

文章编号: 1000-4750(2022)10-0161-12

张弦双向网格型单层柱面网壳稳定性及可靠度分析

张中昊^{1,2}, 段皓鹏¹, 于艳春¹, 支旭东², 范 峰²

(1. 东北农业大学水利与土木工程学院, 哈尔滨 150030; 2. 哈尔滨工业大学土木工程学院, 哈尔滨 150090)

摘 要: 在双向网格型单层柱面网壳面外布置弦杆和拉索形成张弦结构体系, 有效地增强了结构的承载能力。该文针对 40 m、50 m、60 m 跨度网壳, 分析了网壳随预应力、矢跨比、初始缺陷以及拉索强度等参数变化对结构静力稳定性能的影响, 并结合 100 m 和 120 m 大跨度网壳算例, 论证了该结构体系的实用性。基于 ANSYS 和 MATLAB 响应面法, 分析了网壳在承载力失效和变形失效两种失效形式下的可靠度, 获得了失效概率、可靠指标及其灵敏度和相关性。结果表明, 布置弦杆和拉索后结构稳定承载力最大可提高 744%。100 m 跨度网壳的稳定承载力的失效概率为 $1.026\ 54 \times 10^{-1}$, 其可靠度相对较低。跨度小于 60 m 网壳的稳定承载力和变形的失效概率极小。网壳中拉索强度是影响结构稳定承载力的主要因素, 大跨度网壳中拉索的影响相对减弱。拉索强度及弦杆内、外径对结构变形均产生一定影响。

关键词: 双向网格; 拉索; 稳定性; 可靠度; 响应面法

中图分类号: TU393.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2021.06.0438

STABILITY AND RELIABILITY ANALYSIS OF TENSION-STRING BIDIRECTIONAL LATTICE MONOLAYER CYLINDRICAL RETICULATED SHELLS

ZHANG Zhong-hao^{1,2}, DUAN Hao-peng¹, YU Yan-chun¹, ZHI Xu-dong², FAN Feng²

(1. School of Water Conservancy & Civil Engineering, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China;

2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: Strings and cables are arranged outside the surface of bidirectional single-layer cylindrical reticulated shells to form a tensile-string structural system, which effectively enhances the strength of the structure. In this paper, the influences of the prestress, span ratio, initial defect and cable strength on the static stability of reticulated shells with spans of 40 m, 50 m and 60 m are analyzed. The practicability of the structural system is demonstrated by examples of reticulated shells with spans of 100 m and 120 m. Based on the response surface method of ANSYS and MATLAB, the reliability of reticulated shells under the failure modes of strength failure and deformation failure was analyzed. The failure probability, reliability index, sensitivity and correlation were obtained. The results show that the maximum stability strength of the structure was increased by 744% after arranging the chords and cables. The failure probability of the stability strength of the 100-m-span reticulated shell is $1.026\ 54 \times 10^{-1}$, and its reliability is relatively low. The stability strength and failure probability of deformation of reticulated shells with spans less than 60 m are very small. The strength of the cable in the

收稿日期: 2021-06-08; 修改日期: 2021-09-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(11902071); 黑龙江省自然科学基金项目(E2018007); 黑龙江省博士后科研启动基金项目(LBH-Q17025); 东北农业大学“学术骨干”项目(54936512)

通讯作者: 于艳春(1984—), 女, 黑龙江人, 讲师, 博士, 主要从事结构系统可靠型及结构冲击动力学研究 (E-mail: yuyanchun@hrbeu.edu.cn)。

作者简介: 张中昊(1980—), 男, 黑龙江人, 副教授, 博士, 硕导, 主要从事大跨空间结构研究 (E-mail: zhangzhonghao1980@163.com);

段皓鹏(2000—), 男, 山西人, 本科生, 主要从事大跨空间结构研究 (E-mail: duanhaopeng2000@163.com);

支旭东(1977—), 男, 黑龙江人, 教授, 博士, 博导, 主要从事大跨空间结构研究 (E-mail: zhixudong@hit.edu.cn);

范 峰(1971—), 男, 安徽人, 教授, 博士, 校长助理, 主要从事大跨空间结构研究 (E-mail: fanf@hit.edu.cn)。

reticulated shell is the main factor affecting the stability of the structure. In large-span reticulated shells, the influence of cables is relatively weak. The tensile strength and the inner and outer diameters of chords have a certain influence on the structural deformation.

Key words: two-way grid; cable; stability; reliability; response surface method

传统的四边形网壳的刚度较低, 稳定性较差, 难以实现大跨度, 随着时代的进步, 柱面网壳结构的跨度越来越大, 形体越来越丰富, 与此同时, 结构稳定性问题日益突出。此外由于结构在设计、施工、使用过程中存在着各种不确定因素, 会直接或间接地影响到结构的稳定, 因此有必要对结构的可靠性进行分析。蔡建国等^[1-2]研究了各种参数对索拉单层柱面网壳的静力稳定性的影响。曹正罡等^[3]对柱面网壳的弹塑性稳定性进行了相关研究, 总结了初始几何缺陷等因素对结构稳定性能的影响规律。马会环等^[4]研究了各个参数变化对铝合金半刚性椭圆抛物面网壳极限承载力的影响规律。殷志祥和李会军^[5]研究了拉索预应力对单层球面网壳的稳定性。董石麟等^[6]研究了蜂窝三撑杆型索穹顶结构的受力特性。冯若强等^[7]提出了一种索支撑空间网格结构的优化方法。薛素铎等^[8]提出了无环索预应力索支结构新体系并分析了其结构特点。SHEKASTEHBAND 等^[9]研究了考虑几何非线性和材料非线性的张拉整体系统对构件逐渐和突然损失的敏感性。CHEN 等^[10]从结构构件和对称子空间两个层次系统地评价了张力结构的刚度贡献。蔡建国和冯健^[11]对张拉结构的多平衡态进行了研究。张中昊等^[12]进行了新型索撑单层球面网壳选型及其预应力张拉模拟研究。陈志华^[13]概述了弦支穹顶结构的结构原理。郭佳民等^[14]分析了不同布索形式对弦支穹顶结构稳定性能的影响。田伟等^[15]提出了一种考虑杆件失稳的网壳结构稳定分析方法。范峰等^[16]分析了考虑杆件失稳对结构稳定性的影响。支旭东等^[17]研究了初始缺陷对球面网壳静力稳定性的影响。陈惠亮等^[18]提出了静力问题结构可靠度的分析方法。肖南等^[19]利用响应面法研究了索杆张力结构在极限状态下的可靠度。陈学前等^[20]研究了响应面法在结构参数灵敏度及可靠度分析中的应用。

为丰富柱面网壳的结构形式, 从力学角度出发, 根据双向网格的特点, 本文通过在柱面网壳面外布置弦杆和拉索形成张弦结构体系, 研究各种参数变化对其稳定承载力的影响, 并分析面、

内外拉索布置下结构在承载力失效及变形失效两种形式下的可靠度, 为工程实际提供理论依据。

1 选型分析及结构建模

1.1 拉索布置方案说明

针对传统的双向网格型单层柱面网壳, 本文提出了一种新型的布索方式, 即在双向网格面内布置对角斜拉索, 面外布置弦杆和拉索形成张弦结构体系的方案, 通过刚性网壳和柔性高强拉索组成刚柔复合型空间结构体系, 以此来提高结构的整体稳定性和刚度。

