

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных  
технологий

# Телекоммуникационные технологии

Отчёт по лабораторным работам

**Работу**

**выполнил:**

Д. С.

Ковалевский

Группа:

3530901/90201

**Преподаватель:**

Н. В. Богач

Санкт-Петербург  
2022

# Содержание

<b>1. Звуки и сигналы</b>	<b>4</b>
1.1. Упражнение 1 . . . . .	4
1.2. Упражнение 2 . . . . .	8
1.3. Упражнение 3 . . . . .	10
1.4. Вывод . . . . .	10
<b>2. Гармоники</b>	<b>12</b>
2.1. Упражнение 1 . . . . .	12
2.2. Упражнение 2 . . . . .	16
2.3. Упражнение 3 . . . . .	17
2.4. Упражнение 4 . . . . .	19
2.5. Упражнение 5 . . . . .	21
2.6. Вывод . . . . .	22
<b>3. Непериодические сигналы</b>	<b>23</b>
3.1. Упражнение 1 . . . . .	23
3.2. Упражнение 2 . . . . .	28
3.3. Упражнение 3 . . . . .	29
3.4. Упражнение 4 . . . . .	30
3.5. Упражнение 5 . . . . .	31
3.6. Упражнение 6 . . . . .	32
3.7. Вывод . . . . .	34
<b>4. Шумы</b>	<b>35</b>
4.1. Упражнение 1 . . . . .	35
4.2. Упражнение 2 . . . . .	38
4.3. Упражнение 3 . . . . .	40
4.4. Упражнение 4 . . . . .	42
4.5. Упражнение 5 . . . . .	44
4.6. Вывод . . . . .	47
<b>5. Автокорреляция</b>	<b>48</b>
5.1. Упражнение 1 . . . . .	48
5.2. Упражнение 2 . . . . .	50
5.3. Упражнение 3 . . . . .	51
5.4. Упражнение 4 . . . . .	55
5.5. Вывод . . . . .	59
<b>6. Дискретное косинусное преобразование</b>	<b>60</b>
6.1. Упражнение 1 . . . . .	60
6.2. Упражнение 2 . . . . .	65
6.3. Упражнение 3 . . . . .	67
6.4. Вывод . . . . .	73
<b>7. Дискретное преобразование Фурье</b>	<b>74</b>
7.1. Упражнение 1 . . . . .	74
7.2. Вывод . . . . .	75

<b>8. Фильтрация и свертка</b>	<b>76</b>
8.1. Упражнение 1 . . . . .	76
8.2. Упражнение 2 . . . . .	78
8.3. Упражнение 3 . . . . .	80
8.4. Вывод . . . . .	82
<b>9. Дифференциация и интеграция</b>	<b>83</b>
9.1. Упражнение 1 . . . . .	83
9.2. Упражнение 2 . . . . .	85
9.3. Упражнение 3 . . . . .	87
9.4. Упражнение 4 . . . . .	90
9.5. Вывод . . . . .	94
<b>10. Сигналы и системы</b>	<b>95</b>
10.1. Упражнение 1 . . . . .	95
10.2. Упражнение 2 . . . . .	98
10.3. Вывод . . . . .	102
<b>11. Модуляция и сэмплирование</b>	<b>103</b>
11.1. Упражнение 1 . . . . .	103
11.2. Вывод . . . . .	107
<b>12. FSK</b>	<b>108</b>
12.1. Теоритическая основа . . . . .	108
12.2. Схема в GNU Radio . . . . .	108
12.3. Тестирование . . . . .	111
12.4. Вывод . . . . .	112

# 1. Звуки и сигналы

## 1.1. Упражнение 1

Скачайте с сайта <http://freesound.org>, включающий музыку, речь или иные звуки, имеющие четко выраженную высоту. Выделите примерно полусекундный сегмент, в котором высота постоянна. Вычислите и распечатайте спектр выбранного сегмента. Как связаны тембр звука и гармоническая структура, видимая в спектре?

Используйте `high_pass`, `low_pass`, и `band_stop` для фильтрации тех или иных гармоник. Затем преобразуйте спектры обратно в сигнал и прослушайте его. Как звук соотносится с изменениями, сделанными в спектре?

Загрузим выбранный звук пианино

```
1 if not os.path.exists('440931__xhale303__piano-loop-1.wav'):
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/440931__xhale303__piano-
      loop-1.wav
3 wave = read_wave('440931__xhale303__piano-loop-1.wav')
4
5 wave.make_audio()
```

Построим график `wave`

```
1 wave.plot()
2 decorate(xlabel='Time (s)')
```

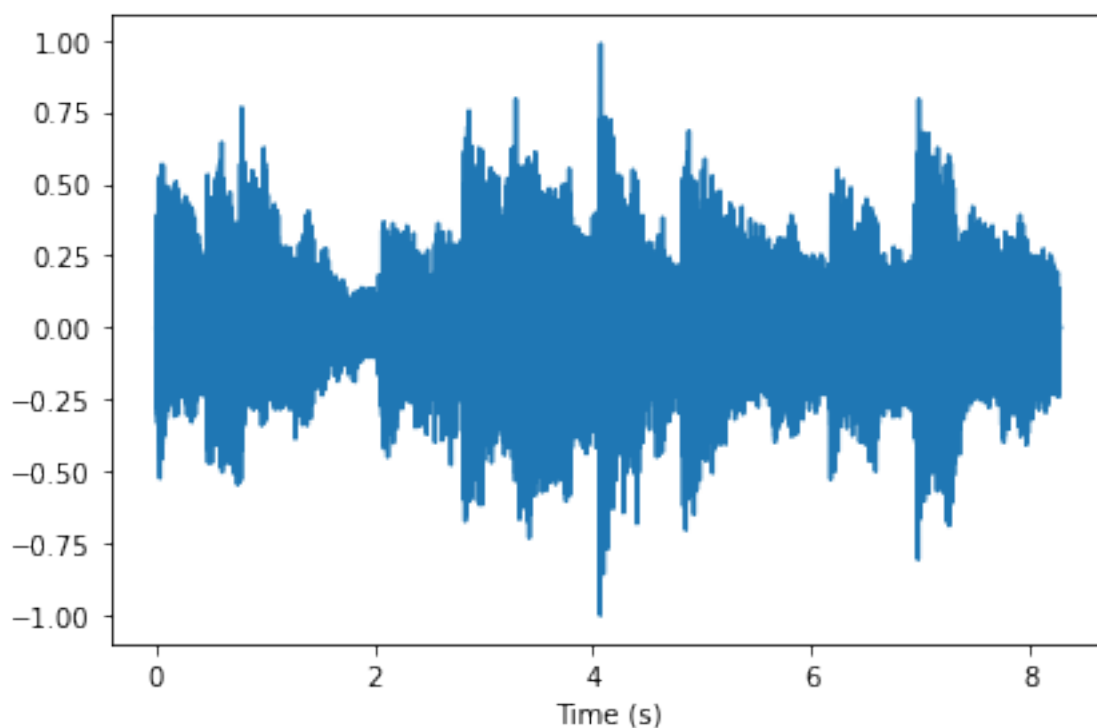


Рисунок 1.1. График всего звука

Выделяем полусекундный сегмент

```
1 segment = wave.segment(start=3, duration=0.5)
2 segment.make_audio()
3
4 segment.plot()
5 decorate(xlabel='Time (s)')
```

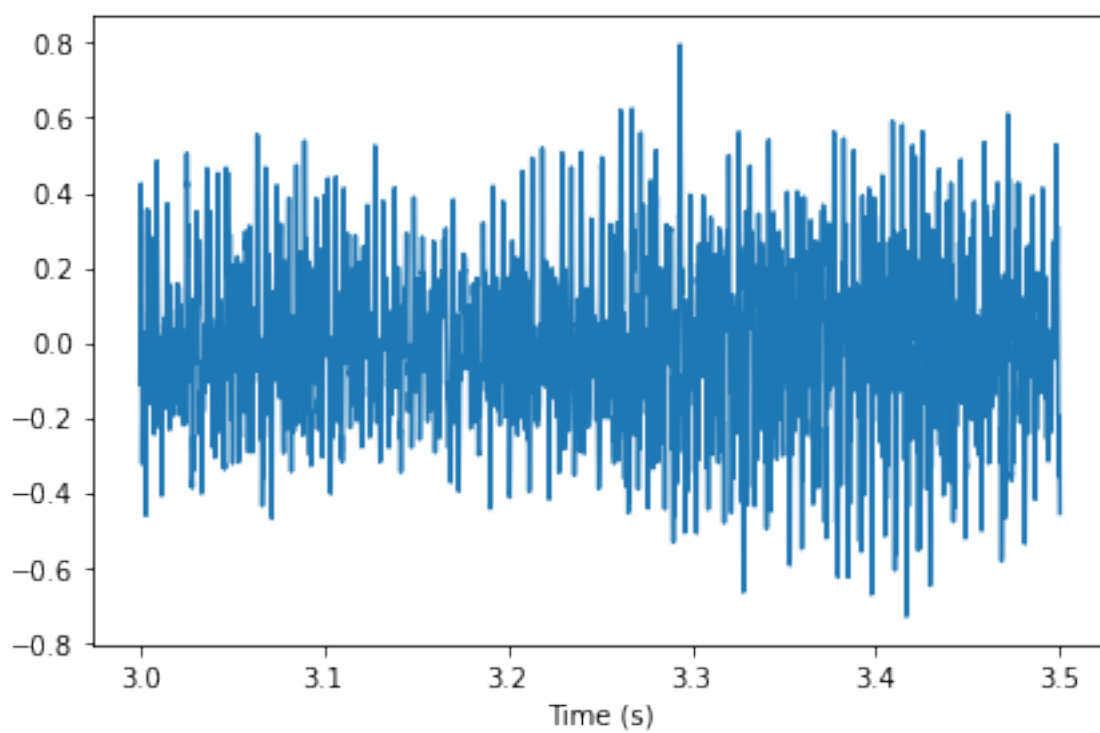


Рисунок 1.2. График сегмента звука

Спектр сегмента

```

1 spectrum = segment.make_spectrum()
2 spectrum.plot(high=6000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

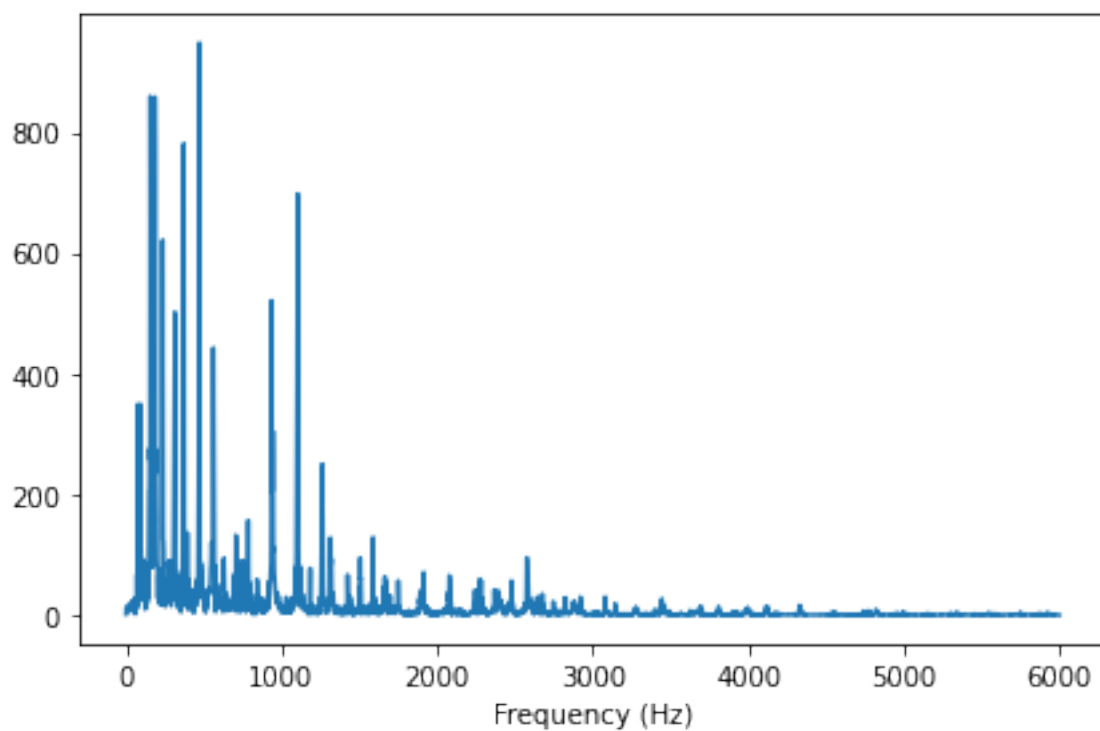


Рисунок 1.3. Спектр сегмента звука

Применим функции фильтрации  
Убираем частоты ниже 500

```
1 spectrum.high_pass(500)
2 spectrum.plot(high=6000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

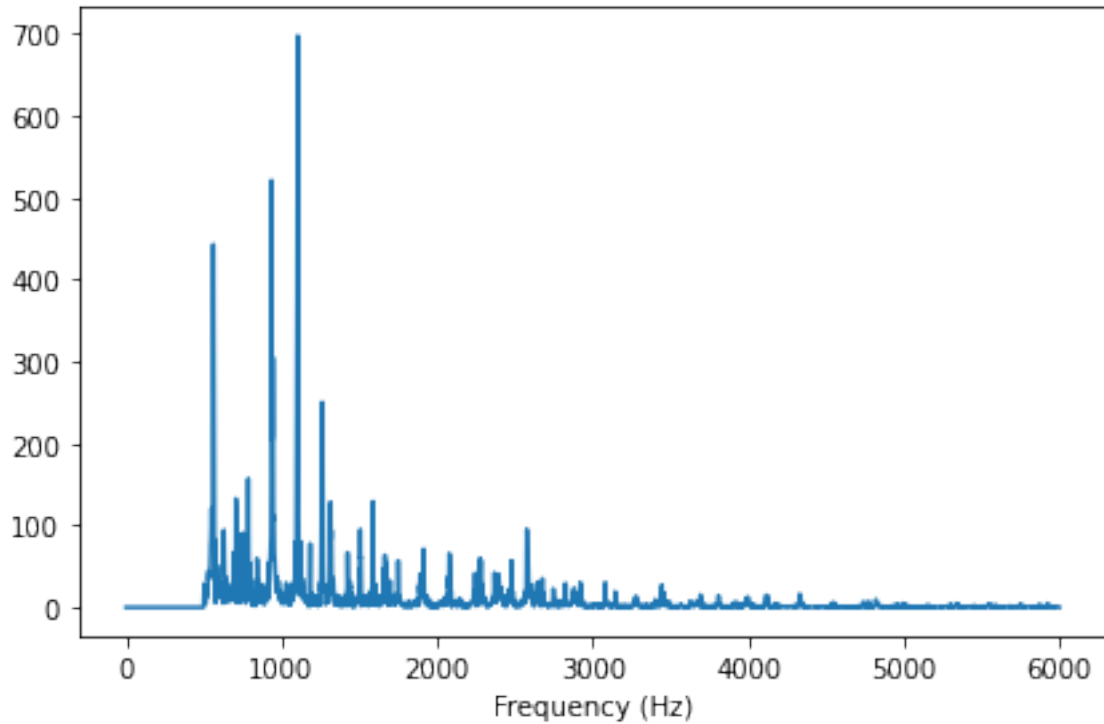


Рисунок 1.4. График частот без тех, что ниже 500

Уберем частоты выше 2000

```
1 spectrum.low_pass(2000)
2 spectrum.plot(high=6000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

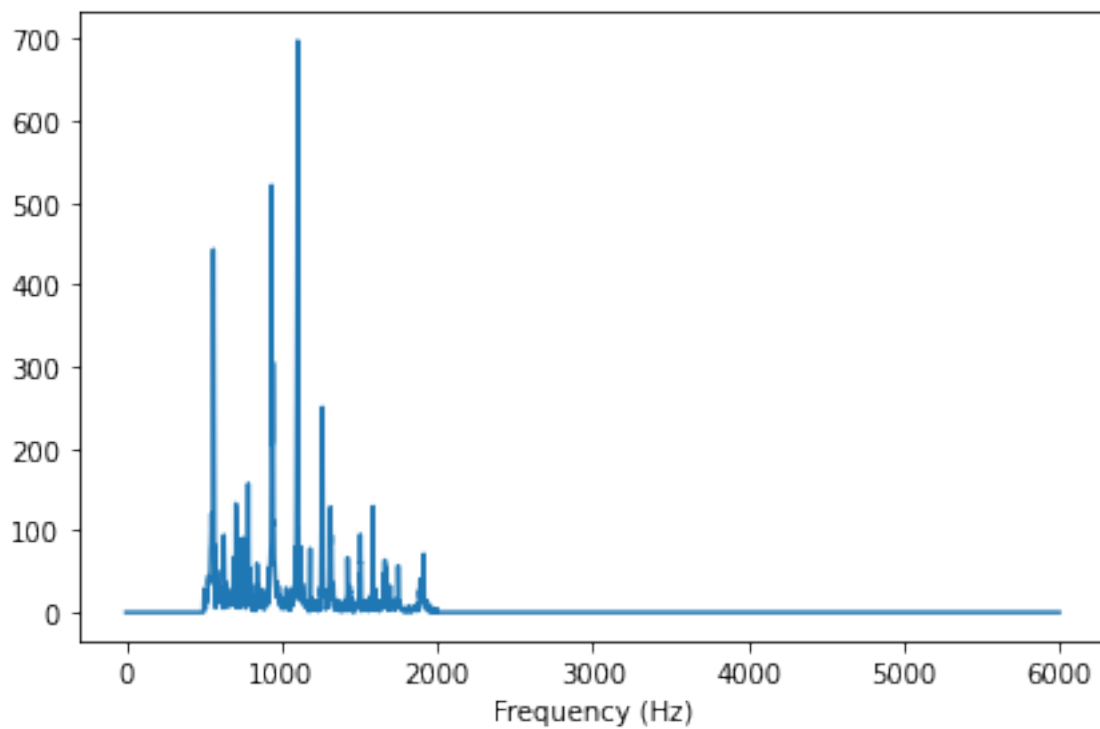


Рисунок 1.5. График частот без тех, что выше 2000

Убираем частоты в срезе

```

1 spectrum.band_stop(1100, 2500)
2 spectrum.plot(high=6000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

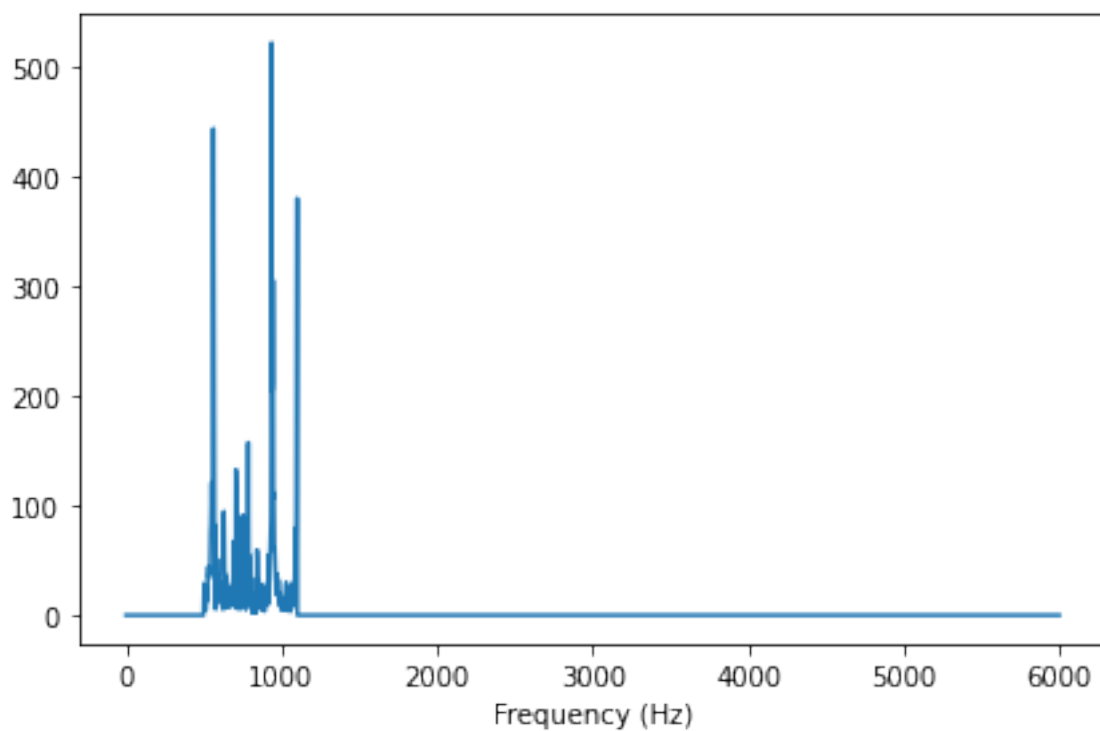


Рисунок 1.6. График частот после применения ФПЗ

Переведем из спектра в волну

```
1 test = spectrum.make_wave()  
2 test.plot()  
3 decorate(xlabel='Time (s)')
```

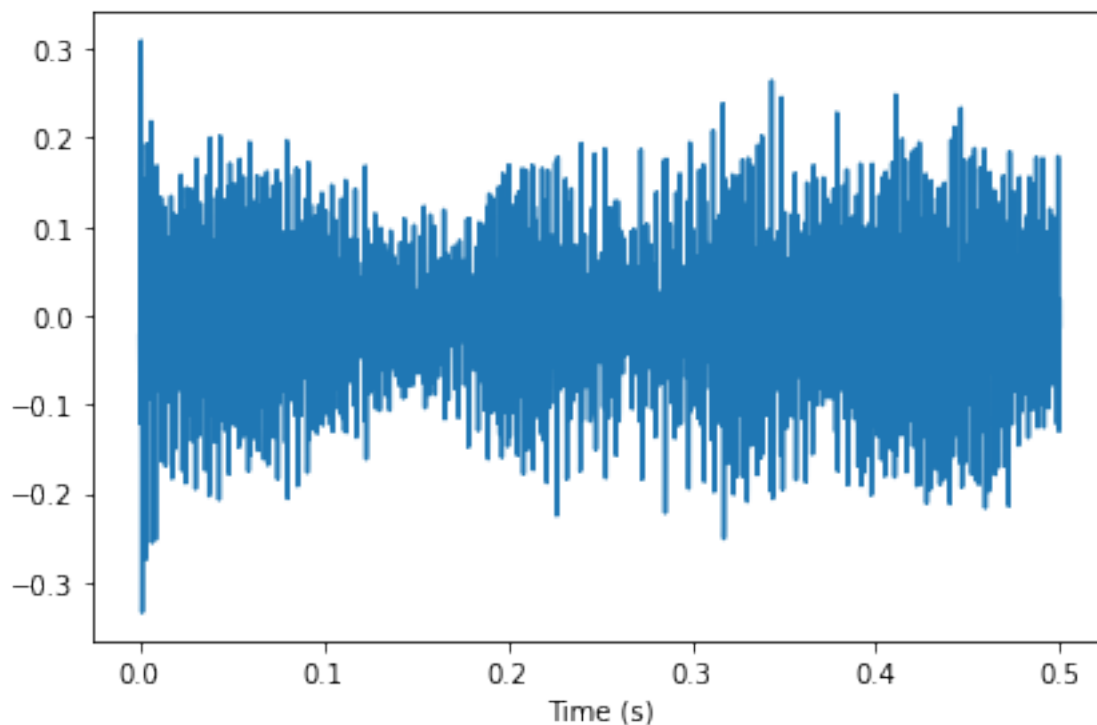


Рисунок 1.7. График преобразованного сигнала

Проведем сравнение изначального среза и отфильтрованного  
Изначальный срез

```
1 segment.make_audio()
```

Отфильтрованный срез

```
1 wave2.make_audio()
```

В итоге получаем довольно "плоский" звук, лишенный объема.

## 1.2. Упражнение 2

Создайте сложный сигнал из объектов SinSignal и CosSignal, суммируя их. Обработайте сигнал для получения wave и прослушайте его. Вычислите Spectrum и распечатайте. Что произойдет при добавлении частотных компонент, не кратных основному?

Создадим сложный сигнал из SinSignal и CosSignal

```
1 cos_sig = CosSignal(freq=103, amp=1.0, offset=0)  
2 sin_sig = SinSignal(freq=206, amp=0.8, offset=0)  
3 cos_sig2 = CosSignal(freq=412, amp=0.3, offset=0)  
4 m_sig = cos_sig + sin_sig + cos_sig2 Построим график суммы  
5  
6  
7 \begin{lstlisting}[language=Python]  
8 m_sig.plot()
```



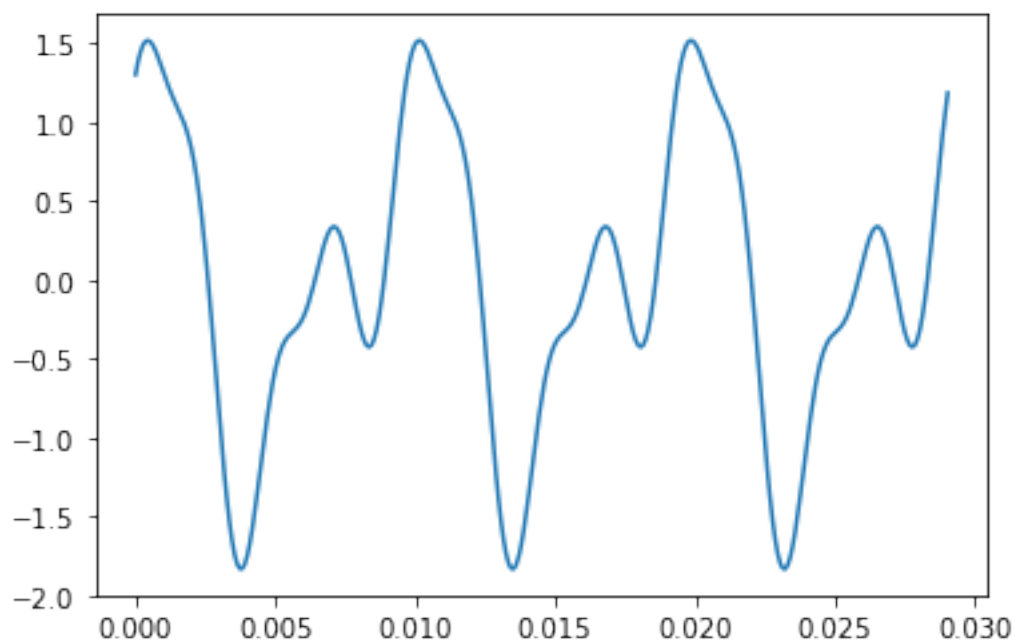


Рисунок 1.8. График суммы сигналов

Сделаем wave и послушаем

```
1 wave = m_sig.make_wave()
2
3 wave.make_audio()
```

Спектр

```
1 spectrum = wave.make_spectrum()
2 spectrum.plot()
```

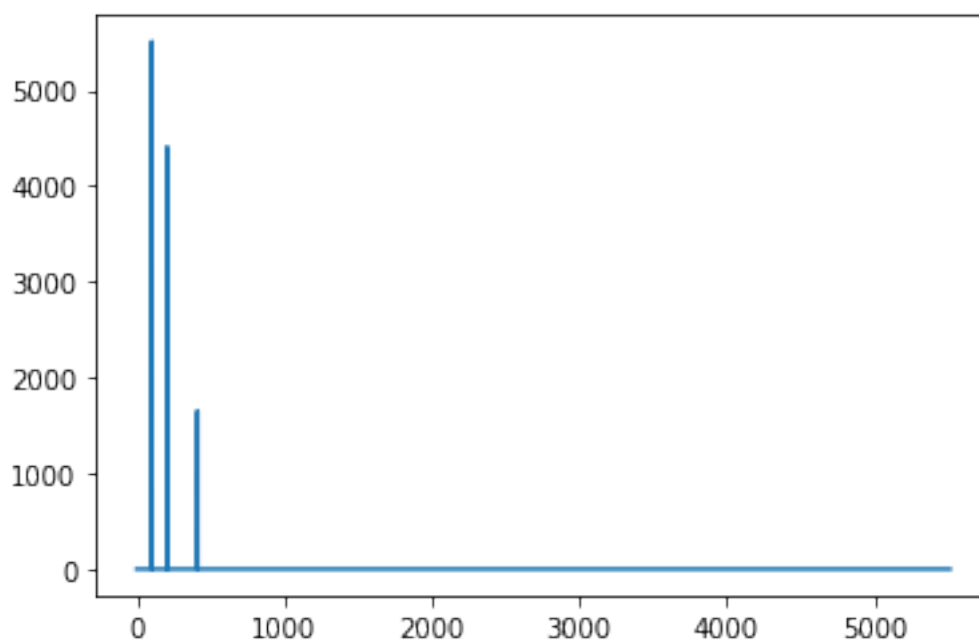


Рисунок 1.9. Спектр сигнала

Добавим к этой волне ещё частотный компонент, не кратный основным

```
1 wave2 = (m_sig + SinSignal(freq=250, amp=0.5, offset=0)).make_wave()  
2 wave2.make_audio()  
3  
4 wave2.make_spectrum().plot()
```

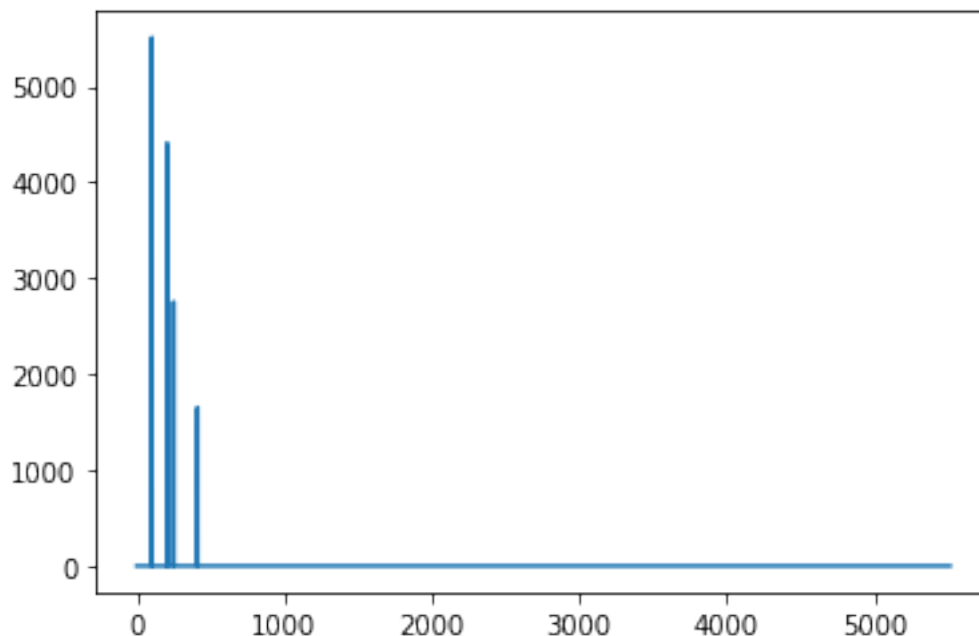


Рисунок 1.10. График после добавления частотного компонента

Звук перестал быть однотонным, появился "дребезг"

### 1.3. Упражнение 3

Напишите функцию `stretch`, берущую `wave` и коэффициент изменения. Она должна ускорять или замедлять сигнал изменением `ts` и `framerate`.

Создадим функцию `stretch`, которая будет замедлять или ускорять сигнал в зависимости от коэффициента изменения

```
1 def stretch(wave, k):  
2     wave.ts *= k  
3     wave.framerate /= k  
4  
5 wave = read_wave('440931__xhale303__piano-loop-1.wav')  
6 wave.make_audio()
```

Проверим функцию

```
1 wave2 = wave  
2 stretch(wave2, 2)  
3 wave2.make_audio()
```

Звук замедлился в 2 раза

### 1.4. Вывод

В ходе данной работы было выполнено знакомство с основными понятиями при работе со звуками и сигналами. При помощи библиотеки `thinkDSP` открывается множество

возможностей по взаимодействию с сингалами, таких как их созданию, так и для их обработки

## 2. Гармоники

### 2.1. Упражнение 1

Пилообразный сигнал линейно нарастает от -1 до 1, а затем резко падает до -1 и повторяется.

Напишите класс, называемый SawtoothSignal, расширяющий signal и предоставляющий evaluate для оценки пилообразного сигнала.

Вычислите спектр пилообразного сигнала. Как соотносится его гармоническая структура с треугольными и прямоугольными сигналами?

Создадим класс SawtoothSignal:

```
1 import thinkdsp
2 class SawtoothSignal(thinkdsp.Sinusoid):
3     def evaluate(self, ts):
4         cycles = self.freq * ts + self.offset / np.pi / 2
5         frac, _ = np.modf(cycles)
6         ys = thinkdsp.normalize(thinkdsp.unbias(frac), self.amp)
7         return ys
```

Сделаем пилообразный сигнал и вычислим спектр

```
1 saw = SawtoothSignal()
2 saw.plot()
3 saw_wave = saw.make_wave(duration=1, framerate=10000)
4 decorate(xlabel='Time (s)')
```

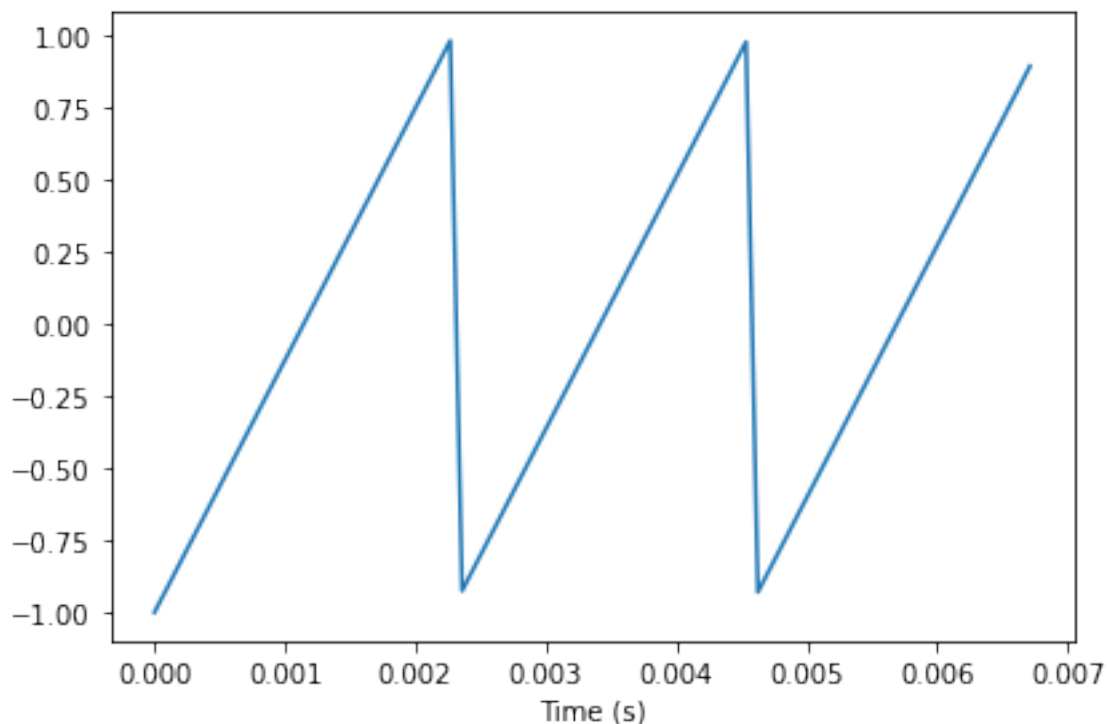


Рисунок 2.1. График пилообразного сигнала

Вычислим спектр:

```
1 spectr = saw_wave.make_spectrum()
2 spectr.plot()
```

```
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

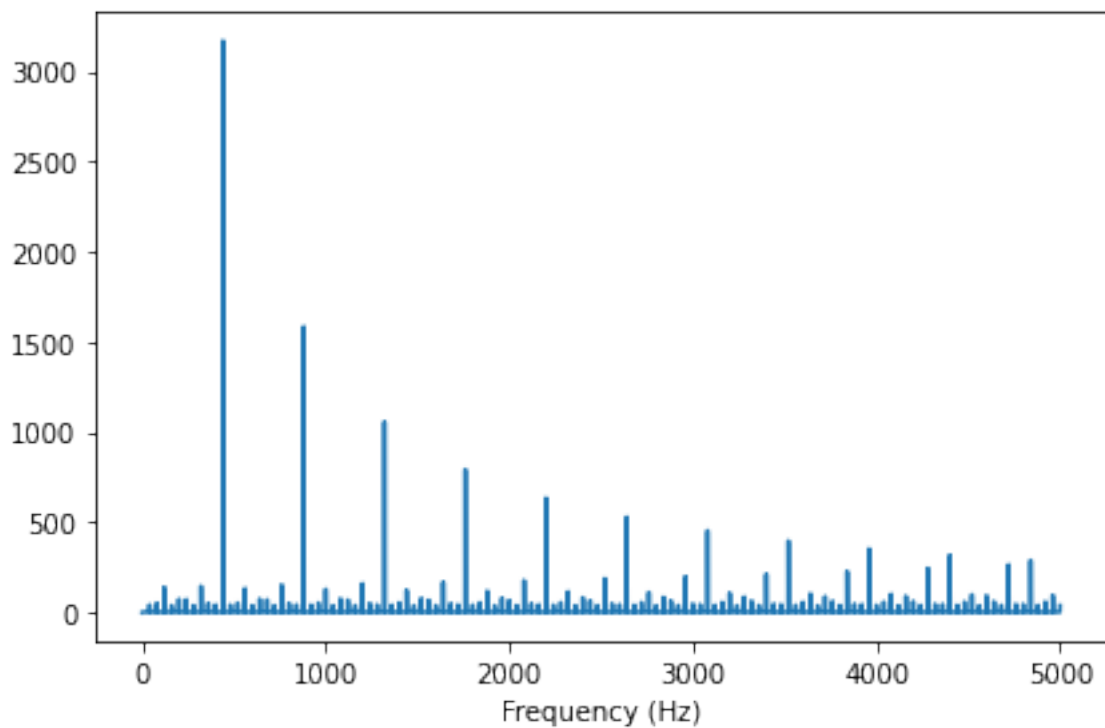


Рисунок 2.2. График спектра пилообразного сигнала

Также, для сравнения, создадим прямоугольный и треугольный сигнал

```
1 square = SquareSignal()  
2 square.plot()  
3 decorate(xlabel='Time (s)')
```

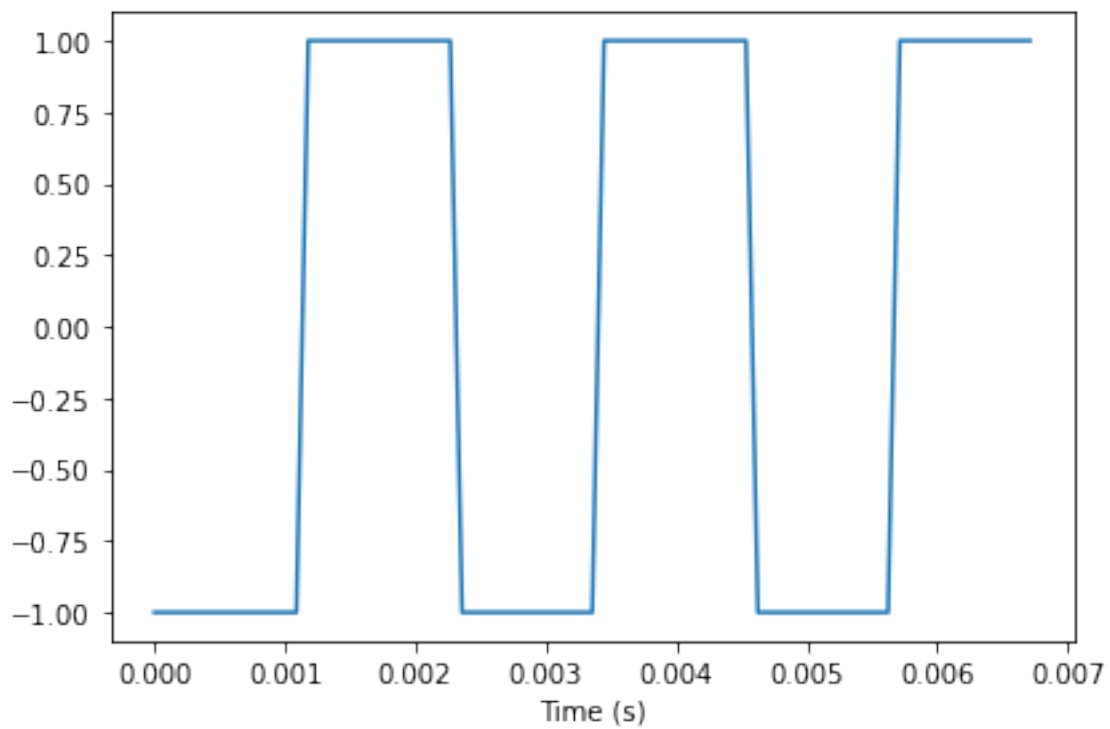


Рисунок 2.3. График прямоугольного сигнала

```

1 square.make_wave(duration=1, framerate=10000).make_spectrum().plot()
2 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

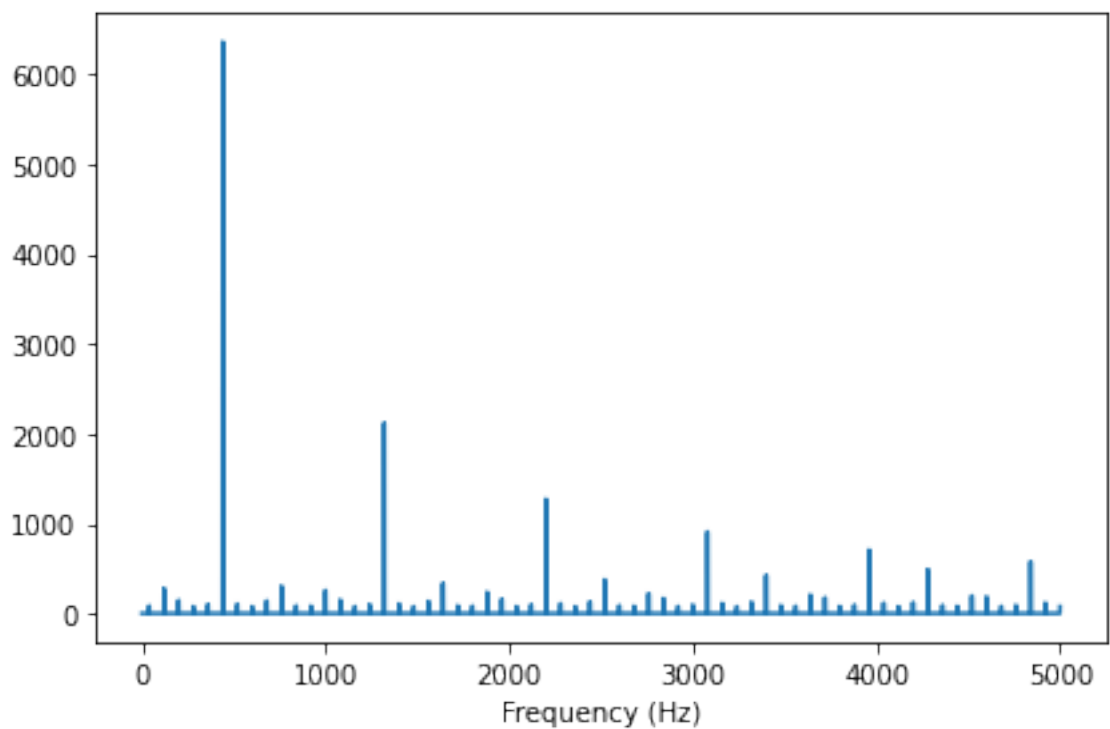


Рисунок 2.4. График спектра прямоугольного сигнала

```

1 tria = TriangleSignal()
2 tria.plot()
3 decorate(xlabel='Time (s)')

