

第一次作业命题逻辑 & 谓词逻辑

1 选择填空

1.1 下列公式中哪些是重言式？

A) $(\neg P \wedge Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg R)$

B) $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$

C) $(P \wedge Q) \rightarrow P$

D) $P \rightarrow (P \vee Q)$

1.2 判断下列公式的类型：

(1) $q \vee \neg((\neg p \vee q) \wedge p)$ _____

(2) $(p \vee \neg p) \rightarrow ((q \wedge \neg q) \wedge r)$ _____

(3) $(p \rightarrow q) \wedge \neg p$ _____

1.3 设全集域 D 是整数集合，确定下列命题的真值：

(1) $\forall x \exists y(xy = y)$ ()

(2) $\exists x \forall y(x + y = y)$ ()

(3) $\exists x \forall y(x + y = x)$ ()

(4) $\forall x \exists y(y = 2x)$ ()

1.4 给定解释 I 如下:

(1) 个体域 D_I 为整数集合;

(2) $a_0 = 0, a_1 = 1$;

(3) $f(x, y) = x - y, g(x, y) = x + y$;

(4) $F(x, y)$ 为 $x < y$ 。

和赋值 σ : $\sigma(x) = 5, \sigma(y) = -2$ 。

给定下面各公式:

(1) $F(f(x, a_1), g(x, a_1))$;

(2) $\forall x \forall y F(f(x, y), g(x, y))$;

(3) $\forall x \exists y F(f(x, y), g(x, y))$;

(4) $\forall y (F(y, a_0) \rightarrow \forall x (\neg F(f(x, y), g(x, y))))$;

(5) $\forall y \forall x (F(x, y) \rightarrow F(f(x, y), x))$;

(6) $F(f(x, y), g(x, y))$;

(7) $\forall x (F(x, a_0) \rightarrow F(f(x, y), g(x, y)))$ 。

在解释 I 和赋值 σ 下, 上面 7 个公式中为真的为 _____, 为假的为 _____。

2 简答

2.1 设 p, q 的真值为 0; r, s 的真值为 1, 求下列各命题公式的真值。

(1) $p \vee (q \wedge r)$

(2) $(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow ((p \vee q) \wedge (r \wedge s))$

(3) $\neg(p \vee (q \rightarrow (r \wedge \neg p))) \rightarrow (r \vee \neg s)$

2.2 求下列命题公式的主析取范式、主合取范式、成真赋值、成假赋值。

(1) $(p \vee (q \wedge r)) \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$

$$(2) (\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \vee p)$$

$$(3) \neg(p \rightarrow q) \wedge q \wedge r$$

2.3 在一阶逻辑中将下面命题符号化，并且要求只使用全称量词。

(1) 没有人长着绿色头发

(2) 有的北京人没去过香山

2.4

(1) 试给出解释 I_1 , 使得

$$\forall x(F(x) \rightarrow G(x)) \quad \text{与} \quad \forall x(F(x) \wedge G(x))$$

在 I_1 , 下具有不同的真值。

(2) 试给出解释 I_2 , 使得

$$\exists x(F(x) \wedge G(x)) \quad \text{与} \quad \exists x(F(x) \rightarrow G(x))$$

在 I_2 , 下具有不同的真值。

2.5 给出下列各式的前束范式

$$(1) \quad \forall x F(x) \vee \exists y G(x, y)$$

$$(2) \quad \exists x(F(x) \wedge \forall y G(x, y, z)) \rightarrow \exists z H(x, y, z)$$

$$(3) \quad \neg \forall x(F(x) \rightarrow G(x))$$

$$(4) \quad \exists x F(x, y) \wedge \forall x(G(x) \rightarrow H(x, y))$$

2.6 请用等值演算解决 1.2 的问题，如果式子为可满足式，请给出成真赋值

2.7 用主析取范式判断下列公式的类型，并对可满足式求成真赋值：

(1) $p \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$

(2) $(p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

(3) $\neg(p \rightarrow r) \wedge r \wedge q$

2.8 用真值表求下列公式的主合取范式：

(1) $(p \wedge q) \vee r$

(2) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

3 证明

3.1 构造下面推理的证明。

(1) 前提： $p \rightarrow (q \rightarrow s), q, p \vee \neg r$.

结论： $r \rightarrow s$.

(2) 前提： $p \rightarrow q$.

结论： $p \rightarrow (p \wedge q)$.

(3) 前提： $q \rightarrow p, q \leftrightarrow s, s \leftrightarrow t, t \wedge r$.

结论： $p \wedge q \wedge s \wedge r$.

3.2 用等值演算法证明下列等值式：

(1) $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$ ，要求从左边开始演算

(2) $q \rightarrow (p \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$ ，要求从右边开始演算

3.3 某公司要从 A、B、C、D、E 选派一些人去参观世博会，必须满足如下条件：

- (1) 若 A 去则 B 肯定不能去；
- (2) 若 A 与 C 只能去一个；
- (3) C 与 D 两人同去或同不去；
- (4) 若 B 去则 C 肯定去；
- (5) 若 E 去则 B，C，D 肯定有一人陪同。

证明：是否存在满足以上条件的人选？若存在则请给出全部方案。