对任意的变量x和λ-项M和N, 定义如下内容:

$$ST(x) \stackrel{\text{def}}{=} \{x\}$$

 $ST(MN) \stackrel{\text{def}}{=} \{MN\} \cup ST(M) \cup ST(M)$
 $ST(MX \cdot M) \stackrel{\text{def}}{=} \{XX \cdot M\} \cup ST(M)$

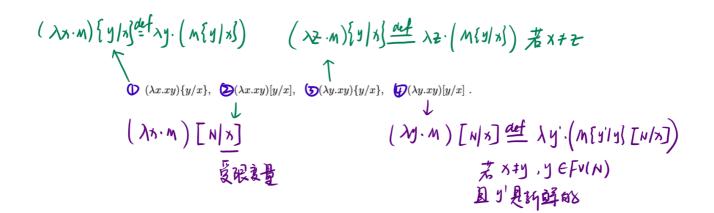
练习 1.4. 令 ST(M) 为 λ -项 M 的所有子项的集合,并假设 M 是其自身的一个子项。利用<u>结构归纳的</u>方式定义函数 $ST(\cdot)$ 。例如,

$$ST(\lambda x.xy) = \{\lambda x.xy, xy, x, y\}.$$

练习1.6

 $(D: (\Lambda_{\Lambda}, y) \{y|x\} = \Lambda_{Y} \cdot yy$ rename 指的句出现的对命为对,无论是自由还是 $\mathcal{D}(\Lambda_{\Lambda}, y) [y|x] = \Lambda_{X} \cdot yy$ Substitution 因为x是复限变量,小不得 X 看 接 为 y 是 限 $\mathcal{D}(\Lambda_{\Lambda}, y) \{y|x\} = \lambda y \cdot yy$ rename 指的句出现的 x 量 分为 y 元 论是自由 还是 $\mathcal{D}(\lambda_{Y}, xy) [y|x] = \lambda y' \cdot yy'$, y' is fresh Substitution x 是自由 之量,因 be 练习 1.6. 比较如下四个表达式的异同,说明 查令名和替换操作的不同之处。 可省 x 葡 技 为 y 、 , 但 $(\lambda_{X}.xy)\{y/x\}$, $\mathcal{D}(\lambda_{X}.xy)\{y/x\}$, $\mathcal{D}(\lambda_{Y}.xy)[y/x]$ 。 带的 $\lambda_{Y}.xy$ $\lambda_{Y}.xy$

四个表达式所用到的rule分别是:



由以上可知: 重命名和替换操作的不同操作在于:

- 在重命名的时候,我们把所有x的出现替换为y的出现,不管这些出现是自由的还 是受限的。即α等价允许把受限变量重命名为任何新的变量。
- 而在替换的时候,只能将自由变量替换为其他项,如果对受限变量替换,会破坏α 等价。
- 在替换时,项N中的自由变量不能被M中的绑定子捕获。应把项M中自由出现的x 改写成项N的免捕获,即如果自由变量更名后与原有的受限变量同名,则先重 命名受限变量为原来的受限变量依然是受限变量,自由变量依然是自由变量。***

$$(\lambda y.M)[N/x] \stackrel{def}{=} \lambda y'.(M\{y'/y\}[N/x])$$
 若 $x \neq y, y \in FV(N)$ 且 y' 是新鲜的