

The background of the cover features a close-up, slightly blurred image of a vintage radio receiver. A prominent dial with frequency markings (100, 102, 104, 106, 1200, 1400) is visible on the left. To the right, a cylindrical component is labeled "LOW FILTER". The overall color scheme is a mix of warm and cool tones, with a dark blue horizontal band across the middle.

Radiocomunicación

Carlos Crespo Cadenas

PEARSON
Prentice
Hall

Radiocomunicación

Radiocomunicación

Carlos Crespo Cadenas

Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones

Universidad de Sevilla



Madrid • México • Santafé de Bogotá • Buenos Aires • Caracas • Lima • Montevideo
San Juan • San José • Santiago • São Paulo • White Plains

Carlos Crespo Cadenas
RADIOCOMUNICACIÓN

PEARSON EDUCACIÓN, S.A. 2008
ISBN: 978-84-8322-408-3

Materia: Telecomunicación, 621.39
Formato: 195 X 250 mm Páginas: 212

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual (*arts. 270 y sgts. Código Penal*).

DERECHOS RESERVADOS

© **2008, PEARSON EDUCACIÓN S.A.**

Ribera del Loira, 28
28042 Madrid (España)

RADIOCOMUNICACIÓN

Carlos Crespo Cadenas

ISBN: 978-84-8322-408-3

Deposito Legal:

PRENTICE HALL es un sello editorial autorizado de PEARSON EDUCACIÓN S.A.

Equipo editorial:

Editor: Miguel Martín-Romo

Técnico editorial: Marta Caicoya

Equipo de producción:

Director: José A. Clares

Técnico: Diego Marín

Diseño de cubierta: Equipo de diseño de Pearson Educación S.A.

Composición:

Impreso por:

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN
Este libro ha sido impreso con papel y tintas ecológicos

Nota sobre enlaces a páginas web ajenas: Este libro puede incluir enlaces a sitios web gestionados por terceros y ajenos a PEARSON EDUCACIÓN S.A. que se incluyen sólo con finalidad informativa. PEARSON EDUCACIÓN S.A. no asume ningún tipo de responsabilidad por los daños y perjuicios derivados del uso de los datos personales que pueda hacer un tercero encargado del mantenimiento de las páginas web ajenas a PEARSON EDUCACIÓN S. A y del funcionamiento, accesibilidad o mantenimiento de los sitios web no gestionados por PEARSON EDUCACIÓN S.A. Las referencias se proporcionan en el estado en que se encuentran en el momento de publicación sin garantías, expresas o implícitas, sobre la información que se proporcione en ellas.

We remember:

10 % of what we read

20 % of what we hear

30 % of what we see

50 % of what we hear and see

70 % of what we discuss with others

80 % of what we experience by doing

95 % of what we teach to others

PRÓLOGO

Este texto pretende contribuir al estudio de la asignatura *Radiación y Radiocomunicación* que se imparte dentro de la titulación de Ingeniero de Telecomunicación en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla. Su redacción se ha apoyado tanto en la docencia de dicha asignatura durante los últimos años como en mi experiencia de más de 12 años en trabajos de investigación y desarrollo, nueve de ellos en el Departamento de Radiocomunicación del Laboratorio Central de Telecomunicaciones de La Habana, Cuba.

La selección de cada uno de los capítulos y de los apartados la he realizado teniendo en mente dos objetivos. Primero, cumplir con los descriptores de la asignatura, o sea, con los requisitos mínimos que se exigen a un Ingeniero de Telecomunicación graduado en cualquier Universidad española. Segundo, desarrollar los temas apelando a la Física, el razonamiento y la lógica, utilizando solamente las herramientas matemáticas necesarias de manera que, partiendo de los conocimientos adquiridos en el primer ciclo de su carrera, el estudiante aprehenda las ideas fundamentales para el diseño de los sistemas de comunicaciones inalámbricas. Tampoco es trivial ni causa del azar la selección de la bibliografía referenciada: he consultado muchos libros y he seleccionado los que de una forma más asequible para el estudiante complementan la materia impartida en la asignatura. De esta forma, los contenidos expuestos en estos apuntes definen el mínimo y el máximo exigibles al alumno de Radiación y Radiocomunicación en la Universidad de Sevilla. En esta versión he añadido en cada capítulo un apartado compuesto por algunos de los ejercicios teóricos y los problemas que he propuesto en los exámenes hasta el curso 2000-2001 y que también forman parte del boletín de problemas de la asignatura. Representan cuestiones típicas que se han venido utilizando en la evaluación del aprovechamiento de la materia.

