ABC016 D - 一刀両断

考察

チョップが多角形の頂点を通ったり、辺と重なったりしないという制約から、2 つの線分の交差が判定できればよい。また線分の端点が多角形の内部にあることもないという制約から、多角形の辺とチョップが交差する回数は必ず偶数になり、その回数 $\div 2+1$ が答えとなる。2 つの線分の交差は、外積を用いて判定できる。ベクトル \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{CD} について、外積 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD}$ は、 \overrightarrow{AB} から \overrightarrow{CD} への右ねじ方向を符号にもつ。そのため、 $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ と $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$ の符号が異なる、かつ $\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CA}$ と $\overrightarrow{CD} \times \overrightarrow{CB}$ の符号が異なれば、 \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{CD} は交差する。(図をかくとわかりやすい。) これを多角形の全ての辺に対して計算することによって判定する。定数部分がややこしいが、計算量は O(N).