

一、 判断题。在对的后面括号中填“√”，错的后面括号中填“×”。

1. 命题公式 $p \vee \neg q$ 既是合取范式，也是析取范式。 ()
2. 若集合 A, B 满足 $P(A) \subseteq P(B)$ ，则必有 $A \subseteq B$ 。 ()
3. 整数集 \mathbb{Z} 上的二元运算 \circ 定义为 $x \circ y = x + y - 2$ ，则 \mathbb{Z} 关于运算 \circ 不构成群。
()
4. 元素个数不少于2的有界格中不存在以自身为补元的元素。 ()
5. 若无向简单图 G 具有一条欧拉回路，则其结点数 v 和边数 e 的奇偶性可以相反。
()
6. 若无向简单图 G 中存在一条汉密尔顿回路，则其任一对结点度数之和必不小于结点数。 ()

二、 填空题。在横线处写上你的答案。

1. 一棵树有两个结点度数为2，三个结点度数为3，四个结点度数为4，其余均为度数为1的结点，则树叶有_____个。
2. 自然数集 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ 上的关系 $R = \{(x, y) | x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge x > y\}$ ，则 R 满足括号中的哪几个性质（自反、反自反、对称、反对称、传递）：_____。
3. 设 $F(x)$ ：“ x 是实数”， $G(x)$ ：“ x 是有理数”，则在谓词逻辑中命题“实数不都是有理数”可符号化为_____。
4. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $\langle P(A), \oplus \rangle$ 构成群， \oplus 为对称差运算，则群方程 $\{1, 2\} \oplus X \oplus \{4, 5\} = \{3, 4, 5\}$ 的解为_____。
5. 具有6个结点的连通简单平面图，其每个面的次数至少为4，则它的边数最大可为_____。

三、 将下列命题用谓词逻辑符号化，写清楚前提和结论，并证明推理正确：

每个科学工作者都是刻苦钻研的；每个刻苦钻研而又聪明的人在他的事业中都将获得成功；王强是科学工作者；王强是聪明的。所以，王强在他的事业中将获得成功。（个体域为人类集合）

四、 用等值演算的方法求 $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow p$ 的主析取范式和主合取范式。

五、 求下列公式等值的析取范式。

四、 用等值演算的方法求 $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow p$ 的主析取范式 and 主合取范式。

五、 求与下列公式等值的前束范式。

(1) $\exists y F(x, y) \wedge \forall x G(x, y, z)$

(2) $\forall x F(x) \rightarrow \exists y (G(x, y) \wedge H(x, y))$

六、 设 F, G, H 为集合 X 上的二元关系, 证明 $F \circ (G \cap H) \subseteq (F \circ G) \cap (F \circ H)$ 。

七、 设 $\langle A, R \rangle$ 为偏序集, 其中 $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$, R 为 A 上的整除关系。

(1) 用列元素法表示关系 R 。

(2) 画出 $\langle A, R \rangle$ 的哈斯图。

(3) 写出 A 的最大元、最小元、极大元、极小元。

(4) 写出 A 的子集 $B = \{4, 6, 8, 12\}$ 的上界、下界、最小上界、最大下界。

八、 $\langle S, * \rangle$ 为半群, 对 S 中任意元 a, b , 若 $a \neq b$, 则必有 $a * b \neq b * a$ 。证明:

(1) 对 S 中的任意元 a , 有 $a * a = a$ 。

(2) 对 S 中的任意元 a, b , 有 $a * b * a = a$ 。

(3) 对 S 中的任意元 a, b, c , 有 $a * b * c = a * c$ 。

九、 请给出3个6元格, 使得其中一个分配格, 一个是模格但不是分配格, 一个不是模格。简要说明理由。

十、 设 G 是简单平面图, 面数 $r < 12$, 最小度 $\delta(G) \geq 3$, 证明 G 中存在次数小于或等于4的面。

十一、 利用图论的知识证明下述问题。

某工厂生产由 $2k$ 种不同颜色的纱织成的双色布, $k \geq 3$ 。已知在生产的一批双色布中, 每种颜色至少与其它 k 种颜色相搭配。证明: 可以从这批双色布中挑出 k 种, 它们由全部 $2k$ 种不同颜色的纱织成。