

Løsningsforslag

Oppgavesettet og løsningsforslaget er utarbeidet av Jarle Møen. Det anbefales at sensorene gir inntil 10 poeng per delspørsmål.

Oppgave 1

- a) Vi har ingen teori som tilsier at vi kan utelukke avvik til én kant i denne situasjonen og det er heller ikke noe som tilsier at avvik bare til den ene kanten er beslutningsrelevant. Altså bør vi bruke tosidig test.
- b) Vi bruker testen for to andeler:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \hat{p}(1 - \hat{p})}}$$

Vi har at $p_1 = 630/12156 = 0,052$ og $p_2 = 605/9867 = 0,061$ og $p = 1235/22023 = 0,056$

Det gir $Z = -3,04$. Med 5 % signifikansnivå er kritisk grense $\pm 1,96$ og vi kan klart forkaste en nullhypotese om lik klageandel før og etter reformen. (Om endringen skyldes reformen kan vi imidlertid ikke vite.)

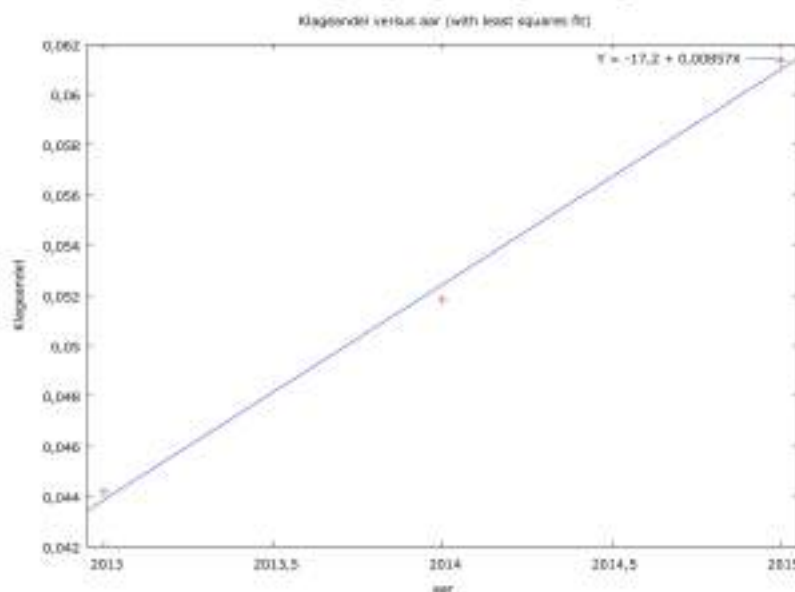
- c) Nei, klagesannsynligheten skal være konstant. (Det er en parameter, ikke en stokastisk variabel. Følgelig har den ingen fordeling.) Den observerte klageandelen vil være tilnærmet normalfordelt i et stort utvalg studenter, men dette er ikke en forutsetning. Forutsetningen for testen er at andelen kan betraktes som et resultat av en binomisk forsøksrekke (to utfall, uavhengige observasjoner og konstant klagesannsynlighet).
- d) Vi må bruke kjikvadrattesten for modelltilpasning (goodness-of-fit).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i}$$

f_i er den observerte frekvensen i hver kategori og e_i er forventet antall i hver kategori under nullhypotesen om lik fordeling. Frekvensene våren 2015 er $f_1 = 605 \cdot 0,52 = 315$ og $f_2 = 605 \cdot 0,33 = 200$ og $f_3 = 605 \cdot 0,15 = 91$. Vi må ta de observerte sannsynlighetene for å gå opp, ned eller bli stående med samme karakter våren 2014 som gitte størrelser når vi skal regne ut hva vi forventer våren 2015. Forventet antall i hver kategori våren 2015 blir da $e_1 = 605 \cdot 0,79 = 478$ og $e_2 = 605 \cdot 0,18 = 109$ og $e_3 = 605 \cdot 0,03 = 18$. Vi får $\chi^2 = (200 - 478)^2 / 478 + (200 - 109)^2 / 109 + (91 - 18)^2 / 18 = 184$. Kritisk grense for χ^2 med 2 frihetsgrader og 5 % signifikansnivå er 5,99. Følgelig kan vi klart forkaste en nullhypotese om at klageutfallene har samme fordeling etter reformen som før.

- e) Risikoen ved å klage har økt betydelig. Det er mye større sjanse for å gå ned i karakter, men også økt sjanse for å gå opp.
- f) Vi ser at klageandelen øker med 0,0085 per år. Det er nesten et helt prosentpoeng per år fra et utgangspunkt på 4,4 % i 2013 og således en sterk prosentvis vekst. Denne tidstrenden er signifikant på 5 %-nivå. Forklaringsgraden er eksepsjonelt høy, 99,6 %. Det er verd å merke seg at regresjonen er basert på bare tre observasjoner! Vi kommer tilbake til dette.

