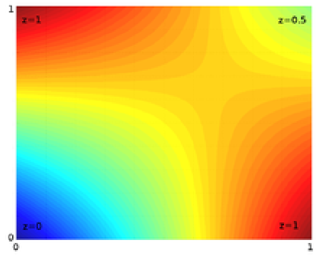
WIKIPEDIA

双线性插值

维基百科，自由的百科全书

雙線性插值，又稱為**雙線性內插**。在数学上，**双线性插值**是对线性插值在二维直角网格上的扩展，用于对双变量函数（例如 x 和 y）进行插值。其核心思想是在两个方向分别进行一次线性插值。

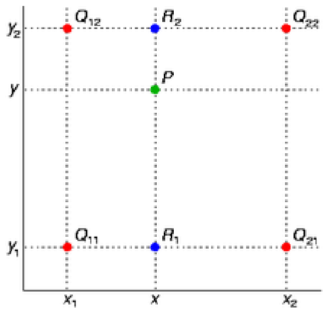


单位矩形的四个角的z值分别是0、1、1、0.5，如果将坐标解释为颜色，整个单位矩形上的双线性插值结果如图。

目录

算法

假如我们想得到未知函数 f 在点 $P=(x,y)$ 的值，假设我们已知函数 f 在 $Q_{11}=(x_1,y_1)$, $Q_{12}=(x_1,y_2)$, $Q_{21}=(x_2,y_1)$, 及 $Q_{22}=(x_2,y_2)$ 四个点的值。



红色的数据点与待插值得到的绿色点

首先在 x 方向进行线性插值，得到

$$\begin{aligned}f(x,y_1)&\approx\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{11})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{21}),\\ f(x,y_2)&\approx\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{12})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{22}).\end{aligned}$$

然后在 y 方向进行线性插值，得到

$$\begin{aligned}f(x,y)&\approx\frac{y_2-y}{y_2-y_1}f(x,y_1)+\frac{y-y_1}{y_2-y_1}f(x,y_2)\\ &=\frac{y_2-y}{y_2-y_1}\left(\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{11})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{21})\right)+\frac{y-y_1}{y_2-y_1}\left(\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(Q_{12})+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(Q_{22})\right)\\ &=\frac{1}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}\big(f(Q_{11})(x_2-x)(y_2-y)+f(Q_{21})(x-x_1)(y_2-y)+f(Q_{12})(x_2-x)(y-y_1)+f(Q_{22})(x-x_1)(y-y_1)\big)\\ &=\frac{1}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)}\begin{bmatrix}x_2-x & x-x_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f(Q_{11}) & f(Q_{12})\\ f(Q_{21}) & f(Q_{22})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_2-y\\ y-y_1\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

注意此处如果先在 y 方向插值、再在 x 方向插值，其结果与按照上述顺序双线性插值的结果是一样的。

单位正方形

如果选择一个坐标系统使得 f 的四个已知点坐标分别为 $(0,0)$、$(0,1)$、$(1,0)$ 和 $(1,1)$，那么插值公式就可以化简为

$$f(x,y)\approx f(0,0)\,(1-x)(1-y)+f(1,0)\,x(1-y)+f(0,1)\,(1-x)y+f(1,1)xy.$$

或者用矩阵运算表示为

$$f(x,y)\approx\begin{bmatrix}1-x & x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f(0,0) & f(0,1)\\ f(1,0) & f(1,1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1-y\\ y\end{bmatrix}$$

非线性

顾名思义，双线性插值的结果不是线性的，它是两个线性函数的积。在单位正方形上，双线性插值可以记作

$$f(x,y)=\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{1}a_{ij}x^iy^j=a_{00}+a_{10}x+a_{01}y+a_{11}xy$$

常数的数目（四）对应于给定的 f 的数据点数目

$$\begin{aligned}a_{00}&=f(0,0),\\ a_{10}&=f(1,0)-f(0,0),\end{aligned}$$

$$a_{01} = f(0,1) - f(0,0),$$
$$a_{11} = f(1,1) + f(0,0) - \big(f(1,0) + f(0,1)\big).$$

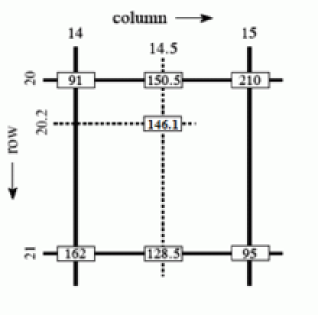
双线性插值的结果与插值的顺序无关。首先进行 y 方向的插值，然后进行 x 方向的插值，所得到的结果是一样的。

双线性插值的一个显然的三维空间延伸是三线性插值。

在图像处理领域的应用

在计算机视觉及图像处理领域，双线性插值是一种基本的重采样技术。

材质贴图中，双线性插值也叫双线性过滤或者**双线性材质贴图**。图像的双线性插值放大算法中，目标图像中新创造的象素值，是由源图像位置在它附近的2*2区域4个邻近象素的值通过加权平均计算得出的。双线性内插值算法放大后的图像质量较高，不会出现像素值不连续的的情况。然而此算法具有低通滤波器的性质，使高频分量受损，所以可能会使图像轮廓在一定程度上变得模糊。



对灰度值进行双线性插值

参见

- 双三次插值
- 样条插值
- Lanczos resampling

取自“https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=双线性插值&oldid=53841118”