```

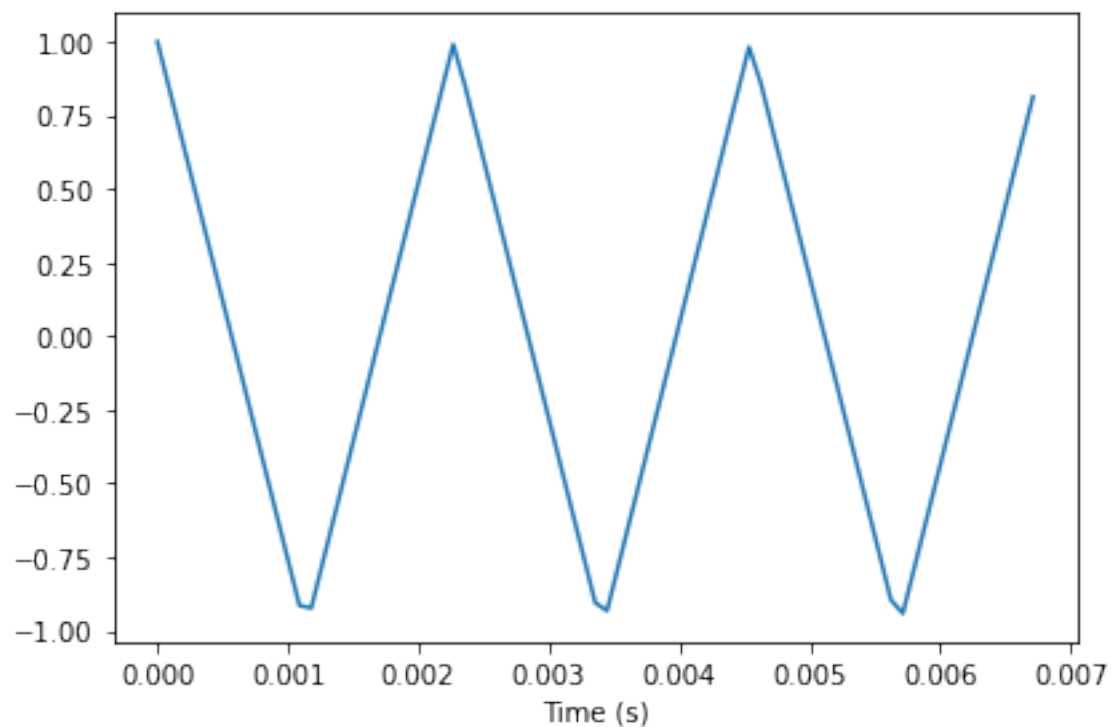


Рисунок 2.5. График треугольного сигнала

```

1 tria.make_wave(duration=1, framerate=10000).make_spectrum().plot()
2 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

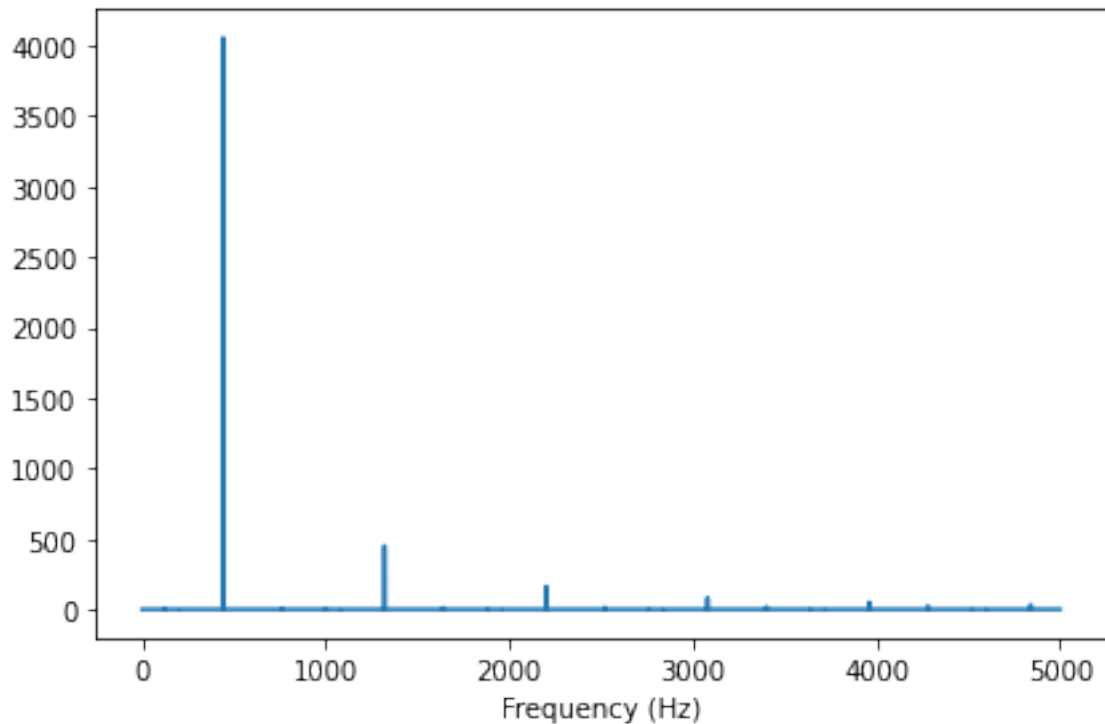


Рисунок 2.6. График спектра треугольного сигнала

У треугольного сигнала нечетный гармоники, а амплитуда спадает пропорционально квадрату частоты. У прямоугольного сигнала тоже только нечетный гармоники, спад по амплитуде пропорционален частоте. Пилообразный же сигнал падает пропорционально частоте и имеет как четные, так и нечетные гармоники.

## 2.2. Упражнение 2

Создайте прямоугольный сигнал 1100 Гц и вычислите wave с выборками 10 000 кадров в секунду. Постройте спектр и убедитесь, что большинство гармоник "завёрнуты" из-за биений, слышно ли последствия этого при проигрывании?

Создадим прямоугольный сигнал с частотой 1100Гц

```

1 square = SquareSignal(1100)
2 sq_wave = square.make_wave(1, 0, 10000)
3 sq_wave.make_spectrum().plot()
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```



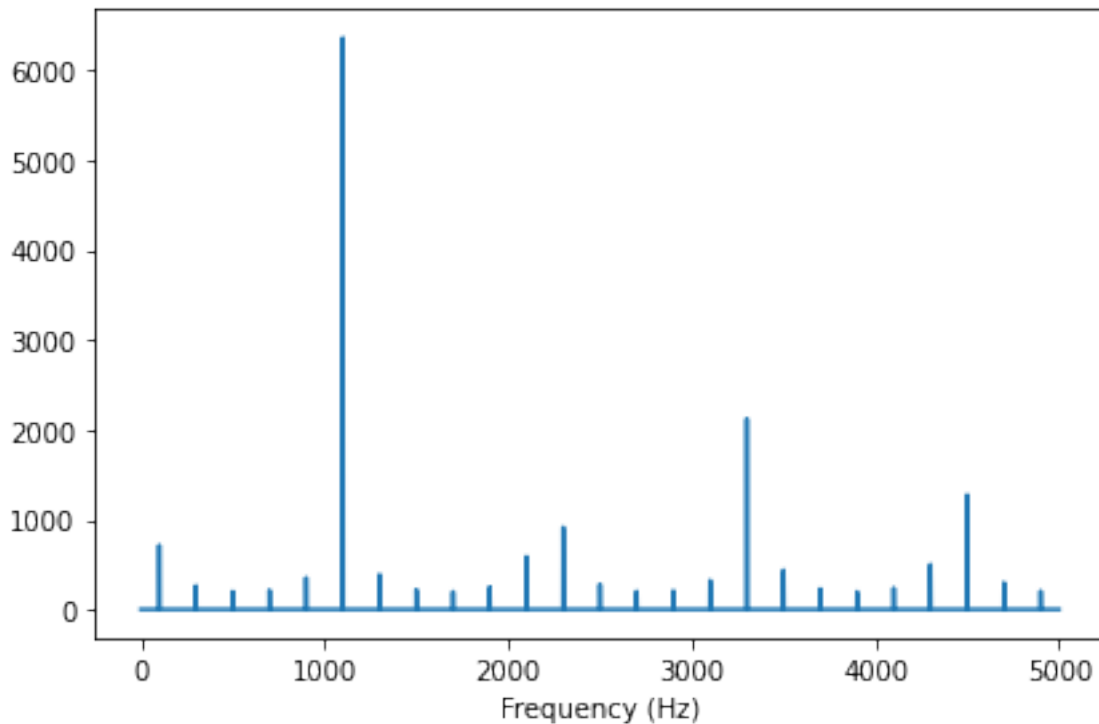


Рисунок 2.7. График прямоугольного сигнала с частотой 1100 Hz

Видим заернулось гармоний из-за биения

```
1 sq_wave.make_audio()
```

## 2.3. Упражнение 3

Возьмите объект спектра `spectrum`, и выведите первые несколько значений `spectrum.fs`, вы увидите, что частоты начинаются с нуля. Итак, «`spectrum.hs[0]`» — это величина компонента с частотой 0. Но что это значит?

Попробуйте этот эксперимент:

1. Сделать треугольный сигнал с частотой 440 и создать Волну длительностью 0,01 секунды. Постройте форму волны.

2. Создайте объект `Spectrum` и напечатайте `spectrum.hs[0]`. Каковы амплитуда и фаза этой составляющей?

3. Установите `spectrum.hs[0] = 100`. Создайте волну из модифицированного спектра и выведите ее. Как эта операция влияет на форму сигнала?

Создадим треугольный сигнал, возьмем спектр и распечатаем значения `spectrum.fs`

```
1 tr = TriangleSignal(440)
2 tr_wave = tr.make_wave(duration=0.01)
3 tr_wave.plot()
4 decorate(xlabel='Time (s)')
```

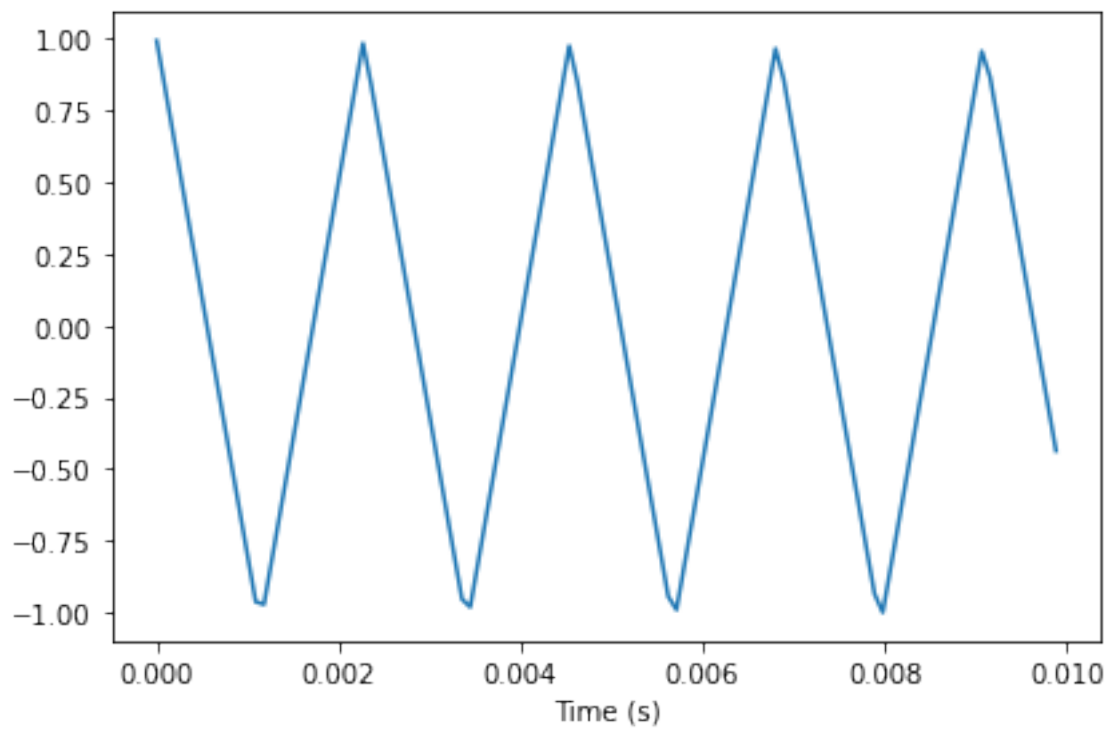


Рисунок 2.8. График треугольного сигнала с частотой 440 Hz

Убедимся, что нулевой элемент равен 0

```
1 tr_sp = tr_wave.make_spectrum()
2 tr_sp.hs[0]
3
4 (1.0436096431476471e-14+0j)
```

Изменим его на значение 100

```
1 tr_sp.hs[0] = 100
2 tr_sp.make_wave().plot()
3 decorate(xlabel='Time (s)')
```

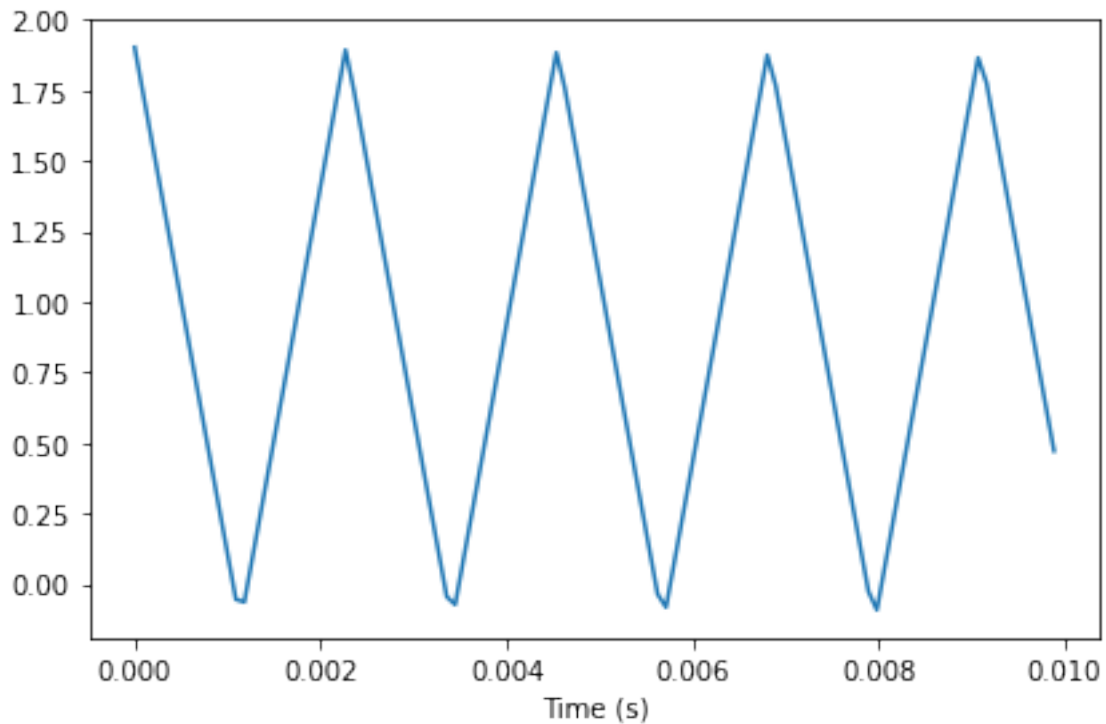


Рисунок 2.9. Обновленный график сигнала

Получили смещение относительно вертикальной оси.

## 2.4. Упражнение 4

Напишите функцию, которая принимает Spectrum в качестве параметра и модифицирует его, деля каждый элемент `hs` на соответствующую частоту из `fs`. Протестируйте свою функцию, используя один из файлов WAV в репозитории или любой объект Wave.

1. Рассчитайте спектр и начертите его.
2. Измените спектр, используя свою функцию, и снова начертите его.
3. Сделать волну из модифицированного Spectrum и прослушать ее. Как эта операция влияет на сигнал?

Создадим функцию для деления `spectrum.hs` на соответствующую `spectrum.fs`

```
1 def spec_div(sp):
2     sp.hs[1:] /= sp.fs[1:]
3     sp.hs[0] = 0
```

Проверим на пилообразном сигнале

```
1 saw = SawtoothSignal()
2 saw_wave = saw.make_wave(duration=0.2, framerate=10000)
3 saw_wave.make_audio()
4
5 saw_sp = saw_wave.make_spectrum()
6 saw_sp.plot()
7 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

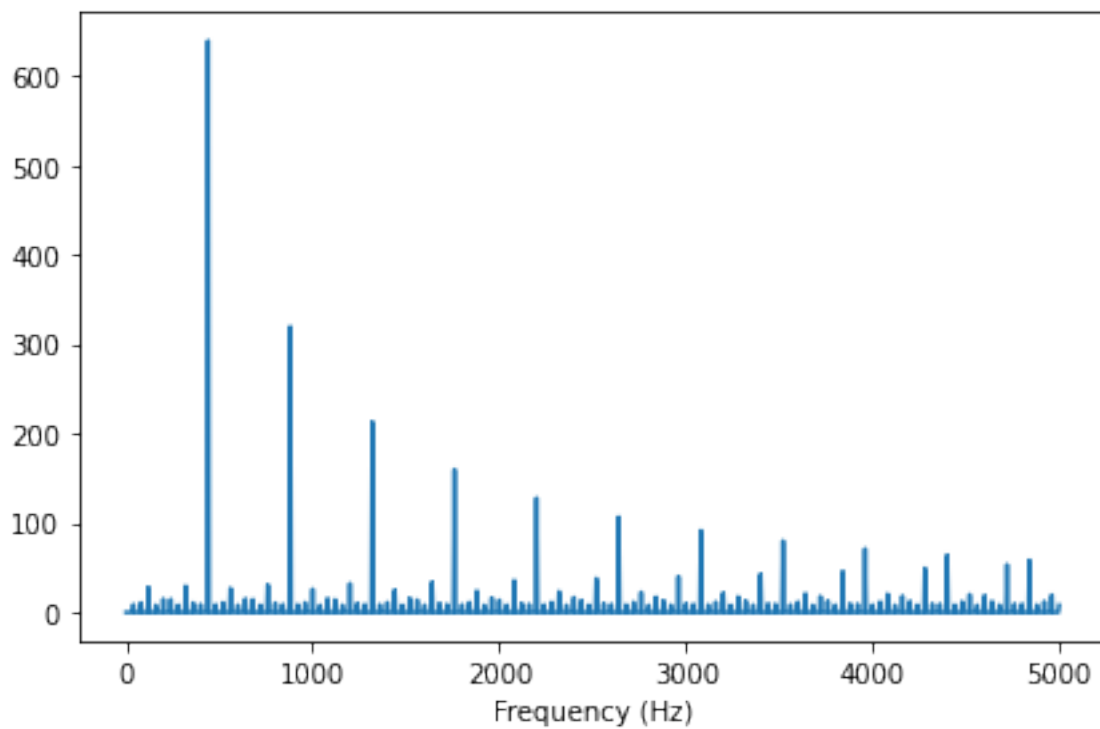


Рисунок 2.10. Спектр сигнала

Применим функцию

```

1 spec_div(saw_sp)
2 saw_sp.plot()
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

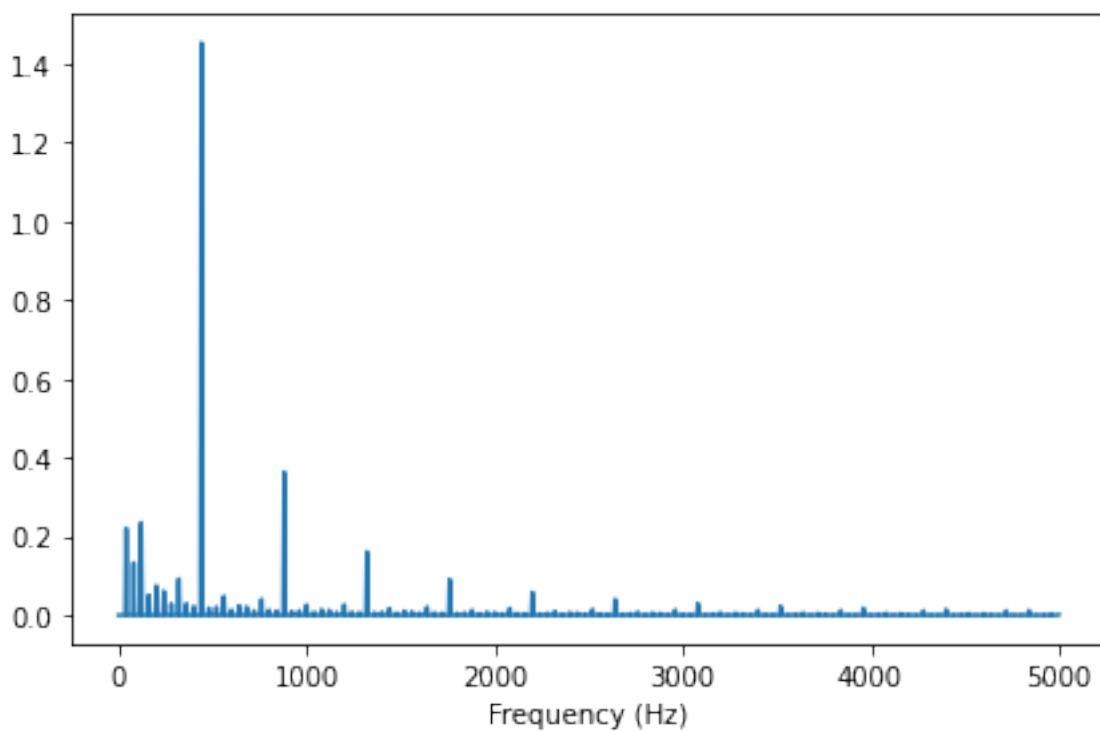


Рисунок 2.11. Спектр измененного сигнала

```
1 saw_sp.make_wave().make_audio()
```

Звук стал ниже

## 2.5. Упражнение 5

Треугольные и прямоугольные волны имеют только нечетные гармоники; пилообразная волна имеет как четные, так и нечетные гармоники. Гармоники прямоугольной и пилообразной волн затухают пропорционально  $1/f$ ; гармоники треугольной волны затухают как  $1/f^2$ . Можете ли вы найти форму волны, в которой четные и нечетные гармоники затухают как  $1/f^2$ ?

Подсказка: есть два способа подойти к этому: вы можете построить нужный сигнал путем сложения синусоид, или вы можете начать с сигнала, похожего на то, что вы хотите, и изменить его.

Создадим сигнал, который состоит из четных и нечетных гармоник, а также эти гармоники падают пропорционально квадрату частоты.

Возьмем пилообразный сигнал, так как у него четные и нечетные гармоники, надо его свести лишь к уменьшению амплитуды пропорционально квадрату

```
1 saw = SawtoothSignal()  
2 saw_wave = saw.make_wave(duration=0.5, framerate=20000)  
3 saw_sp = saw_wave.make_spectrum()  
4 saw_sp.plot()  
5 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

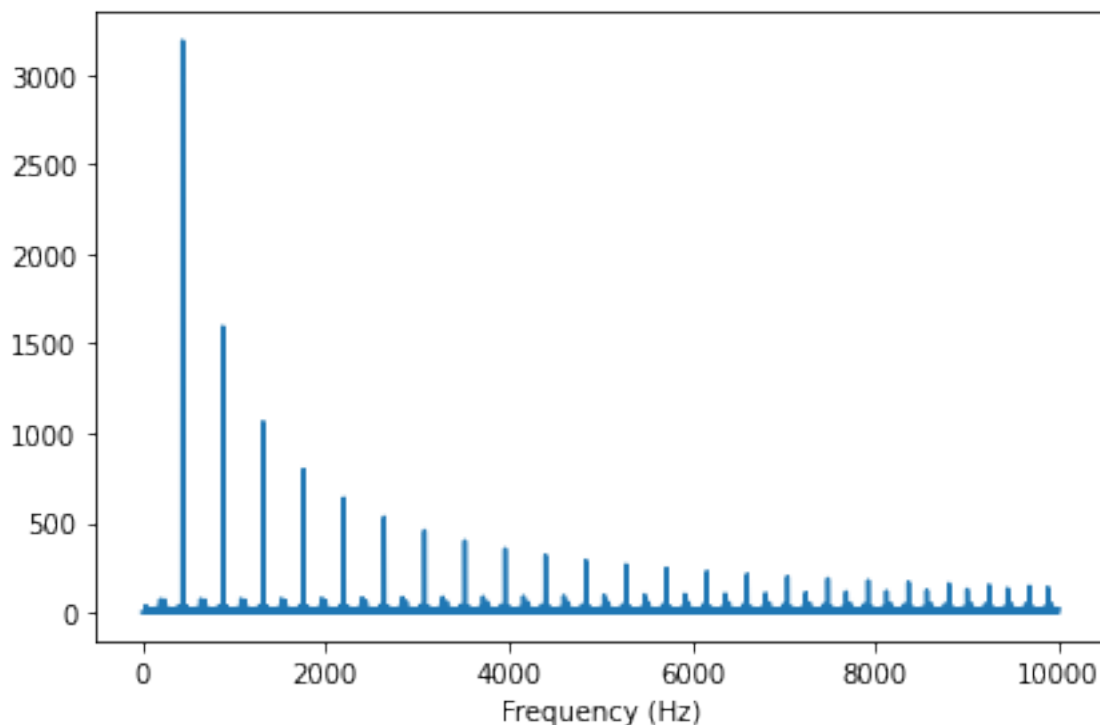


Рисунок 2.12. Спектр пилообразного сигнала

Применяем функцию из прошлого упражнения

```
1 spec_div(saw_sp)  
2 saw_sp.plot()  
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

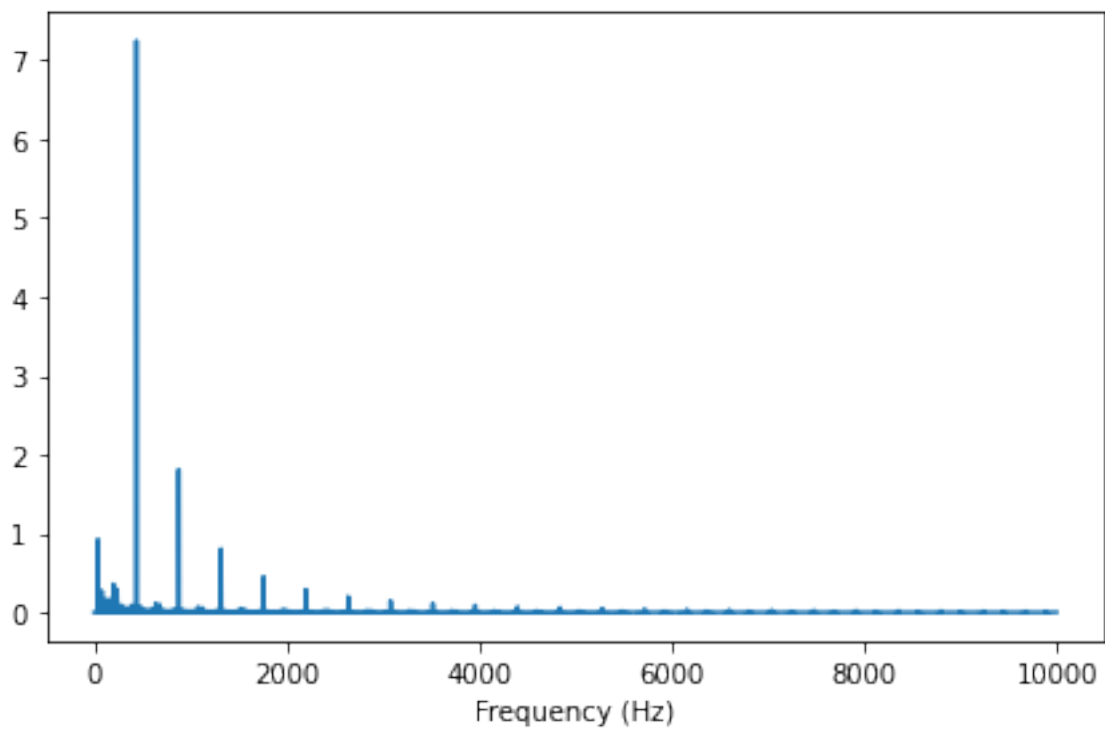


Рисунок 2.13. Спектр измененного сигнала

Получаем, что амплитуда спадает пропорционально квадрату частоты, имеются четные и нечетные гармоники.

## 2.6. Вывод

В данной работе были исследованы некоторые виды сигналов. Были рассмотрены спектры и гармонические структуры сигналов. Также в одном из пунктов были замечены биения и мы проверили их действие на звук.

## 3. Непериодические сигналы

### 3.1. Упражнение 1

Запустите и прослушайте примеры в файле `chap03.ipynb`. В примере с утечкой попробуйте заменить окно Хэмминга одним из других окон, предоставляемых NumPy, и посмотрите, как они влияют на утечку.

Если длительность кратна периоду, то начало и конец отрезка совпадают, и мы получаем минимальную утечку.

```
1 from thinkdsp import SinSignal
2
3 signal = SinSignal(freq=440)
4 duration = signal.period * 30
5 wave = signal.make_wave(duration)
6 wave.plot()
7 decorate(xlabel='Time (s)')
8
9 spectrum.plot(high=880)
```

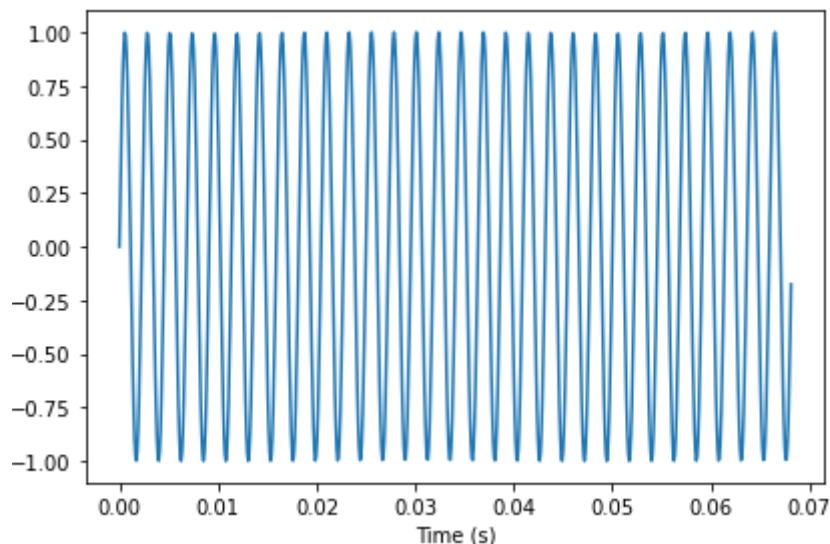


Рисунок 3.1. Рассматриваемый сигнал

```
1 spectrum = wave.make_spectrum()
2 spectrum.plot(high=880)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

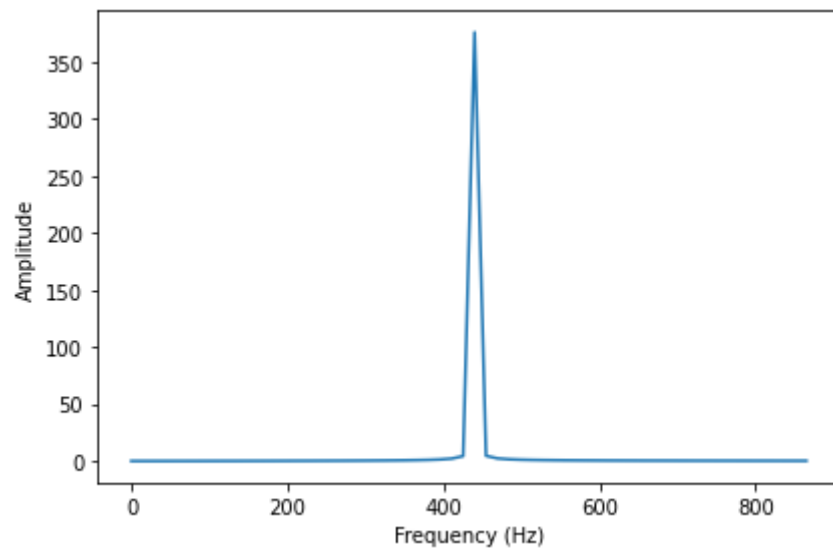


Рисунок 3.2. Спектр рассматриваемого сигнала

Если продолжительность не кратна периоду, утечка довольно плохая.

```
1 duration = signal.period * 30.25
2 wave = signal.make_wave(duration)
3 wave.plot()
4 decorate(xlabel='Time (s)')
```

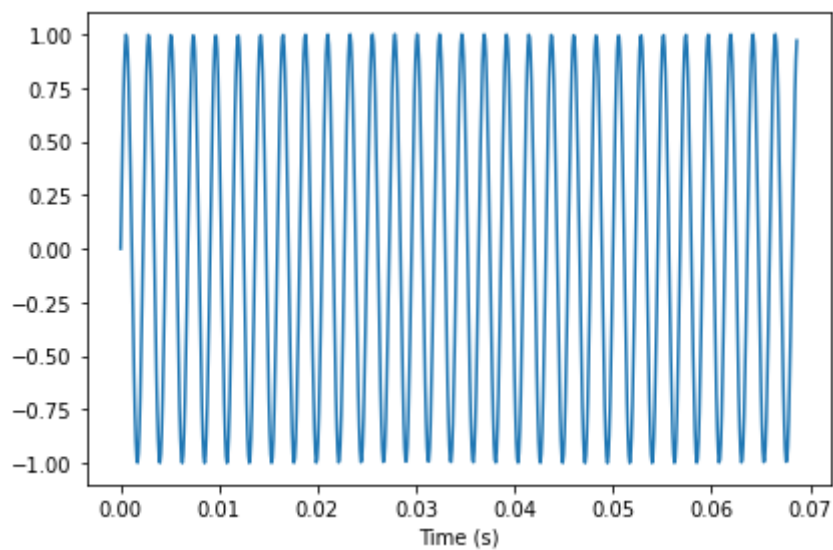


Рисунок 3.3. Рассматриваемый сигнал

```
1 spectrum = wave.make_spectrum()
2 spectrum.plot(high=880)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```



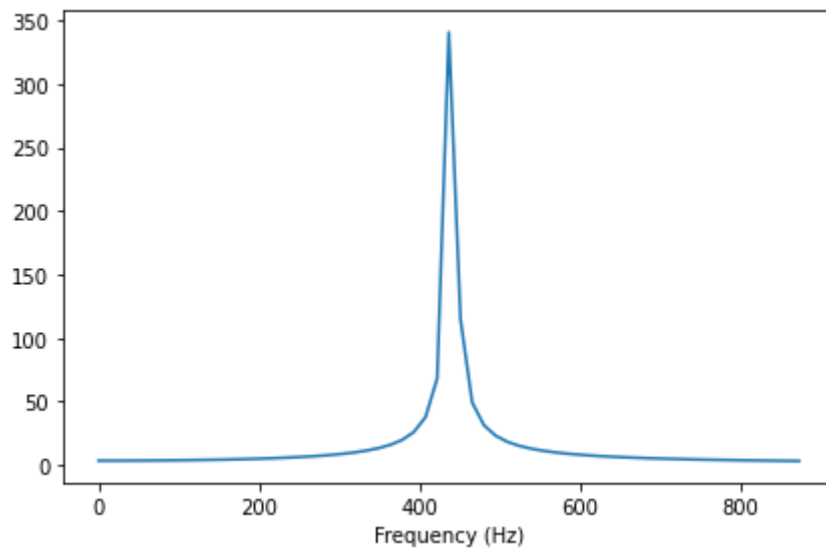


Рисунок 3.4. Спектр рассматриваемого сигнала

Работа с окнами помогает (но обратите внимание, что она снижает общую энергию).

```
1 wave.hamming()
2 spectrum = wave.make_spectrum()
3 spectrum.plot(high=880)
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

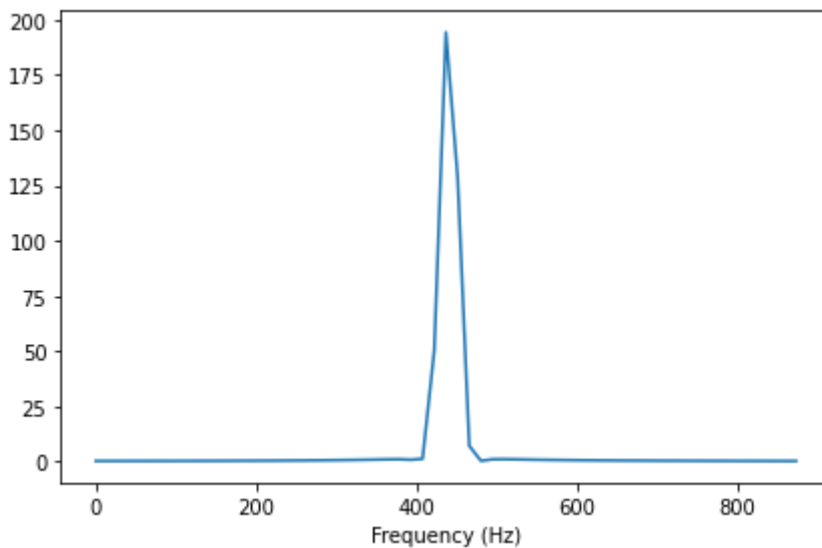


Рисунок 3.5. Спектр сигнала с применением окна Хэминга

Если вы вслепую вычислите ДПФ непериодического сегмента, вы получите «размытие движения».

```
1 signal = Chirp(start=220, end=440)
2 wave = signal.make_wave(duration=1)
3 spectrum = wave.make_spectrum()
4 spectrum.plot(high=700)
5 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

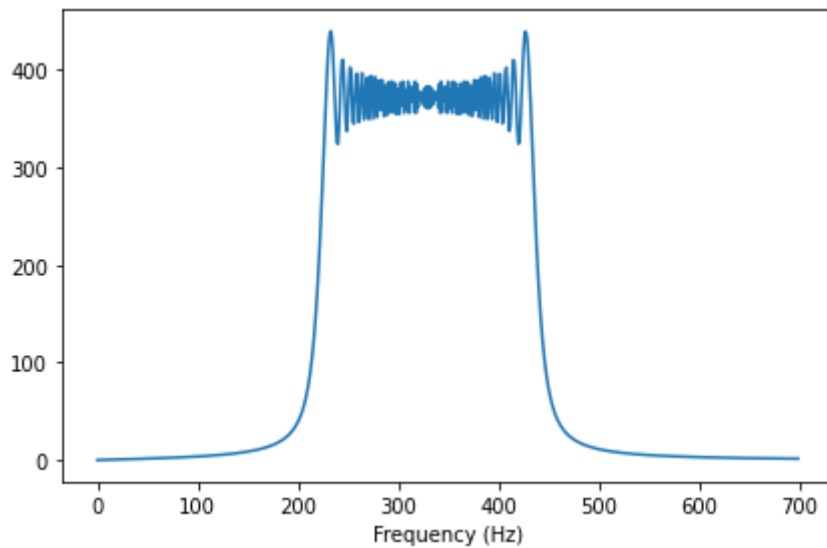


Рисунок 3.6. Спектр сигнала

Спектрограмма — это визуализация кратковременного ДПФ, позволяющая увидеть, как спектр меняется во времени.

```

1 def plot_spectrogram(wave, seg_length):
2     """
3     """
4     spectrogram = wave.make_spectrogram(seg_length)
5     print('Time resolution (s)', spectrogram.time_res)
6     print('Frequency resolution (Hz)', spectrogram.freq_res)
7     spectrogram.plot(high=700)
8     decorate(xlabel='Time(s)', ylabel='Frequency (Hz)')
9
10 signal = Chirp(start=220, end=440)
11 wave = signal.make_wave(duration=1, framerate=11025)
12 plot_spectrogram(wave, 512)
13
14 Time resolution (s) 0.046439909297052155
15 Frequency resolution (Hz) 21.533203125

```

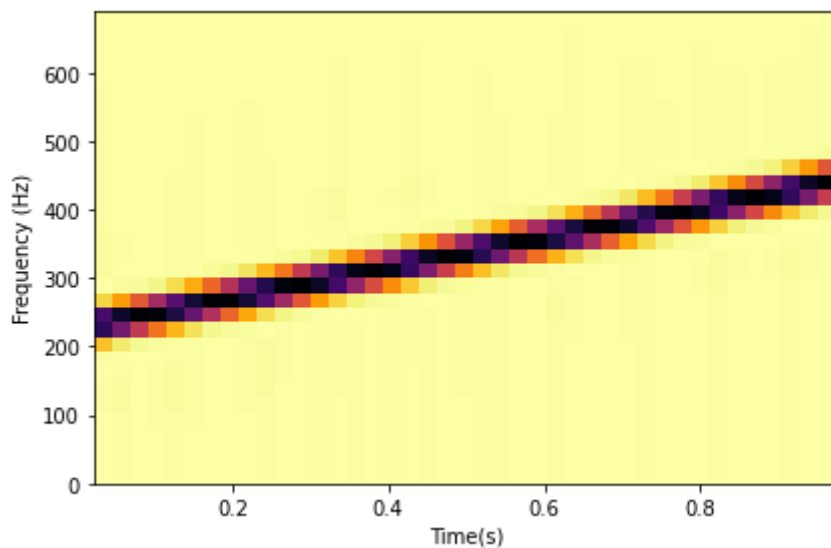


Рисунок 3.7. КПФ сигнала

Если вы увеличите длину сегмента, вы получите лучшее разрешение по частоте, худшее разрешение по времени.

```
1 plot_spectrogram(wave, 1024)
2
3 Time resolution (s) 0.09287981859410431
4 Frequency resolution (Hz) 10.7666015625
```

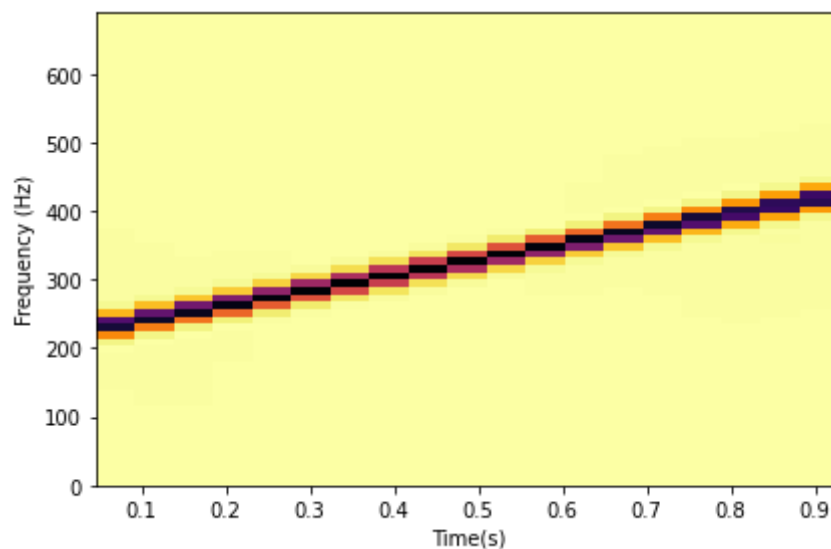


Рисунок 3.8. КПФ измененного сигнала

Если вы уменьшите длину сегмента, вы получите лучшее временное разрешение, худшее разрешение по частоте.

```
1 plot_spectrogram(wave, 256)
2
3 Time resolution (s) 0.023219954648526078
4 Frequency resolution (Hz) 43.06640625
```

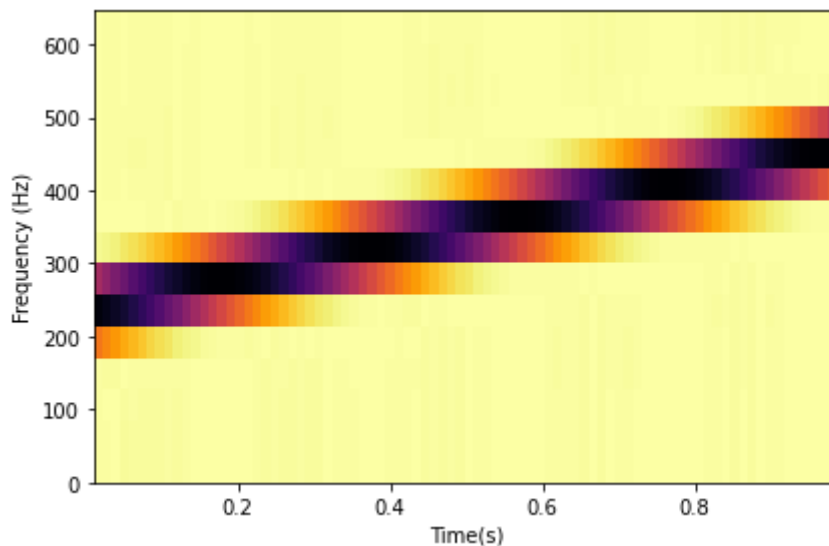


Рисунок 3.9. КПФ измененного сигнала

## 3.2. Упражнение 2

Напишем класс SawtoothChirp

```

1 from thinkdsp import Chirp
2 from thinkdsp import normalize, unbias
3
4 class SawtoothChirp(Chirp):
5
6     def evaluate(self, ts):
7         freqs = np.linspace(self.start, self.end, len(ts))
8         dts = np.diff(ts, prepend=0)
9         dphis = np.pi * 2 * freqs * dts
10        phases = np.cumsum(dphis)
11        cycles = phases / (np.pi * 2)
12        frac, _ = np.modf(cycles)
13        ys = normalize(unbias(frac), self.amp)
14        return ys

```

Создадим сигнал

```

1 sig = SawtoothChirp(100, 2000)
2 w = sig.make_wave(duration = 6, framerate = 10000)
3 w.apodize()
4 w.make_audio()

```

Можем услышать биение, напечатаем эскиз спектрограммы

```

1 sp = w.make_spectrogram(seg_length = 1000)
2 sp.plot(high = 7000)

