

Automaty Komórkowe

Wykład 7

Witold Bołt, 17.04.2024

Poprzednio omówiliśmy






- **Wykład 1:** Sprawy organizacyjne, motywację do zajmowania się CA, podstawowe pojęcia / definicje / intuicje.
- **Wykład 2:** Definicja (formalna) i podstawowe fakty o ECA. Reprezentacja Wolframa.
- **Wykład 3:** Symetrie w zbiorze ECA, relacje do ogólnej teorii układów dynamicznych, własności CA/ECA.
- **Wykład 4:** Alternatywne reprezentacje reguły lokalnej (wielomiany, wyrażenia logiczne), problem klasyfikacji gęstości (DCP).
- **Dwa tygodnie przerwy** 🥲
- **Wykład 5 (zdalny):** Algorytmy ewolucyjne - poszukiwanie automatów komórkowych o określonych własnościach
- **Wykład 6:** Stochastyczne automaty komórkowe - SCAs, pLUT, α -ACAs, Diploid CAs, stochastic mixture, dekompozycja pLUT

Afiniczne Ciągłe Automaty Komórkowe






Automaty Komórkowe, które znamy i ❤️

- **Stan** komórki w chwili $t + 1$ zależy od stanu komórki w chwili t oraz od stanów komórek sąsiednich w chwili t . Jest **skończenie wiele stanów**, które można przyjmować.
- Zmiana stanu jest deterministyczna.
- **Reguła lokalna** opisuje zmianę stanu komórki i jest (deterministyczną) funkcją.
- **Reguła globalna** opisuje zmianę stanów wszystkich komórek zgodnie z działaniem reguły lokalnej. Reguła lokalna jest (deterministyczną) funkcją.
- Jeśli automat ma skończenie wiele komórek, to w pewnym momencie ewolucja stanów staje się okresowa - **historia kołem się toczy** dosłownie.

Stochastyczne Automaty Komórkowe

- **Stan** komórki w chwili $t + 1$ zależy od stanu komórki w chwili t oraz od stanów komórek sąsiednich w chwili t . Jest **skończenie wiele stanów**, które można przyjmować. 
- Zmiana stanu jest deterministyczna. 
- **Reguła lokalna** opisuje zmianę stanu komórki i jest (deterministyczną) funkcją. 
- **Reguła globalna** opisuje zmianę stanów wszystkich komórek zgodnie z działaniem reguły lokalnej. Reguła lokalna jest (deterministyczną) funkcją. 
- Jeśli automat ma skończenie wiele komórek, to w pewnym momencie ewolucja stanów staje się okresowa - **historia kołem się toczy** dosłownie. 

Ciągłe Automaty Komórkowe

- **Stan** komórki w chwili $t + 1$ zależy od stanu komórki w chwili t oraz od stanów komórek sąsiednich w chwili t . Jest ~~skończenie wiele stanów~~, które można przyjmować. 
- Zmiana stanu jest deterministyczna. 
- **Reguła lokalna** opisuje zmianę stanu komórki i jest (deterministyczną) funkcją. 
- **Reguła globalna** opisuje zmianę stanów wszystkich komórek zgodnie z działaniem reguły lokalnej. Reguła lokalna jest (deterministyczną) funkcją. 
- Jeśli automat ma skończenie wiele komórek, to w pewnym momencie ewolucja stanów staje się okresowa - **historia kołem się toczy** dosłownie. 

Reprezentacja wielomianowa ECA

slajd z wykładu 4

- Niech $f(x, y, z)$ oznacza wartość reguły lokalnej f pewnego ECA dla argumentów $x, y, z \in \{0, 1\}$. Co więcej niech f zadane będzie przez LUT $(\ell_7, \ell_6, \dots, \ell_0)$.

- Wtedy:

$$f(x, y, z) = \ell_7 x y z + \ell_6 x y (1 - z) + \ell_5 x (1 - y) z + \ell_4 x (1 - y) (1 - z) + \\ \ell_3 (1 - x) y z + \ell_2 (1 - x) y (1 - z) + \ell_1 (1 - x) (1 - y) z + \ell_0 (1 - x) (1 - y) (1 - z)$$

Naturalnie, we wzorze powyżej $\ell_i \in \{0, 1\}$. Równanie powyżej będziemy oznaczać jako równanie (*).

- Ciekawostka** (ważna). Jeśli w powyższym wzorze przyjmimy $\ell_i \in [0, 1]$ oraz $x, y, z \in [0, 1]$ dostaniemy funkcję $f: [0, 1]^3 \rightarrow [0, 1]$ definiującą tzw. **afiniczny, ciągły** automat komórkowy (ACCA).

Ciągłe Automaty Komórkowe (CCAs)

- Nazwa jest bez sensu :) bo ciągłość funkcji to pojęcie, które można zdefiniować w bardzo różnych przestrzeniach i nie ma zasadniczo wiele związku z tym o czym mówimy. Choć reguły lokalne (i globalne) CCAs z *reguły* to będą **funkcje ciągłe**.
- Zdecydowanie bardziej pasowałoby pewnie pojęcie *Real-Valued CAs*, ale nikt tak nie mówi.
- Mamy tu na myśli automaty komórkowe w **uogólnionym sensie**, gdzie stan komórki należy do \mathbb{R}^n (dla $n > 0$) lub pewnego, nieskończonego podzbioru tej przestrzeni. Innymi słowy jest **nieskończenie wiele stanów** (a wszystko inne jest *analogicznie* jak w CAs).
- W ogólności takie automaty trudno badać - tzn. trudno powiedzieć cokolwiek o takich automatach, bez dodatkowych założeń nt. reguły lokalnej.

Afiniczne CCAs (ACCAs)

- “W ogólności takie automaty trudno badać - tzn. trudno powiedzieć cokolwiek o takich automatach, bez dodatkowych założeń nt. reguły lokalnej.” Zatem zrobmy **założenia** odnośnie reguły lokalnej!
- Niech $f: [0,1]^3 \rightarrow [0,1]$ będzie funkcją, która jest **afiniczna** ze względu na **każdą** ze współrzędnych. Innymi słowy jeśli ustalimy dowolne dwie z trzech współrzędnych i rozważymy f jako funkcję jednej zmiennej to jest funkcja postaci $a \cdot x + b$ (w liceum mówili na takie funkcje, “funkcja liniowa”).
- Okazuje się, że dowolne takie f możemy wyrazić następującym, znanym dobrze wzorem:

$$f(x, y, z) = a_7 x y z + a_6 x y (1 - z) + a_5 x (1 - y) z + a_4 x (1 - y) (1 - z) + \\ a_3 (1 - x) y z + a_2 (1 - x) y (1 - z) + a_1 (1 - x) (1 - y) z + a_0 (1 - x) (1 - y) (1 - z)$$

gdzie $a_7, \dots, a_0 \in [0,1]$.

