ABC150 D-Semi Common Multiple

考察

難しかった

$X = a_k * (p + 0.5)$ を満たす負でない整数 p が存在するというのは, X を a_k で割って $\frac{a_k}{2}$ あまる と言い換えることができる. つまり a_k に対して,

$$\frac{a_k}{2}, a_k + \frac{a_k}{2}, 2a_k + \frac{a_k}{2}, \ldots, na_k + \frac{a_k}{2}$$

の数列から共通項の数を求めればよい. これはあらかじめ a_k を 2 で割っておけば,

$$a_k, 3a_k, 5a_k, \ldots, (2n+1)a_k$$

となり見通しがよくなる.

2 つの数 a_1, a_2 と 2 つの奇数 o_1, o_2 を用いて $o_1a_1 = o_2a_2$ となるには, a_1 と a_2 について, 2 で割れる回数が等しくなければならない. ($\because$ 素因数分解したときの一致) そのため, この条件を満たさなければ, 半公倍数の数は 0 となることがわかる. 逆に, この条件を満たせば, 半公倍数は存在する. (答えが 0 でないということではないことに注意) 2 で割れる回数が等しいので, 割れるだけ割ってしまって残った奇数で考えてもよい. (ただし, 上限の M も同じだけ減っていくことに注意) 以上を整理すると,

- まず入力を受け取って, あらかじめ 2 で割っておく
- すべての a_k に対して, 2 で割れる数が等しいかどうかチェック, 等しくなければ答えは 0
- すべての a_k と M を 2 で割り切った数に対して, 最小公倍数を求める
- 求めた最小公倍数×奇数が, M 以下にいくつあるか計算する $(M/LCM + 1)/2$ で求められる

という手順で答えを得ることができる. 計算量はたぶん $O(N \log N)$