

Automaty Komórkowe

Wykład 11

<https://github.com/houp/ca-class>

Witold Bołt, 29.05.2024

Poprzednio omówiliśmy

- **Wykład 1:** Sprawy organizacyjne, motywację do zajmowania się CA, podstawowe pojęcia / definicje / intuicje.
- **Wykład 2:** Definicja (formalna) i podstawowe w fakty o ECA. Reprezentacja Wolframa.
- **Wykład 3:** Symetrie w zbiorze ECA, relacje do ogólnej teorii układów dynamicznych, własności CA/ECA.
- **Wykład 4:** Alternatywne reprezentacje reguły lokalnej, problem klasyfikacji gęstości (DCP).
- **Wykład 5 (zdalny):** Algorytmy ewolucyjne - poszukiwanie automatów komórkowych o określonych własnościach
- **Wykład 6:** Stochastyczne automaty komórkowe, pLUT, α -ACAs, Diploid CAs, stochastic mixture, dekompozycja
- **Wykład 7:** Afiniczne Ciągle Automaty Komórkowe - wielomiany, cLUT, relaxed DCP + bonus - praca w IT
- **Wykład 8:** Identyfikacja Deterministycznych Automatów Komórkowych
- **Wykład 9:** Identyfikacja Stochastycznych Automatów Komórkowych
- **Wykład 10 (zdalny):** Dwu-wymiarowe Automaty Komórkowe / Reguła Life i Life-like / Totalistyczne i Zewnętrzne-Totalistyczne Automaty Komórkowe (totalistic & outer-totalistic CAs)

Co będzie dalej*

- (29.05) Wykład 11: Modele pożaru lasu i rozprzestrzeniania się epidemii, Greenberg–Hastings
- (05.06) **Wykład 12:** Automaty Komórkowe zachowujące gęstość
- (12.06) **Wykład 13:** Nie-jednorodne (non-uniform) Automaty Komórkowe; Zastosowania w modelowaniu ruchu ulicznego
- **(termin dodatkowy) Wykład 14:** Neural CAs (Neuronowe Automaty Komórkowe)

Forest Fire Model 🔥



<https://en.wikipedia.org/wiki/Megafire>

Stany automatu:



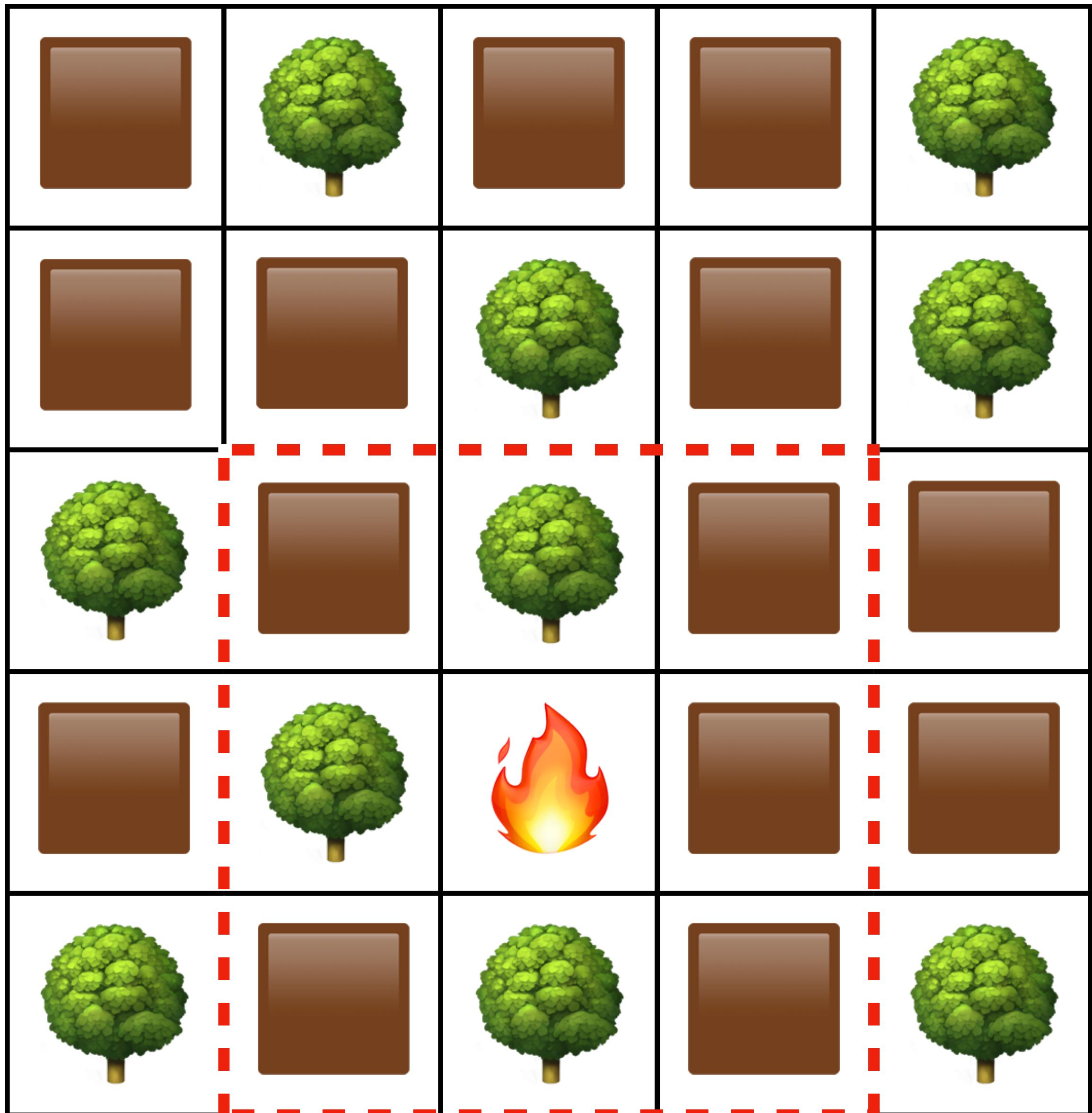
drzewo (nie pali się)



ziemia (brak drzewa)



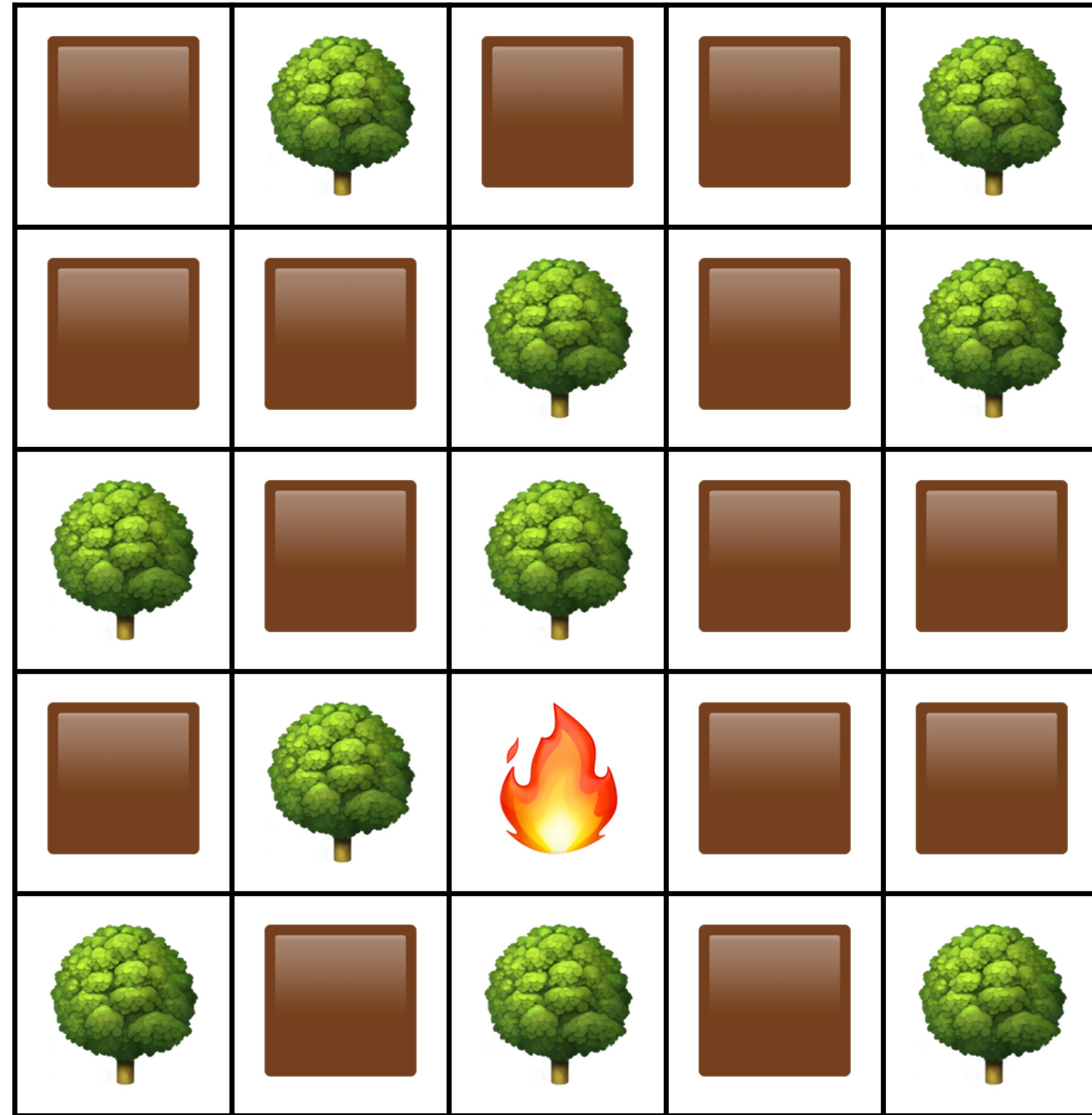
ogień (drzewo się pali)

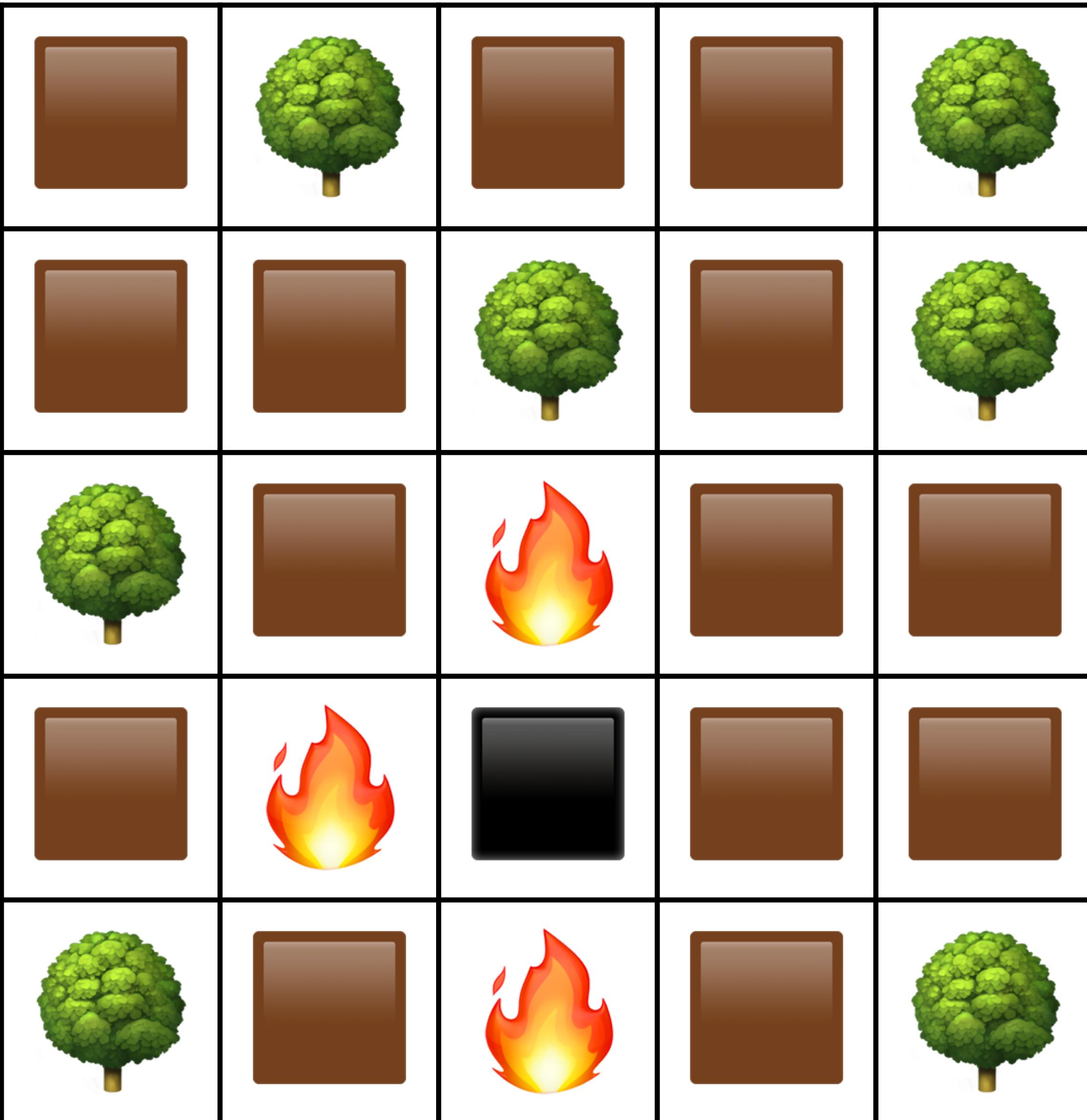


Reguła 🧟

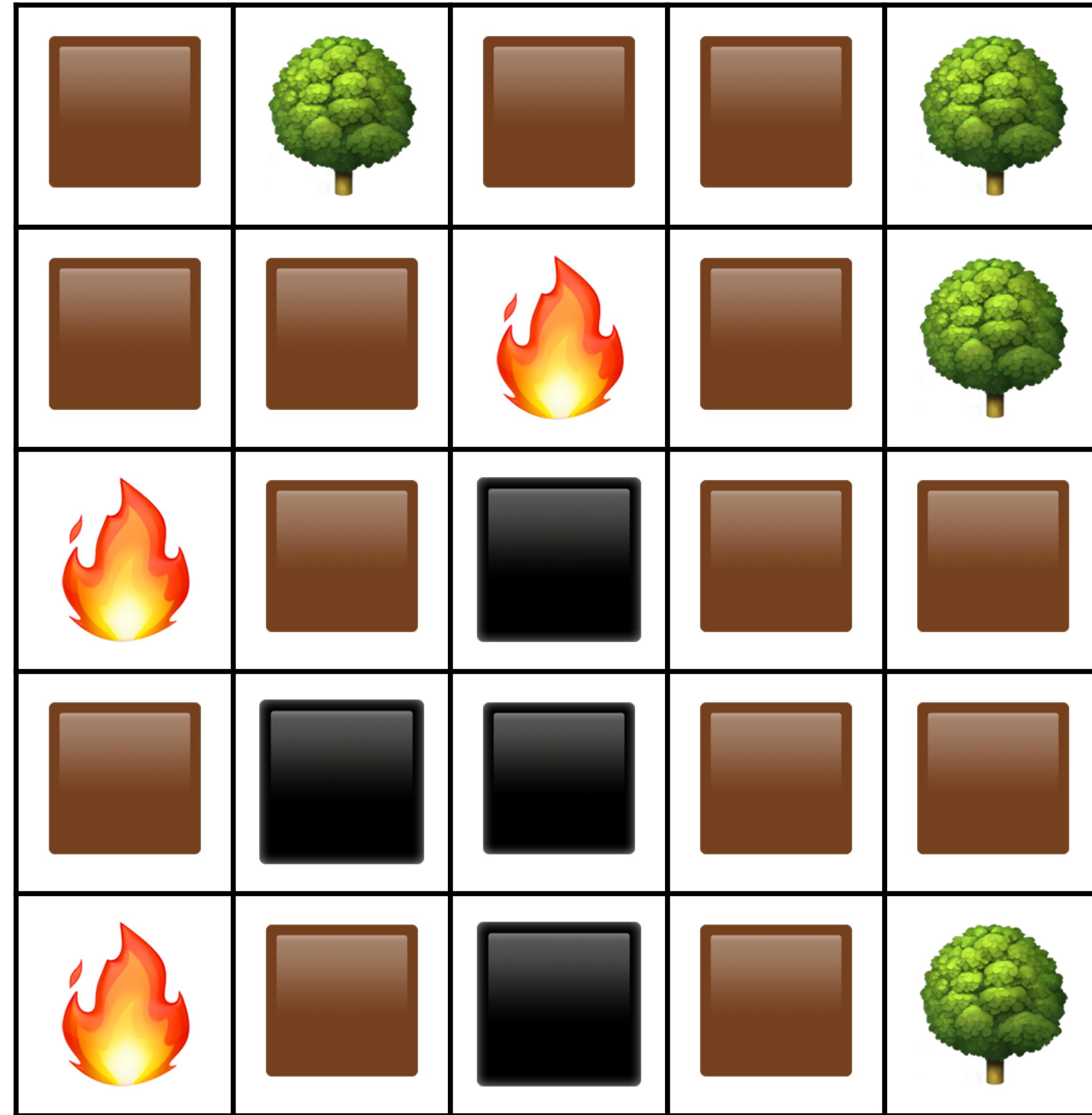
- Jeśli w danej komórce jest  to w następnej chwili czasu z prawdopodobieństwem f będzie  niezależnie od stanów sąsiedztwa. Odpowiada to zjawisku **samozapłonu** lasu np. z powodu błyskawicy.
- Jeśli w danej komórce jest  to w następnej chwili czasu z prawdopodobieństwem p będzie . Odpowiada to zjawisku **odrastania** lasu samoistnie.
- Jeśli w danej komórce jest , a w sąsiedztwie jest chociaż jeden  to w następnej chwili czasu będzie  - deterministycznie. Odpowiada to zjawisku propagacji pożaru - drzewo odpala się od drzewa.
- Jeśli w danej komórce jest , to w następnej chwili czasu będzie  - deterministycznie. Odpowiada to zjawisku spalenia drzewa.

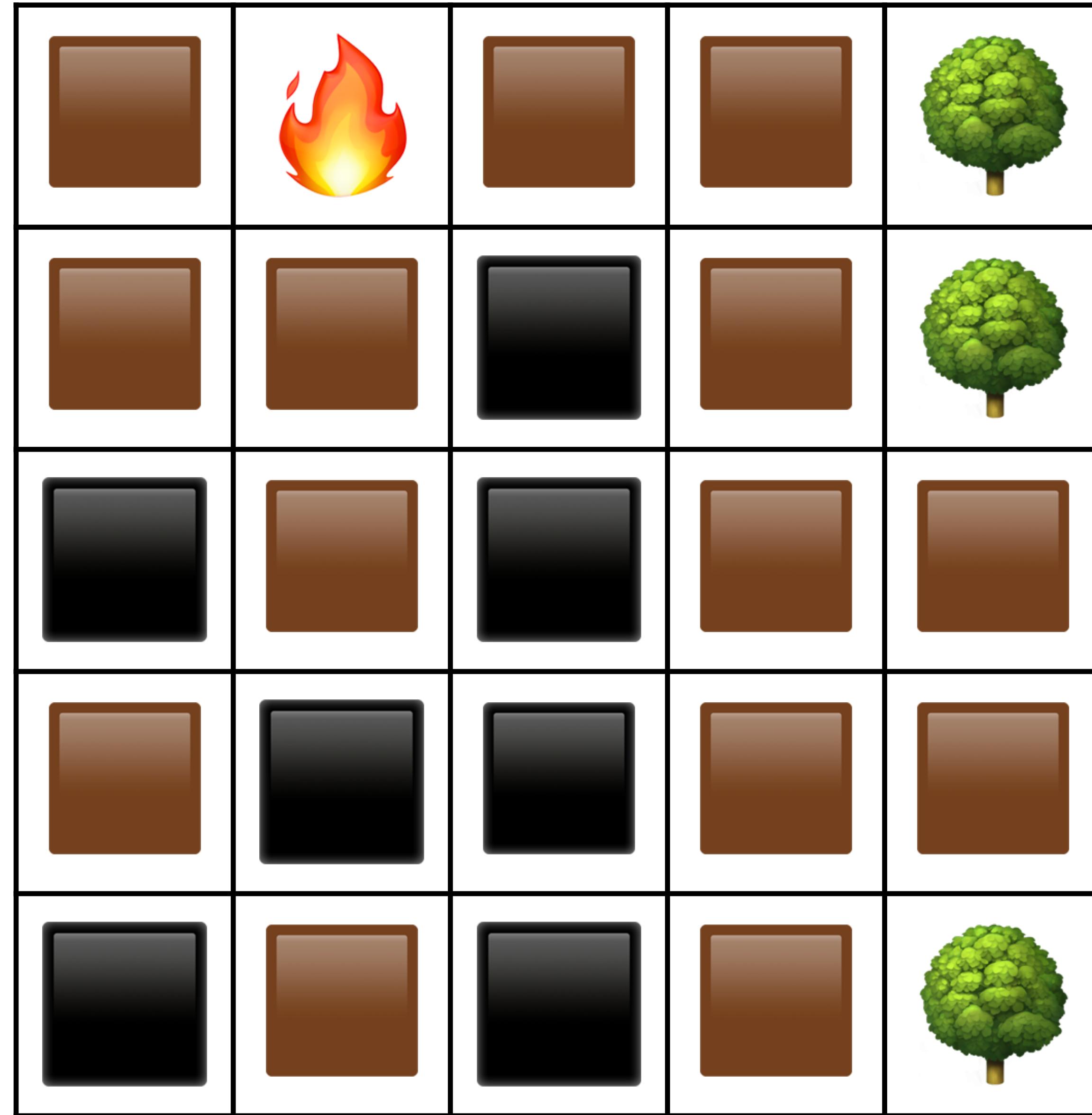
Przykład: gdyby nie rosły nowe drzewa...

