第五章

10、 设是自然数集上的函数,，

计算分别是什么。

解：，．

11、设*f*：*A*→*B*，定义*g*：*B*→为：

*b*∈*B*，*g*(*b*)＝{*x* | *x*∈*A*∧*f*(*x*)＝*b*}.

证明：当*f*为A到B的满射时，*g*是B到的单射.

证明：,因是满射，,使则；

又由的定义知，，故有，则是到的单射．

12、设函数：，：，和的复合函数：，

试证明：如果是双射，那么是单射，是满射．

证明：且，

则，因是单射，有，故*f*是单射；

，因*g**f*是满射，，使，而，故是满射．

13、设是上的满射，且，证明：．

证明：因是满射，则对，存在，使得，

则，由 ，知，

于是，由的任意性知．

14、设A＝{1,2,3,4,5},B＝{a,b}，

f＝{<1,a>,<2,a>,<3,b>,<4,a>,<5,b>}是A到B的函数，试找出f的所有左逆和右逆(如果存在的话)。

解：f是满射，有6个右逆，无左逆

h1={<a,1>,<b,3>}

h2={<a,2>,<b,3>}

h3={<a,4>,<b,3>}

h4={<a,1>,<b,5>}

h5={<a,2>,<b,5>}

h6={<a,4>,<b,5>}

17、设f：A→B， ⊆B， A'⊆A， ={x | f(x)∈}，证明

（1）。

（2） ⊇；

答案：

（1）设y∈ ，则存在x ∈ ，使f(x) =y，从而y ∈ B'，即

;

（2）∀x，y=f(x)，由A'⊆A可得， ⊆f(A) ⊆B，由f(x)可得，x，

所以，；

第10章

1． 书架的第1层放有8本不同的电子专业书，第2层放有5本不同的计算机专业书，第3层放10本不同的网络安全专业书。

(1)现从书架上任取出一本，问有多少种不同的取法?

(2)现从书架上各取出一本，问有多少种不同的取法?

1. 解: (1)从书架上任取一本书，有3类方法,

第1类方法是从第1层取电子专业书，有8种方法.

第2类方法是从第2层取计算机专业书,有5种方法.

第3类方法是从第3层取网络安全专业书，有10种方法.

根据分类加法计数原理不同取法的种数是

N=8+ 5+ 10=23 (种)。

(2)从书架的1、2、3层各取1本书,可以分成3个步骤完成.

第1步:从第1层取1本电子专业书，有8种方法;

第2步:从第2层取1本计算机专业书，有5种方法;

第3步:从第3层取1本网络安全专业书，有10种方法;

根据分步乘法计数原理不同取法的种数是

N= 8X 5X10= 400(种)。

2． 某电视台连续播放6个广告，其中有3个不同的商业广告、两个不同的世博会宣传广告、一个公益广告，要求最后播放的不能是商业广告，且世博会宣传广告与公益广告不能连续播放，两个世博会宣传广告也不能连续播放，则有多少种不同的播放方式?

2. 解:用1、2、3、4、5、6表示广告的播放顺序，则完成这件事有3类方法。

第一类:宣传广告与公益广告的播放顺序是2、4、6。分6步完成这件事共有

3X3X2X2X1X1= 36种不同的播放方式。

第二类:宣传广告与公益广告的播放顺序是1、4、6，分6步完成这件事，共有3X3X2X2X1X1 =36种不同的播放方式。

第三类:宣传广告与公益广告的播放顺序是1、3、6,同样分6步完成这件事，共有

3X3X2X2X1X1=36种不同的播放方式.

由分类加法计数原理得: 6个广告不同的播放方式有36+36+36= 108种。

3．某外语组有9人，每人至少会英语和日语中的一门，其中7人会英语，3人会日语，从中选出会英语和日语的各一人，有多少种不同的选法?

3. 解:由题意得有1人既会英语又会日语，6人只会英语，2人只会日语。

第一类:从只会英语的6人中选1人说英语,共有6种方法，则说日语的有2+1=3(种)，

此时共有6X3=18种；

第二类:不从只会英语的6人中选1人说英语，则只有1种方法，则选会日语的有2种，此时共有1X2=2种。

所以根据分类计数原理知共有18+2=20种选法。

1. 学校要安排一场文艺晚会的11个节目的演出顺序，除第1个节目和最后一个节目已确定外，4个音乐节目要求排在第2,5,7,10的位置，3个舞蹈节目要求排在第3,6,9的位置，2个曲艺节目要求排在第4,8的位置，共有多少种不同的排法?

5. [解析]分步乘法计数原理，排列

可以分三步完成:

第一步，安排4个音乐节目，共有A44种排法:

第二步，安排舞蹈节目，共有A33种排法:

第三步，安排曲艺节目，共有A22种排法。

所以不同的排法有A44·A33·A22=288 (种)。

11. 某车站有6个入口处，每个入口处每次只能进一个人， 一组9个人进站的方案有多少？

11. 解：=726485760（写出分式即可）

进站方案可以表示为

1 011 011 01 011 01

g1 g2 g3 g4 g5 g6

其中 1 表示不同的人， 而 0 表示门框, 6-1= 5个门框将序列分为六段,

则任意进站方案可表示成上面 14 个元素 S = { 5·1, 1·p1, 1·p2, ..., 1·p9 }的一个排列,即：P(5+9;5\*1, 1\*p1, 1\*p2, ..., 1\*p9) = 14! / ( 5! \* 1! \* .... 1! ) = 14! / 5!=726485760.