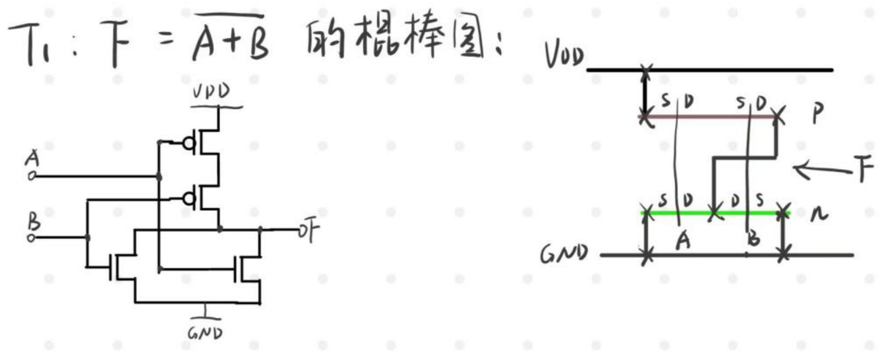
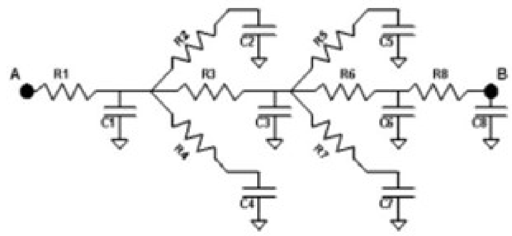
作业 2　 侯泰宇　 23362034

1. 请画出二输入或非门（$F=\overline{A+B}$）的棍棒图。



2. 对于图一给出的 RC 树，使用表一给出的电阻值和电容值计算从节点 A 到节点 B 的 Elmore 延迟。



图一

Resistor	Value(Ω)	Capacitor	Value(fF)
R1	0.25	C1	250
R2	0.25	C2	750
R3	0.50	C3	250
R4	100	C4	250
R5	0.25	C5	1000
R6	1.00	C6	250
R7	0.75	C7	500
R8	1000	C8	250

表一

解：由公式：$\tau_j=\sum_k R_{k\to j}\cdot C_k$ 得：$\tau_B=\sum_{i=1}^{8} R_{A\to C_i}\cdot C_i$

分别计算每个电阻的贡献：

C1：$\tau_{C_1}=R_1\cdot C_1=0.25\Omega\cdot 250fF=62.5\Omega\cdot fF$

C2：$\tau_{C_2}=R_1\cdot C_2=0.25\Omega\cdot 750fF=187.5\Omega\cdot fF$

C3：$\tau_{C_3}=(R_1+R_3)\cdot C_3=(0.25+0.50)\Omega\cdot 250fF=187.5\Omega\cdot fF$

C4：$\tau_{C_4}=R_1\cdot C_4=0.25\Omega\cdot 250fF=62.5\Omega\cdot fF$

C5：$\tau_{C_5}=(R_1+R_3)\cdot C_5=(0.25+0.50)\Omega\cdot 1000fF=750\Omega\cdot fF$

C6：$\tau_{C_6}=(R_1+R_3+R_6)\cdot C_6=(0.25+0.50+1.00)\Omega\cdot 250fF=437.5\Omega\cdot fF$

C7：$\tau_{C_7}=(R_1+R_3)\cdot C_7=(0.25+0.50)\Omega\cdot 500fF=375\Omega\cdot fF$

C8：$\tau_{C_8}=(R_1+R_3+R_6+R_8)\cdot C_8=(0.25+0.50+1.00+1000)\Omega\cdot 250fF=250437.5\Omega\cdot$

fF

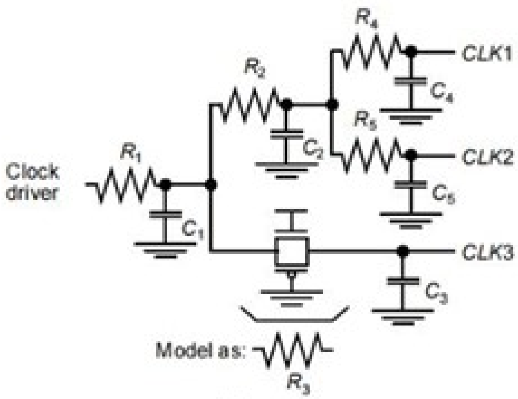
$$\tau_B = \sum_{i}^{8} \tau_i = 252504.5\Omega \cdot fF = 252.5ps$$