- g) Under er regresjonslinjen slik Gretl gjør det, men grafen kan tegnes på flere måter. Det sentrale er å illustrere riktig stigningstall og ha riktige akser.



- h) Vårt beste estimat for variansen er $\text{Var}(\text{klageandel}) = p(1-p)/n$ der vi bruker den observerte klageandelen som estimat for sann klagesannsynlighet, p .
 Det gir $\text{Var}(\text{klageandel}_{2014}) = 0,044(1-0,044)/10820 = 3,90 \cdot 10^{-6}$
 og $\text{Var}(\text{klageandel}_{2015}) = 0,052(1-0,052)/12156 = 4,04 \cdot 10^{-6}$
- i) *Heteroskedastisitet* innebærer at variansen til feilleddet ikke er konstant. Som vi har sett i h vil variansen til klageandelen avhenge av antall avlagte eksamener så vi har innebygget heteroskedastisitet i modellen. Det trenger imidlertid ikke være viktig i praksis siden antall kandidater er nokså stabilt. *Autokorrelasjon* innebærer at feilleddene er korrelert over tid. Dette er en tidsrekke så det kan være høyst aktuelt. Det er rimelig å tenke seg at det finnes en kultur for å klage som varierer over tid, men forandrer seg gradvis. Det vil gi positiv autokorrelasjon. (DW koeffisienten i regresjonsutskriften indikerer negativ autokorrelasjon, men med tre observasjoner gir det ingen mening å prøve å tolke den.)
- j) Den største svakheten er åpenbart at analysen bygger på bare tre observasjoner. Det gjør den bortimot meningsløs utover at den gir oss «gjennomsnittsvæksten» i klageandelen for de tre årene. Det er overraskende at koeffisienten kommer ut som signifikant. Forklaringen må være at de tre punktene ved en tilfeldighet er svært nær ved å ligge på en rett linje. Regresjonsmodellen tar modellforutsetningen om en lineær tidstrend bokstavelig og «tenker» det er lite sannsynlig at dette skal skyldes en tilfeldighet. Når vi har valg å estimere en lineær tidstrend er det imidlertid bare en forenkling. I realiteten kan ikke klageandelen vokse lineært over lang tid. Den eksepsjonelt gode modelltilpasningen er derfor ikke noe vi bør legge stor vekt på når vi vurderer regresjonsutskriften.
- k) Det første vi bør merke oss er at å klage eller ikke klage er et binært utfall. Vi bør derfor bruke logit, probit eller den lineære sannsynlighetsmodellen (ols). Den viktigste forklaringsvariabelen er trolig oppnådd karakter. Den som har fått F har ingen ting å tape på å klage, og den som har fått A har ingen ting å vinne. Vi kan gjøre om karakterene til en tallvariabel, men det er ingen grunn til å anta linearitet så det vil være langt bedre å bruke dummyer for hver karakter unntatt en referansekategori, f.eks. F, C eller A. (Trolig er ingen med A representert blant klagerne og da kan de utelates fra regresjonen). En annen viktig forklaringsvariabel vil være avviket mellom oppnådd karakter og forventet karakter. Hva den enkelte student forventet kan vi ikke vite, men vi kan bruke avviket mellom oppnådd karakter og snittet av tidligere karakterer som proxy (evt. avviket fra et utvalg mer relevante karakterer som MET-fag). Til sist kan vi legge inn hvor stor andel av tidligere eksamensresultater studenten har klaget på som et mål på den enkeltes klagevilje.

- l) Forventet gevinst ved å klage er $0,33 \cdot 3000 - 0,15 \cdot 6000 = 90$. forventet gevinst er positiv, men liten. Vi kan gi en svak anbefaling om å klage.
- m) Hvis en stokastisk variabel skal kunne følge en tilfeldig gang, må den kunne variere fritt. Klageandelen er begrenset til intervallet $[0,1]$. Prosessen kan derfor ikke være en tilfeldig gang. AR1 vil trolig være et godt utgangspunkt for en modell, jfr. i.
- n) Vi antar at de som tar eksamen våren 2017 har samme atferd som de som tok eksamen våren 2015 og at antall avlagte eksamener blir det samme. Klageandelen i 2015 var 0,052 med varians $4,04 \cdot 10^{-6}$ (spørsmål b og h). Det gir standardavvik 0,002. Siden klageandelen er tilnærmet normalfordelt blir et 95 % konfindensintervall $0,052 \pm 1,96 \cdot 0,002 = [0,048, 0,056]$.
- o) Et 95 % konfindensintervall for kostnaden til klagesensuren blir $[0,048 \cdot 12156 \cdot 900, 0,056 \cdot 12156 \cdot 900] = [524\ 000, 610\ 000]$.