Al cabo de varios años de trayecto mi sentimiento sobre este trabajo es matizable. Por un lado, me puedo sentir satisfecho con este documento porque no es fruto de la trasposición mecánica de ideas de otro libro, sino de la búsqueda bibliográfica a la que me he referido y además, muy importante, a mi experiencia personal con cerca de 10 años realizando labores de Ingeniero de Diseño en un Departamento de Radiocomunicaciones. Es esa visión de la experiencia práctica, basada en una formación académica rigurosa, la que me gustaría lograr transmitir al lector, al menos en parte. También me agrada saber que esta recopilación de temas de Radio ha servido durante los dos últimos lustros a formar Ingenieros de Telecomunicación, muchos de ellos profesores actuales en nuestro Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. Incluso me ha sido

útil en la coordinación de los profesores de Radiación y Radiocomunicación, y los mismos profesores han tenido en este material una ayuda que les ha orientado para preparar su docencia en la asignatura. De entre ellos quisiera destacar tanto a Javier Reina, que trabajó conmigo de forma eficaz y leal, y contribuyó de manera significativa a la consolidación de esta asignatura, añadiendo a nuestra colección de problemas la recopilación minuciosa de ejercicios de otras universidades, lo que hoy se edita como boletín de problemas, como a los actuales profesores que se esmeran día a día en su labor. Si en algo he contribuido a su motivación por la enseñanza de la Radiocomunicación, en ese aspecto me puedo sentir satisfecho.

Para perfeccionar este documento he debido dedicar un tiempo adicional compartiendo su confección con la absorbente docencia directa a la que me he enfrentado en estos años. A pesar de ello, la primera versión apareció durante los cursos 1997/1998 tomando como base los viejos apuntes de un curso de postgrado que impartí a ingenieros de radiocomunicación durante el año 1984. A partir del manuscrito confeccioné un embrión de apuntes con las figuras correspondientes en formato Word, aunque sólo para los primeros capítulos y de forma incompleta. Hice un mecanografiado posterior a Latex en el que también algunos estudiantes contribuyeron de forma voluntaria confeccionando varias figuras. Es de destacar la profesional contribución de Alejandro Raigón Muñoz, estudiante del curso 2002/2003, tanto en la ampliación de la mecanografía del texto en Latex a partir de los originales en Word, como de la confección de las nuevas figuras propuestas. En el curso 2004/2005 pude mejorar algunos aspectos del escrito en cuanto a la claridad de la redacción y de las figuras y en la corrección de algunas ecuaciones. También quiero agradecer la gentileza de antiguos alumnos, en particular a Ricardo Borrero, que me han permitido incluir fotos de los dispositivos que desarrollaron en el marco de sus Proyectos de Fin de Carrera. El proceso de depuración se ha desarrollado interactivamente durante las clases teóricas de cada curso y aprovecho la ocasión para agradecer su interés a todos los estudiantes que en su momento detectaron y me comunicaron alguna imprecisión. Aunque espero que ya queden muy pocas, cualquier errata que se encuentre, agradecería que me la comunicaran a la dirección *ccrespo@us.es*.