综上：从节点 A 到节点 B 的 Elmore 延迟是 252.5ps。

3. 对于一个时钟分配网络，最小化本地时钟之间的偏差是至关重要的。图二是对某个时钟分配网络提取的 RC 网络，由于到 CLK3 的路径比到 CLKI 或 CLK2 的路径短。为了补偿这种不平衡，我们需要在 CLK3 的路径中插入传输门以消除偏差。

(1) 写出节点 CLK1,CLK2 和 CLK3 的一阶时间常数表达式。假设传输门可以建模为一个电阻 R3。

(2) 如果 R1=R2=R4=R5=R，C1=C2=C3=C4=C5=C，求出 R3 的值以平衡 CLK1、CLK2 和 CLK3 的时延。



图二

解：（1）:由一阶时间常数计算公式：$\tau_k = \sum_i R_{ki} \cdot C_i$ 得：

$\tau_{CLK1} = R_1C_1 + (R_1 + R_2)C_2 + R_1C_3 + (R_1 + R_2 + R_4)C_4 + (R_1 + R_2)C_5$

$\tau_{CLK2} = R_1C_1 + (R_1 + R_2)C_2 + R_1C_3 + (R_1 + R_2)C_4 + (R_1 + R_2 + R_5)C_5$

$\tau_{CLK3} = R_1C_1 + R_1C_2 + (R_1 + R_3)C_3 + R_1C_4 + R_1C_5$

（2）：平衡条件：$\tau_{CLK1} = \tau_{CLK2} = \tau_{CLK3}$

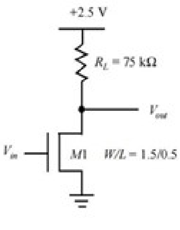
$\tau_{CLK1} = R_1C_1 + (R_1 + R_2)C_2 + R_1C_3 + (R_1 + R_2 + R_4)C_4 + (R_1 + R_2)C_5 = 9RC$

$\tau_{CLK2} = R_1C_1 + (R_1 + R_2)C_2 + R_1C_3 + (R_1 + R_2)C_4 + (R_1 + R_2 + R_5)C_5 = 9RC$

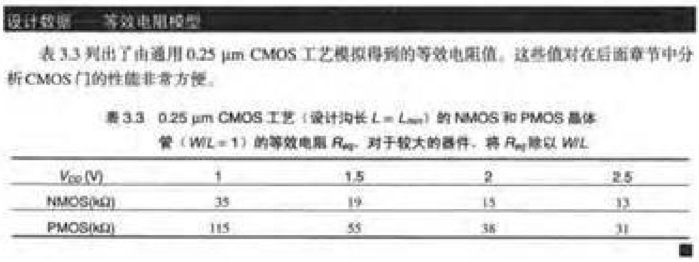
$\tau_{CLK3} = R_1C_1 + R_1C_2 + (R_1 + R_3)C_3 + R_1C_4 + R_1C_5 = (5R + R_3)C$

得：$R_3 = 4R$

4. 如图三所示，由 NMOS 组成的反相器，输出电容 CL=3pF， W/L=1.5μm/0.5μm，求 tp_{HL}，tp_{LH} 和 tp。（NMOS 等效电阻由课本 77 页表 3.3 给出）



图三



设计数据——等效电阻模型

表 3.3 列出了由通用 0.25 μm CMOS 工艺模拟得到的等效电阻值。这些值对在后面章节中分析CMOS 门的性能非常方便。

表 3.3 0.25 μm CMOS 工艺（设计沟长 $L = L_{min}$）的 NMOS 和 PMOS 晶体管（$W/L = 1$）的等效电阻 R_{eq}。对于较大的器件，将 R_{eq} 除以 W/L

V_{DD} (V)	1	1.5	2	2.5
NMOS(kΩ)	35	19	15	13
PMOS(kΩ)	115	55	38	31

解：读表得：单位尺寸(W/L=1)的 NMOS 等效电阻 $R_{n,\ unit}$=13kΩ

由等效电阻公式：$R_n = \frac{R_{n,unit}}{W/L} = \frac{13k\Omega}{1.5/0.5} \approx 4.33k\Omega$

