

# 数据结构与算法

## 排序算法

计算机学院

朱晨阳 副教授

zhuchenyang07@nudt.edu.cn

排序算法



# 排序

- 5.1 基本概念
- 5.2 插入排序 (直接插入, 折半插入, shell排序\*)
- 5.3 选择排序 (直接选择, 树形选择)
- 5.4 交换排序 (冒泡排序, 快速排序)
- 5.5 分配排序 (基数排序\*)
- 5.6 归并排序



# 基本概念

- 排序码是结点中的一个或多个字段，其值作为排序运算中的依据。
- 排序码可以是关键字或非关键字。不是关键字时，可能有多个结点的排序码具有相同的值，这时排序结果不唯一。
- 排序中将结点称为记录，每个记录有一个排序码，将一系列结点构成的线性表称为文件。
- 排序运算是将文件中的记录按排序码排成非递减(或非递增)序列。



# 基本概念

- 如果一个排序算法对于任意具有相同排序码的多个记录在排序之后，这些具有**相同排序码的记录**的**相对次序一定能保持不变**，则称该排序算法是**稳定的**；否则称该排序算法是不稳定的。
- 排序前：{"Mike, 90", "John, 90", "Tom, 80"}
- 排序后：
  - {"Tom, 80", "Mike, 90", "John, 90"}
  - {"Tom, 80", "John, 90", "Mike, 90"}



# 直接插入排序

- 序号 0 1 2 3 4 5 6 7
- 初始 [46] 58 15 45 90 18 10 62
- for  $i=1, \dots, n-1$ ,  $A[i]$  插入  $A[0:i-1]$ 
  - $i=1$  [46 58] 15 45 90 18 10 62
  - $i=2$  [15 46 58] 45 90 18 10 62
  - $i=3$  [15 45 46 58] 90 18 10 62
  - $i=4$  [15 45 46 58 90] 18 10 62
  - $i=5$  [15 18 45 46 58 90] 10 62
  - $i=6$  [10 15 18 45 46 58 90] 62
  - $i=7$  [10 15 18 45 46 58 62 90]



# 直接插入排序

- 先将第一个记录看作是一个有序的记录序列，然后从第二个记录开始，依次将未排序的记录插入到这个有序的记录序列中去，直到整个文件中的全部记录排序完毕。
- $i$ 从1到 $n-1$ 执行：
  - 将 $a[i]$  插入到 $a[0..i-1]$ 得到从小到大的排列 $a[0..i]$   
( $temp=a[i]$  ;  $a[i-1]$ 、 $a[i-2]$ 、...依次与 $temp$ 比较，若比 $temp$ 大，则往后移动一个位置，最后一个腾出的位置放入 $temp$ 值)



# 直接插入排序

- $i=1, \dots, n-1$ ,  $A[i]$ 插入到 $A[0:i-1]$ 。
- 最好情况下，第 $i$ 趟插入发生在 $A[i]$ 处，这时总的比较次数为 $n-1$ 次；最坏情况下，每一趟插入发生在 $A[0]$ 处，这时总的比较次数为 $n(n-1)/2$ 。
- 第 $i$ 趟平均需要 $i/2$ 次比较，因而总的比较次数为 $1/2+2/2+\dots+(n-1)/2=n(n-1)/4$ ，时间复杂度为 $O(n^2)$ 。
- 直接插入排序是稳定的。



# 折半插入排序

- 折半排序算法：在已经排序的 $A[0 : i-1]$ 里为 $A[i]$ 寻找插入位置（可能的插入位置包括哪些？位置 $x$ 是指将 $A[i]$ 放入 $A[x]$ ）。包括 $0, 1, 2, \dots, i$
- 将 $A[i]$ 与 $A[m=(i-1)/2]$ 比较，若 $A[i] < A[m]$ 则在 $A[0 : m-1]$ 里寻找插入位置（可能的插入位置包括哪些？）包括 $0, 1, 2, \dots, m$
- 否则在 $A[m+1 : i-1]$ 里寻找插入位置（可能的插入位置包括哪些？）包括 $m+1, m+2, m+3, \dots, i$
- 如此反复，直到确定插入位置。





# 折半插入排序

0	1	2	3	4	5	6	7
[15	18	45	46	58	90]	10	62

考虑在 $A[0:5]$ 里插入 $A[6]$

- $A[6] < A[m=2]$
- 在 $A[0:1]$ 里插入 $A[6]$ （候选插入位置0,1,2）
- $A[6] < A[m=0]$
- 在 $A[0:-1]$ 里插入 $A[6]$ （候选插入位置0）
- 因为 $0 > -1$ ，所以插入点为0



# 折半插入排序

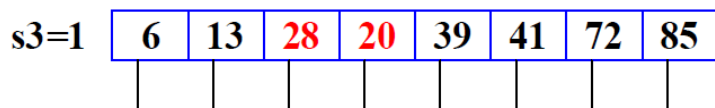
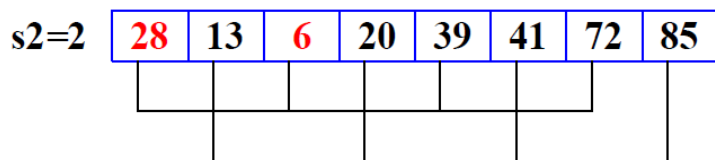
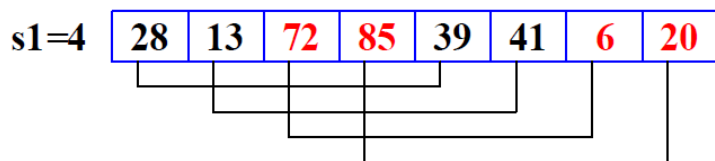
- 折半插入排序中需要的比较次数只与记录的个数有关，在插入 $A[i]$ 时，如果 $i=2^j$ ，则需要恰好 $j=\log_2 i$ 次比较才能确定应该插入的位置；如果 $2^j \leq i \leq 2^{j+1}$ ，则需要约 $j+1$ 次比较。因此， $n$ 个记录采用折半插入排序总的比较次数约为

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \lceil \log_2 i \rceil &= 0 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + \dots + k + \dots + k \\ &= \sum_{j=1}^k j 2^{j-1} \\ &= k 2^k - 2^k + 1 = n \log_2 n - n + 1\end{aligned}$$



# Shell排序

- 把待排序的 $n$ 个记录分成 $s_i$ 个组，距离为 $s_i$ 的记录为一个组，对每一组进行排序。 $s_i$ 逐渐变小。



排序  
结果

6	13	20	28	39	41	72	85
---	----	----	----	----	----	----	----



# Shell排序

- Shell排序的基本思想：先选定一个整数 $s_1 < n$ ，例如 $s_1 = n/2$ ，把待排序的 $n$ 个记录分成 $s_1$ 个组，所有距离为 $s_1$ 的记录为一个组，对每一组进行排序。然后取 $s_2 < s_1$ ，重复上述分组和排序。当达到 $s_i = 1$ 时，所有记录排好序。
- 各组内通常用直接插入排序，开始时 $s_i$ 值较大，各组记录数少，所以排序较快， $s_i$ 值增大时，由于已经按 $s_{i-1}$ 排好序，排序速度也较快。



# Shell排序

```
void ShellSort(ForSort A[], int n, int s)
{   int i, j, k; ForSort temp;
    for(k=s; k>0; k>>=1)        // 组s逐渐减小
    { //从每组第2个元素开始进行组内插入排序
        for(i=k; i<n; i++)
        {   temp=A[i]; j=i-k;
            while(j>=0 && temp.key<A[j].key)
            {   A[j+k]=A[j]; j-=k; }
            A[j+k]=temp;
        }
    }
}
```

是否是稳定的?