Afiniczne CCAs (ACCCAs)

- Okazuje się, że dowolne takie f możemy wyrazić następującym, znanym dobrze wzorem:

$$f(x, y, z) = a_7 x y z + a_6 x y (1 - z) + a_5 x (1 - y) z + a_4 x (1 - y) (1 - z) + a_3 (1 - x) y z + a_2 (1 - x) y (1 - z) + a_1 (1 - x) (1 - y) z + a_0 (1 - x) (1 - y) (1 - z) \quad (*)$$

gdzie $a_7, \dots, a_0 \in [0, 1]$.

- Stąd widzimy, że aby zapisać taką funkcję wystarczy zdefiniować 8 parametrów w tablicy (cLUT):

$$\begin{bmatrix} 1,1,1 & 1,1,0 & 1,0,1 & 1,0,0 & 0,1,1 & 0,1,0 & 0,0,1 & 0,0,0 \\ a_7 & a_6 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix}$$

Czy ta tabelka wydaje się znajoma?

Afiniczne CCAs (ACCAs)

A skoro tak... to twierdzenie, które “męczyliśmy” większą część zeszłego wykładu “**działa**”! To znaczy dowolną regułę lokalną ACCA można zapisać w postaci sumy:

$$f = \alpha_0 f_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_k f_k,$$

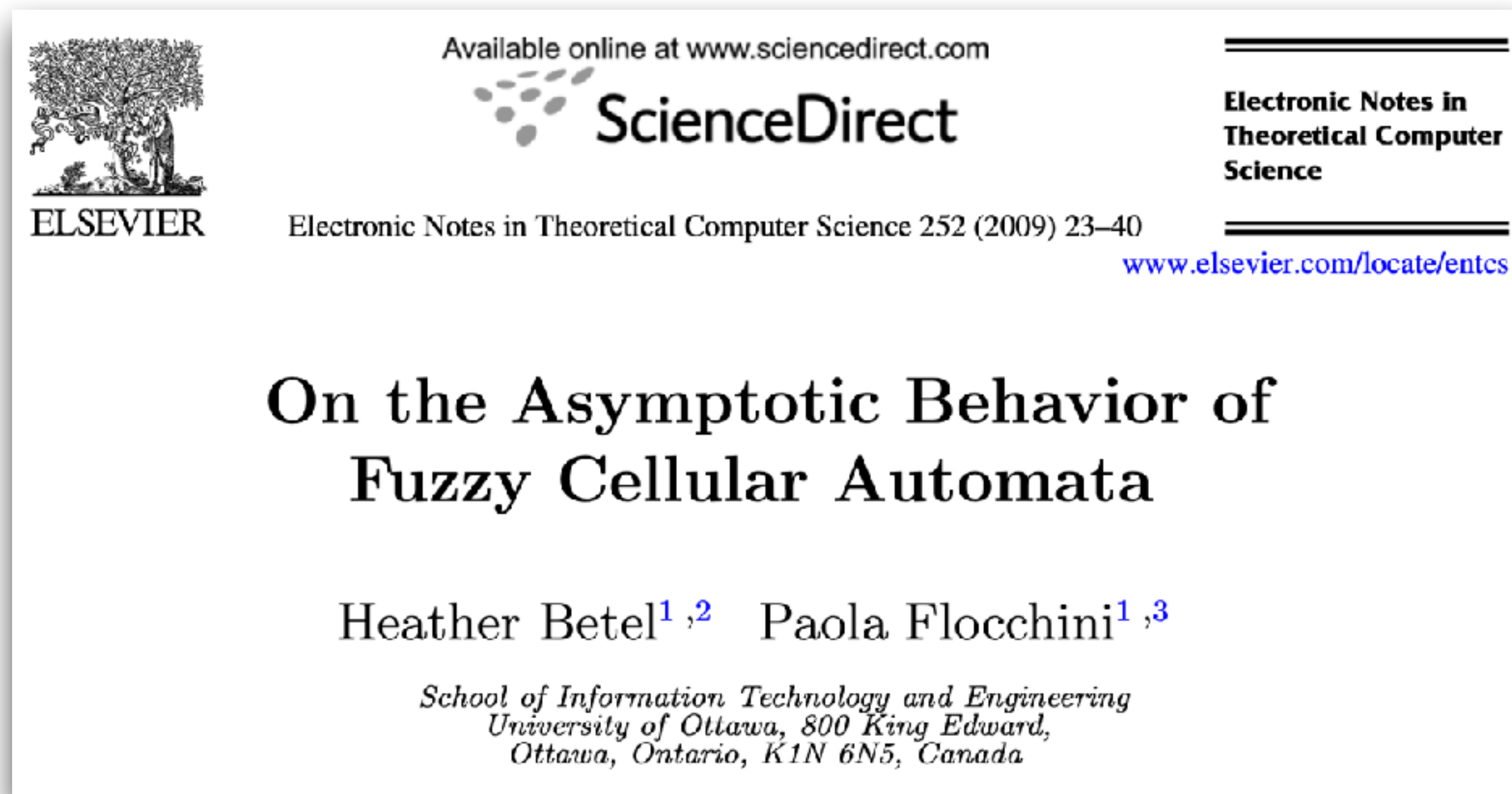
gdzie $\alpha_i \in [0,1]$, $\sum_{i=0}^k \alpha_i = 1$ a funkcje f_i to reguły lokalne ACCAs, których

współczynniki w wielomianie (*) należą do $\{0,1\}$ czyli mają takie same wzory jak reguły lokalne binarnych CAs (ale ze względu na inną dziedzinę i zbiór wartości nie można po prostu powiedzieć, że to są reguły CAs).