取 4×4 网格为结构简图对结构拉索布置方案进行说明, 取模型中 2×2 “田” 字形网格作为一个结构单元, 面内布置对角斜拉索, 并在 “田” 字中心关键点下方布置三角形弦杆, 使三角形顶点与 “田” 字中心重合, 将三角形弦杆两端与 “田” 字四角顶点通过四根拉索连接, 形成张弦双向网格型单层柱面网壳结构, 其中每个 “田” 字形结构单元沿双向网格对角线布置, 如图 1 所示。

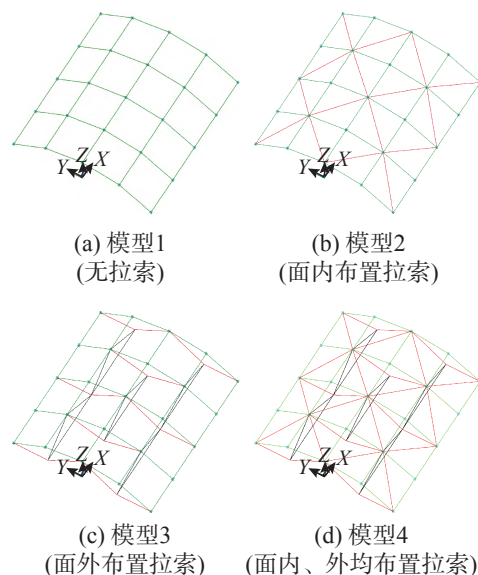


图 1 模型示意图

Fig. 1 Model diagram

1.2 结构建模

本文利用大型通用有限元软件 ANSYS 对结构进行建模和分析, 确定结构建模基本参数: 跨度 B , 矢高 f , 纵向划分网格数 NF_len , 横向划分网

格数 NF_spa 。据此确定柱面网壳的半径 R 和柱面圆心角度 $Angle$ 以及长度 L 分别为:

$$R = \frac{B \times B}{8 \times f} + \frac{f}{2} \quad (1)$$

$$Angle = \arcsin\left(\frac{B}{2 \times R}\right) \quad (2)$$

$$L = 2 \times R \times NF_len \times \sin\left(\frac{Angle}{NF_spa}\right) \quad (3)$$

通过式 (1)~式 (3) 以解得模型关键点坐标位置, 利用循环语句求得关键点坐标矩阵。模型纵、横向杆件及下部弦杆全部采用 $\Phi 146 \times 8$ 的钢管, 面内、面外拉索均采用 $\Phi 20$ 的钢棒, 材料均为 Q345 钢材, 弹性模量为 2.06×10^5 MPa, 密度为 7850 kg/m^3 。对纵边外侧节点施加 x 、 y 、 z 方向的位移约束, 横边外侧节点施加 y 、 z 方向的位移约束。

1.3 分析方法

在进行非线性分析时, 考虑到模型几何非线性和材料非线性以及初始缺陷的影响, 结构中所有刚性杆件全部选用 Beam189 梁单元, 该单元为 3 节点二次有限应变梁, 基于 Timoshenko 梁理论^[12], 适用于线性、大转角, 非线性大应变等情况, 各梁单元之间采用刚性连接; 柔性拉索选用 Link180 杆单元, 该单元具有塑性、大变形、大应变等特性, 模拟拉索时设定为仅在受拉时具有刚度, 各单元铰接于节点; 均布荷载通过 Mass21 质量单元简化为节点集中质量荷载施加在模型各个节点上。

分析应用亨奇-伊柳辛理论^[12], 通过轴向塑性应变 e_x^p 的发展来判定杆件是否屈服, 可以对加载过程中杆件内部的塑性发展情况实现全过程跟踪监测, 加载过程中杆件截面塑性发展判别方程为:

$$e_x^p = \left(\frac{\varepsilon_i}{3\sigma_i} - \frac{1}{2G} \right) S_x \quad (4)$$

式中: ε_i 为应变强度; σ_i 为应力强度; G 为剪切弹性模量; S_x 为应力分量。

结构非线性分析采用广义弧长法^[7], 可以实现结构到达临界点后的屈曲后跟踪, 其约束方程为:

$$\alpha\{(t+\Delta t)\lambda^{(i-1)} - t\lambda\} + \Delta\lambda^{(i)}\}^2 + U^{(i)T}U^i = \Delta L^2 \quad (5)$$

式中: t 为时间; Δt 为时间增量; i 为迭代次数; λ 为荷载因子; $\Delta\lambda$ 为荷载因子增量; ΔL 为荷载的增量弧长; $U^{(i)}$ 为当前位移; $\Delta U^{(i)}$ 为当前位移的迭代增量。

2 结构静力性能及参数化分析

2.1 拉索布置效果分析

为验证该种布索方式对结构稳定性的影响, 取跨度 $B=40 \text{ m}$, 划分网格数为 10×10 , 矢跨比为 $1/5$, 张弦高度为 $f/4$ 的模型进行分析, 求得 4 种模型的荷载-位移全过程曲线和结构在极限状态下变形云图, 验证该种布索方式的有效性及其合理性。

4 种模型的拉索布置方案见表 1, 图 2 给出了 4 种模型的荷载-位移全过程曲线, 可以看出, 模型 4 较模型 1 的极限承载力提高比例为 534%, 表明面内、外均布置拉索对模型的承载力提高明显, 而在面内布置拉索的模型承载力较模型 1 提高比例仅为 26%, 承载力提高并不显著。在位移方面, 模型 1 在极限荷载时对应的位移为 1.028 m , 模型 2、模型 3、模型 4 在极限荷载下的位移分别为 0.441 m 、 0.121 m 、 0.133 m , 可见面内、外拉索的布置可以有效约束结构变形。对比模型 3 和模型 4, 可以发现模型 3 在极限荷载时的位移较模型 4 降低了 9%, 而模型 4 的极限承载力较模型 3 提高了 16%, 另外由于拉索仅为 20 mm 的钢棒, 所以用钢量少, 经济性好, 因此模型 4 应该为该模型的最佳布索方案。

表 1 模型拉索布置方案
Table 1 Cable arrangement of models

模型编号	拉索布置方案	极限荷载/(kN/m ²)	位移/m
模型1	无拉索	0.588	1.028
模型2	面内拉索	0.738	0.441
模型3	面外拉索	3.208	0.122
模型4	面内、外拉索	3.727	0.133

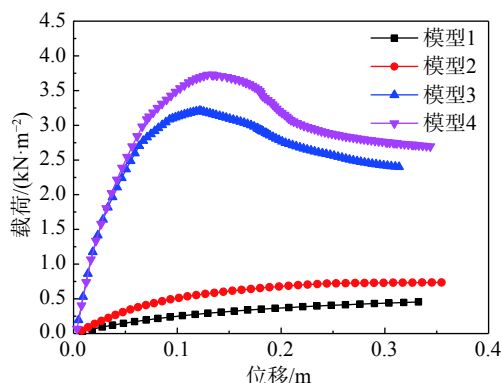


图 2 模型荷载-位移曲线

Fig. 2 Load-displacement curves of the model

图 3 为 4 种模型在极限状态情况下的位移云图, 变形已放大 10 倍以便于观察。可以看出, 4 种

模型的变形均呈现出了中间凹陷而两边凸起的特征, 这表明拉索的布置并未改变模型的变形特点。从模型 3 和模型 4 的云图中可以发现拉索的布置明显降低了结构的位移, 改善了结构的变形, 提高了结构的稳定承载力和刚度。