# Shell排序

- 我们来试一试

0	1	2	3	4	5	6	7
5	8	8	8	7	5	3	9

- 使用 $si=4, 2, 1$ 进行排序结果是?
- 使用 $si=3, 2, 1$ 进行排序结果是?



# 排序

- 5.1 基本概念
- 5.2 插入排序
- 5.3 选择排序



# 直接选择排序

- 直接选择排序：每次从 $A[i : n-1]$ 中选出排序码最小的记录 $A[k]$ ，放在已排序的记录 $A[0 : i-1]$ 的后面(交换 $A[i]$ 与 $A[k]$ )。i从 0 到  $n-1$  执行该步骤。例

42 32 31 12 25 11 43 10 8

[8] 32 31 12 25 11 43 10 42

[8 10] 31 12 25 11 43 32 42

[8 10 11] 12 25 31 43 32 42

...

[8 10 11 12 25 31 32 42 43]

比较次数的复杂度？  
是否是稳定的？





# 直接选择排序

- 直接选择排序的总比较次数为：

$$\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = n(n-1)/2$$

- 最好情况下**，待排序记录已按非递减排好序，此时移动次数为0次；**最坏情况下**，待排序记录已按非递增序排好，此时的移动次数为 $3(n-1)$ 。
- 直接选择排序是**不稳定的**
  - 考虑5 8 5 2 9

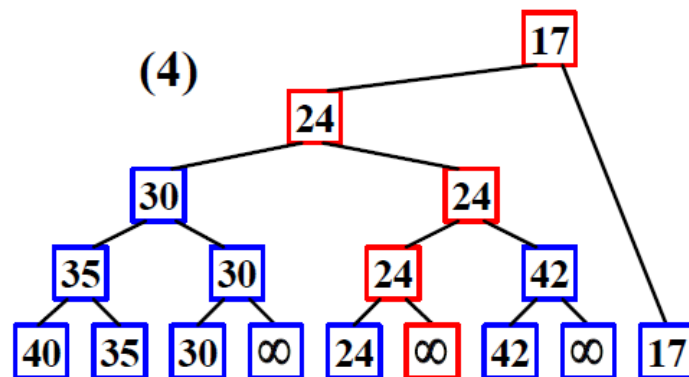
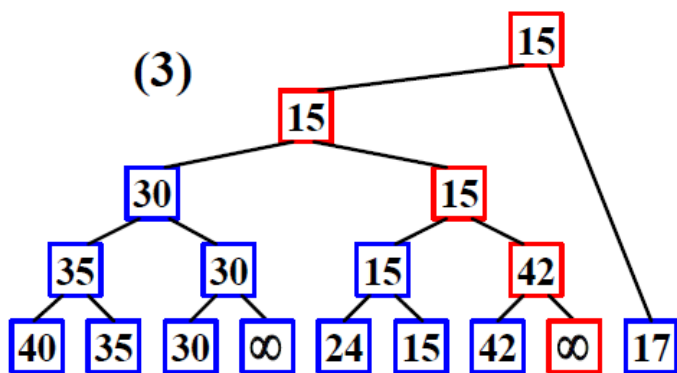
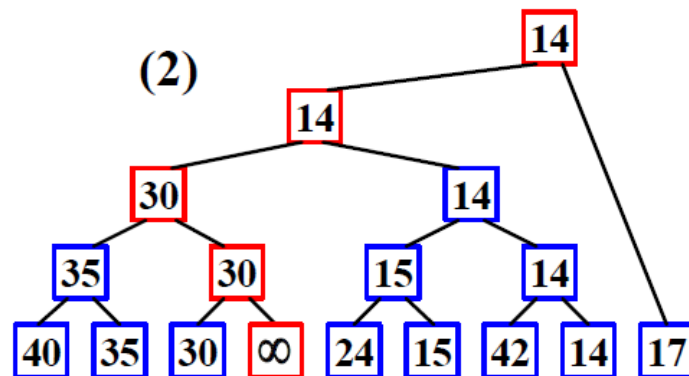
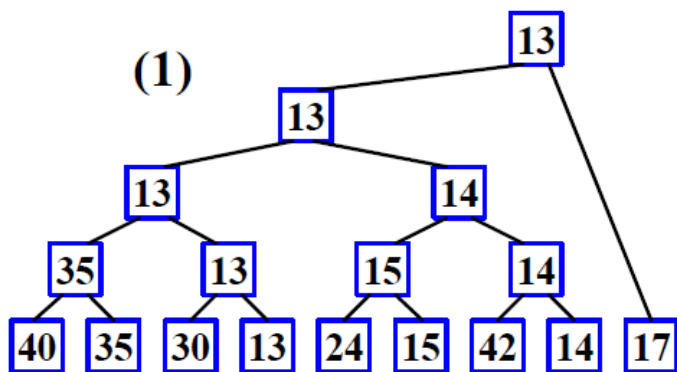


# 树形选择排序

- 树形选择排序的基本思想：把待排序的 $n$ 个记录的排序码两两进行比较，取出 $\lceil n/2 \rceil$ 个较小的排序码作为结果保存下来，这 $\lceil n/2 \rceil$ 个排序码进一步两两进行比较，重复上述过程直到得到最小的排序码。