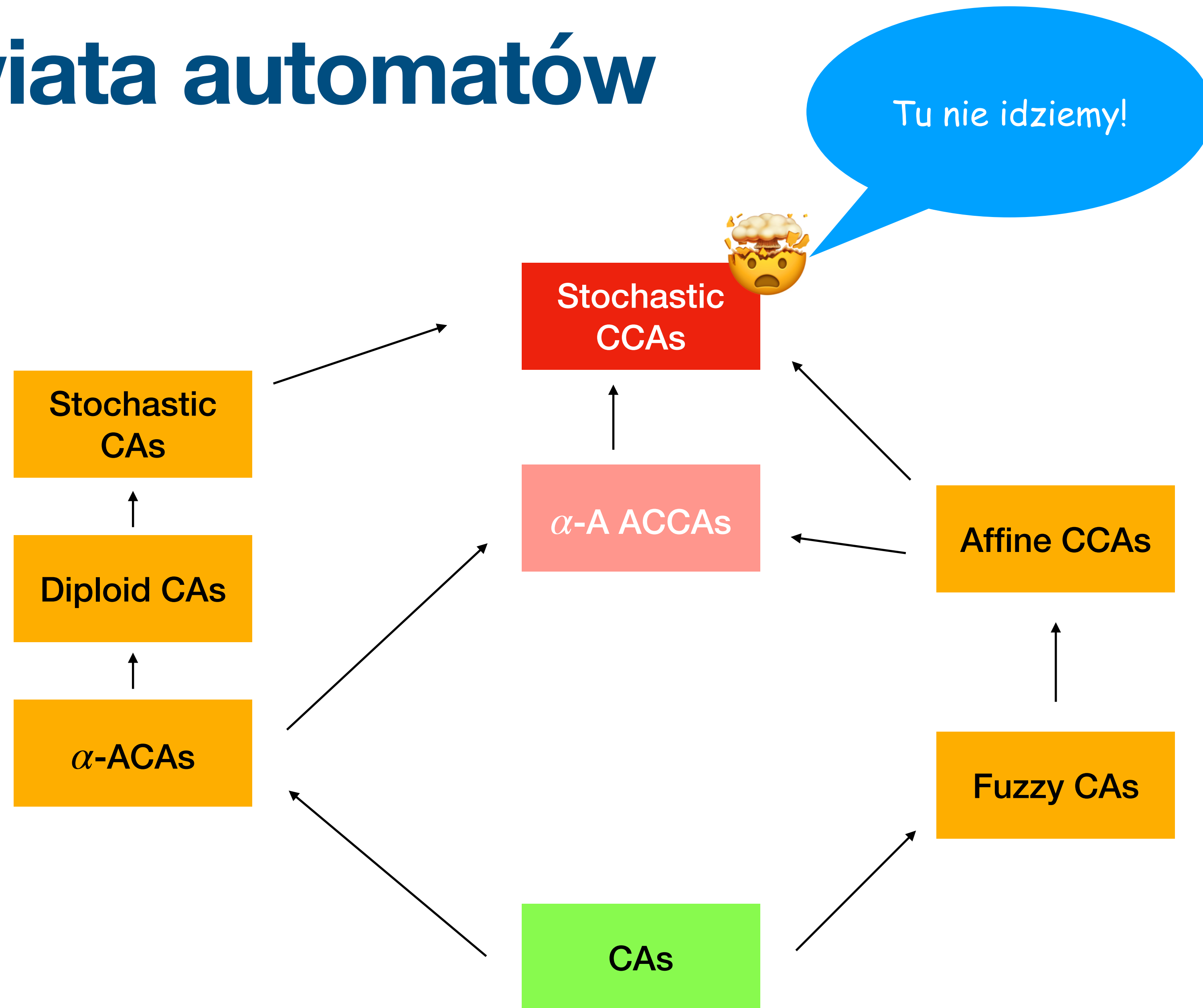
Między innymi dzięki temu widzimy, że ACCAs to najbardziej naturalne uogólnienie binarnych CAs do stanów “ciągłych”.

Fuzzy CAs (Rozmyte Automaty Komórkowe)

Dokładnie wszystko tak samo jak w ACCAs, poza współczynnikami a_i , które w przypadku Fuzzy CAs (FCAs) są takie jak w binarnych CAs - czyli $a_i \in \{0,1\}$, ale stany komórek są z $[0,1]$. Czyli jest tyle samo różnych reguł FCAs co CAs, ale dynamika określona jest na przestrzeni nieskończonej.



Mapa świata automatów



Wielomiany w Python

<https://www.sympy.org>

Notebook: [sympy_intro.ipynb](#)

Space-time diagram ACCAs

Niech dany będzie ACCAs o następującej cLUT:

$$\begin{bmatrix} 1,1,1 & 1,1,0 & 1,0,1 & 1,0,0 & 0,1,1 & 0,1,0 & 0,0,1 & 0,0,0 \\ 1 & 0.1 & 1 & 0.9 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykładowe space-time diagrams tego ACCAs. **Zgadnij co to za reguła!**

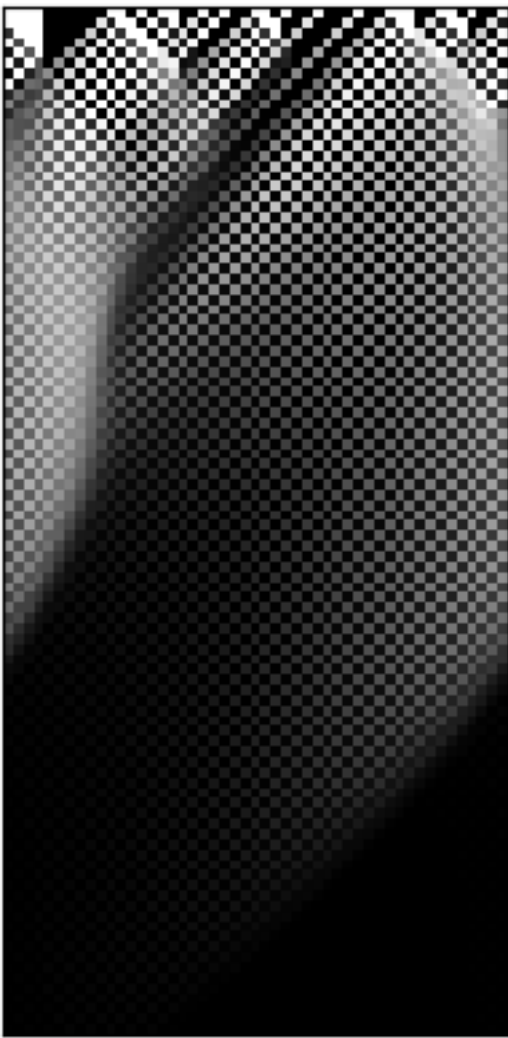
Space-time diagram ACCAs

Niech dany będzie ACCAs o następującej cLUT:

$$\begin{bmatrix} 1,1,1 & 1,1,0 & 1,0,1 & 1,0,0 & 0,1,1 & 0,1,0 & 0,0,1 & 0,0,0 \\ 1 & 0.1 & 1 & 0.9 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Traffic-Majority!

