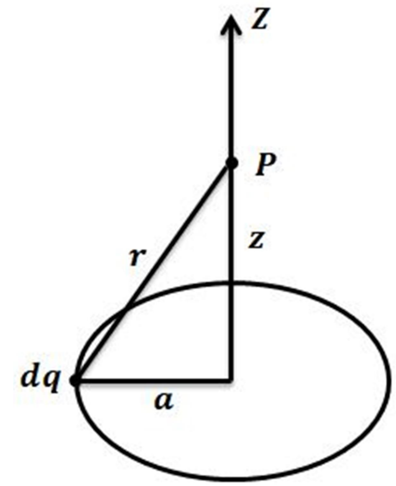
BÀI TẬP CHƯƠNG 2

<u>Câu 1.</u> Điện tích Q phân bố liên tục đều trên vòng dây tròn mảnh bán kính a. Xác định thế điện và cường độ điện trường tại điểm P nằm trên trục *z* của vòng dây.



Giải

Điện tích phân bố đều trên vòng dây → $\lambda = const$

$$Q = \int_C \lambda dl = \lambda \int_C dl = \lambda L = 2\pi a\lambda \rightarrow \lambda = \frac{Q}{2\pi a}$$

$$Thế\ điện\ \varphi = \int_C \frac{dq}{4\pi\varepsilon r} = \int_C \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon r} = \int_C \frac{\frac{Q}{2\pi a}.2\pi a}{4\pi\varepsilon\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\sqrt{a^2+z^2}}$$

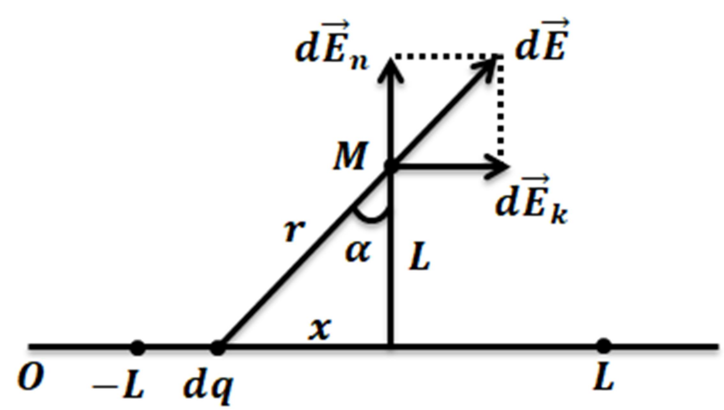
$$Cường\ độ\ điện\ trường\ \vec{E} = -grad\ \varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\imath}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{\imath}_z\right).\frac{Q}{4\pi\varepsilon\sqrt{a^2+z^2}} = \frac{Qz}{4\pi\varepsilon\sqrt{(a^2+z^2)^3}}\vec{\imath}_z$$

<u>Câu 2.</u> Xác định vector cường độ điện trường tại điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng và cách đoạn thẳng một đoạn L, biết rằng đoạn thẳng mang điện tích có chiều dài 2L có mật độ điện dài λ đặt dọc theo trục Ox từ $x = -L \rightarrow x = L$.

Giải

Ta có:

$$\begin{cases} r^2 = x^2 + L^2 = (L.\tan\alpha)^2 + L^2 = \dfrac{L^2}{\cos^2\alpha} \\ x = L.\tan\alpha \rightarrow dx = \dfrac{L}{\cos^2\alpha}d\alpha \rightarrow dq = \lambda dl = \lambda dx = \dfrac{\lambda L}{\cos^2\alpha}d\alpha \end{cases}$$