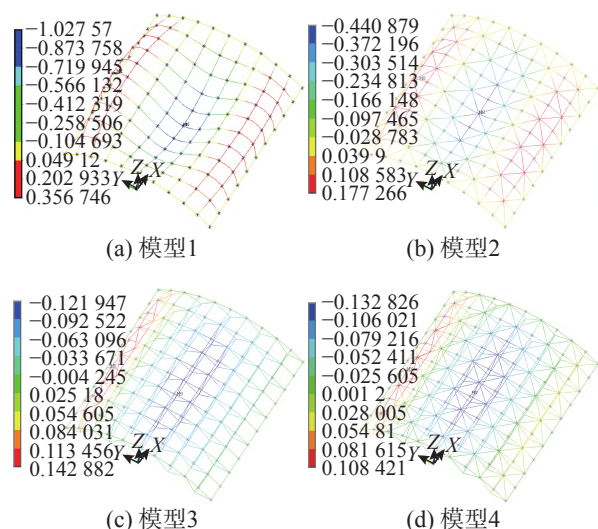


图 3 4 种模型变形分布云图

Fig. 3 Four kinds of model deformation distribution cloud map

2.2 不同参数对静力性能的影响

计算模型的各个参数范围见表 2。

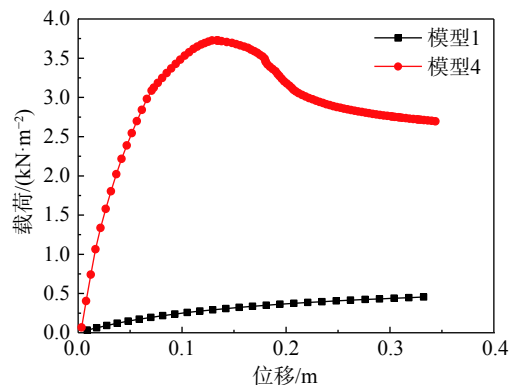
表 2 模型参数
Table 2 Model parameters

参数	取值		
跨度/m	40	50	60
网格数	10×10	12×12	14×14
杆件截面规格/mm	Φ146×8	Φ156×10	Φ166×10
拉索直径/mm	Φ20	Φ20	Φ20
矢跨比	1/4~1/8		
张弦高度/m	1/10f~1/2f		
预应力/kN	30	40	50
初始缺陷	1/250B, 1/300B, 1/500B, 1/700B		
拉索强度/MPa	345, 700, 1000, 1300, 1600		

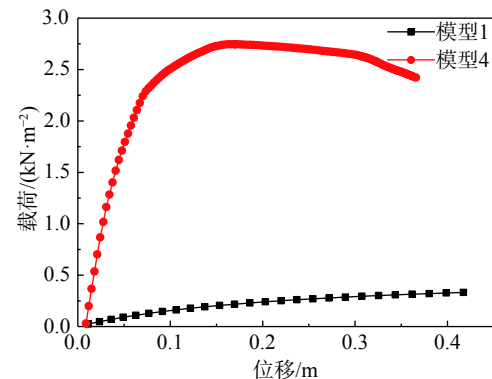
2.2.1 跨度的影响

取 40 m、50 m、60 m 跨度的网壳进行非线性静力求解, 获得各跨度下的结构荷载-位移全过程曲线如图 4 所示。表 3 列出了不同跨度模型在有拉索和无拉索的情况下极限承载力及提高比例情况。

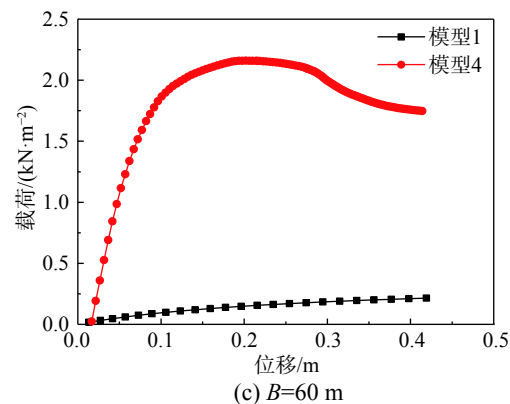
可以发现在 3 种跨度下, 模型 4 较模型 1 的极限承载力提高了 5 倍多, 承载力提升效果显著, 特别是在 60 m 跨度下, 极限承载力提高了



(a) $B=40$ m



(b) $B=50$ m



(c) $B=60$ m

图 4 不同跨度网壳荷载-位移全过程曲线

Fig. 4 Load-displacement curves of shells with different spans

表 3 不同跨度模型极限承载力
Table 3 Critical load of models with different spans

跨度/m	极限承载力/(kN/m²)		提高比例/(%)
	模型1	模型4	
40	0.588	3.727	534
50	0.441	2.746	523
60	0.256	2.160	744

744%, 这表明极限承载力提高比例随模型跨度的增大而增加, 拉索的布置增强了结构的刚度, 该种布索方式可以适用于大跨度空间结构。

2.2.2 拉索预应力的影响

本文采用虚拟温度法^[5]对拉索施加预应力,

此种方法是在结构单元上施加温度荷载来模拟预应力的施加, 预应力计算表达式为:

$$N = EA\alpha_L\Delta T \quad (6)$$

式中: EA 为拉索的抗拉刚度; α_L 为钢材线膨胀系数; ΔT 为温度增量。

取 40 m 跨度, 矢跨比为 1/5 的模型为算例, 并考虑 1/700B 的初始缺陷, 考察模型拉索在施加 0 kN~40 kN 范围内预应力的情况下结构的极限承载力和竖向位移变化情况, 其荷载-位移曲线如图 5 所示, 表 4 给出了施加不同预应力情况下的分析结果。从荷载-位移曲线可以发现, 随着拉索预应力的不断增大, 结构的极限承载力也不断增加, 对应最大位移在不断减小。由表 4 可知, 当施加预应力达到 40 kN 时, 结构的极限承载力与施加 0 kN 预应力相比提高了 7%, 其对应最大位移降低了 25%, 这说明对拉索施加一定的预应力可以增强拉索的效果, 有效地限制结构的变形, 使得结构受力更加均匀, 提高了结构的稳定承载力和刚度。

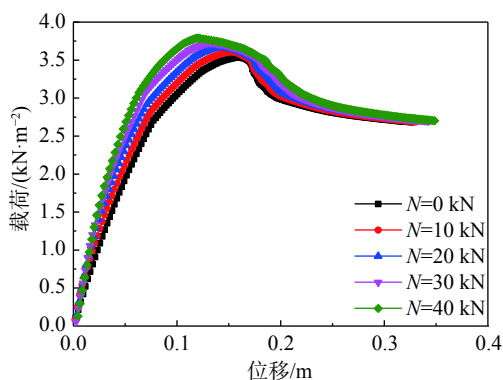


图 5 预应力下结构荷载-位移曲线

Fig. 5 Load-displacement curves under cable prestress

表 4 不同预应力下的分析结果

Table 4 Analysis results of models under different prestresses

预应力/ kN	极限承载力/ (kN·m ⁻²)	极限承载力 提高比例/(%)	最大节点 位移/m
0	3.537	—	0.159
10	3.605	1.91	0.151
20	3.669	3.71	0.143
30	3.730	5.46	0.131
40	3.789	7.11	0.121

图 6 给出了施加预应力后结构的变形分布云图, 变形放大 20 倍以便于观察, 可以看出, 拉索施加预应力之后明显改善了结构的变形, 有效约束了结构两侧外凸和中部凹陷的趋势, 减小了结构的位移, 说明预应力的施加对结构起到了有利

