23．逻辑推证以下各式.

d．¬*A*→(*B*∨*C*)，*D*∨*E*，(*D*∨*E*)→¬*A*⇒*B*∨*C*

d. 设┐A→(B∨C)，D∨E，(D∨E)→┐A 为 T， 则 D∨E 为 T，(D∨E)→┐A 为 T，所以┐A 为 T 又┐A→(B∨C)为 T，所以 B∨C 为 T。命题得证。

27．利用基本等价式证明下列命题公式为永真式.

b．((*P*∨*Q*)∧¬ (¬*P*∧(¬*Q*∨¬*R*)))∨(¬*P*∧¬*Q*)∨(¬*P*∧¬*R*)

b. ((P∨Q)∧¬(¬P∧(¬Q∨¬R)))∨(¬P∧¬Q)∨(¬P∧¬R)

=((P∨Q)∧(P∨(Q∧R)))∨(¬P∧(¬Q∨¬R))

=(P∨(Q∧ Q∧R))∨(¬P∧(¬Q∨¬R))

=(P∨(Q∧R))∨¬(P∨(Q∧R))

=1

35．把下列各式化为析取范式.

b．¬(*P*∨¬*Q*)∧(*S*→*T*)

b. ¬(*P*∨¬*Q*)∧(*S*→*T*) *⇔* (¬*P*∧*Q*) ∧(¬S∨T) *⇔(*¬P∧Q∧¬S*)*∨(¬P∧Q∧T)

36．把下列各式化为合取范式.

b．¬(*P*→*Q*)∨(*P*∨*Q*)

*b.* ¬(*P*→*Q*)∨(*P*∨*Q*) *⇔* ¬(¬*P*∨*Q*)∨(*P*∨*Q*) *⇔*(*P*∧¬*Q*)∨(*P*∨*Q*) *⇔(P*∨*Q*∨*P)* ∧(¬*Q*∨*P*∨*Q*) *⇔（P*∨*Q）*

37. 求下列公式的主合取范式.

b. P→(P∧(Q→P))

b. P→(P∧(Q→P)) *⇔* ¬*P*∨(P∧(¬Q∨P)) *⇔(*¬P∨P*)* ∧(¬P∨Q∨P) *⇔T*

38．试求下列公式的主析取范式.

b．*P*∨(¬*P*→(*Q*∨(¬*Q*→*R*)))

b. *P*∨(¬*P*→(*Q*∨(¬*Q*→*R*))) *⇔ P*∨(*P*∨(Q∨(Q∨R))) *⇔ P*∨Q∨R

39．用推理规则证明以下各式.

b．*J*→(*M*∨*N)*，(*H*∨*G*)→*J*，*H*∨*G*⇒*M*∨*N*

*b.*

*(1)* (*H*∨*G*)→*J P*

*(2)* (*H*∨*G*) P

*(3)J (1)(2)T，I*

*(4) J*→(*M*∨*N) P*

*(5) M*∨*N (3)(4)T，I*

40. 使用CP规则推证以下公式.

b．*A*∨*B*→*C*∧*D*，*D*∨*E*→*F*⇒*A*→*F*

b.

*(1)A P*(附加前提)

*(2) A*∨*B (1)T，I*

*(3) A*∨*B*→*C*∧*D P*

*(4) C*∧*D (2)(3)T，I*

*(5)D (4)T，I*

*(6) D*∨*E (5)T，I*

*(7) D*∨*E*→*F P*

*(8)F (6)(7)T，I*

*(9) A*→*F CP*

41. 某公司要从赵、钱、孙、李、周5名新毕业的大学生中选派一些人出国学习，选派必须满足下列条件.

a. 若赵去，钱也去.

b. 李、周二人中必有一人去.

c. 钱、孙两人中去且仅去一人.

d. 孙、李两人同去或同不去.

e. 若周去，则赵、钱也同去.

请判断该公司应如何选派他们出国?

设P表示赵出国，Q表示钱出国，R表示孙出国，S表示李出国，T表示周出国，则上述条件可分别符号化如下：

1. P→Q.
2. S ∨ T.
3. (Q∧¬ R) ∨ (¬ Q ∧R).
4. R⟷S.
5. T→(P ∧ Q).

由于以上5个条件都是成立的，即5个命题的真值为真. 将5个公式合取，得到的命题公式真值也为真. 对合取后的命题公式化简如下:

(P→Q) ∧(S ∨ T) ∧((Q∧¬ R) ∨ (¬ Q ∧R)) ∧(R⟷S) ∧(T→(P ∧ Q))

=(¬P∨Q) ∧(S∨T) ∧((Q∧¬R) ∨(¬Q∧R))∧(¬R∨S) ∧(¬S∨R) ∧(¬T∨(P∨Q))

=(¬P∨Q) ∧(S∨T) ∧((Q∧¬R) ∨(¬Q∧R)) ∧((¬R∧¬S) ∨(R∧S)) ∧(¬T∨(P∧Q))

=(¬P∧¬Q∧R∧S∧¬T) ∨(P∧Q∧¬R∧¬S∧T)

要使上述命题公式真值为真，有两种情况：P=Q=T=0，R=S=1；或者P=Q T=1，R=S=0。所以该公司有两种选派方案：赵、钱、周出国或者孙、李出国.

