vdots$
$\beta^{n-1}$		$\perp$	$\beta_{2^n}$
		$\vdots$	$\vdots$
		$\top$	