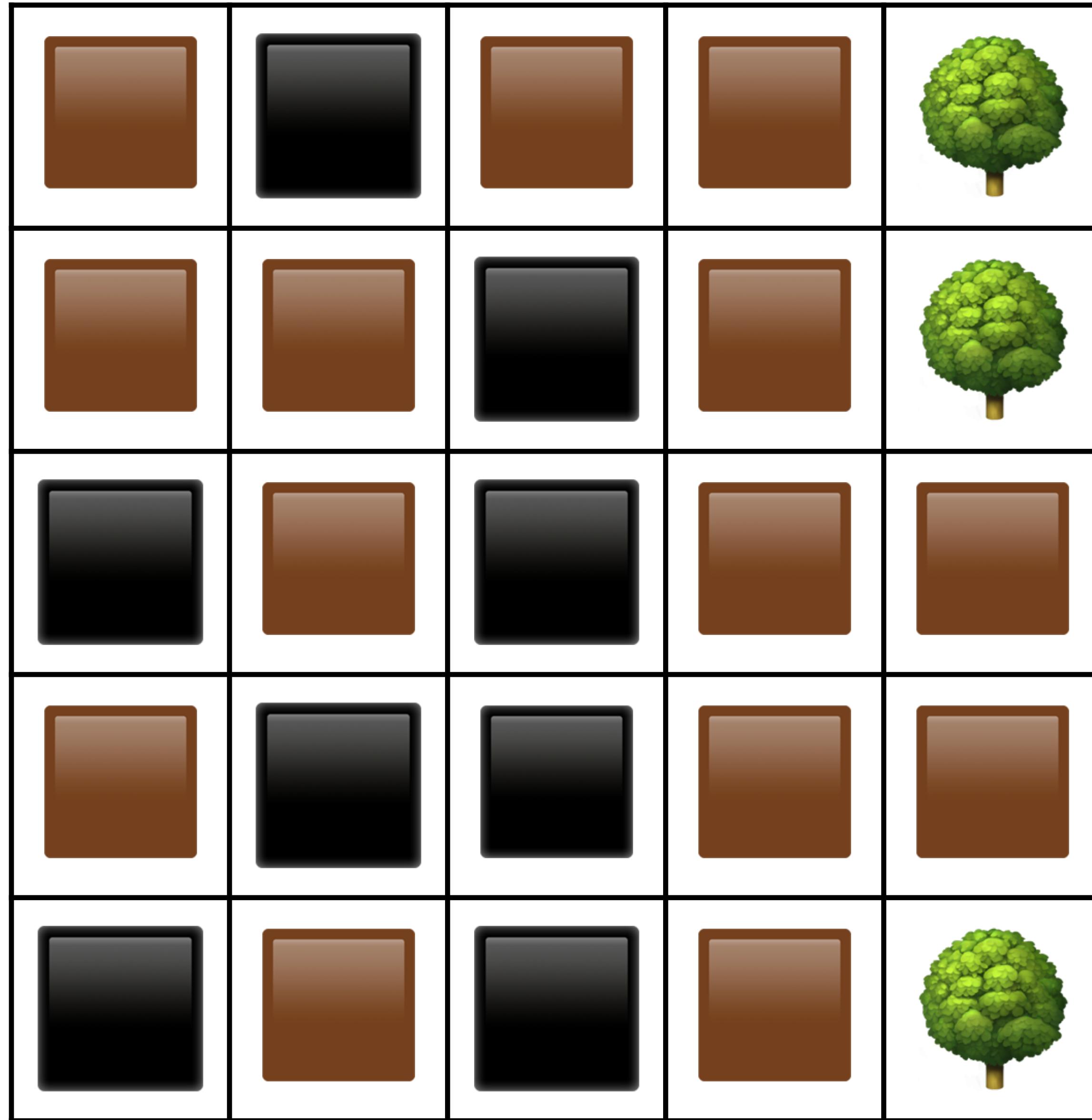




Stany ■ oraz □ to w tym przykładzie **ten sam stan**, ale □ używamy tam, gdzie kiedyś było drzewo.

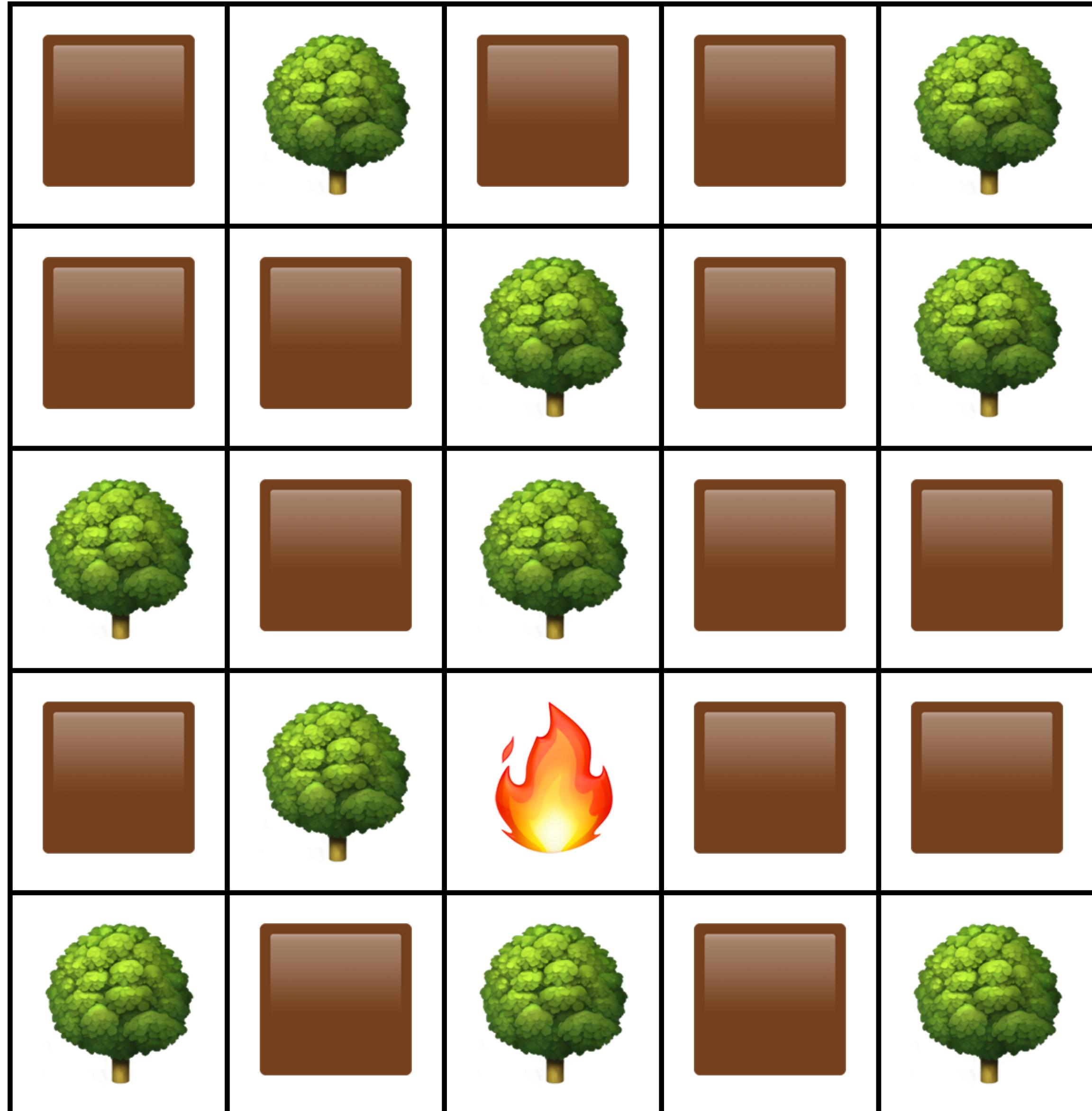






Ale czy to na serio jest CA? 🤪

Oczywiście...



=

0	1	0	0	1
0	0	1	0	1
1	0	1	0	0
0	1	2	0	0
1	0	1	0	1

Reguła 🧟

- Jeśli w danej komórce jest 🌳 to w następnej chwili czasu z prawdopodobieństwem f będzie 🔥 niezależnie od stanów sąsiedztwa. Odpowiada to zjawisku **samozapłonu** lasu np. z powodu błyskawicy.
- Jeśli w danej komórce jest 🖼 to w następnej chwili czasu z prawdopodobieństwem p będzie 🌳. Odpowiada to zjawisku **odrastania** lasu samoistnie.
- Jeśli w danej komórce jest 🌳, a w sąsiedztwie jest chociaż jeden 🔥 to w następnej chwili czasu będzie 🔥 - deterministycznie. Odpowiada to zjawisku propagacji pożaru - drzewo odpala się od drzewa.
- Jeśli w danej komórce jest 🔥, to w następnej chwili czasu będzie 🖼 - deterministycznie. Odpowiada to zjawisku spalenia drzewa.

Niech $\phi: \{0,1,2\}^{3 \times 3} \rightarrow \{0,1,2\}$ opisuje regułę lokalną modelu pożarów lasu. Wtedy:

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 1 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{z prawd. } f \\ 1 & \text{z prawd. } 1 - f \end{cases}$$

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 0 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = \begin{cases} 1 & \text{z prawd. } p \\ 0 & \text{z prawd. } 1 - p \end{cases}$$

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 2 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = 0$$

$$\phi \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & 1 & x_5 \\ x_6 & x_7 & x_8 \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \exists_i x_i = 2 \\ 1 & \forall_i x_i \neq 2 \end{cases}$$

Reguła



- Tak jak dla każdej reguły lokalnej, również dla przedstawionej obok reguły ϕ można napisać **pLUT**...
- Ale ja nie podejmuję się tego zadania :)
- **Na szczęście nie będzie to potrzebne!**

Niech $\phi: \{0,1,2\}^{3 \times 3} \rightarrow \{0,1,2\}$ opisuje regułę lokalną modelu pożarów lasu. Wtedy:

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 1 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \text{z prawd. } f \\ 1 & \text{z prawd. } 1 - f \end{cases}$$

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 0 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = \begin{cases} 1 & \text{z prawd. } p \\ 0 & \text{z prawd. } 1 - p \end{cases}$$

$$\phi \begin{pmatrix} ? & ? & ? \\ ? & 2 & ? \\ ? & ? & ? \end{pmatrix} = 0$$

$$\phi \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & 1 & x_5 \\ x_6 & x_7 & x_8 \end{pmatrix} = \begin{cases} 2 & \exists_i x_i = 2 \\ 1 & \forall_i x_i \neq 2 \end{cases}$$

Reguła Drossel-Schwabl (DS)

Omawiany przez nas model pochodzi z pracy z 1992 r. autorstwa Drossel'a i Schwabl'a. Stąd model ten nazywamy modelem **DS** albo **DS FFM** (**F**orest **F**ire **M**odel). Co ciekawe wiele z wyników z tej klasycznej pracy zostało później zanegowana - dzięki rozwojowi technologii (szybsze komputery) powtórzono symulacje dla większej liczby komórek... No i okazało się, że część obserwacji w oryginalnej pracy wynika ze zbyt mały symulacji a nie z własności samego modelu.
Nie zmienia to jednak faktu, że ... -> next slide ;)

VOLUME 69, NUMBER 11 PHYSICAL REVIEW LETTERS 14 SEPTEMBER 1992

Self-Organized Critical Forest-Fire Model

B. Drossel and F. Schwabl
Physik-Department der Technischen Universität München, D-8046 Garching, Germany
(Received 30 June 1992)

A forest-fire model is introduced which contains a lightning probability f . This leads to a self-organized critical state in the limit $f \rightarrow 0$ provided that the time scales of tree growth and burning down of forest clusters are separated. We derive scaling laws and calculate all critical exponents. The values of the critical exponents are confirmed by computer simulations. For a two-dimensional system, we show that the forest density in the critical state assumes its minimum possible value, i.e., that energy dissipation is maximum.

PACS numbers: 05.40.+j, 05.45.+b, 05.70.Jk

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.69.1629>

Reguła Drossel-Schwabl (DS)

The Open Ecology Journal, 2008, 1, 8-13
8
Open Access

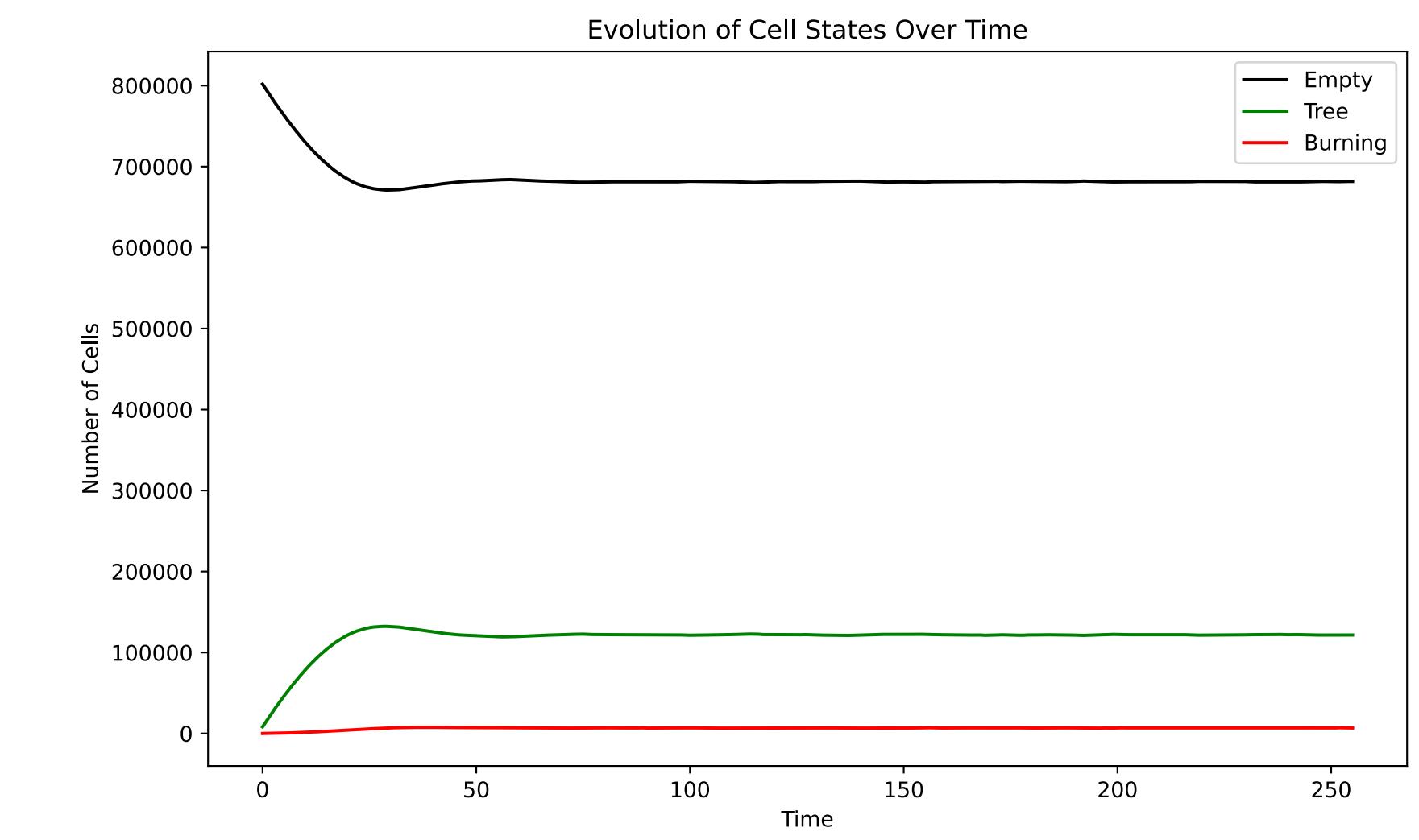
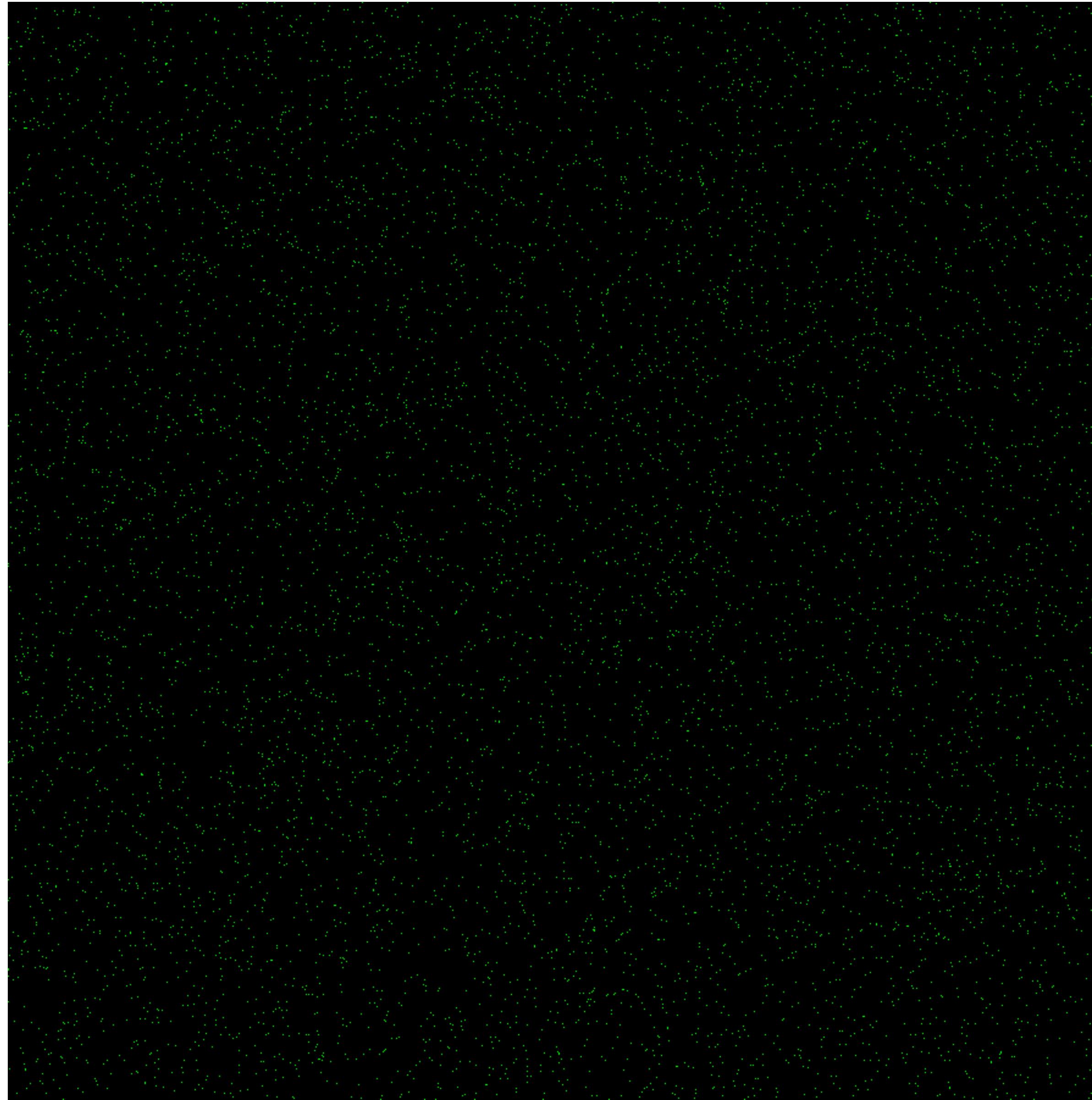
More Realistic than Anticipated: A Classical Forest-Fire Model from Statistical Physics Captures Real Fire Shapes