1.设个体域A={a，b},则谓词公式(∃x)(P(x)∧Q(x))消去量词后，可表示为（C）

A、(P(a)∧P(b))∨(Q(a)∧Q(b)) B、(P(a)∨P(b))∧(Q(a)∨Q(b))

C、(P(a)∧Q(a))∨(P(b)∧Q(b)) D、(P(a)∨Q(a))∧(P(b)∨Q(b))

答案：C

2．用谓词表达式写出下列命题.

b）小李是计算机或电子专业的学生.

c）若*m*是奇数，那么2*m*不是奇数.

f）有些人喜欢看书.

b) 设P(x):x是计算机专业的学生，Q(x):x是电子专业的学生。b:小李。则有P(b)∨Q(b);

c) 设P(x):x是奇数。则有P(m)→¬P(2m);

f) 设P(x):x是人，Q(x):x喜欢看书。则有(∃x)(P(x)∧Q(x));

5．将下列命题符号化，并研究其推理是否正确？

b）每个旅客或者坐头等舱或者坐二等舱；每个旅客当且仅当他富裕时坐头等舱；有些旅客富裕但并非所有的旅客都富裕. 因此，有些旅客坐二等舱.

b) 命题符号化为: F(x): x坐头等舱。G(x): x坐二等舱，H(x): x富裕。

前提：(∀x)(F(x)∨G(x))，(∀x)(F(x)↔H(x))， (∃x)(H(x))，(∃x)(¬H(x))

结论：(∃x)(G(x))  
  证明： (1)   (∃x)(¬H(x))  P

1. ¬H(c)   ES(1)
2. (∀x)(F(x)↔H(x))   P
3. F(c)↔H(c)   US (3)
4. ¬F(c)   T(2)(4)I
5. (∀x)(F(x)∨G(x))   P
6. F(c)∨G(c)    US(6)
7. G(c)   T(5) (7)I
8. (∃x)(G(x))   EG(8)

8．下列各式中哪个不成立（ ）。

A、∀*x*(*P*(*x*)∨*Q*(*x*)) ⇔∀*xP*(*x*)∨∀*xQ*(*x*)

B、∃*x*(*P*(*x*)∨*Q*(*x*)) ⇔∀*xP*(*x*)∨∀*xQ*(*x*)

C、∀*x*(*P*(*x*)∧*Q*(*x*)) ⇔∀*xP*(*x*)∧∀*xQ*(*x*)

D、∀*x*(*P*(*x*)∧*Q*) ⇔∀*xP*(*x*)∧*Q*

答案：AB

10．把以下各式化为前束范式.

b）(∃*x*)(¬((∃*y*)*P*(*x*，*y*))→((∃*z*)*Q*(*z*)→*R*(*x*)))

答案：

b) (∃*x*)(¬((∃*y*)*P*(*x*，*y*))→((∃*z*)*Q*(*z*)→*R*(*x*)))

⇔(∃x)((∃y)P(x，y)∨((∃z)Q(z)→R(x)))

⇔(∃x)(( ∃y)P(x，y)∨(┐(∃z)Q(z)∨R(x)))

⇔ (∃x)((∃y)P(x，y)∨((∀z) ┐Q(z)∨R(x)))

⇔ (∃x)( ∃y)( ∀z)(P(x，y)∨┐Q(z)∨R(x))

11．求等价于下面*w*ff的前束合取范式与前束析取范式.

a）((∃*x*)*P*(*x*)∨(∃*x*)*Q*(*x*))→(∃*x*)(*P*(*x*)∨*Q*(*x*))

1. ((∃*x*)*P*(*x*)∨(∃*x*)*Q*(*x*))→(∃*x*)(*P*(*x*)∨*Q*(*x*))

因为((∃x)P(x)∨(∃x)Q(x))⇔(∃x)(P(x)∨Q(x))，所以((∃*x*)*P*(*x*)∨(∃*x*)*Q*(*x*))→(∃*x*)(*P*(*x*)∨*Q*(*x*))为永真式，不写为前束范式的形式。

12．证明下列各式.

b）(∃x)*A*(x)→(∀x)B(x)⇒(∀x)(A(x)B(x))

答案：

证明：

b) (∃x)*A*(x)→(∀x)B(x)

⇔┐(∃x)A(x)∨(∀x)B(x)

⇔(∀x)┐A(x)∨(∀x)B(x)

⇒(∀x)(┐A(x)∨B(x))

⇒(∀x)(A(x)B(x))

13．利用谓词公式翻译下列命题.

a）如果有限个数的乘积为零，那么至少有一个因子等于零.

答案：

1. 设： N(x): x是有限个数的乘积

P(x):x的乘积为零

Z(y):y为零

F(y):y是乘积中的一个因子

则有：

(∀*x*)((N(x)∧P(x)→(∃*y*) F(y)∧Z(y))

14．对下面每个公式指出约束变元和自由变元

a）(∀*x*)*P*(*x*)→*P*(*y*)

c）(∃*x*)(∀*y*)(*P*(*x*)∧*Q*(*y*))→(∀*x*)*R*(*x*)

答案：

a) x是约束变元，y是自由变元；

c) x，y都是约束变元，*P*(*x*)中的x受（∃）的约束，R(x)中的x受（∀）的约束；