



# 第一章 命题逻辑

## 范式与联结词全功能集

郝杰

[haojie@bupt.edu.cn](mailto:haojie@bupt.edu.cn)

北京邮电大学信息安全中心

## 命题公式在等值意义下的一种标准形式

- 仅由有限个命题变项或其否定构成的析取式称为**简单析取式**.
- 仅由有限个命题变项或其否定构成的合取式称为**简单合取式**.

例：单个命题变项或其否定 — 简单析（合）取式  
 $p, \neg q, \neg p \vee \neg q, p \vee \neg q \vee r$  — 简单析取式  
 $p, \neg q, p \wedge \neg q, p \wedge q \wedge \neg r$  — 简单合取式  
 $\neg \neg q, \neg(p \wedge \neg q)$  — 不是简单析（合）取式



## □ 重言式（矛盾式）情形

- 1) 一个简单析取式是重言式当且仅当它同时含某个命题变项和它的否定.
- 2) 一个简单合取式是矛盾式当且仅当它同时含某个命题变项和它的否定.

## 定义

- 仅由有限个简单合取式组成的析取式  $A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_r$  称为**析取范式**，其中 $A_1, A_2, \dots, A_r$ 是简单合取式.
- 仅由有限个简单析取式组成的合取式  $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_r$  称为**合取范式**，其中 $A_1, A_2, \dots, A_r$ 是简单析取式.

例:

$p \wedge \neg q \wedge r, \neg p \vee q \vee \neg r, (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge r)$  — 析取范式

$p \wedge \neg q \wedge r, \neg p \vee q \vee \neg r, (p \vee \neg q) \wedge (q \vee r)$  — 合取范式

**范式**:析取范式与合取范式的统称.



## □ 重言式（矛盾式）情形

- 1) 一个析取范式是矛盾式当且仅当它的每一个简单合取式都是矛盾式.
- 2) 一个合取范式是重言式当且仅当它的每一个简单析取式都是重言式.

## 定理 范式存在定理

□ 任何命题公式都存在着与之等值的析取范式与合取范式.

❖ 求公式 $A$ 的范式的步骤:

(1) 消去 $A$ 中的 $\rightarrow, \leftrightarrow$  (若存在)

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$$

$$A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

(2) 否定联结词 $\neg$ 的内移或消去

$$\neg \neg A \Leftrightarrow A$$

$$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$$

# 范式存在定理



## (3) 使用分配律

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

求合取范式

$$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

求析取范式

**例：**求 $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$ 的析取范式与合取范式

解  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee \neg r$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r$$

析取范式

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r)$$

合取范式

**注意：**公式的析取范式与合取范式不惟一。

## 定义 极小项

- 在含有 $n$ 个命题变项的简单合取式中，若每个命题变项与其否定有且仅有一个出现一次，则称这样的简单合取式为**极小项**。

## 定义 极大项

- 在含有 $n$ 个命题变项的简单析取式中，若每个命题变项与其否定有且仅有一个出现一次，则称这样的简单析取式为**极大项**。

**例：** $n=2$ , 命题变项为  $p, q$  时，

- 极小项：  $\neg p \wedge \neg q, p \wedge \neg q, \dots$
- 极大项：  $\neg p \vee q, \neg p \vee \neg q, \dots$



# 极小项



- 用  $m_i$  表示第  $i$  个极小项，其中  $i$  是该极小项成真赋值的十进制表示。
- 例：由  $p, q$  两个命题变项形成的极小项。

公式	成真赋值	名称
$\neg p \wedge \neg q$	0 0	$m_0$
$\neg p \wedge q$	0 1	$m_1$
$p \wedge \neg q$	1 0	$m_2$
$p \wedge q$	1 1	$m_3$

- 用  $M_i$  表示第  $i$  个极大项，其中  $i$  是该极大项成假赋值的十进制表示。
- 例：由  $p, q$  两个命题变项形成的极大项。

公式	成假赋值	名称
$p \vee q$	0 0	$M_0$
$p \vee \neg q$	0 1	$M_1$
$\neg p \vee q$	1 0	$M_2$
$\neg p \vee \neg q$	1 1	$M_3$

- ❖  $n$ 个命题变项产生 $2^n$ 个极小项和 $2^n$ 个极大项.
- ❖  $2^n$ 个极小项（极大项）均互不等值.
- ❖ 在极小项和极大项中命题变项与其否定通常按下标或字母顺序排列.
- ❖ 用  $m_i$  表示第  $i$  个极小项，其中  $i$  是该极小项成真赋值的十进制表示.
- ❖ 用  $M_i$  表示第  $i$  个极大项，其中  $i$  是该极大项成假赋值的十进制表示.
- ❖  $m_i(M_i)$  称为极小项(极大项)的名称.