的效果, 但在实际施工中预应力不宜过大, 过大的预应力会使杆件预先产生变形, 对结构不利。

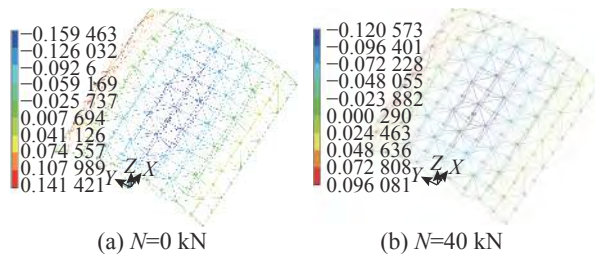


图 6 预应力下网壳变形云图

Fig. 6 Deformation cloud map of reticulated shells under prestress

2.2.3 矢跨比的影响

图 7 给出了 3 种跨度在不同矢跨比下的最大位移变化情况, 可以发现, 这类网壳对矢跨比的变化较敏感。三种跨度均在矢跨比为 1/7 时的最大位移达到最小, 最大位移在矢跨比为 1/4 时达到最大, 尤其对于跨度为 50 m 的网壳, 在矢跨比为 1/4 时结构的最大位移发生突变, 达到了 43.86 cm。因此可以确定矢跨比越大, 拉索作用越弱, 对结构变形就越不利。矢跨比也不宜过小, 这样会使得结构过于扁平, 不能充分发挥柱面结构形式受力的特点。

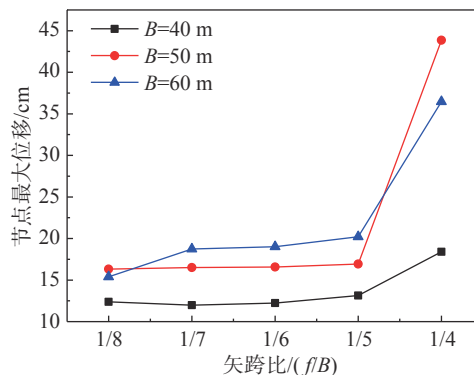


图 7 不同矢跨比下结构节点最大位移变化曲线

Fig. 7 Maximum displacement curves of models with different vector width ratios

2.2.4 初始缺陷的影响

在大跨度结构设计施工中, 初始缺陷是不可避免的, 因此要充分考虑其对结构产生的不利影响。取 40 m 跨度, 矢跨比为 1/5 的网壳模型为算例, 运用特征值缺陷模态法^[17]对结构进行初始缺陷的分析, 将结构的最低阶特征屈曲模态作为初始几何缺陷的最不利分布模式。分别取网壳跨度 B 的 1/250、1/300、1/500、1/700、1/900 作为缺陷值 r , 求解获得结构的荷载-位移曲线如图 8 所

示,可以发现,当 $r/B=1/900$ 时的曲线与无缺陷的曲线基本重合,当缺陷增大到 $r/B=1/500$ 时结构的极限承载力开始下降,结构受初始缺陷影响较明显,说明本文提出的该种布索方案的网壳属于缺陷敏感类结构。

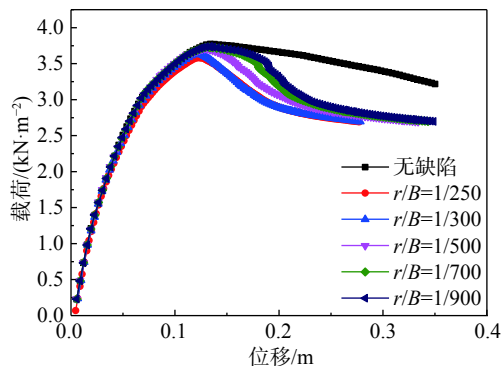


图8 不同初始缺陷下结构的荷载-位移曲线

Fig. 8 Load-displacement curves of models of different degrees of initial imperfection

2.2.5 拉索强度的影响

拉索的强度是影响结构承载力的重要因素,分析结构体系对拉索强度的敏感程度可以有效控制拉索的截面,采用高强度的拉索可以减少用钢量,降低结构自重,对结构的稳定性有利。取40 m跨度的模型进行分析,拉索直径取10 mm,求解获得不同拉索强度下结构的荷载-位移曲线如图9所示,可以发现,随着拉索强度的提高,结构的极限承载力逐渐增大,当拉索强度增大到1600 MPa时,结构的极限承载力提高了81%,可见拉索强度的提高对结构极限承载力的影响显著。

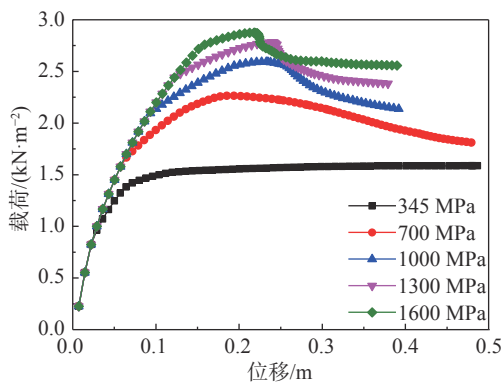


图9 不同拉索强度下的结构-荷载位移曲线

Fig. 9 Load-displacement curves of models of different cable strengths

2.2.6 张弦高度的影响

张弦高度的大小会影响结构的受力和采光以及结构用钢量的多少。取跨度40 m矢跨比为

1/5的网壳为算例进行分析,得到张弦高度在 $(1/10 \sim 1/2)f$ 范围内的极限承载力和用钢量如表5所示。发现结构的极限承载力随张弦高度的增加而增大,用钢量也随之增加,三者呈现出明显的线性正相关趋势,因此张弦高度的大小应考虑工程实际和经济状况。

表5 极限承载力和用钢量随张弦高度变化结果

Table 5 Variation of ultimate strength and amount of steel with height of string

张弦高度	极限承载力/(kN·m ⁻²)	用钢量/t
1/10f	3.5609	49.5427
1/8f	3.5907	49.5497
1/6f	3.6390	49.5624
1/5f	3.6773	49.5737
1/4f	3.7283	49.5923
7/24f	3.7710	49.6094
1/3f	3.8113	49.6280
5/12f	3.8841	49.6690
11/24f	3.9178	49.6914
1/2f	3.9478	49.7152

3 大跨度算例验证

取 $B=100$ m 和 $B=120$ m 大跨度模型对结构进行验证,对应划分网格数分别为 20×20 和 24×24 ,矢跨比为1/5,施加 $1/700B$ 的初始缺陷,张弦高度分别取矢高的1/10和1/12,模型纵、横杆件以及下部弦杆全部采用截面为 $\Phi 325 \times 12$ 的圆钢管,拉索为 $\Phi 20$ 的钢棒。

分析结果如表6所示。可以发现,在100 m跨度下,模型4较模型1的极限承载力提高了260%。极限点的位移也明显减小,从2.819 m减小到0.541 m;当跨度增加到120 m时,结构极限承载力提高更加明显,达到了335%,极限点位移从3.806 m降低到0.326 m。大跨度算例表明拉索的布置可以适用于更大跨度的模型。图10给出了两种大跨度下的结构位移云图,结构变形依然呈现出中间凹陷两边凸起的特点。

表6 大跨度算例分析结果

Table 6 Analysis results of large-span calculation examples

跨度/m	模型编号	极限承载力/(kN/m ²)	提高比例/(%)	位移/m
100	模型1	0.541	—	2.819
	模型4	1.947	260	0.838
120	模型1	0.326	—	3.806
	模型4	1.416	335	1.148