R.D. Zinck^{1,2} and V. Grimm*¹

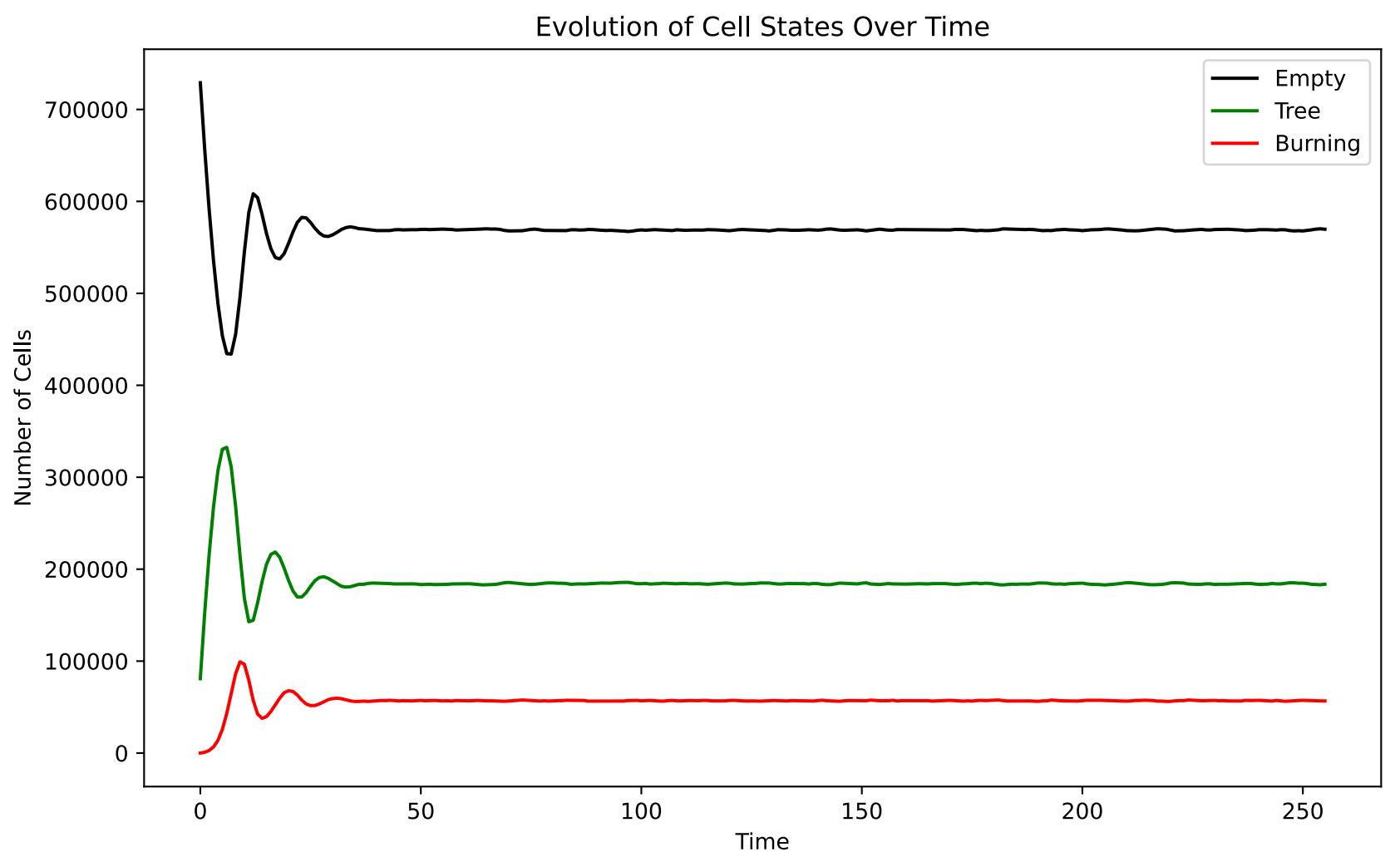
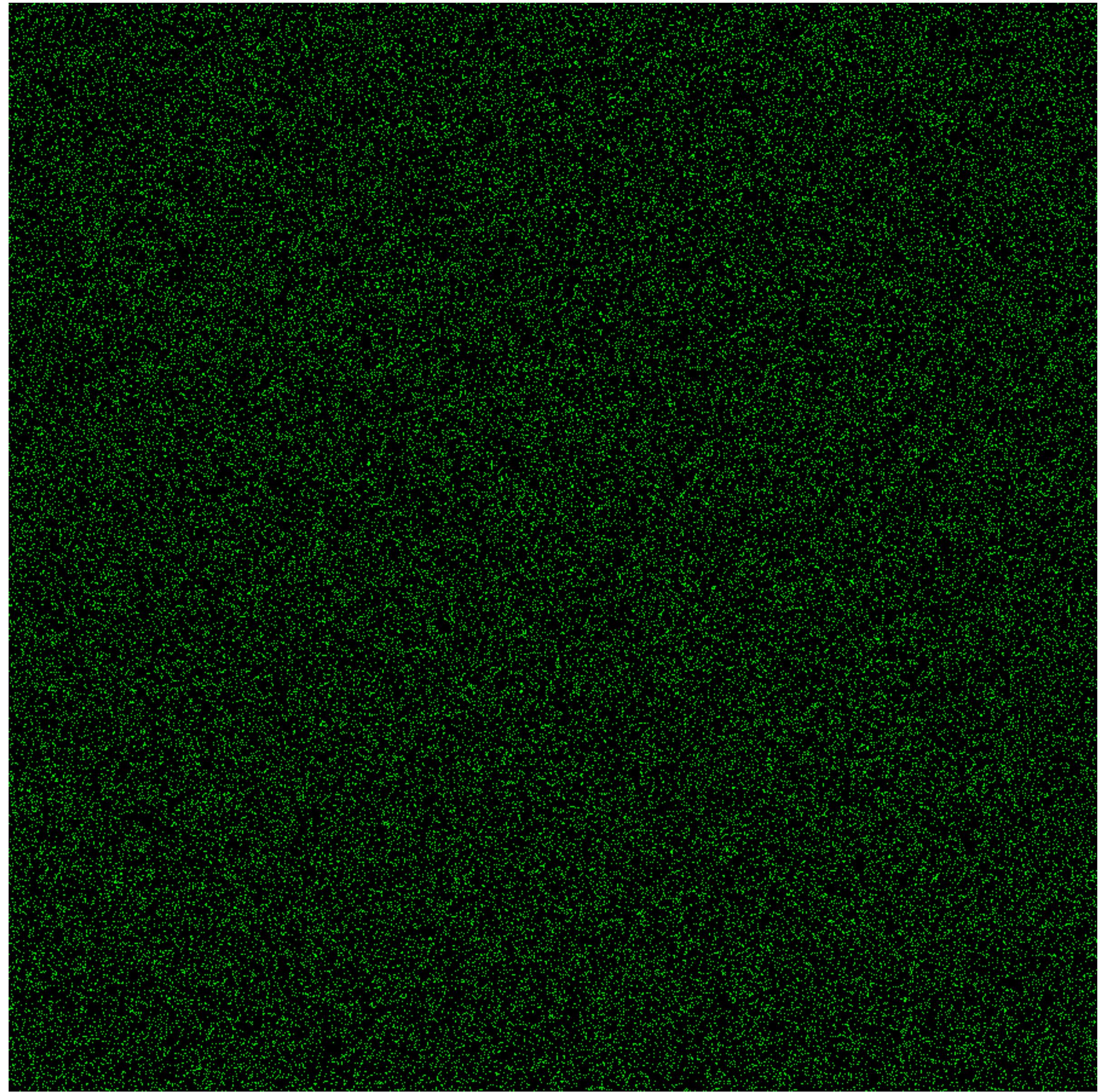
¹UFZ, Helmholtz Centre for Environmental Research – UFZ, Department of Ecological Modelling, Germany
²University of Potsdam, Institute of Biochemistry and Biology, Germany

Abstract: The quantitative study of wildfire data world wide revealed that wildfires exhibit power-law like frequency-area distributions. Although models exist to predict the spread of a specific fire, there is as yet no agreement on the mechanism which drives wildfire systems on the landscape scale. A classical model in this context is the Drossel-Schwabl cellular automaton (DS-FFM) which robustly produces a power-law like frequency-area statistic for fire sizes. This model originated in statistical physics where it was used to illustrate the concept of self-organized criticality. A conjecture has been made in the literature that this model is not able to produce the spatial patterns of actual wildfires and hence is of no ecological significance. We test this conjecture by comparing the shape of simulated fires in the DS-FFM to those of 68 fires in the boreal forests of Alberta, Canada. Our results suggest that, contrary to the conjecture, the Drossel-Schwabl model performs well in producing realistic fire shapes. It can hence not be excluded as a candidate mechanism behind wildfire systems. We do show, however, that the performance depends on the size of the fire. Best results are obtained for fires of 400-2,000 ha. Very large fires of 2,000-20,000 ha and smaller fires of 20-200 ha differ from the simulated burn scars in the distribution and median size of islands of unburnt vegetation. Nevertheless, the overall fit remains good even for these size classes.

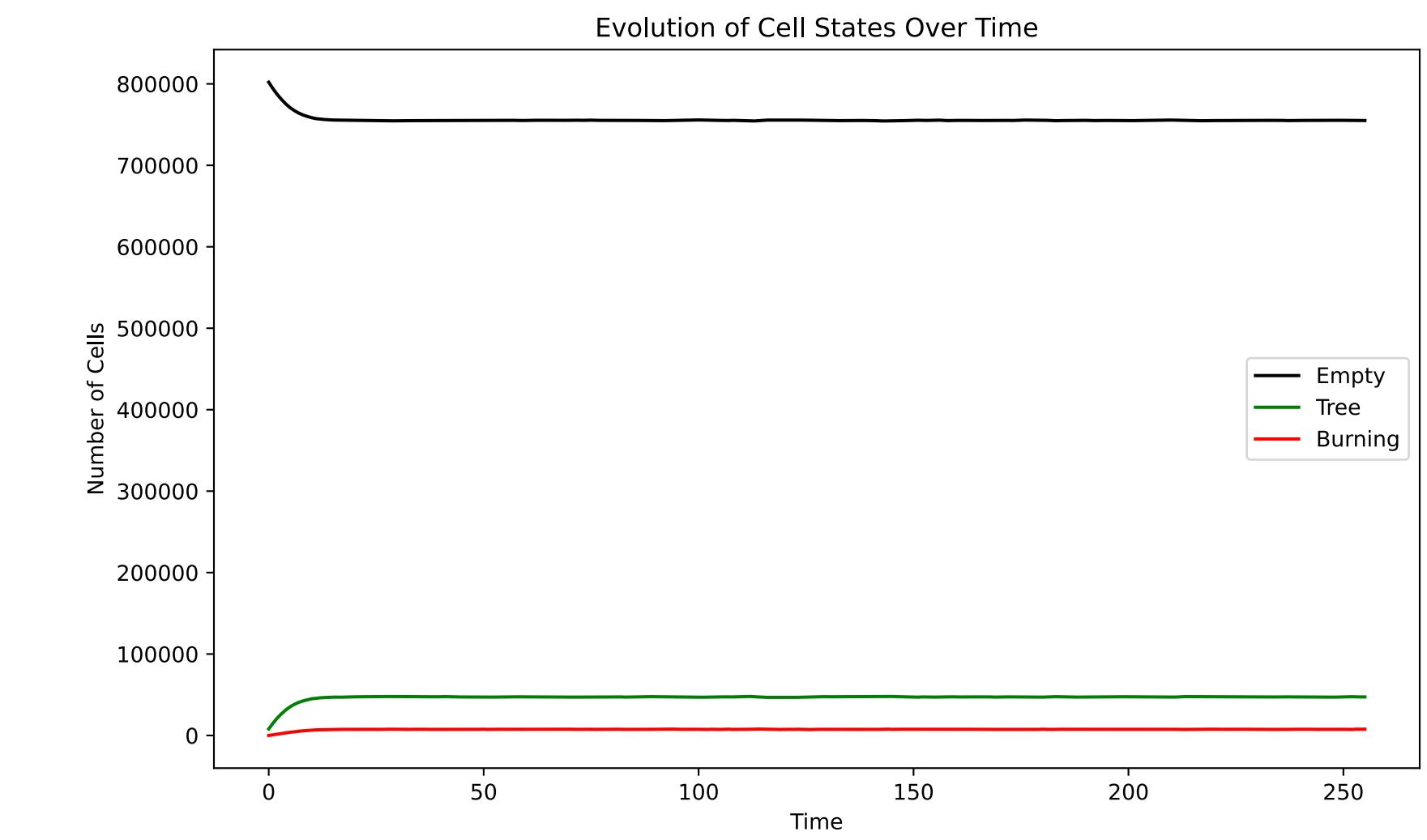
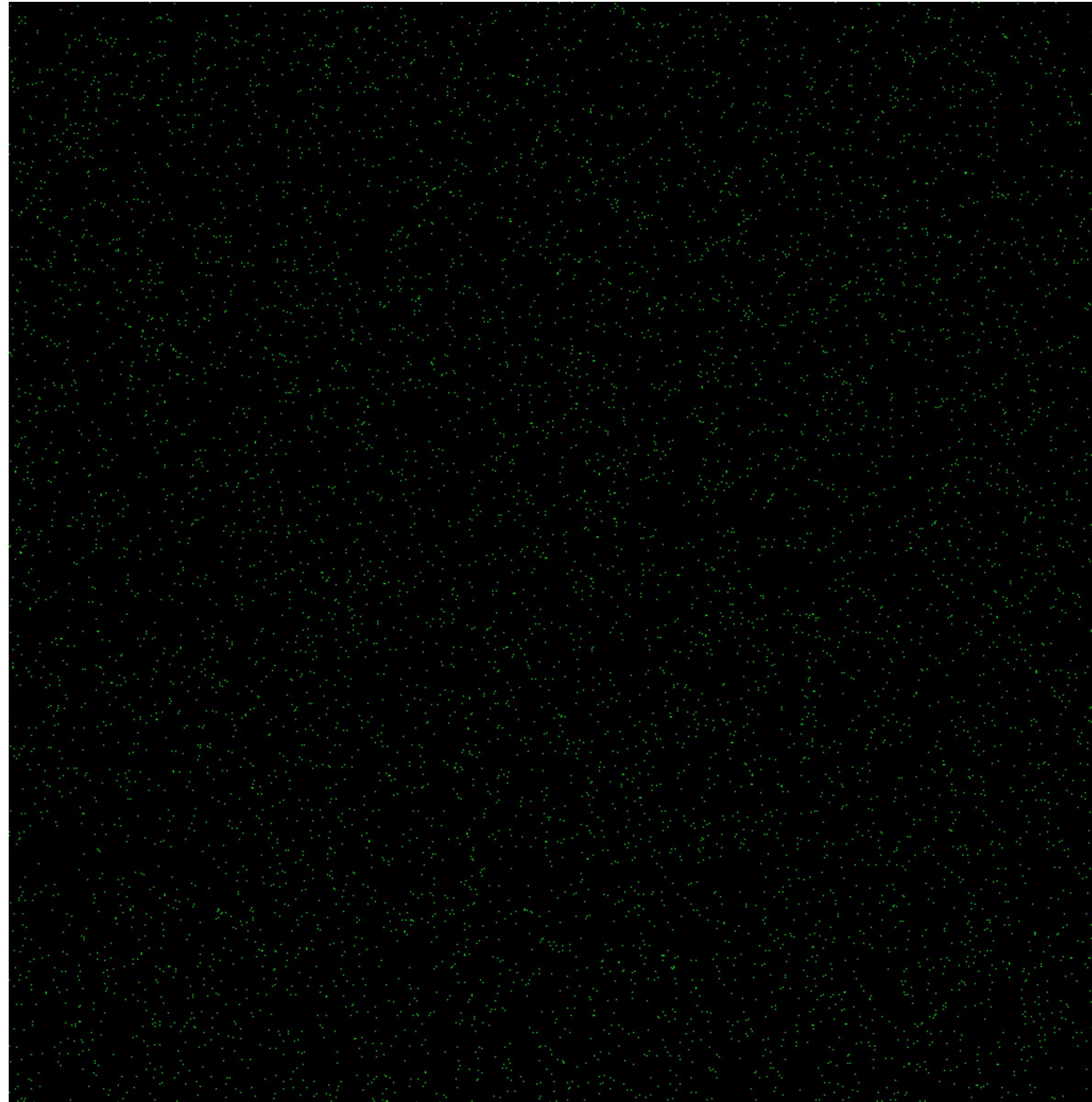
Przykłady symulacji modelu DS



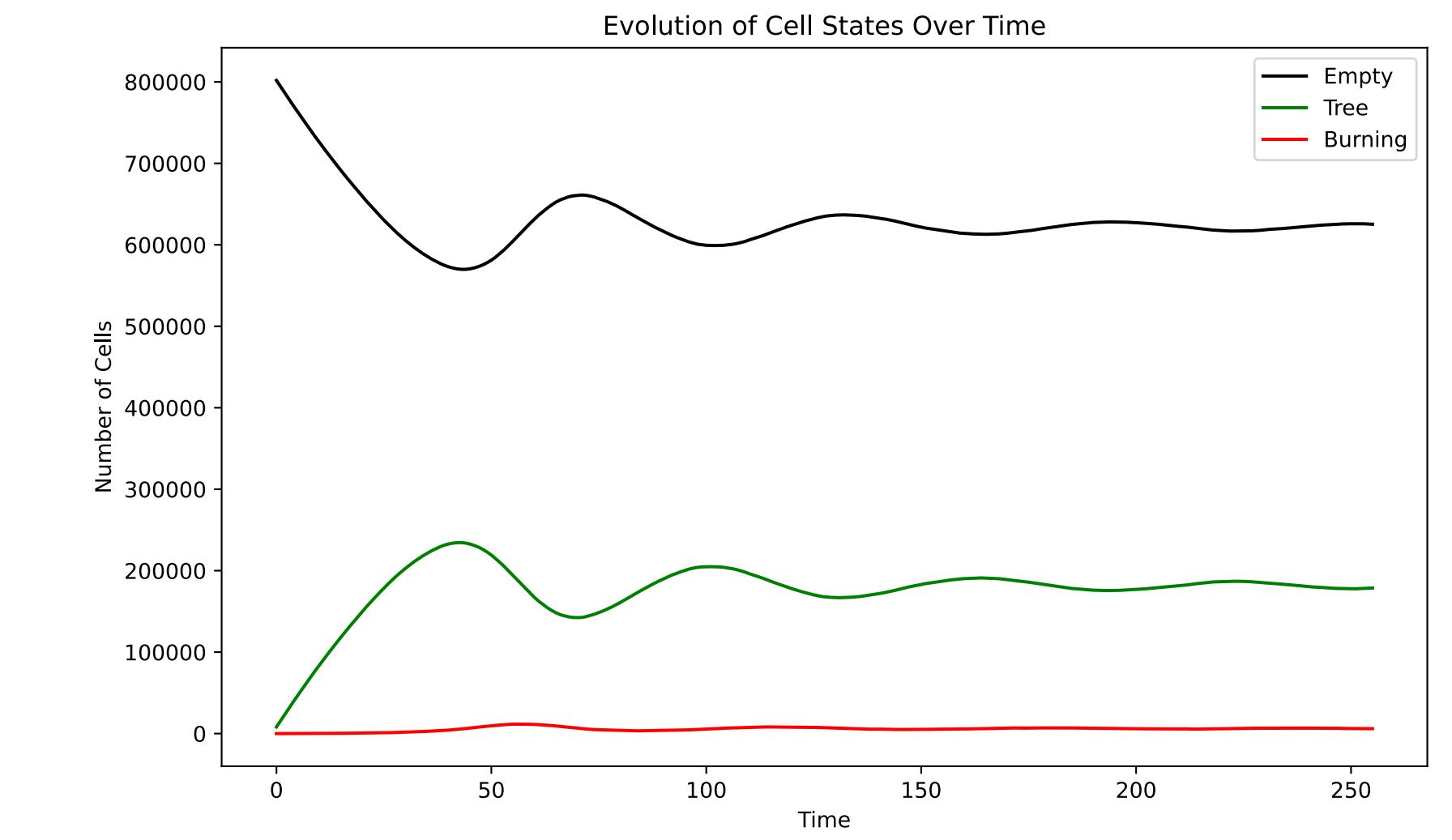
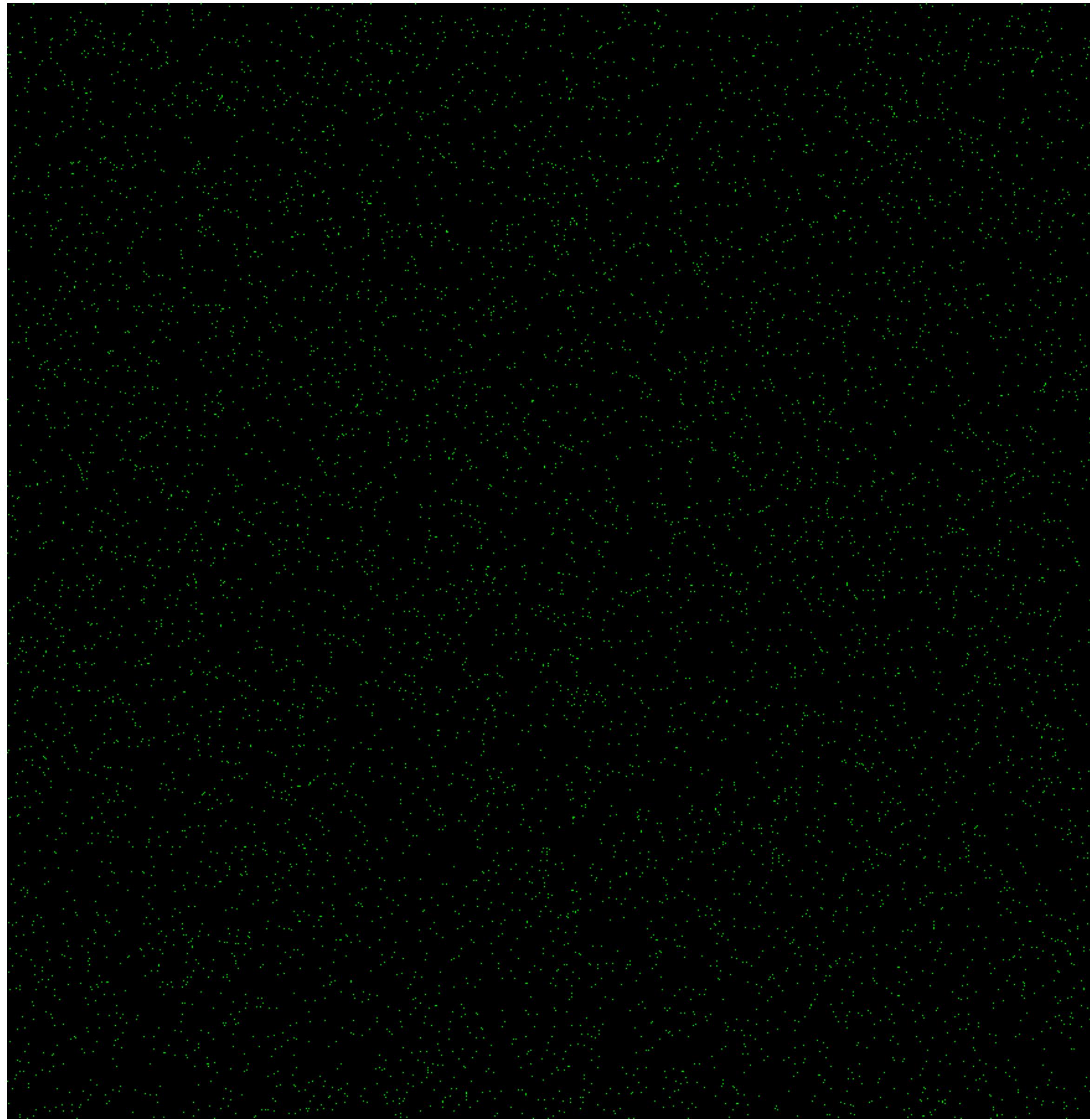
$$f = p = 0.01$$