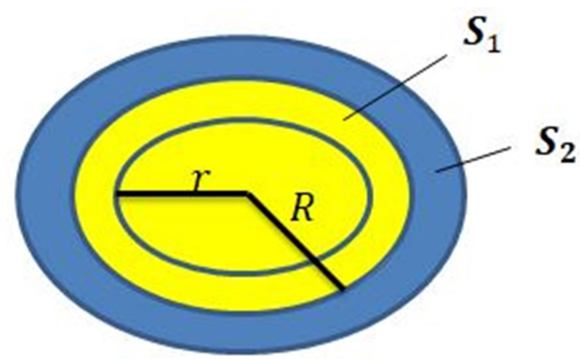
$$\vec{E} = \int_{dây} d\vec{E} = \int_{dây} d\vec{E}_n + \int_{dây} d\vec{E}_k = \int_{dây} d\vec{E}_n = \int_{dây} dE_n = \int_{dây} dE\,.\cos\alpha = \int_{dây} \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}.\frac{dq}{r^2}.\cos\alpha$$

$$= \int_{dây} \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}.\frac{\lambda L}{\cos^2\alpha}d\alpha.\frac{\cos^2\alpha}{L^2}.\cos\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos\alpha\, d\alpha = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}$$

__Câu 3.__ Điện thế tại một điểm bất kỳ trong không gian của phân bố điện tích đối xứng cầu với mật độ $\boldsymbol{\rho(r)} = \begin{cases} \boldsymbol{\rho_0 \text{ nếu } 0 \le r \le R} \\ \boldsymbol{0 \text{ nếu } r > R} \end{cases}$ ($\boldsymbol{R}$ là bán kính quả cầu). Xác định cường độ điện trường và điện thế bên trong và bên ngoài quả cầu.

Giải

$$Ta\ có: \phi_e = \oint_S \vec{D}\, d\vec{S} = \sum_i q_i$$



Chọn S_1 là mặt cầu nằm trong quả cầu tích điện ($r < R$).

Chọn S_2 là mặt cầu nằm ngoài quả cầu tích điện ($r > R$).

- Bên trong quả cầu tích điện ($r < R$). Áp dụng định lý $O - G$ ta có:

$$\begin{cases} \oint_{S_1} \vec{D}_1 d\vec{S} = \int_{V_1} \rho dV \\ \oint_{S_1} \vec{D}_1 d\vec{S} = D_1 S_1 = D_1.4\pi r^2 \quad \rightarrow D_1 = \dfrac{\rho_0 r}{3} \rightarrow E_1 = \dfrac{D_1}{\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0 r}{3\varepsilon\varepsilon_0} \\ \int_{V_1} \rho dV = \int_{V_1} \rho_0 dV = \rho_0.\dfrac{4}{3}\pi r^3 \end{cases}$$

- Bên ngoài quả cầu tích điện $(r > R)$. Áp dụng định lý $O - G$ ta có:

$$\begin{cases} \oint_{S_2} \vec{D}_2 d\vec{S} = \int_V \rho dV \\ \oint_{S_2} \vec{D}_2 d\vec{S} = D_2 S_2 = D_2 . 4\pi r^2 \quad \rightarrow D_2 = \dfrac{\rho_0 R^3}{3r^2} \rightarrow E_2 = \dfrac{D_2}{\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \\ \int_V \rho dV = \int_V \rho_0 dV = \rho_0 . \dfrac{4}{3}\pi R^3 \end{cases}$$

- Thế điện bên trong quả cầu:

$$\varphi_1(r) = \int_r^{\infty} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_r^{R} \vec{E}_1\, d\vec{r} + \int_R^{\infty} \vec{E}_2\, d\vec{r} = \int_r^{R} E_1\, dr + \int_R^{\infty} E_2\, dr = \int_r^{R} \frac{\rho_0 r}{3\varepsilon\varepsilon_0} dr + \int_R^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho_0}{6\varepsilon\varepsilon_0} r^2\Big|_r^R - \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_R^{\infty}$$

$$= \frac{\rho_0}{6\varepsilon\varepsilon_0}(3R^2 - r^2)$$

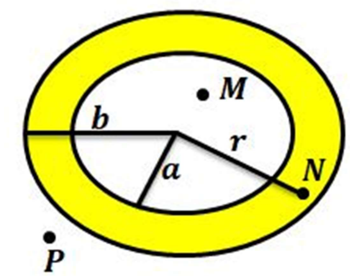
- Thế điện bên ngoài quả cầu:

$$\varphi_2(r) = \int_r^{\infty} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_r^{\infty} \vec{E}_2\, d\vec{r} = \int_r^{\infty} E_2\, dr = \int_r^{\infty} \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_{\infty}^{r} = \frac{\rho_0 R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

