



#### 什么是数理逻辑

- 逻辑学是探索、阐述和确立有效推理原则的学科 ,最早由古希腊学者亚里士多德创立。
- 亚里士多德在逻辑学上最重要的工作是提出三段 论学说。
- 只要符合三段论的推理就是正确的。
- 一个三段论就是一个包括有大前提、小前提和结 论三个部分的论证。



#### 什么是数理逻辑

- 三段论有许多不同种类,其中最著名的例子:
  - □ ① 凡是人都会死 (大前提)
  - □② 苏格拉底是人(小前提)
  - □③ 所以: 苏格拉底会死(结论)
- 逻辑学还是以自然语言来表述,可能会因为自然语言的模糊性损害其准确和权威。
- 用数学的方法研究关于推理、证明等问题的学科 就叫做数理逻辑(也叫做符号逻辑)。



#### 逻辑推理

- 由前提推出结论(可推导性关系)
- 决定可推导关系的是前提和结论的逻辑形式
- 例子一
  - □ 所有3的倍数的数字之和是3的倍数。(前提)
  - □ **10**<sup>10</sup>的数字之和不是**3**的倍数。(前提)
  - □ **10**<sup>10</sup>不是**3**的倍数。(结论)
- 例子二
  - □ 所有中学生打网球。(前提)
  - □ 王军不打网球。(前提)
  - □ 王军不是中学生。(结论)

#### 共同的逻辑形式

S中的所有元有R性质。(前提)

a没有R性质。(前提)

a不是S中的元。(结论)

# 形式语言

- 描述前提和结论需要使用语言,但自然语言有时会造成误会
- 例子一
  - □ **X**认识**Y**。(前提)
  - □ **Y**是足球队长。(前提)
  - □ **X**认识足球队长。(结论)
- 例子二
  - □ **X**认识**A**班某学生。(前提)
  - □ **A**班某学生是足球队长。(前提)
  - □ **X**认识足球队长。(结论)
- 所以需要引入形式语言
  - □人工构造的符号语言
  - □语义涉及符号和符号表达式的涵义
  - □语法涉及符号表达式的形式结构



#### 数理逻辑的萌芽

- 利用计算的方法来代替人们思维中的逻辑推理过程,这种想法早在十七世纪就有人提出过。
- 莱布尼茨(Leibniz)就曾经设想能不能创造一种 "通用的科学语言",可以把推理过程象数学一 样利用公式来进行计算,从而得出正确的结论。
- 由于当时的社会条件,他的想法并没有实现。
- 但是他的思想却是现代数理逻辑部分内容的萌芽 ,从这个意义上讲,莱布尼茨的思想可以说是数 理逻辑的先驱。



#### 数理逻辑的开创

- 1847年,英国数学家布尔G.Boole发表了《逻辑的数学分析》,建立了"布尔代数"。
- 布尔创造了一套符号系统,利用符号来表示逻辑 中的各种概念。
- 还建立了一系列的运算法则,利用代数的方法研究逻辑问题,初步奠定了数理逻辑的基础



### 数理逻辑的大发展

- 1884年,德国数学家弗雷格Frege出版了《数论的基础》一书,在书中引入量词的符号,使得数理逻辑的符号系统更加完备。
- 美国人皮尔斯Peirce,他也在著作中引入了更多逻辑符号。
- 从而使现代数理逻辑最基本的理论基础逐步形成 ,成为一门独立的学科。
- 怀特海、罗素、策梅洛、希尔伯特、哥德尔、冯· 诺依曼、......



#### 数理逻辑的四大分支

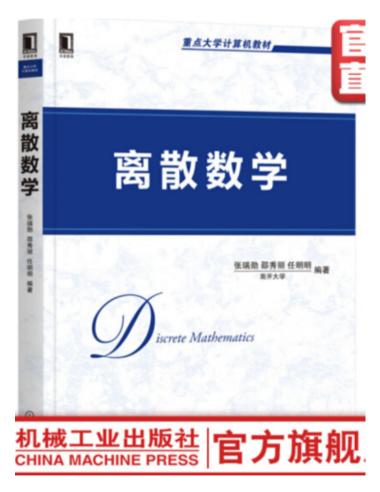
- 数学史上的第三次大危机是由于发现了集合论的逻辑悖论引起的。
- 悖论的提出,促使许多数学家去研究集合论的无矛盾性问题 ,从而产生了数理逻辑的一个重要分支一公理集合论。
- 为了研究数学系统的无矛盾性问题,需要以数学理论体系的概念、命题、证明等作为研究对象,研究数学系统的逻辑结构和证明的规律,这样又产生了另一个分支—证明论。
- 递归论主要研究可计算性的理论,它和计算机的发展和应用 有密切的关系。
- 模型论主要是研究形式系统和数学模型之间的关系。



### 本课程讲授内容

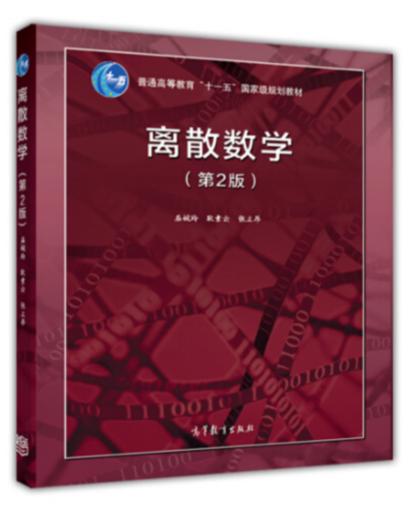
- 我们课程中介绍的是数理逻辑各个分支的共同基础部分: 命题演算与谓词演算
- 这些都属于经典(一阶)逻辑的内容,此外,还 有非经典逻辑
  - □ 一类与经典逻辑持有不同观点,如构造性逻辑和多值逻辑等
  - □一类是经典逻辑的扩充,如模态逻辑和时序逻辑

### 主要参考教材



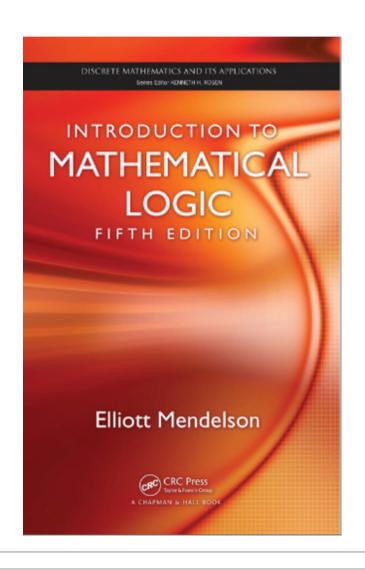
https://item.jd.com/10035669384304.html

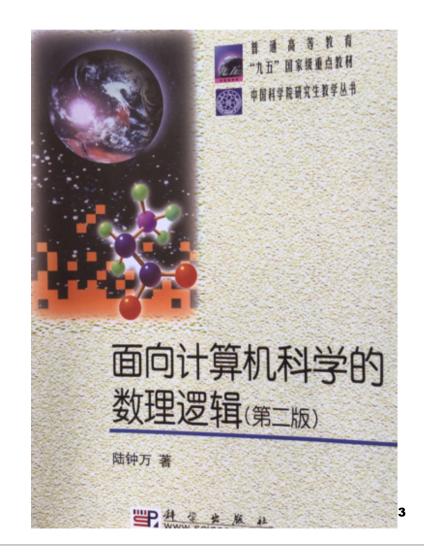
## 其它参考教材



https://item.jd.com/11633329.html

### 进一步学习的参考资料





雨课堂 Rain Classroom

《 数理逻辑简介 》 - 13/13页 -