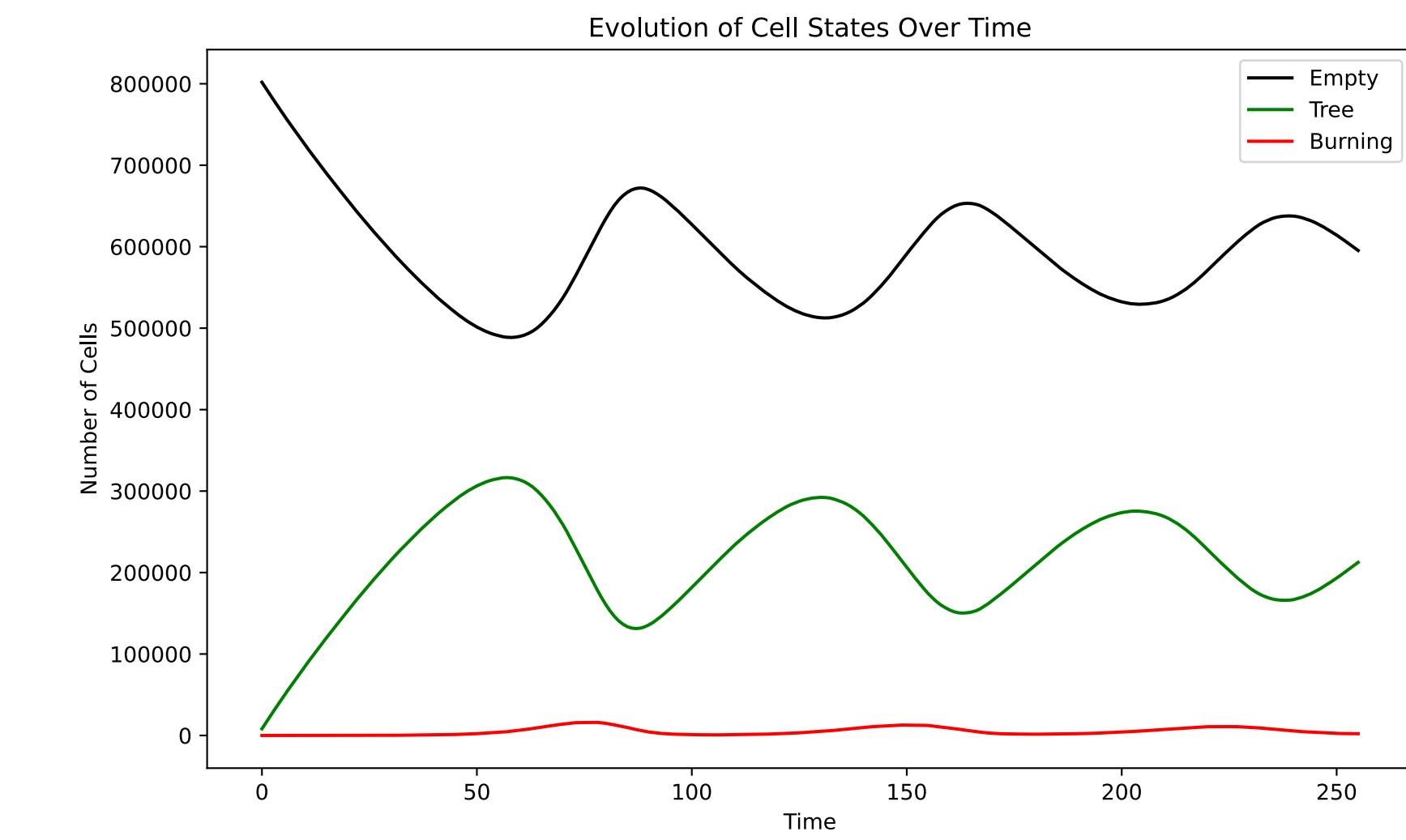
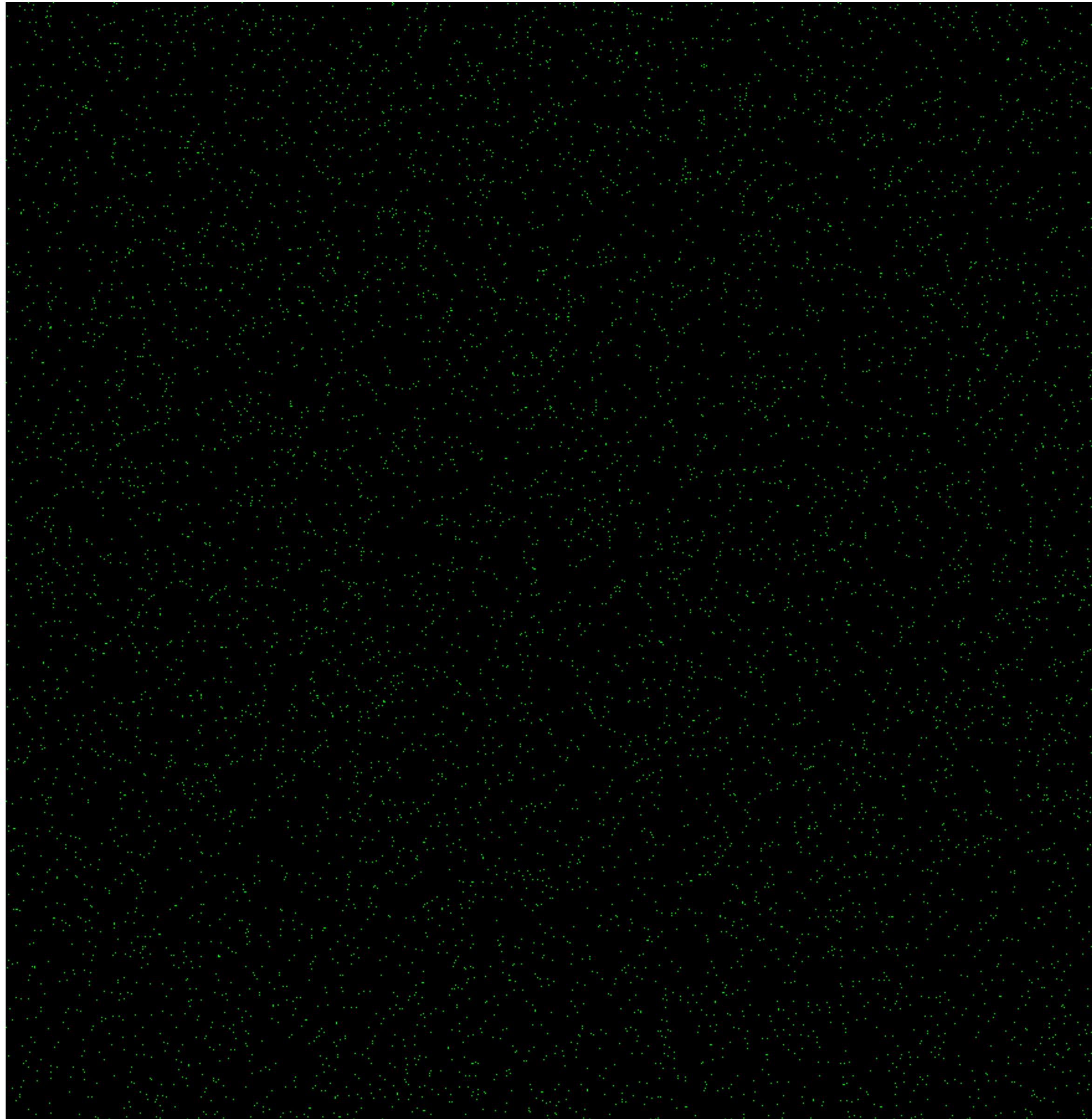
$$f = 0.01 \ p = 0.1$$



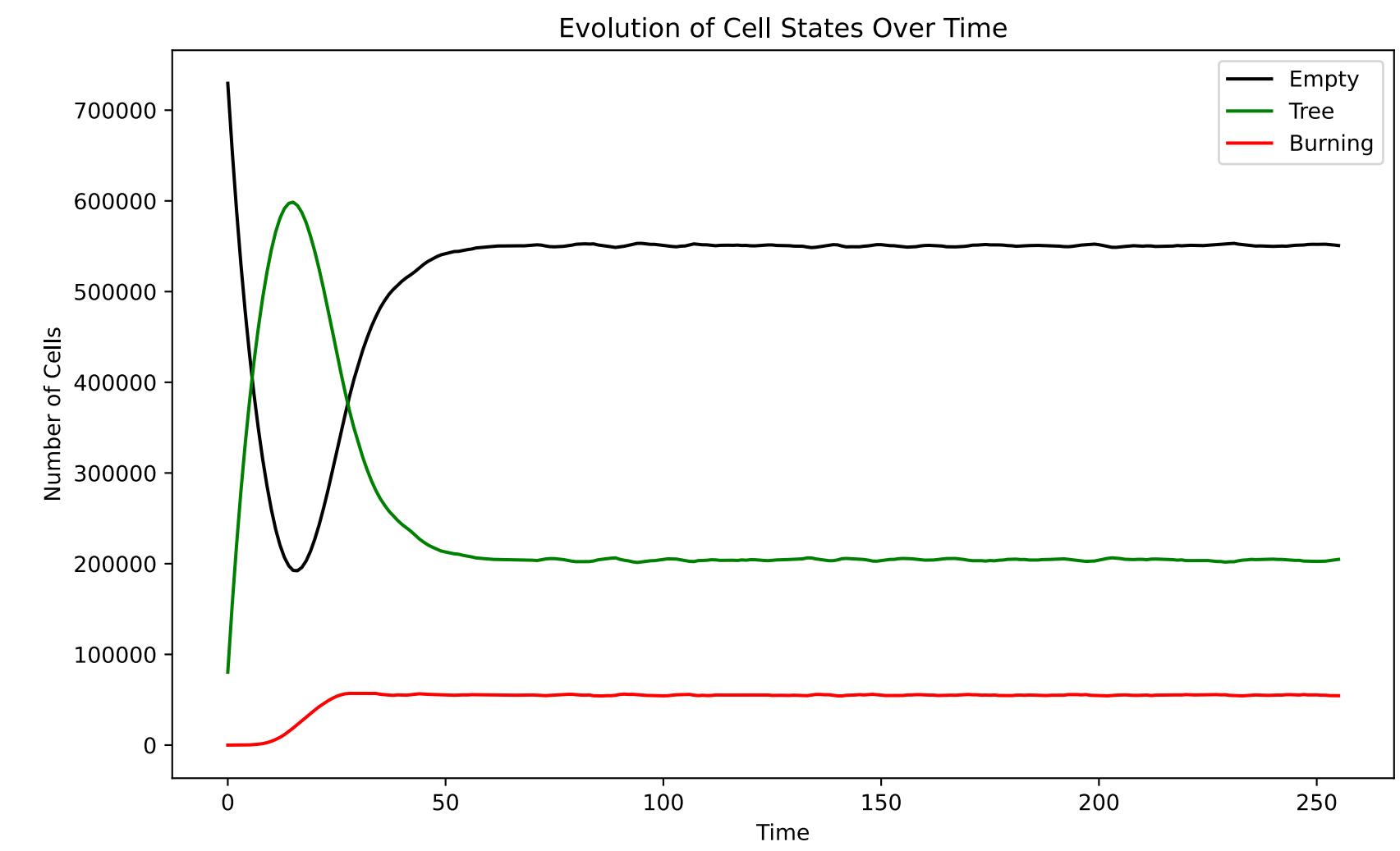
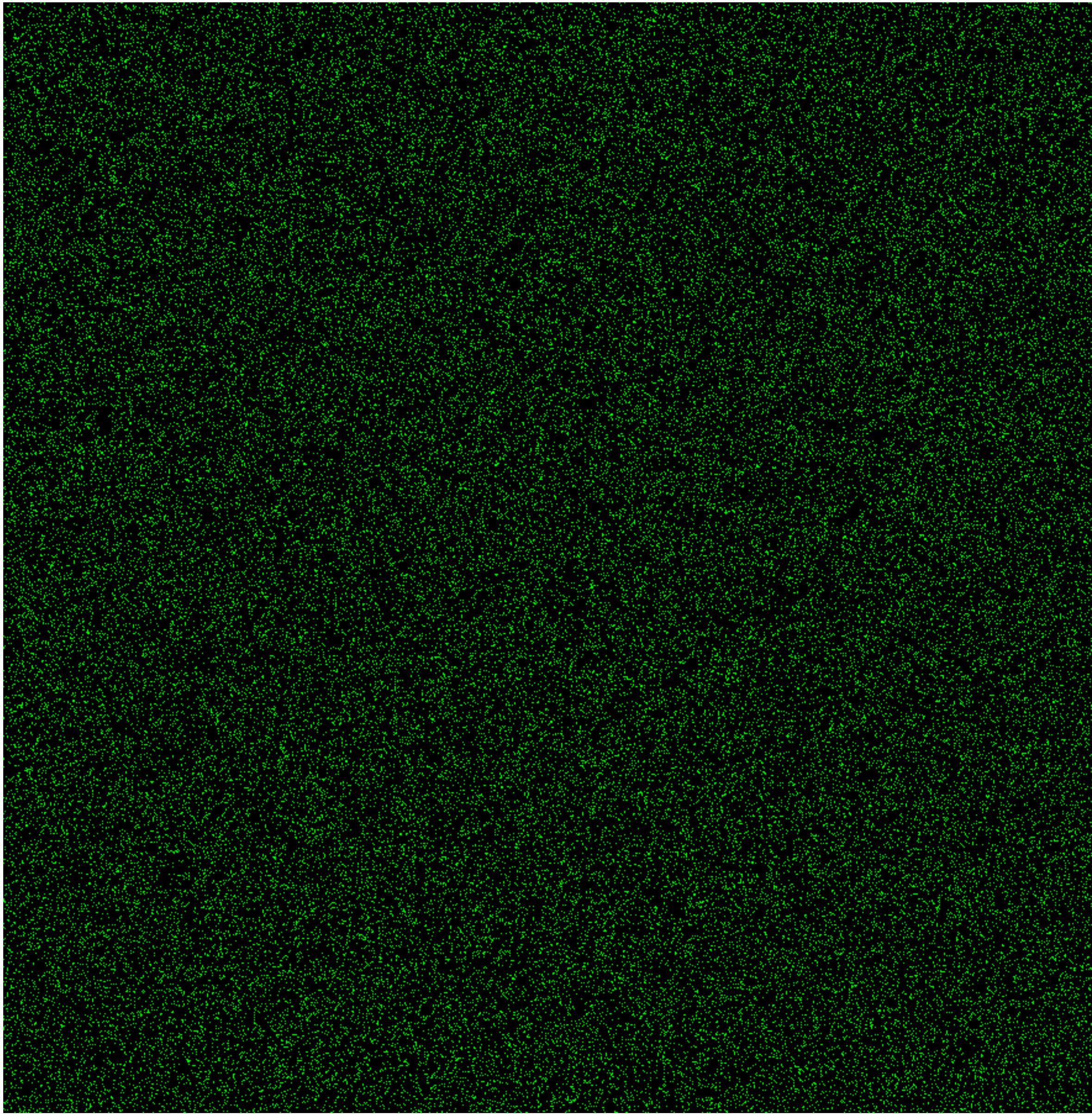
$$f = 0.1 \ p = 0.01$$



$$f = 0.0001 \quad p = 0.01$$

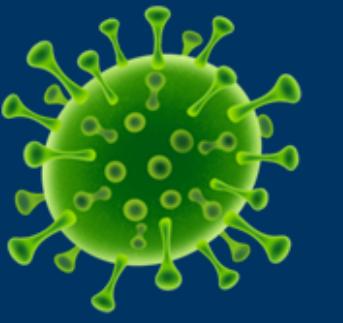


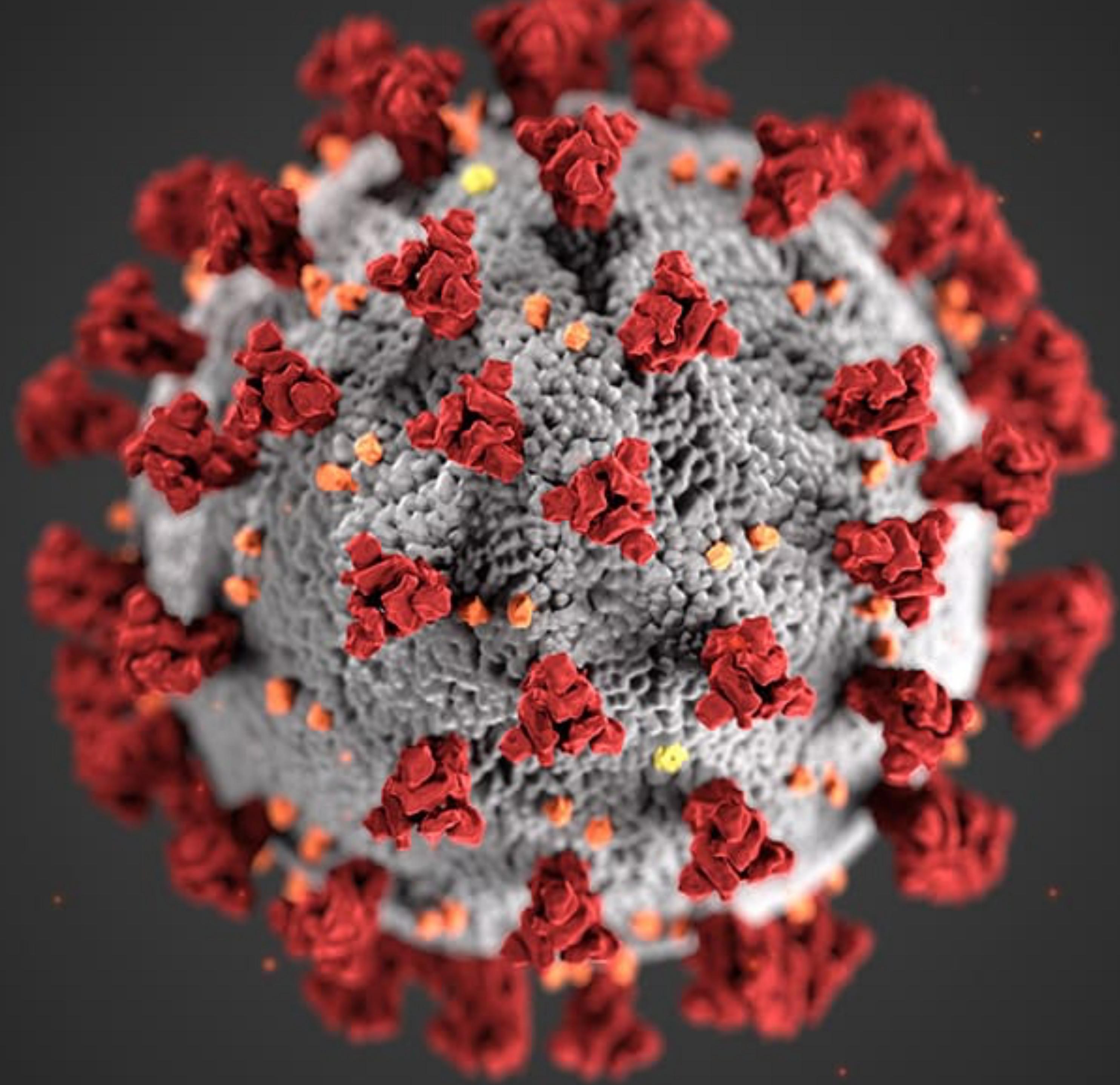
$$f = 0.00001 \quad p = 0.01$$



$$f = 0.00001 \quad p = 0.1$$

Epidemie





Stany automatu:



zdrowy (**susceptible**)



chory (**infected**)