```

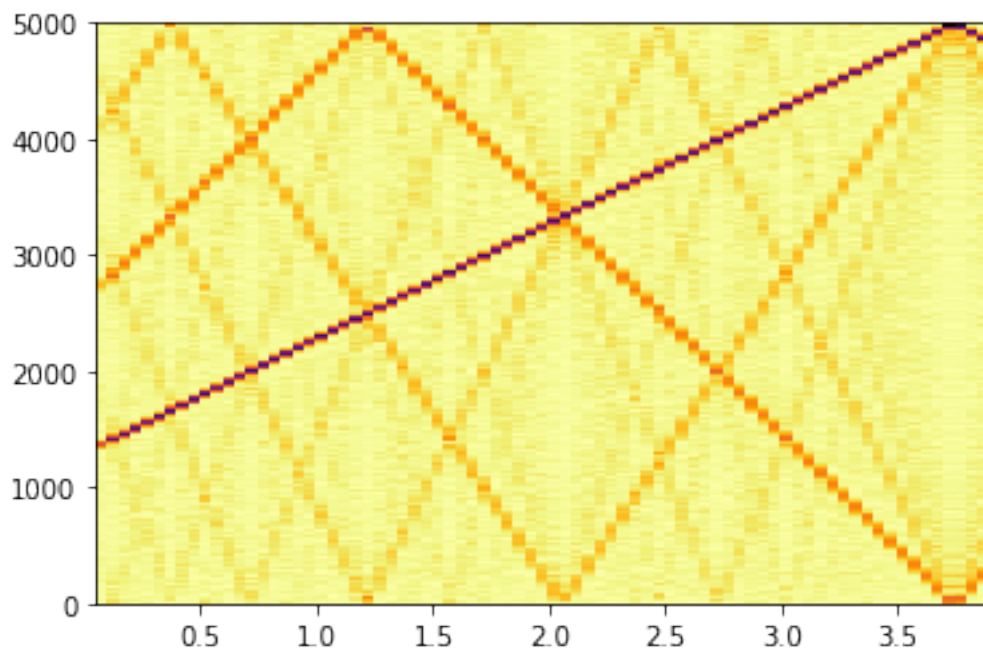


Рисунок 3.10. КПФ сигнала

### 3.3. Упражнение 3

Создаем пилообразный чирп с изменением от 2500 до 3000 Гц и посмотрим спектограмму

```

1 signal = SawtoothChirp(start=2500, end=3000)
2 wave = signal.make_wave(duration=1, framerate=20000)
3 wave.make_audio()
4
5 wave.make_spectrum().plot()
6 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

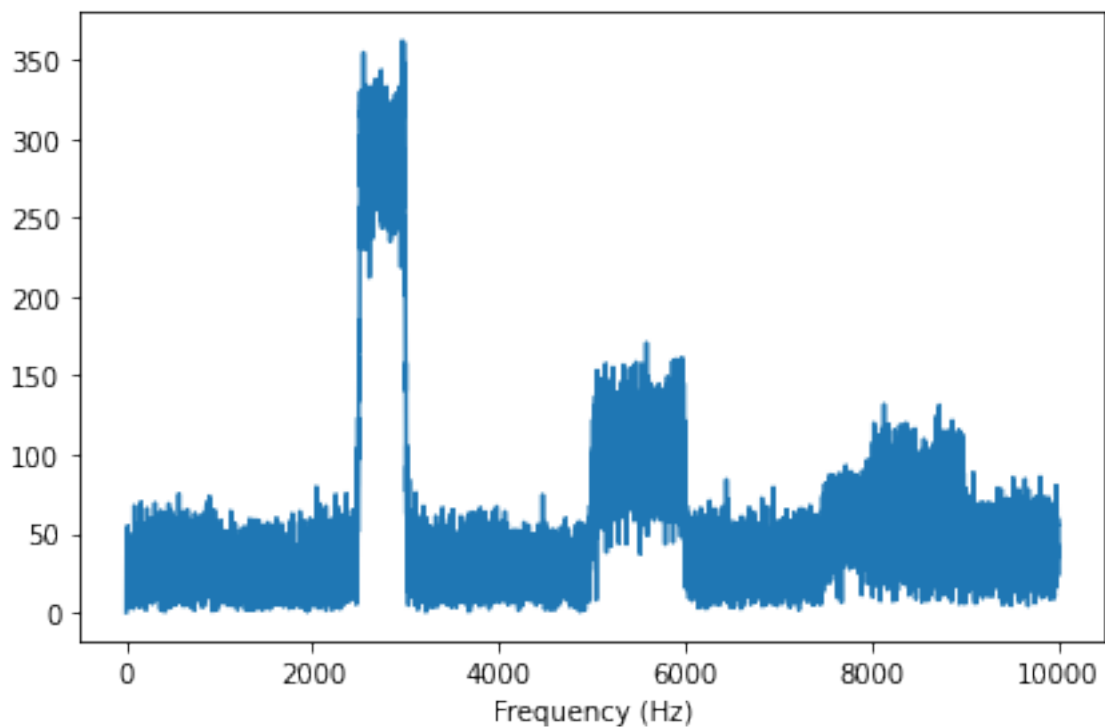


Рисунок 3.11. Спектр сигнала

### 3.4. Упражнение 4

В музыкальной терминологии «глиссандо» — это нота, которая скользит от одной высоты тона к другой, поэтому она похожа на чириканье. Найдите или сделайте запись глиссандо и постройте его спектрограмму.

Загрузим глиссандо и посмотрим спектрограмму

```

1 if not os.path.exists('411728__inspectorj__violin-glissando-ascending-a-h1.wav'):
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/411728
      __inspectorj__violin-glissando-ascending-a-h1.wav
3
4 from thinkdsp import read_wave
5
6 wave = read_wave('411728__inspectorj__violin-glissando-ascending-a-h1.wav')
7 wave.make_audio()
8
9 wave.make_spectrogram(512).plot(high=5000)
10 decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')
```

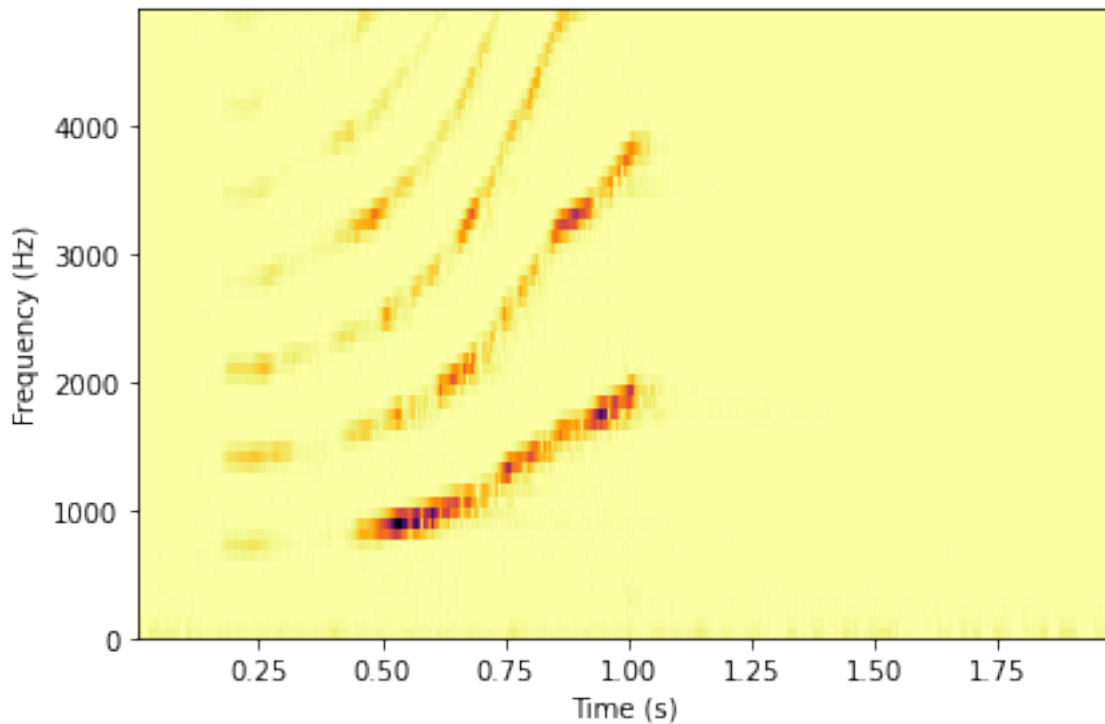


Рисунок 3.12. Спектрограмма сигнала

### 3.5. Упражнение 5

Тромбонист может играть глиссандо, выдвигая слайд тромбона и непрерывно дую. По мере выдвижения ползуна общая длина трубки увеличивается, а результирующий шаг обратно пропорционален длине. Предполагая, что игрок перемещает слайд с постоянной скоростью, как меняется ли частота со временем?

Напишите класс `TromboneGliss`, расширяющий класс `Chirp` и предоставляет `evaluate`. Создайте волну, имитирующую тромбон глиссандо от F3 вниз до C3 и обратно до F3. C3 — 262 Гц; F3 есть 349 Гц.

Напишем класс `TromboneGliss`.

```

1 class TromboneGliss(Chirp):
2
3     def evaluate(self, ts):
4         l1, l2 = 1.0 / self.start, 1.0 / self.end
5         lengths = np.linspace(l1, l2, len(ts))
6         freqs = 1 / lengths
7
8         dts = np.diff(ts, prepend=0)
9         dphis = np.pi * 2 * freqs * dts
10        phases = np.cumsum(dphis)
11        ys = self.amp * np.cos(phases)
12        return ys

```

Создадим сигнал, имитирующий глиссандо с 262 до 349 гц и обратно.

```

1 sig1 = TromboneGliss(262, 349)
2 w1 = sig1.make_wave(duration=1)
3 sig2 = TromboneGliss(349, 262)
4 w2 = sig2.make_wave(duration=1)
5 w = w1 | w2

```

```

6 w.make_audio()
7
8 sp = w.make_spectrogram(1024)
9 sp.plot(high=1000)
10 decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')

```

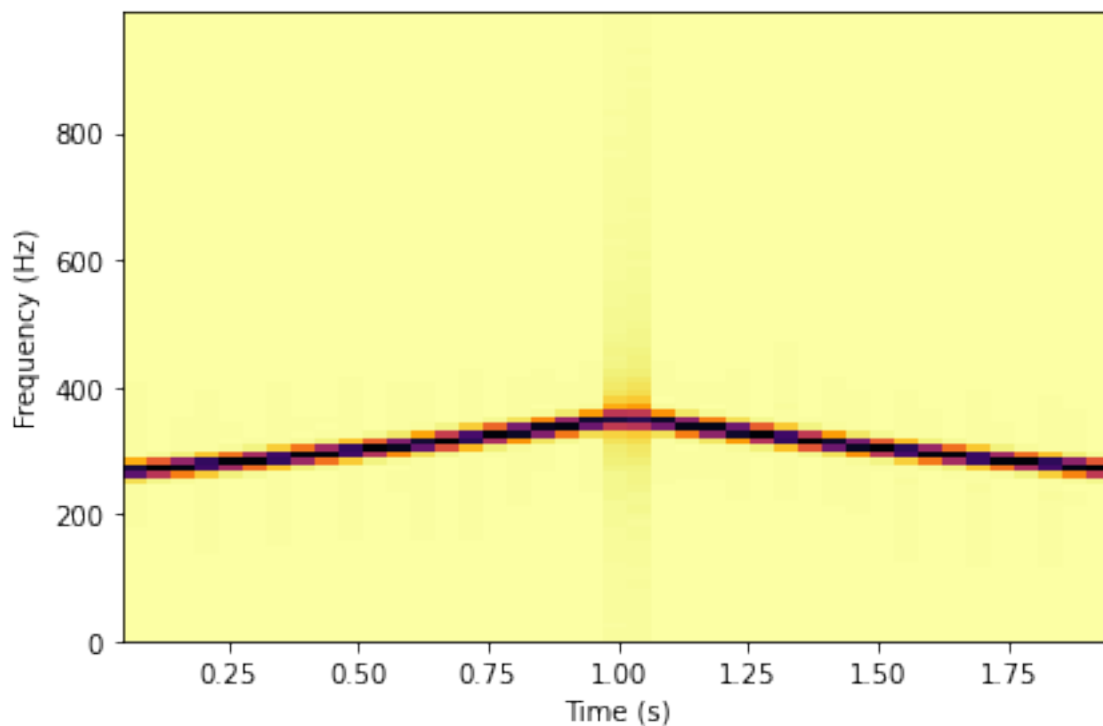


Рисунок 3.13. Спектрограмма сигнала

### 3.6. Упражнение 6

```

1 if not os.path.exists('67713__tim-kahn__b.wav'):
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/67713__tim-kahn__b.wav
3
4 wave1 = read_wave('67713__tim-kahn__b.wav')
5 wave1.make_audio()
6
7 if not os.path.exists('67714__tim-kahn__c.wav'):
8     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/67714__tim-kahn__c.wav
9
10 wave2 = read_wave('67714__tim-kahn__c.wav')
11 wave2.make_audio()
12
13 wave1.make_spectrogram(1024).plot(high=1000)
14 decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')

```



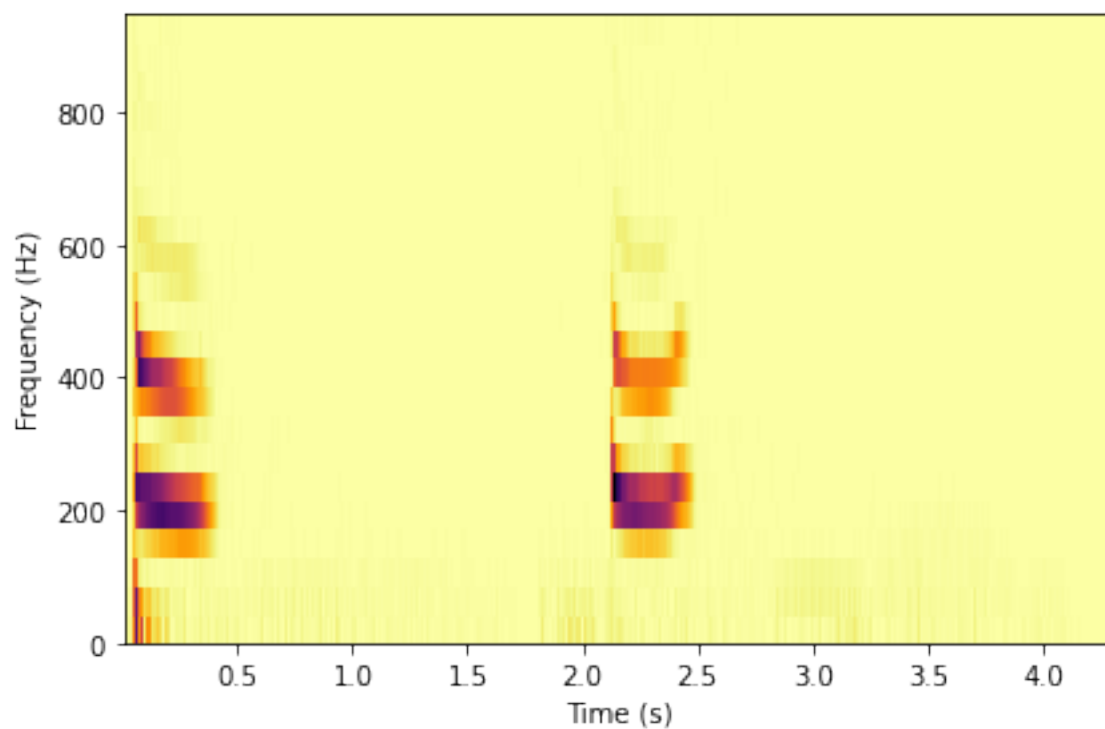


Рисунок 3.14. Спектрограмма гласных звуков

Частоты звука "b"

```

1 seg = wave.segment(start=0, duration=1)
2 seg.make_spectrum().plot(high=1000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')

```

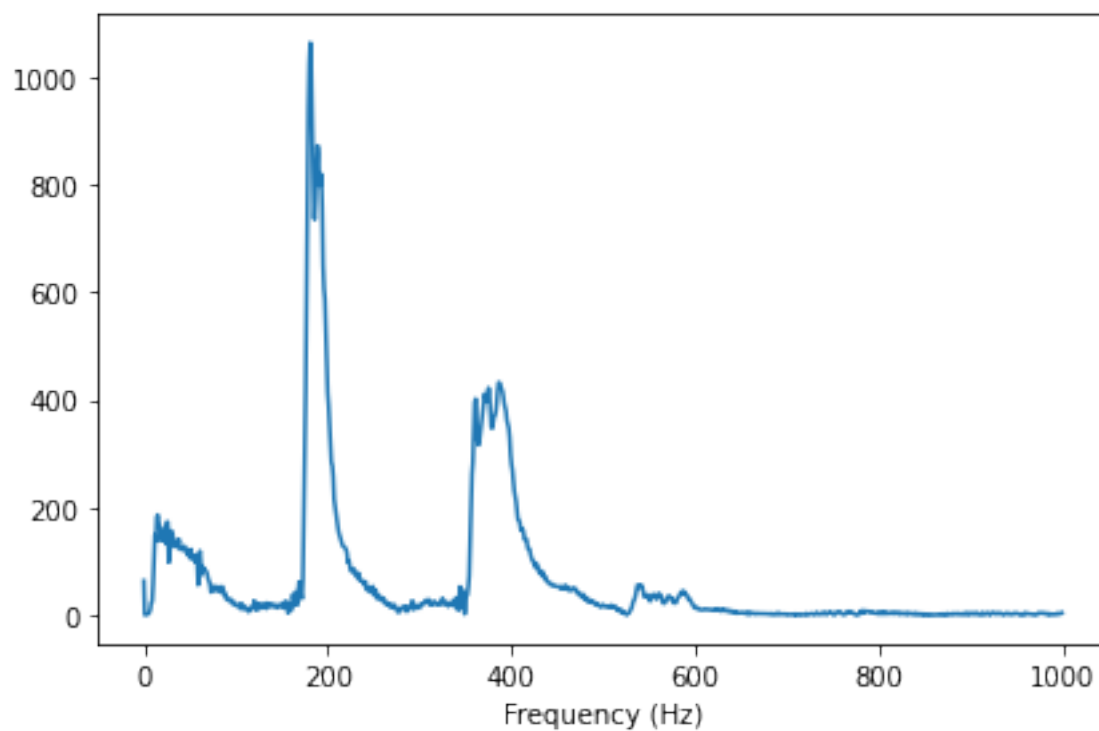


Рисунок 3.15. График частот для звука "b"

### Частоты звука "с"

```
1 seg2 = wave.segment(start=2, duration=3)
2 seg2.make_spectrum().plot(high=1000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)')
```

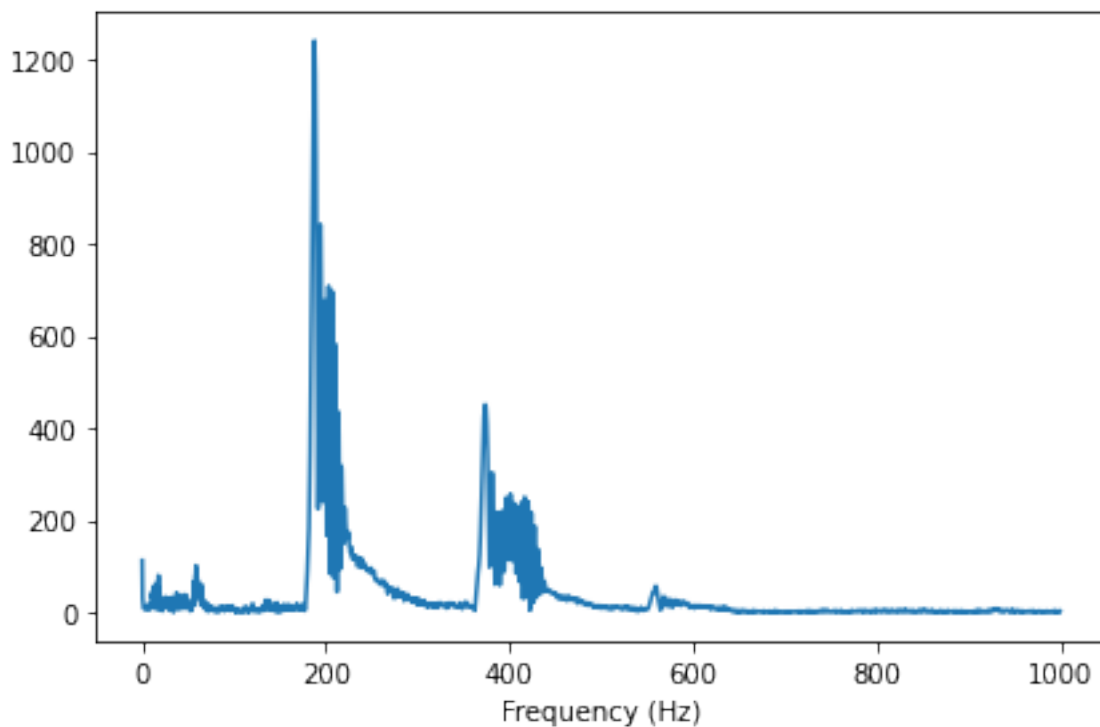


Рисунок 3.16. График частот для звука "с"

### 3.7. Вывод

В этой работе были рассмотрены аperiodические сигналы, частотные компоненты которых изменяются во времени. Также в этой главе были рассмотрены спектрограммы - способ визуализации аperiodических сигналов.

## 4. Шумы

### 4.1. Упражнение 1

«A Soft Murmur» — это веб-сайт, на котором можно послушать множество естественных источников шума, включая дождь, волны, ветер и т. д.

На <http://asoftmurmur.com/about/> вы можете найти их список записей, большинство из которых находится на <http://freesound.org>.

Загрузите несколько таких файлов и вычислите спектр каждого сигнала. Спектр мощности похож на белый шум, розовый шум, или броуновский шум? Как изменяется спектр во времени?

Скачаем некоторые звуки шумов и рассмотрим

```
1
2 if not os.path.exists('457318__stek59__autumn-wind-and-dry-leaves.wav'):
3     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/457318__stek59__autumn-
        wind-and-dry-leaves.wav
4 if not os.path.exists('518863__idomusics__rain.wav'):
5     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/518863__idomusics__rain.
        wav
```

Взяли звуки шума дождя и ветра

```
1 wave_wind = read_wave('457318__stek59__autumn-wind-and-dry-leaves.wav')
2 wave_wind = wave_wind.segment(start = 1, duration = 5)
3 wave_wind.make_audio()
4
5 wave_rain = read_wave('518863__idomusics__rain.wav')
6 wave_rain = wave_rain.segment(start = 0, duration = 4)
7 wave_rain.make_audio()
8
9
10 spec = wave_wind.make_spectrum()
11 spec.plot_power(high = 200)
12 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power')
```

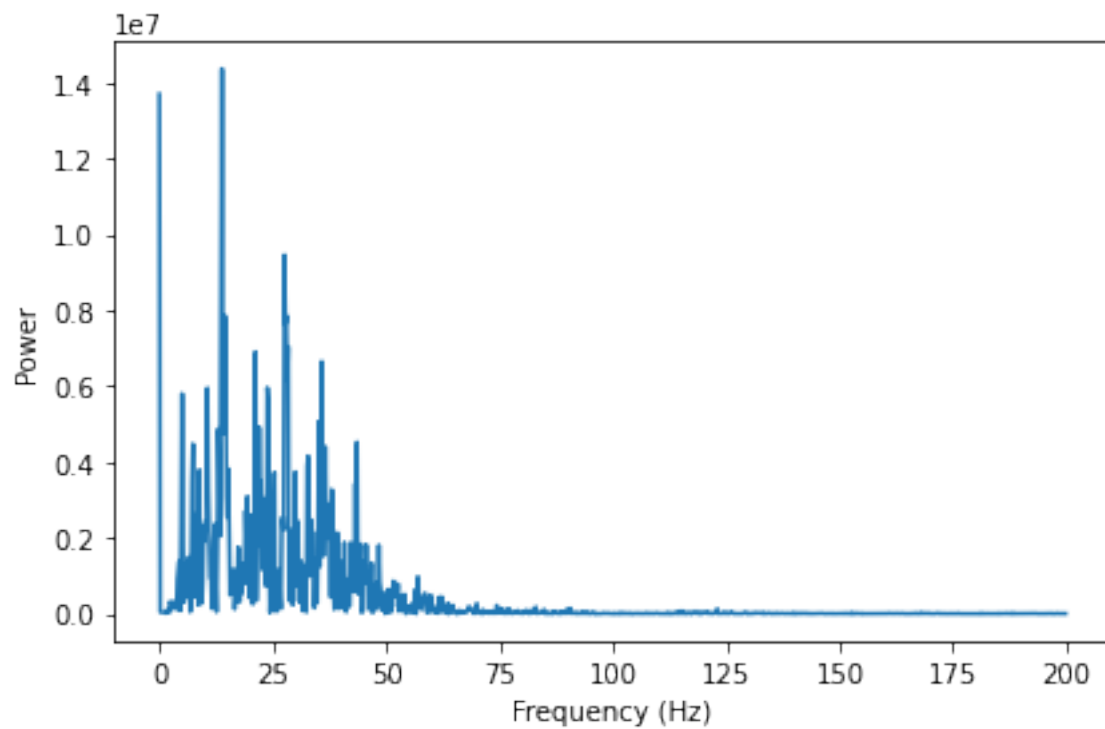


Рисунок 4.1. График сигнала

```

1 spec.plot_power()
2 log_wind = dict(xscale='log', yscale='log')
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **log_wind)

```

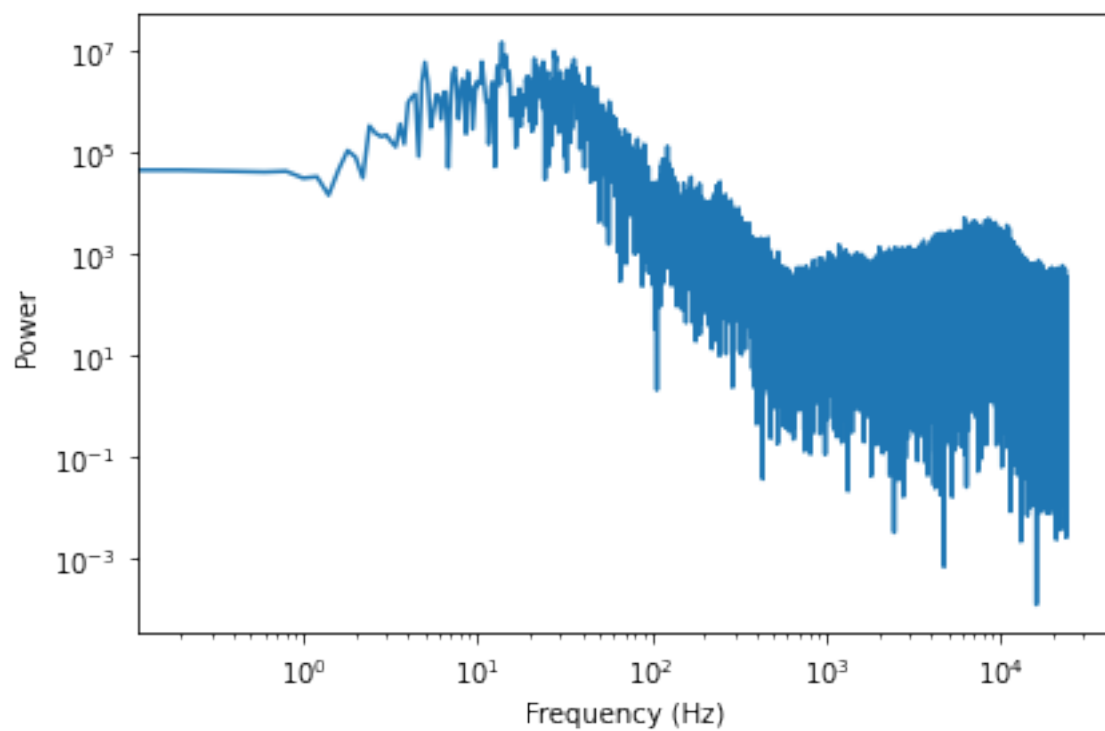


Рисунок 4.2. Спектр в логорифмическом масштабе

Похоже на Броуновский шум

```
1 spec = wave_rain.make_spectrum()  
2 spec.plot_power(high = 200)  
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power')
```

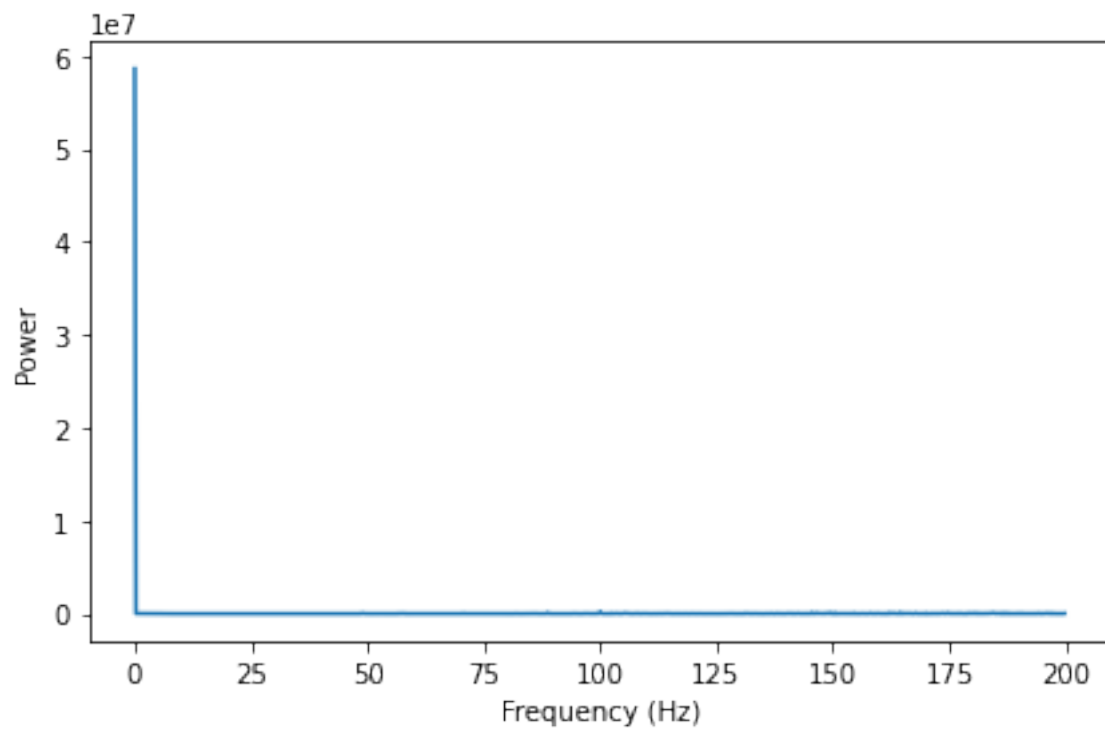


Рисунок 4.3. График сигнала

```
1 spec.plot_power()  
2 log_rain = dict(xscale='log', yscale='log')  
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **log_rain)
```

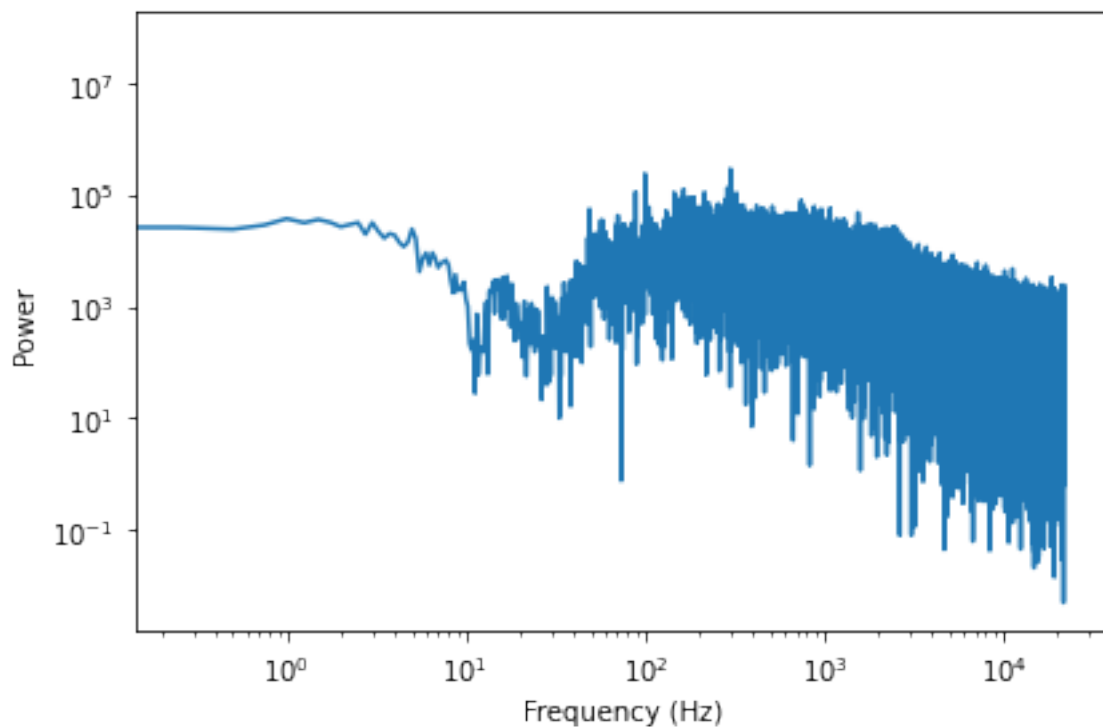


Рисунок 4.4. Спектр в логорифмическом масштабе

Шум дождя тоже

## 4.2. Упражнение 2

Необходимо создать функцию, которая реализует метод Бартлетта

```

1 def bar_method(wave, seg_length = 512, win_flag = True):
2     spectrogramm = wave.make_spectrogram(seg_length, win_flag)
3     spec_vals = spectrogramm.spec_map.values()
4
5     psds = [spectrum.power for spectrum in spec_vals]
6     hs = np.sqrt(sum(psds) / len(psds))
7     fs = next(iter(spec_vals)).fs
8
9     return thinkdsp.Spectrum(hs, fs, wave.framerate)

```

Протестируем

```

1 psd = bar_method(wave_rain)
2 psd.plot_power()
3 log_test_1 = dict(xscale='log', yscale='log')
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **log_test_1)

```

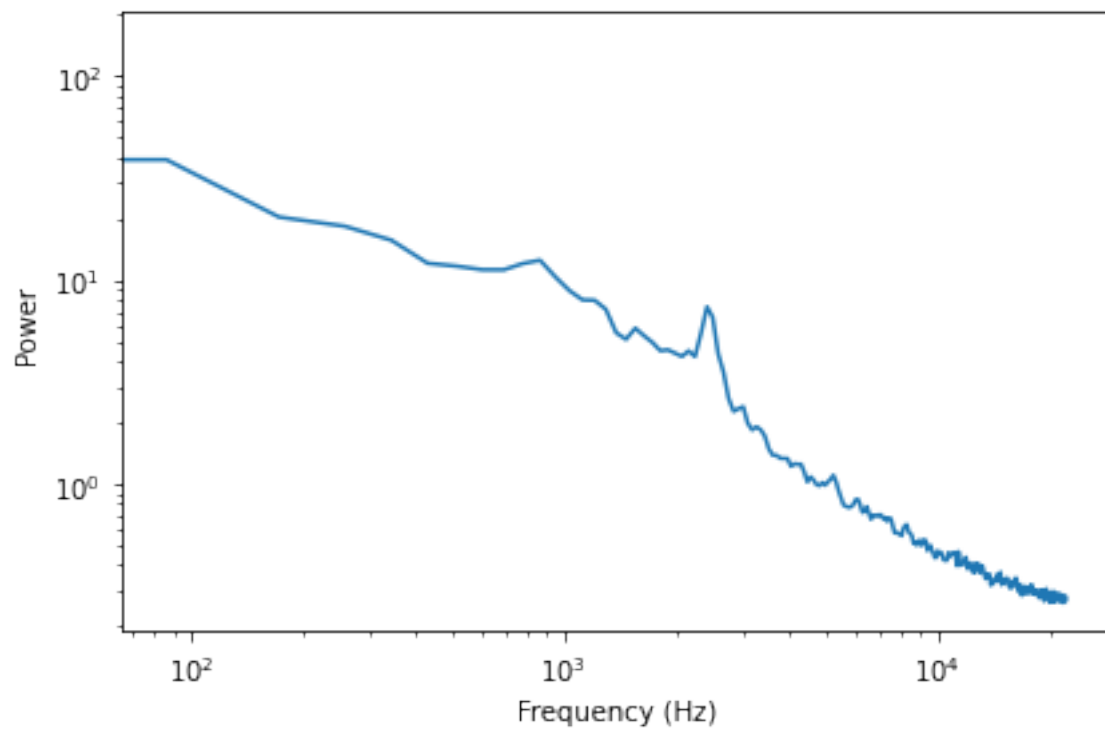


Рисунок 4.5. Результаты применения функции

```

1 psd = bar_method(wave_wind)
2 psd.plot_power()
3 log_test_2 = dict(xscale='log', yscale='log')
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **log_test_2)

```

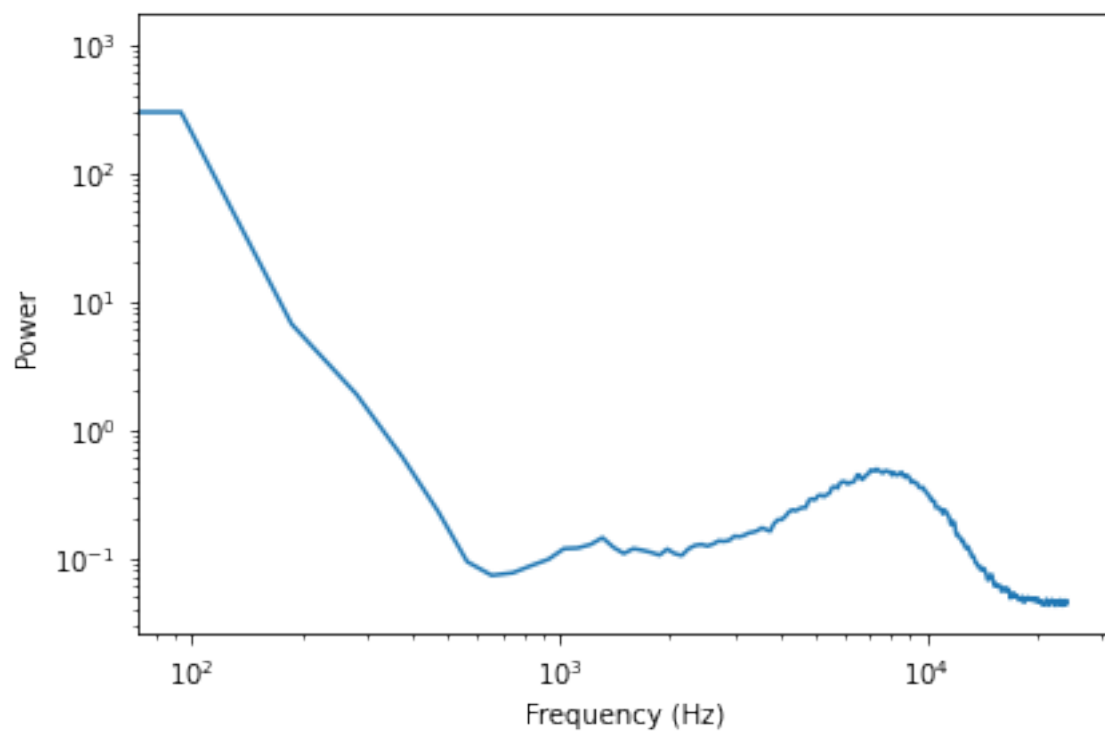


Рисунок 4.6. Результаты применения функции

### 4.3. Упражнение 3

Скачаем данные по цене биткоина и вычислим его спектр

```
1 if not os.path.exists('BTC_USD_2013-10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/BTC_USD_2013
      -10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv
3
4 import pandas as pd
5
6 df = pd.read_csv('BTC_USD_2013-10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv', parse_dates=[0])
7 df
```



	Currency	Date	Closing Price (USD)	24h Open (USD)	24h High (USD)	24h Low (USD)
0	BTC	2013-10-01	123.654990	124.304660	124.751660	122....
1	BTC	2013-10-02	125.455000	123.654990	125.758500	123....
2	BTC	2013-10-03	108.584830	125.455000	125.665660	83....
3	BTC	2013-10-04	118.674660	108.584830	118.675000	107....
4	BTC	2013-10-05	121.338660	118.674660	121.936330	118....
...	...	...	...	...	...	...
2354	BTC	2020-03-22	5884.340133	6187.042146	6431.873162	5802....
2355	BTC	2020-03-23	6455.454688	5829.352511	6620.858253	5694....
2356	BTC	2020-03-24	6784.318011	6455.450650	6863.602196	6406....
2357	BTC	2020-03-25	6706.985089	6784.325204	6981.720386	6488....
2358	BTC	2020-03-26	6721.495392	6697.948320	6796.053701	6537....

2359 rows x 6 columns

Рисунок 4.7. Таблица значений

```
1 ys = df['Closing Price (USD)']
2 ts = df.index
3
4 wave = thinkdsp.Wave(ys, ts, framerate = 1)
5 wave.plot()
6 decorate(xlabel='Дни')
```



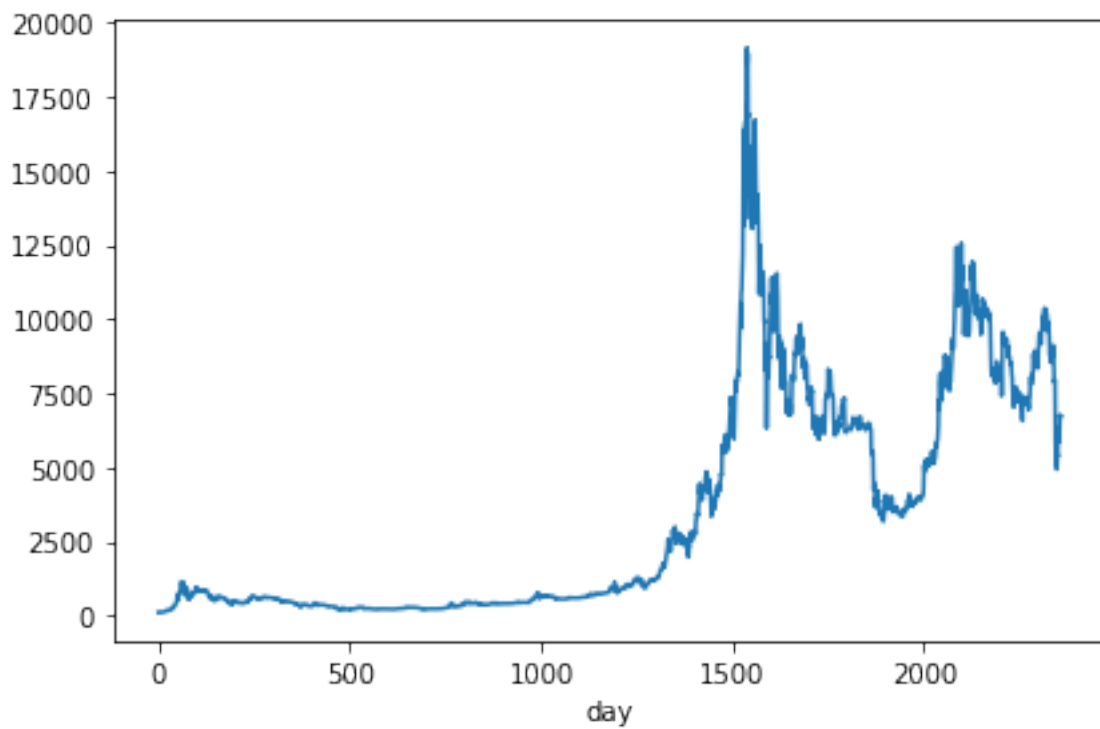


Рисунок 4.8. График цен BitCoin

```

1 spec = wave.make_spectrum()
2 spec.plot_power()
3 loglog = dict(xscale='log', yscale='log')
4 decorate(xlabel='Frequency (1/days)',
5          ylabel='Power',
6          **loglog)

```

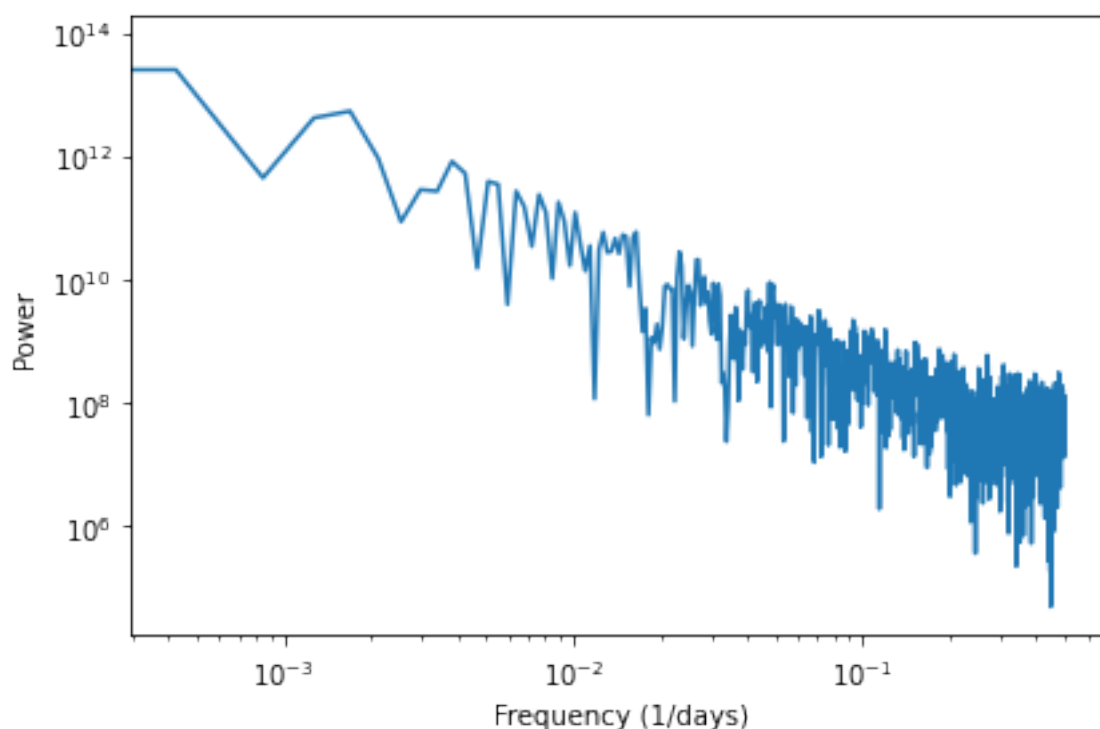


Рисунок 4.9. Спектрограмма цен BitCoin в логорифмическом формате

```
1 spec.estimate_slope()[0]
2
3 -1.7986681316517856
```

Похоже на розовый шум, так как наклон красного -2

## 4.4. Упражнение 4

Счетчик Гейгера — это прибор, который регистрирует радиацию. Когда ионизирующая частица попадает на детектор, он генерирует всплеск тока. Общий вывод в определенный момент времени можно смоделировать как некоррелированный шум Пуассона (UP), где каждая выборка представляет собой случайную величину из распределения Пуассона, которая соответствует количеству частиц, обнаруженных в течение интервала.

Напишем класс `UncorrelatedPoissonNoise` с наследованием от `Noise`

```
1 from thinkdsp import Noise
2
3 class UncorrelatedPoissonNoise(Noise):
4     def evaluate(self, ts):
5         ys = np.random.poisson(self.amp, len(ts))
6         return ys
```

Проверим работу класса на значениях малой и большой амплитуды

```
1 signal = UncorrelatedPoissonNoise(amp = 0.001)
2 wave = signal.make_wave(duration = 2, framerate = 10000)
3 wave.make_audio()
4
5 spec = wave.make_spectrum()
6 spec.plot_power()
7 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **loglog)
```

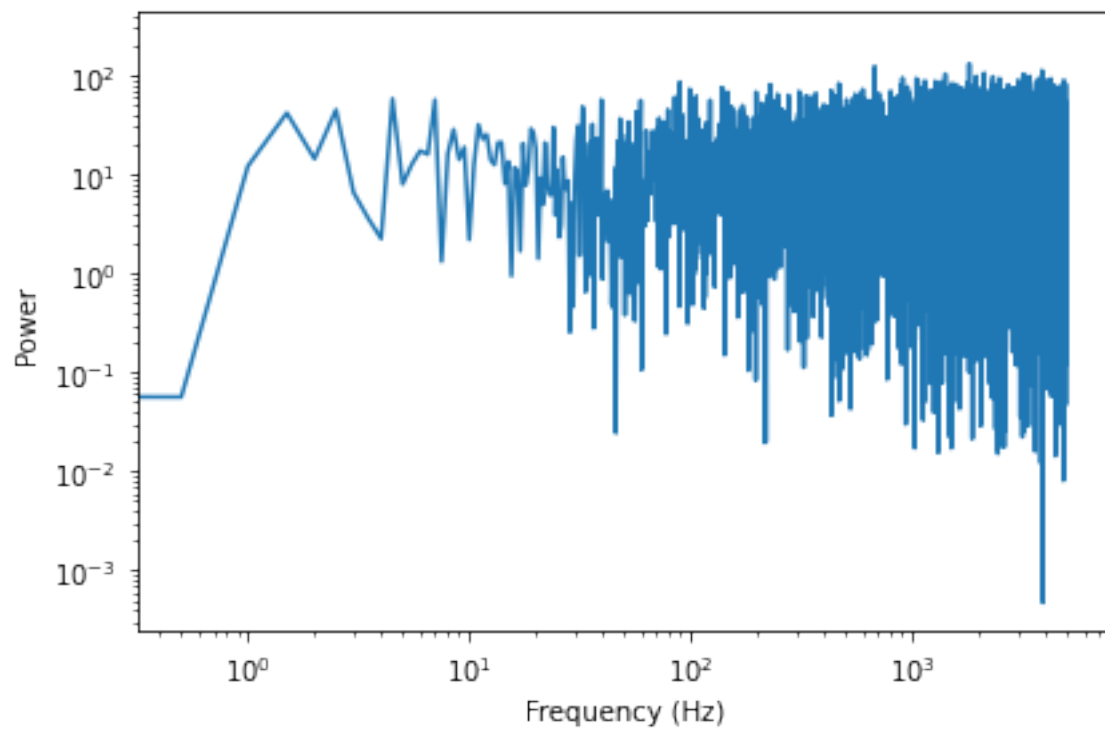


Рисунок 4.10. Получившийся спектр сигнала

Теперь создадим такой же сигнал, но с большей амплитудой

```

1 signal = UncorrelatedPoissonNoise(amp = 0.1)
2 wave = signal.make_wave(duration = 2, framerate = 10000)
3 wave.make_audio()
4
5 spec = wave.make_spectrum()
6 spec.plot_power()
7 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **loglog)

```

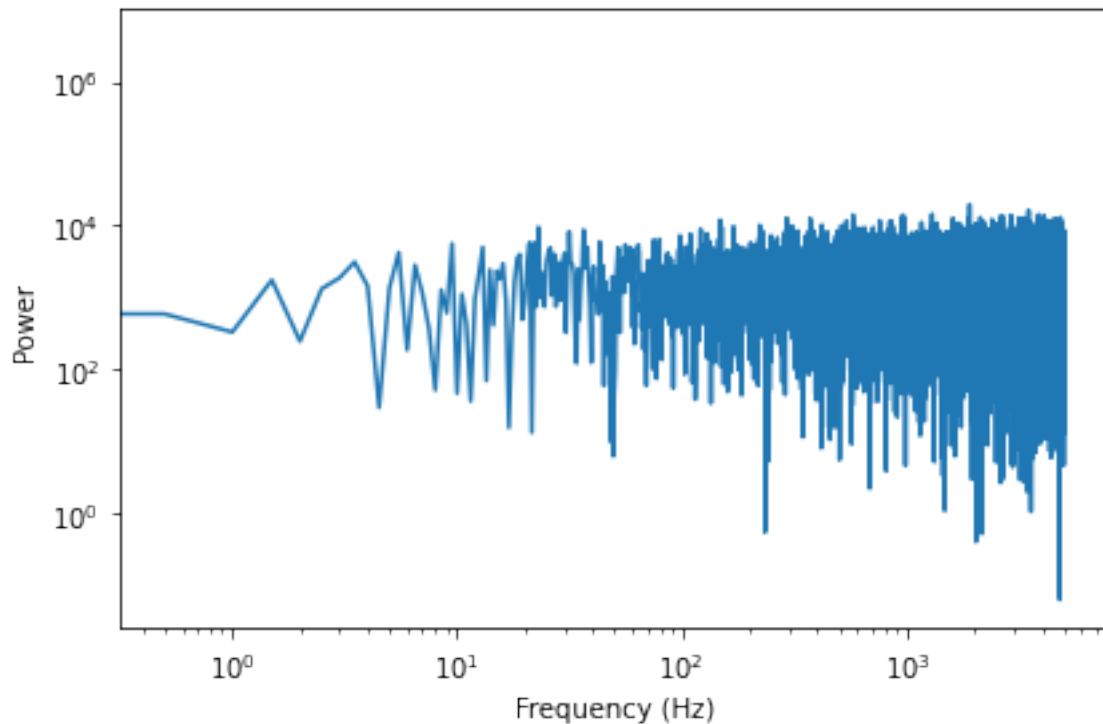


Рисунок 4.11. Получившийся спектр сигнала

При малой амплитуде слышим треск как счетчик Гейгера, при большой, он становится похож на белый шум

## 4.5. Упражнение 5

В этой главе описан алгоритм генерации розового шума. Концептуально простой, но вычислительно затратный. Есть более эффективные альтернативы, такие как алгоритм Восса-Маккартни.

Исследуйте этот метод, реализуйте его, вычислите спектр и подтвердите, что он имеет желаемое отношение между мощностью и частотой.

Создадим функцию `voss`.

