

# Krivulje drugega reda



1. Krožnica ima enačbo  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 50$ . Ugotovi, katera od naslednjih točk leži na krožnici, katera leži v notranjosti kroga in katera v zunanosti:

$A(3, 8)$ ,  $B(9, 3)$ ,  $C(7, 6)$ ,  $D(-1, 7)$ .

Rešitev:  $A$  leži na krožnici,  $B$  leži zunaj kroga,  $C$  leži na krožnici,  $D$  leži v notranjosti kroga.

2. Zapiši enačbo krožnice, ki ima središče  $S(5, -2)$  in poteka skozi točko  $T(-1, 6)$ .

Rešitev:  $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 100$

3. Točki  $A(-2, 8)$  in  $B(16, 4)$  sta krajišči premera krožnice  $\mathcal{K}$ . Zapiši enačbo krožnice in preveri, če ta krožnica poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

Rešitev:  $\mathcal{K}$ :  $(x - 7)^2 + (y - 6)^2 = 85$ . Poteka skozi izhodišče.

4. Zapiši enačbo krožnice, ki poteka skozi točke  $A(1, -1)$ ,  $B(3, 3)$  in  $C(4, 2)$ .

Rešitev:  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$

5. Krožnica poteka skozi točke  $A(-2, -3)$ ,  $B(10, 3)$  in  $C(1, 12)$ . Zapiši središče in polmer te krožnice.

Rešitev:  $S(2, 4)$ ,  $r = \sqrt{65}$

6. Trikotnik ima oglišča  $A(-3, 6)$ ,  $B(-2, -1)$  in  $C(6, 3)$ . Zapiši enačbo krožnice, ki je očrtana temu trikotniku.

Rešitev:  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$

7. Zapiši polmer in koordinati središča krožnice  $\mathcal{K}$ :  $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 3 = 0$ .

Rešitev:  $r = 6$ ,  $S(5, -4)$

8. Nariši krožnico z enačbo:  $x^2 + y^2 + 2 = 6(x - y - 2)$

Rešitev: Krožnica ima  $S(3, -3)$ ,  $r = 2$ .

9. Dana je krožnica  $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 48 = 0$ . Izračunaj:

- (a) točki  $A$  in  $B$ , v katerih krožnica seka abscisno os,
- (b) točki  $C$  in  $D$ , v katerih krožnica seka ordinatno os,
- (c) točki  $E$  in  $F$ , v katerih krožnica seka simetralo lihih kvadrantov.

Rešitev: (a)  $A(-6, 0)$ ,  $B(8, 0)$ ; (b)  $C(0, -4)$ ,  $D(0, 12)$ ; (c)  $E(-3, -3)$ ,  $F(8, 8)$

10. Dana je krožnica  $\mathcal{K}$ :  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$ . Izračunaj presečišča krožnice  $\mathcal{K}$  z naslednjimi premicami:

- (a)  $y = 3x + 5$

(b)  $x - 2y - 5 = 0$

(c)  $\frac{x}{7} - \frac{y}{5} = 1$

**Rešitev:** (a)  $P(-1, 2)$ ; (b)  $P_1(1, -2), P_2(5, 0)$ ; (c) Se na sekata.

11. Dani sta krožnici  $\mathcal{K}_1: (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$  in  $\mathcal{K}_2: (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5$ . Izračunaj:

(a) presečišči krožnic,

(b) dolžino skupne tetive (rezultat naj bo točen).

**Rešitev:** (a)  $P_1(2, 2), P_2(3, 5)$ ; (b)  $t = \sqrt{10}$

12. Krožnica se dotika obeh koordinatnih osi in poteka skozi točko  $A(9, 2)$ . Zapiši enačbo te krožnice.

**Rešitev:**  $\mathcal{K}_1: (x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 25$ ,  $\mathcal{K}_2: (x - 17)^2 + (y - 17)^2 = 289$

13. Krožnica s polmerom  $r = 5$  poteka skozi točki  $A(1, 3)$  in  $B(8, 4)$ . Zapiši enačbo te krožnice.

**Rešitev:**  $\mathcal{K}_1: (x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 25$ ,  $\mathcal{K}_2: (x - 5)^2 + y^2 = 25$

14. Krožnici  $\mathcal{K}_1$  in  $\mathcal{K}_2$  se sekata v točkah  $A(3, 0)$  in  $B(5, 6)$ . Zapiši središči teh dveh krožnic, če veš, da sta oba polmera enaka  $r_1 = r_2 = 2\sqrt{5}$ .