Przykładowe space-time diagrams tego ACCAs. **Zgadnij co to za reguła!**



0.5306122448979592



0.42857142857142855



0.5918367346938775



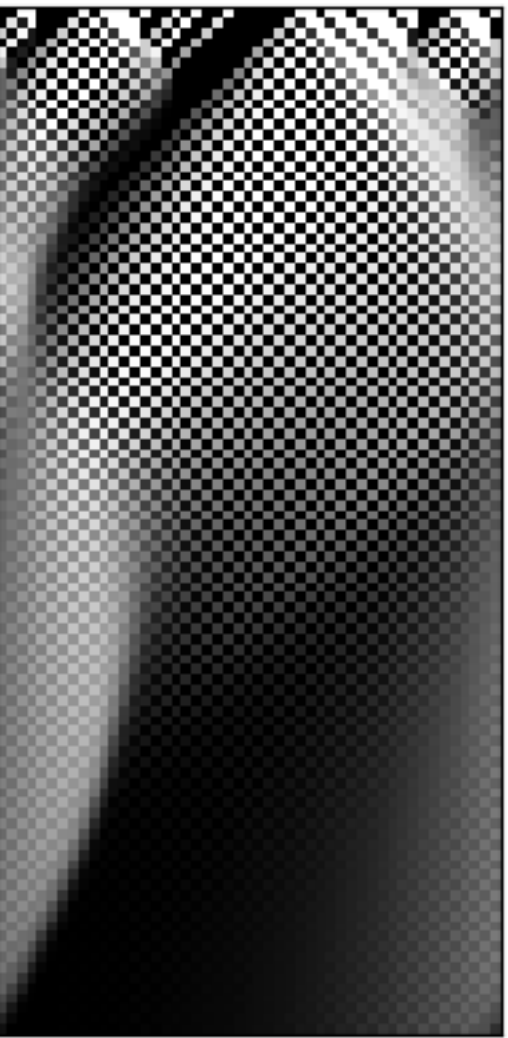
0.3877551020408163



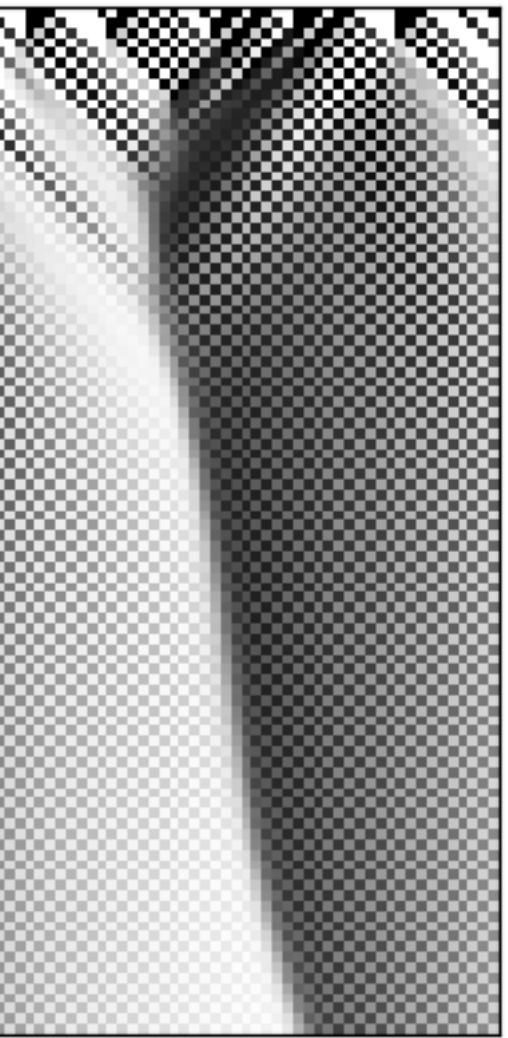
0.5918367346938775



0.4489795918367347



0.5306122448979592



0.46938775510204084

DCP w świecie ACCAs

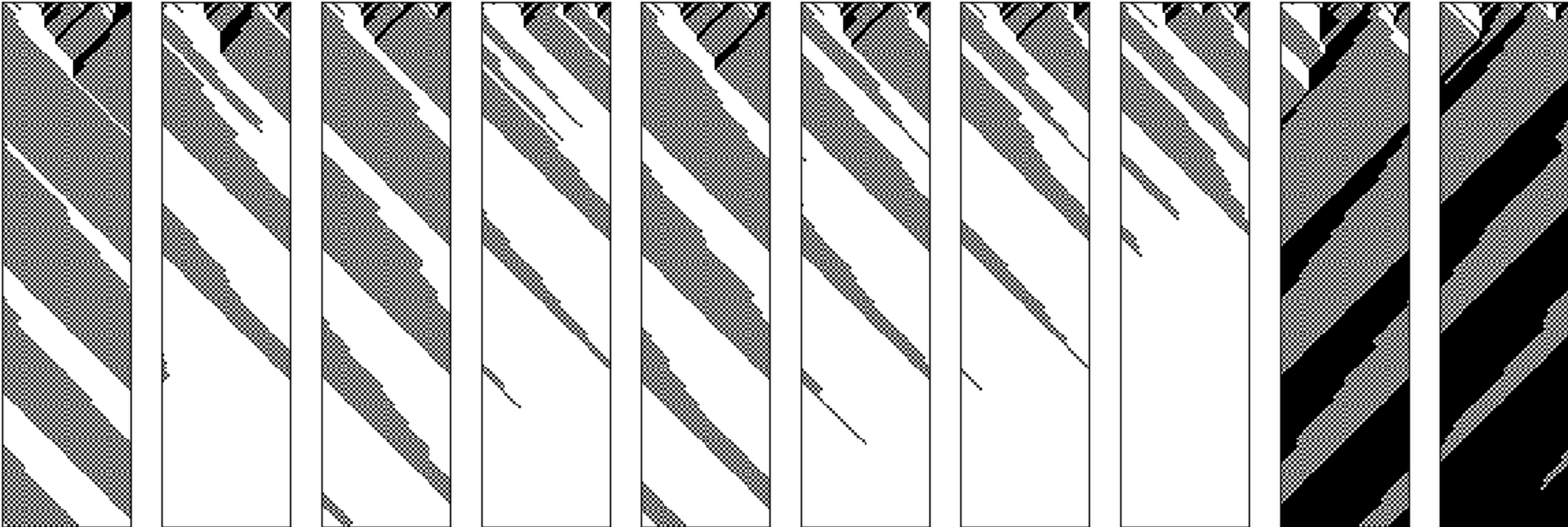
- Obserwacje takich ACCAs doprowadziły do zdefiniowania dwóch wariantów problemów DCP:
 - **Relaxed-DCP** - gdzie zamiast osiągnięcia stanów 0 lub 1 oczekujemy osiągnięcia wartości mniejszej lub większej od 0.5 w każdej z komórek po określonym czasie. Istnieje **doskonałe rozwiązanie** niezależne od liczby komórek.
 - **Exact-DCP** - gdzie zamiast osiągnięcia stanów 0 lub 1 oczekujemy zbieżności do stanów odpowiednio 0 lub 1 dla każdej z komórek. Tu doskonałe rozwiązanie istnieje jedynie tylko przy ustalonej liczbie komórek.

SCA vs. ACCA (I)