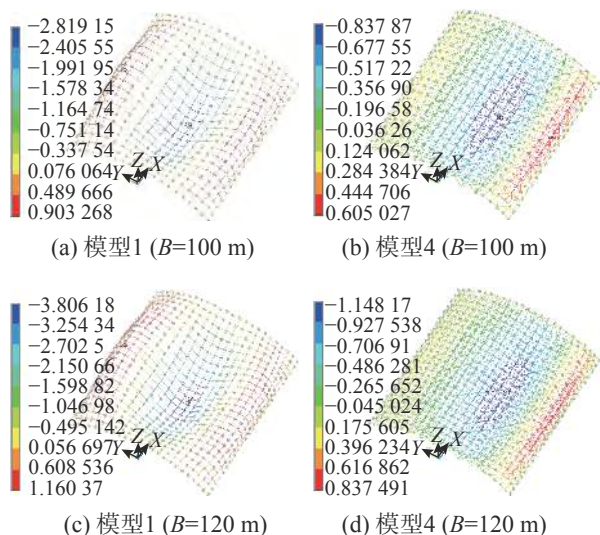


图 10 大跨度模型变形分布云图

Fig. 10 Large-span model deformation distribution cloud map

4 结构可靠度分析

4.1 响应面法

本文采用响应面法实现对结构在极限状态下的可靠性分析。其基本思想是通过一系列试验试图拟合一个响应面近似地表达一个未知函数，当输入变量和输出响应之间存在某种联系时，通过响应面法即可反映这种联系。为了用二次多项式表示的响应面函数更好地去拟合真实的响应函数，本文采用考虑交叉项的二次多项式^[19]：

$$Z = a + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 + \sum_{i < j} d_{ij} x_i x_j \quad (7)$$

式中： a 、 b_i 、 c_i 和 $d_{ij}(i=1,2,\dots,n)$ 为待定系数，对于 n 个变量的响应面函数待定系数的求解是通过 2^n+2n+1 次的有限元分析得到真实功能函数值，然后代入式(7)，线性回归得到响应面函数的系数，最终确定各输出变量的响应面函数。

通过对响应面函数的蒙特卡罗模拟即可获得各输出变量的统计参数。

蒙特卡罗模拟^[21]的基本步骤为：假设结构功能函数为 $Z=g(x)$ ，基本随机变量 X 的联合概率密度函数为 $f(x)$ ，按照 $f(x)$ 对 X 进行随机抽样，用得到的样本值 x 来计算功能函数值 $Z=g(x)$ ， $Z < 0$ 代表结构失效一次，若总共模拟了 N 次， $Z < 0$ 出现了 n 次，于是结构失效概率为 $P_f=n/N$ 。

MATLAB求解可靠指标^[21]过程为：采用ANSYS概率分析模块得到结构的响应面方程可近

似视为极限状态方程，目标函数为：

$$\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(x_i - \mu_{x_i}) / \sigma_{x_i}]^2} \quad (8)$$

式中： β 为可靠指标； x_i 为随机变量； μ_{x_i} 为随机变量的均值； σ_{x_i} 为随机变量的方差， n 为随机变量个数。

约束方程为：

$$\text{s.t. } z = g(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*) = 0 \quad (9)$$

应用MATLAB求解上述约束的优化模型，在得到验算点的可靠度指标后，应用修正公式：

$$x_M = x + (x^* - x) \frac{g(x)}{g(x) - g(x^*)} \quad (10)$$

得到新的验算点，再计算新验算点的可靠度指标，误差标准取0.001，当 $|\beta(k) - \beta(k-1)| < 0.001$ 时停止迭代。

4.2 结构的失效形式

本文考虑结构在承载力失效和变形失效两种失效形式下的可靠度，两种失效形式下的功能函数分别为：

承载力失效下的功能函数：

$$Z_1 = P_{cr} - [P] \quad (11)$$

式中： P_{cr} 为结构的真实抗力； $[P]$ 为按照《网壳结构技术规程》(JGJ-2003)计算所得结构的承载力设计值，即考虑结构几何非线性和材料线弹性，同时施加1/300B的初始缺陷所求得的结构稳定承载力。

变形失效下的功能函数：

$$Z_2 = U_{\min} - [A] \quad (12)$$

式中： U_{\min} 为结构中位移绝对值最大值； $[A]$ 为国家相关规范规定的最大位移限值，计算取 $B/400$ 。

4.3 计算模型和随机变量参数

取40 m、60 m、100 m跨度模型进行可靠度分析。主要随机输入变量有密度，弹性模量，拉索强度，拉索预应力，弦杆内、外径共6个变量，随机变量的统计特性主要参考文献^[21]，各随机输入变量如表7所示。

4.4 求解结果与分析

4.4.1 承载力失效结果分析

利用ANSYS概率分析系统和MATLAB求解获得3种跨度结构在承载力失效形式下的失效概率和可靠指标见表8~表10。

表 7 随机输入变量统计特性
Table 7 Statistic characteristics of input random variables

随机变量	密度(MD)	弹性模量(TM)	拉索强度(LSST)	预应力(LSPR)	弦杆内径(XGNJ)	弦杆外径(XGWJ)
40			1000 MPa	30 kN	0.060 m	0.068 m
跨度/m	7850 kg/m ³	2.06×10 ¹¹ Pa	1200 MPa	40 kN	0.068 m	0.078 m
60			1400 MPa	60 kN	0.1505 m	0.1625 m
100						
变异系数	0.04	0.025	0.19	0.31	0.04	0.04
分布类型	正态分布	对数分布	正态分布	正态分布	正态分布	正态分布

表 8 40 m 跨度承载力失效分析结果
Table 8 Strength failure analysis results of 40 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	1.7280×10 ⁻⁷	5.0967
MATLAB	1.9288×10 ⁻⁷	5.0760

表 9 60 m 跨度承载力失效分析结果
Table 9 Strength failure analysis results of 60 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	9.9987×10 ⁻⁷	4.7535
MATLAB	1.6081×10 ⁻⁶	4.7401

表 10 100 m 跨度承载力失效分析结果
Table 10 Strength failure analysis results of 100 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	1.02654×10 ⁻¹	1.2666
MATLAB	0.5110×10 ⁻¹	1.6344

对于 40 m 和 60 m 跨度, 基于承载力失效形式在 ANSYS 中求解得到结构极限承载力的响应面方程。根据响应面方程可计算出置信水平为 0.95, 极限承载力大于 $[P]$ 的可靠度: 变量均值点作为迭代计算的初始点, 应用 MATLAB 求解可靠度, 迭代计算的结果为可靠指标分别为 $\beta=5.0760$ 和 $\beta=4.7401$ 。由 ANSYS 采用蒙特卡罗抽样法得到样本点, 继而得到失效概率, 根据失效概率和可靠指标的关系由 MATLAB 程序计算出的可靠指标分别为 $\beta=5.0967$ 和 $\beta=4.7535$ 。两种方法计算的结果误差小于 0.5%, 因此可以认为结构在 40 m 和 60 m 跨度下是不会失效的, 跨度小于 60 m 的网壳其承载力和变形的可靠度可以得到保证。但对于 100 m 跨度, 两种算法求得可靠度分别为 $\beta=1.2666$ 和 $\beta=1.6344$, 误差较大, 为 29.04%, 因此, 可以认为结构在 100 m 跨度下的可靠度难以得到保证, 当跨度大于 100 m 时, 拉索的效果会相对减弱。

