

华南理工大学 2005—2006 学年度第 1 学期

《概率论与数理统计》试卷 (2 学分)

(共九大题, 考 2 小时, 2006 年 1 月)

姓名 _____

专业、班级 _____

学院 _____

学号 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

注意: 要求写出演算步骤或证明过程, 只有答案而无过程者一律不给分.

一. (每小题 5 分, 共 15 分)

1. 设事件 A 和 B 互不相容且 $P(A) > 0$, 求 $P(B|A)$.

2. 从 1、2、3、4、5、6 这六个数字中等可能地、有放回地接连抽取两个数字, 求这两个数字不相同的概率.

3. 设 A 和 B 是相互独立的随机事件, $P(A) = 0.3, P(B) = 0.5$, 求 $P(A \cup B)$.

二. (每小题 5 分, 共 15 分)

1. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 其概率分布分别为

$$X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0.5 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}, \quad Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

求 $P(X=Y)$.

2. 设随机变量 ξ 的密度函数为 $f(x) = \frac{a}{x^2+1}$, $(-\infty < x < +\infty)$, 请确定常数 a 并求

$\eta = 2\xi + 1$ 的密度函数.

3. 设随机变量 $\xi \sim B(n, p)$, $E(\xi) = 3$, $D(\xi) = 2.1$, 求 n .

三. (本题 10 分) 盒子里有 12 个球, 其中 5 个白球, 4 个黑球, 3 个红球. 现从盒中随机地不放回地取出 3 个球, 求(1)取到的球中恰好有一个白球和一个黑球的概率; (2)取到的球中至少有一个白球的概率.

四. (本题 10 分) 6 个零件中有 2 个次品, 从中随机地一个个取出进行检查. 检查后不放回, 直到查到次品为止. 用 ξ 表示检查次数, 求 ξ 的概率分布.

五. (本题 10 分) 一袋中有编号分别为 1, 2, 3, 4 的四个球, 现从中随机地同时取出两个球, 以 ξ, η 分别表示取出的两个球中编号较大与较小的号码. (1) 求 (ξ, η) 的联合分布, (2) 判断 ξ, η 是否相互独立; (3) 求 $E(\xi\eta)$.

六. (本题 12 分) 某工厂有 A、B、C 三个车间, 它们生产同样的产品. 三个车间生产的产品分别占全厂总产量的 50%、30%、20%. 已知这三个车间的废品率分别为 3%、4%、1%. (1) 求全厂的废品率; (2) 若检查出某件产品是废品, 则该废品是 A 车间生产的概率是多少?

七. (本题 12 分) 设随机变量的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 求常数 a 的值;
- (2) 求 $E(X)$ 与 $D(X)$;
- (3) 设事件 $A = \{X \leq \frac{2\pi}{3}\}$, $B = \{X \geq \frac{\pi}{4}\}$, 求 $P(A|B)$.

八. (本题 10 分) 在一家保险公司里有 25000 辆汽车参加保险. 每两汽车每年付保管费 240 元. 一年内一辆车出事的概率为 0.001, 若一辆车出事故, 则保险公司赔付 20 万元. 问:

- (1) 保险公司亏本的概率为多大?
 - (2) 保险公司每年的利润不小于 100 万元的概率为多大?
- (注: $\Phi(1) = 0.8413, \Phi(2) = 0.9772, \Phi(3) = 0.9987$)

九. (本题 6 分) 设 A 与 B 是一随机试验的两个事件, $P(A) > 0, P(B) > 0$. 定义随机变量

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{若 } A \text{ 发生} \\ 0, & \text{若 } A \text{ 不发生} \end{cases}, \quad \eta = \begin{cases} 1, & \text{若 } B \text{ 发生} \\ 0, & \text{若 } B \text{ 不发生} \end{cases}$$

试证明: 若 A 与 B 相互独立, 则 ξ 与 η 也相互独立.