0.46938775510204084



ACCA



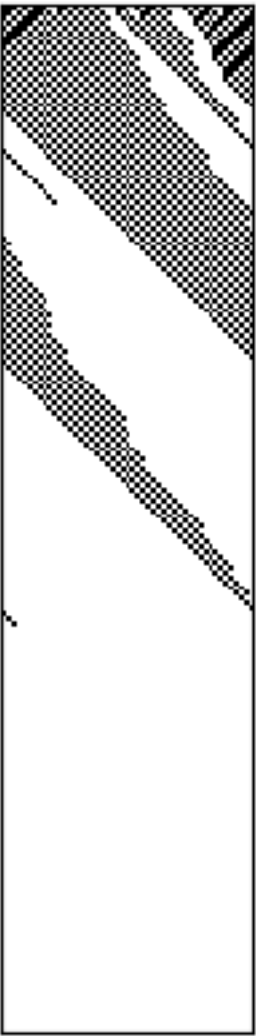
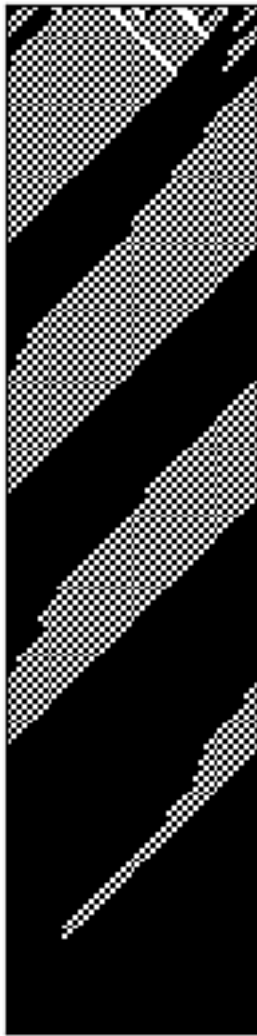
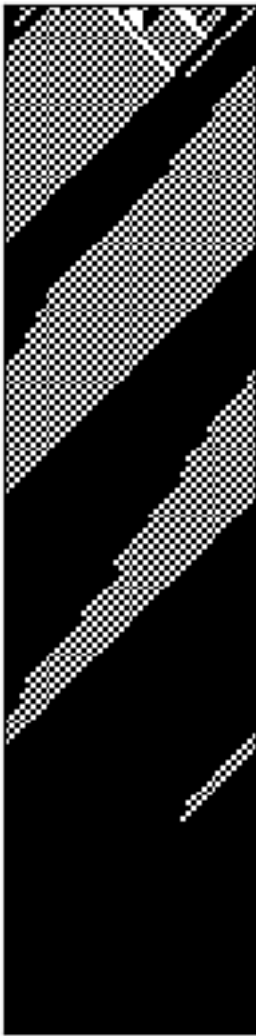
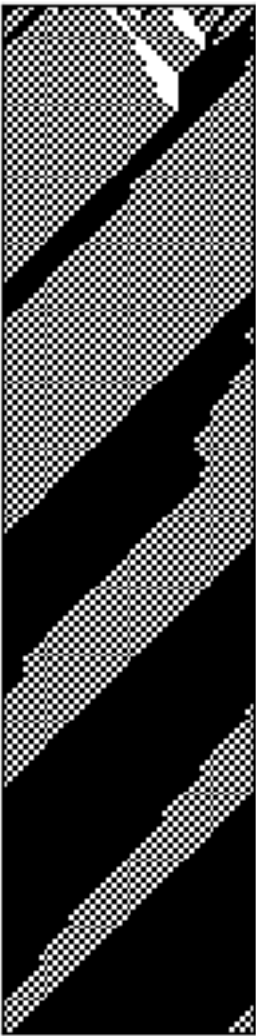
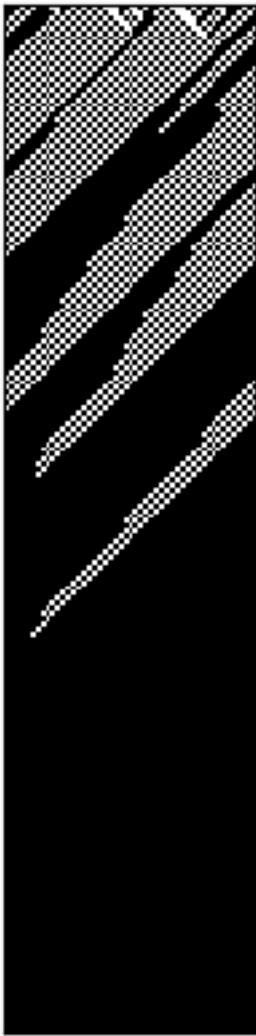
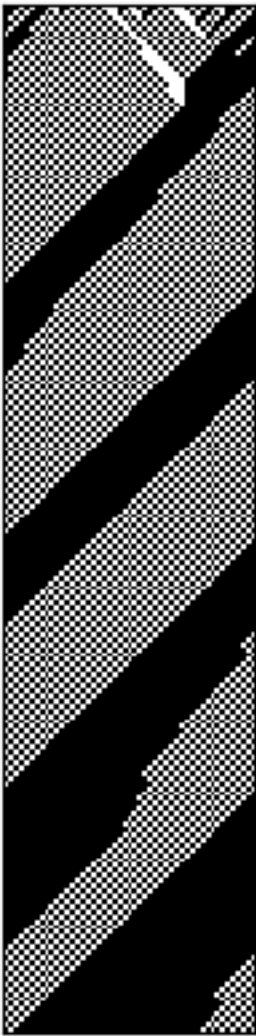
SCA

SCA vs. ACCA (II)

0.5306122448979592



ACCA



SCA

Jak bardzo można się pomylić?

