

座位号

专业班级

学院

学号

姓名

(密封线内不答题)

诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

华南理工大学本科生期末考试

《工科数学分析（二）》

2016-2017 学年第二学期期末考试试卷 A 卷

- 注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；
2. 所有答案请直接答在试卷上；
3. 考试形式：闭卷；
4. 本试卷共 6 大题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

得分

一、 填空题：共 5 题，每题 2 分，共 10 分。

1. 函数 $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ 在点 $(1, 1)$ 处沿该点的梯度方向的方向导数为_____；

2. 向量场 $(2x - 3y)\vec{i} + (3x - z)\vec{j} + (y - 2x)\vec{k}$ 的旋度向量为_____；

3. 设 Σ 表示球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 的外侧，则第二类曲面积分

$$\iint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdx dy = \underline{\hspace{2cm}};$$

4. 初值问题 $\begin{cases} y' + y \cos x = e^{-\sin x} \\ y|_{x=0} = 1 \end{cases}$ 的解为_____；

5. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，它在 $(-1, 1]$ 上的表达式 $f(x) = \begin{cases} 2, & -1 < x \leq 0, \\ x^3 + 1, & 0 < x \leq 1, \end{cases}$

则 $f(x)$ 的傅里叶 (Fourier) 级数在 $x = 0$ 处收敛于_____.

1、二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 () ;

- 2、 曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$ 在点 $M(1, 2, 2)$ 处的切线一定平行于 () ;

- 3、 设 D 是一个有界的平面闭区域，其边界曲线 Γ 分段光滑，则下列积分值不等于区域 D 的面积的是（ ）；

- 4、关于未知函数 y 的微分方程 $(y - \sin x)dx + xdy = 0$ 是 () ;

- 5、使得级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$ 条件收敛的常数 p 的取值范围是 ().

- 《工科数学分析(二)》试卷 第 2 页 共 8 页

得分

三、 计算题：共 4 题，每题 7 分，共 28 分.

1. 设函数 $u = f(x, y, z)$ 有连续的偏导数，函数 $y = y(x)$ 和 $z = z(x)$ 分别由方程 $e^{xy} = y$ 和

$e^z = xz$ 确定，计算 $\frac{du}{dx}$.

2. 计算累次积分 $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy$.

3. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是由上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0, R > 0$ 和锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围成的闭区域.

4. 计算第二类曲线积分 $\oint_{\Gamma} xy^2 dy - x^2 y dx$, 其中 Γ 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 取逆时针方向.

四、解答题：共 4 题，每题 8 分，共 32 分.

1. 设二阶常系数线性微分方程 $y'' + \alpha y' + \beta y = -e^x$ 的一个特解为 $y = (1+x)e^x$ ，试确定常数 α, β ，并求该方程的通解.

2. 已知螺旋形弹簧一圈的方程为： $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, $0 \leq t \leq 2\pi$, 其中 a, b 为大于零的常数，且弹簧上各点处的线密度等于该点到 Oxy 平面的距离，求此弹簧的质心坐标.

3. 求上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$ 被柱面 $x^2 + y^2 = ax$ 截下的部分的面积.

4. 将函数 $f(x) = \arctan x$ 展开为 x 的幂级数.

五、证明题：共 2 题，每题 6 分，共 12 分.

1. 设函数 $f(\xi, \eta)$ 具有连续的二阶偏导数，且满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 0$.

证明：函数 $z = f(x^2 - y^2, 2xy)$ 满足 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. 证明：函数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (1-x)x^n$ 在区间 $(0,1)$ 上点态收敛，但不一致收敛.

得分

六、应用题：共 1 题，共 8 分.

求曲线 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$ 上到 Oxy 平面距离最近的点.