## 3个命题构成的极小项与极大项

极小项			极大项		
公式	成真赋值	名称	公式	成假赋值	名称
$\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$	0 0 0	$m_0$	$p \vee q \vee r$	0 0 0	$M_0$
$\neg p \wedge \neg q \wedge r$	0 0 1	$m_1$	$p \vee q \vee \neg r$	0 0 1	$M_1$
$\neg p \wedge q \wedge \neg r$	0 1 0	$m_2$	$p \vee \neg q \vee r$	0 1 0	$M_2$
$\neg p \wedge q \wedge r$	0 1 1	$m_3$	$p \vee \neg q \vee \neg r$	0 1 1	$M_3$
$p \wedge \neg q \wedge \neg r$	1 0 0	$m_4$	$\neg p \vee q \vee r$	1 0 0	$M_4$
$p \wedge \neg q \wedge r$	1 0 1	$m_5$	$\neg p \vee q \vee \neg r$	1 0 1	$M_5$
$p \wedge q \wedge \neg r$	1 1 0	$m_6$	$\neg p \vee \neg q \vee r$	1 1 0	$M_6$
$p \wedge q \wedge r$	1 1 1	$m_7$	$\neg p \vee \neg q \vee \neg r$	1 1 1	$M_7$

## 定义

- 如果公式  $A$  的析取范式中的简单合取式全是极小项，则称该析取范式为**主析取范式**。
- 如果公式  $A$  的合取范式中的简单析取式全是极大项，则称该合取范式为**主合取范式**。

## 定理

- 任何命题公式都存在着与之等值的主析取范式和主合取范式，并且是**唯一**的。

**例：**  $n=3$ , 命题变项为  $p, q, r$  时，

$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \Leftrightarrow m_1 \vee m_3$  是主析取范式

$(p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \Leftrightarrow M_1 \wedge M_5$  是主合取范式



## 求主析取范式的步骤

设公式  $A$  含命题变项  $p_1, p_2, \dots, p_n$

(1) 求  $A$  的析取范式  $A' = B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_s$ , 其中  $B_j$  是简单合取式,  $j=1, 2, \dots, s$

(2) 若某个  $B_j$  既不含  $p_i$ , 又不含  $\neg p_i$ , 则将  $B_j$  展开成

$$B_j \Leftrightarrow B_j \wedge (p_i \vee \neg p_i) \Leftrightarrow (B_j \wedge p_i) \vee (B_j \wedge \neg p_i)$$

重复这个过程, 直到所有简单合取式都是长度为  $n$  的极小项为止

(3) 消去重复出现的极小项, 即用  $m_i$  代替  $m_i \vee m_i$

(4) 将极小项按下标从小到大排列



**例：**求 $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$ 的主析取范式

**解 (1)**  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg r$

$$p \wedge \neg q \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \wedge 1$$

同一律

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \wedge (\neg r \vee r)$$

排中律

$$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$$

分配律

$$\Leftrightarrow m_4 \vee m_5$$

$$\neg r \Leftrightarrow (\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee q) \wedge \neg r$$

同一律, 排中律

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_6$$

分配律

**得**  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r \Leftrightarrow m_0 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6$



## 求主合取范式的步骤

设公式  $A$  含命题变项  $p_1, p_2, \dots, p_n$

(1) 求  $A$  的合取范式  $A' = B_1 \wedge B_2 \wedge \dots \wedge B_s$ , 其中  $B_j$  是简单析取式,  
 $j=1, 2, \dots, s$

(2) 若某个  $B_j$  既不含  $p_i$ , 又不含  $\neg p_i$ , 则将  $B_j$  展开成

$$B_j \Leftrightarrow B_j \vee (p_i \wedge \neg p_i) \Leftrightarrow (B_j \vee p_i) \wedge (B_j \vee \neg p_i)$$

重复这个过程, 直到所有简单析取式都是长度为  $n$  的极大项为止

(3) 消去重复出现的极大项, 即用  $M_i$  代替  $M_i \wedge M_i$

(4) 将极大项按下标从小到大排列





**例：** 求 $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r$ 的主合取范式

**解**  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r \Leftrightarrow (p \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r)$

$$p \vee \neg r \Leftrightarrow p \vee 0 \vee \neg r$$

同一律

$$\Leftrightarrow p \vee (q \wedge \neg q) \vee \neg r$$

矛盾律

$$\Leftrightarrow (p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r)$$

分配律

$$\Leftrightarrow M_1 \wedge M_3$$

$$\neg q \vee \neg r \Leftrightarrow (p \wedge \neg p) \vee \neg q \vee \neg r$$

同一律, 矛盾律

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$$

分配律

$$\Leftrightarrow M_3 \wedge M_7$$

**得**  $\neg(p \rightarrow q) \vee \neg r \Leftrightarrow M_1 \wedge M_3 \wedge M_7$

## (1) 求公式的成真赋值和成假赋值

例如:  $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow r \Leftrightarrow m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$