表 11~表 13 和图 11~图 13 给出了各随机变量

对结构稳定承载力的灵敏度和相关系数以及灵敏度分布图。

表 11 40 m 跨度随机变量与承载力之间的灵敏度和相关系数
Table 11 Sensitivity and correlation coefficient between random variables and strength of 40 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	-2.2897×10 ⁻³	-0.002
弹性模量	TM	3.0048×10 ⁻⁴	0.000
拉索强度	LSST	1.0000	1.000
预应力	LSPR	7.4814×10 ⁻⁴	0.001
弦杆内径	XGNJ	1.4793×10 ⁻³	0.001
弦杆外径	XGWJ	1.1056×10 ⁻³	0.001

表 12 60 m 跨度随机变量与极限承载力之间的灵敏度和相关系数
Table 12 Sensitivity and correlation coefficient between random variables and strength of 60 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	3.1629×10 ^{-5-6.1273}	0.000
弹性模量	TM	-6.1273×10 ⁻⁶	-0.001
拉索强度	LSST	1.0000	1.000
预应力	LSPR	-8.6822×10 ⁻⁵	-0.001
弦杆内径	XGNJ	-1.3959×10 ⁻⁵	-0.001
弦杆外径	XGWJ	1.2766×10 ⁻⁴	0.001

表 13 100 m 跨度随机变量与极限承载力之间的灵敏度和相关系数
Table 13 Sensitivity and correlation coefficient between random variables and ultimate strength of 100 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	-2.2855×10 ⁻³	-0.002
弹性模量	TM	2.2782×10 ⁻¹	0.228
拉索强度	LSST	8.3496×10 ⁻¹	0.835
预应力	LSPR	-5.7176×10 ⁻⁵	-0.000
弦杆内径	XGNJ	-6.1703×10 ⁻²	0.171
弦杆外径	XGWJ	1.7090×10 ⁻¹	-0.062

从灵敏度分析图可以看出在 40 m 和 60 m 跨度下拉索对结构稳定承载力的影响非常显著, 拉索强度是结构极限承载力的主要影响因素, 灵敏

度占比分别为 99.41% 和 99.97%，结构承载力随拉索强度的增加而提高，两者呈现出明显的线性关系。相关系数的正负可以表示变量与结构稳定承载力之间是正相关还是负相关，相关系数的大小可以反映相关性的强弱，可以看出拉索强度与稳定承载力之间的相关性最强，且呈正相关；在 100 m 跨度下，拉索的效果减弱，拉索强度的灵敏度占比为 64.34%。弹性模量和弦杆内、外径的影响加强，灵敏度占比分别为 17.56%、4.75% 和 13.17%。

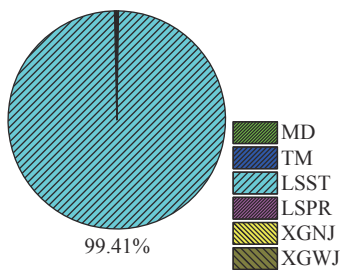


图 11 40 m 跨度承载力的灵敏度分布图
Fig. 11 Sensitivity distribution diagram of ultimate strength of 40 m span

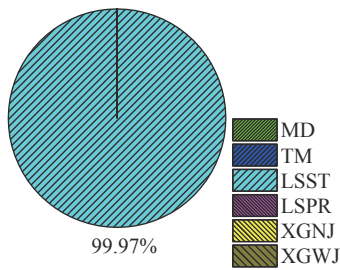


图 12 60 m 跨度极限承载力的灵敏度分布图
Fig. 12 Sensitivity distribution diagram of ultimate strength of 60 m span

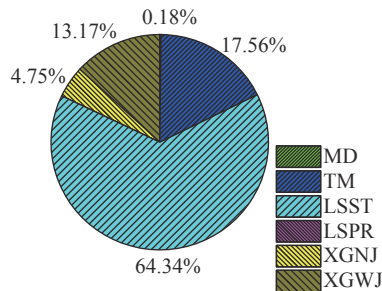


图 13 100 m 跨度极限承载力的灵敏度分布图
Fig. 13 Sensitivity distribution diagram of ultimate strength of 100 m span

4.4.2 变形失效结果分析

表 14~表 16 给出了结构在变形失效形式下 3 种跨度模型的失效概率和可靠指标，表 17~表 19 和图 14~图 16 给出了各随机变量对结构变形的灵敏度和相关系数以及灵敏度分布图。

表 14 40 m 跨度变形失效分析结果

Table 14 Deformation failure analysis results of 40 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	1.0860×10^{-2}	2.2952
MATLAB	1.3211×10^{-2}	2.2197

表 15 60 m 跨度变形失效分析结果

Table 15 Deformation failure analysis results of 60 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	1.1027×10^{-3}	3.0611
MATLAB	1.1000×10^{-3}	3.0588

表 16 100 m 跨度变形失效分析结果

Table 16 Deformation failure analysis results of 100 m span

计算方法	失效概率 P_f	可靠指标 β
ANSYS	1.0000×10^{-285}	36.1035
MATLAB	7.3558×10^{-285}	36.0482

表 17 40 m 随机变量与变形之间的灵敏度和相关系数

Table 17 Sensitivity and correlation coefficient between random variable and displacement of 40 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	-3.1073×10^{-5}	0.000
弹性模量	TM	6.3435×10^{-6}	0.000
拉索强度	LSST	-6.0680×10^{-1}	-0.609
预应力	LSPR	2.3000×10^{-1}	0.230
弦杆内径	XGNJ	3.7376×10^{-1}	0.374
弦杆外径	XGWJ	-3.5829×10^{-1}	-0.358

表 18 60 m 随机变量与变形之间的灵敏度和相关系数

Table 18 Sensitivity and correlation coefficient between random variable and displacement of 60 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	-8.5883×10^{-5}	-0.000
弹性模量	TM	-1.3116×10^{-5}	-0.000
拉索强度	LSST	-6.8008×10^{-1}	-0.672
预应力	LSPR	5.7744×10^{-5}	0.000
弦杆内径	XGNJ	6.0458×10^{-1}	0.586
弦杆外径	XGWJ	-2.6247×10^{-1}	-0.255

表 19 100 m 随机变量与变形之间的灵敏度和相关系数

Table 19 Sensitivity and correlation coefficient between random variable and displacement of 100 m span

随机变量	符号	灵敏度	相关系数
密度	MD	1.3999×10^{-5}	0.000
弹性模量	TM	-2.6060×10^{-1}	-0.261
拉索强度	LSST	-3.5350×10^{-1}	-0.354
预应力	LSPR	1.7989×10^{-1}	0.180
弦杆内径	XGNJ	4.4927×10^{-1}	0.449
弦杆外径	XGWJ	-5.8176×10^{-1}	-0.582

