

a. $2(5-3i)-3(-2+i)+5(i-3)$,

b. $\frac{1}{1+3i}-\frac{1}{1-3i}$,

c. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10}$,

d. $\frac{(1+i)(2+3i)(4-2i)}{(1+2i)^3(1-i)}$.

1.12. Giải các phương trình sau

a. $z^2+z+1=0$,

b. $z^3-2z-4=0$,

1.13. Tính: a. $\sqrt[3]{-1+i}$,

b. $\sqrt[3]{4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i}$.

1.14. Tính quỹ tích những điểm trong mặt phẳng phức thoả mãn

a. $|z-3-4i|=2$,

b. $\arg(z-i)=\frac{\pi}{4}$,

c. $|z-2|+|z+2|=6$,

d. $|z+2|=2|z-1|$.

1.15. Tính phần thực và phần ảo của các hàm số sau

a. $w=z^3$

b. $w=\frac{1}{1-z}$

c. $w=e^{3z}$.

1.16. Cho $w=z+\frac{1}{z}$. Tìm đạo hàm $w'(z)$ trực tiếp từ định nghĩa. Với giá trị nào của z thì hàm số không giải tích.

1.17. Chứng minh hàm $w=z|z|$ không giải tích tại mọi z .

1.18. Chứng minh rằng hàm

a. $w=z^4$

b. $w=\frac{1}{z^2+1}$, $z \neq \pm i$

thoả mãn điều kiện Cauchy-Riemann. Tính $w'(z)$ trong mỗi trường hợp trên.

1.19. Tìm hàm phức giải tích $w=f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ biết phần thực

a. $u(x,y)=x^3-3xy^2$,

b. $u(x,y)=x^2-y^2+2x$,

1.20. Tìm hàm phức giải tích $w=f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ biết phần ảo

a. $v(x,y)=\frac{-y}{(x+1)^2+y^2}$,

b. $v(x,y)=2xy+3x$,

1.21. Tìm ảnh của các đường cong sau đây qua phép biến hình $w=\frac{1}{z}$.

a. $x^2+y^2=4$,

b. $y=x$,

c. $\infty, 0, 1$,

d. $(x-1)^2+y^2=1$.

1.22. Tìm ảnh của đường thẳng nằm trên tia $\text{Arg } z = \frac{\pi}{3} + k\pi$ qua phép biến hình $w = \frac{1+z}{1-z}$.

1.23. Cho phép biến hình tuyến tính $w = (1+i)z - 1$

a. Tìm ảnh của đoạn thẳng nối $z_1 = 1-i$ và $z_2 = -i$.

b. Tìm ảnh của đường tròn $|z - (1+i)| = 2$.

1.24. Tìm phép biến hình bảo giác biến hình tròn $|z| < 1$ thành nửa mặt phẳng $\text{Im } w > 0$ sao cho các điểm $-1, 1, i$ biến lần lượt thành $\infty, 0, 1$.

1.25. Tính tích phân $I = \int_C |z| dz$ trong hai trường hợp sau

a. C là đoạn thẳng nối 2 điểm -1 và $+1$.

b. C là nửa cung tròn tâm 0 nằm trong nửa mặt phẳng trên đi từ điểm -1 đến điểm 1 .

1.26. Cho C là đường tròn $|z - 1| = 3$, tính các tích phân sau:

a. $\oint_C \frac{\cos z}{z - \pi} dz$,

b. $\oint_C \frac{e^z}{z(z+1)} dz$.

1.27. Tính tích phân $I = \int_C z dz$ trong đó C là đường gấp khúc có đỉnh lần lượt là $-2, -1+2i, 1+i, 2$.

1.28. Tính tích phân $I = \oint_C \frac{\sin \frac{\pi z}{4}}{z^2 - 1} dz$ trong đó C là đường tròn $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

1.29. Tính tích phân $I = \oint_C \frac{dz}{(z+1)^3 (z-1)^3}$ trong các trường hợp sau:

a. C là đường tròn $|z - 1| = R, R < 2$,

b. C là đường tròn $|z + 1| = R, R < 2$,

c. C là đường tròn $|z| = R, R < 1$.

1.30. Tìm miền hội tụ của các chuỗi sau:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2 2^n}$,

b. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^{3n}}{3^n + n}$.

1.31. Viết bốn số hạng đầu trong khai triển Taylor của hàm số dưới đây tại $z = 0$.

a. $w = e^{\frac{1}{1-z}}$,

b. $w = \sin \frac{1}{1-z}$.

1.32. Khai triển Laurent của hàm số $w = \frac{z+1}{z^2+z-2}$

- Trong hình vành khăn $1 < |z| < 2$.
- Trong hình tròn $|z| < 1$.
- Trong miền ngoài của hình tròn $|z| > 2$.

1.33. Tính tích phân $\oint_C \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}$, C là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x + 2y$.

1.34. Tính tích phân $\oint_C \frac{dz}{z^4+1}$, C là đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$.

1.35. Tính các tích phân thực sau

a. $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$;

b. $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+4)(x^2+1)^2}$.

1.36. Tính các tích phân thực sau

a. $I = \int_0^{\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2+4} dx$;

b. $I = \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x(x^2+1)^2} dx$;

1.37. Tính các tích phân thực sau

a. $I = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 - \cos x}$;

b. $I = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{\sin x + \cos x + 2}$.

1.38. Chứng minh các tính chất sau đây của phép biến đổi Z :

Tín hiệu: $x(n)$ Biến đổi Z tương ứng: $X(z)$

a. $ax_1(n) + bx_2(n)$ $aX_1(z) + bX_2(z)$ (tính tuyến tính).

b. $x(n-n_0)$ $z^{-n_0} X(z)$ (tính trễ).

c. $a^n x(n)$ $X\left(\frac{z}{a}\right)$ (tính đồng dạng).

d. $nx(n)$ $-z \frac{dX(z)}{dz}$ (đạo hàm ảnh)

e. $x_1(n) * x_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1(k)x_2(n-k)$ $X_1(z)X_2(z)$ (tích chập).

1.39. Ta gọi và ký hiệu dãy tín hiệu xác định như sau là tín hiệu bước nhảy đơn vị:

$$u(n) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } n < 0 \\ 1 & \text{nếu } n \geq 0 \end{cases}.$$

Tìm biến đổi Z của các dãy tín hiệu sau:

a) $x(n) = e^{in\omega} u(n)$. b) $x(n) = ne^{-na} u(n)$. c) $x(n) = -a^n u(-n-1)$.

d) $x(n) = 2^n \text{rect}_N(n)$, trong đó $\text{rect}_N(n) = u(n) - u(n-N)$: gọi là dãy chữ nhật.

1.40. Tìm biến đổi Z ngược của hàm giải tích $X(z) = \frac{4}{z^3(2z-1)}$ trong miền $|z| > \frac{1}{2}$.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông, Hà Nội
Tel: (04) 5541 221; Fax: (04) 5541 537
Website: <http://www.o-pit.edu.vn>; E-mail: dhk@o-pit.edu.vn

CHƯƠNG TRÌNH
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA
PTIT