座位号________ 专业________ 学院________ 学号________ 姓名________

（密封线内不答题）

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

华南理工大学期末考试

《概率论与数理统计》试卷（2学分 A）

注意事项：1. 考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 可使用计算器，所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 九 大题，满分100分，考试时间120分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得 分										
评卷人										

一. 选择题（15分，每题3分）

1. 设随机变量 $X_i \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \end{bmatrix}$，(i=1,2)，且满足 $P\{X_1X_2=0\}=1$，则 $P\{X_1=X_2\}=$________。

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

2. 设随机变量 X,Y 相互独立，$X\sim N(0,1), Y\sim N(1,1)$，则________.

(A) $P(X+Y\le 0)=1/2$；　　(B) $P(X+Y\le 1)=1/2$；

(C) $P(X-Y\le 0)=1/2$；　　(D) $P(X-Y\le 1)=1/2$.

3. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 独立同分布，且方差为 $\sigma^2>0$. 令 $Y=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则________.

(A) $Cov(X_1,Y)=\sigma^2/n$；　　(B) $Cov(X_1,Y)=\sigma^2$；

(C) $D(X_1+Y)=(n+2)\sigma^2/n$；　　(D) $D(X_1-Y)=(n+1)\sigma^2/n$.

4. 设 X，Y 相互独立，都服从参数为 2 的指数分布，则 $P\{X<Y\}=$ ________.

(A) 0;　　　　(B) 1/4;

(C) 1/2;　　　　(D) 1.

5. 设 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	2
P	a	1/4	1/8	b	1/8

则可能正确的是________。

（A）$a-b=1$;　　　　（B）EX = 1;

（C）$a+b<1/4$;　　　　（D）EX < 1/4.

二、 填空题（18 分，每题 3 分）

1. 设 X, Y 为随机变量且 $P\{X\geqslant 0, Y\geqslant 0\}=\frac{3}{7}$，$P\{X\geqslant 0\}=P\{Y\geqslant 0\}=\frac{4}{7}$，

则 $P\{\max(X,Y)\geqslant 0\}=$______________。

2. 设随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布，且 Z=3X-2，则 E(Z)=_____________.

3. 随机变量 X,Y 相互独立且服从同一分布，$P(X=k)=P(Y=k)=(k+1)/3$，$k=0,1$，

则 $P(X=Y)=$ _______.

4. 随机变量 $(X,Y)\sim N(0,1;0,4;\rho)$，已知 $D(2X-Y)=1$，则 $\rho=$ _______.

5. 如果 $A\cup B=A$，且 AB = A，则事件 A 与 B 满足的关系是 ________.

6. 设连续型随机变量 ξ 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x} & x\le 0\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x} & x>0\end{cases}$，则

$P\{|5\xi-2|<3\}=$______。

三（10 分）有 10 盒种子，其中 1 盒发芽率为 90%，其他 9 盒为 20%.随机选取其中 1 盒，从中取出 1 粒种子，该种子能发芽的概率为多少？若该种子能发芽，则它来自发芽率高的 1 盒的概率是多少？

四（10分）. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1\\ 0, & 其\ 他\end{cases}$，求

（1）X,Y的边缘密度函数；　（2）$P(X+Y\le 1)$；

（3）$\mathrm{cov}(X,Y)$

五（10分） 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-2x-y}, & x>0,y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$

求 $Z=\max\{X,Y\}$的密度函数.

六（10 分）某厂生产某产品 1000 件，其价格为 $P=2000$ 元/件，其使用寿命 X（单位：天）的分布密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{20000}e^{-\frac{1}{20000}(x-365)} & x\geq 365\\ 0 & x<365\end{cases}$$

现由某保险公司为其质量进行保险：厂方向保险公司交保费 P_0 元/件，若每件产品若寿命小于 1095 天（3 年），则由保险公司按原价赔偿 2000 元/件. 试利用中心极限定理计算

(1) 若保费 $P_0=100$ 元/件，保险公司亏本的概率？

(2) 试确定保费 P_0，使保险公司亏本的概率不超过1%.

（$e^{-0.0365}\approx 0.96$，$\Phi(1.45)=0.926$，$\Phi(1.61)=0.946$，$\Phi(2.33)=0.99$））

七（12 分）随机变量(X，Y)服从在区域{$0<x<2$，$0<y<1$}上均匀分布。

（1）求(X，Y)的概率密度函数及分布函数

（2）设$\xi = X + Y, \eta = aX + bY$，且$\xi, \eta$不相关，$D\eta = 1$，求 a，b

八（8分） 在桥牌比赛中，将52张牌任意地分给东、南、西、北四家，求在北家的13张牌中：

（1）恰有5张黑桃、5张红心、2张方块、1张梅花的概率

（2）在已知有一张K的情况下，这张K是黑桃的概率

九. 证明题 （7分）

设事件A、B、C同时发生必导致事件D发生，证明：$P(A)+P(B)+P(C)\le 2+P(D)$.