

DANG 4

Câu 1. Xác định thế \vec{A} , tạo bởi một dòng điện thẳng, dài vô hạn, có cường độ I , trong môi trường có độ từ thẩm μ .

Chọn hệ tọa độ trụ, trục z , trục z trùng với trục dòng điện. Giả sử dòng điện chạy theo chiều dương trục z .

$d\vec{A} \parallel \vec{j}dV \rightarrow$ thế vector \vec{A} song song với dòng điện:

$$\vec{A} = A\vec{i}_z$$

Do tính đối xứng, A chỉ phụ thuộc r : $A = A(r)$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{i}_r & \vec{i}_\varphi & \vec{i}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A(r) \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial A(r)}{\partial \varphi} \vec{i}_r - r \frac{\partial A(r)}{\partial r} \vec{i}_\varphi \right] = -\frac{\partial A(r)}{\partial r} \vec{i}_\varphi$$

$$\vec{B} = -\frac{\partial A(r)}{\partial r} \vec{i}_\varphi = B(r) \vec{i}_\varphi$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = H(r) \vec{i}_\varphi$$

Áp dụng định luật Ampère cho đường kính bán kính r , tâm nằm trên trục dòng điện:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \sum_k I_k$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \int_C H dl = H \cdot 2\pi r = I \rightarrow H = \frac{I}{2\pi r} \rightarrow \vec{H} = \frac{I}{2\pi r} \vec{i}_\varphi \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu I}{2\pi r} \vec{i}_\varphi$$

$$-\frac{\partial A(r)}{\partial r} = B(r) \rightarrow A(r) = \int -B(r) dr = \int -\frac{\mu I}{2\pi} dr = -\frac{\mu I}{2\pi} \ln r + C$$

$$\text{Chọn } A(r_0) = 0 \rightarrow C = \frac{\mu I}{2\pi} \ln r_0 \rightarrow \vec{A}(r) = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{r_0}{r}$$

Câu 2. Trường điện từ biến thiên trong chân không được cho bởi:

$$\vec{E} = \frac{50}{\rho} \cos(10^6 t + \beta z) \vec{i}_\phi \left(\frac{V}{m} \right) \quad \text{và} \quad \vec{H} = \frac{H_0}{\rho} \cos(10^6 t + \beta z) \vec{i}_\rho \left(\frac{A}{m} \right)$$

Thiết lập biểu thức các biên độ phức của trường và xác định các đại lượng H_0, β

Giải

$$\vec{E} = \frac{50}{\rho} \cos(10^6 t + \beta z) \vec{i}_\phi \left(\frac{V}{m} \right) \rightarrow \dot{\vec{E}} = \frac{50}{\rho} e^{i\beta z} \vec{i}_\phi \rightarrow \dot{E}_\phi = \frac{50}{\rho} e^{i\beta z}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \rightarrow \frac{1}{Z_c} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$$

$$\vec{i}_z \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i}_\rho & \vec{i}_\phi & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dot{E}_\phi & 0 \end{vmatrix} = -\dot{E}_\phi \cdot \vec{i}_\rho$$

$$\vec{H} = \frac{1}{Z_c} (\vec{i}_z \times \vec{E}) = -\frac{50}{\rho} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos(10^6 t + \beta z) \vec{i}_\rho = \frac{H_0}{\rho} \cos(10^6 t + \beta z) \vec{i}_\rho$$

$$\rightarrow H_0 = -50 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(\frac{A}{m} \right)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = 10^6 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

Câu 3. Xác định

a) Xác định thành phần từ trường của sóng điện từ phẳng, đơn sắc truyền trong chân không, có thành phần điện trường:

$$\vec{E} = 40\cos(\omega t - \beta z)\vec{i}_x + 30\sin(\omega t - \beta z)\vec{i}_y \left(\frac{V}{m}\right)$$

$$\text{Cho biết } \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \left(\frac{F}{m}\right), \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{H}{m}\right)$$

Giải

$$\vec{E} = 40\cos(\omega t - \beta z)\vec{i}_x + 30\sin(\omega t - \beta z)\vec{i}_y \left(\frac{V}{m}\right)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{Z_c} (\vec{i}_z \times \vec{E})$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi}{10^{-9}}} = 120\pi$$

$$\begin{aligned} (\vec{i}_z \times \vec{E}) &= \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ 0 & 0 & 1 \\ 40\cos(\omega t - \beta z) & 30\sin(\omega t - \beta z) & 0 \end{vmatrix} \\ &= -30\sin(\omega t - \beta z)\vec{i}_x + 40\cos(\omega t - \beta z)\vec{i}_y \end{aligned}$$

$$\rightarrow \vec{H} = \frac{1}{120\pi} [-30\sin(\omega t - \beta z)\vec{i}_x + 40\cos(\omega t - \beta z)\vec{i}_y] \left(\frac{A}{m}\right)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu} = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = \omega\sqrt{\frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \frac{\omega}{3} \cdot 10^{-8}$$

b) Tính độ định hướng của anten có cường độ bức xạ:

$$U = \begin{cases} \sin^2 \theta, & \text{khi } 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$$

$$\rightarrow U_{\max} = 1 \rightarrow D = \frac{4\pi}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\varphi} = 1.5 = 1.76(dB)$$

Cường độ bức xạ cực đại sẽ gấp 1.5 lần cường độ bức xạ trung bình khi bức xạ rải đều theo mọi hướng