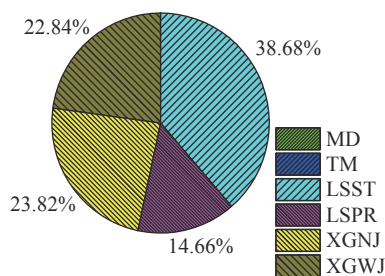


图 14 40 m 变形的灵敏度分布图

Fig. 14 Deformation sensitivity distribution map of 40 m span

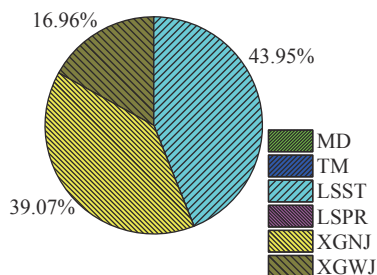


图 15 60 m 变形的灵敏度分布图

Fig. 15 Deformation sensitivity distribution map of 60 m span

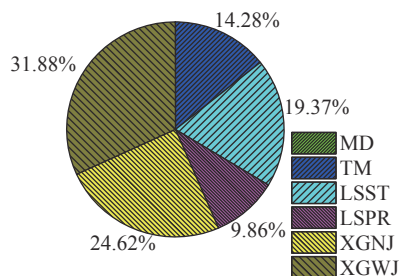


图 16 100 m 变形的灵敏度分布图

Fig. 16 Deformation sensitivity distribution map of 100 m span

基于变形失效形式在 ANSYS 中求解得到结构位移的响应面方程。根据响应面方程通过 MATLAB 迭代可计算出置信水平为 0.95, 变形大于 [4] 的可靠度: 变量均值点作为迭代计算的初始点, 应用 MATLAB 求解可靠度, 迭代计算得到 40 m 和 60 m 跨度下结构变形失效的可靠指标分别为 $\beta=2.2197$ 和 $\beta=3.0588$, 由 ANSYS 采用蒙特卡罗抽样法计算出的结构变形失效的可靠指标分别为 $\beta=2.2952$ 和 $\beta=3.0611$, 结果表明结构在跨度小于 60 m 时的变形失效的可靠度可以满足, 100 m 跨度网壳下两种算法得到结构变形失效的可靠指标分别为 $\beta=36.1035$ 和 $\beta=36.0482$, 结果表明结构在变形失效形式下的可靠度可以得到满足。

结构变形灵敏度分析结果显示在 40 m、60 m 跨度网壳下拉索强度对结构变形的灵敏度占比最大, 分别为 38.68% 和 43.95%, 其次是弦杆内、

外径; 40 m 跨度网壳中拉索预应力会在一定程度上影响结构的变形, 其灵敏度占比为 14.66%, 在 60 m 跨度网壳中拉索预应力对结构的灵敏度不明显。在 100 m 跨度下 6 个随机变量都会对结构变形产生影响, 占比最大为弦杆内、外径, 灵敏度占比分别为 24.62% 和 31.88%。其次是拉索强度、弹性模量和拉索预应力, 灵敏度占比分别为 19.37%、14.28% 和 9.86%。

5 结论

本文根据双向网格单层柱面网壳的受力特性提出了将张弦结构布置在柱面网壳面外的一种新型布索方案。分析了该方案对柱面网壳承载力提高的有效性, 并对其静力稳定性能进行了研究。其次以 40 m、60 m、100 m 跨度网壳为研究对象进行了可靠度分析。

(1) 通过对 4 种模型的对比分析, 论证了张弦结构体系显著增强了结构的刚度, 提高了结构的稳定承载能力。

(2) 当网壳跨度小于 60 m 时, 结构跨度越大, 承载力提高比例越明显, 最大可提高 744%。当跨度在 100 m~120 m 时, 结构承载能力最大可提高 335%, 变形相对减小了 90%, 可见拉索的布置有效限制了结构的变形。

(3) 在考虑初始缺陷的情况下, 结构的极限承载力变化较明显, 说明此类型结构属于缺陷敏感类结构。张弦高度与结构的承载能力呈线性正相关, 但是过大的张弦高度使得结构用钢量增加, 因此实际工程中要考虑经济、合理的耗材。

(4) 40 m 和 60 m 跨度网壳在承载力失效和变形失效两种失效形式下的失效概率极小, 承载力和变形的可靠度可以得到保证。100 m 跨度网壳在承载力失效形式下的失效概率较大, 承载力可靠度相对较低。

(5) 灵敏度结果表明, 针对 40 m 和 60 m 跨度网壳, 拉索强度是影响结构稳定承载力主要因素, 灵敏度占比分别为 99.41% 和 99.97%, 当模型跨度达到 100 m 时, 拉索强度灵敏度占比为 64.34%, 拉索的效果相对减弱。

(6) 拉索强度和弦杆内、外径是影响结构变形的主要因素, 100 m 跨度下弹性模量和拉索预应力也对结构变形产生一定影响。

参考文献:

- [1] 汪凯, 赵耀宗, 冯健, 等. 单层柱面索拉网壳结构静力特性分析[J]. 空间结构, 2010, 16(3): 25 — 29.
WANG Kai, ZHAO Yaozong, FENG Jian, et al. Analysis of static characteristics of single-layer cylindrical cable-stayed reticulated shell [J]. Space Structure, 2010, 16(3): 25 — 29. (in Chinese)
- [2] CAI J G, XU Y X, FENG J, et al. Nonlinear stability of a single-layer hybrid grid shell [J]. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2012, 18(5): 752 — 760.
- [3] 曹正罡, 孙瑛, 范峰, 等. 单层柱面网壳弹塑性稳定性能研究[J]. 土木工程学报, 2009, 42(3): 55 — 59.
CAO Zhenggang, SUN Ying, FAN Feng, et al. Study on the elastoplastic stability of single-layer cylindrical reticulated shell [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2009, 42(3): 55 — 59. (in Chinese)
- [4] 马会环, 余凌伟, 王伟, 等. 铝合金半刚性椭圆抛物面网壳静力稳定性分析[J]. 工程力学, 2017, 34(11): 158 — 166.
MA Huihuan, YU Lingwei, WANG Wei, et al. Static stability analysis of aluminum alloy semi-rigid elliptic parabolic reticulated shell [J]. *Engineering Mechanics*, 2017, 34(11): 158 — 166. (in Chinese)
- [5] 殷志祥, 李会军. 大跨度拉索预应力带肋单层球面网壳的稳定性及应用研究[J]. 工程力学, 2008, 25(8): 48 — 53.
YIN Zhixiang, LI Huijun. Application and stability study on large span prestressed single-layer spherical shell with ribs [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(8): 48 — 53. (in Chinese)
- [6] 董石麟, 陈伟刚, 涂源, 等. 蜂窝三撑杆型索穹顶结构构形和预应力态分析研究[J]. 工程力学, 2019, 36(9): 128 — 135.
DONG Shilin, CHEN Weigang, TU Yuan, et al. Analysis and study on the configuration and prestress state of honeycomb three-strut cable dome structure [J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(9): 128 — 135. (in Chinese)
- [7] 冯若强, 葛金明, 叶继红. 自由曲面索支撑空间网格结构形态优化[J]. 土木工程学报, 2013, 46(4): 64 — 70.
FENG Ruoqiang, GE Jinming, YE Jihong. Optimization of free-form surface cable-supported spatial grid structure [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2013, 46(4): 64 — 70. (in Chinese)
- [8] 薛素铎, 刘人杰, 李雄彦, 等. 无环索预应力索支结构新体系[J]. 空间结构, 2020, 26(4): 15 — 22.
XUE Suduo, LIU Renjie, LI Xiongyan, et al. A new system of prestressed cable-supported structure without loop cables [J]. *Space Structure*, 2020, 26(4): 15 — 22. (in Chinese)
- [9] SHEKASTEBAND B, ABEDI K, CHENAGHLOU M R. Sensitivity analysis of tensegrity systems due to member loss [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2011, 67(9): 1325 — 1340.
- [10] CHEN Y, YAN J Y, FENG J. Stiffness contributions of tension structures evaluated from the levels of components and symmetry subspaces [J]. *Mechanics Research Communications*, 2019, 100: 103401-1 — 103401-7.
- [11] 蔡建国, 冯健. 张拉整体结构的多平衡态研究[J]. 土木工程学报, 2014, 47(10): 32 — 39.
CAI Jianguo, FENG Jian. Study on multi-equilibrium state of tensioned overall structure [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2014, 47(10): 32 — 39. (in Chinese)
- [12] 张中昊, 支旭东, 李奇训, 等. 新型索撑式单层球面网壳选型与预应力张拉模拟研究[J]. 工程力学, 2018, 35(10): 193 — 202, 211.
ZHANG Zhonghao, ZHI Xudong, LI Qixun, et al. Model selection and simulation study of prestressed tension of a new type of cable-supported single-layer spherical reticulated shell [J]. *Engineering Mechanics*, 2018, 35(10): 193 — 202, 211. (in Chinese)
- [13] 陈志华. 弦支穹顶结构体系及其结构特性分析[J]. 建筑结构, 2004(5): 38 — 41.
CHEN Zhihua. Analysis of chord-supported dome structure system and its structural characteristics [J]. *Building Structure*, 2004(5): 38 — 41. (in Chinese)
- [14] 郭佳民, 董石麟, 袁行飞, 等. 布索方式对弦支穹顶结构稳定性能的影响研究[J]. 土木工程学报, 2010, 43(增刊): 9 — 14.
GUO Jiamin, DONG Shilin, YUAN Xingfei, et al. Influence of cable-struts arrangement on stability of suspen-dome [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2010, 43(Suppl): 9 — 14. (in Chinese)
- [15] 田伟, 赵阳, 董石麟. 考虑杆件失稳的网壳结构稳定分析方法[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 149 — 156.
TIAN Wei, ZHAO Yang, DONG Shilin. Stability analysis method of reticulated shell structure considering instability of member [J]. *Engineering mechanics*, 2012, 29(10): 149 — 156. (in Chinese)
- [16] 范峰, 严佳川, 曹正罡. 考虑杆件失稳影响的网壳结构稳定性研究[J]. 土木工程学报, 2012, 45(5): 8 — 17.
FAN Feng, YAN Jiachuan, CAO Zhenggang. Research on the stability of reticulated shells considering the influence of member instability [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(5): 8 — 17. (in Chinese)
- [17] 支旭东, 李文亮, 范峰, 等. 初始缺陷模式对单层球面网壳静力稳定性的影响[J]. 空间结构, 2021, 27(1): 9 — 15.
ZHI Xudong, LI Wenliang, FAN Feng, et al. The influence of initial defect mode on the static stability of single-layer spherical reticulated shell [J]. *Space Structure*, 2021, 27(1): 9 — 15. (in Chinese)
- [18] 陈惠亮, 张明, 朱焜, 等. 基于ANSYS的静力问题结构可靠性分析方法[J]. 计算机辅助工程, 2013, 22(2): 51 — 54.
CHEN Huiliang, ZHANG Ming, ZHU Kun, et al. The structural reliability analysis method for static problems