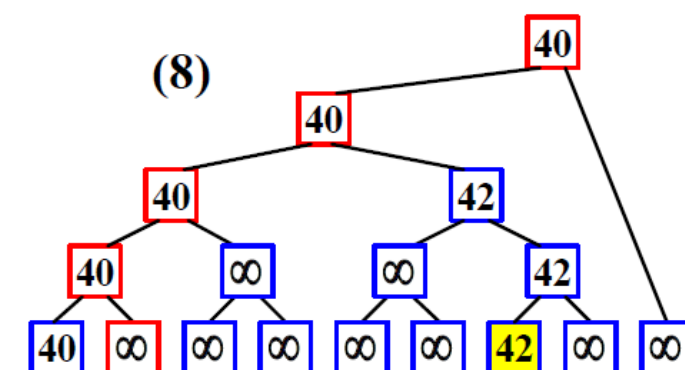
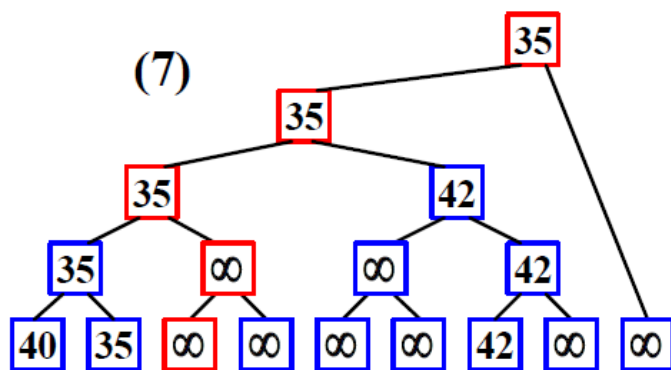
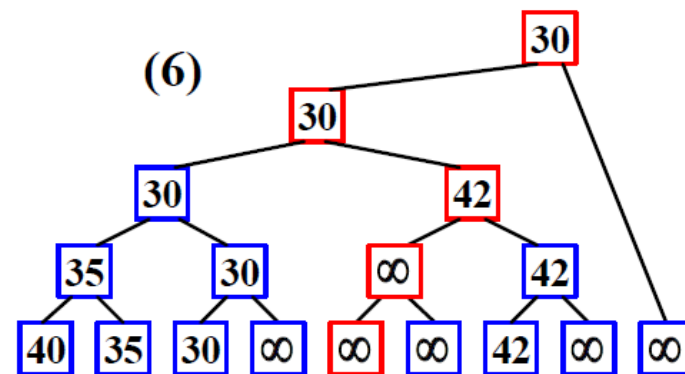
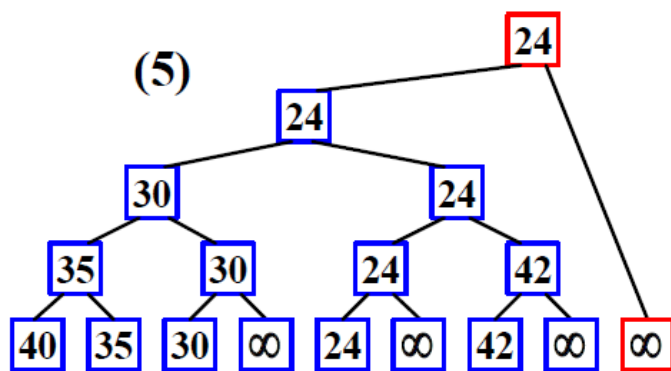


# 树形选择排序





# 树形选择排序





# 树形选择排序

- 用数组保存树
  - 总共需要 $n-1$ 次选择
  - 第1次选择进行 $n-1$ 次比较
  - 第2次-第 $n-1$ 次选择每次需要  $\lceil \log_2^n \rceil$  次比较
- 总共需要

$$n-1 + (n-2) \lceil \log_2 n \rceil \approx n \cdot \log_2 n$$



# 排序

- 5.1 基本概念
- 5.2 插入排序（直接插入，折半插入，shell排序\*）
- 5.3 选择排序（直接选择，树形选择）
- 5.4 交换排序（冒泡排序，快速排序）



# 冒泡排序

- 对 $A[0:n-1]$ 进行一趟冒泡：
  - for  $j=0, \dots, n-2$ : 若 $A[j] > A[j+1]$ 则两者交换

20 30 10 45 25 22 55 50 //A[0]与A[1]比较, 未交换

20 10 30 45 25 22 55 50 // A[1]与A[2]比较, 交换

20 10 30 45 25 22 55 50 // A[2]与A[3]比较, 未交换

20 10 30 25 45 22 55 50 // A[3]与A[4]比较, 交换

20 10 30 25 22 45 55 50 // A[4]与A[5]比较, 交换

20 10 30 25 22 45 55 50 // A[5]与A[6]比较, 未交换

20 10 30 25 22 45 50 55 // A[6]与A[7]比较, 交换



# 冒泡排序

- 对 $A[0:n-1]$ 进行一趟冒泡：
  - for  $j=0, \dots, n-2$ : 若 $A[j] > A[j+1]$ 则两者交换
  - 导致 $A[0:n-1]$ 的最大者被交换到了 $A[n-1]$ 处
- 冒泡排序
  - 对 $A[0:n-1]$ 进行一趟冒泡
  - 对 $A[0:n-2]$ 进行一趟冒泡
  - 对 $A[0:n-3]$ 进行一趟冒泡
  - ... ..
  - 对 $A[0:1]$ 进行一趟冒泡





# 冒泡排序

- 对 $A[0:n-1]$ 进行冒泡排序：
  - for  $i=n-1, \dots, 1$  对 $A[0:i]$ 进行一趟冒泡
- 20 30 10 45 25 22 55 50 的冒泡排序过程为：

```
20 10 30 25 22 45 50 [55] // 第1趟A[0:7]
10 20 25 22 30 45 [50 55] // 第2趟A[0:6]
10 20 22 25 30 [45 50 55] // 第3趟A[0:5]
10 20 22 25 [30 45 50 55] // 第4趟A[0:4]


---


10 20 22 [25 30 45 50 55] // 第5趟A[0:3]
10 20 [22 25 30 45 50 55] // 第6趟A[0:2]
10 [20 22 25 30 45 50 55] // 第7趟A[0:1]
```



# 冒泡排序

- 最好情况下比较次数和移动次数...
- 最坏情况下比较次数和移动次数...
- 冒泡排序是稳定的吗？



# 冒泡排序

- 最好情况下， $n$ 个记录已经按非递减排好序，此时只需要一趟冒泡，比较次数为 $n-1$ 次，移动次数为0次。
- 最坏情况下， $n$ 个记录已经按非递增排好序，此时需要 $n-1$ 趟冒泡，比较次数和移动次数分别为

$$\sum_{i=1}^{n-1} i = n(n-1)/2, \quad 3 \sum_{i=1}^{n-1} i = 3n(n-1)/2$$

- 冒泡算法是稳定的



# 快速排序

- 从待排序记录中任选一个记录，以这个记录的排序码作为中心值，将其它记录划分为两个部分，第一部分包含所有排序码小于等于中心值的记录，第二部分包含所有排序码大于中心值的记录。
- 对这两个部分采用同样的方法进行处理，直到每个部分为空或只含一个记录为止。

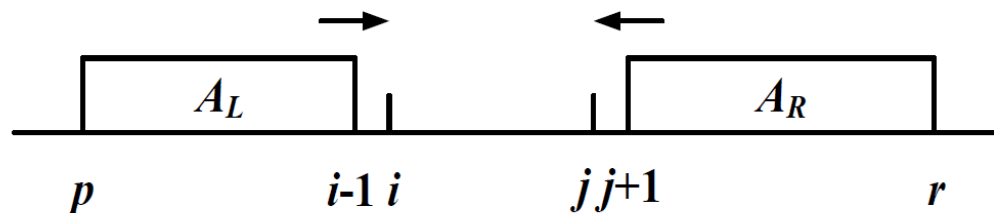
28	13	72	85	39	41	6	20
----	----	----	----	----	----	---	----

20	13	6	28	39	41	85	72
----	----	---	----	----	----	----	----



# 快速排序

- 用首元素  $x$  作为划分标准，将输入数组  $A$  划分成不超过  $x$  的元素构成的数组  $A_L$ ，大于  $x$  的元素构成的数组  $A_R$ ，其中  $A_L$ ， $A_R$  从左到右存放在数组  $A$  中
- 递归地对子问题  $A_L$  和  $A_R$  进行排序，直到子问题规模为 1 时停止