**Rešitev:**  $S_1(1, 4), S_2(7, 2)$

15. Krožnica  $\mathcal{K}$  poteka skozi točki  $A(-7, 2)$  in  $B(1, -10)$ . Središče krožnice leži na premici  $y = -\frac{1}{2}x + 5$ . Zapiši enačbo te krožnice.

**Rešitev:**  $\mathcal{K}: (x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 169$

16. Premica z enačbo  $y = 2x - 11$  poteka skozi središče krožnice  $\mathcal{K}$ . Premica z enačbo  $y = 3x - 2$  pa seka krožnico v presečiščih  $P_1(-1, -5)$  in  $P_2(4, 10)$ . Izračunaj koordinati središča krožnice  $\mathcal{K}$ .

**Rešitev:**  $S(6, 1)$

17. Krožnica se dotika premice  $y = 3$  v točki z absciso  $x = 6$ . Središče krožnice leži na premici  $y = \frac{1}{2}x + 2$ . Zapiši enačbo te krožnice.

**Rešitev:**  $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 4$

18. Krožnica se dotika premice  $y = -3x + 8$  v točki  $T(1, 5)$ . Premica  $y = x + 2$  poteka skozi središče te krožnice. Zapiši enačbo krožnice.

**Rešitev:**  $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 10$

19. Elipsa ima enačbo  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Nariši to elipso in zapiši koordinate temen in gorišč.

Rešitev: Temena:  $T_1(5, 0)$ ,  $T_2(0, 3)$ ,  $T_3(-5, 0)$ ,  $T_4(0, -3)$ ; gorišči:  $G_1(4, 0)$ ,  $G_2(-4, 0)$

20. Elipsa ima enačbo  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ . Nariši to elipso in zapiši (s koordinatami) obe gorišči. Na tri mesta natančno izračunaj numerično ekscentričnost.

Rešitev: Gorišči:  $G_1(0, \sqrt{3})$ ,  $G_2(0, -\sqrt{3})$ ; numerična ekscentričnost:  $\varepsilon \doteq 0,866 = 86,6\%$

21. Določi središče in obe polosi ter nariši elipso, ki ustreza enačbi:

(a)  $x^2 + 9y^2 - 2x + 54y + 73 = 0$

(b)  $9x^2 + 4y^2 + 16y - 20 = 0$

(c)  $2x^2 + 8y^2 + 4x - 16y - 22 = 0$

Rešitev: (Oznaka  $a$  pomeni vodoravno, oznaka  $b$  pa navpično polos.)

(a)  $S(1, -3)$ ,  $a = 3$ ,  $b = 1$ ; (b)  $S(0, -2)$ ,  $a = 2$ ,  $b = 3$ ; (c)  $S(-1, 1)$ ,  $a = 4$ ,  $b = 2$

22. Nariši elipso z enačbo  $16x^2 + 7y^2 = 56y$ . Zapiši tudi numerično ekscentričnost te elipse.

Rešitev:  $S(0, 4)$ ,  $a = \sqrt{7}$ ,  $b = 4$ ,  $\varepsilon = \frac{3}{4}$

23. Nariši elipso z enačbo  $16x^2 + 25y(y - 4) = 0$ . Zapiši tudi koordinate gorišč.

Rešitev:  $S(0, 2)$ ,  $a = \frac{5}{2}$ ,  $b = 2$ ,  $G_1(\frac{3}{2}, 2)$ ,  $G_2(-\frac{3}{2}, 2)$

24. Elipsa ima dve od temen v točkah  $T_1(8, 0)$  in  $T_2(-8, 0)$ . Elipsa poteka tudi skozi točko  $A(6, \frac{7}{2})$ . Zapiši enačbo te elipse in izračunaj njeno numerično ekscentričnost.

Rešitev:  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{28} = 1$ ,  $\varepsilon = \frac{3}{4}$

25. Elipsa ima gorišči v točkah  $G_1(-6, 3)$  in  $G_2(4, 3)$ , eno od temen pa v točki  $T_1(6, 3)$ . Zapiši enačbo te elipse.