- 其成真赋值为001, 011, 101, 110, 111
- 其余的赋值 000, 010, 100为成假赋值

类似地, 由主合取范式也可立即求出成假赋值和成真赋值.

## (2) 判断公式的类型

设 $A$ 含 $n$ 个命题变项, 则

□  $A$ 为重言式 $\Leftrightarrow A$ 的主析取范式含 $2^n$ 个极小项

$\Leftrightarrow A$ 的主合取范式为1.

□  $A$ 为矛盾式 $\Leftrightarrow A$ 的主析取范式为0

$\Leftrightarrow A$ 的主合取范式含 $2^n$ 个极大项

□  $A$ 为非重言式的可满足式

$\Leftrightarrow A$ 的主析取范式中至少含一个且不含全部极小项

$\Leftrightarrow A$ 的主合取范式中至少含一个且不含全部极大项

## (3) 判断两个公式是否等值

例 用主析取范式判断下述两个公式是否等值：

(1)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  与  $(p \wedge q) \rightarrow r$

(2)  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  与  $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

解  $p \rightarrow (q \rightarrow r) = m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$

$$(p \wedge q) \rightarrow r = m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow r = m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7$$

故(1)中的两公式等值，而(2)的不等值。



## 定理

□ 设  $m_i$  与  $M_i$  是由同一组命题变项形成的极小项和极大项, 则  $\neg m_i \Leftrightarrow M_i, \neg M_i \Leftrightarrow m_i$ .

## 例:

$$\triangleright \neg m_0 \Leftrightarrow M_0$$

$$\neg(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \Leftrightarrow p \vee q \vee r$$

$$\triangleright m_0 \Leftrightarrow \neg M_0$$

$$\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \Leftrightarrow \neg(p \vee q \vee r)$$



## 由主析取范式求主合取范式

设  $A \Leftrightarrow m_{i_1} \vee m_{i_2} \vee \cdots \vee m_{i_s}$

没有出现的极小项是  $m_{j_1}, m_{j_2}, \cdots, m_{j_t}$ , 其中  $t = 2^n - s$ ,

$$\begin{aligned}\text{于是 } \neg A &\Leftrightarrow m_{j_1} \vee m_{j_2} \vee \cdots \vee m_{j_t} \\ A &\Leftrightarrow \neg(m_{j_1} \vee m_{j_2} \vee \cdots \vee m_{j_t}) \\ &\Leftrightarrow \neg m_{j_1} \wedge \neg m_{j_2} \wedge \cdots \wedge \neg m_{j_t} \\ &\Leftrightarrow M_{j_1} \wedge M_{j_2} \wedge \cdots \wedge M_{j_t}\end{aligned}$$

**例** 求  $A = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$  的主合取范式

$$\begin{aligned}\text{解 } A &\Leftrightarrow m_1 \vee m_3 \vee m_7 \\ &\Leftrightarrow M_0 \wedge M_2 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6\end{aligned}$$

## 定义 联结词全功能集

□ 设  $S$  是一个联结词集合，如果任何  $n(n \geq 1)$  元真值函数都可以由仅含  $S$  中的联结词构成的公式表示，则称  $S$  是**联结词全功能集**。

说明：

- 若  $S$  是联结词全功能集，则任何命题公式都可用  $S$  中的联结词表示。
- 设  $S_1, S_2$  是两个联结词集合，且  $S_1 \subseteq S_2$ 。若  $S_1$  是全功能集，则  $S_2$  也是全功能集。反之，若  $S_2$  不是全功能集，则  $S_1$  也不是全功能集。

## 定理

□  $\{\neg, \wedge, \vee\}$ 、 $\{\neg, \wedge\}$ 、 $\{\neg, \vee\}$ 、 $\{\neg, \rightarrow\}$ 都是联结词全功能集.

## 证明:

- 每一个真值函数都可以用一个主析取范式表示, 故 $\{\neg, \wedge, \vee\}$ 是联结词全功能集.
- $p \vee q \Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$ , 故 $\{\neg, \wedge\}$ 是全功能集.
- $p \wedge q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$ , 故 $\{\neg, \vee\}$ 是全功能集.
- $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ , 故 $\{\neg, \rightarrow\}$ 也是全功能集.