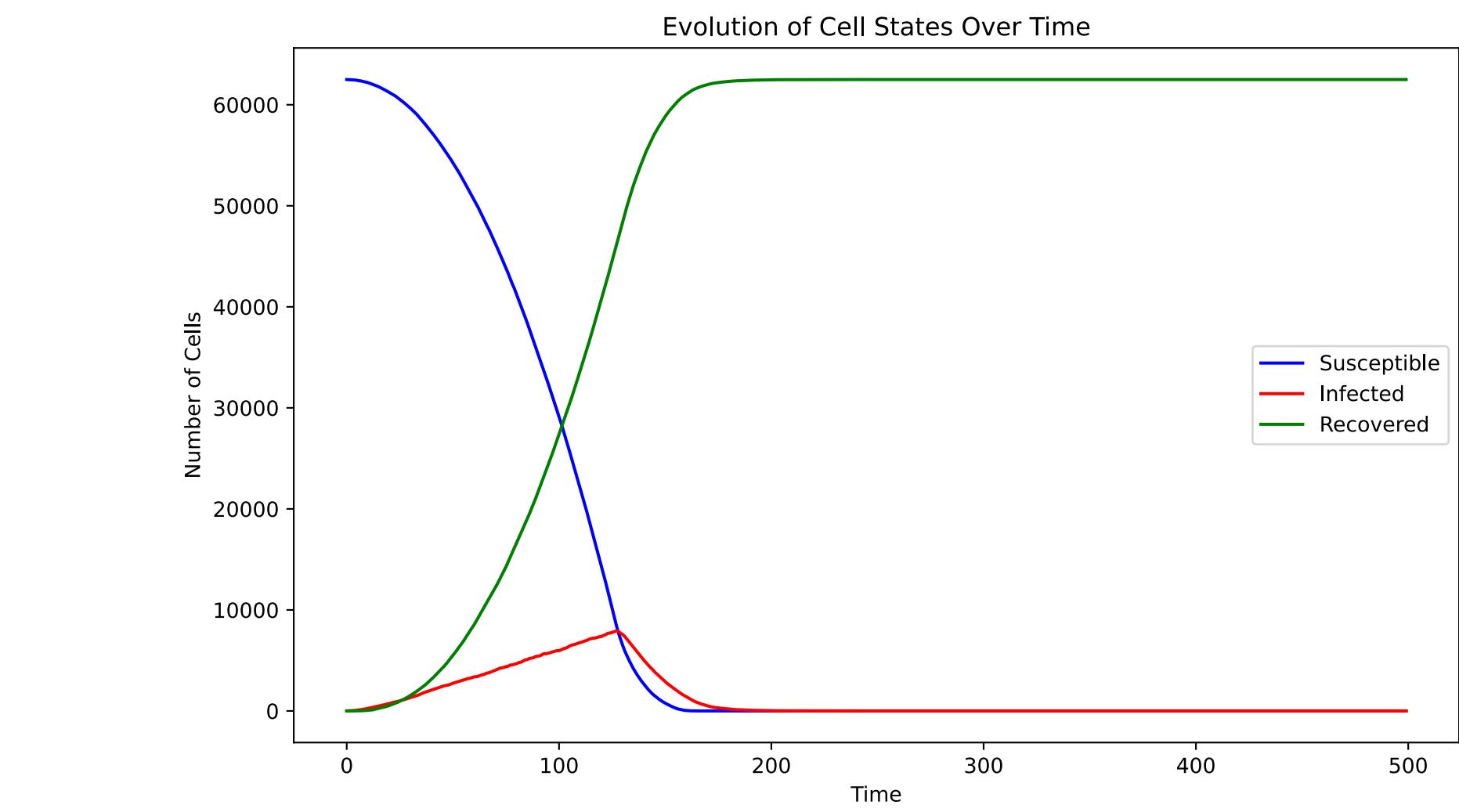
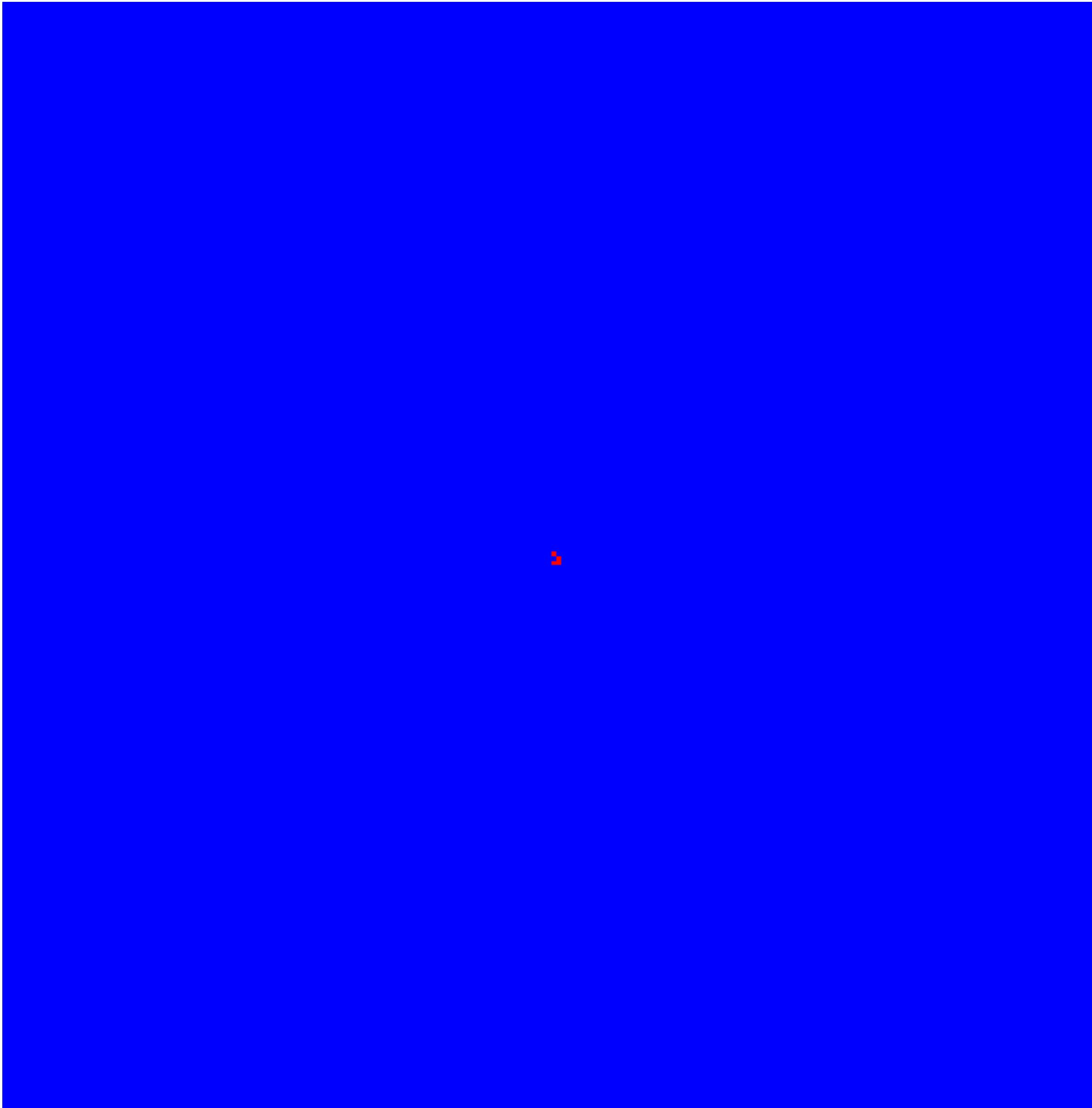


uodporniony (**recovered**)

健康发展	健康发展	健康发展	健康发展	健康发展
健康发展	健康发展	健康发展	健康发展	健康发展
健康发展	健康发展	生病	健康发展	健康发展
健康发展	健康发展	健康发展	健康发展	健康发展
康复	健康发展	健康发展	健康发展	健康发展

Reguła

- Jeśli dana komórka jest 😊 to z prawdopodobieństwem β staje się 😇 (proces zdrowienia i **nabierania odporności**).
 - Jeśli dana komórka jest 😎 i ma w swoim sąsiedztwie chociaż jednego 😊 to staje się 😊 z prawdopodobieństwem γ (proces **infekowania**).
 - Jeśli dana komórka jest 😇 to pozostaje 😇 (**100% odporność**).
-
- Alternatywnie zamiast / dodatkowo obok stanu 😇 można rozważyć stan 💀 (śmierć), co niestety ma zastosowanie w przypadku śmiertelnych infekcji.
 - Możliwe jest również rozszerzenie modelu o stan 🛡 (szczepionka), która daje probabilistyczną odporność na infekcję.
 - Możliwe jest też rozszerzenie modelu w taki sposób w taki sposób, że prawdopodobieństwo infekcji rośnie wraz z wzrostem liczby zainfekowanych sąsiadów.

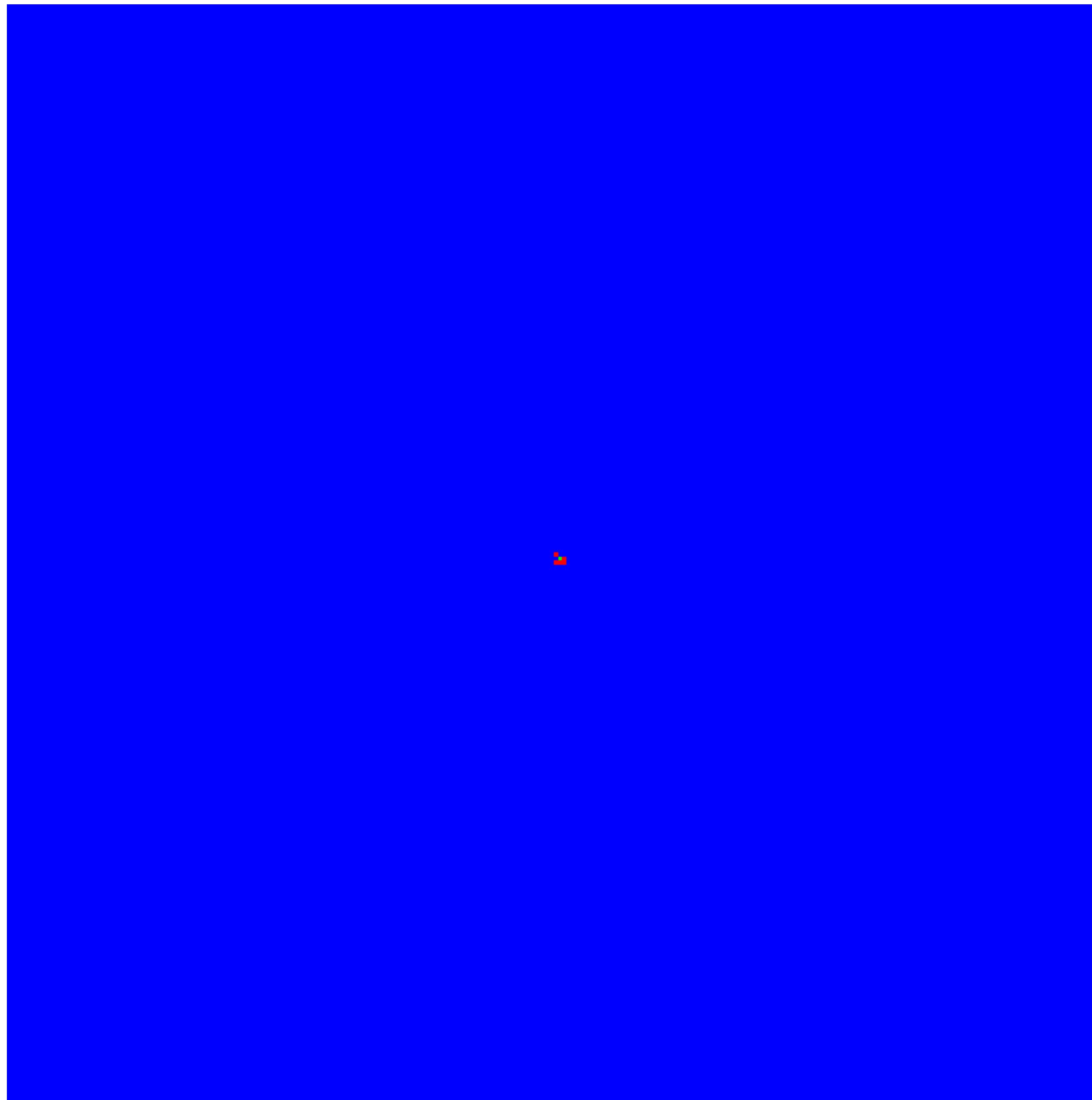


$$\beta = 0.5 \quad \gamma = 0.1$$

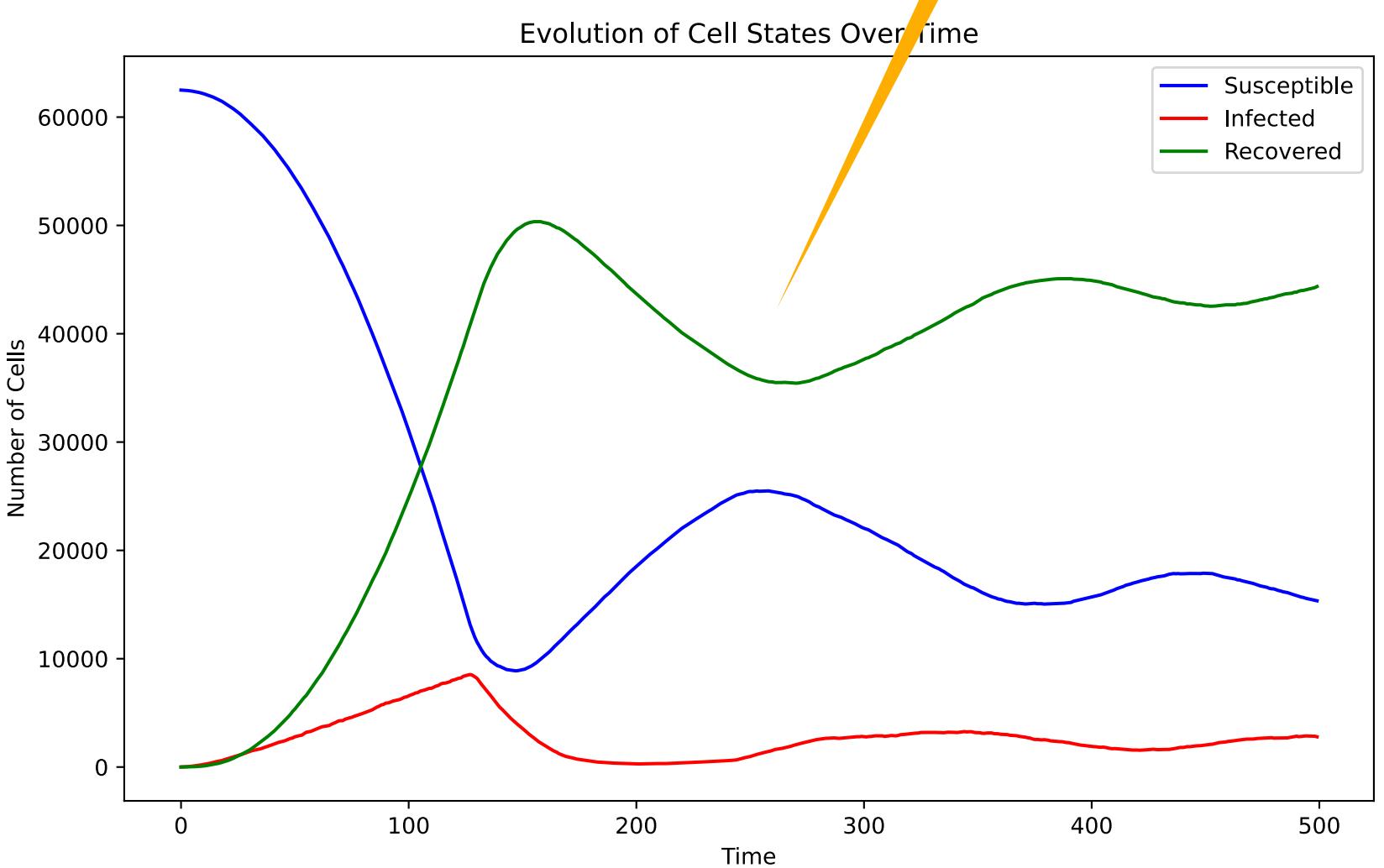
Prawdopodobieństwo infekcji

Prawdopodobieństwo wyzdrowienia i uzyskania odporności

A co jeśli odporność zanika?!