```

1 def voss(nrows, ncols=16):
2
3     array = np.empty((nrows, ncols))
4     array.fill(np.nan)
5     array[0, :] = np.random.random(ncols)
6     array[:, 0] = np.random.random(nrows)
7
8     n = nrows
9     cols = np.random.geometric(0.5, n)
10    cols[cols >= ncols] = 0
11    rows = np.random.randint(nrows, size=n)
12    array[rows, cols] = np.random.random(n)
13
14    df = pd.DataFrame(array)
15    df.fillna(method='ffill', axis=0, inplace=True)
16    total = df.sum(axis=1)
17
18    return total.values

```

Протестируем

```
1 ys = voss(10000)
2 ys
3
4 array([8.05587101, 6.94436007, 6.57274844, ..., 7.95820399, 8.83511144,
5        8.77457504])
6
7 wave = thinkdsp.Wave(ys)
8 wave.unbias()
9 wave.normalize()
10 wave.plot()
```

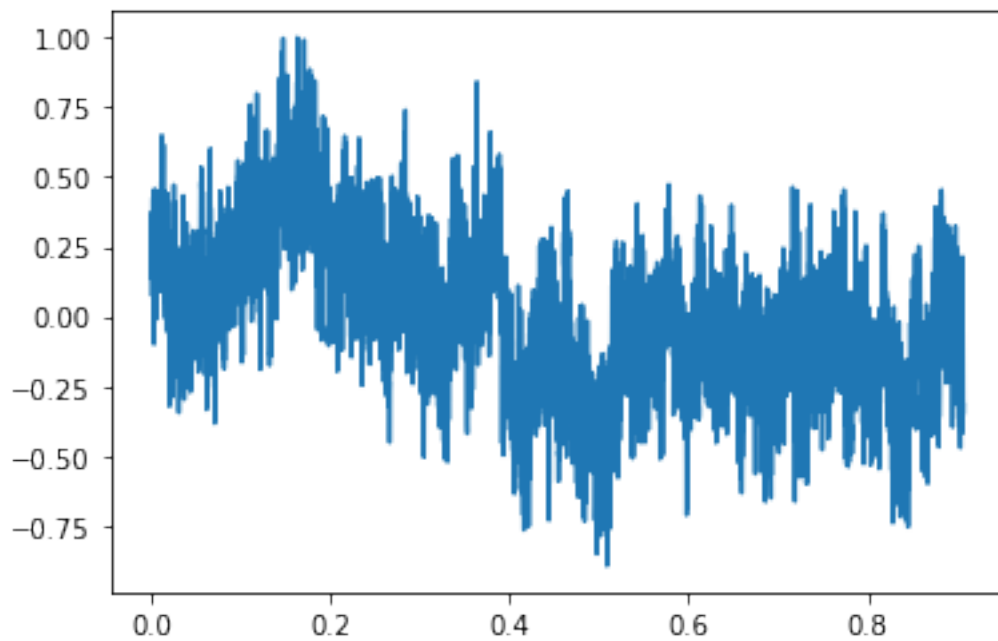


Рисунок 4.12. Сгенерированный сигнал

Получаем какой-то случайный шум

```
1 spec = wave.make_spectrum()
2 spec.hs[0] = 0
3 spec.plot_power()
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **loglog)
```

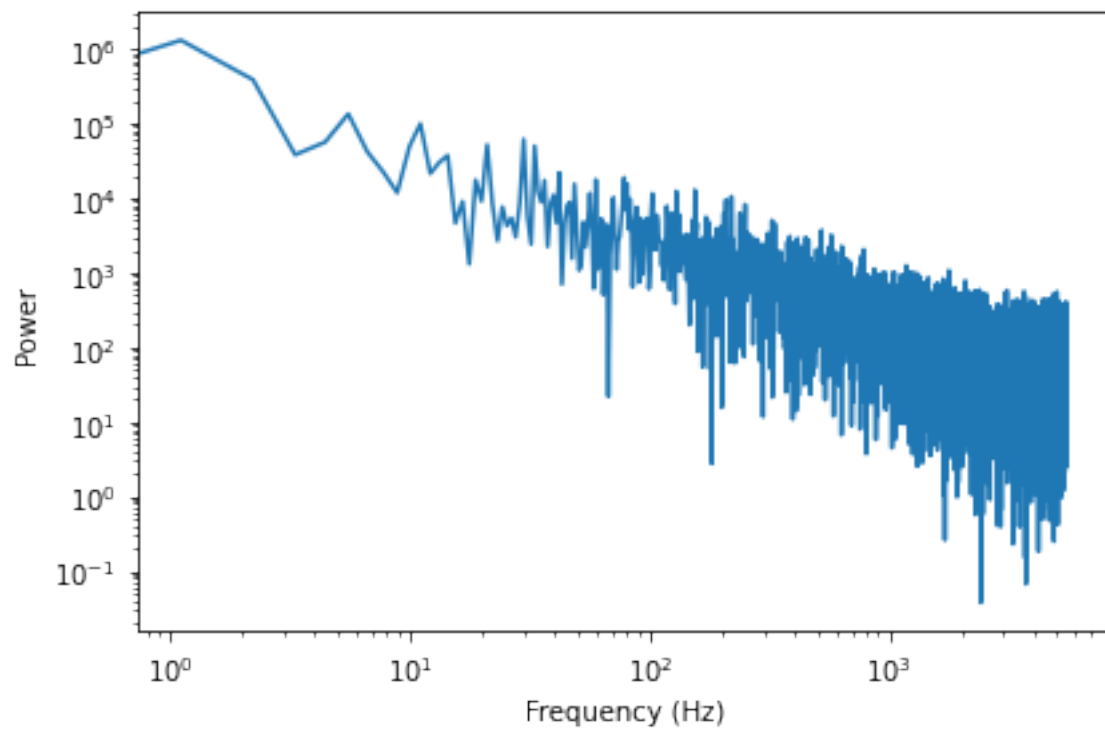


Рисунок 4.13. Спектр полученного шума

```
1 spec.estimate_slope().slope
2
3 -1.0346367430959535
```

Расчетный наклон близок к -1. Проверим на методе Бартлетта

```
1 spec_2 = bar_method(wave, seg_length=8000, win_flag=False)
2 spec_2.hs[0] = 0
3 spec_2.plot_power()
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Power', **loglog)
```

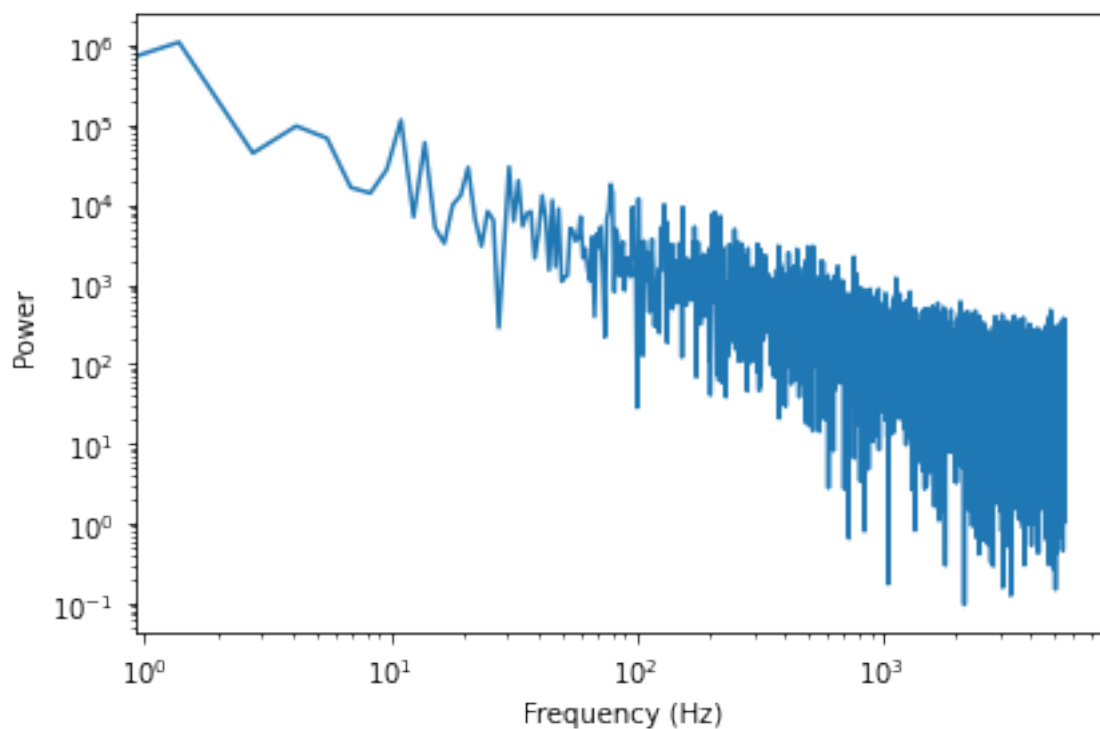


Рисунок 4.14. Спектр средней мощности шума

```

1 spec_2.estimate_slope().slope
2
3 -1.0262915371386319

```

Получаем значение чуть ближе к -1

## 4.6. Вывод

В этой работе был рассмотрен шум. Шум - сигнал, содержащий компоненты с самыми разными частотами, но не имеющий гармонической структуры периодических сигналов, рассмотренных в предыдущих работах.

## 5. Автокорреляция

### 5.1. Упражнение 1

Оценка вокального чирпа для нескольких времён начала сегмента. Возьмем пение птицы

```
1 if not os.path.exists('456440__inspectorj__bird-whistling-robin-single-13.wav'):
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/456440__inspectorj__bird-
3         whistling-robin-single-13.wav
4 wave = read_wave('456440__inspectorj__bird-whistling-robin-single-13.wav')
5
6 wave.normalize()
7 wave.make_audio()
8
9 duration = 0.01
10 segment1 = wave.segment(start=0.24, duration=duration)
11 segment1.plot()
12 segment2 = wave.segment(start=0.26, duration=duration)
13 segment2.plot()
14 segment3 = wave.segment(start=0.28, duration=duration)
15 segment3.plot()
```

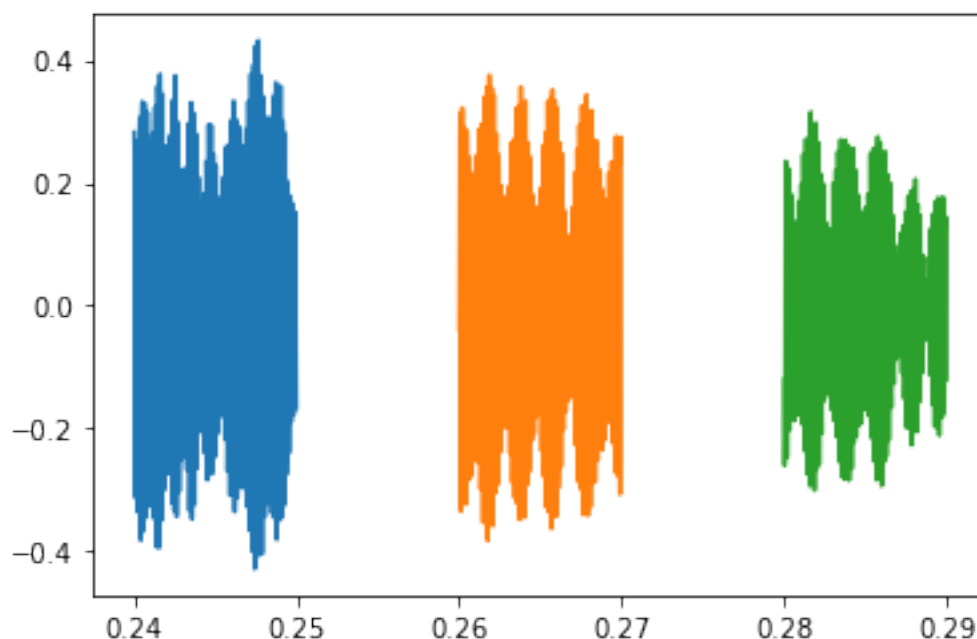


Рисунок 5.1. График выбранных сегментов

Используем автокорреляцию для поиска высоты тона

```
1 lags1, corrs1 = autocorr(segment1)
2 plt.plot(lags1, corrs1, color='green')
3 decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation', ylim=[-1, 1])
4
5 lags2, corrs2 = autocorr(segment2)
6 plt.plot(lags2, corrs2)
7 decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation', ylim=[-1, 1])
8
```



```

9 lags3, corrs3 = autocorr(segment3)
10 plt.plot(lags3, corrs3, color='red')
11 decorate(xlabel='Lag (index)', ylabel='Correlation', ylim=[-1, 1])

```

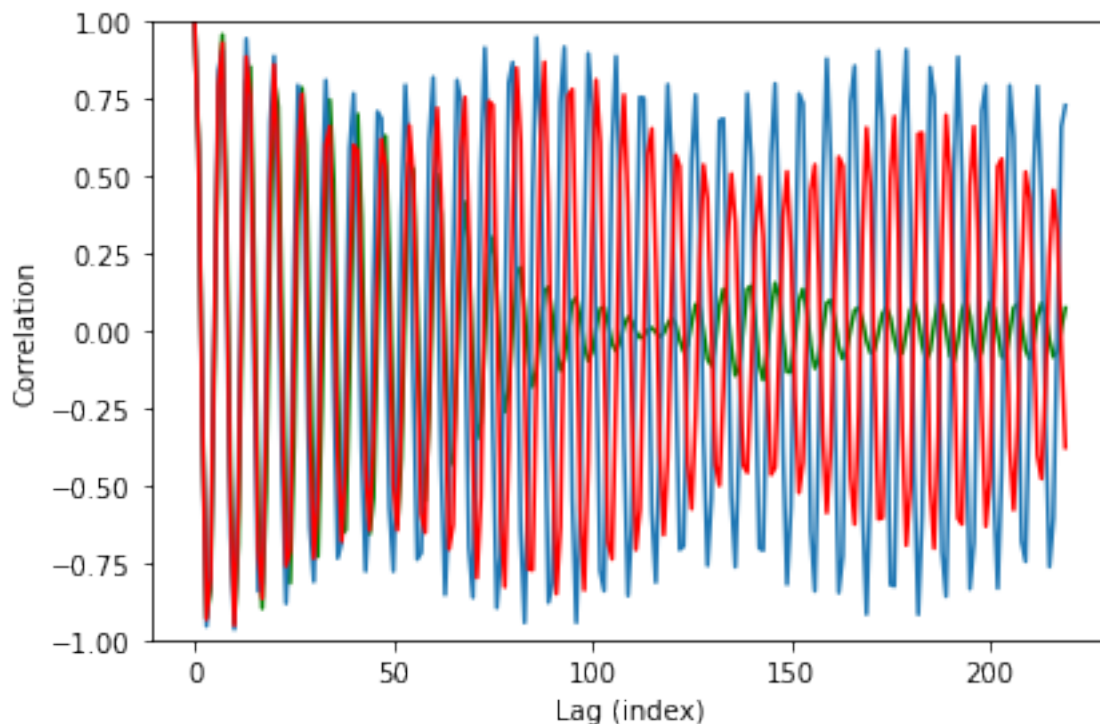


Рисунок 5.2. Автокорреляция сигналов

Вычислим значения Lags, периоды и Fmax

```

1 low, high = 50, 200
2 lag1 = np.array(corrs1[low:high]).argmax() + low
3
4 low, high = 50, 200
5 lag2 = np.array(corrs2[low:high]).argmax() + low
6
7 low, high = 50, 200
8 lag3 = np.array(corrs3[low:high]).argmax() + low
9
10 lag1, lag2, lag3
11
12 (54, 86, 88)
13
14 period1 = lag1 / segment1.framerate
15 period2 = lag2 / segment2.framerate
16 period3 = lag3 / segment3.framerate
17 period1, period2, period3
18
19 (0.0012244897959183673, 0.0019501133786848073, 0.00199546485260771)
20
21 frequency1 = 1 / period1
22 frequency2 = 1 / period2
23 frequency3 = 1 / period3
24 frequency1, frequency2, frequency3
25
26 (816.6666666666667, 512.7906976744185, 501.1363636363636)

```

## 5.2. Упражнение 2

Пример кода в `chap05.ipynb` показывает, как использовать автокорреляцию для оценки основной частоты периодического сигнала. Инкапсулируйте этот код в функцию `estimate_fundamental`.

Инкапсулируем код для оценки основной частоты периодического сигнала из `chap05.ipynb` в функцию `estimate_fundamental`

```
1 wave.make_audio()
```

Построим спектограмму

```
1 wave.make_spectrogram(2048).plot(high = 4200)
```

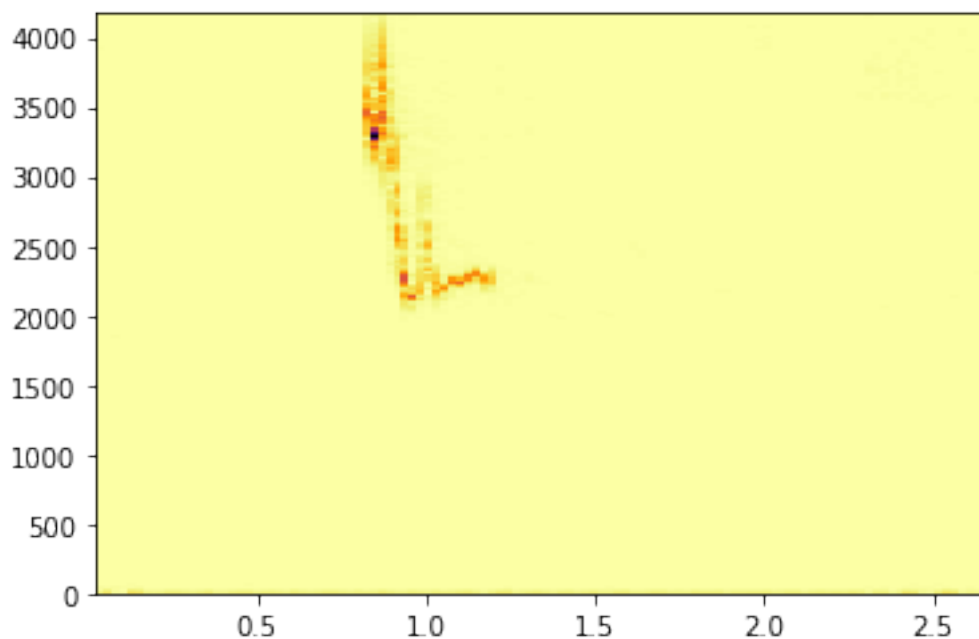


Рисунок 5.3. Спектрограмма записи

Используем функцию `estimate_fundamental`

```
1 def estimate_fundamental(segment, low=70, high=200):
2     lags, corrs = autocorr(segment)
3     lag = np.array(corrs[low:high]).argmax() + low
4     period = lag / segment framerate
5     frequency = 1 / period
6     return frequency
7
8 duration = 0.01
9 segment = wave.segment(start=0.1, duration=duration)
10 freq = estimate_fundamental(segment)
11 freq
12
13 383.4782608695652
```

В цикле отследим пик по всему звуку. `ts` - это середина каждого сегмента

```
1 step = 0.05
2 starts = np.arange(0.0, 1.4, step)
3
4 ts = []
```

```

5 freqs = []
6
7 for start in starts:
8     ts.append(start + step/2)
9     segment = wave.segment(start=start, duration=duration)
10    freq = estimate_fundamental(segment)
11    freqs.append(freq)

```

Синяя линия на графике наложена на спектограмму и показывает отслеживание высоты тона

```

1 wave.make_spectrogram(2048).plot(high = 900)
2 plt.plot(ts, freqs, color='blue')
3 decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')

```

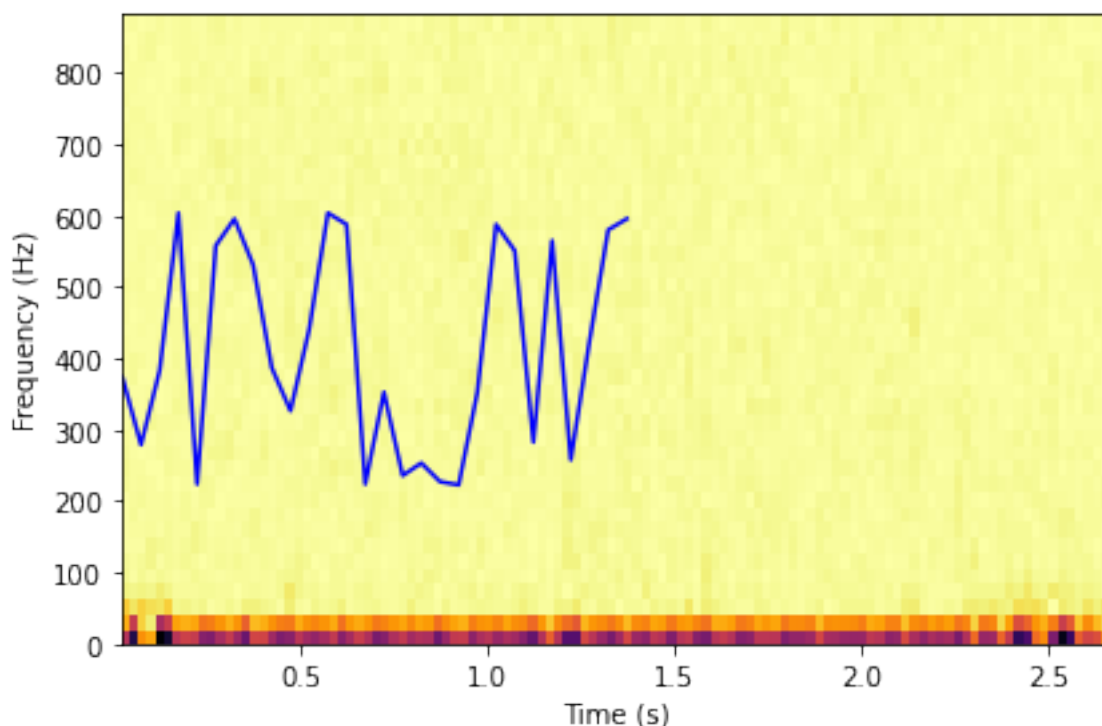


Рисунок 5.4. Результат

### 5.3. Упражнение 3

Возьмем данные о BitCoin из прошлой лабораторной работы и вычислим для этих данных автокорреляцию цен

```

1 if not os.path.exists('BTC_USD_2013-10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/BTC_USD_2013-10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv
3
4 import pandas as pd
5
6 df = pd.read_csv('BTC_USD_2013-10-01_2020-03-26-CoinDesk.csv', parse_dates=[0])
7 df

```

	Currency	Date	Closing Price (USD)	24h Open (USD)	24h High (USD)	24h Low (USD)
0	BTC	2013-10-01	123.654990	124.304660	124.751660	122.563490
1	BTC	2013-10-02	125.455000	123.654990	125.758500	123.633830
2	BTC	2013-10-03	108.584830	125.455000	125.665660	83.328330
3	BTC	2013-10-04	118.674660	108.584830	118.675000	107.058160
4	BTC	2013-10-05	121.338660	118.674660	121.936330	118.005660
...	...	...	...	...	...	...
2354	BTC	2020-03-22	5884.340133	6187.042146	6431.873162	5802.553402
2355	BTC	2020-03-23	6455.454688	5829.352511	6620.858253	5694.198299
2356	BTC	2020-03-24	6784.318011	6455.450650	6863.602196	6406.037439
2357	BTC	2020-03-25	6706.985089	6784.325204	6981.720386	6488.111885
2358	BTC	2020-03-26	6721.495392	6697.948320	6796.053701	6537.856462

Рисунок 5.5. Таблица цены на BitCoin

Вычислим автокорреляцию:

```

1 ys = df['Closing Price (USD)']
2 ts = df.index
3
4 wave = Wave(ys, ts, framerate = 1)
5 wave.plot()
6 decorate(xlabel='Дни')
```

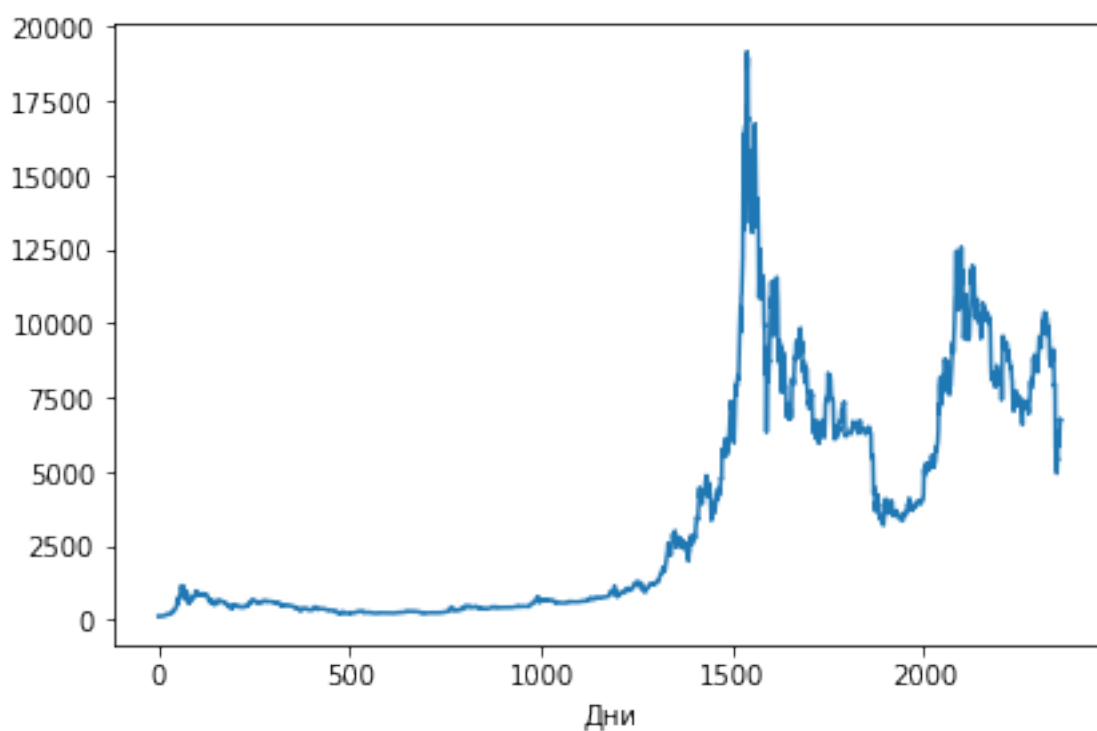


Рисунок 5.6. График цен на BitCoin

```
1 lags, corrs = autocorr(wave)
2 plt.plot(lags, corrs)
```

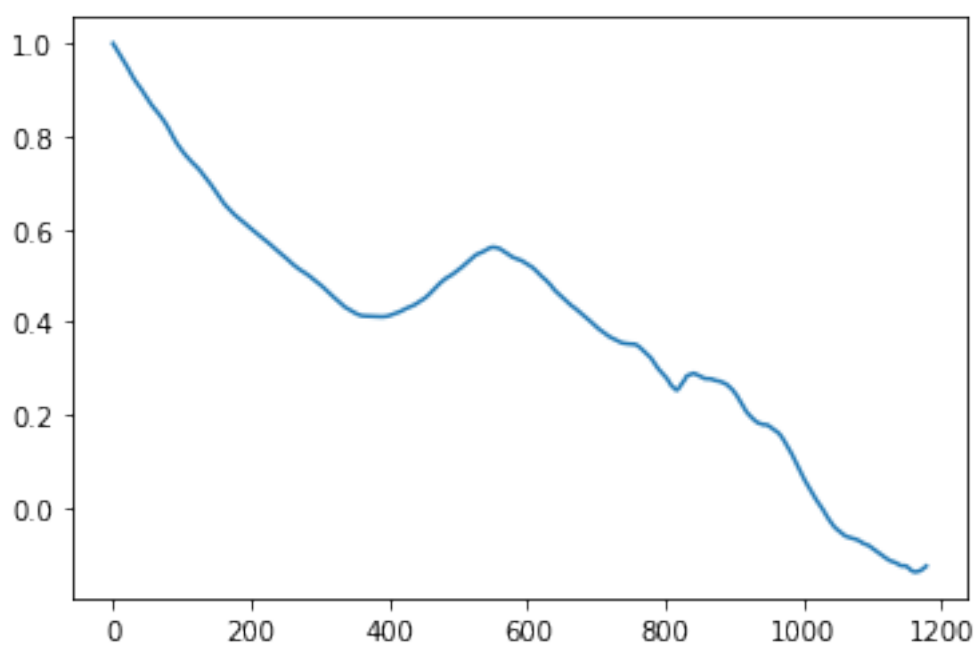


Рисунок 5.7. Автокорреляция функции цены на BitCoin

Исходя из графика видно, что он постепенно снижается и похож на розовый шум. Также присутствует умеренная корреляция на 550 дне и 820. Теперь вычислим корреляцию на основе функции `pr.correlate`, она не смещает и нормализует волну.

```

1 corrs2 = np.correlate(wave.ys, wave.ys, mode = 'same')
2 lags = np.arange(-len(wave) // 2, len(wave) // 2)
3 plt.plot(lags, corrs2)

```

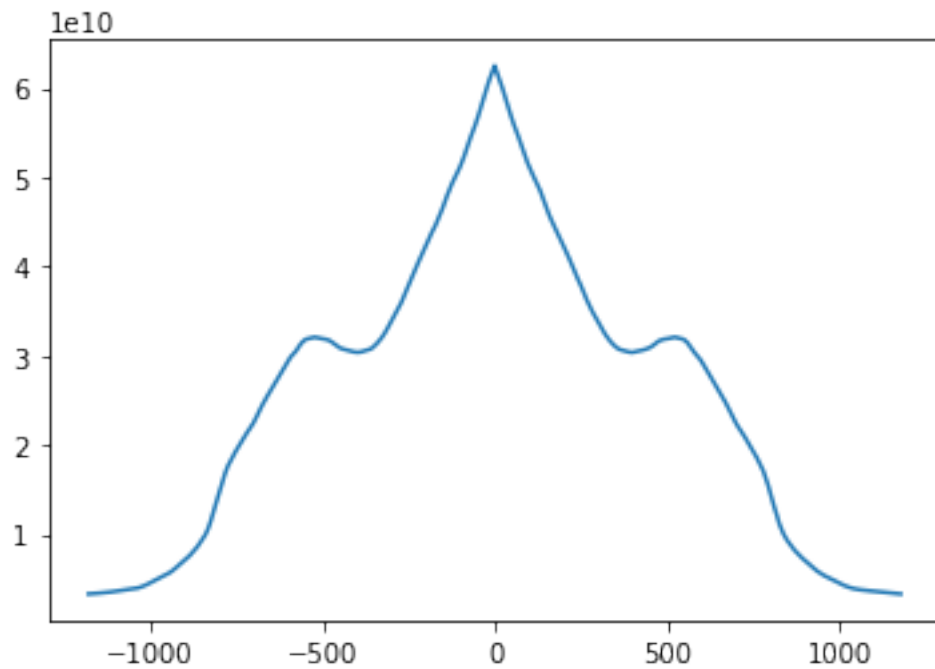


Рисунок 5.8. Автокорреляция функции цены на BitCoin при помощи np.correlate

Вторая часть результатов (правая) соответствует положительным интервалам lags

```

1 N = len(corrs2)
2 half = corrs[N//4:]
3 plt.plot(half)

```

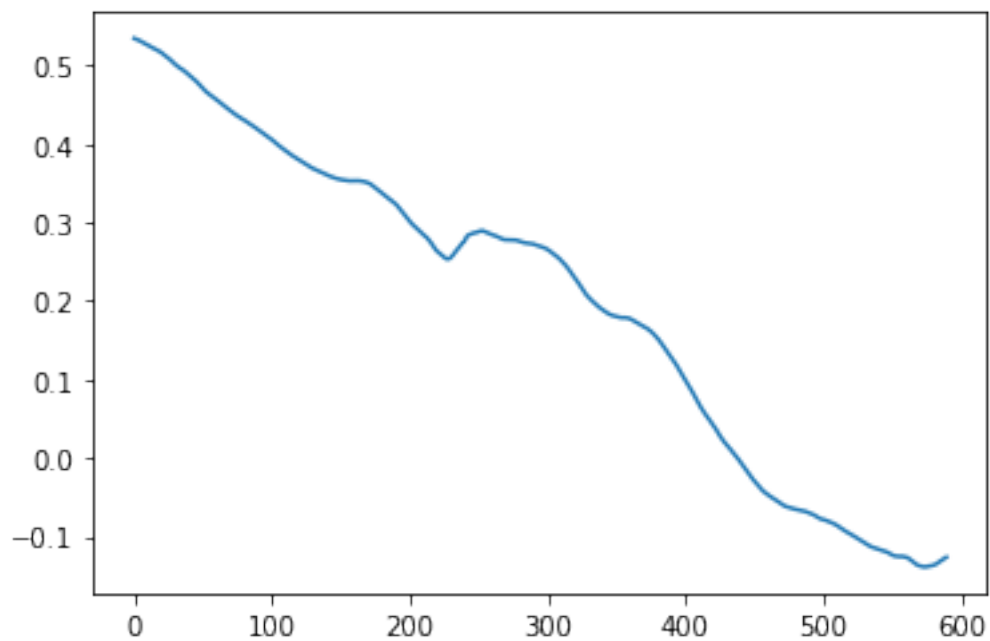


Рисунок 5.9. Правая часть результатов

## 5.4. Упражнение 4

В репозитории Jupyter есть блокнот `saxophone.inupb`, в котором исследуется автокорреляция, восприятие высоты тона и явление, называемое подавленная основная. Прочтите этот блокнот и "погоняйте" примеры. Выберите другой сегмент записи и вновь поработайте с примерами

```
1 if not os.path.exists('100475__iluppai__saxophone-weep.wav'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/100475
      __iluppai__saxophone-weep.wav
3
4 wave = read_wave('100475__iluppai__saxophone-weep.wav')
5 wave.normalize()
6 wave.make_audio()
```

Построим спектрограмму

```
1 wave.make_spectrogram(1024).plot(high = 3000)
2 decorate(xlabel='Time (s)', ylabel='Frequency (Hz)')
```

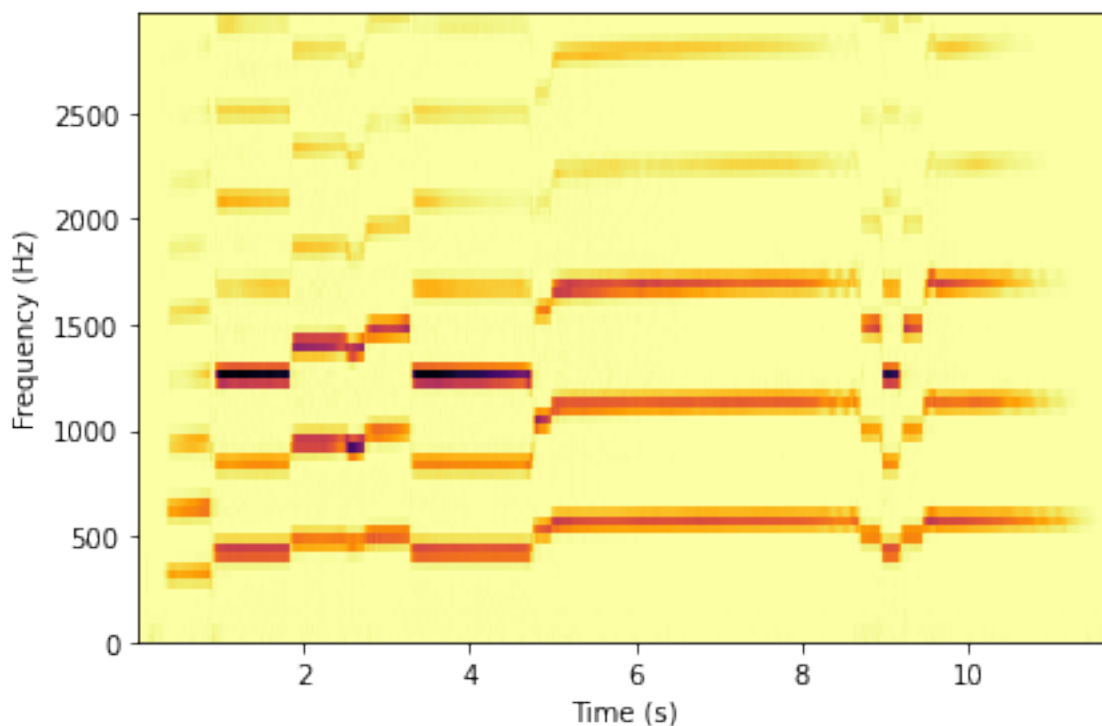


Рисунок 5.10. Спектрограмма звука

На графике видна гармоническая структура во времени

Теперь возьмем некоторый сегмент и "прогоним" его через функции из блокнота

```
1 segment = wave.segment(start=1, duration=0.2)
2 segment.make_audio()
3
4 spectrum = segment.make_spectrum()
5 spectrum.plot(high=4000)
6 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

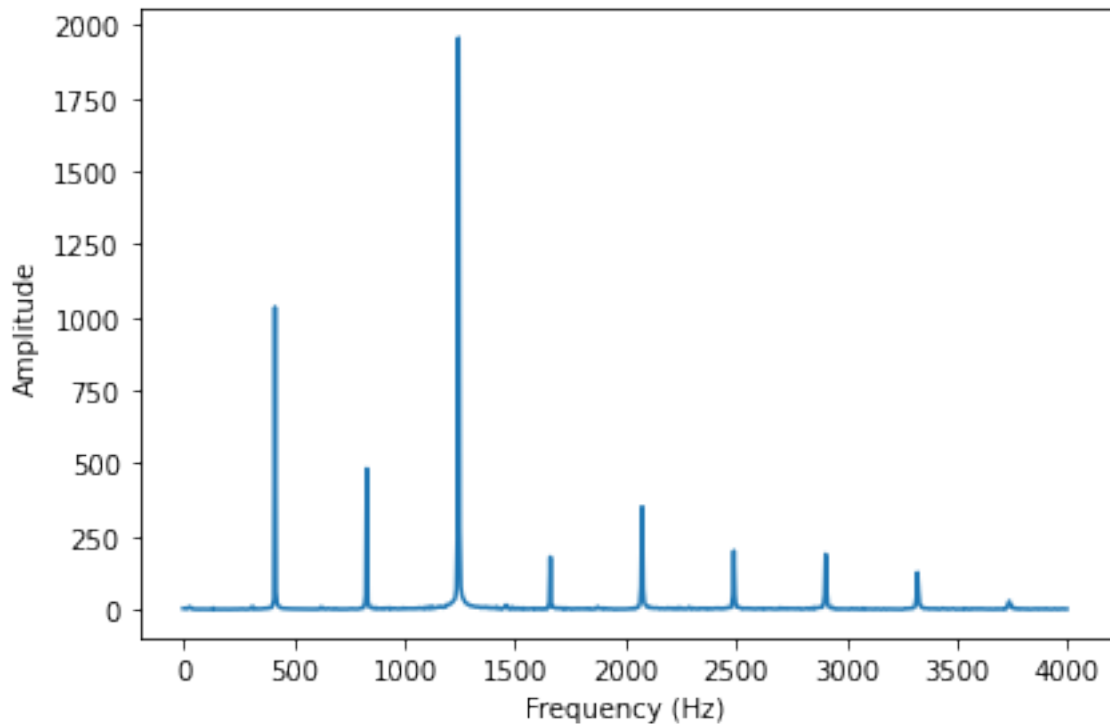


Рисунок 5.11. Спектр звука

Данный спектр похож на спектр квадратного сигнала. Пики находятся на 1245, 415 и 830 Гц

```
1 spectrum.peaks()[:10]
2
3 [(1956.703292712428, 1245.0),
4  (1034.570299739157, 415.0),
5  (481.52480153206335, 830.0),
6  (351.0776583833776, 2075.0),
7  (275.4196733573752, 1250.0),
8  (264.72288947314, 1240.0),
9  (200.51232139688983, 2490.0),
10 (188.9737445345148, 2905.0),
11 (179.39558697128783, 1660.0),
12 (126.34825373317715, 3320.0)]
```

