

11月2日作业

(作业所涉及记号遵从课堂记号约定)

1. 设 $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| dx$ 收敛, 证明 $I(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos(yx) dx$ 关于 y 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致收敛, 并且 $I(y)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上一致连续。
2. 设 $f(x, y)$ 在 $[a, +\infty) \times [\alpha, +\infty)$ 上有定义, 并且当 $x \rightarrow +\infty$ 时 $f(x, y)$ 关于 y 在 $[\alpha, +\infty)$ 上内闭一致收敛于 $g(y)$, 又 $I(x) = \int_{\alpha}^{+\infty} f(x, y) dy$ 关于 x 在 $[a, +\infty)$ 上一致收敛。证明: $\lim_{x \rightarrow +\infty} I(x) = \int_{\alpha}^{+\infty} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x, y) dy = \int_{\alpha}^{+\infty} g(y) dy$ 。
3. 用两种方法计算积分 $I = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \sin cx dy$, 其中 $a > 0, b > 0, c > 0$ 。
4. 计算积分 $I = \int_0^{+\infty} \frac{\sin(ax) \sin(bx)}{x} dx$, $a > 0, b > 0$ 。
5. 用含参变量积分的分析性质计算 Euler–poisson 概率积分: $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ 。