Rešitev:  $\frac{(x+1)^2}{49} + \frac{(y-3)^2}{24} = 1$

26. Elipsa ima dve od temen v točkah  $T_1(0, 0)$  in  $T_2(12, 0)$ , eno od gorišč pa v točki  $G_1(6, 3)$ . Zapiši enačbo te elipse in izračunaj njeno numerično ekscentričnost.

Rešitev:  $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{y^2}{45} = 1$ ,  $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{5}$

27. Nariši hiperbolo z enačbo  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ . Zapiši tudi koordinate temen in gorišč.

Rešitev: Hiperbola I. tipa; temeni:  $T_1(4, 0)$ ,  $T_2(-4, 0)$ ; gorišči:  $G_1(5, 0)$ ,  $G_2(-5, 0)$

28. Nariši hiperbolo z enačbo  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$ . Zapiši tudi koordinate temen in gorišč.

Rešitev: Hiperbola II. tipa; temeni:  $T_1(0, 3)$ ,  $T_2(0, -3)$ ; gorišči:  $G_1(0, 5)$ ,  $G_2(0, -5)$

29. Določi središče in obe polosi ter nariši hiperbolo, ki ustreza enačbi:

(a)  $4x^2 - 9y^2 - 16x + 18y - 29 = 0$

(b)  $x^2 - 4y^2 - 2x - 24y - 31 = 0$

Rešitev: (Oznaka  $a$  pomeni vodoravno, oznaka  $b$  pa navpično polos.)

(a)  $S(2, 1)$ ,  $a = 3$ ,  $b = 2$  (I. tip); (b)  $S(1, -3)$ ,  $a = 2$ ,  $b = 1$  (II. tip)

30. Nariši hiperbolo z enačbo  $4x(x + 4) = y^2$ . Zapiši tudi enačbi obeh asimptot.

Rešitev:  $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ ; asimptoti:  $y = 2x + 4$  in  $y = -2x - 4$

31. Zapiši enačbo hiperbole, ki ima gorišči  $G_1(-7, -1)$ ,  $G_2(13, -1)$  in temeni  $T_1(-3, -1)$ ,  $T_2(9, -1)$ .

Rešitev:  $\frac{(x-3)^2}{36} - \frac{(y+1)^2}{64} = 1$

32. Hiperbola z numerično ekscentričnostjo  $\varepsilon = 2$  ima gorišči  $G_1(3, -3)$  in  $G_2(3, 5)$ . Zapiši enačbo te hiperbole.

Rešitev:  $\frac{(x-3)^2}{12} - \frac{(y-1)^2}{4} = -1$

33. Hiperbola ima asimptoti  $y = x + 2$  in  $y = -x + 2$ . Zapiši enačbo te hiperbole, če veš, da poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

Rešitev:  $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{4} = -1$

34. Hiperbola ima asimptoti  $y = \frac{1}{2}x$  in  $y = -\frac{1}{2}x$ . Zapiši enačbo te hiperbole, če veš, da poteka skozi točko  $A(10, 4)$ .

Rešitev:  $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$

35. Elipsa ima enačbo  $\frac{(x-3)^2}{64} + \frac{(y-1)^2}{39} = 1$ . Hiperbola ima isti gorišči kot elipsa, numerična ekscentričnost hiperbole pa je dvakrat tolikšna kot numerična ekscentričnost elipse. Nariši to

hiperbolo in zapiši njeno enačbo.

Rešitev: Hiperbola:  $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$

36. Nariši parabolo z enačbo  $y^2 = 6x$ . Zapiši tudi gorišče in enačbo premice vodnice.

Rešitev: Gorišče:  $G(\frac{3}{2}, 0)$ , vodnica  $v$ :  $x = -\frac{3}{2}$

37. Določi teme, gorišče in vodnico ter nariši parabolo z enačbo:

(a)  $y^2 = 4(x + 2)$

(b)  $(y - 1)^2 = -2x$

(c)  $(x - 3)^2 = 6(y + 2)$

Rešitev: (a)  $T(-2, 0)$ ,  $G(-1, 0)$ ,  $v$ :  $x = -3$ ; (b)  $T(0, 1)$ ,  $G(-\frac{1}{2}, 1)$ ,  $v$ :  $x = \frac{1}{2}$ ;

(c)  $T(3, -2)$ ,  $G(3, -\frac{1}{2})$ ,  $v$ :  $y = -\frac{7}{2}$

38. Nariši parabolo z enačbo  $y^2 - 8y - 4x + 12 = 0$ . Izračunaj tudi koordinate presečišč parabole s koordinatnima osema.