# 快速排序

初始状态： 28 13 72 85 39 41 6 20

取出第1个记录：  13 72 85 39 41 6 20

第1次比较，在后端进行， $28 > 20$ ，交换

第1次交换： 20 13 72 85 39 41 6

第2次比较，在前端进行， $13 < 28$ ，不交换

第3次比较，继续在前端进行， $72 > 28$ ，交换

第2次交换： 20 13  85 39 41 6 72

第4次比较，在后端进行， $28 > 6$ ，交换



# 快速排序

第3次交换：20 13 6 85 39 41  72

第5次比较，在前端进行， $85 > 28$ ，交换

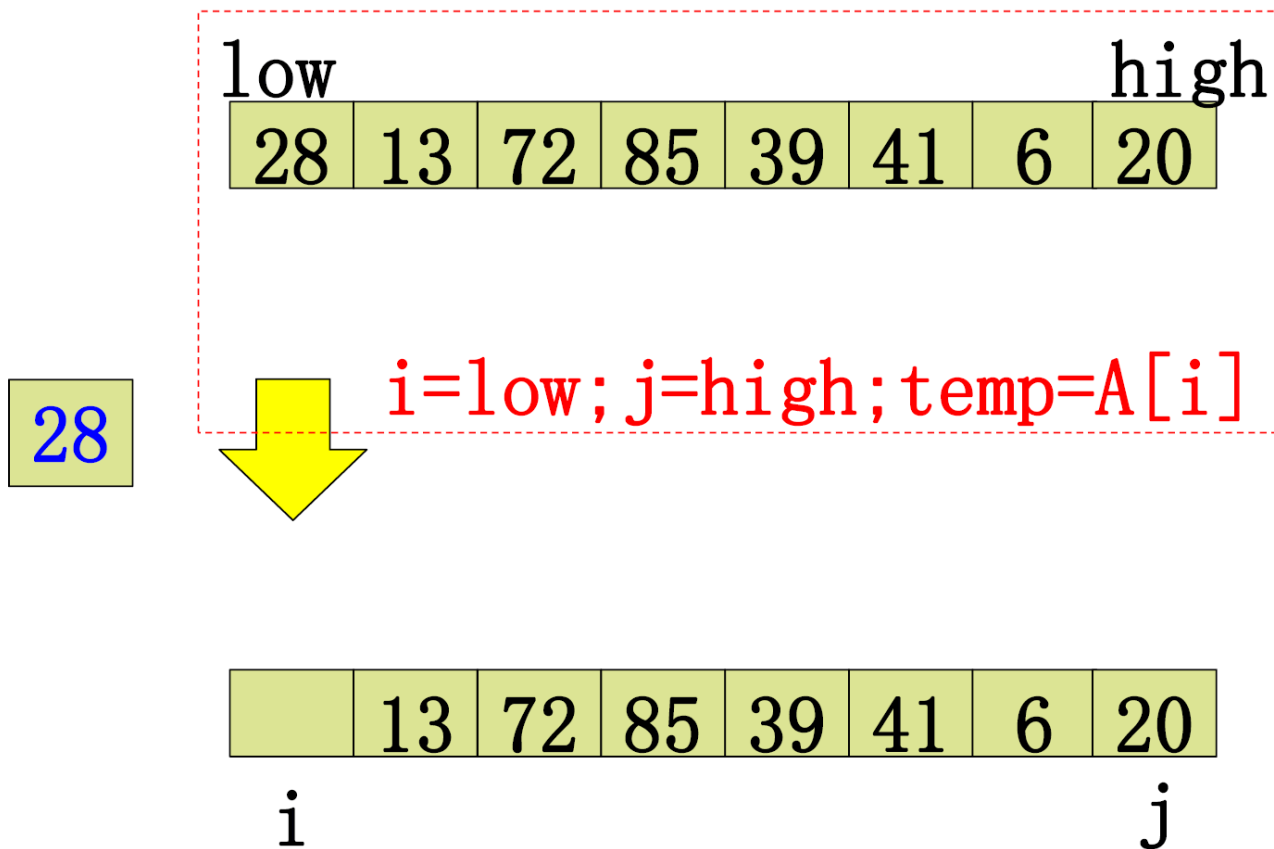
第4次交换：20 13 6  39 41 85 72

第6次比较，在后端进行， $28 < 41$ ，不交换

第7次比较，继续在后端进行， $28 < 39$ ，不交换

# 快速排序

- ## ● 快速排序QSort(A, low, high)

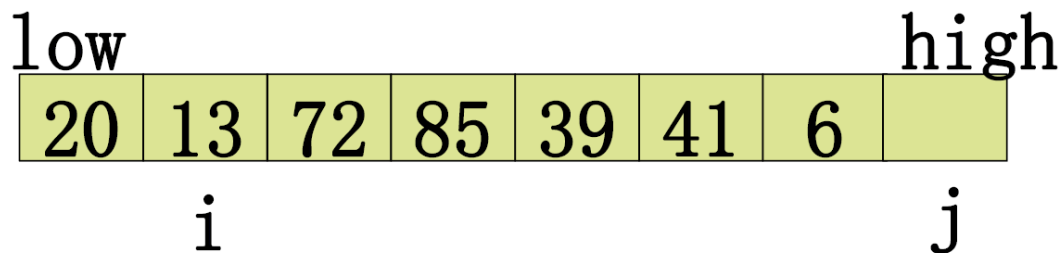






# 快速排序

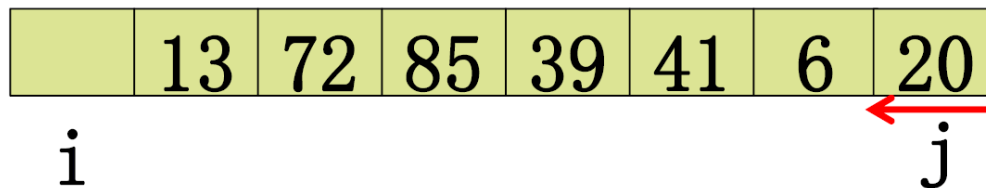
- 快速排序  $QSort(A, low, high)$



28



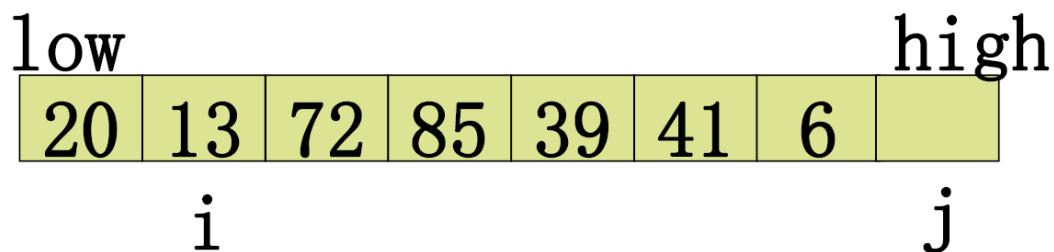
```
//找到第1个小于等于temp的A[j]  
//并将其放入A[i], i++  
while(____&&____) ____;  
if(i<j) {____; ____;}
```