Теперь сравним наш сигнал с треугольным, у которого такая же низкая частота пика

```
1 from thinkdsp import TriangleSignal
2
3 TriangleSignal(freq=415).make_wave(duration=0.2).make_audio()
```

Воспользуемся автокорреляцией для понимания основной частоты

```
1 def autocorr2(segment):
2     corrs = np.correlate(segment.ys, segment.ys, mode='same')
3     N = len(corrs)
4     lengths = range(N, N//2, -1)
5
6     half = corrs[N//2:].copy()
7     half /= lengths
8     half /= half[0]
9     return half
```



```

10
11 corrs = autocorr2(segment)
12 plt.plot(corrs[:500])

```

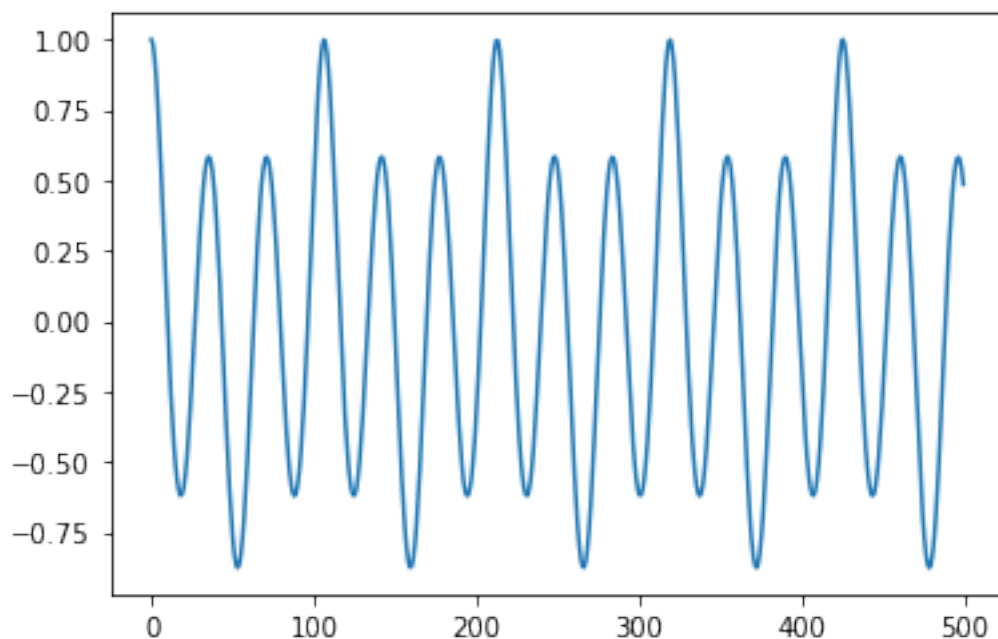


Рисунок 5.12. Автокорреляция

Исходя из графика видны пики рядом с lag 100

Теперь найдем основную частоту

```

1 estimate_fundamental(segment)
2
3 416.0377358490566

```

Попробуем убрать основной тон, что лучше воспринимать звук

```

1 spec2 = segment.make_spectrum()
2 spec2.high_pass(600)
3 spec2.plot(high=5000)
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')

```

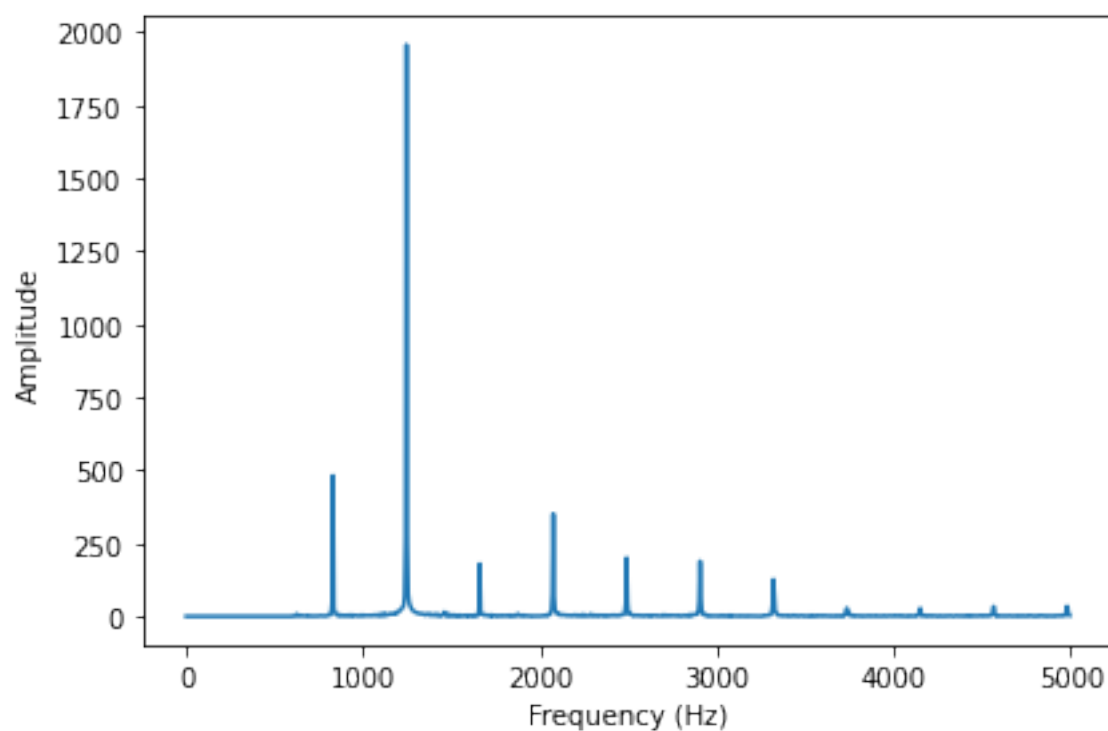


Рисунок 5.13. Спектр сигнала

```
1 segment2 = spec2.make_wave()  
2 segment2.make_audio()
```

Звук воспринимается также

Это явление называется *missing fundamental*. Чтобы понять то, что мы слышим частоту, которой нет, можно снова использовать автокорреляцию.

```
1 corrs = autocorr2(segment2)  
2 plt.plot(corrs[:500])
```

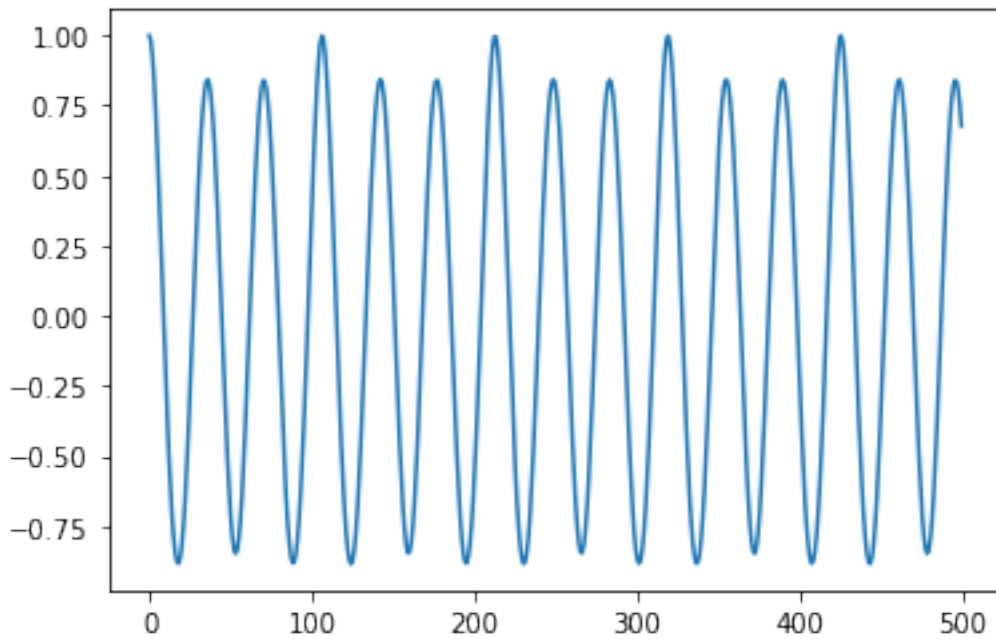


Рисунок 5.14. Автокорреляция

```
1 estimate_fundamental(segment2)
2
3 416.0377358490566
```

Получились одинаковые значения, так как более высокие компоненты сигнала являются гармониками 416Гц

Исходя из проведенных опытов можно сделать вывод, что восприятие выюсты тона основано не только на спектральном анализе, но и на вычислении АКФ.

## 5.5. Вывод

В данной главе была изучена корреляция и её роль в сигналах. Также на пратике был обработан сигнал с "missing fundamental". Когда мы убирали основной тон, всё равно звук звучал также.

## 6. Дискретное косинусное преобразование

### 6.1. Упражнение 1

Убедимся в том, что `analyze1` требует времени пропорционально  $n^3$ , `analyze2`  $n^2$ .

```
1 def analyze1(ys, fs, ts):
2     args = np.outer(ts, fs)
3     M = np.cos(PI2 * args)
4     amps = np.linalg.solve(M, ys)
5     return amps
6
7 def analyze2(ys, fs, ts):
8     args = np.outer(ts, fs)
9     M = np.cos(PI2 * args)
10    amps = M.dot(ys) / 2
11    return amps
```

Возьмем сигнал шума и массив, состоящий из степеней двойки

```
1 from thinkdsp import UncorrelatedGaussianNoise
2
3 signal = UncorrelatedGaussianNoise()
4 noise = signal.make_wave(duration = 1.0, framerate = 8192)
5 noise.ys.shape
6
7 (8192,)
8
9 ns = 2 ** np.arange(6, 14)
10 ns
11
12 array([ 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192])
```

Напишем функцию `plotbests`,

```
1 from scipy.stats import linregress
2
3 def plot_bests(bests):
4     plt.plot(ns, bests)
5     loglog = dict(xscale='log', yscale='log')
6     decorate(xlabel='Wave length (N)', ylabel='Time (s)', **loglog)
7     x = np.log(ns)
8     y = np.log(bests)
9     t = linregress(x, y)
10    slope = t[0]
11
12    return slope
```

Вычислим результат для `analyze1`

```
1 results = []
2 for N in ns:
3     print(N)
4     ts = (0.5 + np.arange(N)) / N
5     freqs = (0.5 + np.arange(N)) / 2
6     ys = noise.ys[:N]
7     result = %timeit -r1 -o analyze1(ys, freqs, ts)
8     results.append(result)
9
10 bests = [result.best for result in results]
```

```

11 plot_best(bests)
12
13 64
14 The slowest run took 4.21 times longer than the fastest. This could mean that an
    intermediate result is being cached.
15 1000 loops, best of 1: 243 µs per loop
16 128
17 1000 loops, best of 1: 818 µs per loop
18 256
19 100 loops, best of 1: 3.57 ms per loop
20 512
21 100 loops, best of 1: 18.1 ms per loop
22 1024
23 10 loops, best of 1: 73.7 ms per loop
24 2048
25 1 loop, best of 1: 549 ms per loop
26 4096
27 1 loop, best of 1: 3.68 s per loop
28 8192
29 1 loop, best of 1: 24.4 s per loop
30 2.3906127505491934

```

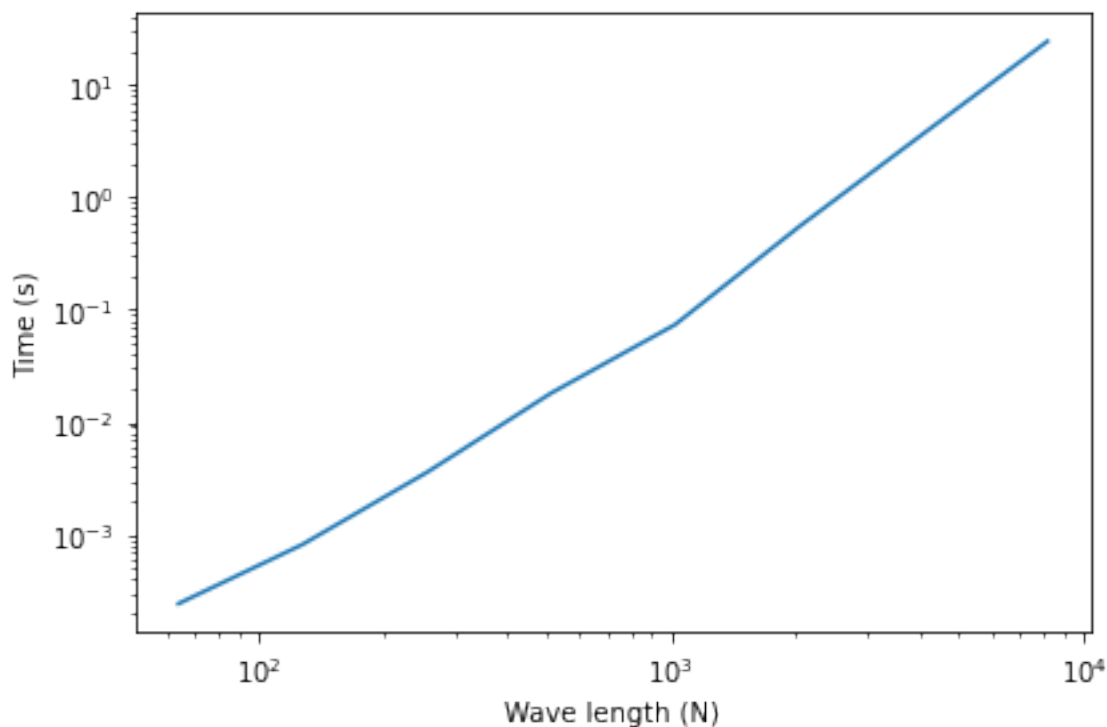


Рисунок 6.1. Время работы метода ДКП analyze1

Исходя из графика видно, что расчетный наклон близок к 2, а не 3, как ожидалось. Также на графике видно, что в конце линия немного изогнута, что говорит о том, что размер массива не достигнут, где analyze1 будет пропорционально  $n^3$ ,  $analyze1n^3, n^2$

Теперь протестируем analyze2

```

1 signal = UncorrelatedGaussianNoise()
2 noise = signal.make_wave(duration = 1.0, framerate = 8192)
3 noise.ys.shape
4
5 (8192,)

```

```

6
7 ns = 2 ** np.arange(6, 14)
8 ns
9
10 results = []
11 for N in ns:
12     print(N)
13     ts = (0.5 + np.arange(N)) / N
14     freqs = (0.5 + np.arange(N)) / 2
15     ys = noise.ys[:N]
16     result = %timeit -r1 -o analyze2(ys, freqs, ts)
17     results.append(result)
18
19 bests2 = [result.best for result in results]
20 plot_bests(bests2)
21 array([ 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192])
22
23 64
24 10000 loops, best of 1: 99.1 µs per loop
25 128
26 1000 loops, best of 1: 558 µs per loop
27 256
28 100 loops, best of 1: 8.5 ms per loop
29 512
30 100 loops, best of 1: 14.8 ms per loop
31 1024
32 10 loops, best of 1: 41.4 ms per loop
33 2048
34 10 loops, best of 1: 134 ms per loop
35 4096
36 1 loop, best of 1: 401 ms per loop
37 8192
38 1 loop, best of 1: 1.49 s per loop
39 1.8809074973380902

```

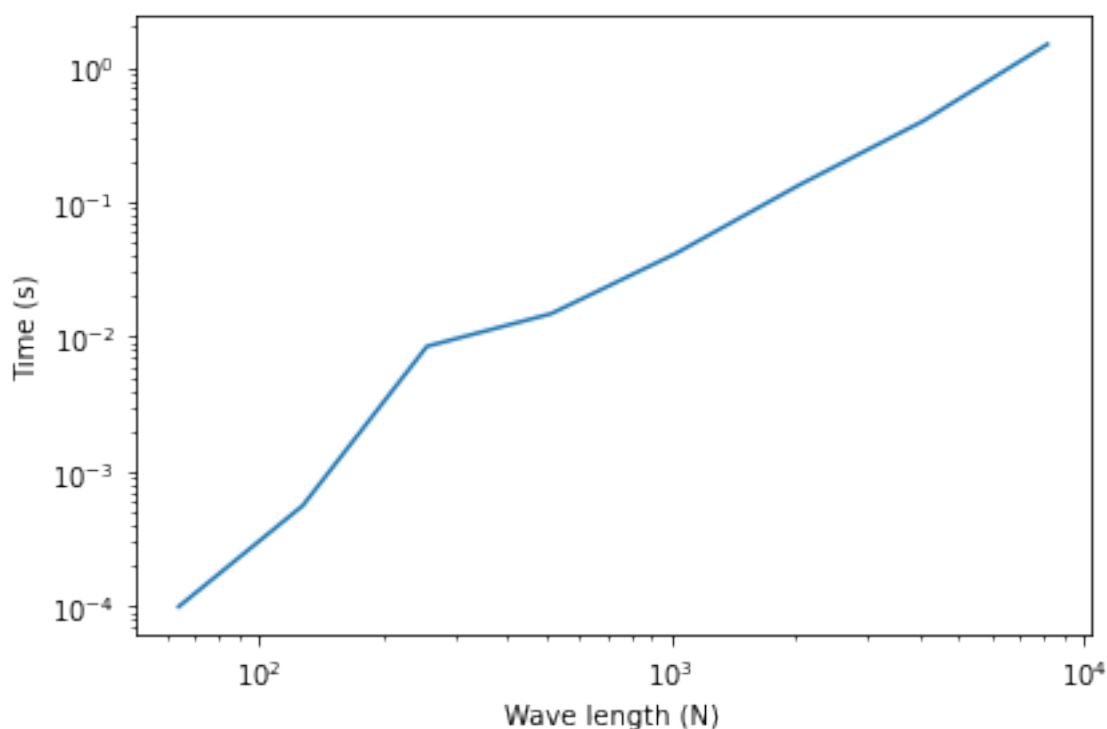


Рисунок 6.2. Время работы метода ДКП analyze2

Исходя из графика видно, что analyze2 растет пропорционально  $n^2$ ,  
Теперь проведем такой же эксперимент с использованием `scipy.fftpack.dct`

```

1 from scipy.fftpack import dct
2
3 results = []
4 for N in ns:
5     print(N)
6     ts = (0.5 + np.arange(N)) / N
7     freqs = (0.5 + np.arange(N)) / 2
8     ys = noise.ys[:N]
9     result = %timeit -r1 -o dct(ys, type = 3)
10    results.append(result)
11
12 bests3 = [result.best for result in results]
13 plot_bests(bests3)
14
15 64
16 The slowest run took 503.63 times longer than the fastest. This could mean that
   an intermediate result is being cached.
17 100000 loops, best of 1: 5.73 µs per loop
18 128
19 The slowest run took 22.67 times longer than the fastest. This could mean that
   an intermediate result is being cached.
20 100000 loops, best of 1: 6.07 µs per loop
21 256
22 The slowest run took 8.18 times longer than the fastest. This could mean that an
   intermediate result is being cached.
23 100000 loops, best of 1: 6.78 µs per loop
24 512
25 The slowest run took 8.95 times longer than the fastest. This could mean that an
   intermediate result is being cached.
26 100000 loops, best of 1: 8.55 µs per loop

```

```

27 1024
28 The slowest run took 22.77 times longer than the fastest. This could mean that
   an intermediate result is being cached.
29 100000 loops, best of 1: 11.3 µs per loop
30 2048
31 The slowest run took 33.98 times longer than the fastest. This could mean that
   an intermediate result is being cached.
32 100000 loops, best of 1: 18.2 µs per loop
33 4096
34 The slowest run took 4.52 times longer than the fastest. This could mean that an
   intermediate result is being cached.
35 10000 loops, best of 1: 34.3 µs per loop
36 8192
37 The slowest run took 4.07 times longer than the fastest. This could mean that an
   intermediate result is being cached.
38 10000 loops, best of 1: 69.9 µs per loop
39 0.5049032811234534

```

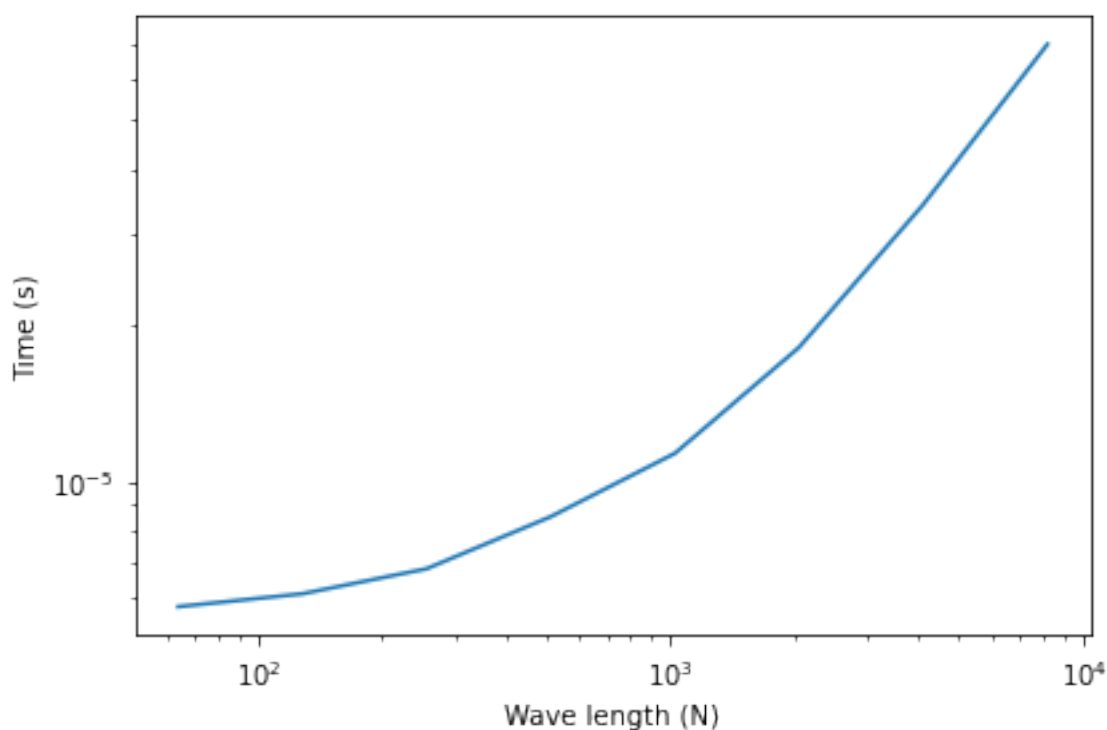


Рисунок 6.3. Время работы метода ДКП `scipy.fftpack.dct`

Данная реализация довольно быстрая, также она пропорциональна  $n \cdot \log(n)$

Построим для наглядности все 3 графика на одном

```

1 plt.plot(ns, bests, label='analyze1')
2 plt.plot(ns, bests2, label='analyze2')
3 plt.plot(ns, bests3, label='fftpack.dct')
4 loglog = dict(xscale='log', yscale='log')
5 decorate(xlabel='Wave length (N)', ylabel='Time (s)', **loglog)

```



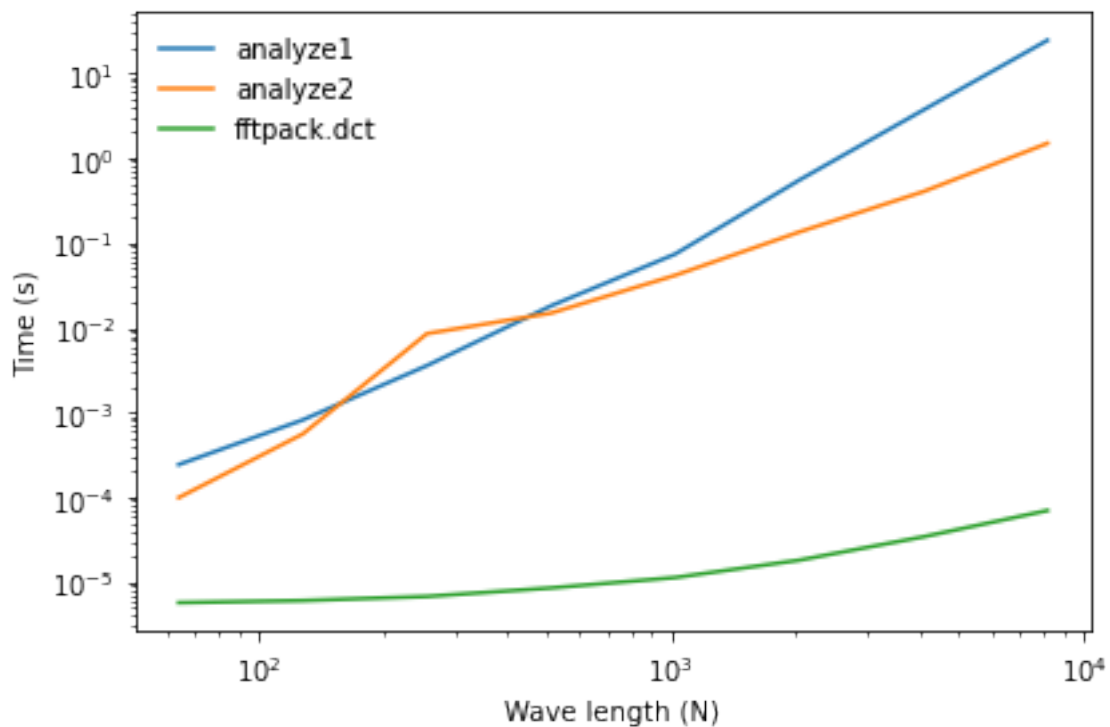


Рисунок 6.4. Время работы различных методов ДКП

## 6.2. Упражнение 2

Реализуем алгоритм ДКП, который предназначен для сжатия звука и изображений. Возьмем звук гитары и выделим из него короткий сегмент

```

1 if not os.path.exists('469283__matt141141__cm7-dm7-115bpm-loop.wav'):
2     !wget https://github.com/sergeyfedorov02/Telecom/raw/main/469283
      __matt141141__cm7-dm7-115bpm-loop.wav
3
4 wave = read_wave('469283__matt141141__cm7-dm7-115bpm-loop.wav')
5
6 wave.make_audio()
7
8 segment = wave.segment(start = 2, duration = 0.8)
9 segment.normalize()
10 segment.make_audio()

```

Построим DCT график для данного сегмента

```

1 segment_dct = segment.make_dct()
2 segment_dct.plot(high = 4000)
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='DCT')

```

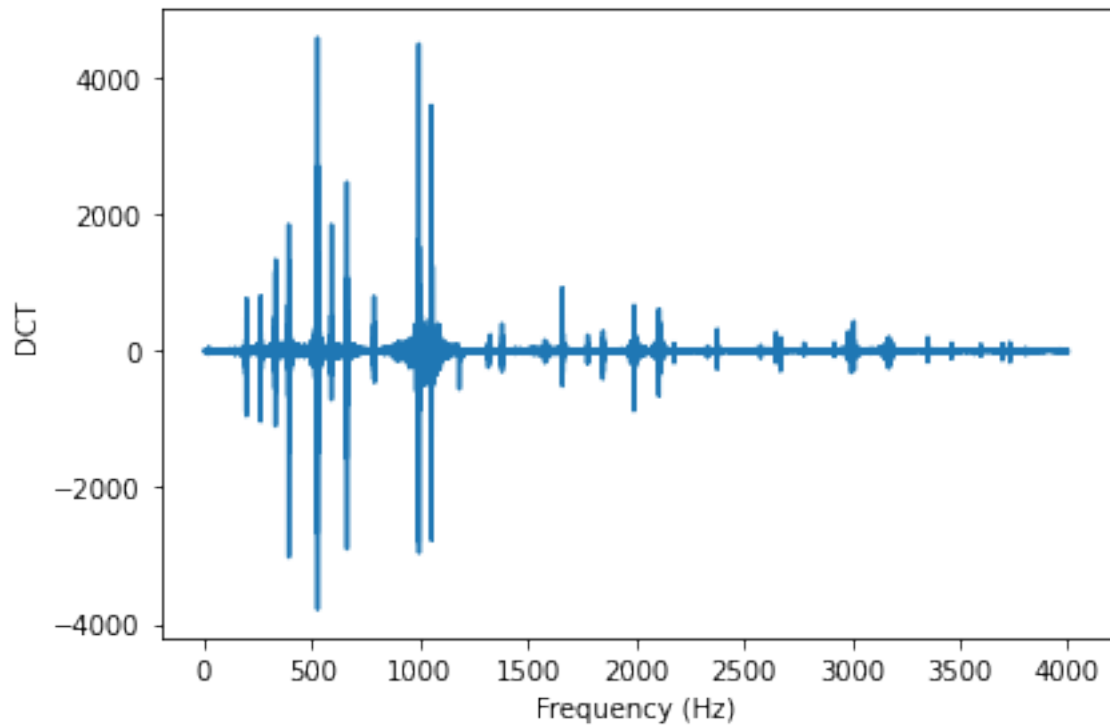


Рисунок 6.5. Спектр сигнала полученный при помощи DCT

Исходя из графика видно, что есть частоты с большой амплитудой. Далее воспользуемся функцией `compress`, которая берет DCT и режет элементы, которые ниже аргумента `thresh` и применим её.

```

1 def compress (dct, thresh = 1):
2     count = 0
3     for i, amp in enumerate(dct.amps):
4         if abs(amp) < thresh:
5             dct.hs[i] = 0
6             count += 1
7
8     n = len(dct.amps)
9     print(count, n, 100 * count / n, sep = '\t')

```

```

1 segment_dct = segment.make_dct()
2 compress(segment_dct, thresh = 200)
3 segment_dct.plot(high = 4000)

```

65803 66150 99.47543461829176

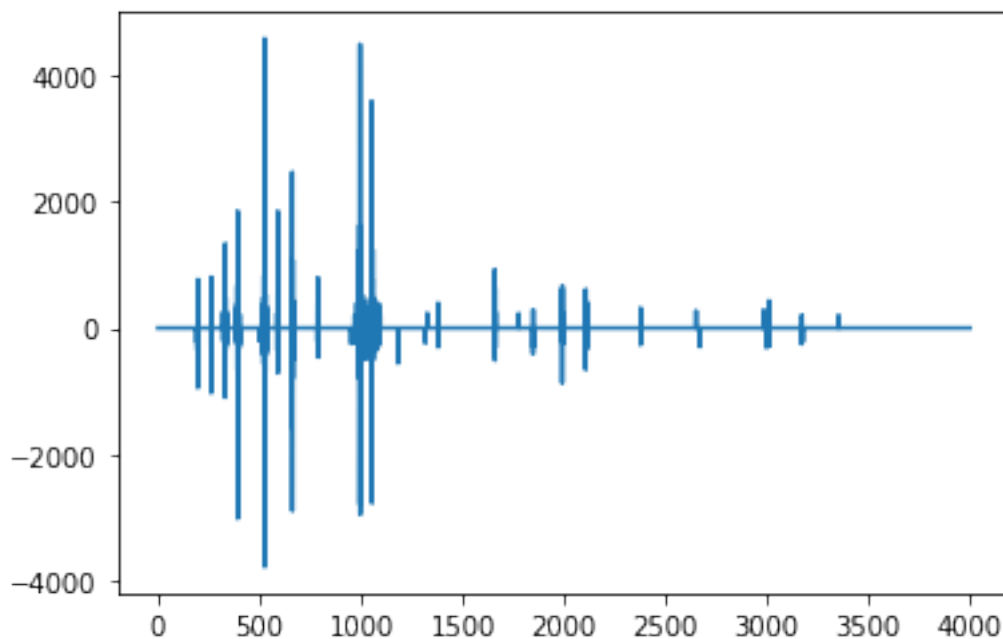


Рисунок 6.6. ДКП после фильтрации

Звучание обратного сигнала

```
1 segment2 = segment_dct.make_wave()
2 segment2.make_audio()
```

### 6.3. Упражнение 3

Воспользуемся блокнотом `phase.ipynb`, возьмем оттуда некоторый сегмент звука и повторим эксперименты.

```
1 from thinkdsp import SquareSignal
2
3 signal = SquareSignal(freq=500, offset=0)
4 wave = signal.make_wave(duration=0.5, framerate=40000)
5 wave.make_audio()
6
7 wave.segment(start=0.005,duration=0.01).plot()
8 decorate(xlabel='Time (s)')
```

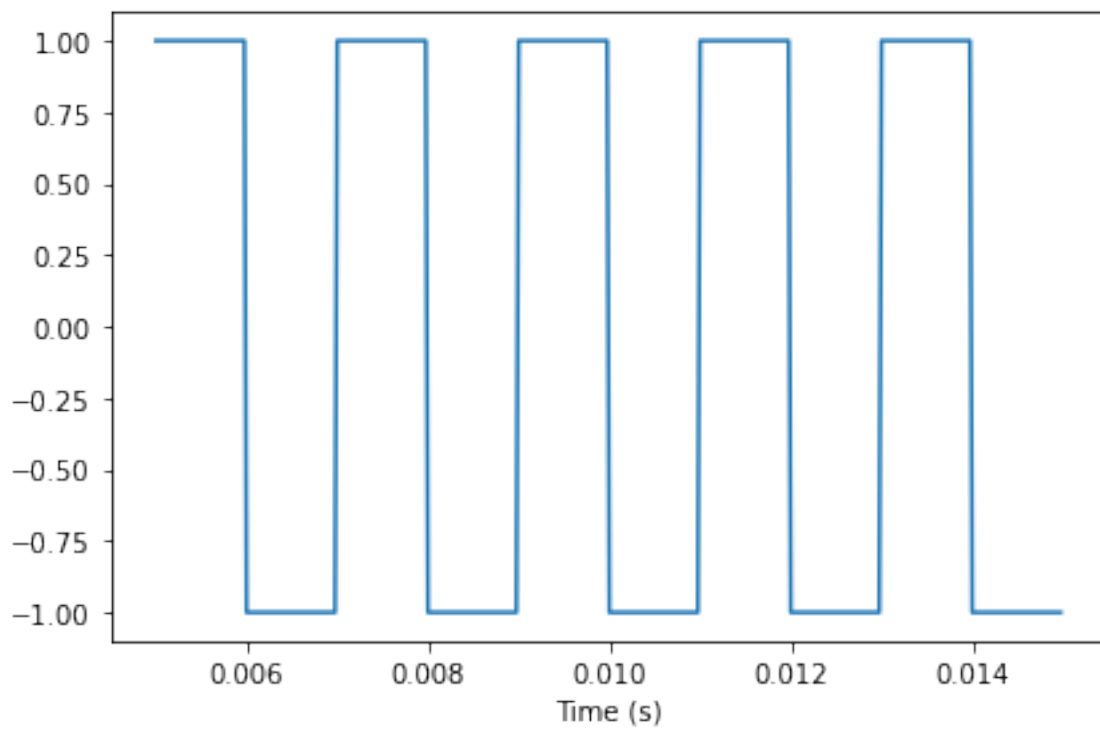


Рисунок 6.7. Выбранный сегмент

```

1 spect = wave.make_spectrum()
2 spect.plot()
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')

```

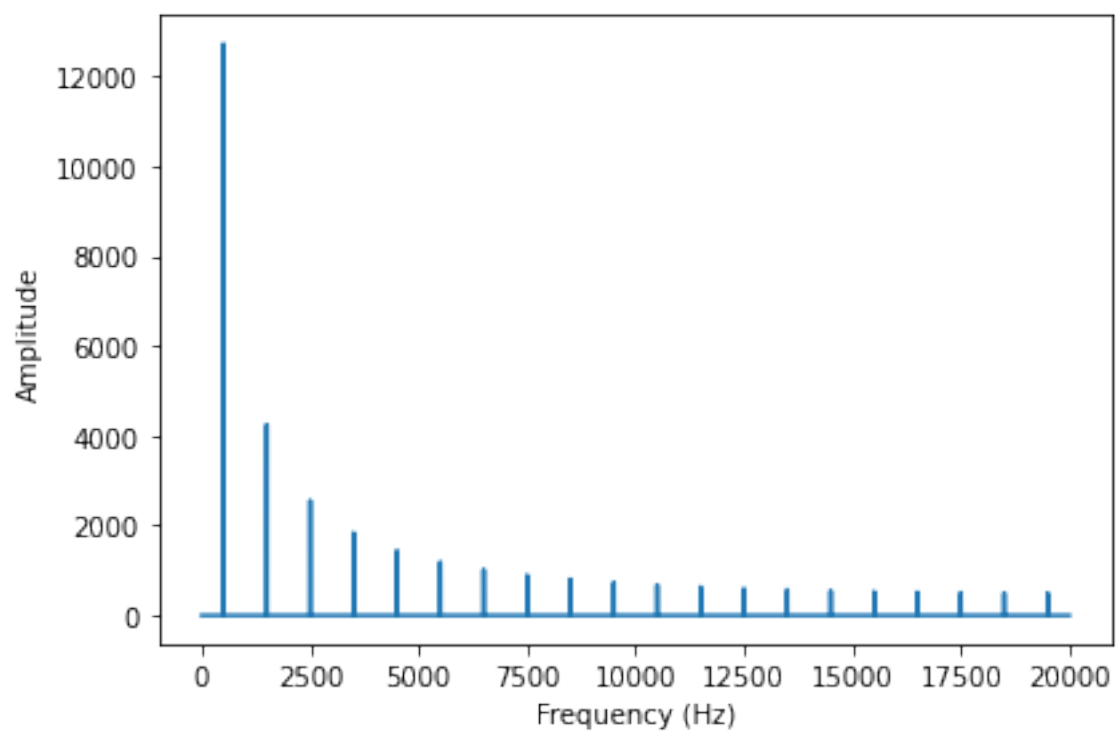


Рисунок 6.8. Спектр сегмента

```

1 def plot_angle(spectrum, thresh=1):
2     angles = spectrum.angles
3     angles[spectrum.amps < thresh] = np.nan
4     plt.plot(spectrum.fs, angles, 'x')
5     decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Phase (radian)')
6
7 plot_angle(spect, thresh=0)

```

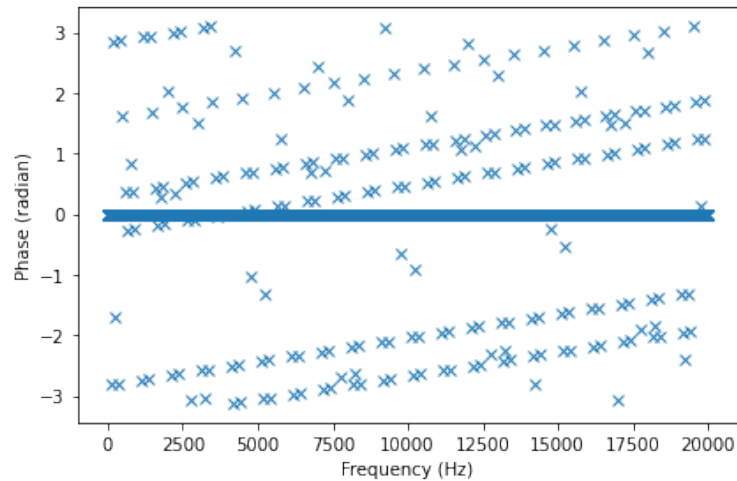


Рисунок 6.9. Получившиеся графики

```

1 plot_angle(spect, thresh=1)

```

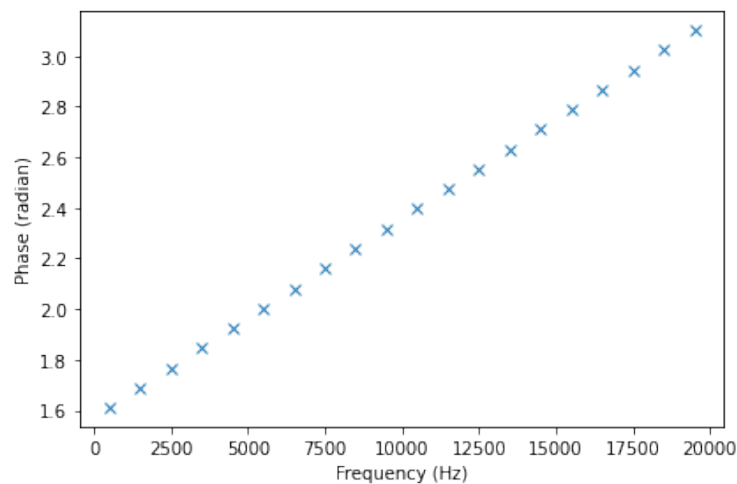


Рисунок 6.10. Получившиеся графики

```

1 def plot_three(spectrum, thresh=1):
2     plt.figure(figsize=(10, 4))
3     plt.subplot(1,3,1)
4     spectrum.plot()
5     plt.subplot(1,3,2)
6     plot_angle(spectrum, thresh=thresh)
7     plt.subplot(1,3,3)

```

```

8 wave = spectrum.make_wave()
9 wave.unbias()
10 wave.normalize()
11 wave.segment(duration=0.01).plot()
12 display(wave.make_audio())
13
14 plot_three(spect)

```

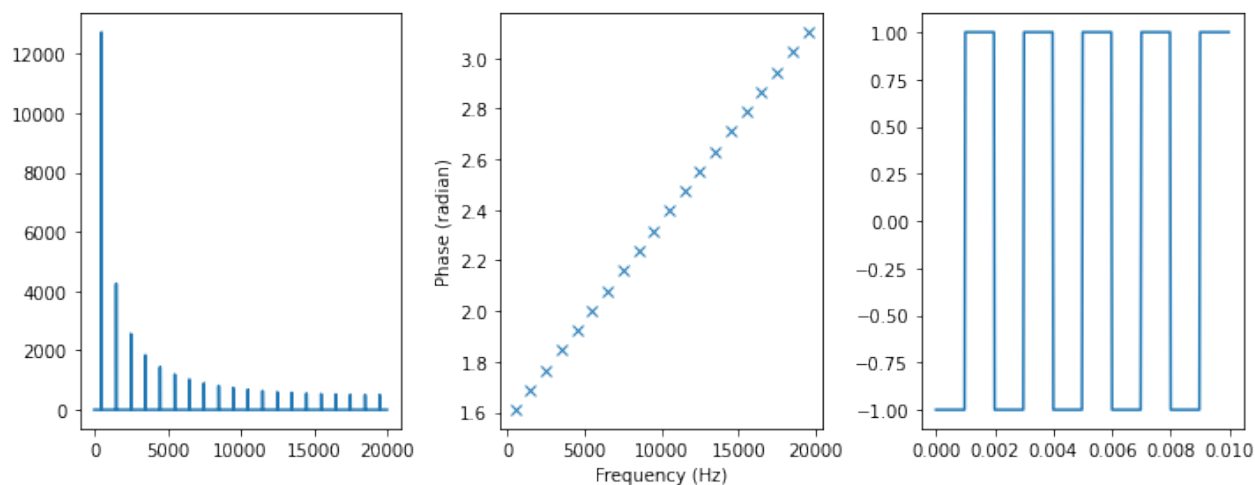


Рисунок 6.11. Получившиеся графики

```

1 def zero_angle(spectrum):
2     res = spectrum.copy()
3     res.hs = res.amps
4     return res
5
6 spect2 = zero_angle(spect)
7 plot_three(spect2)

```

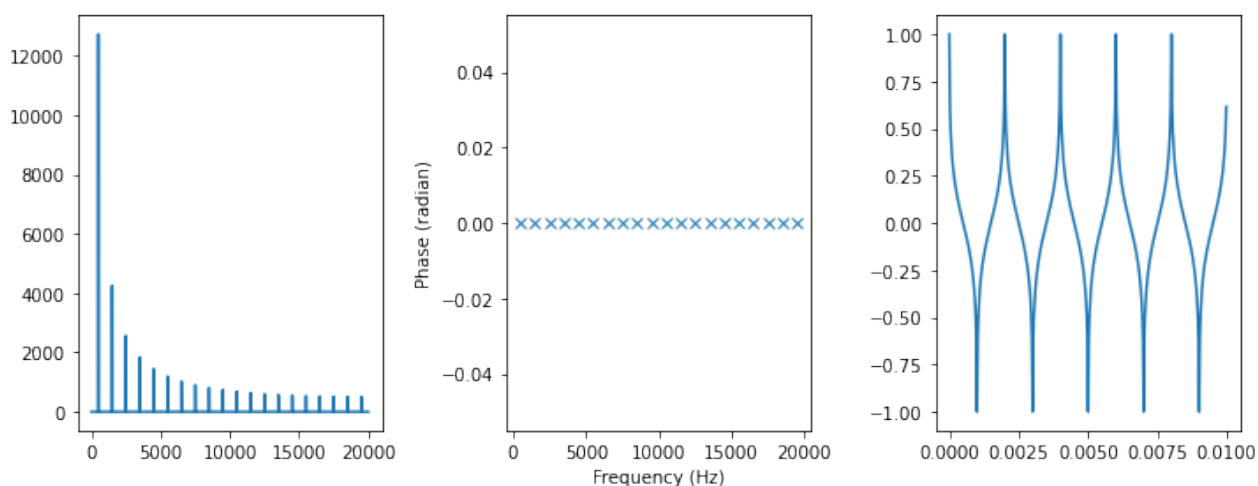


Рисунок 6.12. Получившиеся графики

```

1 def rotate_angle(spectrum, offset):
2     res = spectrum.copy()