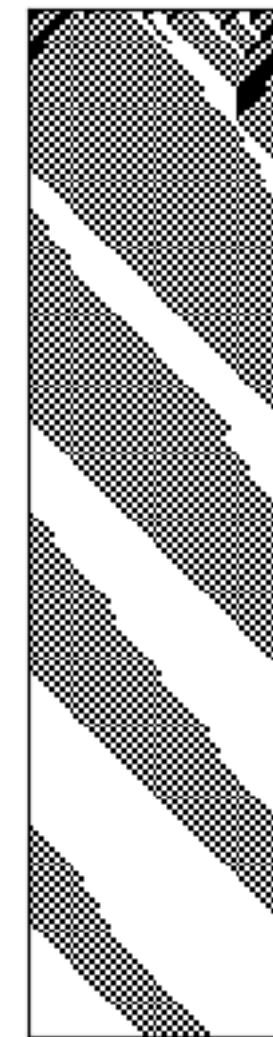
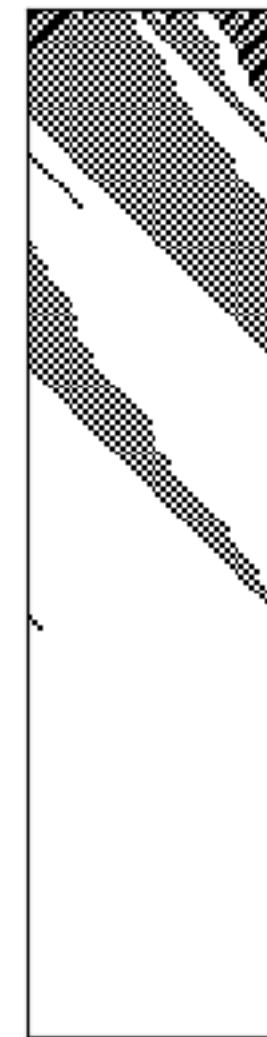
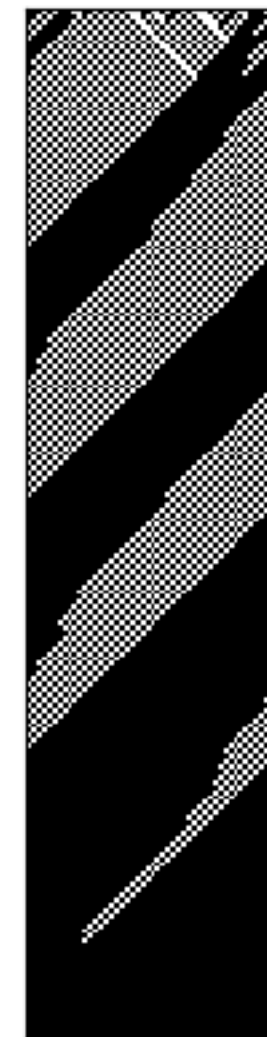
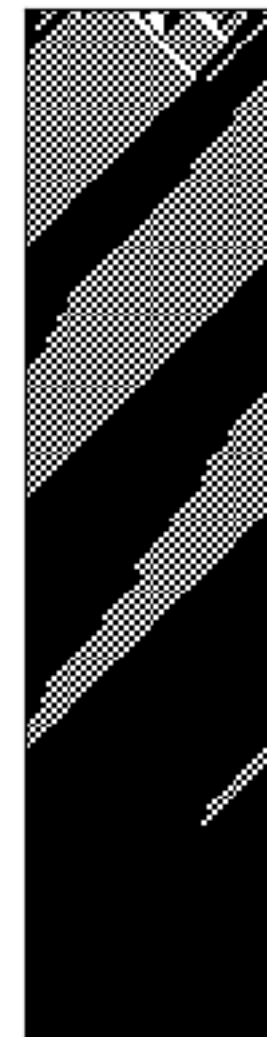
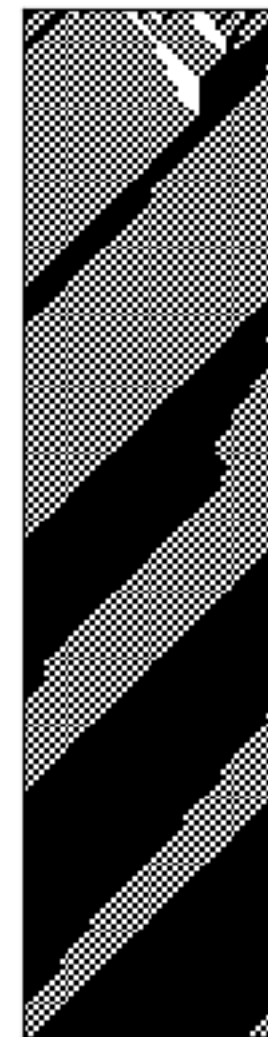
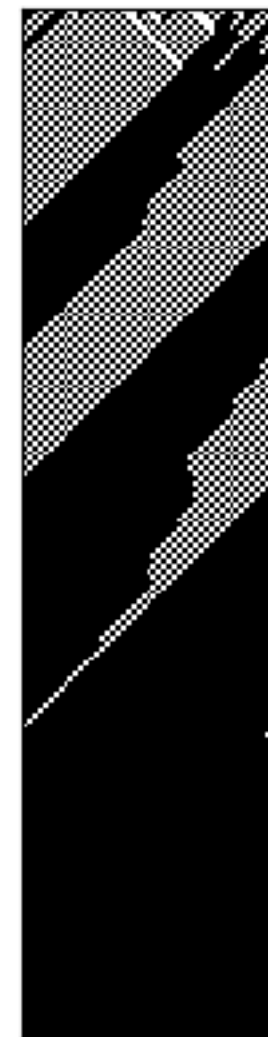
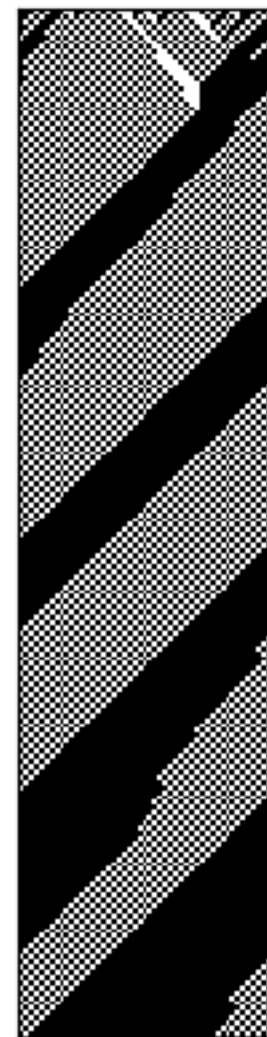
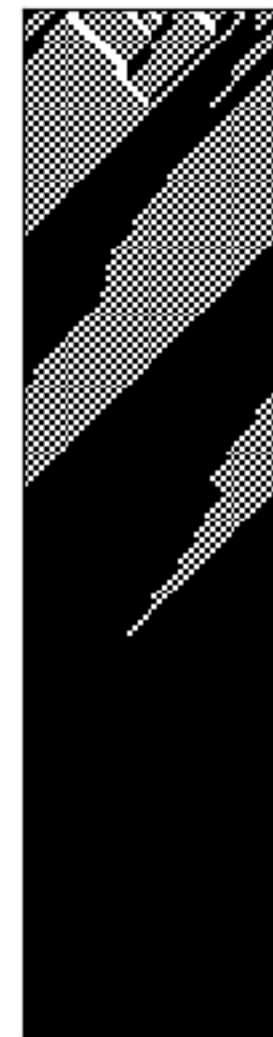
ACCA

SCA



$k \rightarrow \infty$

średnia (




)

k space-time diagrams



On the decomposition of stochastic cellular automata

Witold Bott^{a, b}  , Jan M. Baetens^b, Bernard De Baets^b

Show more 

+ Add to Mendeley  Share  Cite

<https://doi.org/10.1016/j.jocs.2015.09.004> 

[Get rights and content](#) 

