

ABC204 E - Rush Hour 2

考察

ヒープを用いたダイクストラ法で解けるが、待ち時間の計算が少々複雑。辺を移動した後の時刻が $t + C_i + \lfloor \frac{D_i}{i+1} \rfloor$ であるが、これはいくつかのケースでテストしてみると、最適な t を最小値として下に凸な関数になることがわかる。よって、微分して最適な t を求める。切り捨てを考えずに $t + C_i + \frac{D_i}{i+1}$ であるとする、この微分が 0 になるのは、 $-1 \pm \sqrt{D}$ であるが、負の場合は考えなくてよいので、時刻 $\sqrt{D} - 1$ のときに出発するのが最適であるという結論になる。辺の移動の際に、現在時刻がこれよりも小さければその差分だけ待機し、そうでなければすぐに出発するという戦略をとるのが最速であることがわかる。実際には整数時間しか待機できないため、 $\lfloor \sqrt{D} - 1 \rfloor$ と $\lceil \sqrt{D} - 1 \rceil$ をどちらも試して早い方を採用すればよい。計算量は $O(M \log N)$ 。