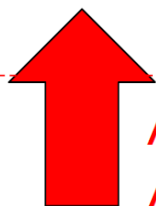


# 快速排序

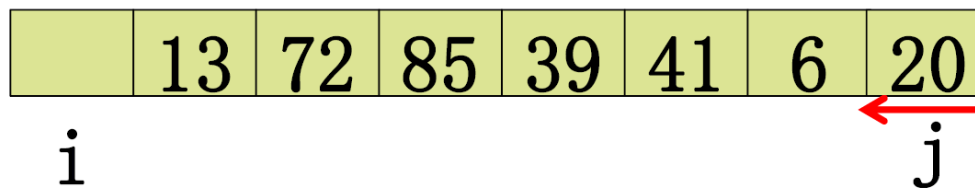
- 快速排序  $\text{QSort}(A, \text{low}, \text{high})$



28



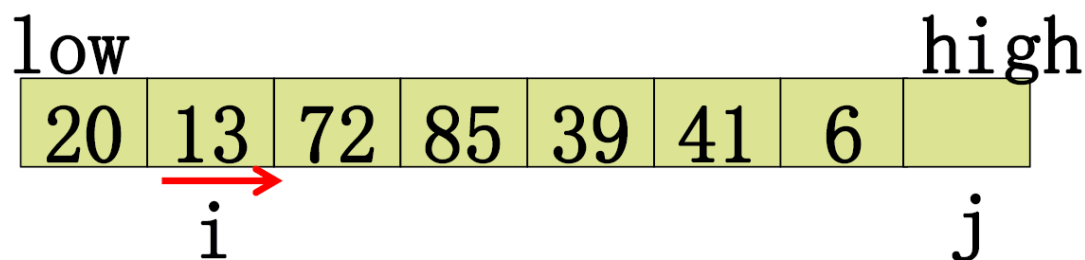
```
//找到第1个小于等于temp的A[j]  
//并将其放入A[i], i++  
while(i < j && A[j] > temp) j--;  
if(i < j) {A[i] = A[j]; i++;}
```





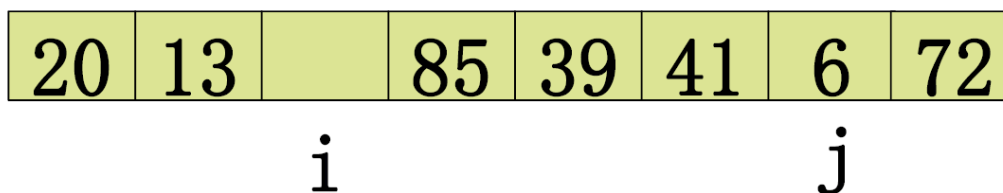
# 快速排序

## ● 快速排序QSort(A, low, high)



//找到第1个大于temp的A[i]  
//并将其放入A[j], j--  
while(\_\_\_\_&&\_\_\_\_) \_\_\_\_;  
if(i<j) {\_\_\_\_; \_\_\_\_}

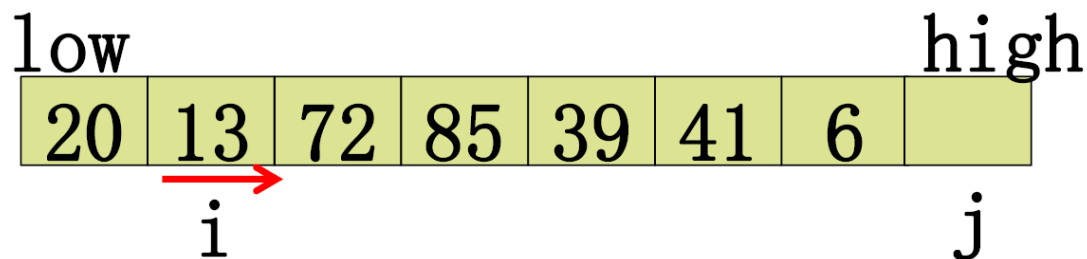
28





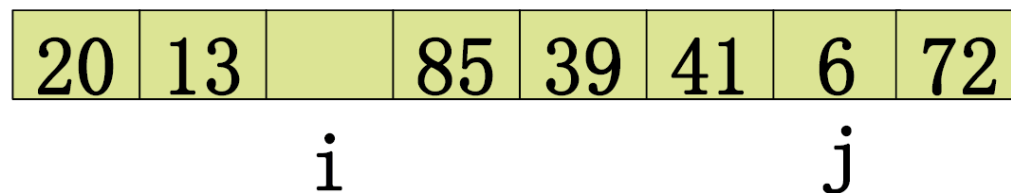
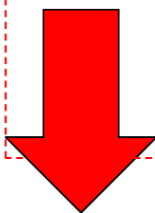
# 快速排序

- 快速排序  $QSort(A, low, high)$



//找到第1个大于temp的A[i]  
//并将其放入A[j], j--  
while(i < j && A[i] <= temp) i++;  
if(i < j) {A[j] = A[i]; j--}

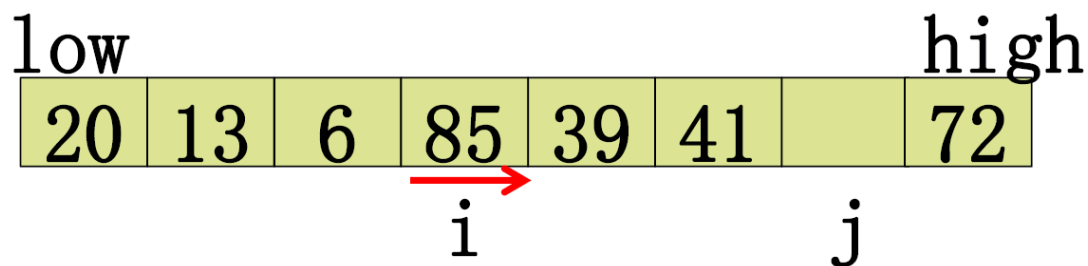
28





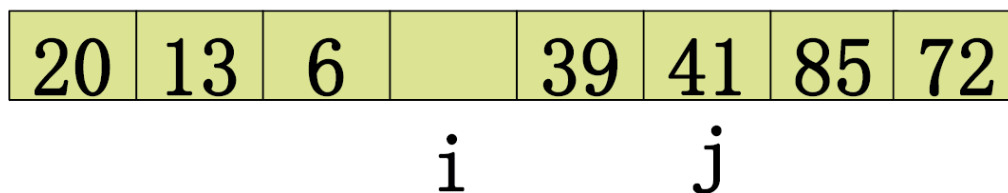
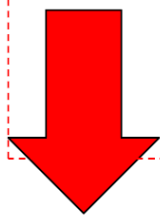
# 快速排序

## ● 快速排序 QSort(A, low, high)



//找到第1个大于temp的A[i]  
//并将其放入A[j], j--  
while(i < j && A[i] <= temp) i++;  
if(i < j) {A[j] = A[i]; j--}