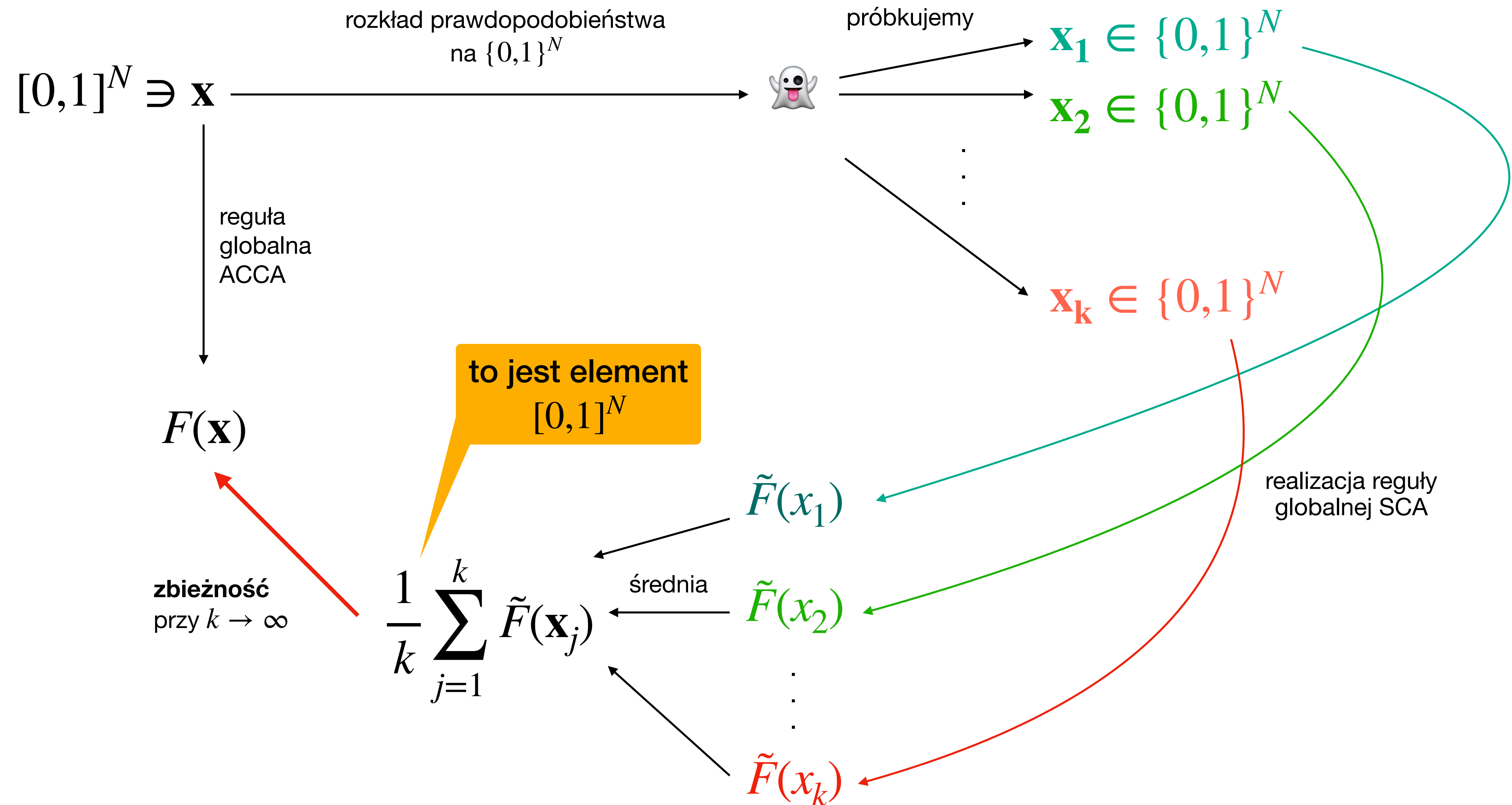
Nie wszystko co
tu przeczytacie
jest prawdą :)

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1877750315300181>

Jaka jest prawdziwa zależność między ACCAs a SCAs?

- Zarówno SCA jak i ACCAs można zadać dokładnie taką samą “tabelką” pLUT / cLUT, która oczywiście ma **różne znaczenie** w obu przypadkach.
 - W przypadku SCA mówi o tym jakie jest prawdopodobieństwo osiągnięcia stanu 1.
 - W przypadku ACCA mówi o tym jaki będzie stan dla dane, binarnej konfiguracji sąsiedztwa.
- Niech $F: [0,1]^N \rightarrow [0,1]^N$ będzie regułą globalną ACCA natomiast $\tilde{F}: \{0,1\}^N \rightarrow \{0,1\}^N$ będzie regułą globalną SCA. Obie te reguły niech będą zdefiniowane tą samą “tabelką” pLUT / cLUT.
- Niech dany będzie wektor $\mathbf{x} \in [0,1]^N$ - czyli konfiguracja początkowa dla F .
- Wektor \mathbf{x} możemy również zdefiniować jako **wektor prawdopodobieństw** bycia w stanie 1 poszczególnych komórek. Innymi słowy wektor taki definiuje rozkład prawdopodobieństwa na przestrzeni $\{0,1\}^N$ opisujący **niezależne** losowanie stanów dla każdej komórki zgodnie z podanymi prawdopodobieństwami. Z takiego rozkładu bardzo łatwo możemy próbkować wektory binarne.

Jaka jest prawdziwa zależność między ACCAs a SCAs?



Uogólnienie ACCAs na większą
liczbę stanów...

ACCAs vs. multi-state CAs

- Póki co pokazaliśmy ACCAs jako naturalne “uciąglenie” / “rozmycie” / “rozmazanie” binarnych CAs.
- Mówiliśmy już o tym, że da się to uogólnić na więcej stanów jeśli będziemy reprezentować zbiór $n > 0$ stanów jako wektory n -wymiarowe (lub $(n - 1)$ -wymiarowe).
- Jeśli kogoś to by interesowało w połączeniu z uogólnieniem DCP, którego nikt nie badał... to **call me maybe** 📞

q-VFCA: *q*-state Vector-valued Fuzzy Cellular Automata

YUKI NISHIDA^{1*}, SENNOSUKE WATANABE², AKIKO FUKUDA³,
YOSHIHIDE WATANABE⁴

¹ *Department of Science of Environment and Mathematical Modeling, Doshisha University, 1-3 Tatara Miyakodani, Kyotanabe-shi, Kyoto 610-0394, Japan*

² *Department of General Education, National Institute of Technology, Oyama College, 771 Nakakuki, Oyama-shi, Tochigi 323-0806, Japan*

³ *Department of Mathematical Sciences, Shibaura Institute of Technology, 307 Fukasaku, Minuma-ku, Saitama-shi, Saitama 337-8570, Japan*

⁴ *Department of Mathematical Sciences, Doshisha University, 1-3 Tatara Miyakodani, Kyotanabe-shi, Kyoto 610-0394, Japan*

<https://arxiv.org/pdf/2002.02653.pdf>

Convergence of Vector-Valued Fuzzy Cellular Automata with Weighted-Averaging Rules

[Yuki Nishida](#) ✉, [Koki Yamasaki](#), [Sennosuke Watanabe](#), [Akiko Fukuda](#) & [Yoshihide Watanabe](#)

Conference paper | First Online: 24 August 2023

119 Accesses

Part of the book series: [Lecture Notes in Computer Science](#) (LNCS, volume 14152)

Abstract


Fuzzy cellular automata are dynamical systems that are continuous counterparts of the usual cellular automata (CA). Compared with the binary case, defining a fuzzy CA with three or more states is challenging because defining mixed states is difficult. Recently, this difficulty was resolved by representing multiple states as independent vectors in higher dimensions, and the concept of vector-valued fuzzy CA (VFCA) was introduced. In this study, we theoretically analyze and discuss the asymptotic behavior of three-state, three-neighbor VFCA. First, we define the weighted-averaging rules of VFCA and show how many rules exist up to the equivalence relations. According to these rules, each state vector in the next step is determined by the weighted average of the vectors in its neighboring cells. Next, we prove that VFCA with weighted-averaging rules converge to a periodic configuration characterized by the symmetric group of order 3. In particular, the non-commutativity of the group action provides an interesting behavior that is not observed in fuzzy CA arising from binary states.

https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-42250-8_4

Temat na boku: co po studiach?

