

9月26日作业

(作业所涉及记号遵从课堂记号约定)

1. 验证：度量空间中，集合全有界性定义与其叙述中的 $\varepsilon$ -网的点是取自本身还是其所在空间无关。
2. 证明：若度量空间 $(K, d)$ 是列紧空间（其任何点列在 $K$ 中有收敛子列），则 $(K, d)$ 的任一非空闭子集套有非空的交集。
3. 在度量空间 $(Q, d)$ （ $Q$ 是全体有理数集， $d(p, q) = |p - q|$ ）中， $E = \{p \in Q \mid 2 < p^2 < 3\}$ 。试问： $E$ 是否是 $(Q, d)$ 中的开集，有界闭集，全有界集与紧集？
4. 度量空间中 $(K, d)$ 中，若 $E$ 是 $(K, d)$ 中的一个全有界集，则在 $E$ 中存在一个至多可数集 $F$ 使得 $\bar{F} \supset E$ 。
5. 设 $\{G_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ 是Hausdorff拓扑空间 $X$ 中一组紧子集。若 $\{G_\lambda, \lambda \in \Lambda\}$ 中任意有限个集合的交集都非空，那么 $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} G_\lambda \neq \emptyset$ 。