```

```

3     res.hs *= np.exp(1j * offset)
4     return res
5
6 spect3 = rotate_angle(spect, 1)
7 plot_three(spect3)

```

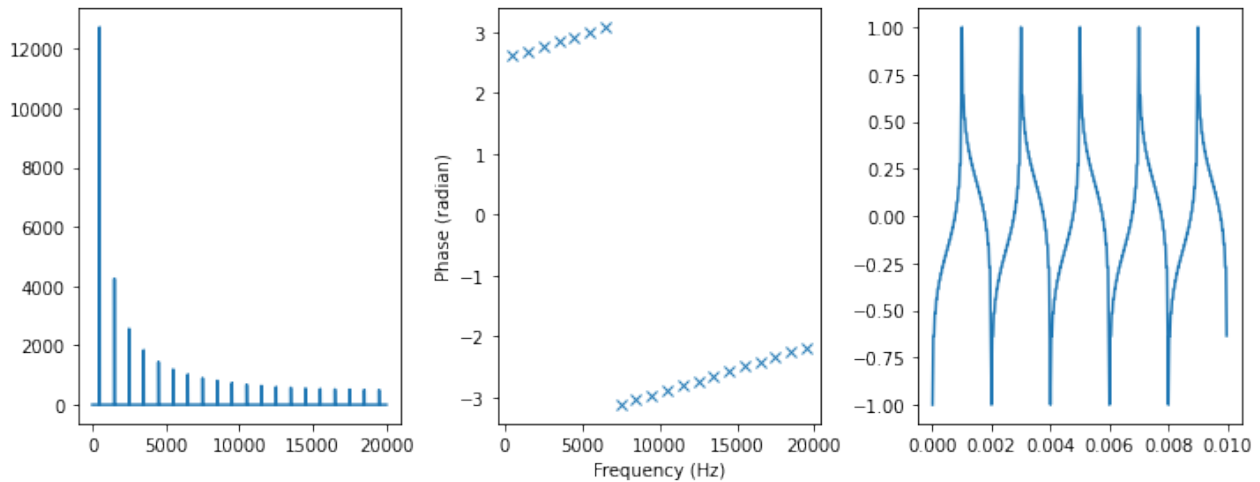


Рисунок 6.13. Получившиеся графики

Исходя из графиков видно, что сигнал довольно сильно изменился, но звучание осталось прежним

```

1 def random_angle(spectrum):
2     res = spectrum.copy()
3     angles = np.random.uniform(0, PI2, len(spectrum))
4     res.hs *= np.exp(1j * angles)
5     return res
6
7 spect4 = random_angle(spect)
8 plot_three(spect4)

```

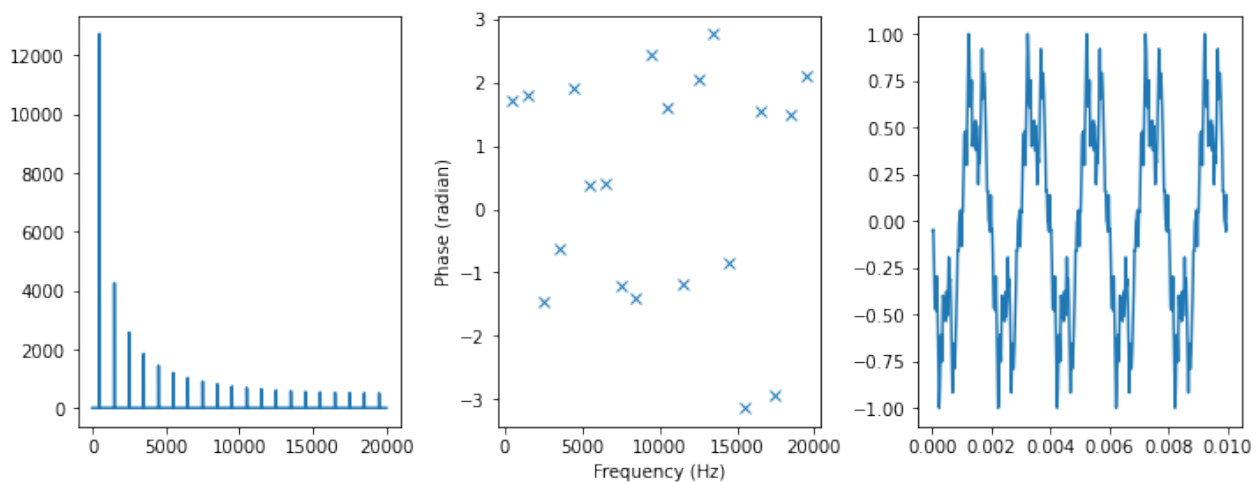


Рисунок 6.14. Получившиеся графики

Теперь загрузим собственный звук и проведем тестирование

```

1 if not os.path.exists('186942__lemoncreme__piano-melody.wav'):
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/186942__lemoncreme__piano
      -melody.wav
3 wave = read_wave('186942__lemoncreme__piano-melody.wav')
4
5 wave.make_audio()
6
7 segment = wave.segment(start=1.1, duration=0.5)
8
9 spect = segment.make_spectrum()
10 plot_three(spect, thresh=50)

```

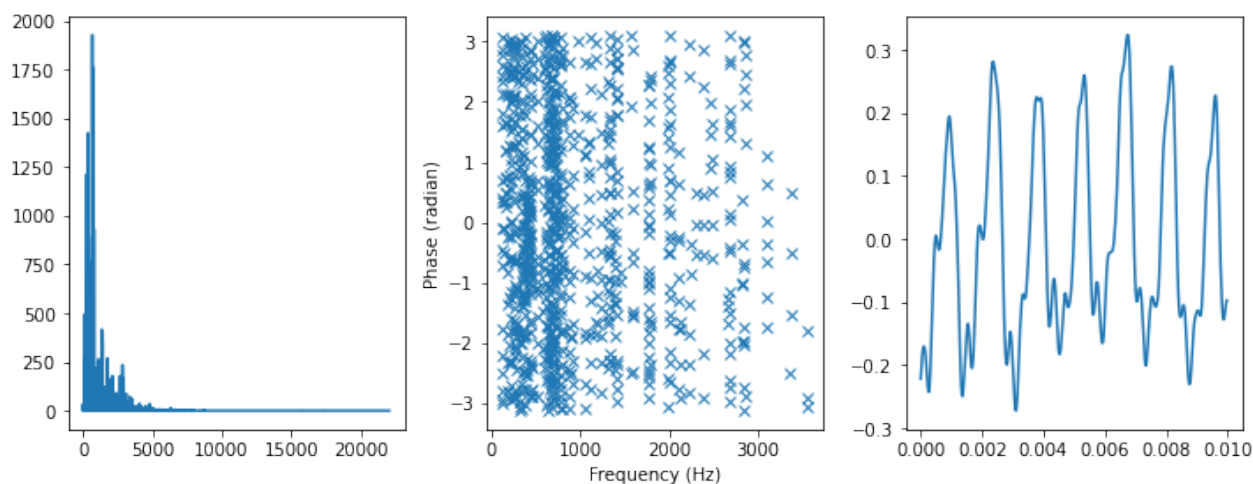


Рисунок 6.15. Получившиеся графики

```

1 spect2 = zero_angle(spect)
2 plot_three(spect2, thresh=50)

```

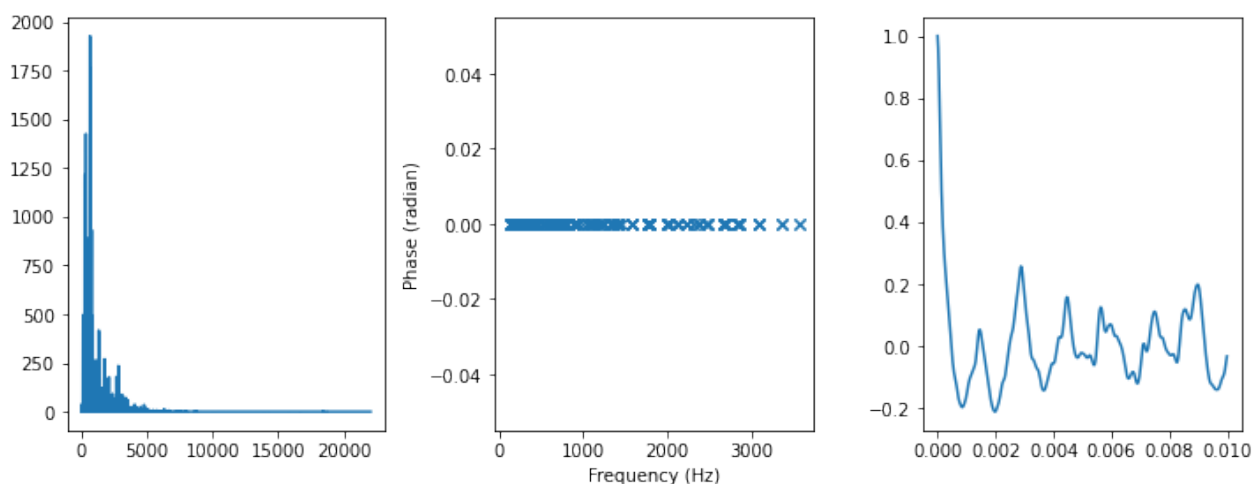


Рисунок 6.16. Получившиеся графики

Звучит как в реверсе

```

1 spect3 = rotate_angle(spect, 1)
2 plot_three(spect3, thresh=50)

```



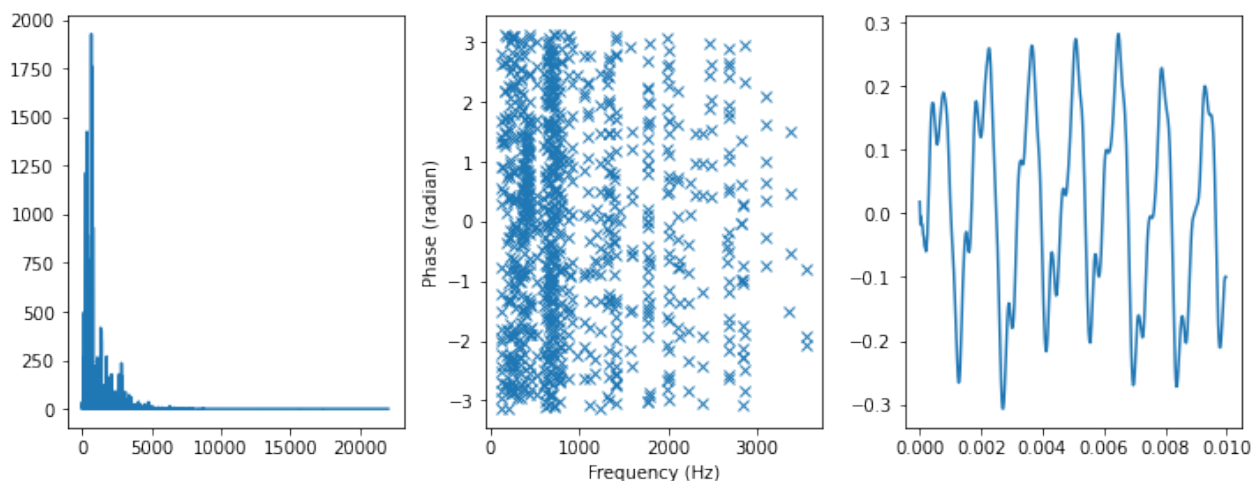


Рисунок 6.17. Получившиеся графики

```
1 spect4 = random_angle(spect)
2 plot_three(spect4, thresh=50)
```

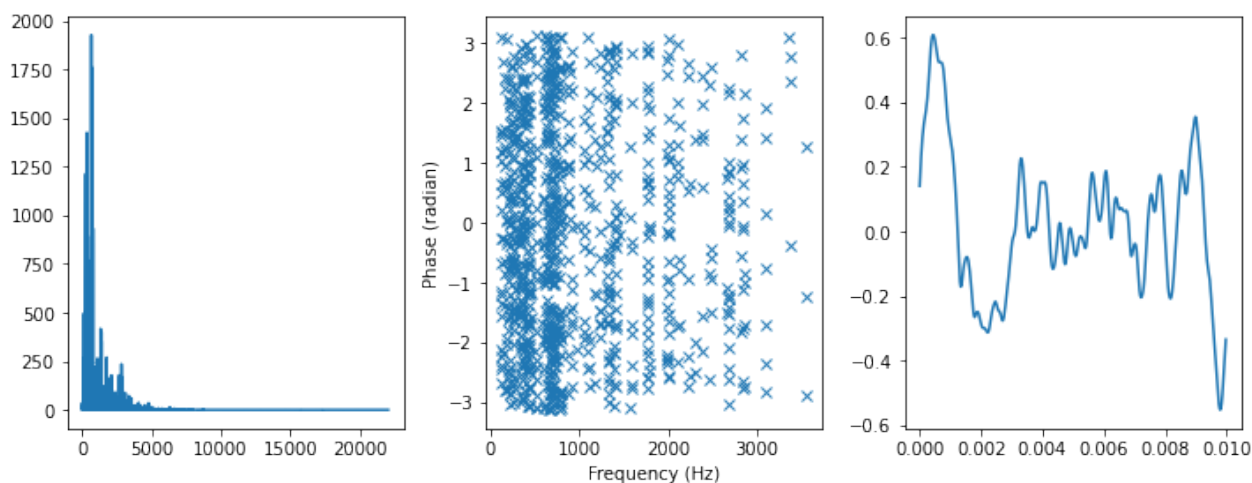


Рисунок 6.18. Получившиеся графики

Для звуков с простой гармонической структурой мы не слышим изменения в фазовой структуре, при условии что гармоническая структура неизменна.

## 6.4. Вывод

ДКП применяется в MP3 и соответствующих форматах сжатия музыки, в JPEG, MPEG и так далее. ДКП похоже на ДПФ, использованное в спектральном анализе. Также при помощи ДКП были исследованы свойства звуков с разной структурой.

## 7. Дискретное преобразование Фурье

### 7.1. Упражнение 1

В этом упражнении требуется реализовать алгоритм Быстрого преобразования Фурье, его время работы пропорционально  $n \log n$

```
1 import numpy as np
2 PI2 = 2 * np.pi
```

Возьмем простой массив

```
1 ys = [0.2, 0.3, -0.7, -0.2]
2 hs = np.fft.fft(ys)
3 hs
4
5 array([-0.4+0.j ,  0.9-0.5j, -0.6+0.j ,  0.9+0.5j])
```

Дискретное преобразование Фурье

```
1 def dft(ys):
2     N = len(ys)
3     ts = np.arange(N) / N
4     freqs = np.arange(N)
5     args = np.outer(ts, freqs)
6     M = np.exp(1j * PI2 * args)
7     amps = M.conj().transpose().dot(ys)
8     return amps
```

```
1 dft(ys)
2
3 array([-0.4+0.j ,  0.9-0.5j, -0.6-0.j ,  0.9+0.5j])
```

Функция для рекурсивного быстрого преобразования Фурье

```
1 def fft_1(ys):
2     N = len(ys)
3     e_arr = np.fft.fft(ys[::2])
4     o_arr = np.fft.fft(ys[1::2])
5
6     ns = np.arange(N)
7     W = np.exp(-1j * PI2 * ns / N)
8
9     return np.tile(e_arr, 2) + W * np.tile(o_arr, 2)
10
11 fft_1(ys)
12
13 array([-0.4+0.j ,  0.9-0.5j, -0.6-0.j ,  0.9+0.5j])
```

Теперь применим рекурсию для np.fft.fft

```
1 def fft_2(ys):
2     if len(ys) == 1:
3         return ys
4
5     e_arr = fft_1(ys[::2])
6     o_arr = fft_1(ys[1::2])
7
8     ns = np.arange(len(ys))
9     W = np.exp(-1j * PI2 * ns / len(ys))
10
```

```
11     return np.tile(e_arr, 2) + W * np.tile(o_arr, 2)
12
13 fft_2(ys)
14
15 array([-0.4+0.j ,  0.9-0.5j, -0.6-0.j ,  0.9+0.5j])
```

## 7.2. Вывод

Дискретное преобразование Фурье — это одно из преобразований Фурье, широко применяемых в алгоритмах цифровой обработки сигналов, а также в других областях, связанных с анализом частот в дискретном сигнале. Дискретное преобразование Фурье требует в качестве входа дискретную функцию. Такие функции часто создаются путём дискретизации. В качестве упражнения была написана одна из реализаций БПФ.

## 8. Фильтрация и свертка

### 8.1. Упражнение 1

Выясним, что случится, при увеличении ширины Гауссова окна `std` не увеличивая ширину окна `m`

Функция расширения массива нулями

```
1 from thinkdsp import SquareSignal
2 from thinkdsp import decorate
3
4 def zero_pad(array, n):
5     """Extends an array with zeros.
6
7     array: NumPy array
8     n: length of result
9
10    returns: new NumPy array
11    """
12    res = np.zeros(n)
13    res[:len(array)] = array
14    return res
15
16
17 def plot_filter(M=11, std=2):
18     signal = SquareSignal(freq=440)
19     wave = signal.make_wave(duration=1, framerate=44100)
20     spectrum = wave.make_spectrum()
21
22     gaussian = scipy.signal.gaussian(M=M, std=std)
23     gaussian /= sum(gaussian)
24
25     ys = np.convolve(wave.ys, gaussian, mode='same')
26     smooth = Wave(ys, framerate=wave.framerate)
27     spectrum2 = smooth.make_spectrum()
28
29     # plot the ratio of the original and smoothed spectrum
30     amps = spectrum.amps
31     amps2 = spectrum2.amps
32     ratio = amps2 / amps
33     ratio[amps<560] = 0
34
35     # plot the same ratio along with the FFT of the window
36     padded = zero_pad(gaussian, len(wave))
37     dft_gaussian = np.fft.rfft(padded)
38
39     plt.plot(np.abs(dft_gaussian), color='gray', label='Gaussian filter')
40     plt.plot(ratio, label='amplitude ratio')
41
42     decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude ratio')
43     plt.show()
44
45
46 from ipywidgets import interact, interactive, fixed
47 import ipywidgets as widgets
48 from thinkdsp import Wave
49 import scipy.signal
50
51 slider = widgets.IntSlider(min=2, max=100, value=11)
```

```

7 slider2 = widgets.FloatSlider(min=0, max=20, value=2)
8 interact(plot_filter, M=slider, std=slider2);

```

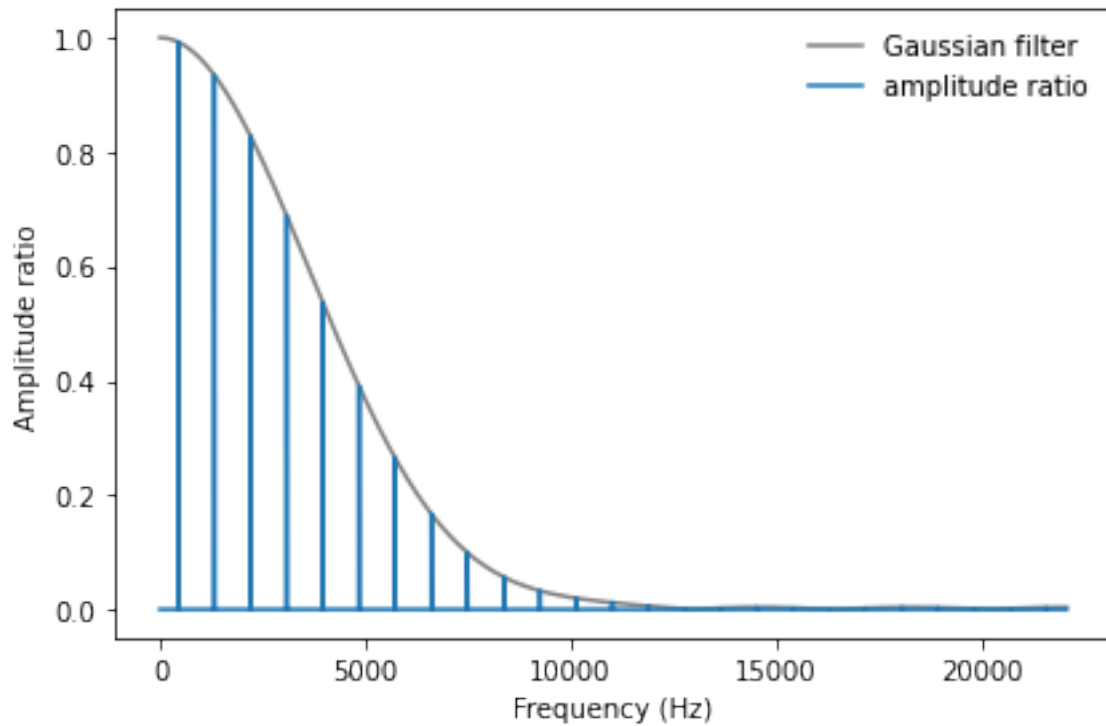


Рисунок 8.1. Гауссово окно для фильтрации

```

1 gaussian = scipy.signal.gaussian(M=11, std=11)
2 gaussian /= sum(gaussian)
3
4 plt.plot(gaussian, label='Gaussian')
5 decorate(xlabel='Index')

```

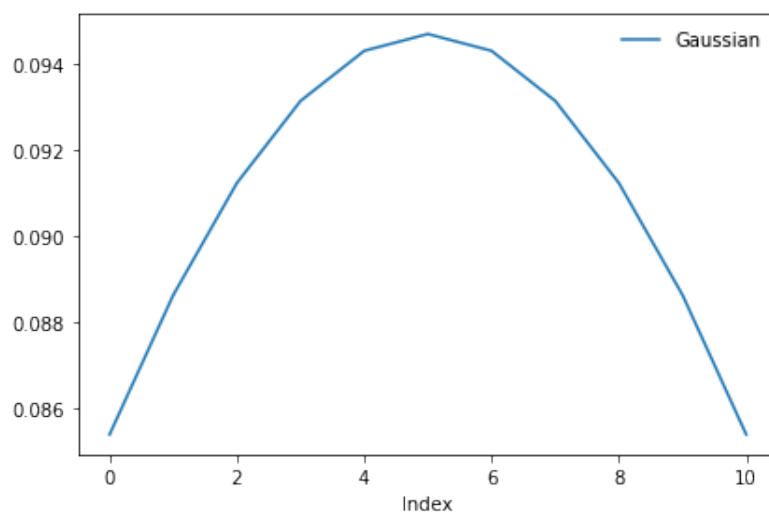


Рисунок 8.2. Гауссово окно

```

1 gaussian = scipy.signal.gaussian(M=11, std=1000)
2 gaussian /= sum(gaussian)
3
4 plt.plot(gaussian, label='Gaussian')
5 decorate(xlabel='Index')

```

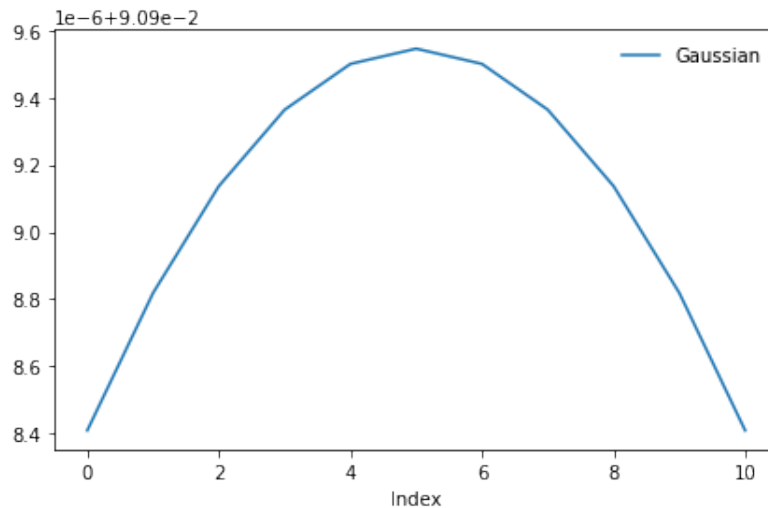


Рисунок 8.3. Гауссово окно

Исходя из результатов видно, что при увеличении  $\text{std}$  -> кривая становится шире, а сам БПФ меньше (уже).

## 8.2. Упражнение 2

Протестируем, является ли преобразование Фурье гауссовой кривой - также гауссовой кривой.

Кривая Гаусса

```

1 gaussian = scipy.signal.gaussian(M=32, std=2)
2 gaussian /= sum(gaussian)
3
4 plt.plot(gaussian, label='Gaussian')
5 decorate(xlabel='Index')

```

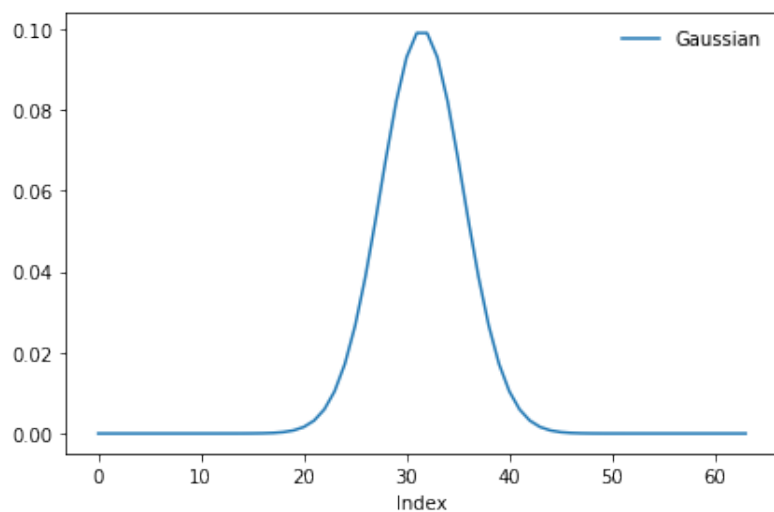


Рисунок 8.4. Гауссово окно

Применим БПФ

```
1 fft_gaussian = np.fft.fft(gaussian)
2 plt.plot(abs(fft_gaussian), label='Gaussian')
```

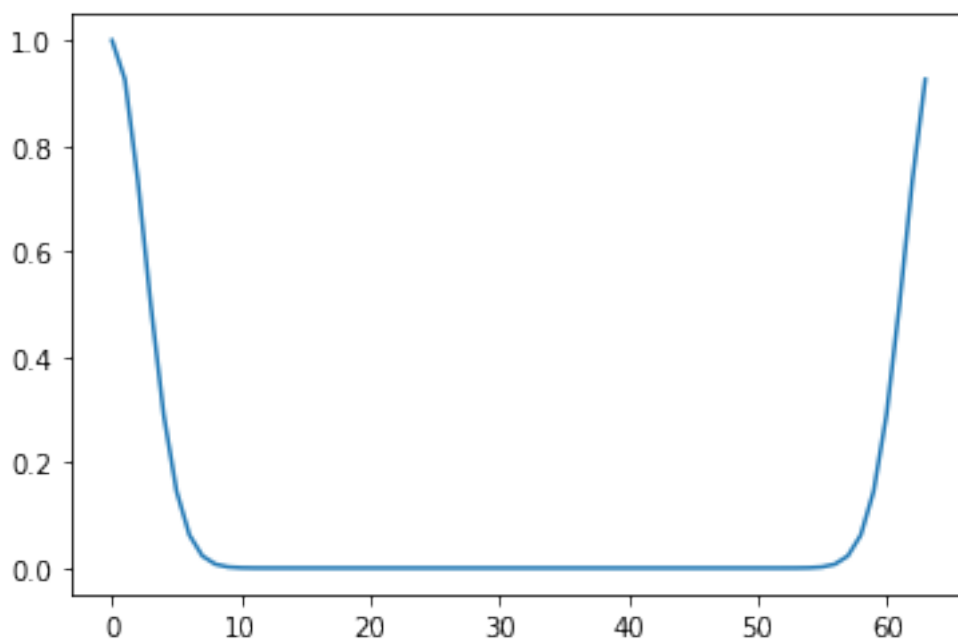


Рисунок 8.5. FFT применённое на окно

Произведем свертку отрицательных частот влево.

```
1 fft_rolled_gaussian = np.roll(fft_gaussian, len(gaussian) // 2)
2 plt.plot(abs(fft_rolled_gaussian), label='Gaussian')
```

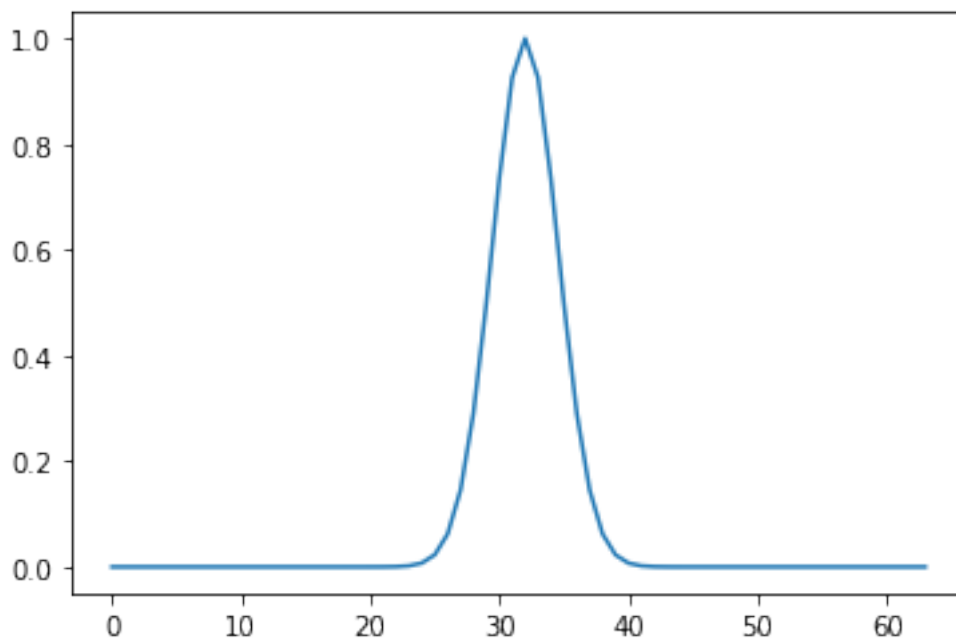


Рисунок 8.6. Результат

Преобразование Фурье гауссовой кривой приблизительно похоже на гауссову кривую

### 8.3. Упражнение 3

Поэкспериментируем с окнами, поищем подходящее для НЧ

```

1 signal = SquareSignal(freq=220)
2 wave = signal.make_wave(duration=1, framerate=44100)
3
4 M = 8
5 std = 2
6
7 gaussian = scipy.signal.gaussian(M=M, std=std)
8 blackman = np.blackman(M)
9 bartlett = np.bartlett(M)
10 hanning = np.hanning(M)
11 hamming = np.hamming(M)
12
13 windows = [gaussian, blackman, bartlett, hanning, hamming]
14 labels = ['gaussian', 'blackman', 'bartlett', 'hanning', 'hamming']
15
16 for element, label in zip(windows, labels):
17     element /= sum(element)
18     plt.plot(element, label=label)
19
20 plt.legend()

```

Построим графики для нескольких окон



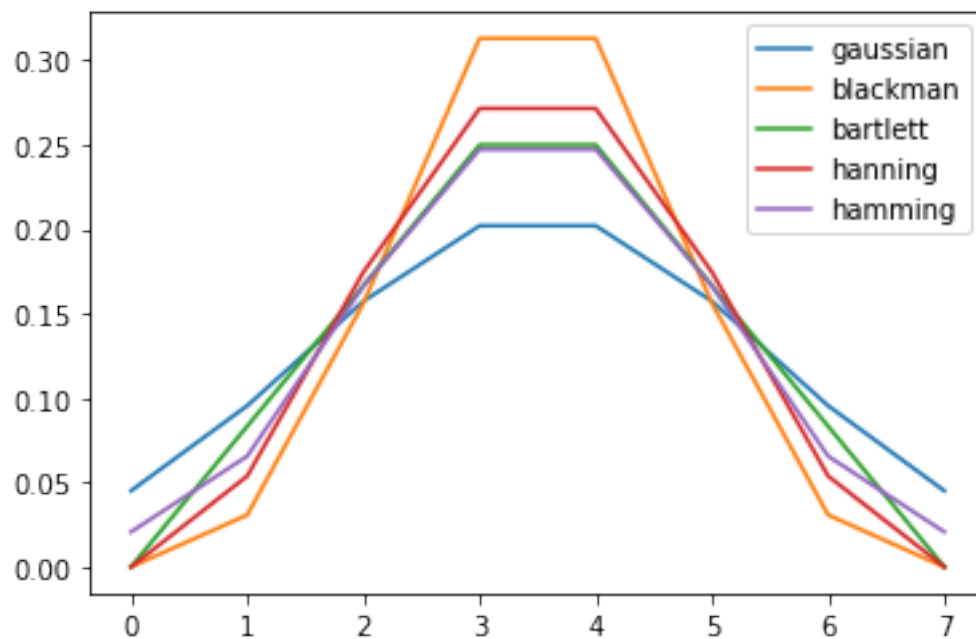


Рисунок 8.7. Применение различных окон на выбранный сигнал

Графики дискретного преобразования Фурье

```

1 for element, label in zip(windows, labels):
2     padded = zero_pad(element, len(wave))
3     dft_window = np.fft.rfft(padded)
4     plt.plot(abs(dft_window), label=label)
5
6 plt.legend()

```

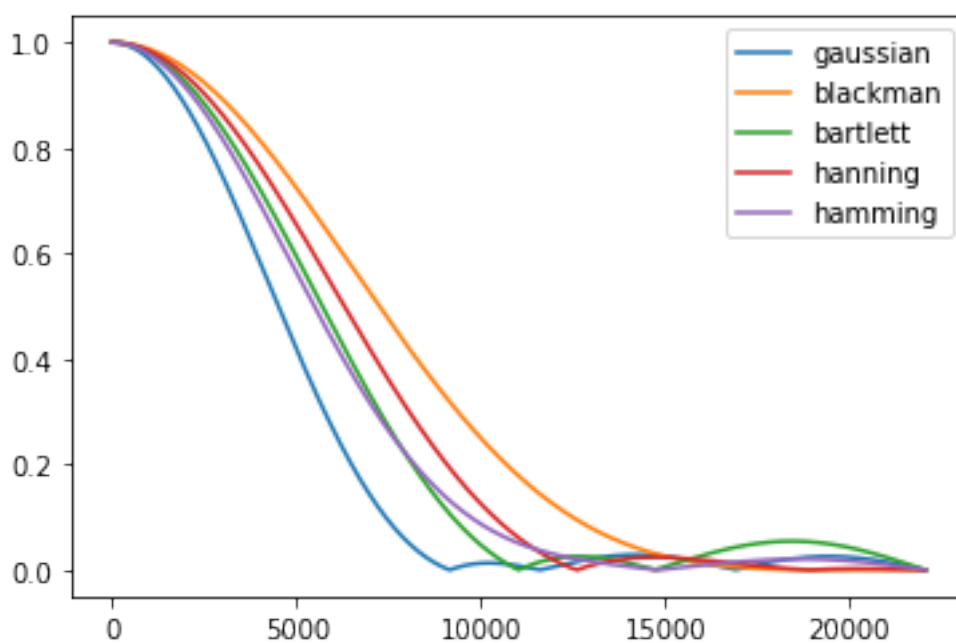


Рисунок 8.8. Применение различных окон на выбранный сигнал

```

1 for element, label in zip(windows, labels):
2     padded = zero_pad(element, len(wave))
3     dft_window = np.fft.rfft(padded)
4     plt.plot(abs(dft_window), label=label)
5
6 plt.legend()
7 decorate(yscale='log')

```

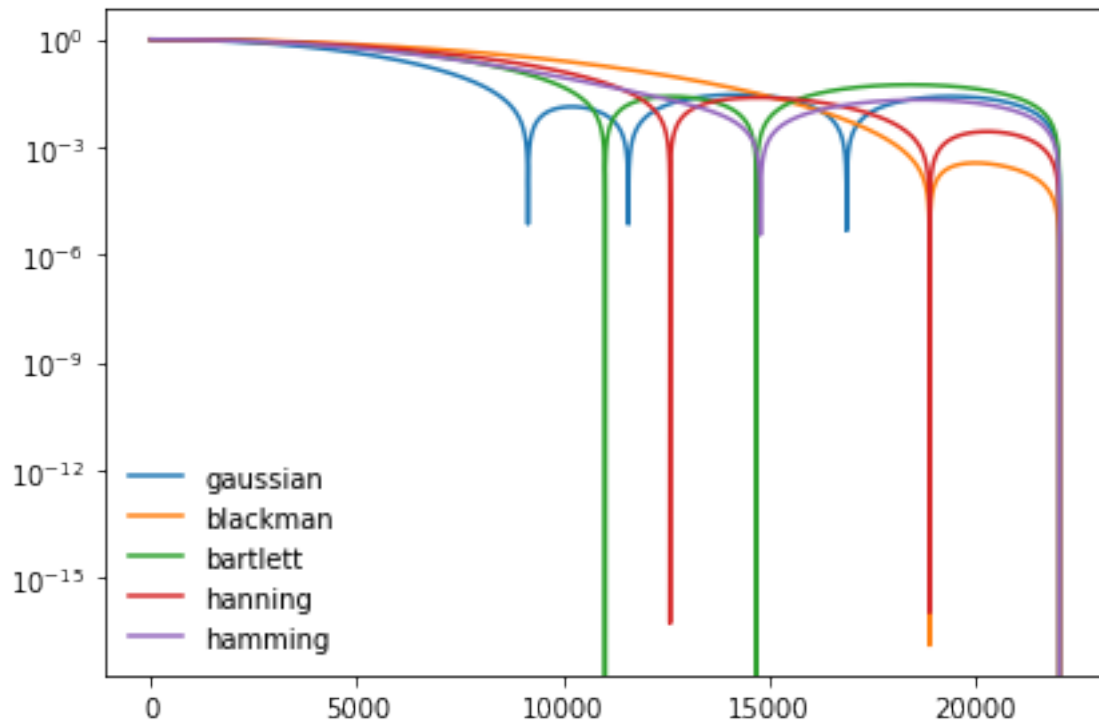


Рисунок 8.9. Применение различных окон на выбранный сигнал в лагорифмическом масштабе

Исходя из этого и предыдущих графиков можно сделать вывод, что Хэнинг лучше всего подойдет для фильтрации низких частот за счет быстрого спада и минимальных боковых лепестков.

## 8.4. Вывод

В данной работе были рассмотрены фильтрации, свёртки, сглаживания. Сглаживание - операция удаляющая быстрые изменения сигнала для выявления общих особенностей. Свёртка - применение оконной функции к перекрывающимся сегментам сигнала. В упражнениях были исследованы различные свойства данных явлений.

## 9. Дифференциация и интеграция

### 9.1. Упражнение 1

Изучим влияние diff и differentiate на сигнал. Создадим треугольный сигнал.

```
1 from thinkdsp import TriangleSignal
2
3 wave = TriangleSignal(freq=40).make_wave(duration=0.2, framerate=44100)
4 wave.plot()
5 decorate(xlabel='Time (s)')
```

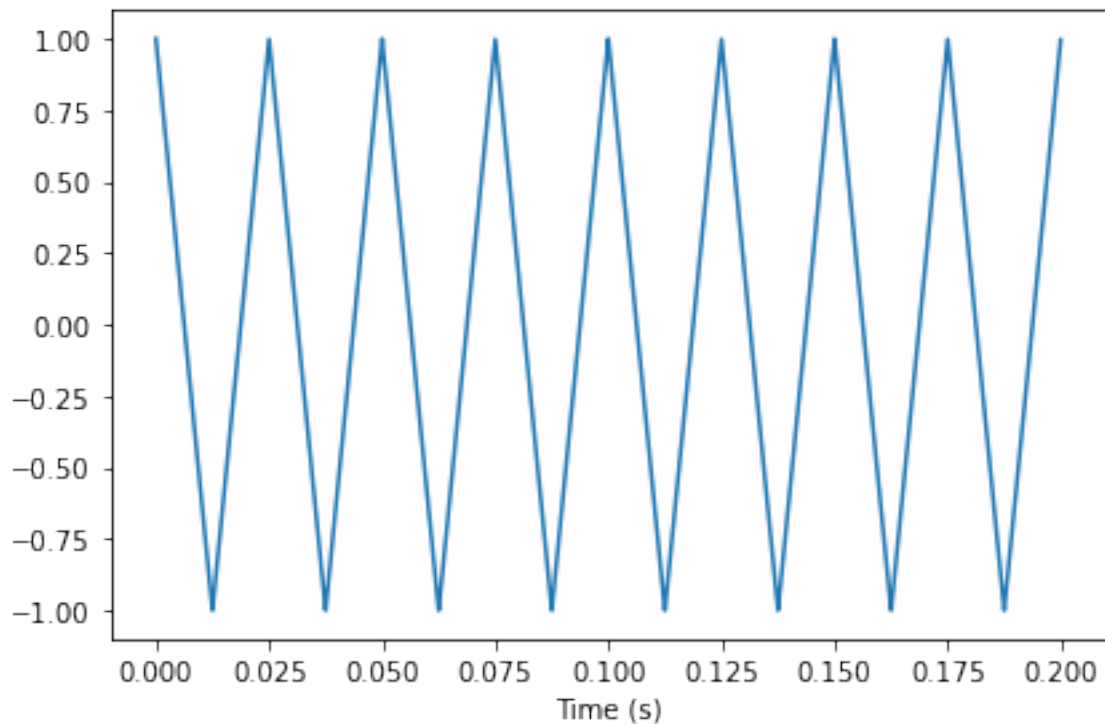


Рисунок 9.1. График сигнала

Функция diff

```
1 wave_diff = wave.diff()
2 wave_diff.plot()
3 decorate(xlabel='Time (s)')
```

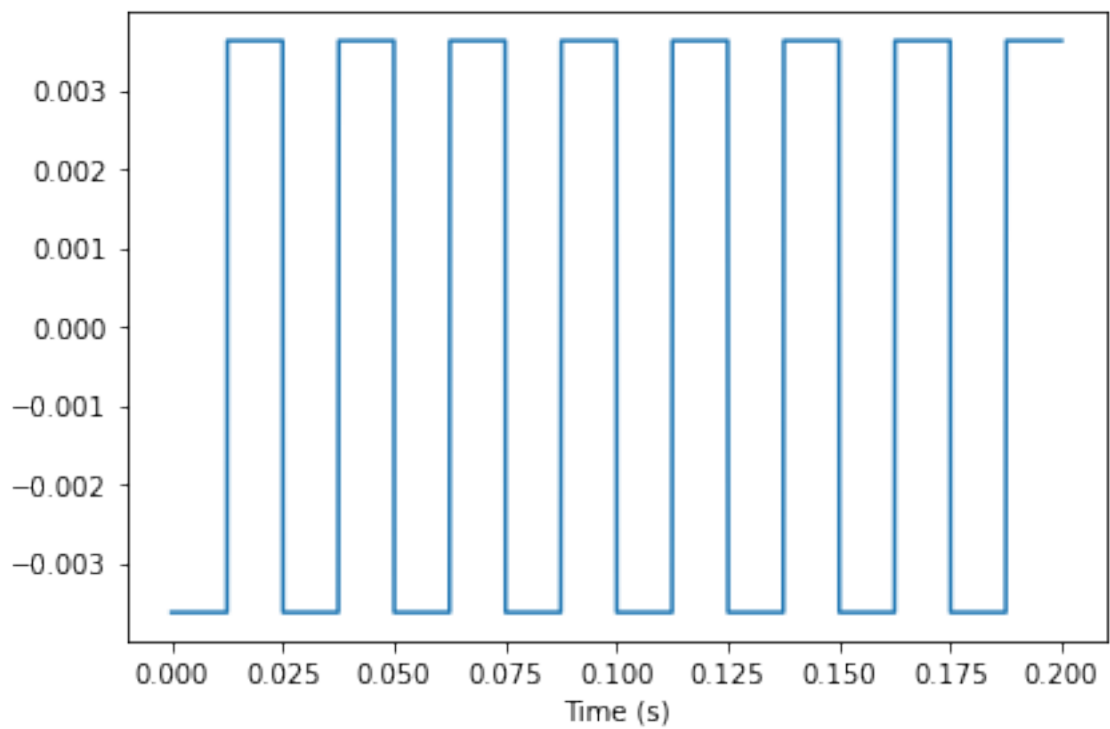


Рисунок 9.2. Сигнал после применения diff

Функция differentiate

```

1 wave_differentiate = wave.make_spectrum().differentiate().make_wave()
2 wave_differentiate.plot()
3 decorate(xlabel='Time (s)')