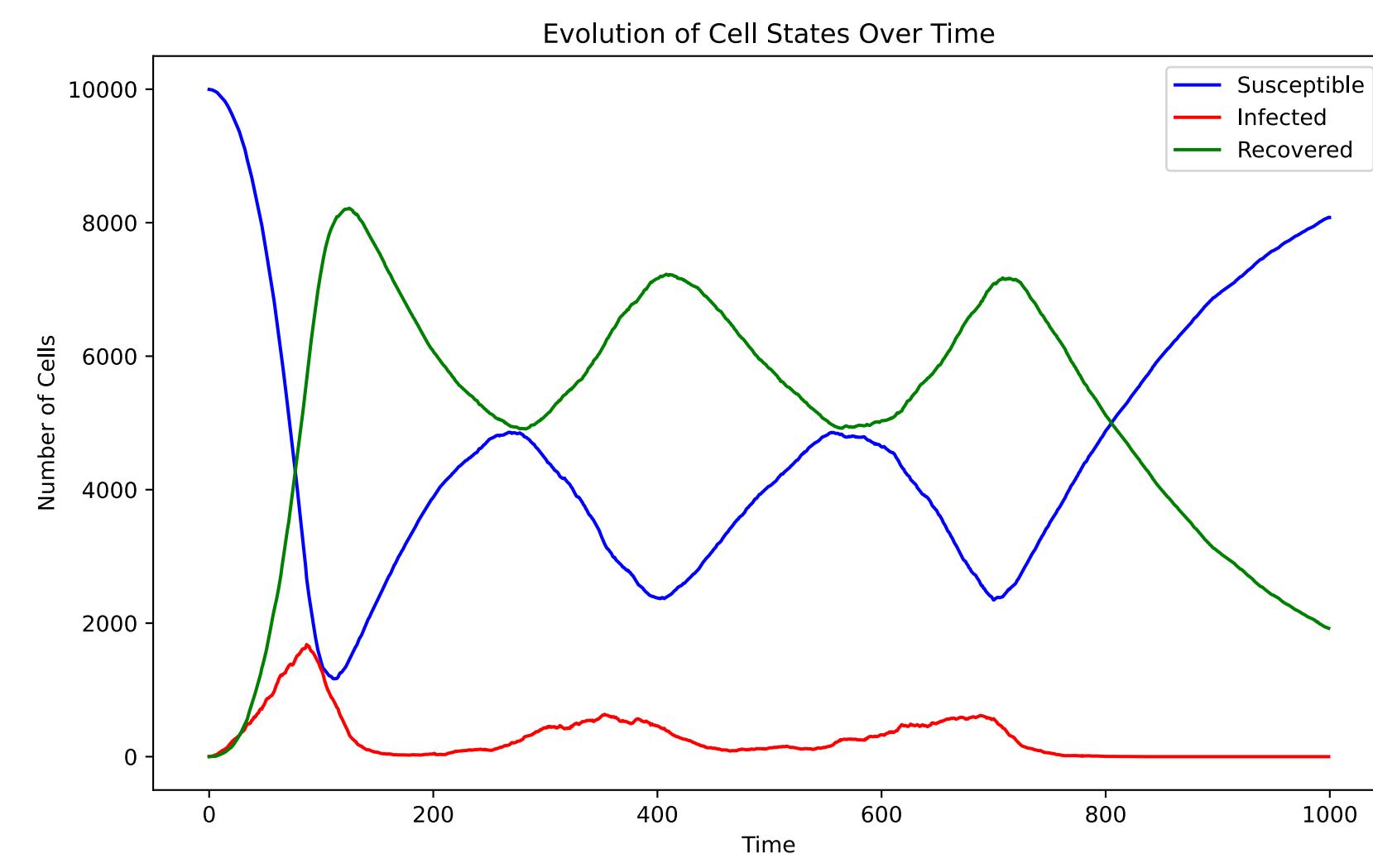
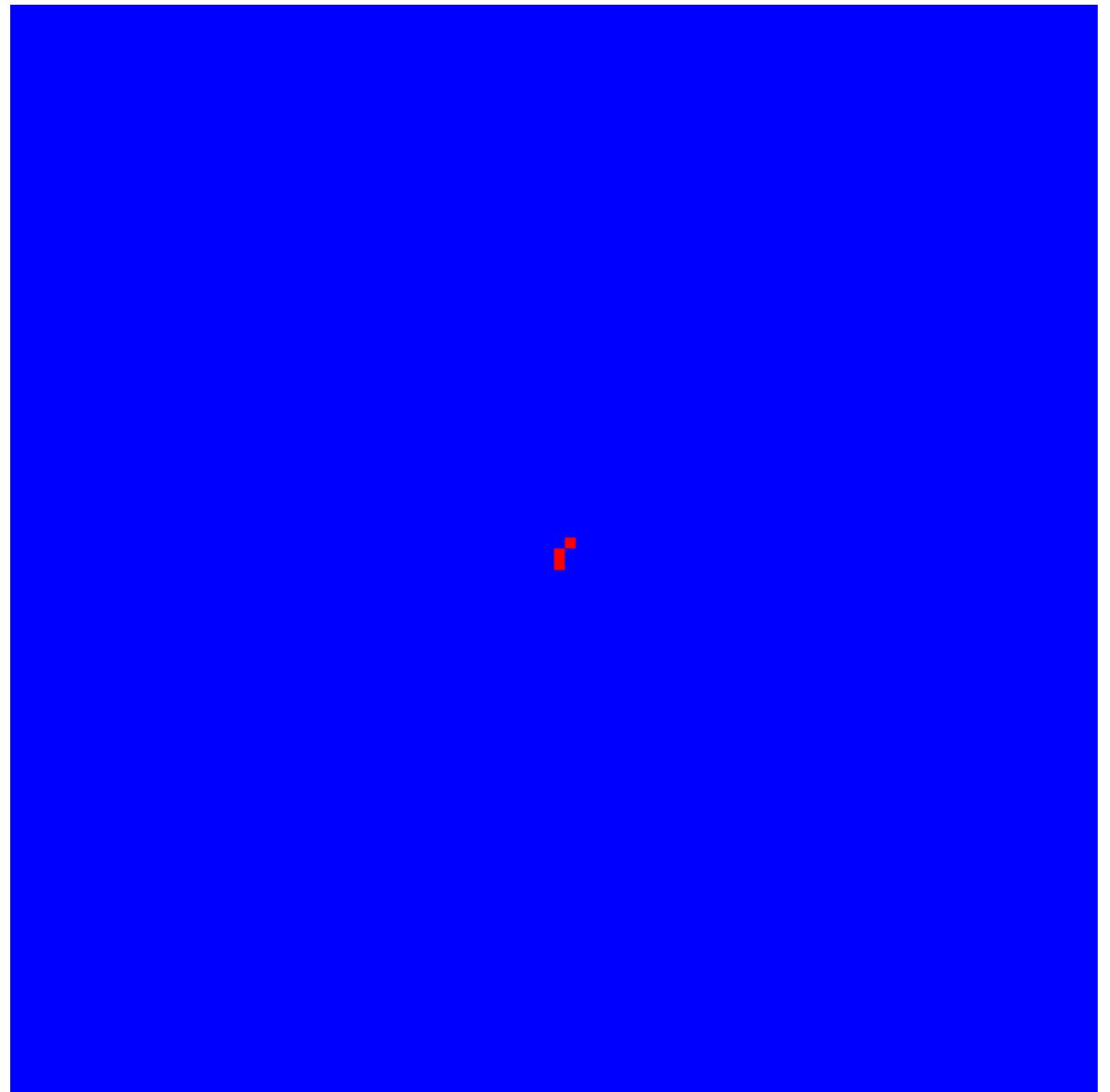
Prawdopodobieństwo zaniku
odporności - nowy parametr



$$\beta = 0.5 \quad \gamma = 0.1$$

$$\rho = 0.005$$

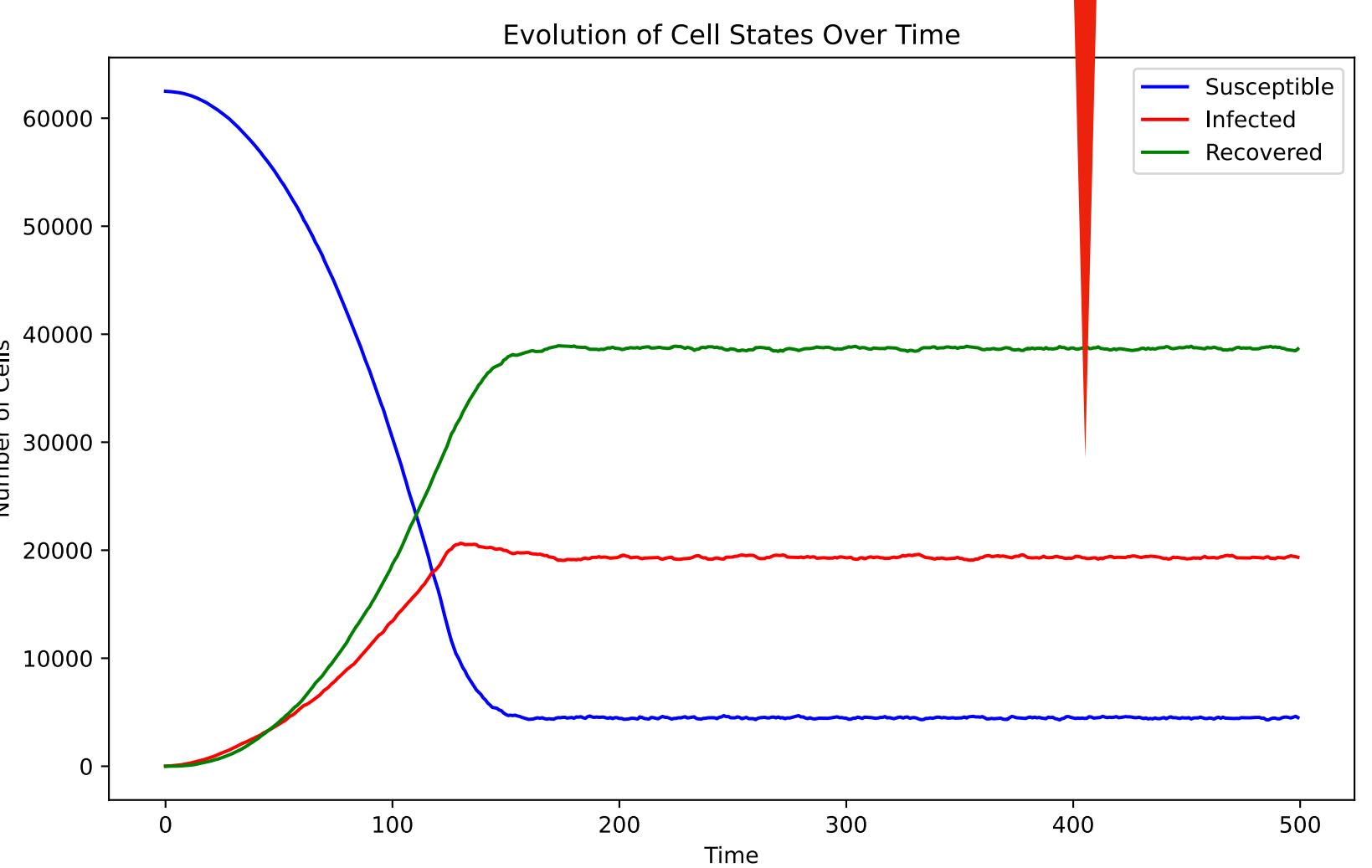
Pojawiają się
fale!



$$\beta = 0.2 \quad \gamma = 0.1$$

$$\rho = 0.005$$

Pandemia się nie kończy!



$$\begin{aligned}\beta &= 0.5 \quad \gamma = 0.1 \\ \rho &= 0.05\end{aligned}$$

Simulating the spread of COVID-19 with cellular automata: A new approach

Sourav Chowdhury* Suparna Roychowdhury† Indranath Chaudhuri‡

Department of Physics, St. Xavier's College (Autonomous)
30 Mother Teresa Sarani, Kolkata-700016, West Bengal, India

July 28, 2023

Abstract

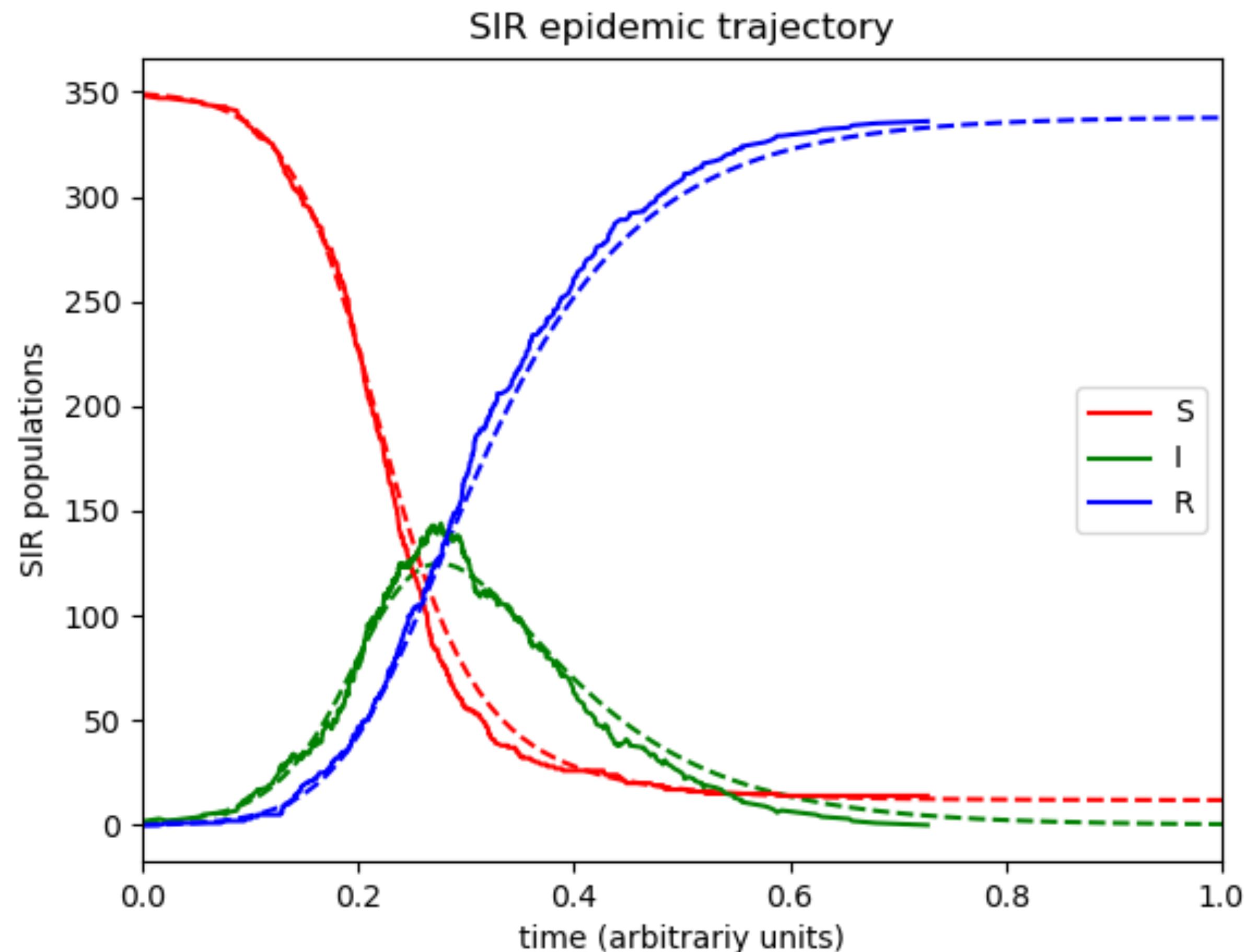
Between the years 2020 to 2022, the world was hit by the pandemic of COVID-19 giving rise to an extremely grave situation. Many people suffered and died from this disease. Also the global economy was badly hurt due to the consequences of various intervention strategies (like social distancing, lockdown) which were applied by different countries to control this pandemic. There are multiple speculations that humanity will again face such pandemics in the future. Thus it is very important to learn and gain knowledge about the spread of such infectious diseases and the various factors which are responsible for it. In this study, we have extended our previous work (*Chowdhury et.al., 2022*) on the probabilistic cellular automata (CA) model to reproduce the spread of COVID-19 in several countries by modifying its earlier used neighbourhood criteria. This modification gives us the liberty to adopt the effect of different restrictions like lockdown and social distancing in our model. We have done some theoretical analysis for initial infection and simulations to gain insights into our model. We have also studied the data from eight countries for COVID-19 in a window of 876 days and compared it with our model. We have developed a proper framework to fit our model on the data for confirmed cases of COVID-19 and have also re-checked the goodness of the fit with the data of the deceased cases for this pandemic. Our model is compared with other well known CA models and the ODE based SEIR model. This model fits well with different peaks of COVID-19 data for all the eight countries and can be possibly generalized for a global prediction. Our study shows that the rate of disease spread depends both on infectivity of a disease and social restrictions. Also, it shows an overall decrement in mortality rate with time due to COVID-19 as more and more people get infected as well as vaccinated. Our minimal model with modified neighbourhood condition can easily quantify the degree of social restrictions. It is statistically concluded that the overall degree of social restrictions is above the mean when we considered all eight countries. Finally to conclude, this study has given us various important insights about this pandemic which can help in preparing for combating epidemics in future situations.

Czy epidemiolodzy używają takich modeli?

- I tak i nie. Najpopularniejsze są wciąż modele “ciągle” oparte o **równania różniczkowe** i procesy stochastyczne.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta IS, \\ \frac{dI}{dt} = \beta IS - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \end{cases}$$

- więcej chociażby na Wikipedii ([https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology](#))
- Ale...