- based on ANSYS [J]. *Computer Aided Engineering*, 2013, 22(2): 51 — 54. (in Chinese)
- [19] 肖南, 杨逢春, 赵文争. 基于响应面法索杆张力结构的可靠度研究[J]. *深圳大学学报 (理工版)*, 2014, 31(2): 179 — 186.
XIAO Nan, YANG Fengchun, ZHAO Wenzheng. Reliability study of cable rod tension structure based on response surface method [J]. *Journal of Shenzhen University (Science and Technology Edition)*, 2014, 31(2): 179 — 186. (in Chinese)
- [20] 陈学前, 肖世富, 刘信恩. 响应面法在结构参数灵敏度及可靠性分析中的应用[J]. *力学与实践*, 2012, 34(3): 32 — 35.
CHEN Xueqian, XIAO Shifu, LIU Xinen. Application of response surface method in the analysis of structural parameter sensitivity and reliability [J]. *Mechanics in Engineering*, 2012, 34(3): 32 — 35. (in Chinese)
- [21] 张帅. 单层网壳结构稳定性研究及可靠度分析[D]. 天津: 天津大学, 2012.
ZHANG Shuai. Stability research and reliability analysis of single-layer reticulated shell structure [D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)

(上接第 151 页)

- [24] DE LAUTOUR O R, OMENZETTER P. Prediction of seismic-induced structural damage using artificial neural networks [J]. *Engineering Structures*, 2009, 31(2): 600 — 606.
- [25] LAGAROS N D, PAPADRAKAKIS M. Neural network based prediction schemes of the nonlinear seismic response of 3D buildings [J]. *Advances in Engineering Software*, 2012, 44(1): 92 — 115.
- [26] MORFIDIS K, KOSTINAKIS K. Approaches to the rapid seismic damage prediction of R/C buildings using artificial neural networks [J]. *Engineering Structures*, 2018, 165: 120 — 141.
- [27] OZMEN H B. Developing hybrid parameters for measuring damage potential of earthquake records: Case for RC building stock [J]. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2017, 15(7): 3083 — 3101.
- [28] DONG Y F, LI Y M, LAI M, et al. Nonlinear structural response prediction based on support vector machines [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 311(3/4/5): 886 — 897.
- [29] ÇEVIK A, KURTOĞLU A E, BILGEHAN M, et al. Support vector machines in structural engineering: A review [J]. *Journal of Civil Engineering and Management*, 2015, 21(3): 261 — 281.
- [30] 刘亭亭, 于晓辉, 吕大刚. 地震动多元强度参数主成分与结构损伤的相关性分析[J]. *工程力学*, 2018, 35(8): 122 — 129, 137.
LIU Tingting, YU Xiaohui, LÜ Dagang. Analysis of correlation between principal components of multivariate earthquake intensity measures and structural damage [J]. *Engineering Mechanics*, 2018, 35(8): 122 — 129, 137. (in Chinese)
- [31] 刘亭亭, 于晓辉, 吕大刚. RC框架基于典型相关分析的地震动多元破坏势评估[J]. *土木工程学报*, 2019, 52(1): 27 — 36, 107.
LIU Tingting, YU Xiaohui, LÜ Dagang. Multivariate damage potential estimation of earthquake ground motions for RC frames based on canonical correlation analysis [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2019, 52(1): 27 — 36, 107. (in Chinese)
- [32] LIU T T, YU X H, LV D G. An approach to develop compound intensity measures for prediction of damage potential of earthquake records using canonical correlation analysis [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2020, 24(11): 1747 — 1770.
- [33] JOHNSON R A, WICHERN D W. Applied multivariate statistical analysis [M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [34] ASCE/SEI 7-16, Minimum design loads for buildings and other structures [R]. Reston, VA: ASCE, 2017.
- [35] YAZGAN U, DAZIO A. Simulating maximum and residual displacements of RC structures: II. Sensitivity [J]. *Earthquake spectra*, 2011, 27(4): 1203 — 1218.
- [36] IBARRA L F, MEDINA R A, KRAWINKLER H. Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2005, 34(12): 1489 — 1511.
- [37] CHRISTOPOULOS C, FILIATRAULT A, FOLZ B. Seismic response of self-centering hysteretic SDOF systems [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2002, 31(5): 1131 — 1150.
- [38] PEARSON K. Notes on the history of correlation [J]. *Biometrika*, 1920, 13(1): 25 — 45.
- [39] 朱瑞广, 吕大刚. 基于Copula函数的主余震地震动强度参数相关性分析[J]. *工程力学*, 2019, 36(2): 114 — 123.
ZHU Ruiguang, LÜ Dagang. Copula-based correlation analysis of intensity measures of mainshock-aftershock ground motions [J]. *Engineering Mechanics*, 2019, 36(2): 114 — 123. (in Chinese)