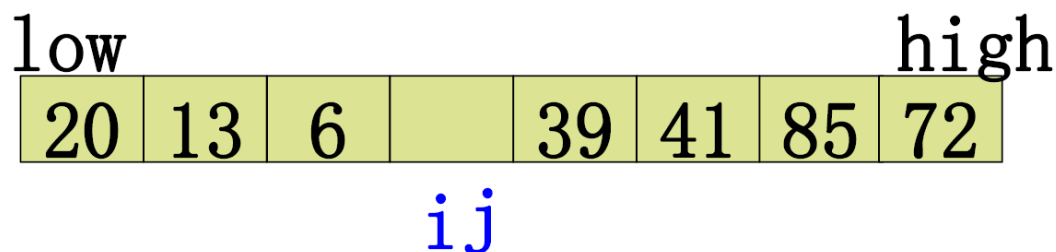
28





# 快速排序

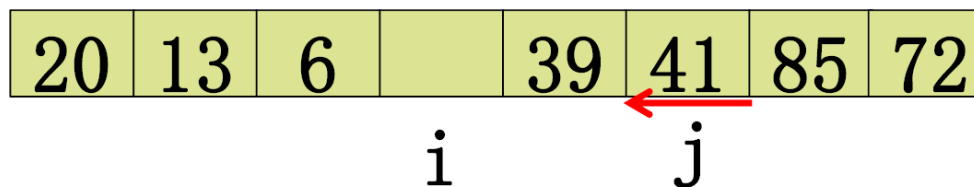
- 快速排序 QSort(A, low, high)



28



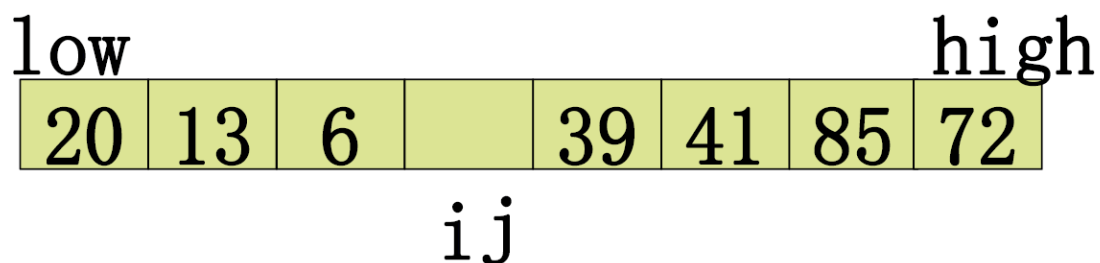
//找到第1个小于等于temp的A[j]  
//并将其放入A[i], i++  
while(i < j && A[j] > temp) j--;  
if(i < j) {A[i] = A[j]; i++;}





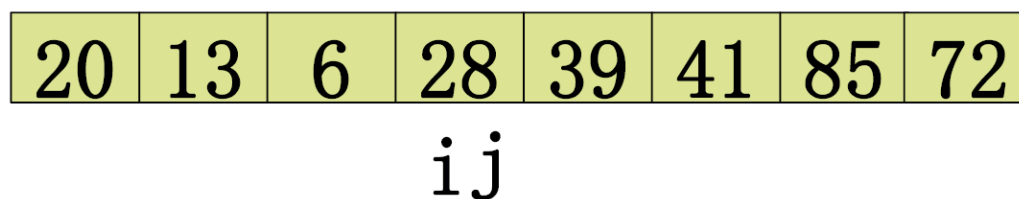
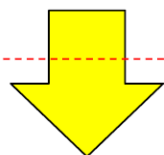
# 快速排序

- 快速排序  $QSort(A, low, high)$



出现  $i=j$ , 因此  $A[i]=temp$

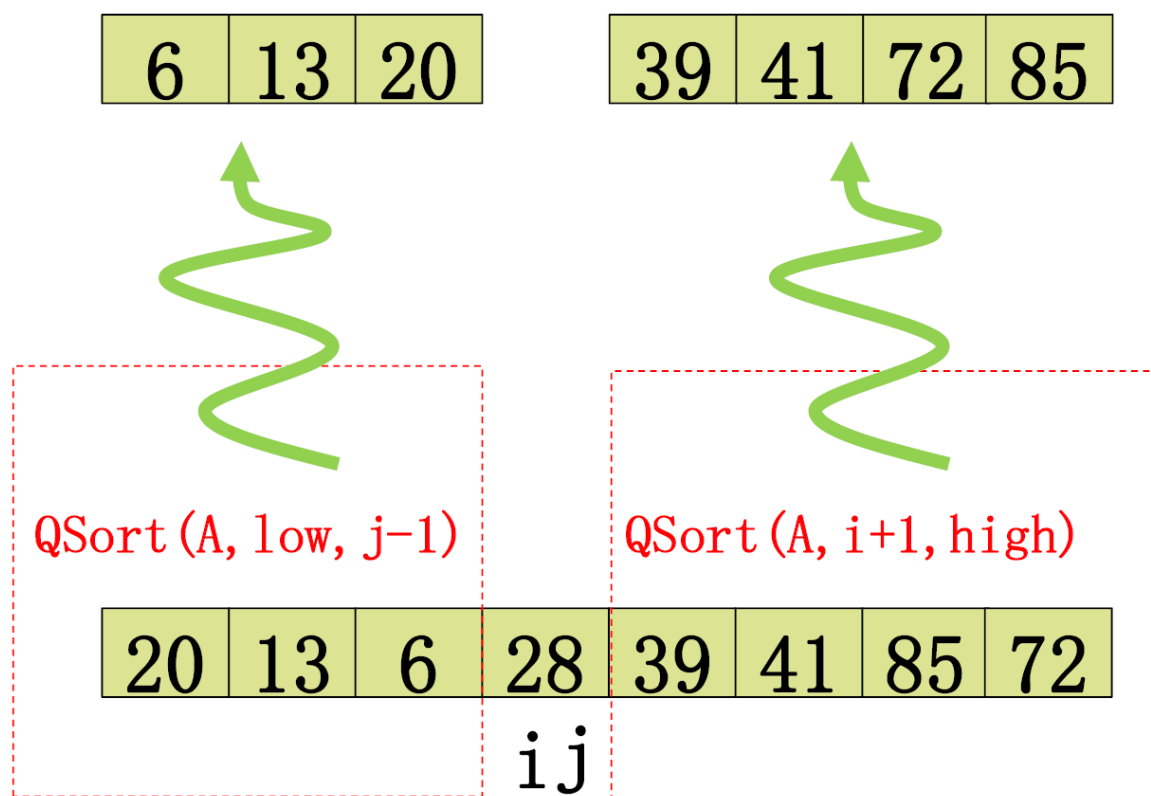
28





# 快速排序

- 快速排序  $QSort(A, low, high)$







# 快速排序

```
void QSort(int A[], int low, int high)
{   int i,j;
    if(_____) return;
    i=____; j=____; temp=____;
    while(____)
    {   while(____) j--;
        if(i<j) {A[i]=A[j]; i++;}
        while(____) i++;
        if(i<j) {A[j]=A[i]; j--;}
    }
    _____; _____; _____;
}
void QuickSort(int A[], int n)
{   _____; }
```



# 快速排序

```
void QSort(int A[], int low, int high)
{   int i,j;
    if(low>=high) return;
    i=low; j=high; temp=A[i];
    while(i<j)
    {   while(i<j&&A[j]>temp) j--;
        if(i<j) {A[i]=A[j]; i++;}
        while(i<j&&A[i]<=temp) i++;
        if(i<j) {A[j]=A[i]; j--;}
    }
    A[i]=temp; QSort(A, low, j-1); QSort(A, i+1, high);
}

void QuickSort(int A[], int n)
{   Qsort(A, 0, n-1); }
```



# 快速排序

- 是否是稳定的?
- 什么情况下效率最高?
- 如何选择中心值?