Câu 4. **Xác định vector cường độ điện trường tạo bởi một lớp hình cầu đồng tâm có bán kính lần lượt là a,b (a<b), tích điện với mật độ khối $\boldsymbol{\rho = -\frac{\rho_0}{r^2} (a < r < b)}$.**

Giải

Chọn S_1 là mặt cầu bán kính $r < a$, S_2 là mặt cầu bán kính $a < r < b$, S_3 là mặt cầu bán kính $r > b$



$$Cường\ độ\ điện\ trường\ tại\ điểm\ M: \oint_{S_1} \vec{D}_1 d\vec{S} = \int_{V_1} \rho dV = 0 \to D_1 = 0 \to E_1 = 0$$

$$Cường\ độ\ điện\ trường\ tại\ điểm\ N \begin{cases} \oint_{S_2} \vec{D}_2 d\vec{S} = \int_{V_2} \rho dV \\ \oint_{S_2} \vec{D}_2 d\vec{S} = D_2 S_2 = D_2 . 4\pi r^2 \\ \int_{V_2} \rho dV = \int_{V_2} \frac{-\rho_0}{r^2} . 4\pi r^2 dr = \rho_0 . 4\pi r|_r^a = \rho_0 . 4\pi (a - r) \end{cases} \to D_2 = \frac{\rho_0 (a-r)}{r^2} \to E_2 = \frac{D_2}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho_0 (a-r)}{r^2 \varepsilon\varepsilon_0}$$

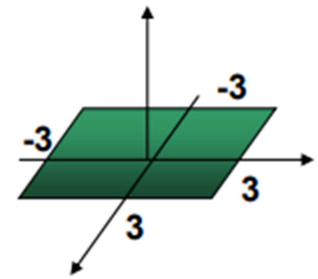
$$Cường\ độ\ điện\ trường\ tại\ điểm\ P: \oint_{S_3} \vec{D}_3 d\vec{S} = \int_{V} \rho dV \to D_3 . 4\pi r^2 = \int_a^b -\frac{\rho_0}{r^2} . 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho_0 r|_b^a = 4\pi\rho_0 (a - b)$$

$$\to D_3 = \frac{\rho_0 (a-b)}{r^2} \to E_3 = \frac{\rho_0 (a-b)}{\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

<u>Câu 9.</u> Mặt vuông nằm trong mặt phẳng $x - y$ giới hạn $(-3 < x < 3)$ và $(-3 < y < 3)$ mang điện tích với mật độ $\rho_s = 2y^2\left(\frac{\mu C}{m^2}\right)$. Tìm điện tích Q của mặt?

Giải

Ta có:



$$Q = \int_S \rho_s \, . dS_z = \int_{-3}^{3}\int_{-3}^{3} 2y^2\, dxdy = \int_{-3}^{3} dx \int_{-3}^{3} 2y^2 dy = 216(\mu C)$$

<u>Câu 10.</u> Tìm thông lượng của vector cảm ứng điện thoát ra bên ngoài mặt S giới hạn bởi: $x = 1, y = 1$ và $z = 1$, biết mật độ điện tích khối bên trong: $\rho_V(x, y, z) = \rho_0\left(3 - x^2 - y^2 - z^2\right)$

Giải

$$\oint_S \vec{D}.d\vec{S} = \int_V \rho_V\, dV = \int_{x=-1}^{1}\int_{y=-1}^{1}\int_{z=-1}^{1} \rho_0\,(3 - x^2 - y^2 - z^2)dxdydz = \rho_0 \int_{x=-1}^{1}\int_{y=-1}^{1}\left(3z - x^2z - y^2z - \frac{z^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \rho_0 \int_{x=-1}^{1}\int_{y=-1}^{1}\left(\frac{16}{3} - 2x^2 - 2y^2\right)dxdy = \rho_0 \int_{x=-1}^{1}\left(\frac{16}{3}y - 2x^2y - \frac{2}{3}y^3\right)\Big|_{-1}^{1} = \rho_0 \int_{x=-1}^{1}\left(\frac{28}{3} - 4x^2\right)dx$$

$$= 16\rho_0$$