## 定义 与非联结词

- 设  $p, q$  为两个命题, 复合命题 “ $p$  与  $q$  的否定” 称作  $p$  与  $q$  的 **与非式**, 记作  $p \uparrow q$ .
- 即  $p \uparrow q \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$ .
- 符号 “ $\uparrow$ ” 称作**与非联结词**.
- 规定  $p \uparrow q$  为假当且仅当  $p$  和  $q$  的真值都为真, 否则  $p \uparrow q$  为真.

## 定义 或非联结词

- 设  $p, q$  为两个命题, 复合命题 “ $p$  或  $q$  的否定” 称作  $p$  与  $q$  的 **或非式**, 记作  $p \downarrow q$ .
- 即  $p \downarrow q \Leftrightarrow \neg(p \vee q)$ .
- 符号 “ $\downarrow$ ” 称作**或非联结词**.
- 规定  $p \downarrow q$  为真当且仅当  $p$  和  $q$  的真值都为假, 否则  $p \downarrow q$  为假.

□  $\uparrow$  与  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  有下述关系:

$$\diamond \neg p \Leftrightarrow \neg(p \wedge p) \Leftrightarrow p \uparrow p$$

$$\begin{aligned} \diamond p \wedge q &\Leftrightarrow \neg\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(p \uparrow q) \\ &\Leftrightarrow (p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond p \vee q &\Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q) \Leftrightarrow (\neg p) \uparrow (\neg q) \\ &\Leftrightarrow (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q) \end{aligned}$$

□  $\downarrow$  与  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  有下述关系:

$$\diamond \neg p \Leftrightarrow p \downarrow p$$

$$\diamond p \wedge q \Leftrightarrow (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

$$\diamond p \vee q \Leftrightarrow (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$$

## 定理

□  $\{\uparrow\}, \{\downarrow\}$  是联结词全功能集.

例：将公式  $p \wedge \neg q$  化成只含下列各联结词集中的联结词的等值的公式。

(1)  $\{\neg, \vee\}$ ; (2)  $\{\neg, \rightarrow\}$ ; (3)  $\{\uparrow\}$ ; (4)  $\{\downarrow\}$ .

解 (1)  $p \wedge \neg q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q)$ .

(2)  $p \wedge \neg q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \Leftrightarrow \neg(p \rightarrow q)$ .

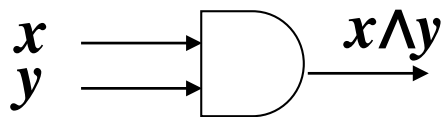
(3)  $p \wedge \neg q \Leftrightarrow p \wedge (q \uparrow q) \Leftrightarrow \neg(\neg(p \wedge (q \uparrow q)))$   
 $\Leftrightarrow \neg(p \uparrow (q \uparrow q)) \Leftrightarrow (p \uparrow (q \uparrow q)) \uparrow (p \uparrow (q \uparrow q))$ .

(4)  $p \wedge \neg q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \downarrow q \Leftrightarrow (p \downarrow p) \downarrow q$ .