```

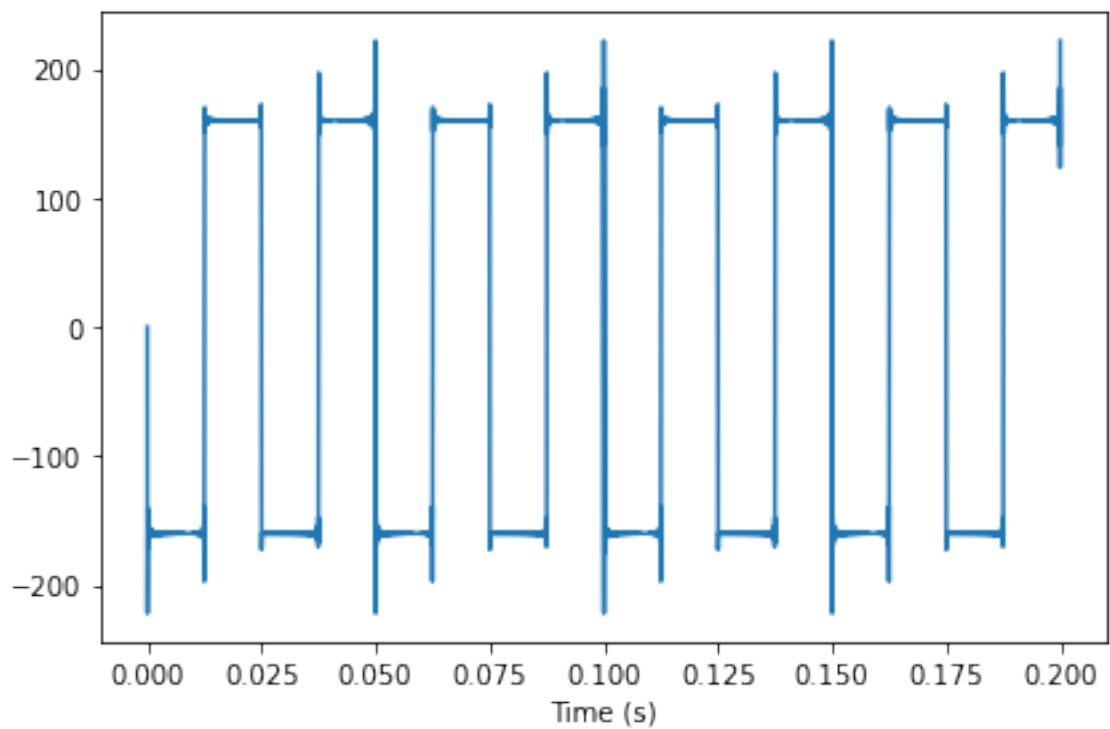


Рисунок 9.3. Сигнал после применения differentiate

Видны различия в местах перегиба

## 9.2. Упражнение 2

Испытаем cumsum и integrate на прямоугольном сигнале

```
1 from thinkdsp import SquareSignal
2
3 wave = SquareSignal(freq=40).make_wave(duration=0.2, framerate=44100)
4 wave.plot()
5 decorate(xlabel='Time (s)')
```

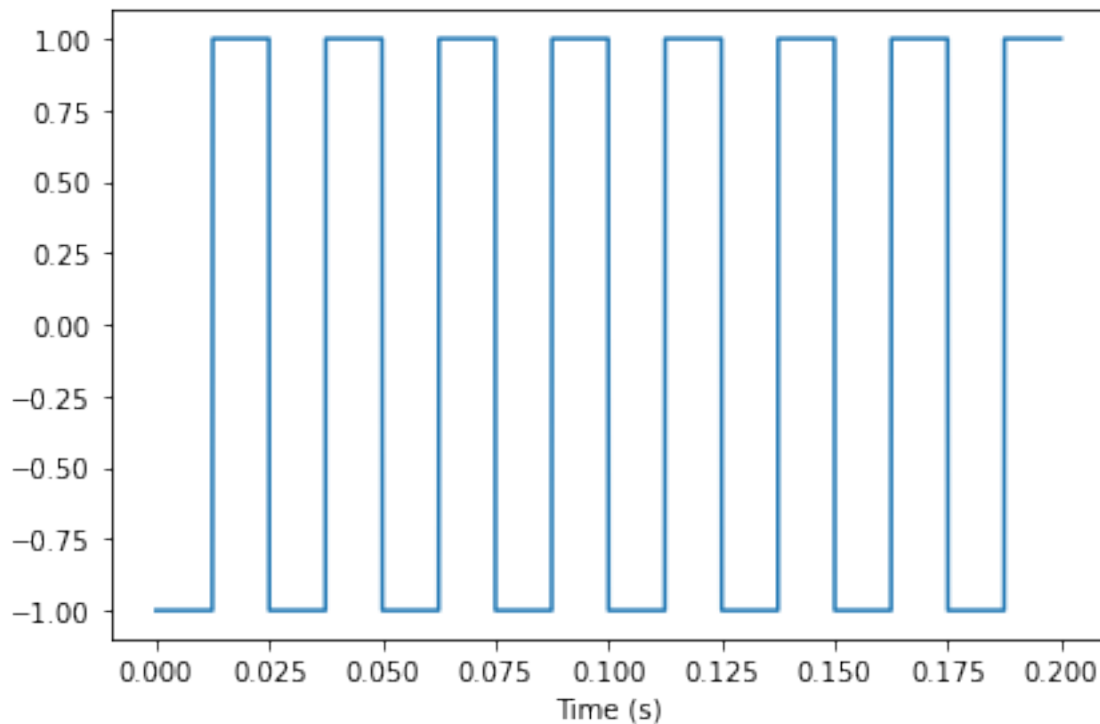


Рисунок 9.4. Рассматриваемый сигнал

cumsum

```
1 wave_cumsum = wave.cumsum()
2 wave_cumsum.plot()
3 decorate(xlabel='Time (s)')
```

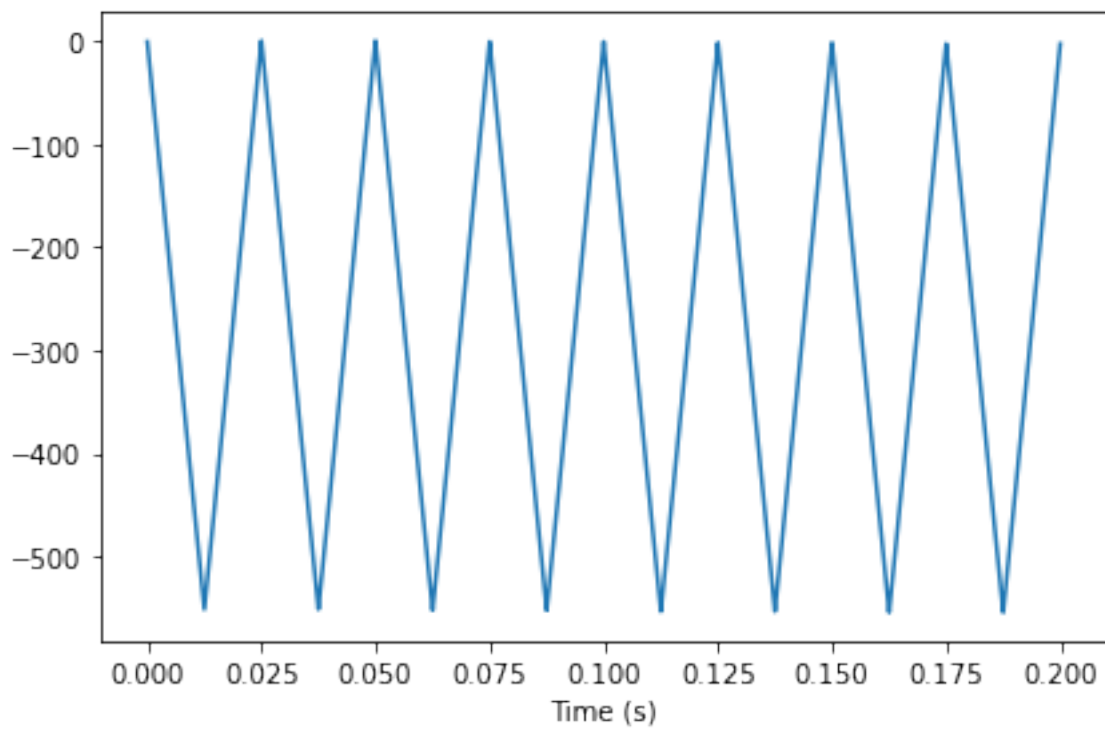


Рисунок 9.5. Рассматриваемый сигнал после применения cumsum

Получился треугольный сигнал, так как мы аппроксимировали интегрирование.

Используем integrate на спектре и обратно перобразуем в волну

```
1 spectrum = wave.make_spectrum().integrate()  
2 spectrum.hs[0] = 0  
3 wave_spectrum = spectrum.make_wave()  
4 wave_spectrum.plot()  
5 decorate(xlabel='Time (s)')
```

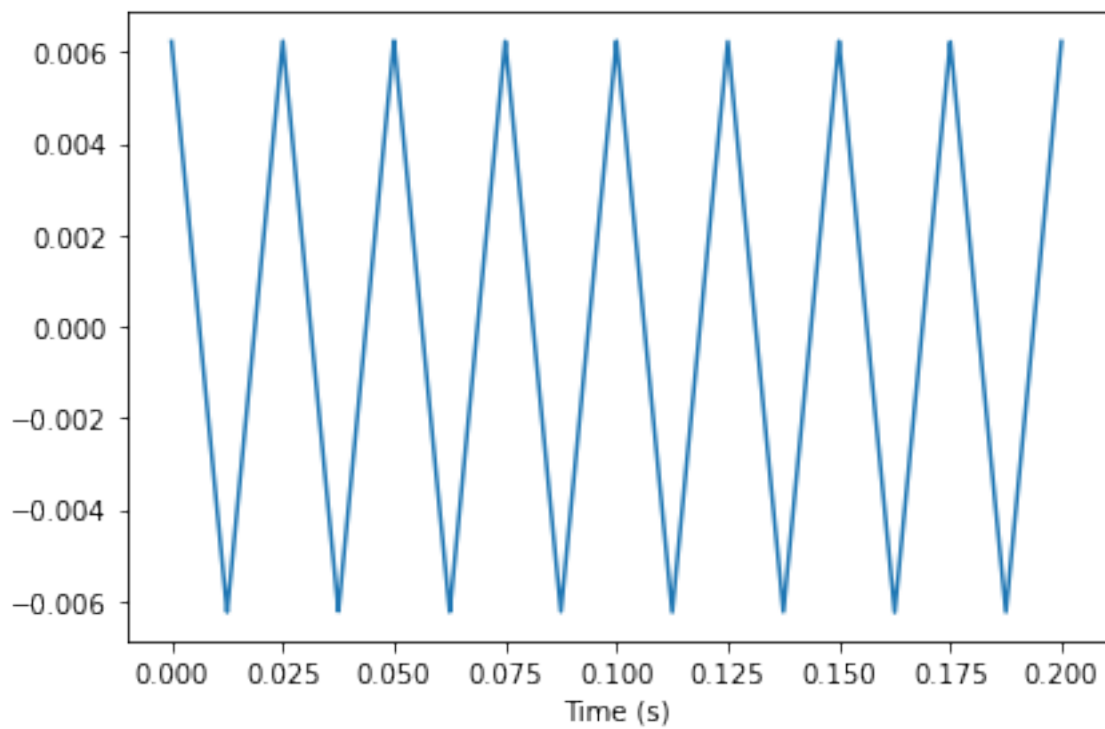


Рисунок 9.6. Рассматриваемый сигнал после применения integrate

Отличия только в амплитуде

### 9.3. Упражнение 3

Посмотрим на двойное интегрирование пилообразного сигнала

```

1 from thinkdsp import SawtoothSignal
2
3 wave = SawtoothSignal(freq=40).make_wave(duration=0.2, framerate=44100)
4 wave.plot()
5 decorate(xlabel='Time (s)')
```

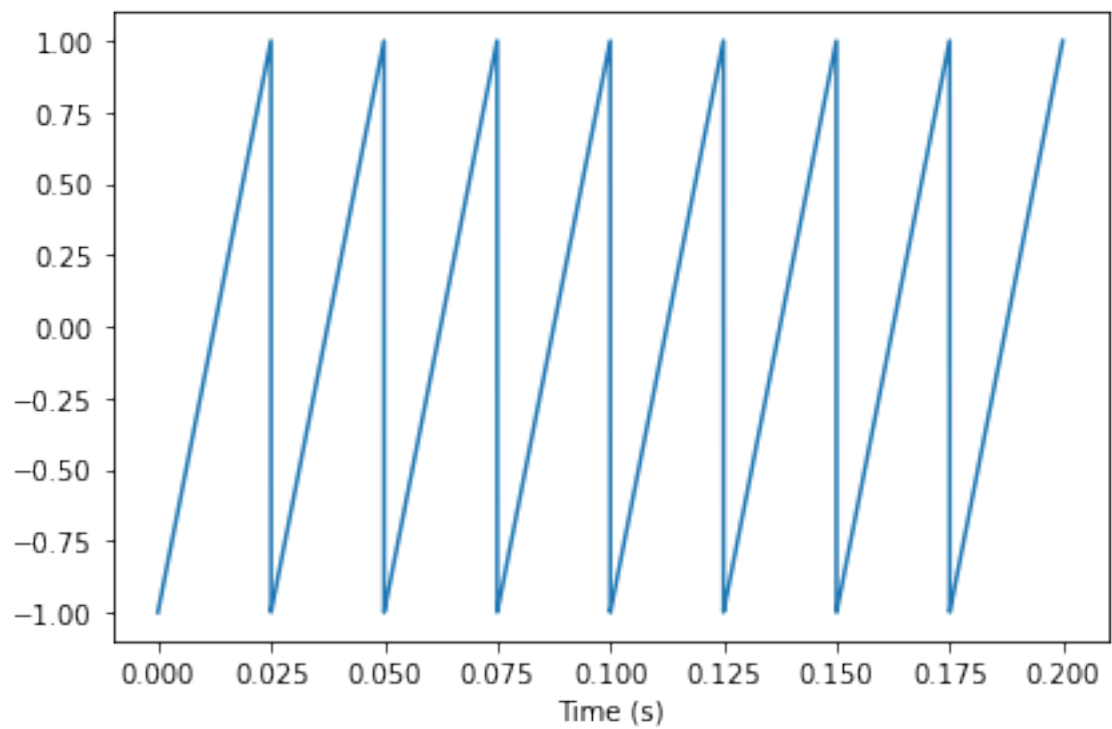


Рисунок 9.7. Пилообразный сигнал

```
1 spectrum = wave.make_spectrum().integrate().integrate()
2 spectrum.hs[0] = 0
3
4 wave_out = spectrum.make_wave()
5 wave_out.plot()
6 decorate(xlabel='Time (s)')
```



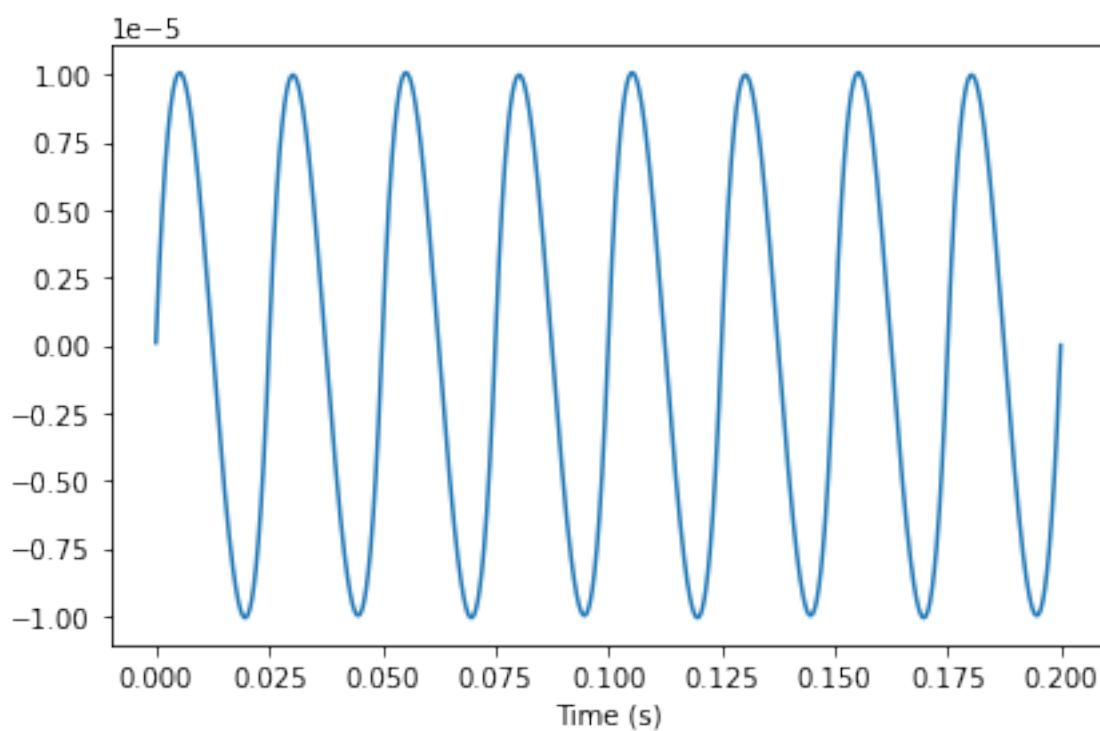


Рисунок 9.8. Двойное интегрирование

Получили кубическую кривую, который похож на синусоиду, двойное интегрирование действует как фильтр нижних частот.

```
1 wave_out.make_spectrum().plot(high=500)
```

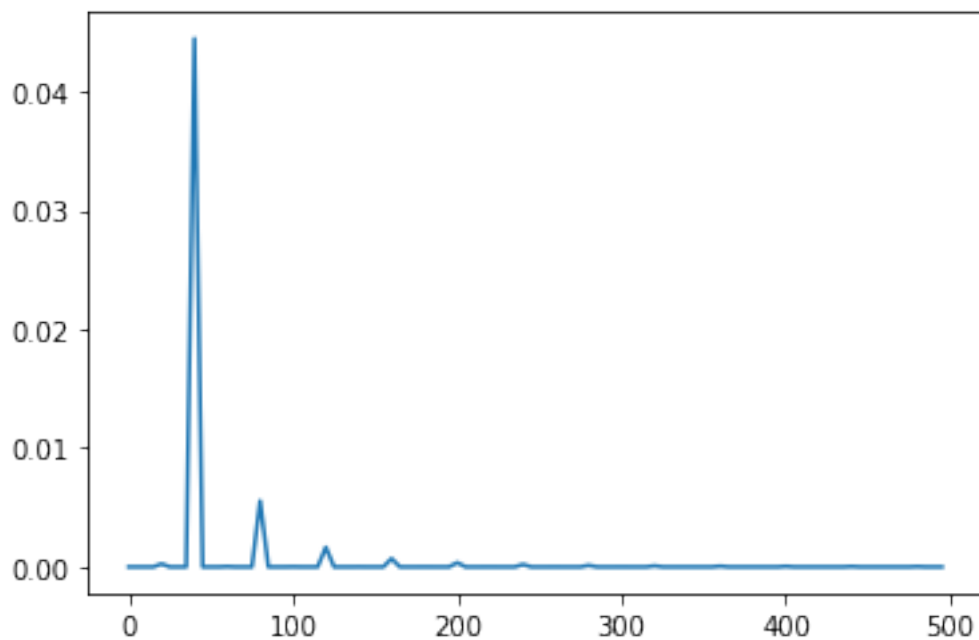


Рисунок 9.9. График

## 9.4. Упражнение 4

Проверм влияние второй разности и второй производной на CubicSignal

```
1 from thinkdsp import CubicSignal
2
3 wave = CubicSignal(freq=0.0005).make_wave(duration=10000, framerate=1)
4 wave.plot()
```

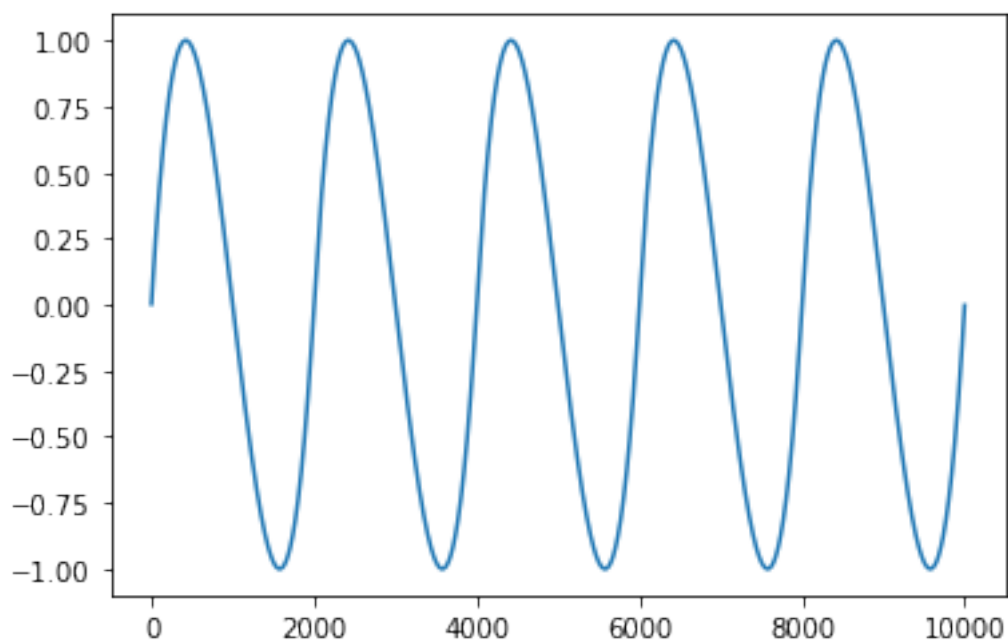


Рисунок 9.10. Кубический сигнал

```
1 wave_diff_1 = wave.diff()
2 wave_diff_1.plot()
```

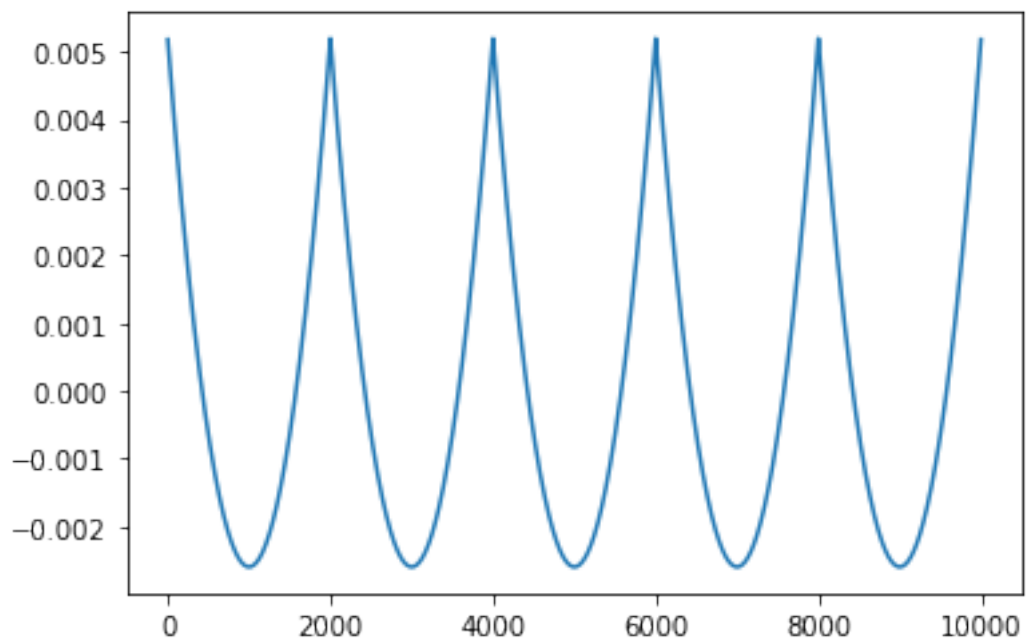


Рисунок 9.11. Первая разность

```
1 wave_diff_2 = wave_diff_1.diff()
2 wave_diff_2.plot()
```

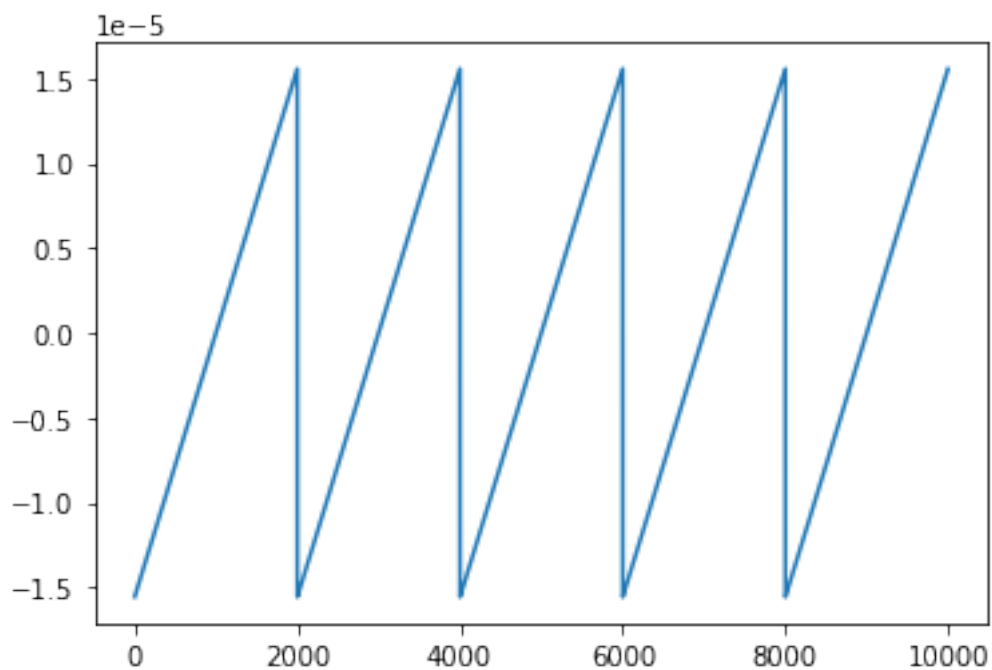


Рисунок 9.12. Вторая разность

Первая разность - это парабола, а вторая разность - пилообразный сигнал

```
1 spectrum = wave.make_spectrum().differentiate().differentiate()
2 wave_differentiate = spectrum.make_wave()
3 wave_differentiate.plot()
4 decorate(xlabel='Time (s)')
```

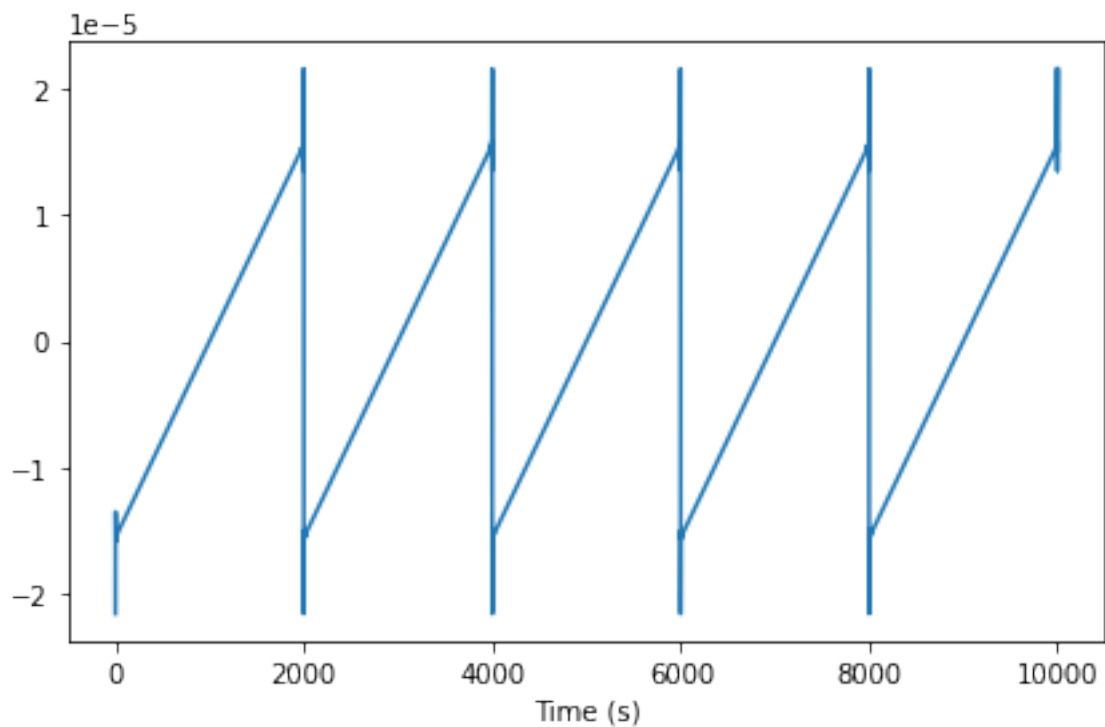


Рисунок 9.13. Полученный сигнал со звоном

После двойного дифференцирования `differentiate` на графике виден пилообразный сигнал с звоном, из-за того, что производная параболического сигнала в некоторых точках не определена.

Окно второй разности это -1, 2, -1. При вычислении ДПФ можно найти соответствующий фильтр.

```

1 from thinkdsp import zero_pad
2 from thinkdsp import Wave
3
4 diff_window = np.array([-1.0, 2.0, -1.0])
5 padded = zero_pad(diff_window, len(wave))
6 diff_wave = Wave(padded, framerate=wave.framerate)
7 diff_filter = diff_wave.make_spectrum()
8 diff_filter.plot(label='2nd diff')
9
10 decorate(xlabel='Frequency (Hz)',
11          ylabel='Amplitude ratio')
```

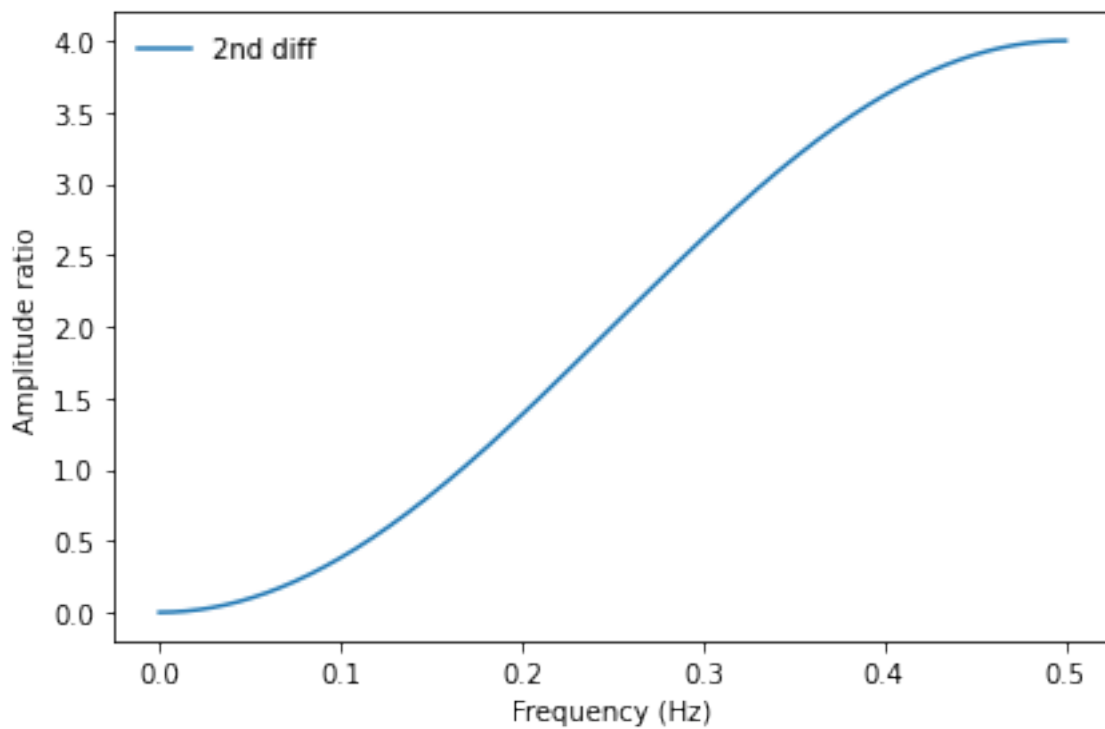


Рисунок 9.14. Первый фильтр

Для второй производной можно найти соответствующий фильтр, рассчитав фильтр первой производной и возведя его в квадрат:

```

1 deriv_filter = wave.make_spectrum()
2 deriv_filter.hs = (2 * np.pi * 1j * deriv_filter.fs)**2
3 deriv_filter.plot()

```

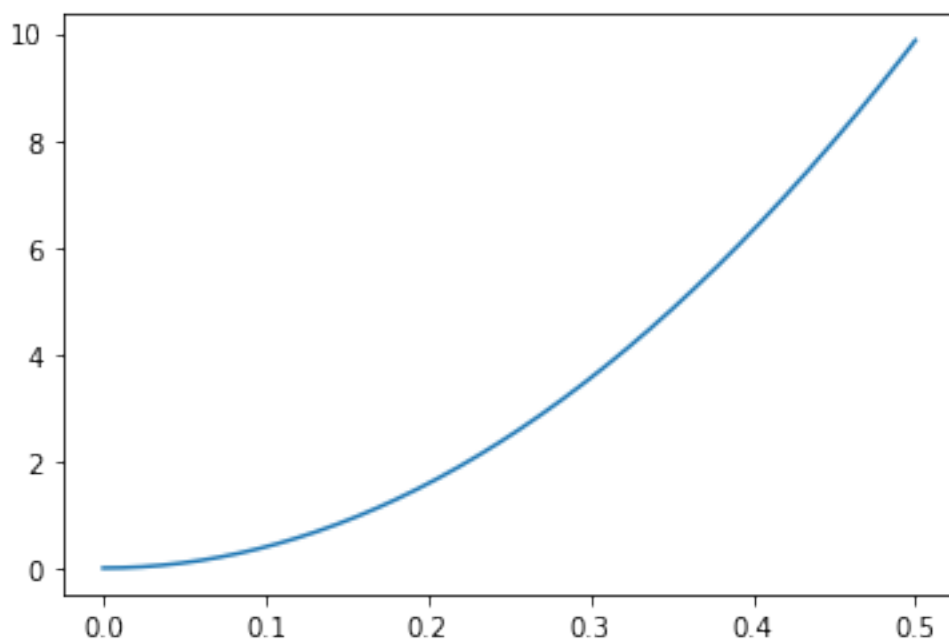


Рисунок 9.15. Второй фильтр

Сравним эти два графика

```

1 diff_filter.plot(label='2nd diff')
2 deriv_filter.plot(label='2nd deriv')
3
4 decorate(xlabel='Frequency (Hz)',
5          ylabel='Amplitude ratio')

```

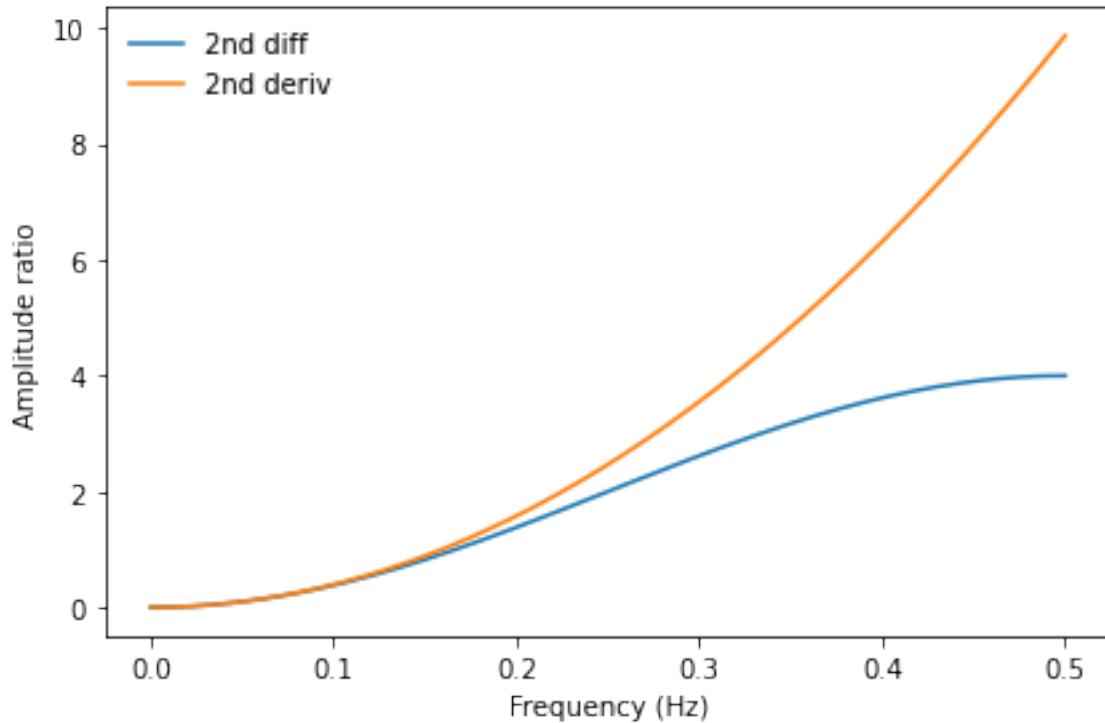


Рисунок 9.16. Сравнение фильтров

Оба являются фильтрами верхних частот, которые усиливают высокочастотные компоненты. Вторая производная является параболической, поэтому она больше всего усиливает самые высокие частоты, а вторая разность является хорошей аппроксимацией второй производной только на самых низких частотах, далее она существенно отклоняется.

## 9.5. Вывод

В данной работе были рассмотрены соотношения между окнами во временной области и фильтрами в частотной. Были рассмотрены конечные разности, аппроксимирующее дифференцирование и накапливающие суммы с аппроксимирующим интегрированием.

## 10. Сигналы и системы

### 10.1. Упражнение 1

Изменим пример из `chap10.ipynb` и удостоверимся, что дополнение нулями устраняет лишнюю ноту. Урежем оба сигнала до  $2^{16}2^{17}$ .

```
1 if not os.path.exists('180960__kleeb__gunshot.wav'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/180960
      __kleeb__gunshot.wav
3
4 from thinkdsp import read_wave
5
6 response = read_wave('180960__kleeb__gunshot.wav')
7
8 start = 0.12
9 response = response.segment(start=start)
10 response.shift(-start)
11
12 response.truncate(2**16)
13 response.zero_pad(2**17)
14
15 response.normalize()
16 response.plot()
17 decorate(xlabel='Time (s)')
```

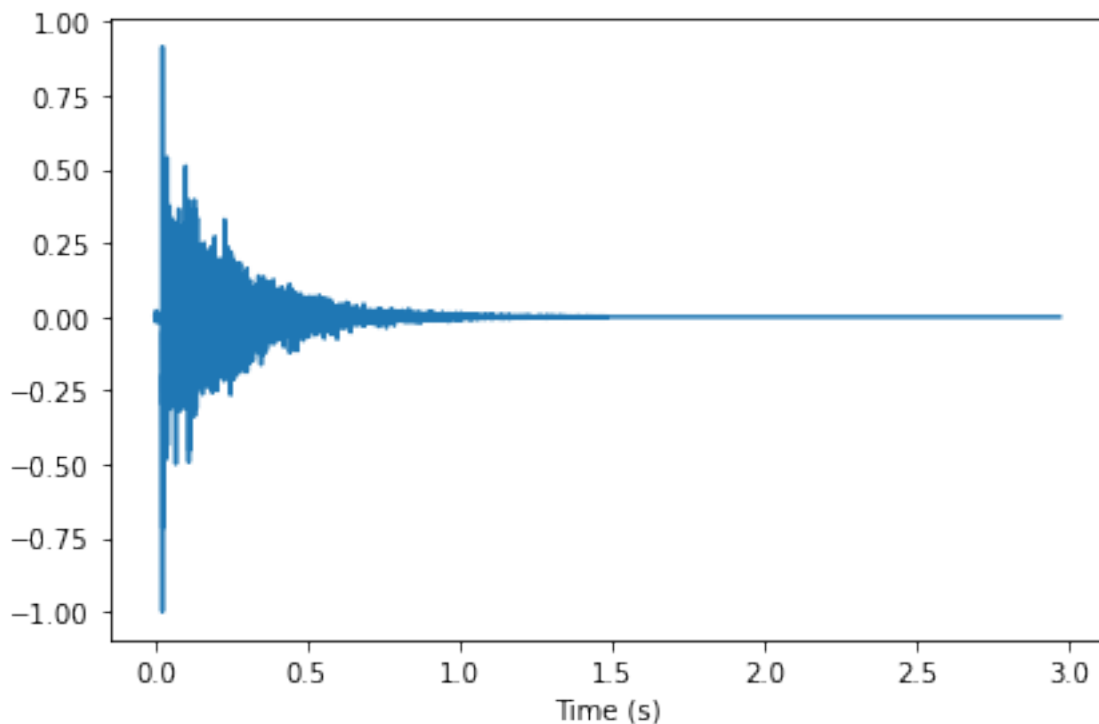


Рисунок 10.1. Сигнал

Вычислим спектр:

```
1 transfer = response.make_spectrum()
2 transfer.plot()
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')
```

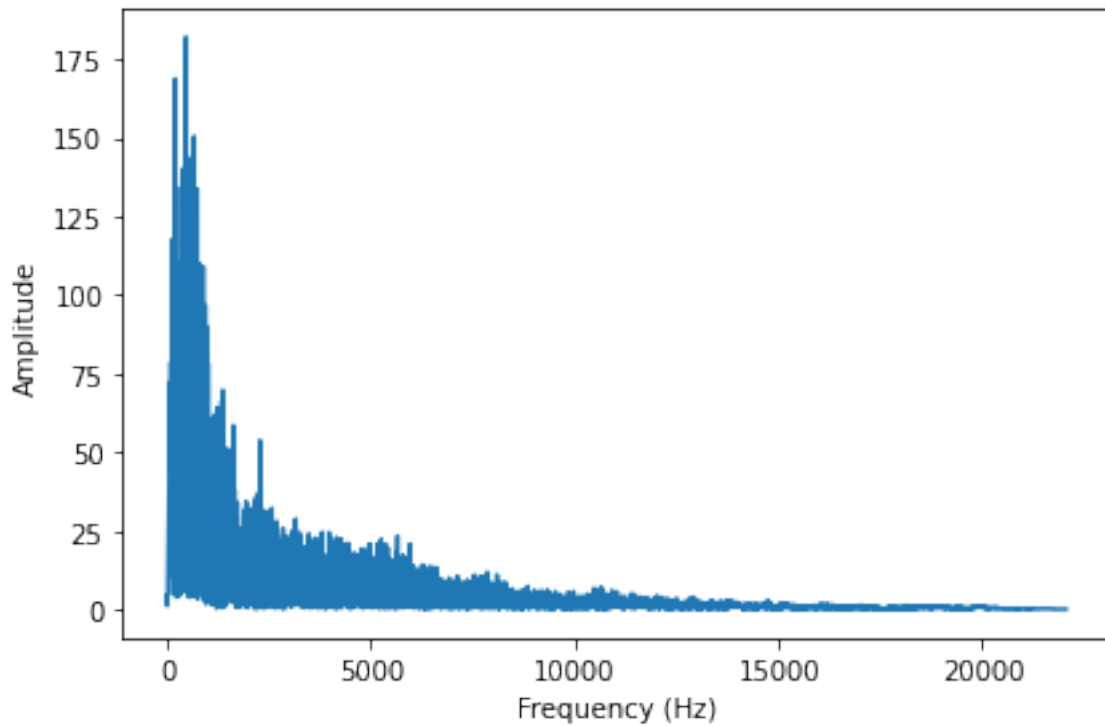


Рисунок 10.2. Спектр сигнала

Теперь перейдём к самой записе:

```
1 if not os.path.exists('92002__jcveliz__violin-origional.wav'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/92002
      __jcveliz__violin-origional.wav
3
4 violin = read_wave('92002__jcveliz__violin-origional.wav')
5
6 start = 0.11
7 violin = violin.segment(start=start)
8 violin.shift(-start)
9
10 violin.truncate(2**16)
11 violin.zero_pad(2**17)
12
13 violin.normalize()
14 violin.plot()
15 decorate(xlabel='Time (s)')
```



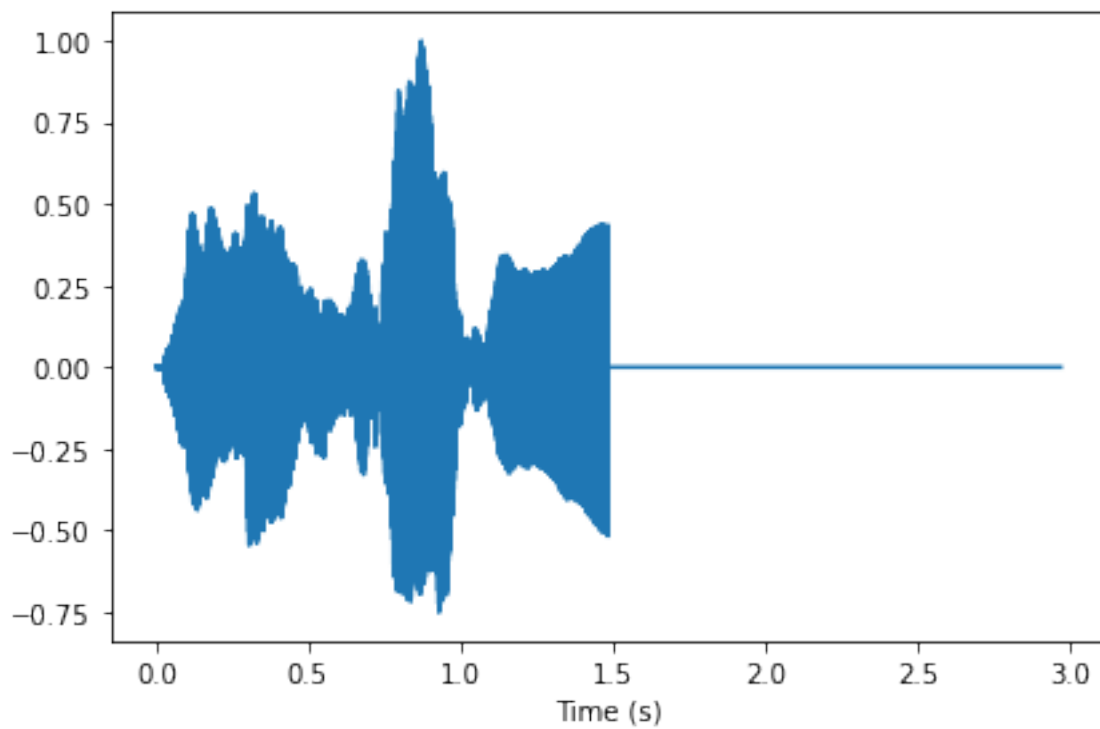


Рисунок 10.3. График сигнала

Вычислим спектр:

```
1 spectrum = violin.make_spectrum()
```

Теперь умножим ДПФ сигнала на передаточную функцию и преобразуем обратно в волну

```
1 wave = (spectrum * transfer).make_wave()
```

```
2 wave.normalize()
```

```
3 wave.plot()
```

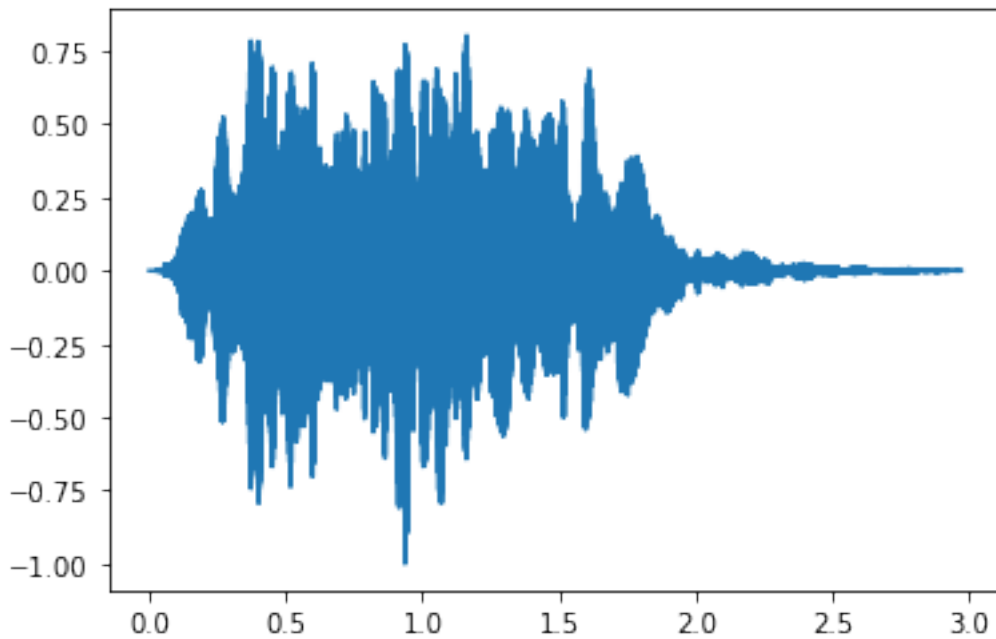


Рисунок 10.4. График сигнала

Исходя из результатов видно, что проблему с лишней нотой удалось решить.

