

计算机逻辑基础第一次作业 10205101530-赵晗瑜

(1)

- Prove $\neg(p \wedge q) \vdash \neg q \vee \neg p$

(1) $\neg(p \wedge q) \vdash \neg q \vee \neg p$

- | | | |
|----|----------------------|----------------|
| 1 | $\neg(p \wedge q)$ | premise |
| 2 | $p \vee \neg p$ | LEM |
| 3 | p | assumption |
| 4 | q | assumption |
| 5 | $p \wedge q$ | $\wedge i$ 3,4 |
| 6 | \perp | $\neg e$ 1,5 |
| 7 | $\neg q$ | $\neg i$ 4-6 |
| 8 | $\neg q \vee \neg p$ | $\vee i$ 7 |
| 9 | $\neg p$ | assumption |
| 10 | $\neg q \vee \neg p$ | $\vee i$ 9 |
| 11 | $\neg q \vee \neg p$ | $\vee e$ 3-10 |

=. Prove $\neg q \vee \neg p \vdash \neg(p \wedge q)$

1	$\neg q \vee \neg p$	Premise
2	$\neg q$	Assumption
3	$p \wedge q$	Assumption
4	q	$\wedge e$ 3
5	\perp	$\neg e$ 2,4
6	$\neg(p \wedge q)$	$\neg i$ 3-5
7	$\neg p$	Assumption
8	$p \wedge q$	Assumption
9	p	$\wedge e$ 8
10	\perp	$\neg e$ 7,9
11	$\neg(p \wedge q)$	$\neg i$ 8-10
12	$\neg(p \wedge q)$	$\vee e$ 2-11

$$(1) \neg(p \wedge q) \dashv\vdash \neg q \vee \neg p$$

(2)

=. Prove $p \rightarrow q \vdash \neg q \rightarrow \neg p$

1	$p \rightarrow q$	Premise
2	$\neg q$	Assumption
3	p	Assumption
4	q	$\rightarrow e$ 1,3
5	\perp	$\neg e$ 2,4
6	$\neg p$	$\neg i$ 3-5
7	$\neg q \rightarrow \neg p$	$\rightarrow i$ 2-6

$$(2) p \rightarrow q \dashv\vdash \neg q \rightarrow \neg p$$

∴ Prove $\neg q \rightarrow \neg p \vdash p \rightarrow q$

(2) $p \rightarrow q \dashv\vdash \neg q \rightarrow \neg p$

1	$\neg q \rightarrow \neg p$	premise
2	p	assumption
3	$\neg q$	Assumption
4	$\neg p$	$\rightarrow e$ 1, 3
5	\perp	$\neg e$ 2, 4
6	q	PBC 3-5
7	$p \rightarrow q$	$\rightarrow i$ 2-6

(3)

∴ Prove $p \wedge q \rightarrow p \vdash r \vee \neg r$

- 1 $p \wedge q \rightarrow p$ premise
- 2 $r \vee \neg r$ LEM

∴ Prove $r \vee \neg r \vdash p \wedge q \rightarrow p$

- 1 $r \vee \neg r$ premise
 - 2 $p \wedge q$ assumption
 - 3 p $\wedge e$ 2
 - 4 $p \wedge q \rightarrow p$ $\rightarrow i$ 2-3
- (3) $p \wedge q \rightarrow p \dashv\vdash r \vee \neg r$