# 快速排序

- 快速排序是**不稳定**的
- 最好情况下每次选取的中心值恰好将其它记录分成大小相等(或相差一个记录)的两个部分
  - 第1遍时, 经过大约 $n$ 次(实际上为 $n-1$ 次)比较, 产生两个大小约为 $n/2$ 的子文件;
  - 第2遍对每个子文件经过约 $n/2$ 次比较产生4个大小约为 $n/4$ 的子文件, 比较次数约为 $2*(n/2)$ 次;
  - ...
  - $n/1 + 2(n/2) + 4(n/4) + \dots + n(n/n) = n \log n$
- 最坏情况下, 待排序文件**已经排好序**  
$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 1 = n(n-1)/2$$



# 快速排序

- 平均时间复杂度 设输入数组首元素排好序后的正确位置处在  $1, 2, \dots, n$  各种情况的概率都为  $1/n$ 
  - 首元素在位置 1:  $T(0), T(n-1)$
  - 首元素在位置 2:  $T(1), T(n-2)$
  - ...
  - 首元素在位置  $n$ :  $T(n-1), T(0)$
- 子问题工作量  $2[T(1) + T(2) + \dots + T(n-1)]$
- 划分工作量  $n-1$



# 快速排序

- 平均时间复杂度

$$T(n) = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} [T(k) + T(n-k)] + n(n-1) \right\}$$

$\Rightarrow$

$$T(n) = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} T(k) + n - 1$$

$$T(1) = 0$$



# 快速排序

## ● 差消化简

$$nT(n) = 2\sum_{k=1}^{n-1} T(k) + n(n-1)$$

$$(n-1)T(n-1) = 2\sum_{k=1}^{n-2} T(k) + (n-1)(n-2)$$

$$\Rightarrow nT(n) - (n-1)T(n-1) = 2T(n-1) + n(n-1) - (n-1)(n-2)$$

$$nT(n) = (n+1)T(n-1) + 2(n-1)$$

$\Rightarrow$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{4}{n+1} - \frac{2}{n}$$



# 快速排序

$$\begin{aligned}\frac{T(n)}{n+1} &= \frac{T(n-1)}{n} + \frac{4}{n+1} - \frac{2}{n} = \dots \\ &= 4\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n} \dots + \frac{1}{3}\right) - 2\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} \dots + \frac{1}{2}\right) + \frac{T(1)}{2} \\ &= \Theta(\log n)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$$





# 快速排序

- 是否是稳定的？ 不稳定
- 什么情况下效率最高？ 每次拆分均衡
- 如何选择中心值？



# 基数排序

- 初始: 114 179 572 835 309 141 646 520

第一次按个位数分配

第一组: 520

第二组: 141

第三组: 572

第四组:

第五组: 114

第六组: 835

第七组: 646

第八组:

第九组:

第十组: 179 309

第二次按十位数分配

第一组: 309

第二组: 114

第三组: 520

第四组: 835

第五组: 141, 646

第六组:

第七组:

第八组: 572, 179

第九组:

第十组:

第三次收集 309, 141, 520, 835, 835, 646, 572, 309。

# 基数排序



第三次按**百位数**分配

第一组:

第二组: 114, 141, 179

第三组:

第四组: 309

第五组:

第六组: 520, 572

第七组: 646

第八组:

第九组: 835

第三次收集114, 141, 179, 309, 520, 572, 646, 835

如果按百位数、十位数、个位数的次序, 会得到什么结果?

# 基数排序



- 将排序码 $k_i$ 看作是一个 $d$ 元组 $(k_i^0, k_i^1, \dots, k_i^{d-1})$ 其中每个分量有 $r$ 种可能的取值: $c_0, c_1, \dots, c_{r-1}$ ,  $r$ 称为基数, 当排序码为十进制数时,  $r=10$ , 当排序码是大写英文字符串时,  $r=26$ 。
- 排序时, 先按最低位 $k_i^{d-1}$ 的值从小到大将待排序的记录**分配**到 $r$ 个队列中, 队列中的记录按分配进来的先后排放, 然后依次**收集**这些记录。再将收集起来的序列按 $k_i^{d-2}$ 进行分配和收集, 如此反复, 直到按 $k_i^0$ 进行分配后, 收集起来的序列就是排序后的有序序列。

# 基数排序



- 最低位优先:从低位往高位进行分配和收集
- 最高位优先:从高位往低位进行分配和收集

# 基数排序



- 执行基数排序算法时，可采用顺序存储结构，用一个数组存放待排序的 $n$ 个记录，用 $r$ 个数组存放分配时所需的 $r$ 个队列，每个队列最大需要 $n$ 个记录的空间。每分配一次，需要移动\_\_\_\_个记录，每收集一次需要移动\_\_\_\_个记录， $d$ 趟分配和收集需要移动\_\_\_\_个记录，且需要\_\_\_\_个附加的记录空间。

# 基数排序



- 执行基数排序算法时，可采用顺序存储结构，用一个数组存放待排序的 $n$ 个记录，用 $r$ 个数组存放分配时所需的 $r$ 个队列，每个队列最大需要 $n$ 个记录的空间。每分配一次，需要移动 $n$ 个记录，每收集一次也需要移动 $n$ 个记录， $d$ 趟分配和收集需要移动 $2.d.n$ 个记录，且需要 $r.n$ 个附加的记录空间。

# 基数排序



- 采用链式存储结构，将移动记录改为修改指针，则可克服时间和空间消耗问题
- 复杂性分析

基数排序的时间复杂性取决于基数和排序码的长度。每执行一次分配和收集，队列初始化需要\_\_\_\_的时间，分配工作需要\_\_\_\_的时间，收集工作需要\_\_\_\_的时间，即每趟需要\_\_\_\_的时间，总共执行d趟，共需\_\_\_\_的时间。

需要的附加存储空间：每个记录增加一个指针共需要 $O(n)$ 的空间，以及需要一个分配队列占用 $O(r)$ 的空间，总的附加空间为 $O(n+r)$ 。



# 基数排序



- 采用链式存储结构，将移动记录改为修改指针，则可克服时间和空间消耗问题
- 复杂性分析

基数排序的时间复杂性取决于基数和排序码的长度。每执行一次分配和收集，队列初始化需要 $O(r)$ 的时间，分配工作需要 $O(n)$ 的时间，收集工作需要 $O(r)$ 的时间，即每趟需要 $O(n+2r)$ 的时间，总共执行 $d$ 趟，共需 $O(d(n+2r))$ 的时间。

需要的附加存储空间：每个记录增加一个指针共需要 $O(n)$ 的空间，以及需要一个分配队列占用 $O(r)$ 的空间，总的附加空间为 $O(n+r)$ 。



# 归并排序

- 将两个或者多个已有序的序列，合并成一个有序序列的复杂度？  $O(n)$

13 28 72 85

6 20 39 41



# 归并排序

● 例：28, 13, 72, 85, 39, 41, 6, 20

初始：[28] [13] [72] [85] [39] [41] [6] [20]

第1趟归并：[13 28] [72 85] [39 41] [6 20]