## 10.2. Упражнение 2

Смоделируйте двумя способами звучание записи в том пространстве, где была измерена импульсная характеристика, как свёрткой самой записи с импульсной характеристикой, так и умножением ДПФ записи на вычисленный фильтр, соответствующий импульсной характеристике.

Воспользуемся характеристикой из учебного пособия, так как при взятии звуков с импульсной характеристикой с ресурса Open Air получается сильный шум.

```

1 if not os.path.exists('stalbens_a_mono.wav'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/
      stalbens_a_mono.wav
3
4 response = read_wave('stalbens_a_mono.wav')
5
6 start = 0
7 duration = 3
8 response = response.segment(duration=duration)
9 response.shift(-start)
10
11 response.normalize()
12 response.plot()
13 decorate(xlabel='Time (s)')
```

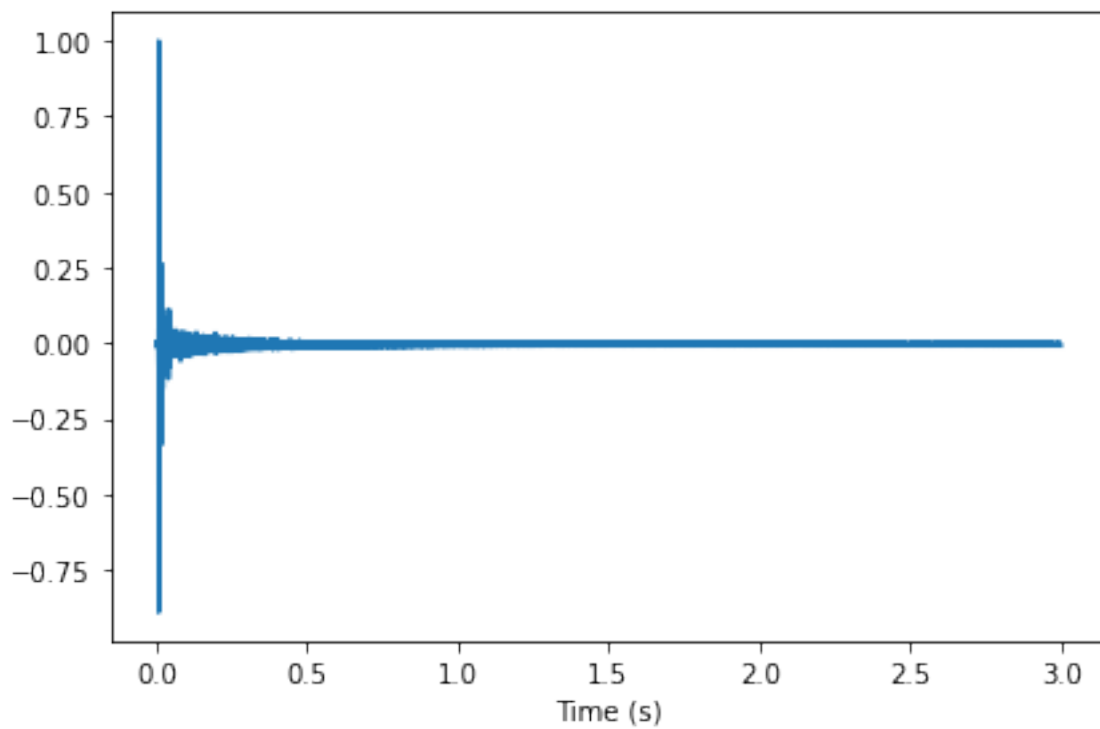


Рисунок 10.5. График загруженного сигнала

ДПФ импульсной характеристики:

```

1 transfer = response.make_spectrum()
2 transfer.plot()
3 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude')

```

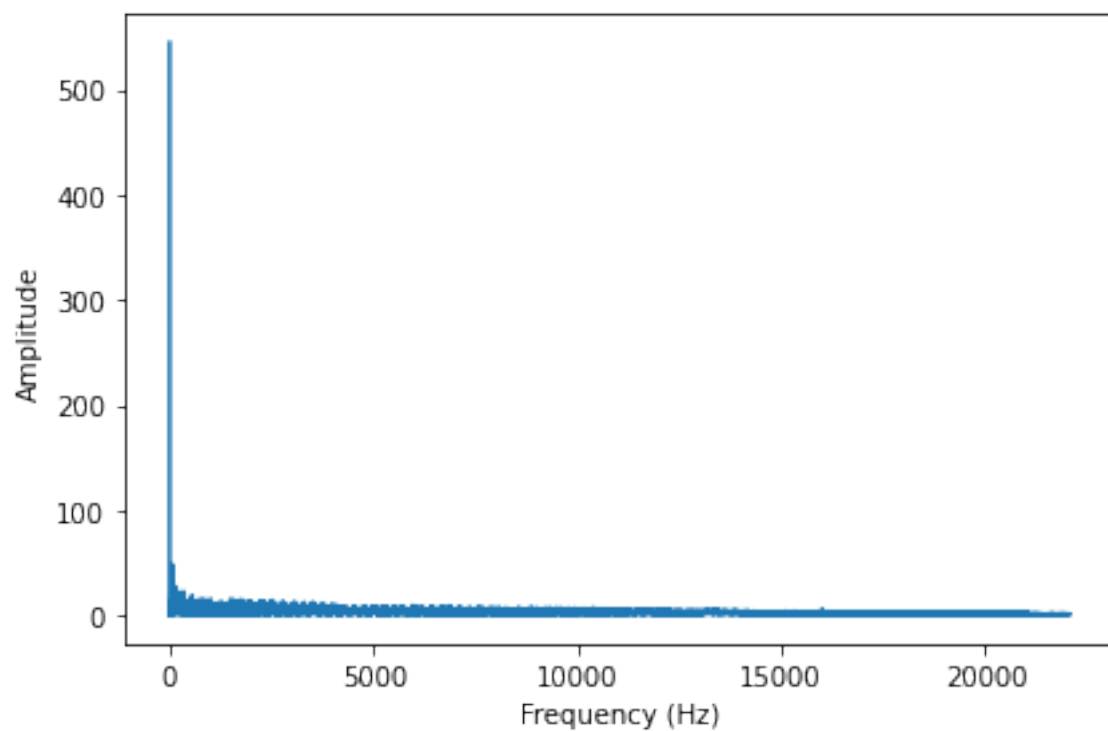


Рисунок 10.6. ДПФ импульсной характеристики

В лагорифмическом масштабе:

```
1 transfer.plot()  
2 decorate(xlabel='Frequency (Hz)', ylabel='Amplitude',  
3          xscale='log', yscale='log')
```

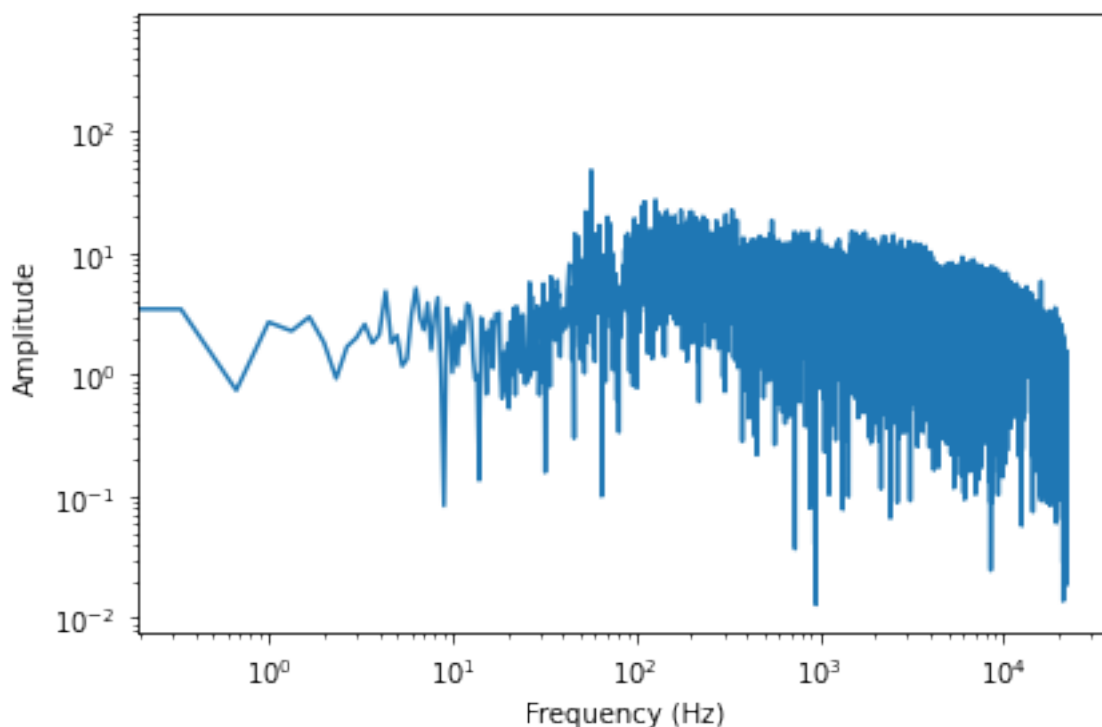


Рисунок 10.7. ДПФ импульсной характеристики в лагорифмическом масштабе

Возьмем запись для преобразования

```
1 if not os.path.exists('440931__xhale303__piano-loop-1.wav'):  
2     !wget https://github.com/hotnotHD/Telecom/raw/main/440931__xhale303__piano-  
3     loop-1.wav  
4 wave = read_wave('440931__xhale303__piano-loop-1.wav')  
5  
6 start = 0.0  
7 wave = wave.segment(start=start)  
8 wave.shift(-start)  
9  
10 wave.truncate(len(response))  
11 wave.normalize()  
12 wave.plot()  
13 decorate(xlabel='Time (s)')
```

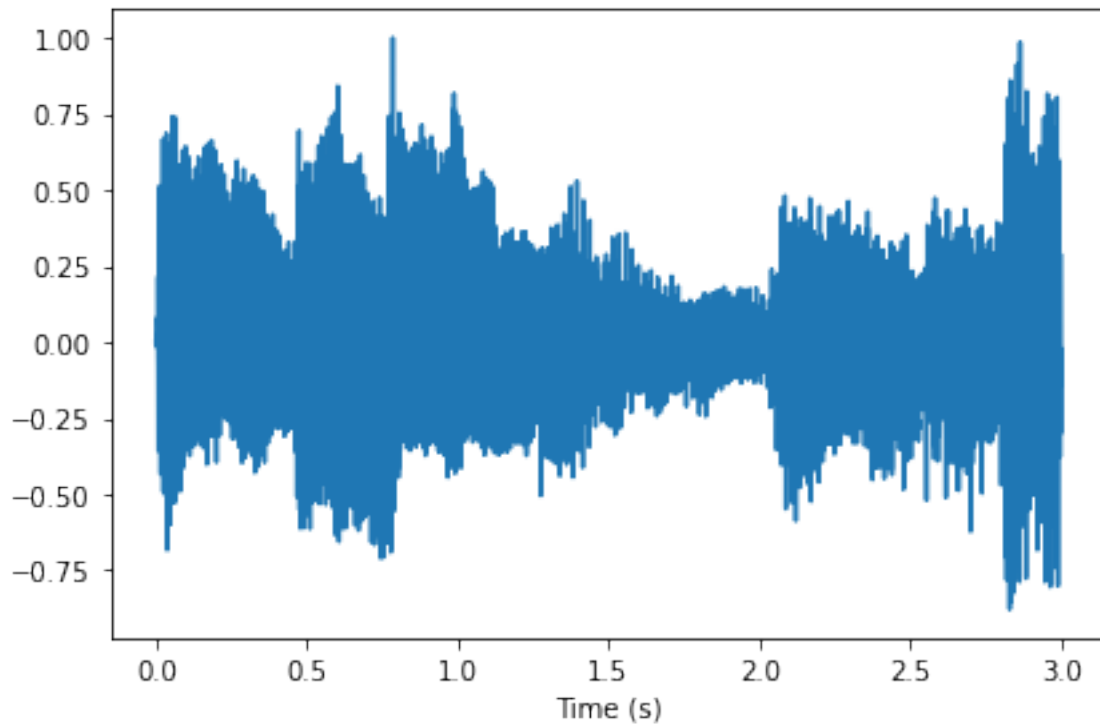


Рисунок 10.8. Сигнал звука пианино

```
1 wave framerate
2
3 44100
```

Теперь вычислим ДПФ преобразование записи и урежем запись до той же длины, что и импульсная характеристика

```
1 spectrum = wave.make_spectrum()
2
3 len(spectrum.hs), len(transfer.hs)
4 (66151, 66151)
5
6 spectrum.fs
7 array([0.00000000e+00, 3.33333333e-01, 6.66666667e-01, ...,
8        2.20493333e+04, 2.20496667e+04, 2.20500000e+04])
9
10 transfer.fs
11 array([0.00000000e+00, 3.33333333e-01, 6.66666667e-01, ...,
12        2.20493333e+04, 2.20496667e+04, 2.20500000e+04])
```

С использованием свертки:

```
1 convolved2 = wave.convolve(response)
2 convolved2.normalize()
3 convolved2.make_audio()
```

Через умножение:

```
1 out_wave = (spectrum * transfer).make_wave()
2 out_wave.normalize()
3 out_wave.plot()
```

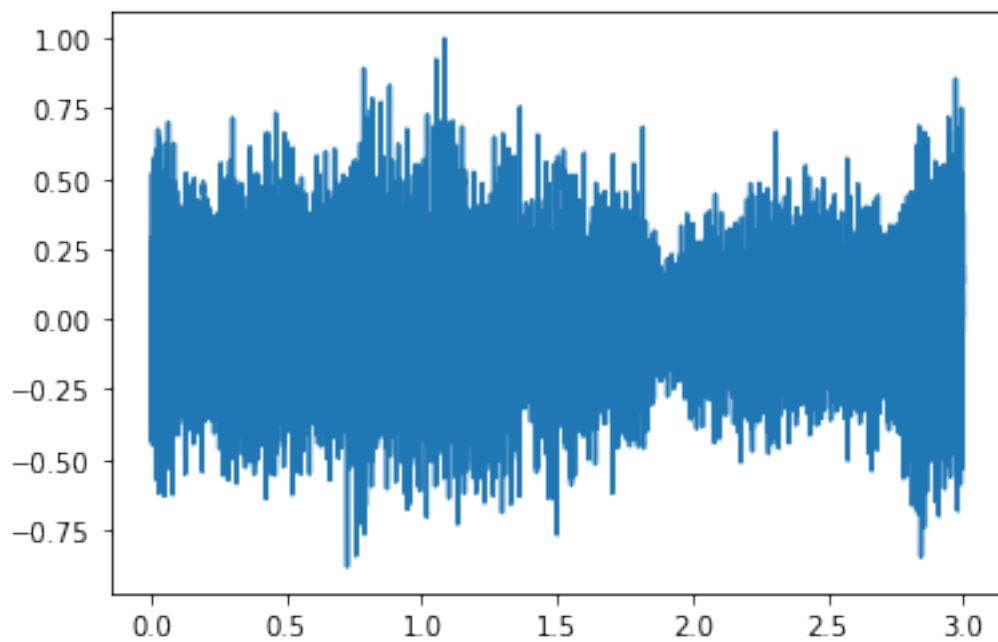


Рисунок 10.9. Полученный ДПФ

### 10.3. Вывод

В данной работе были рассмотрены основные позиции из теории сигналов и систем. Как примеры - музыкальная акустика. При описании линейных стационарных систем используется теорема о свёртке.

## 11. Модуляция и сэмплирование

### 11.1. Упражнение 1

Вернемся к примеру "Соло на барабанах", применим фильтр НЧ до выборки, а затем, опять с помощью фильтра НЧ, удалим спектральные копии, вызванные выборкой. Результат должен быть идентичен отфильтрованному сигналу.

```
1 if not os.path.exists('263868__kevcio__amen-break-a-160-bpm.wav'):
2     !wget https://github.com/AllenDowney/ThinkDSP/raw/master/code/263868
      __kevcio__amen-break-a-160-bpm.wav
3
4 from thinkdsp import read_wave
5
6 wave = read_wave('263868__kevcio__amen-break-a-160-bpm.wav')
7 wave.plot()
```

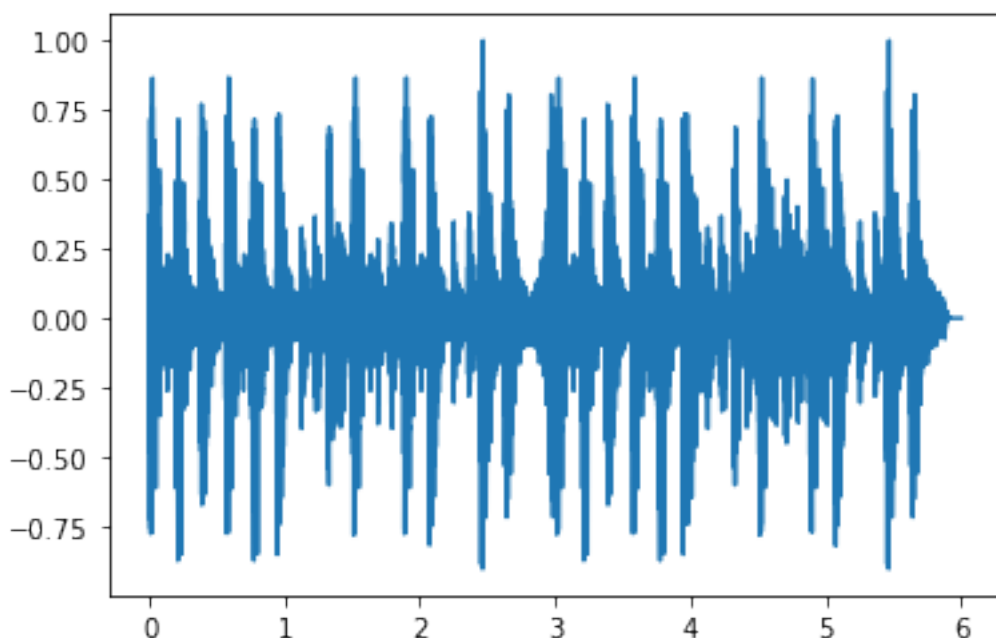


Рисунок 11.1. График сигнала игры на барабанах

```
1 wave.framerate
2
3 44100
```

Видно, что сигнал дискретизируется с частотой 44100 hz

```
1 spectrum = wave.make_spectrum(full=True)
2 spectrum.plot()
```

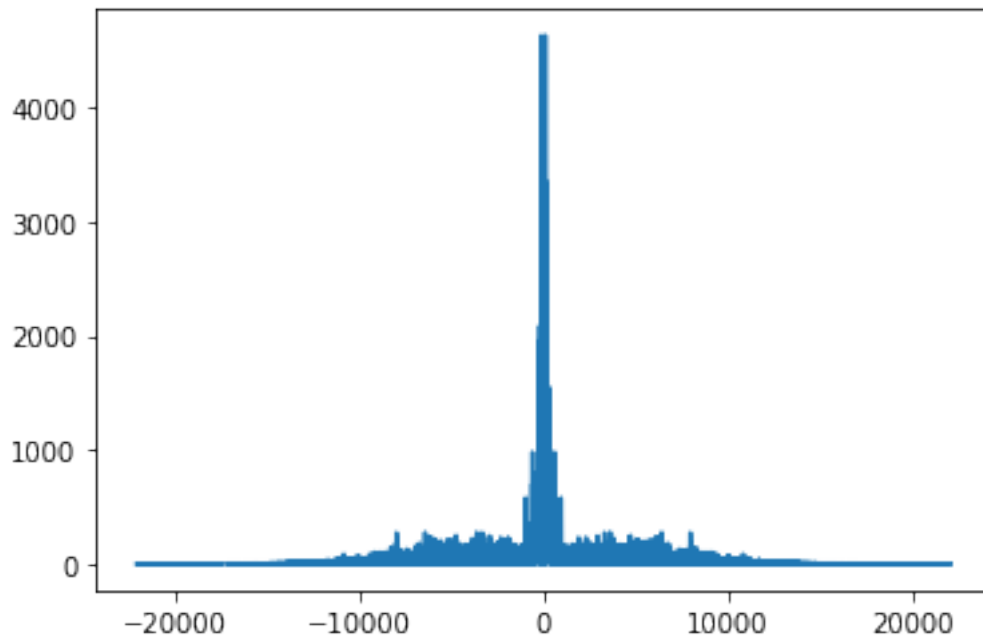


Рисунок 11.2. Спектр сигнала

Применим фильтр НЧ

```
1 factor = 3
2 framerate = wave.framerate / factor
3 cutoff = framerate / 2 - 1
```

Применим фильтр сглаживания для удаления частот выше новой частоты сворачивания, которая равна  $\text{framerate} / 2$

```
1 spectrum.low_pass(cutoff)
2 spectrum.plot()
```

Рисунок 11.3. Отфильтрованный сигнал

Функция, которая имитирует процесс выборки:

```
1 from thinkdsp import Wave
2
3 def sample(wave, factor):
4     ys = np.zeros(len(wave))
5     ys[::factor] = wave.ys[::factor]
6     return Wave(ys, framerate=wave.framerate)
7
8 sampled = sample(filtered, factor)
9 sampled.make_audio()
10
11 sampled_spectrum = sampled.make_spectrum(full=True)
12 sampled_spectrum.plot()
```



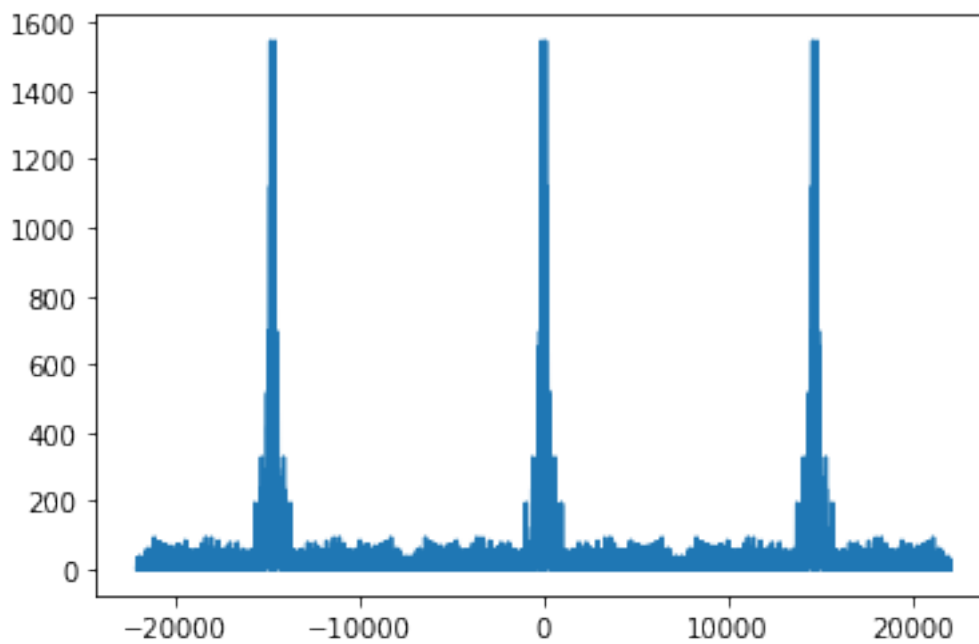


Рисунок 11.4. Получившийся спектр

Видно, что появляются копии спектра

Ещё раз применив фильтр НЧ избавились от них

```
1 sampled_spectrum.low_pass(cutoff)
2 sampled_spectrum.plot()
```

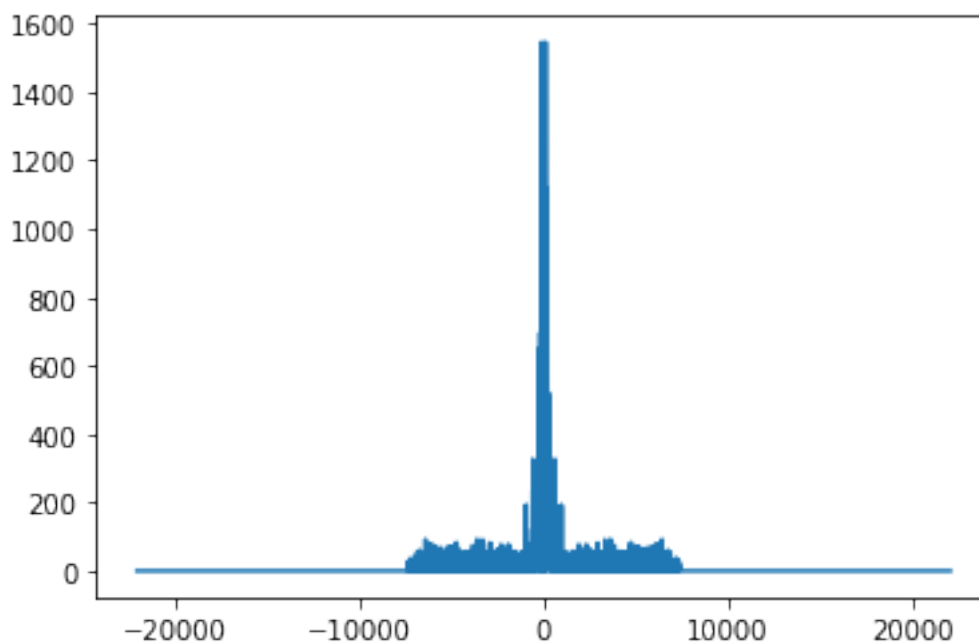


Рисунок 11.5. Результат избавления от копий

```
1 interpolated = sampled_spectrum.make_wave()
2 interpolated.make_audio()
```

```
3
```

```

4 spectrum.plot()
5 sampled_spectrum.plot()

```

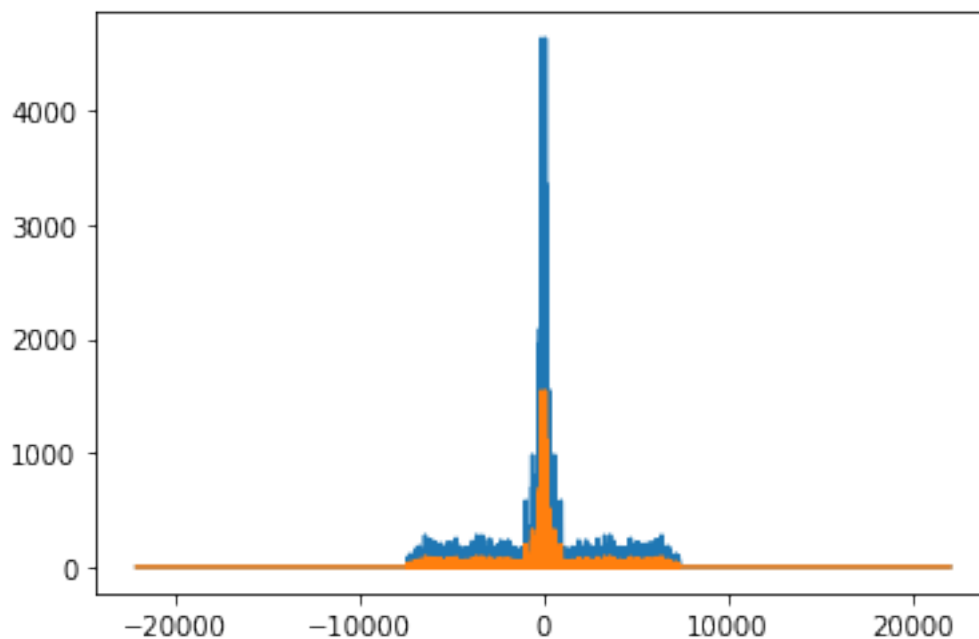


Рисунок 11.6. Сравнение спектров

Увеличим амплитуду в 3 раза

```

1 sampled_spectrum.scale(factor)
2 sampled_spectrum.plot()
3 spectrum.plot()

```

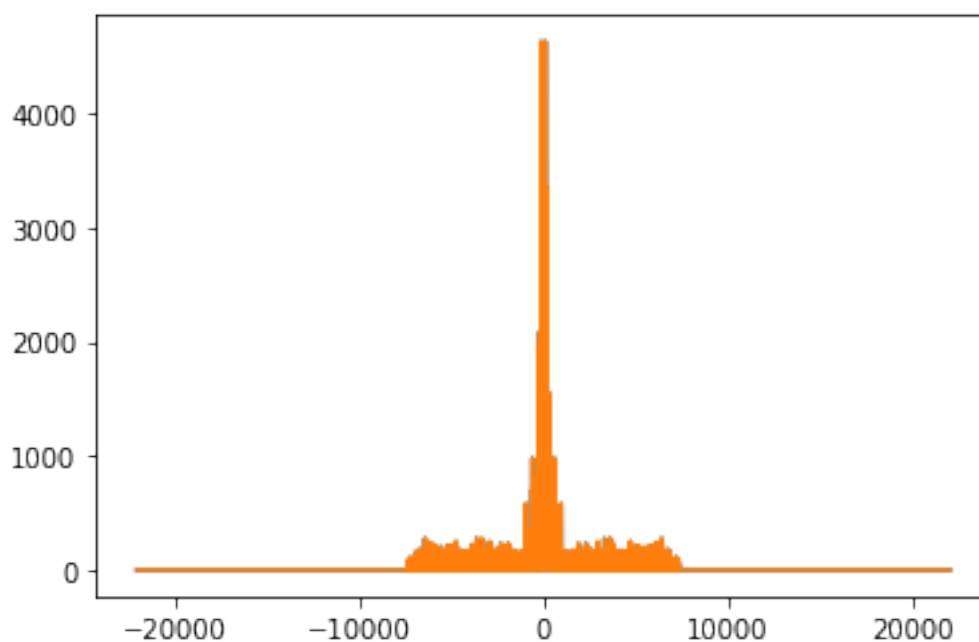


Рисунок 11.7. Сравнение спектров

```
1 interpolated = sampled_spectrum.make_wave()  
2 interpolated.make_audio()
```

Разница едва заметна

## 11.2. Вывод

В данной работе были проверены свойства выборок и прояснены биения и заворот частот.

## 12. FSK

### 12.1. Теоритическая основа

Frequency Shift Key - вид модуляции, при которой скачкообразно изменяется частота несущего сигнала в зависимости от значений символов информационной последовательности. Частотная модуляция весьма помехоустойчива, так как помехи искажают в основном амплитуду, а не частоту сигнала.

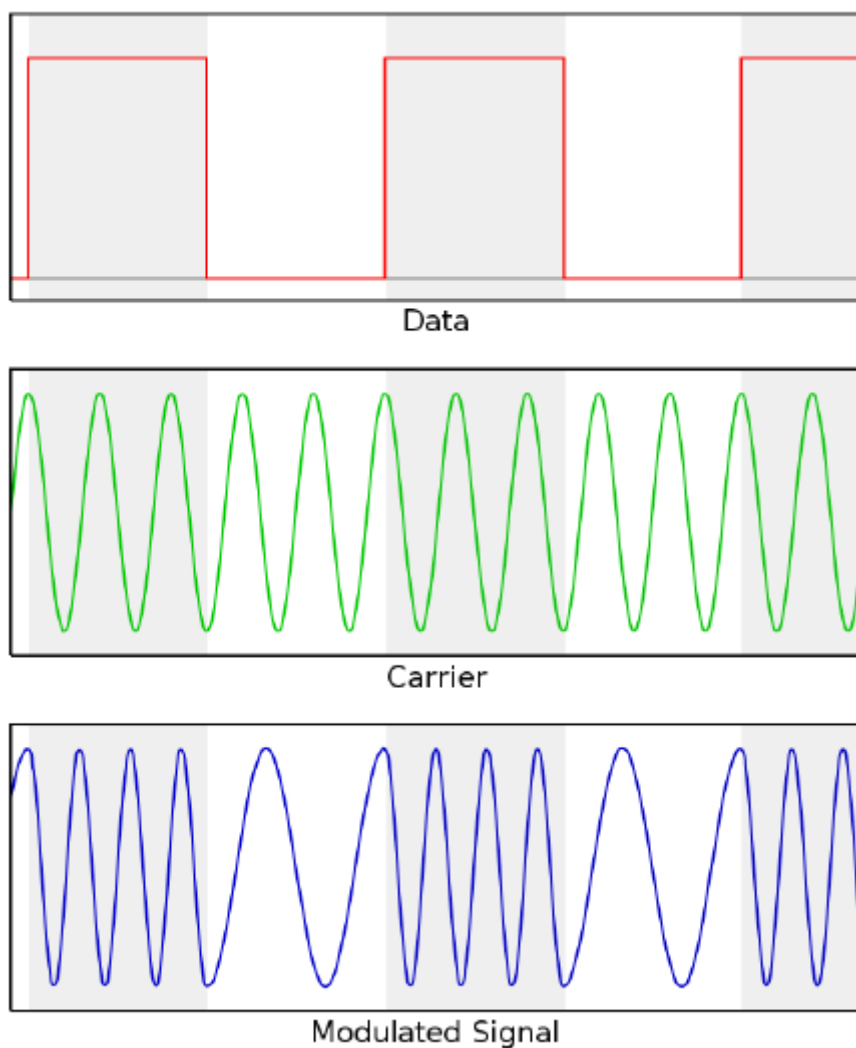


Рисунок 12.1. Пример FSK с двоичными данными

### 12.2. Схема в GNU Radio

Для изучения этого процесса в GNU Radio необходимо построить следующую блок схему [12.2](#):

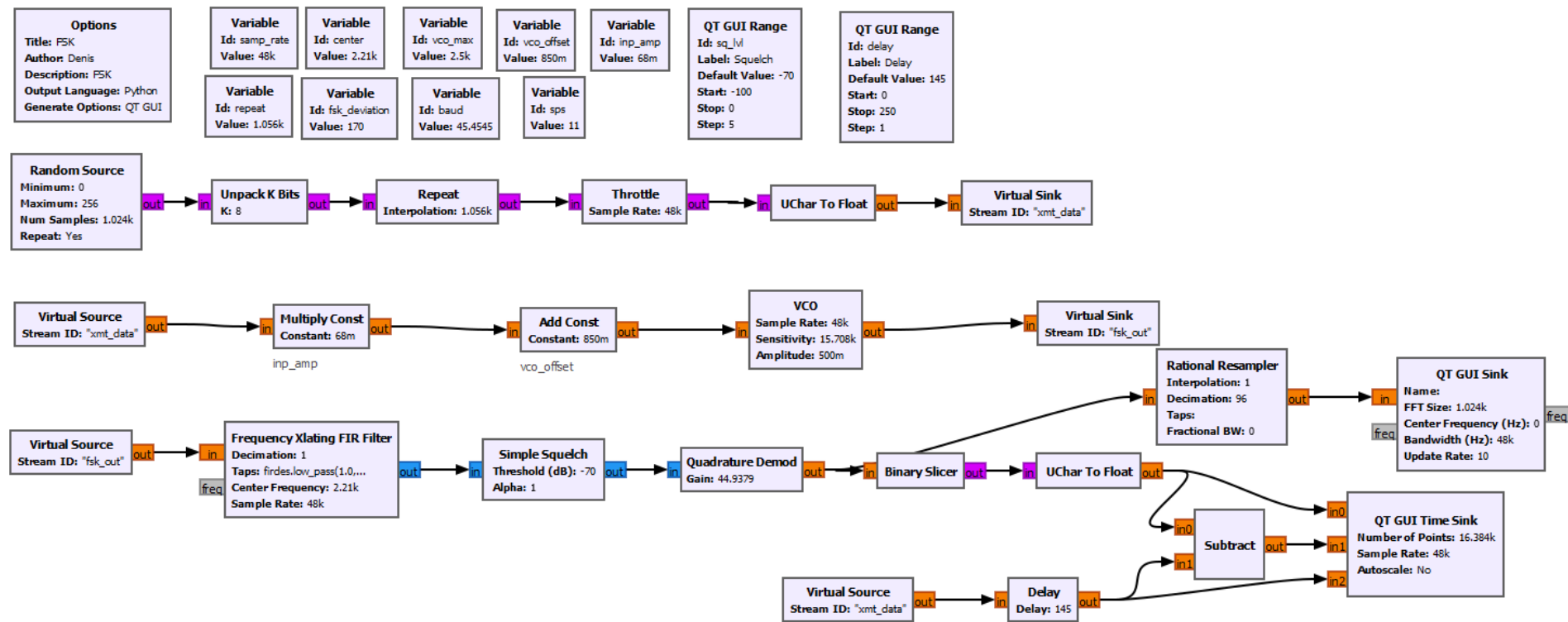


Рисунок 12.2. Схема FSK

Описание используемых блоков:

- Variable - блок адресующий в уникальной переменной. При помощи ID можно передавать информацию через другие блоки.
- QT GUI Range - графический интерфейс для изменения заданной переменной.
- Random Source - генератор случайных чисел.
- Unpack K bits - преобразуем байт с k релевантными битами в k выходных байтов по одному биту в каждом.
- Repeat - количество повторений ввода, действующее как коэффициент интерполяции.
- Throttle - дросселировать поток таким образом, чтобы средняя скорость не превышала удельную скорость.
- Uchar To Float - конвертация байта в Float.
- Virtual Sink - сохраняет поток в вектор, что полезно, если нам нужно иметь данные за эксперимент.
- Virtual Source - источник данных, который передаёт элементы на основе входного вектора.
- Multiply Const - умножает входной поток на скаляр или вектор.
- Add Const - прибавляет к потоку скаляр или вектор.
- VCO - генератор, управляемый напряжением. Создает синусоиду на основе входной амплитуды.
- Frequency Xlating FIR Filter - этот блок выполняет преобразование частоты сигнала, а также понижает дискретизацию сигнала, запуская на нем прореживающий КИХ-фильтр. Его можно использовать в качестве канализатора для выделения узкополосной части широкополосного сигнала без центрирования этой узкополосной части по частоте.
- Simple Squelch - простой блок шумоподавления на основе средней мощности сигнала и порога в дБ.
- Quadrature Demod - квадратурная модуляция.
- Binary Slicer - слайсы от значения с плавающей запятой, производя 1-битный вывод. Положительный ввод производит двоичную 1, а отрицательный ввод производит двоичный ноль.
- QT GUI Sink - выводы необходимой информации в графическом интерфейсе.

Алгоритм работы: Источник генерирует случайные байты (от 0 до 255). Далее этот байт распаковывается в каждый бит становится байтом со значащим младшим разрядом. Для ограничения потока использует Throttle. Приёмник при помощи фильтра смещает принимаемый сигнал так, чтобы он был сосредоточен вокруг центральной частоты - между частотами Mark и Space. Шумоподаватель добавлен для реального приёма сигналов. Блок Quadrature Demod производит сигнал, который является положительным для входных частот выше нуля и отрицательным для частот ниже нуля. Когда данные доходят до Binary Slicer, то на выходе получает биты, это и есть наша полученная информация.

## 12.3. Тестирование

Запустим моделирование.

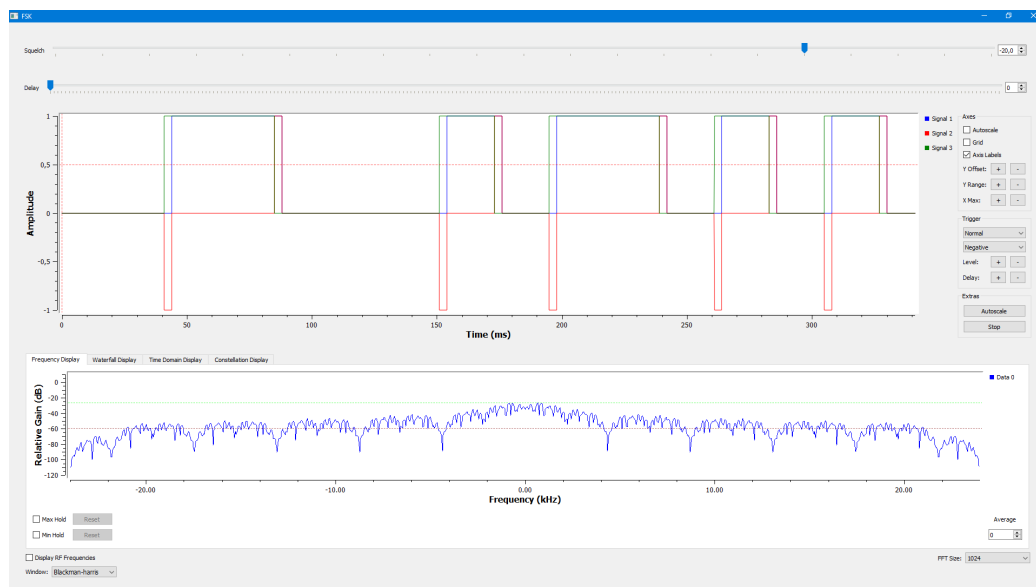


Рисунок 12.3. Тестирование без задержки с наложением шума

Исходя из Рисунка 12.3 видно, что у нас присутствует 3 сигнала. Синий сигнал - данные полученные приёмником. Зелёный сигнал - данные переданные передатчиком. Красный сигнал - разница между двумя предыдущими. Если всё передаётся верно, то красный сигнал должен быть равен 0. Исходя из результатов видно, что переданная и полученная информация разная. Дело в том, что всё блоки передатчика и приёмника не работают с бесконечно малой задержкой. Поэтому надо ввести задержку между приёмом и выдачей данных на диаграмму. Делается это при помощи блока Delay. Установил задержку 145.

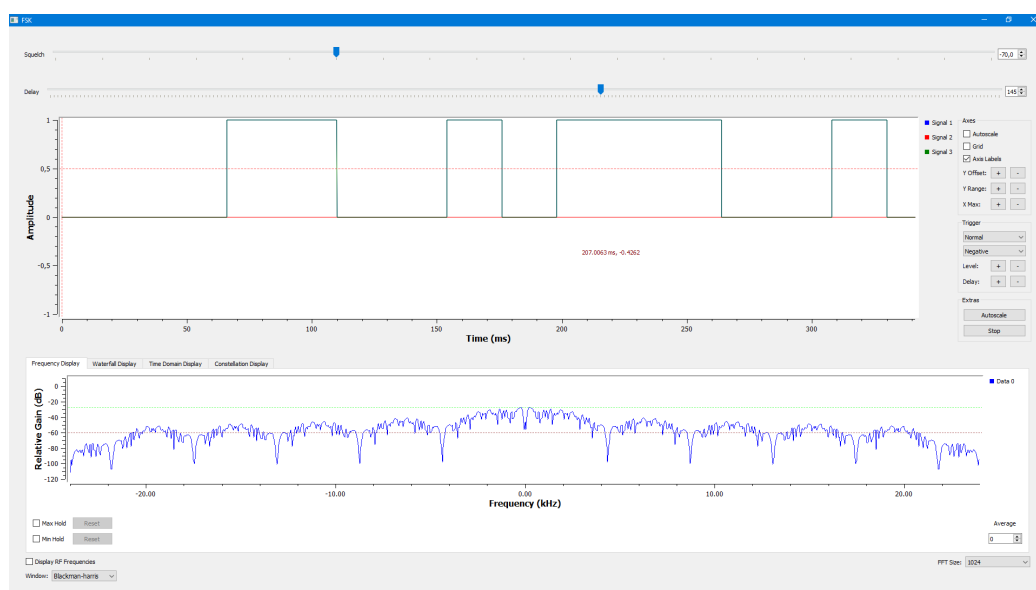


Рисунок 12.4. Тестирование с установленной задержкой

На рисунке видно, что мы подвергли сигнал шумам, но из-за фильтра это не помешало нам получить информацию.

## **12.4. Вывод**

В данной работе был изучен новый способ модуляции. Как говорилось ранее, он довольно шумоустойчив из-за того, что информация передаётся при помощи изменений частоты, а не амплитуды. При помощи среды Radio GNU была создана модель и проверена на корректность.