Løsningsforslag INT010 høst 2008

Oppgave 1

a) **H_0: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ vs. H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$. Testobservator $t = (x_1 - x_2) / \sqrt{[s_p^2 (1/n_1 + 1/n_2)]}$.** Kritisk grense på 5% nivå $t >$ **$t_{0,025,72}$ = 1,993** eller $t <$ **- $t_{0,025,72}$ = - 1,993 (omtrentlig)**.

b) Forutsetninger: De to populasjonene (overtidsarbeid) må være uavhengige og normalfordelte. Testobservator t = **-0,87 (Minitab)** og **p-verdi lik 0,385**. **Behold H_0** og påstå at det ikke er grunnlag for å mene at overtidsarbeid er forskjellig i de to avdelingene.

c) **H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ vs. H_1: minst en avdeling er forskjellig**. Testobservatøren er F = MST / MSE = 563,16 / 7,30 = **77,15**.

d) Kritisk verdi på 5% nivå er $F > F_{0,05,k-1,n-k}$ = **$F_{0,05,3,144}$ = 2,60**, siden k = 4 og n = 37*4=148. **Forkast H_0.** Konfidensintervallene for forventningene gir grunnlag for å si at Produksjon har høyere overtidsarbeid enn de andre. Men det er ikke mulig å skille de andre avdelingene.

e) $s_{Ma}^2 = 2,644^2 = 6,991$, $s_{Pr}^2 = 2,812^2 = 7,907$, $s_{Re}^2 = 2,405^2 = 5,784$ og $s_{Pe}^2 = 2,915^2 = 8,497$. G = 8,497 / 29,179 = **0,291**. Fra tabellen er $g_{0,05}$ = **0,3720**. **Behold H_0.** Vi konkluderer med at antagelsen om like varianser i de fire avdelingene er rimelige for den gjennomførte ANOVA.

Oppgave 2

a) Benytter t-test. Antall frihetsgrader er n-k-1 = 200-3-1 = **196**. Kritisk verdi er $t_{0,025,196} \approx t_{0,025,200}$ =**1,972**. Vi forkaster nullhypotesen for t-verdier større eller lik 1,972 (eller mindre eller lik -1,972). Dvs. alle koeffisienter er signifikante, med unntak av konstantleddet.

b) F-test. H_0: Alle koeffisienter i modellen (unntatt konstantleddet) er lik null mot H_1: Minst en forklaringsvariabel (utenom konstantleddet) har koeffisient ulik null. Antall frihetsgrader er lik **3** og **196** i hhv. teller og nevner. Kritisk verdi er **$F_{0,05,3,196} \approx 2,6$** og vi forkaster klart H_0, da testobservatoren er 89,38.

c) Fra resultatet i b) og den høye R^2 konkluderer vi med at modellen er god (høy forklaringsgrad). De tre andre signifikante koeffisientene tolkes som følger;

Dess høyere kupong rate (dvs. høyere rente) på obligasjonen dess høyere 'spread'. Dette virker rimelig, da en høyere rente på obligasjonen skulle tilsi en større risiko for at utsteder kan gå konkurs (større 'default risk').

Dess høyere EBITDA/renteutgifter (dette kan tolkes som en type dekningsgrad), dess lavere er konkursrisiko, og dermed en lavere 'spread'. En negativ koeffisient er derfor rimelig.

Dess høyere inntekter ('LoggedEBIT') dess lavere konkursrisiko, medfører igjen en lavere 'spread'. En negativ koeffisient er derfor rimelig.

d) 95% konfidensintervall for koeffisienten til "CoverageRatio": $-13{,}20 \pm 1{,}972 \cdot 2{,}27 = [-17{,}68; -8{,}72]$, der vi har benyttet at $t_{0,025,198} \approx 1{,}972$.

Oppgave 3

a) For Poisson fordelingen er forventningen og variansen den samme. Siden de observerte verdier av forventning og varians er veldig like, indikerer det at en Poisson fordeling kan være en rimelig antagelse.

b) For Poissonfordelingen er $P(x) = [\exp(-\mu)\, \mu^x]/x!$, for $x=0,...,4$ og med $\mu=0{,}93$ får vi sannsynlighetene i tabellen under. Forventet frekvens er $576 * P(x)$.

Antall raketter per område	0	1	2	3	4	Total
Sannsynlighet	0,395	0,367	0,170	0,053	0,012	0,998
Forventet frekvens	228	212	98	31	7	576

c) Benytter her kjikvadrattest for modelltilpasning, med testobservator $\chi^2 = \sum (f_i-e_i)^2/e_i$

Ant.raketter per område	Observert frekvens (f_i)	Forventet frekvens (e_i)	$f_i - e_i$	$(f_i-e_i)^2/e_i$
0	229	228	1	0,04
1	211	212	-1	0,05
2	93	98	-5	0,26
3	35	31	4	0,52
4	8	7	1	0,14
Totalt	576	576		**1,01**

Kritisk område er $\chi^2 > \chi^2_{\alpha,k-1-1} = \chi^2_{0,05,\,3} = \mathbf{7{,}815}$ (her må vi benytte 3 frihetsgrader, fordi vi må også trekke fra for antall parametre vi estimerer, her en, da forventning er lik varians). Behold H_0, påstå at dataene er modellert av en Poissonfordeling. Da vil rakettene lande tilfeldig med en konstant intensitet. Vi vil da påstå at rakettene ikke er siktet inn på spesifikke mål.

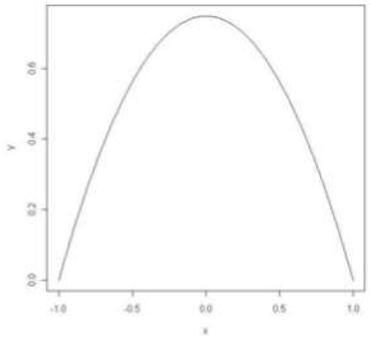
Oppgave 4

a) For at *f(x)* skal være en sannsynlighetstetthet må $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 1$.

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = k\left[x - 1/3x^3\right]_{-1}^{1} = k(1 - 1/3 - (-1 + 1/3)) = k4/3 = 1.$$

Det gir $\boldsymbol{k} = \mathbf{3/4}$. Evt. bruk at F(x) = $\int_{-1}^{x} f(t)dt$, slik at F(x) = k(x-1/3 x^3+2/3). Videre er F(1) = 1. Altså, k(1 – 1/3 +2/3) = 1, gir k som over.

Se figur.



b) P(X ≤ 0,5) = $\int_{-1}^{0.5} f(x)dx = 3/4\left[x - 1/3x^3\right]_{-1}^{0.5} = 3/4(-0{,}5 - 0{,}04167 - (-1 + 0{,}3333)) = \mathbf{0{,}8438}$.

c) P(X ≤ 0,8 | X > 0,5) = $\dfrac{P(X \le 0{,}8 \cap X > 0{,}5)}{P(X > 0{,}5)} = \dfrac{P(0{,}5 < X \le 0{,}8)}{P(X > 0{,}5)}$

$$P(0{,}5 < X \le 0{,}8) = \int_{0{,}5}^{0{,}8} 3/4(1 - x^2)dx = 3/4\left[x - 1/3x^3\right]_{0{,}5}^{0{,}8} = 3/4(0{,}629 - 0{,}458) = 0{,}128.$$

Det gir P(X≤ 0,8 | X > 0,5) = 0,128 / (1-0,8438) = **0,819**.