Praca...

- Zmiany na rynku pracy IT - porównajcie liczbę dostępnych ofert:
 - https://justjoin.it/trojmiasto/experience-level_junior
 - https://justjoin.it/trojmiasto/experience-level_senior
- Większa konkurencja! Mniej ofert, większe wymagania...
- Ale to nie znaczy, że nie ma jak dostać pracy! Wciąż jest mnóstwo do zrobienia... i firmy wciąż poszukują zdolnych ludzi!
- Ale trzeba się bardziej postarać i wychodzić sobie miejsce!



Nie ma pracy dla juniorów!
Co zrobić? Jak żyć?!

Praca

- **LinkedIn** - **buduj swój network** i odwiedzaj portal regularnie
 - Na LinkedIn nikt się nie obraża za dodawanie do znajomych. To **nie** jest Facebook, Instagram, tik tok, WhatsApp, Snap, BeReal...
- JustJoinIT
- TheProtocol
- NoFluffJobs
- pracuj.pl
- **Zakładki “kariera” na stronach poszczególnych firm!**
- **InfoShare**, inne **meetupy**, konferencje, spotkania **niewirtualne**

Przykład budowanie networku



Witold Bołt • You

Vice President of the Board at Jit Team

9h • 🌐



Dear network! Who is going to start summer internships this year in Tricity region (or Poland in general) in software development and/or data science?

I'm giving a class at the University of Gdańsk to super talented & motivated group of young applied mathematicians / data science with coding skills (mostly Python), and I'd like to help them in finding great internships / first jobs.

Any recommendations? Where to direct them?

👍❤️ Oskar Maksymiuk and 17 others

5 comments • 1 repost

Reactions



Like



Comment



Repost



Send



731 impressions

[View analytics](#)



Damian Winkowski 🤖 • 1st

3h • ⋮

I solve CTOs ✅ problems with 🔧 tools, ⚙️ frameworks and 💰 righ...

Can you connect me please? It's a perfect timing for one of the projects I can use their help 🙌 😊

Like | Reply • 3 Replies



Witold Bołt **Author**

1h • ⋮

Vice President of the Board at Jit Team

Damian Winkowski 🤖 Sure thing. Will do. We have classes today actually so I'll spread the word. Thanks.

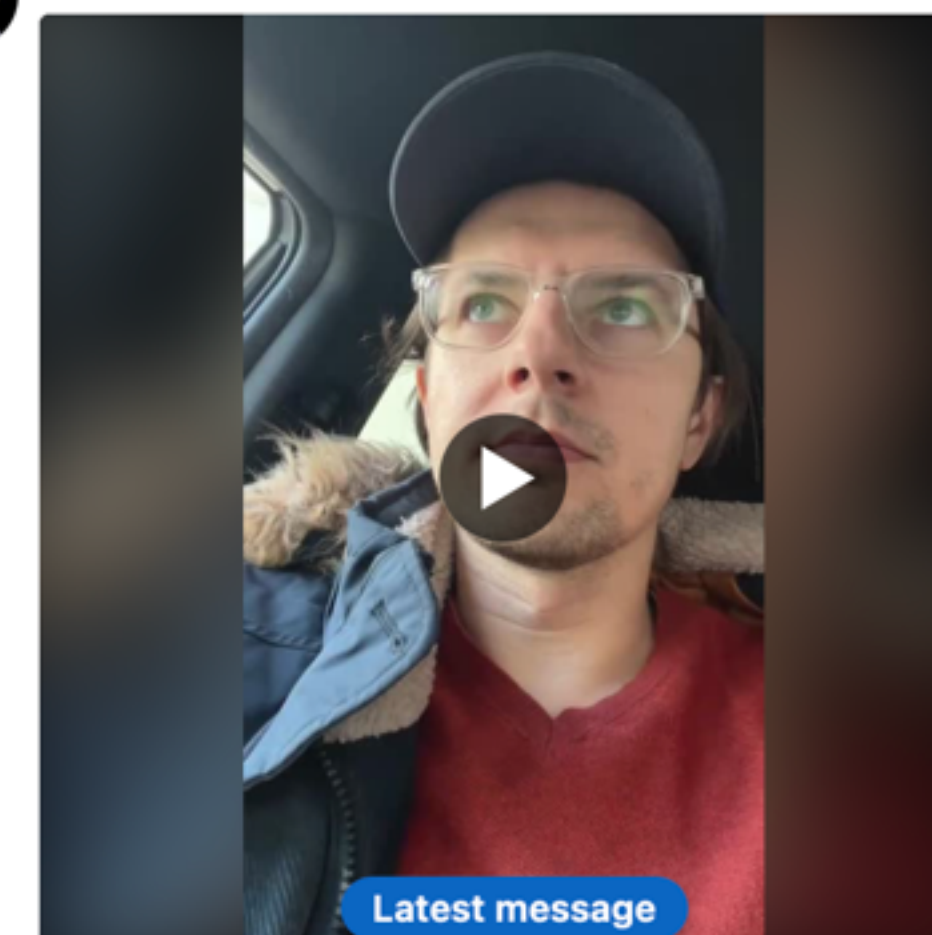
Like | Reply

Damian Winkowski 🤖

Active now



Damian Winkowski 🤖 • 8:59 AM



Latest message

Praca w Trójmieście - pomysły

Ciekawe czemu
nie wspomniał o
Jit Team?

- **Amazon:** <https://www.amazon.jobs/en/jobs/2612372/2024-graduate-software-dev-engineer>
 - <https://www.amazon.jobs/en/jobs/2481711/2024-software-dev-engineer-intern>
 - Tu są czasem oferty w Polsce: <https://www.amazon.science/careers>
- **Nike:** <https://jobs.nike.com/pl/technology>
- **LPP / Silky Coders:** https://www.silkycoders.com/oferta-pracy?offer_id=qHa5CzJqcKytolN5BL
- **Dynatrace:** <https://careers.dynatrace.com/jobs/?countries=Poland>
- **Graphcore:** <https://www.graphcore.ai/jobs>
- **Intel:** <https://jobs.intel.com/pl/lokalizacja/gdansk-jobs/599/798544-3337496-3099434/4>
 - <https://jobs.intel.com/pl/countries-poland-students>
- **Allegro:** <https://jobs.allegro.eu/pl/offer/>
- **LSEG:** <https://flows.beamery.eu/lseg-careers/tc-signupearlycareers>
- **Nordea:** https://careers.nordea.com/job/Gdańsk-Student-in-Analytics-&-Reporting-Team-80-309/1025847901/?feedId=335801&utm_source=CareerSite + ogólnie strona: <https://www.nordea.com/en/careers>
- **Lufthansa:** https://lhsystems.pl/pl/lhsystems/career_lsy/jobs.html?1&title=560328-13790775

Dziękuję bardzo
Witold.Bolt@ug.edu.pl