第2趟归并：[13 28 72 85] [6 20 39 41]

第3趟归并：[6 13 20 28 39 41 72 85]



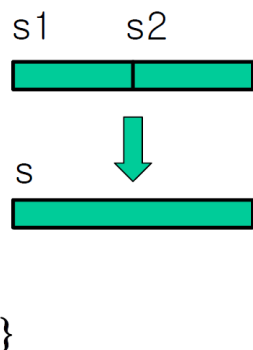
# 归并排序

- 设计代码的自顶向下逻辑
  - 待排序的数组为ForSort A[], 长度为n
  - 两个有序子序列归并为一个有序序列  
TwoWayMerge(???)
  - 一趟归并：每两个相邻有序子序列归并  
OnePassMerge(???)
  - MergeSort(ForSort A[], int n)归并排序



# 归并排序

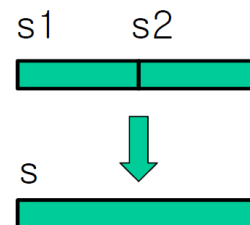
```
void TwoWayMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[],  
                 int s, int e1, int e2)  
// 两个子文件归并为一个子文件:  
// 源数组中[s:e1]与[e1+1:e2]归并到目的数组中[s:e2]  
{ int s1, s2;
```





# 归并排序

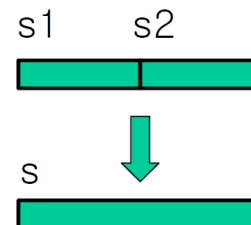
```
void TwoWayMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[],
                 int s, int e1, int e2)
// 两个子文件归并为一个子文件:
// 源数组中[s:e1]与[e1+1:e2]归并到目的数组中[s:e2]
{   int s1, s2;
    for(s1=s, s2=e1+1; s1<=e1&& s2<=e2;)
        if(_____)
            Dst[s++]=Src[s1++];
        else
            Dst[s++]=Src[s2++];
    if(_____)
        memcpy(&Dst[s], &Src[s1], (e1-s1+1)*sizeof(ForSort));
    else
        memcpy(&Dst[s], &Src[s2], (e2-s2+1)*sizeof(ForSort));
}
```





# 归并排序

```
void TwoWayMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[],
                 int s, int e1, int e2)
// 两个子文件归并为一个子文件:
// 源数组中[s:e1]与[e1+1:e2]归并到目的数组中[s:e2]
{   int s1, s2;
    for(s1=s, s2=e1+1; s1<=e1&& s2<=e2; )
        if(Src[s1].key<=Src[s2].key)
            Dst[s++]=Src[s1++];
        else
            Dst[s++]=Src[s2++];
    if(s1<=e1)
        memcpy(&Dst[s], &Src[s1], (e1-s1+1)*sizeof(ForSort));
    else
        memcpy(&Dst[s], &Src[s2], (e2-s2+1)*sizeof(ForSort));
}
```



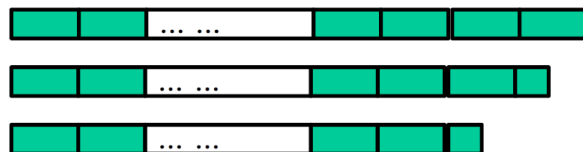


# 归并排序

```
void OnePassMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[], int Len, i  
    nt n)
```

```
//一趟归并：每两个相邻子文件归并，子文件长度为Len
```

```
{ int i;
```



```
}
```



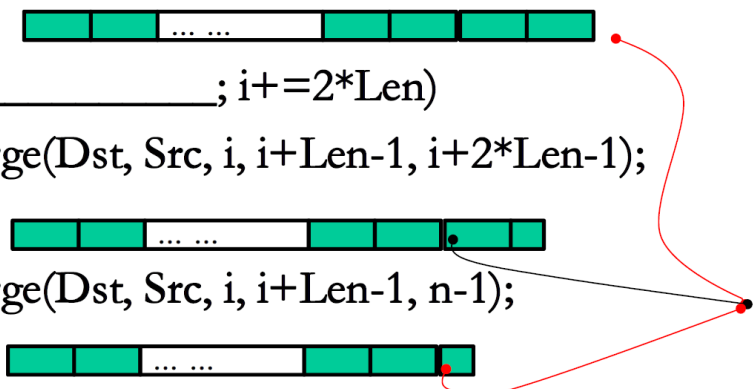


# 归并排序

```
void OnePassMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[], int Len, int n)
```

// 一趟归并：每两个相邻子文件归并，子文件长度为Len

```
{ int i;
  for(____; _____; i+=2*Len)
    TwoWayMerge(Dst, Src, i, i+Len-1, i+2*Len-1);
  if(_____)
    TwoWayMerge(Dst, Src, i, i+Len-1, n-1);
  else
    memcpy(&Dst[i], &Src[i], (n-i)*sizeof(ForSort));
}
```



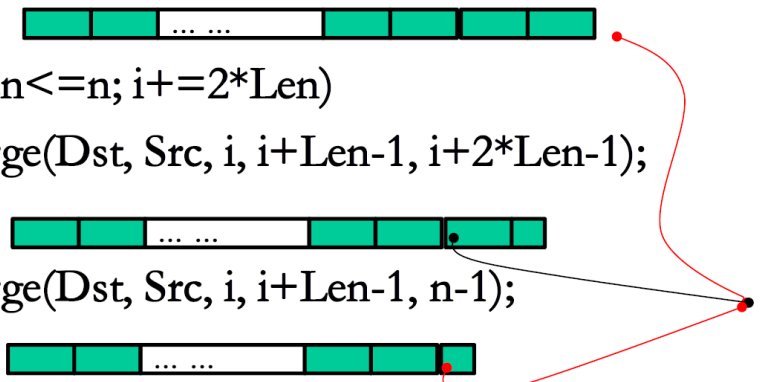


# 归并排序

```
void OnePassMerge(ForSort Dst[], ForSort Src[], int Len, int n)
```

//一趟归并：每两个相邻子文件归并，子文件长度为Len

```
{ int i;
  for(i=0; i+2*Len<=n; i+=2*Len)
    TwoWayMerge(Dst, Src, i, i+Len-1, i+2*Len-1);
  if(i<n-Len)
    TwoWayMerge(Dst, Src, i, i+Len-1, n-1);
  else
    memcpy(&Dst[i], &Src[i], (n-i)*sizeof(ForSort));
}
```





# 归并排序

```
void MergeSort(ForSort A[], int n) // 归并排序
{
    int k=1;
    ForSort* B=(ForSort*)malloc(sizeof(ForSort)*n);
    while(k<n)
    {
        OnePassMerge(B, A, k, n);
        k<<=1;
        if(k>=n) memcpy(A,B,n*sizeof(ForSort));
        else { OnePassMerge(A,B,k,n); k<<=1; }
    }
}
```



# 归并排序

- 复杂性分析
  - 对 $n$ 个记录进行归并排序，需要调用函数OnePassMerge约 $\log_2 n$ 次，OnePassMerge的时间复杂性为 $O(n)$ ，最后可能执行 $n$ 次移动，总的时间复杂性为 $O(n \cdot \log_2 n)$ 。需要 $n$ 个附加存储空间。
  - 可以并行