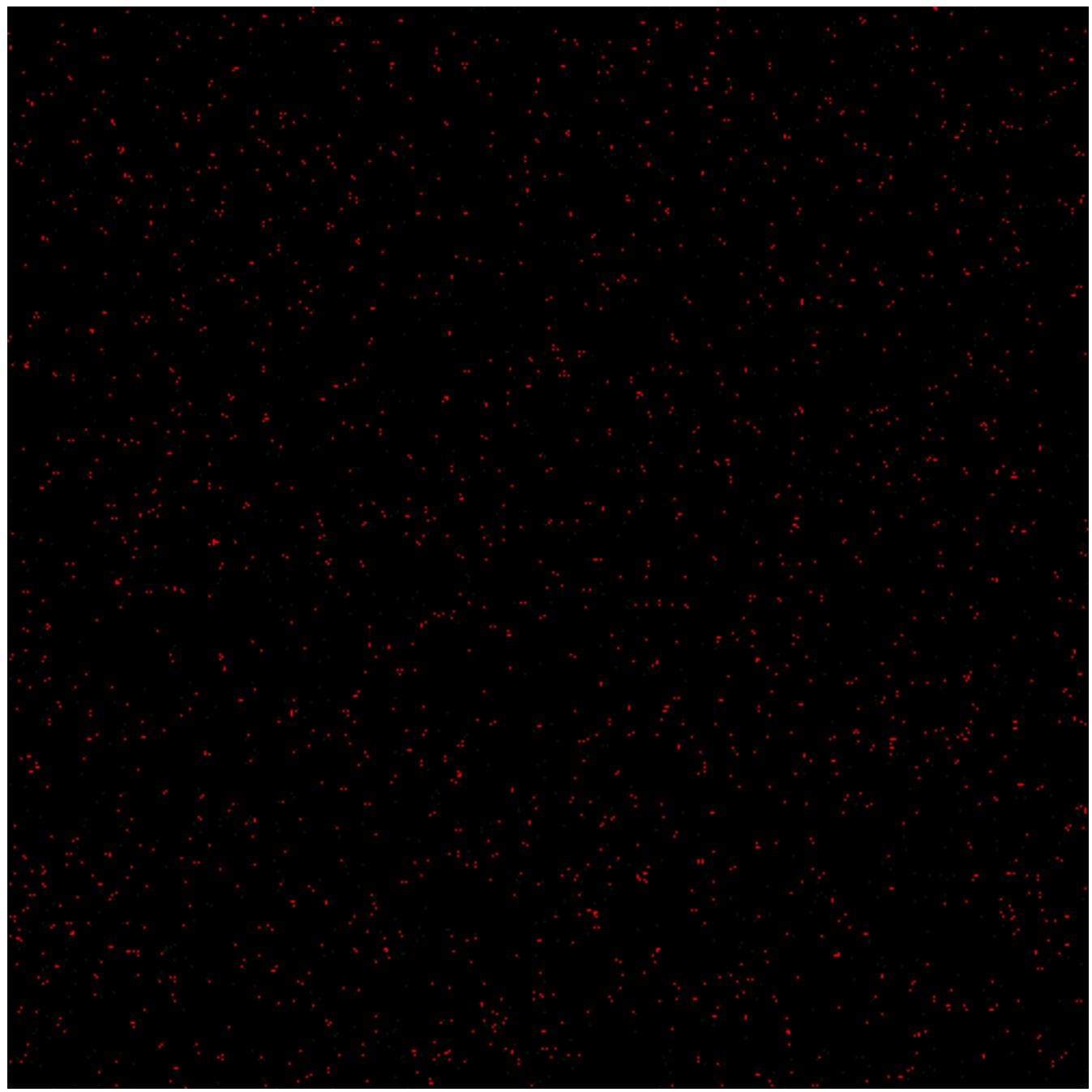
Model Greenberg-Hastings



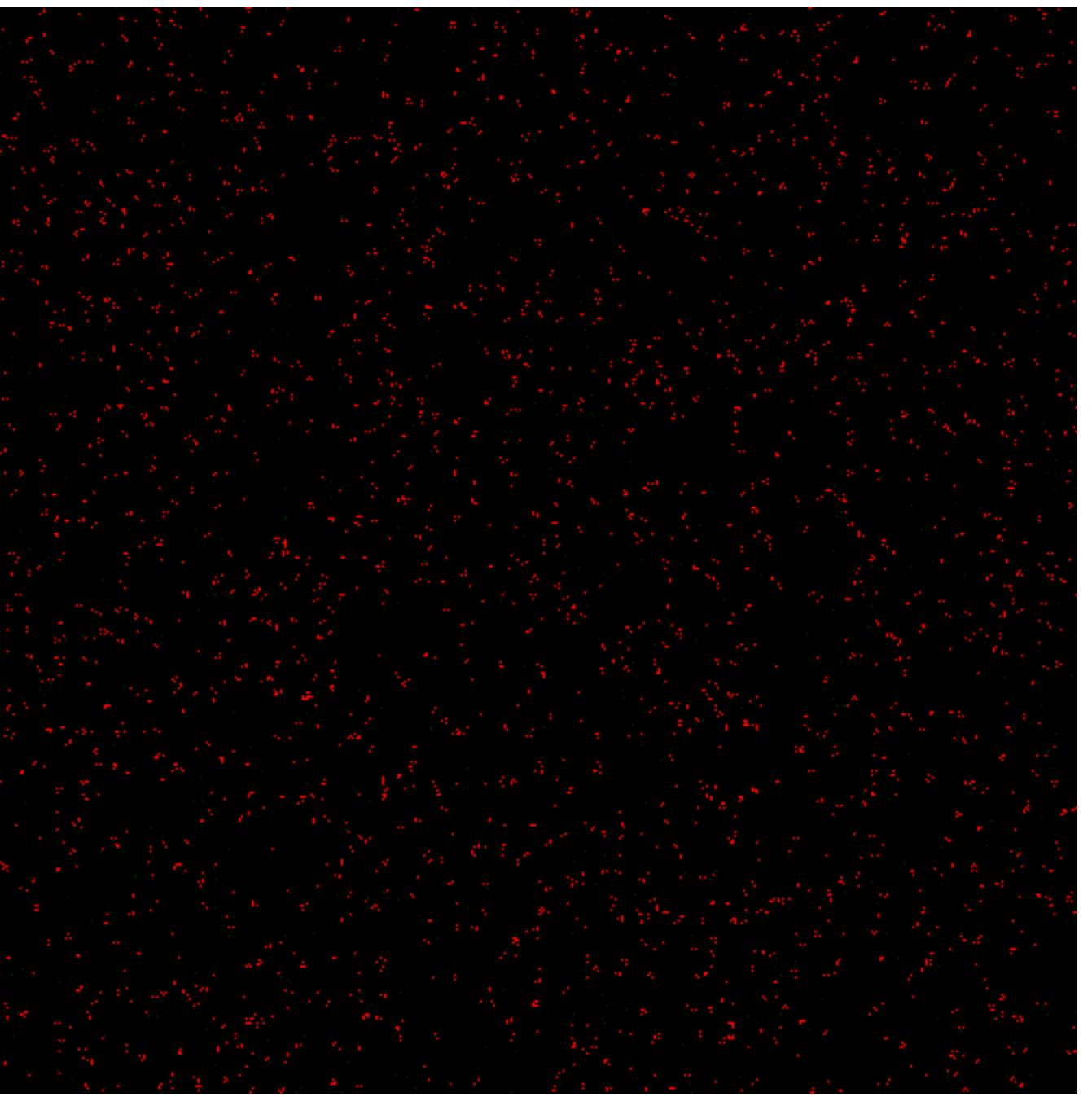
Belousov-Zhabotinsky reaction

Reguła 🧟 Probabilistyczny GH

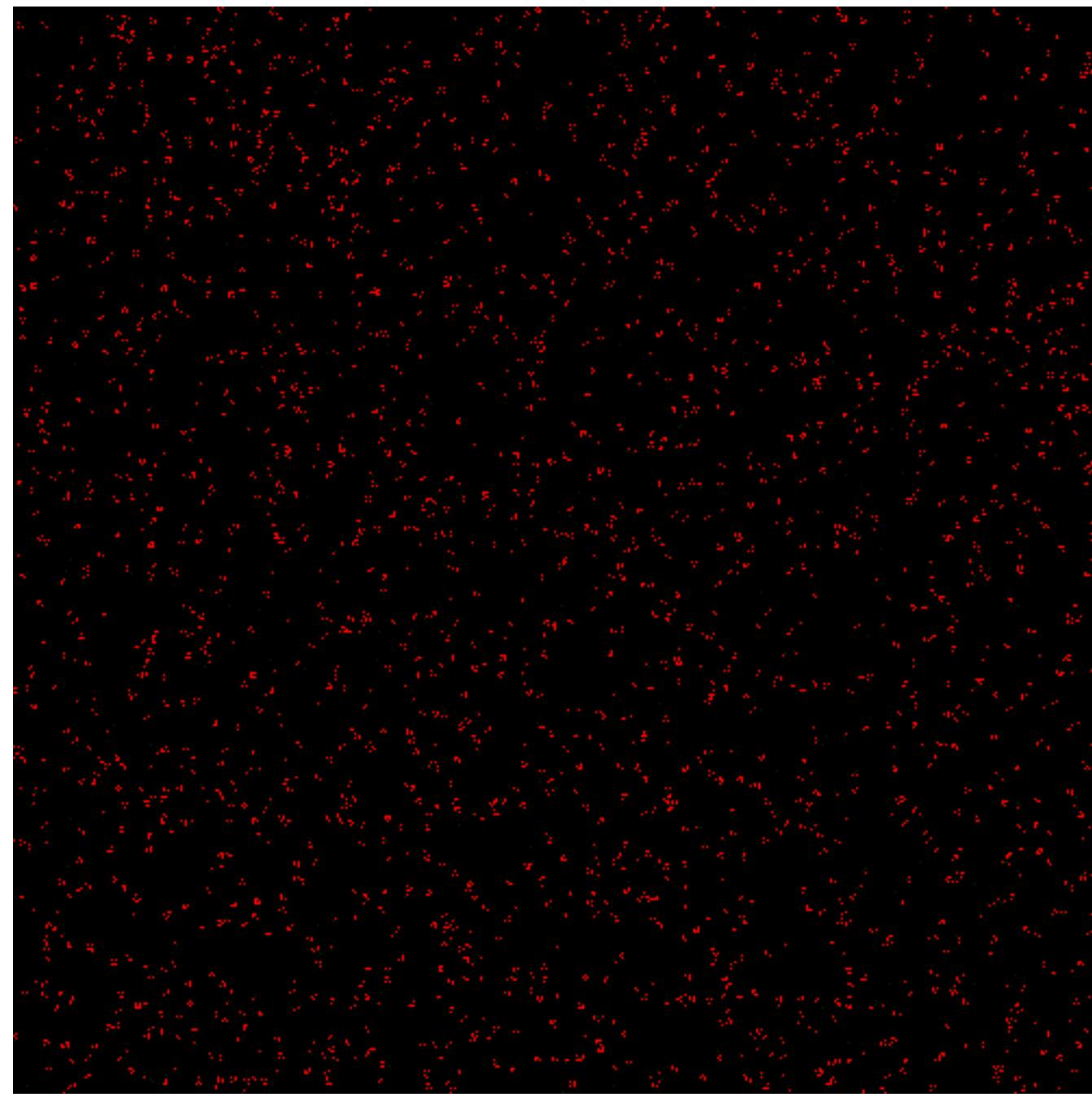
- Automat ma stany $\{0, 1, \dots, k - 1\}$. Stan 0 nazywamy stanem “**resting**” (**nieaktywny**, gotowy do działania), stan 1 nazywamy stanem “**excited**” (**aktywny**), stany od 2 do $k-1$ nazywamy stanami “**recovery**” (**odpoczynek**, nie gotowe do działania).
- Stan 0 przechodzi w stan 1 z prawdopodobieństwem ρ o ile choć jeden sąsiad jest w stanie 1.
- Stan $i \in 1, \dots, k - 1$ przechodzi w stan $i + 1 \bmod k$ **deterministycznie, niezależnie od sąsiedztwa**.
- Model używany do symulacji reakcji chemicznych np. reakcji *Bielousowa-Żabotyńskiego*, procesów biomedycznych (mięśnie sercowe), niektórych procesów populacyjnych i różnego rodzaju naturalnych zjawisk pulsacyjnych / oscylujących.



