10 月 24 日作业

（作业所涉及记号遵从课堂记号约定）

1. 求极限：$\lim\limits_{y\to 0^+}\int_0^1 \frac{\sin(yx^2)}{y}dx$；

2. 计算下列函数的导数：

（1）$f(x)=\int_x^{x^2}\frac{\cos(xy)}{y}dy$；

（2）$\mathrm{F}(t)=\int_0^{t^2}dx\int_{x-t}^{x+t}\sin(x^2+y^2-t^2)dy$

3. 计算下列积分：

（1）$I(a)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\ln(\sin^2 x+a^2\cos^2 x)dx\ (a>0)$；

（2）$I=\int_0^1\sin(\ln\frac{1}{x})\frac{x^b-x^a}{\ln x}dx\ (a,b>0)$.

4. 设 $\mathrm{D}=[a,b]\times[\alpha,\beta]$，$f(x,y)\in C(D)$，$h(y)$ 在 $[\alpha,\beta]$ 上可积或者绝对可积。证明函数 $\mathrm{F}(x)=\int_\alpha^\beta f(x,y)h(y)dy$ 在 $[a,b]$ 上连续，并且有

$$\lim_{x\to x_0}\int_\alpha^\beta f(x,y)h(y)dy=\int_\alpha^\beta \lim_{x\to x_0} f(x,y)h(y)dy.$$

5. 设 $\mathrm{D}=[a,b]\times[\alpha,\beta]$，$f(x,y)\in C(D)$，$f_y'(x,y)\in C(D)$，$h(y)$ 在 $[\alpha,\beta]$ 上可积或者绝对可积。证明 $\frac{d}{dx}\int_\alpha^\beta f(x,y)h(y)dy=\int_\alpha^\beta f_y'(x,y)h(y)dy$.