计算 t_{pHL}：放电时间常数：$\tau_{HL} = R_n \cdot C_L$

$$\tau_{pHL} = 0.69 \cdot \tau_{HL} = 0.69(\frac{13}{3} \times 10^3\Omega) \cdot (3 \times 10^{-12}F) = 8.97 \times 10^{-9}s = 8.97ns$$

计算 t_{pLH}：充电时间常数：$\tau_{LH} = R_L \cdot C_L$ 求 $V_{out}=0.5V_{DD}$ 时的 t_{pLH}：

$$0.5\mathrm{V_{DD}} = \mathrm{V_{DD}}(1 - \mathrm{e}^{-t_{pLH}/\tau_{LH}})$$

$$t_{pLH} =- (\tau_{LH} \cdot ln(0.5)) = 0.693 \cdot \tau_{LH} = 0.693 \cdot (75 \times 10^3\Omega) \cdot (3 \times 10^{-12}F) = 155.93ns$$

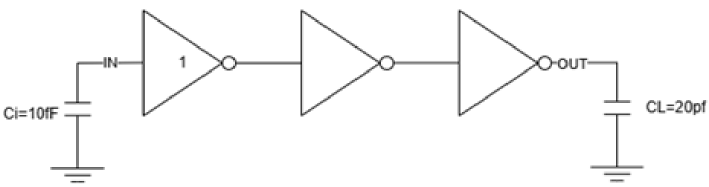
计算 t_p：$t_p = \frac{t_{pHL}+t_{pLH}}{2} = \frac{8.97ns+155.93ns}{2} = 82.45ns$

综上：R_n=4.33kΩ；t_{pHL}=8.97ns；t_{pLH}=155.93ns；t_p=82.45ns

5. 对于一个三级反相器链如下图，假设最小尺寸反相器的传输延迟为 70ps，且输入电容与尺寸成正比。

(1) 确定该反相器链的最小延时；

(2) 若该反相器链级数未定，请确定实现最小延时的级数及这种情况下的传输延迟。



解：（1）反相器链总延时：$\tau = \sum_{i=1}^{N} \tau_i = \sum_{i=1}^{N} t_{p0}(1 + \frac{C_{L,i}}{C_{i,i}})$

最小延迟需每级有效扇出相等：即$f_1 = f_2 = f_3 = f$ ，其中$f_i = \frac{C_{in,i+1}}{C_{in,i}}$

考虑总有效扇出：$\mathrm{F} = \frac{\mathrm{C_L}}{\mathrm{C_{in,1}}} = \frac{20\mathrm{pF}}{10\mathrm{fF}} = 2000$

N=3 级时最佳每级扇出满足：$f^N = F$，即：$f = \sqrt[3]{2000} \approx 12.599$

最小总延迟：$\tau_{min} = N \cdot t_{p0}(1 + f) = 3 \times 70ps \times (1 + 12.599) = 2855.79ps = 2.856ns$

（2）最小总延迟：$\tau_{min} = N \cdot t_{p0}(1 + f)$，考虑$f^N = F$，得到$\tau_{min} = N \cdot t_{p0}(1 + \sqrt[N]{F})$

对 N 进行求导并令导数为 0：$t_{p0}+t_{p0}\sqrt[N]{F}-\frac{\sqrt[N]{F}\cdot lnF}{N}t_{p0}=0$，将不同 N 值代入方程

$$G(N)=t_{p0}+t_{p0}\sqrt[N]{F}-\frac{\sqrt[N]{F}\cdot lnF}{N}t_{p0}$$

N=5 时，$\mathrm{G}(5)=-1.474\mathrm{t}_{\mathrm{p}0}$ ；N=6 时，$\mathrm{G}(6)=0.072\mathrm{t}_{\mathrm{p}0}$

由于 G(6) = 0.072 比 G(5) = -1.474 更接近 0，因此实现最小延迟的最佳整数级数是 N=6

$$\tau_6=6\cdot t_{p0}(1+\sqrt[6]{2000})=1910.8ps=1.911ns$$