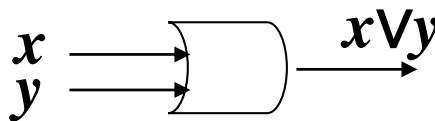
**逻辑门**：实现逻辑运算的电子元件。

**与门, 或门, 非门.**

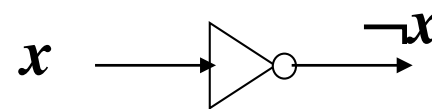
**组合电路**：实现命题公式的由电子元件组成的电路。



与门

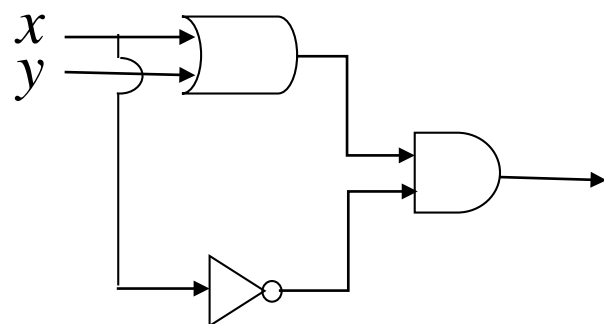


或门

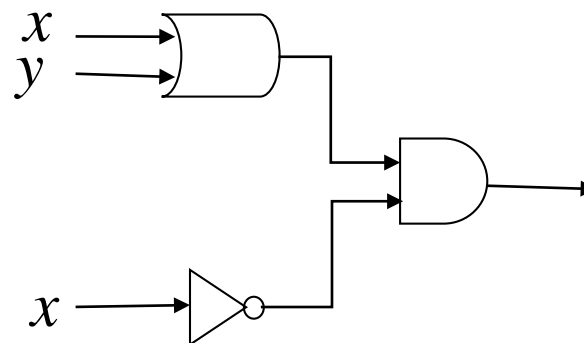


非门

## $(x \vee y) \wedge \neg x$ 的组合电路



第一种画法



第二种画法

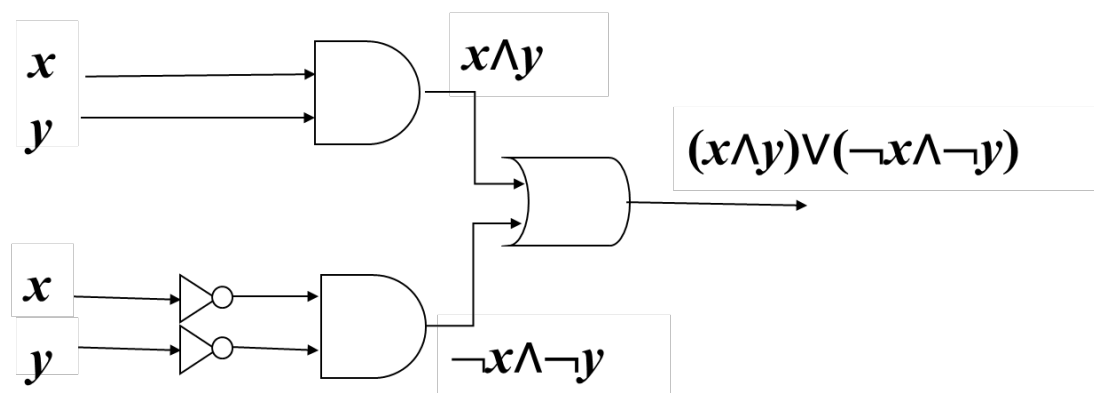
例 楼梯的灯由上下2个开关控制, 要求按动任何一个开关都能打开或关闭灯. 试设计一个这样的线路.

解  $x, y$ : 开关的状态,  $F$ : 灯的状态, 打开为1, 关闭为0.

不妨设当2个开关都为0时灯是打开的.

$x$	$y$	$F(x, y)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$F = m_0 \vee m_3 = (\neg x \wedge \neg y) \vee (x \wedge y)$$







# 设计组合电路

**步骤:** 1. 构造输入输出表(问题的真值函数),  
2. 写出主析取范式,  
3. 化简.

**最简展开式:** 包含最少运算的公式

**例** 当且仅当  $x=y=z=1$  或  $x=y=1$ 且  $z=0$  时输出1.

$$F = m_6 \vee m_7 = (x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z)$$

4个与门, 1个或门和一个非门

$$F \Leftrightarrow x \wedge y \quad \text{一个与门}$$

1. 合并简单合取式生成所有可能出现在最简展开式中的项.
2. 确定最简展开式中的项.

例 求下述公式的最简展开式:

$$\begin{aligned} F = & (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \\ & \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \end{aligned}$$



编号	极小项	角码	标记
1	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1110	*
2	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	1011	*
3	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	0111	*
4	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1010	*
5	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0101	*
6	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	0011	*
7	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0001	*

第一批				第二批		
合并项	项	表示串	标记	合并项	项	表示串
(1,4)	$x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4$	1-10		(3,5,6,7)	$\neg x_1 \wedge x_4$	0- -1
(2,4)	$x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3$	101-				
(2,6)	$\neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$	-011				
(3,5)	$\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_4$	01-1	*			
(3,6)	$\neg x_1 \wedge x_3 \wedge x_4$	0-11	*			
(5,7)	$\neg x_1 \wedge \neg x_3 \wedge x_4$	0-01	*			
(6,7)	$\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_4$	00-1	*			

- 选择(1,4), (2,4)和(3,5,6,7), 或者(1,4), (2,6)和(3,5,6,7).
- 最简展开式为

$$F \Leftrightarrow (x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_4)$$

或

$$F \Leftrightarrow (x_1 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \vee (\neg x_2 \wedge x_3 \wedge x_4) \vee (\neg x_1 \wedge x_4)$$



## □ 作业

➤ 1.12 (2) (3)

➤ 1.13 (2)

## □ 提交时间:

**2018年11月02日**