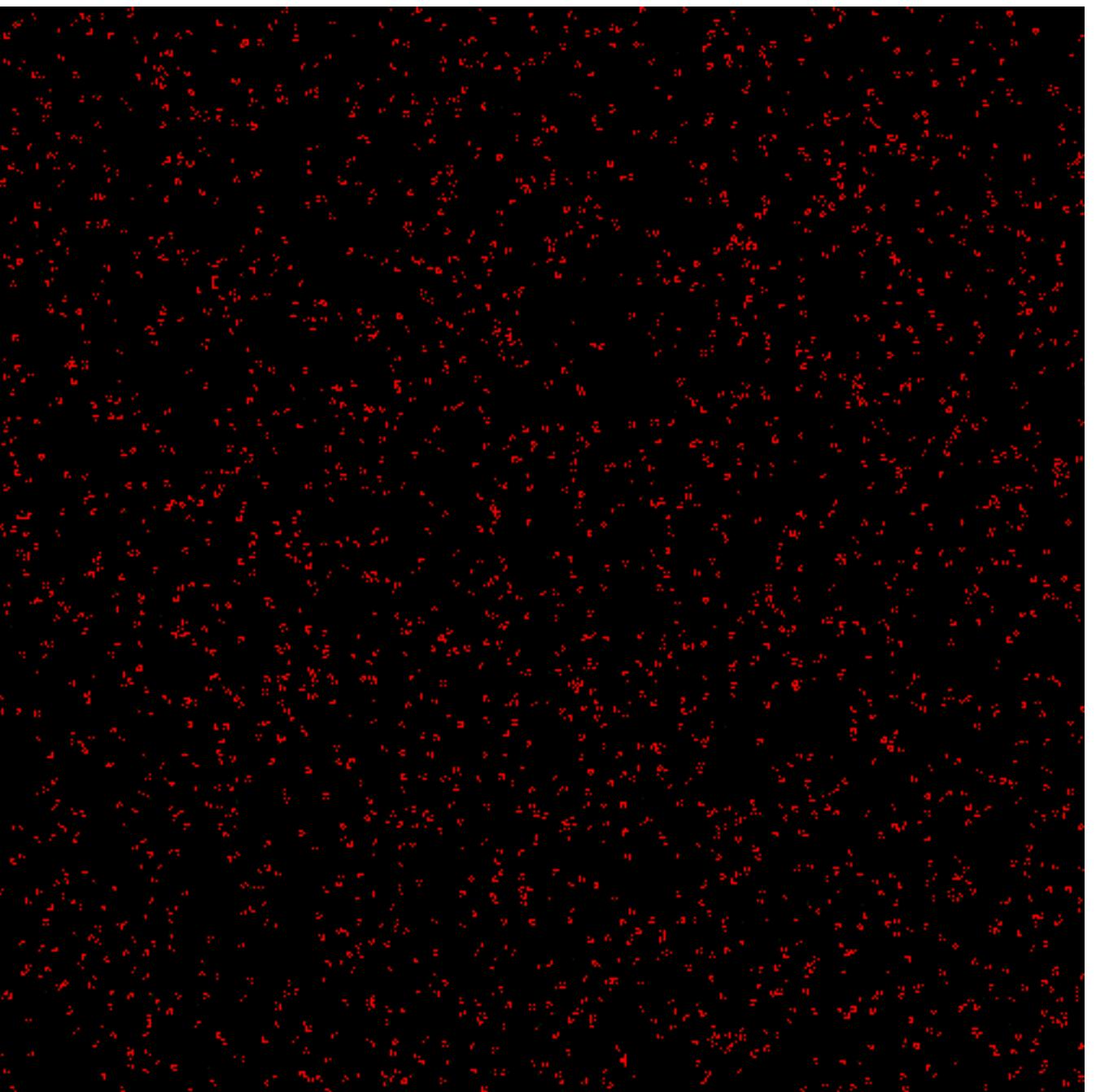
$$\rho = 0.1$$



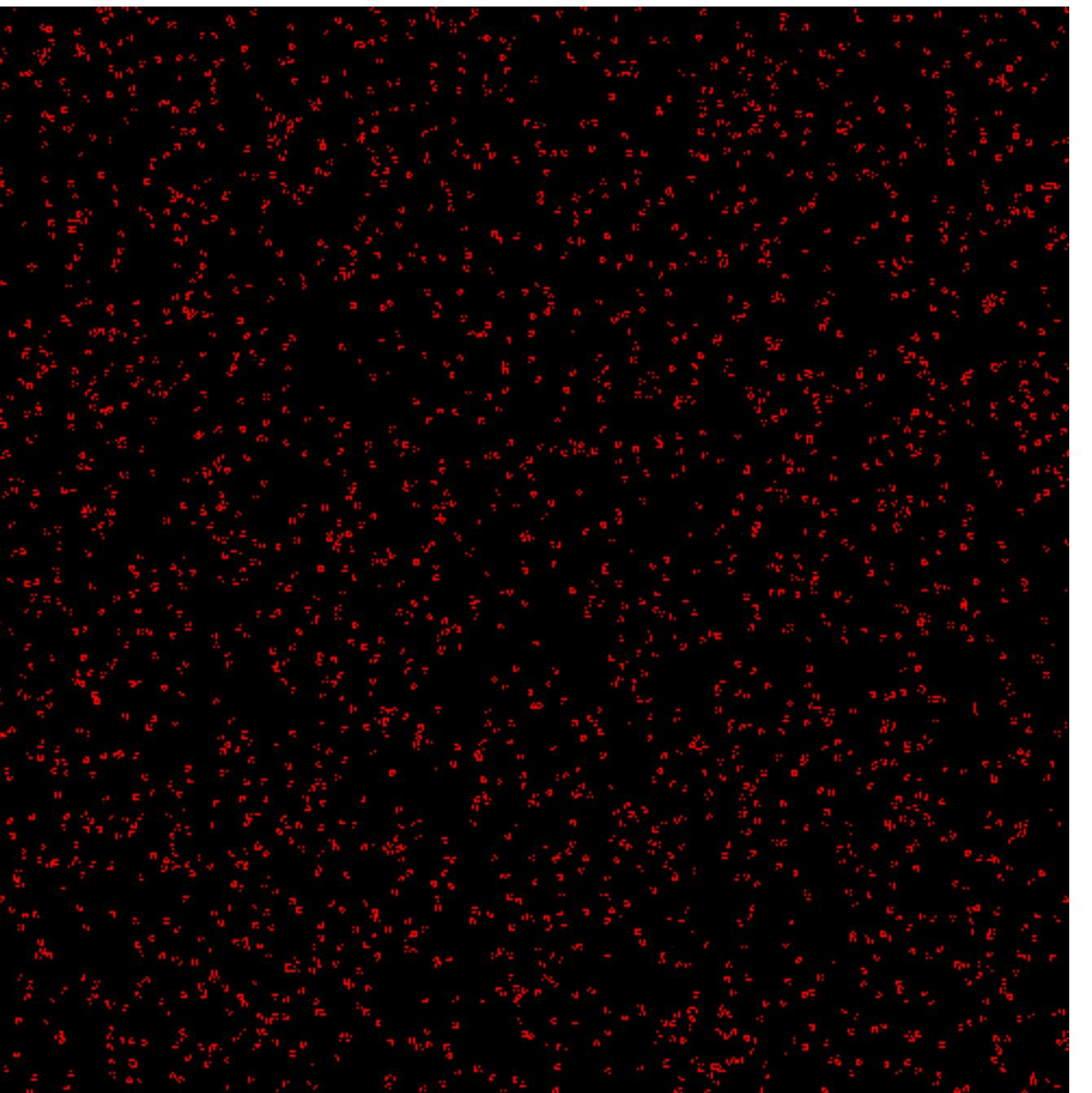
$$\rho = 0.2$$



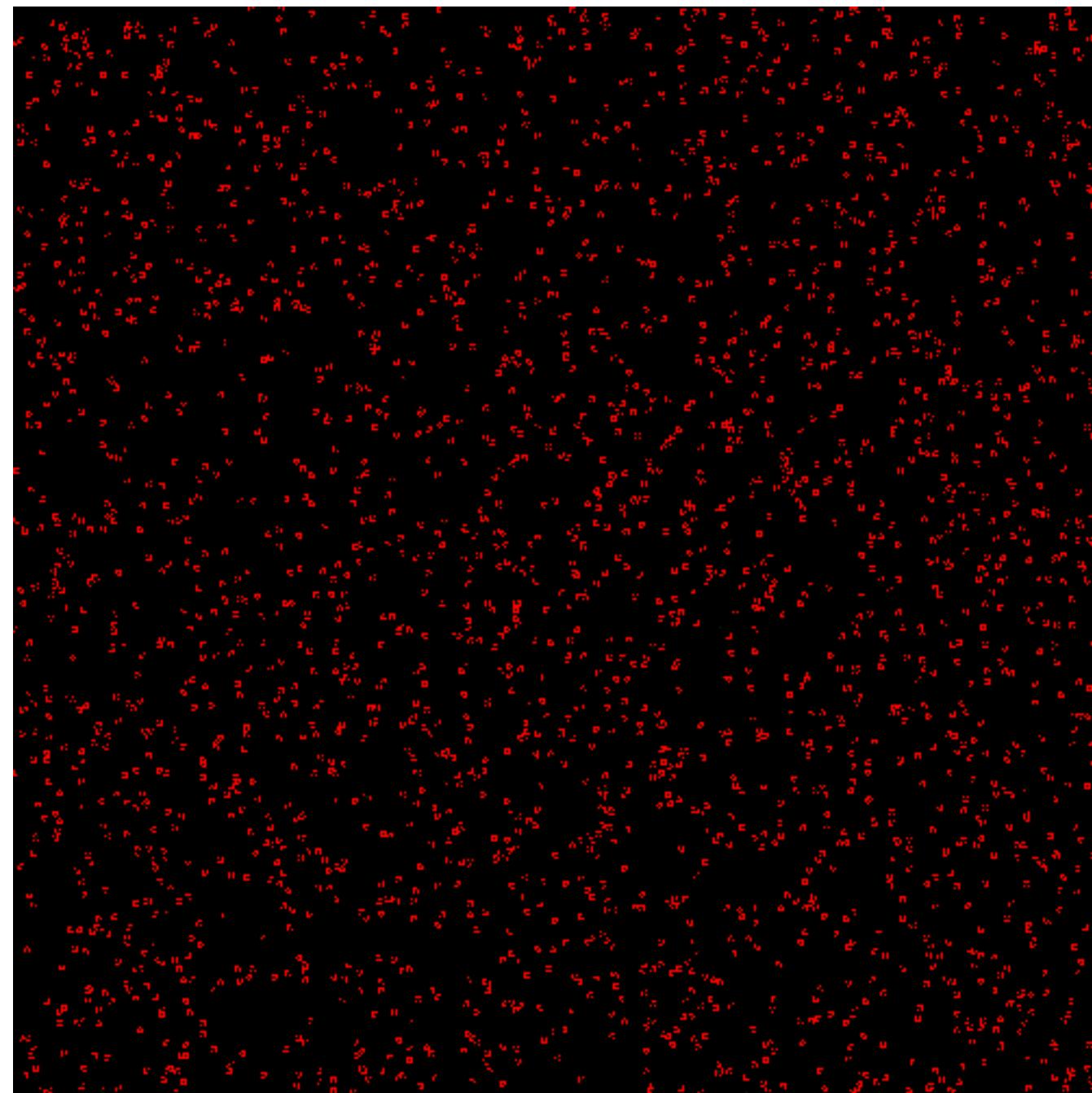
$$\rho = 0.3$$



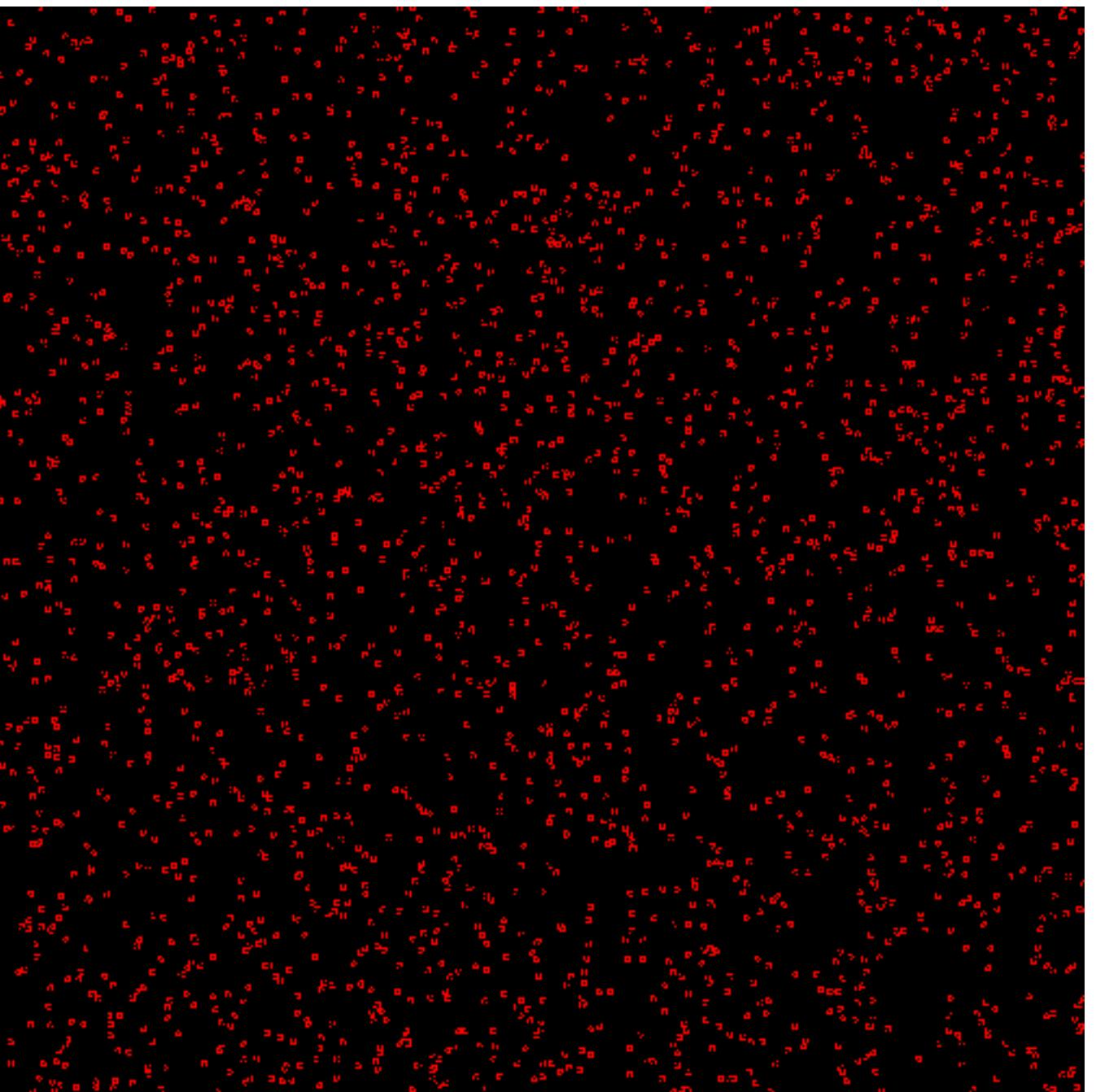
$$\rho = 0.4$$



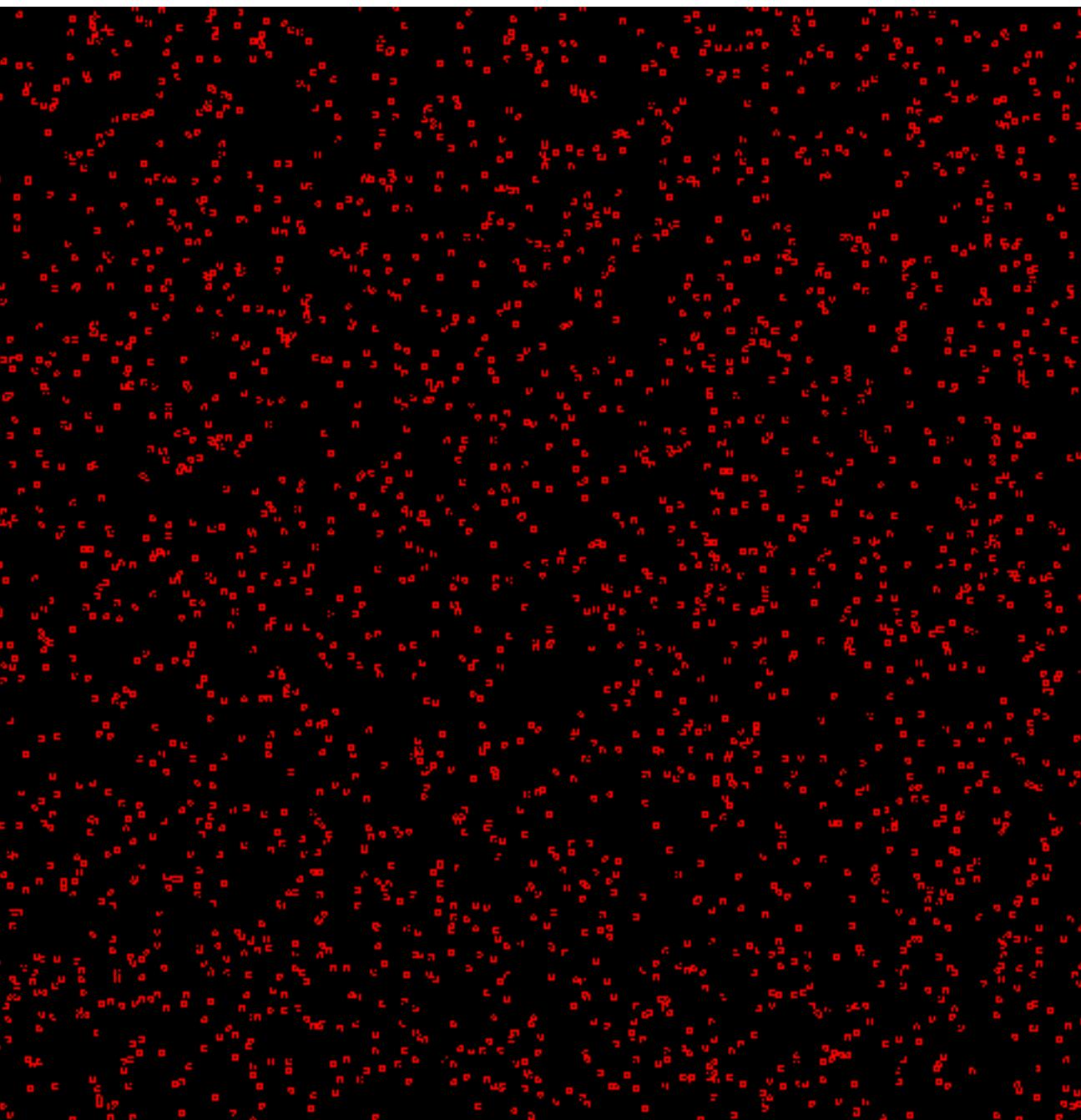
$$\rho = 0.5$$



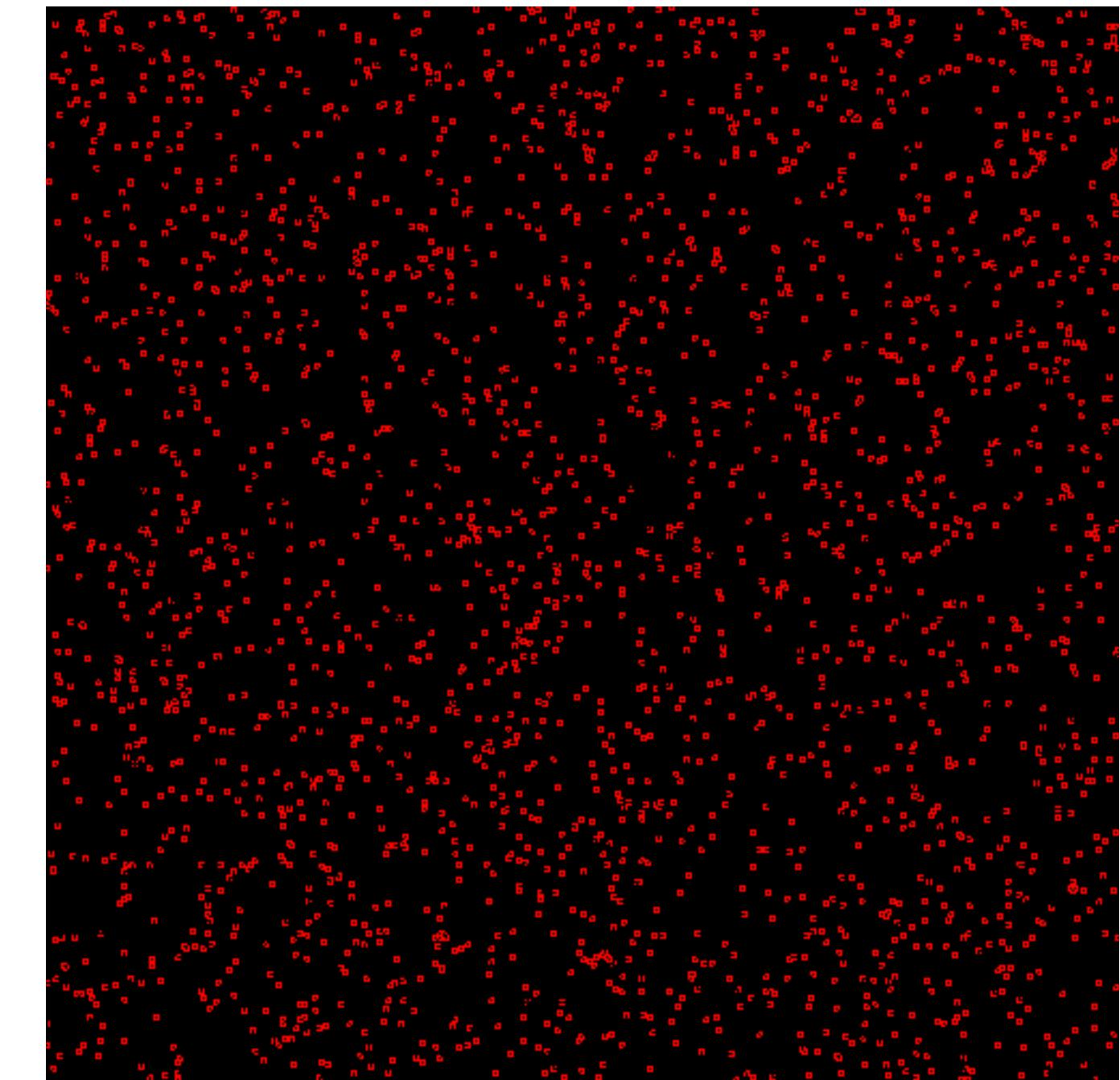
$$\rho = 0.6$$



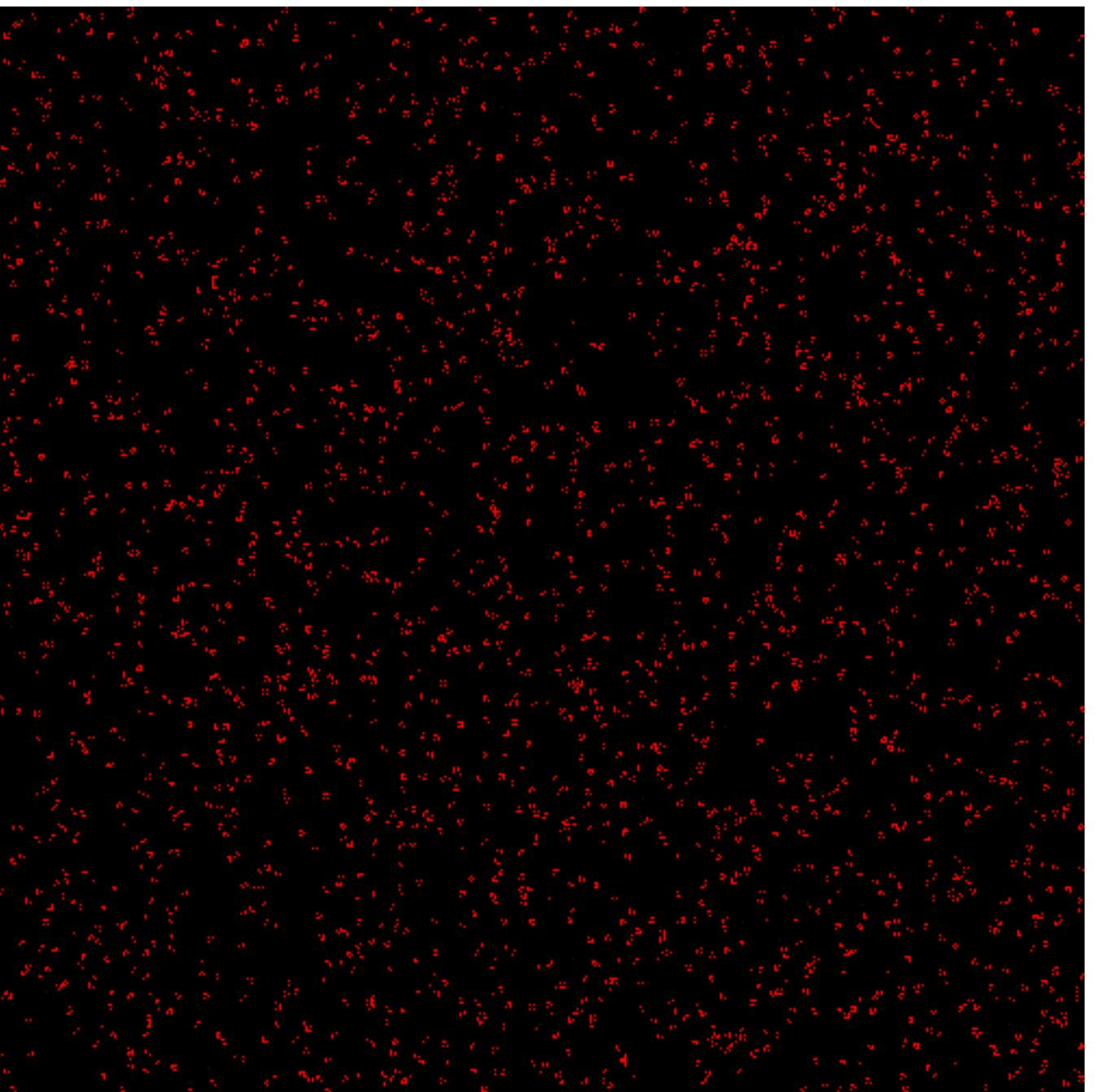
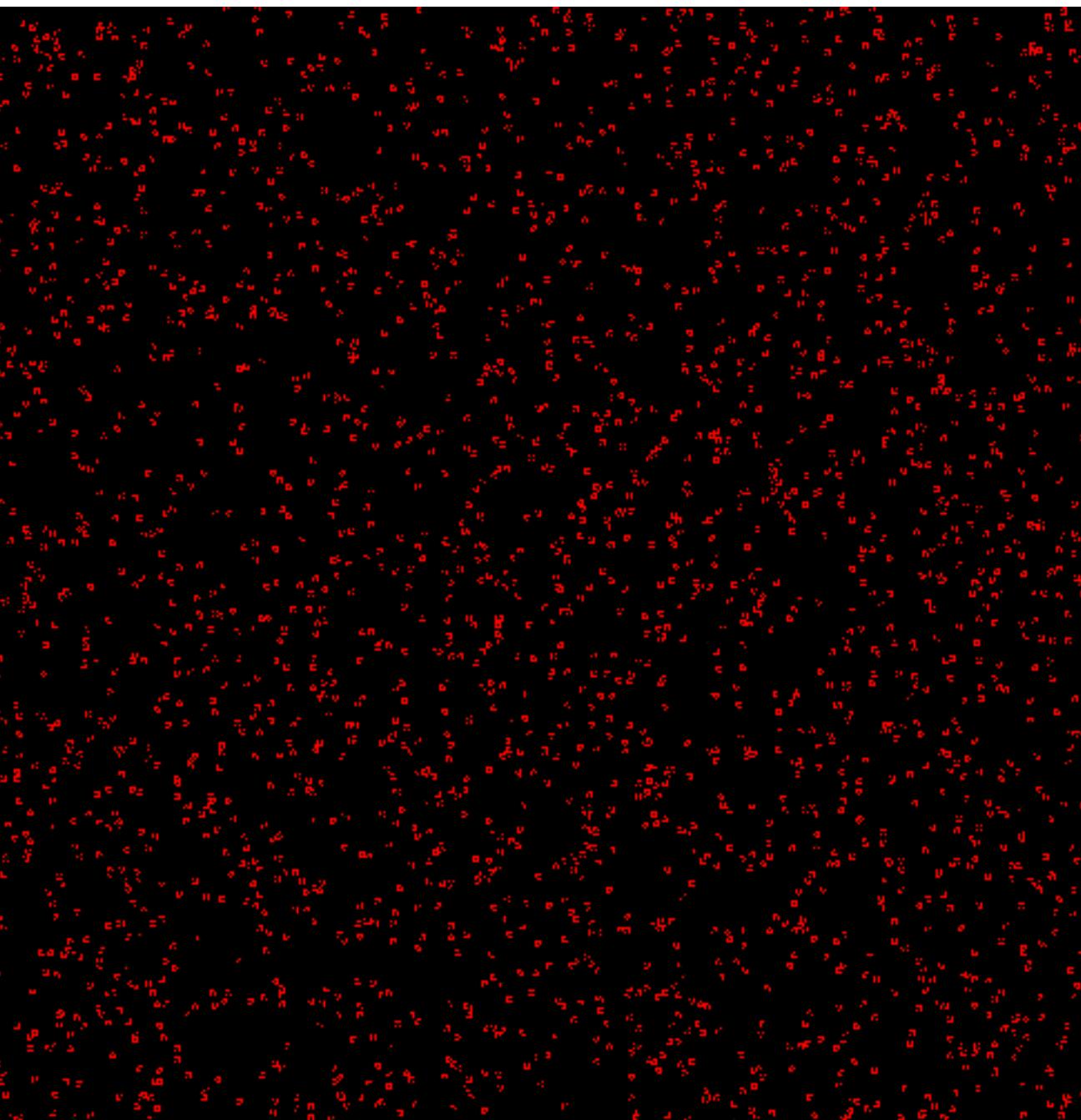
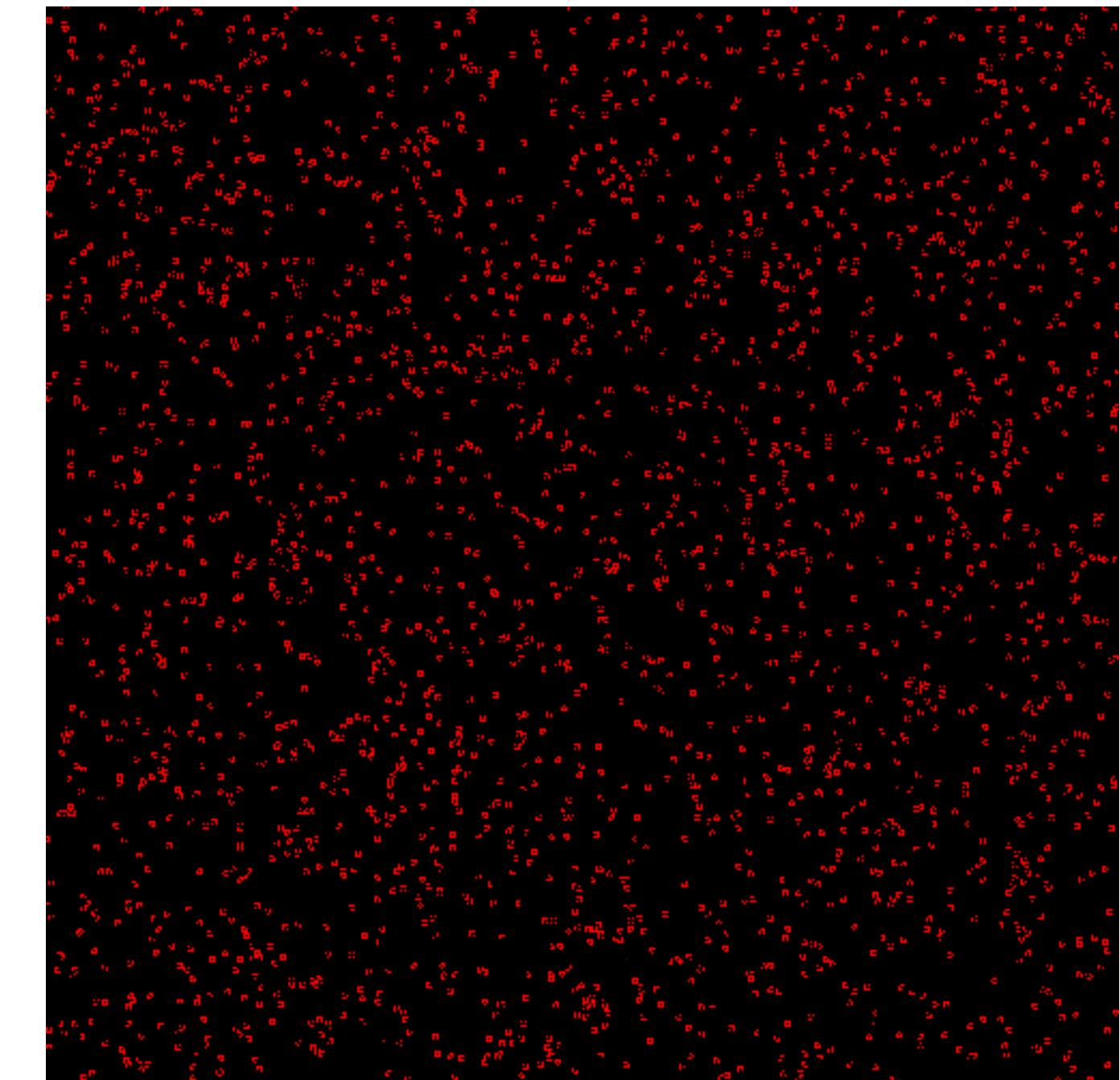
$$\rho = 0.7$$



$$\rho = 0.8$$



$$\rho = 0.9$$

 $\rho = 0.55$  $\rho = 0.6$  $\rho = 0.65$

Dziękuję bardzo
Witold.Bolt@ug.edu.pl