Rešitev: Parabola:  $(y - 4)^2 = 4(x + 1)$ ; presečišča:  $A(0, 2)$ ,  $B(0, 6)$  in  $C(3, 0)$

39. Nariši parabolo z enačbo  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ . Zapiši tudi koordinate temena in gorišča.

Rešitev: Parabola:  $(x - 2)^2 = 2(y - 1)$ ;  $T(2, 1)$ ,  $G(2, \frac{3}{2})$

40. Parabola ima teme  $T(1, 2)$  in gorišče  $G(-1, 2)$ . Nariši to parabolo in zapiši njeno enačbo.

Rešitev: Parabola:  $(y - 2)^2 = -8(x - 1)$

41. Razcepi levo stran enačbe na produkt dveh faktorjev in nariši ustrezno množico točk:

(a)  $x^2 - xy - 2x + 2y = 0$

(b)  $x^2 - 4x + 4 - y^2 = 0$

(c)  $x^2 - 2xy + y^2 - 4 = 0$

Rešitev: (a)  $(x - 2)(x - y) = 0$ ; (b)  $(x - 2 - y)(x - 2 + y) = 0$ ; (c)  $(x - y - 2)(x - y + 2) = 0$

42. Razcepi enačbo in nariši ustrezno množico točk:

(a)  $x^2 + 2xy - 8y^2 = 0$

(b)  $3x^2 + 5xy - 2y^2 = 0$

(c)  $2x^2 + xy - y^2 - 7x + 5y - 4 = 0$

Rešitev: (a)  $(x - 2y)(x + 4y) = 0$ ; (b)  $(x + 2y)(3x - y) = 0$ ; (c)  $(2x - y + 1)(x + y - 4) = 0$

43. Nariši množico točk, ki ustrezajo enačbi:

- (a)  $9x^2 - 4y^2 + 18x + 24y + 9 = 0$
- (b)  $4x^2 + 9y^2 - 24x + 36y + 72 = 0$
- (c)  $9x^2 + 9y^2 + 18x - 12y + 4 = 0$
- (d)  $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 3x + 4y - 2 = 0$
- (e)  $3x^2 + 4y^2 - 12x - 8y - 32 = 0$
- (f)  $x^2 - 4x + 2y + 8 = 0$
- (g)  $x^2 + y^2 = 8x$
- (h)  $4x^2 + y^2 = 4xy + 1$
- (i)  $5x(x - 4) = 4y^2$
- (j)  $y^2 = 4(x + y)$
- (k)  $4x^2 + 8x = y^2 - 4y$
- (l)  $x^2 + y^2 + 1 = 6(x - 2)$
- (m)  $16x^2 = 4y - y^2$
- (n)  $(x - y)(x + y) = 2x$

Rešitev:

- (a) hiperbola:  $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{9} = -1$
- (b) točka:  $T(3, -2)$  (izrojena elipsa)
- (c) krožnica:  $(x + 1)^2 + (y - \frac{2}{3})^2 = 1$
- (d) dve premici:  $y = 2x + 1$ ,  $y = -\frac{1}{2}x + 1$  (razcepna enačba)
- (e) elipsa:  $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-1)^2}{12} = 1$
- (f) parabola:  $(x - 2)^2 = -2(y + 2)$
- (g) krožnica:  $(x - 4)^2 + y^2 = 16$
- (h) dve premici:  $y = 2x - 1$ ,  $y = 2x + 1$  (razcepna enačba)
- (i) hiperbola:  $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$
- (j) parabola:  $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$
- (k) dve premici:  $y = -2x$ ,  $y = 2x + 4$  (izrojena hiperbola/razcepna enačba)
- (l) prazna množica (nobena točka ne ustreza enačbi)
- (m) elipsa:  $\frac{x^2}{1/4} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

(n) hiperbola:  $(x - 1)^2 - y^2 = 1$



[Na seznam nalog](#)



 Powered by MathJax