Carlos Crespo Cadenas
Sevilla, septiembre de 2007

Índice general

Prólogo	I
1. Introducción	1
1.1. Los sistemas inalámbricos modernos	1
1.2. Breve reseña histórica	3
1.3. Canales de Radio	8
1.3.1. El canal de propagación	8
1.3.2. El canal de radio	8
1.3.3. El canal de modulación	8
1.3.4. El canal digital	9
1.4. Bandas de frecuencia	9
2. Antenas	15
2.1. Introducción	15
2.2. Radiación de un elemento de corriente	16
2.3. Parámetros de la antena	19
2.3.1. Patrón de radiación	19
2.3.2. Ganancia directiva, directividad y ganancia de una antena . . .	20
2.3.3. Resistencia de radiación	23
2.3.4. Ancho del haz a 3 dB	23
2.4. Otros dipolos lineales. Dipolo de $\lambda/2$	24
2.4.1. Dipolo corto real	24
2.4.2. Dipolo de $\lambda/2$	25
2.4.3. Dipolo de longitud arbitraria ℓ	29
2.4.4. Radiación de una espira de corriente	30
2.5. Antenas en recepción	31
2.5.1. Igualdad de los patrones direccionales	32
2.5.2. Igualdad de las impedancias de antena en transmisión y en re- cepción	34
2.5.3. Igualdad de las longitudes efectivas	34
2.5.4. Polarización	35
2.5.5. Área efectiva	36
2.6. Impedancia de una antena	36

2.6.1.	Circuito equivalente de una antena	37
2.6.2.	La antena como línea de transmisión	39
2.7.	Arrays lineales	41
2.7.1.	Multipliación de patrones	43
2.8.	Antenas próximas al suelo	44
2.8.1.	Monopolo de $\lambda/4$	47
2.8.2.	Transmisión en presencia de un plano conductor	47
2.9.	Antenas prácticas	49
2.9.1.	Baluns	49
2.9.2.	Dipolo doble	49
2.9.3.	Antenas para VHF	51
2.9.4.	Antenas para UHF y SHF	52
2.10.	Fórmula de transmisión de Friis	55
2.10.1.	Ecuación radar	56
3.	Subsistemas de radio	61
3.1.	Circuitos básicos	61
3.1.1.	Circuitos adaptadores de impedancia	61
3.1.2.	Filtros	63
3.2.	Amplificadores	66
3.3.	Osciladores y sintetizadores	73
3.3.1.	Sintetizadores con PLL	76
3.4.	Mezcladores	79
3.4.1.	Especificaciones de un mezclador	81
3.4.2.	Problemas inherentes a un mezclador en un receptor	82
3.4.3.	Circuitos mezcladores	83
3.4.4.	Multiplificadores de frecuencia	86
3.5.	Moduladores y demoduladores	87
3.5.1.	Moduladores de amplitud (AM)	88
3.5.2.	Moduladores de ángulo	92
3.5.3.	Modulación de fase (PM)	93
3.5.4.	Modulación de frecuencia (FM)	93
3.6.	Receptores integrados	98
4.	Ruido	103
4.1.	Introducción	103
4.2.	Ruido térmico	104
4.3.	Ruido en antenas receptoras	107
4.4.	Ruido en diodos y transistores	109
4.4.1.	Temperatura efectiva de ruido	110
4.4.2.	Factor de ruido	112
4.4.3.	Relación entre la temperatura efectiva de ruido y el factor de ruido	112

4.4.4.	Factor de ruido de varias redes en cascada	113
4.4.5.	Optimización del ruido de un amplificador	115
4.4.6.	Temperatura de ruido de un sistema	116
4.5.	Ruido en osciladores y mezcladores	118
4.5.1.	Ruido en osciladores	118
4.5.2.	Ruido en mezcladores	120
4.6.	Detección de una señal en presencia de ruido	122
4.6.1.	Detección de una señal sinusoidal en presencia de ruido gaussiano	125
4.7.	Ruido en receptores	127
4.7.1.	Receptores de AM	127
4.7.2.	Receptores de FM	130
4.7.3.	Pre-énfasis y de-énfasis en FM	133
5.	Radio digital	137
5.1.	Introducción a la Modulación Digital	137
5.1.1.	Codificación de fuente	138
5.1.2.	Codificación de canal	140
5.1.3.	Señales de control y acceso múltiple por división en tiempo (TD-MA)	140
5.2.	Modulación lineal sin memoria	141
5.2.1.	Representación de señales moduladas digitalmente	141
5.2.2.	Espectro de la señal de radio digital	143
5.2.3.	Conformado del pulso	144
5.2.4.	Modulación QPSK	146
5.2.5.	Modulación M-QAM	149
5.2.6.	Receptor de radio digital para señales sin memoria	153
5.3.	Modulación GMSK	154
5.3.1.	Modulación MSK	156
5.3.2.	Modulación GMSK	156
5.3.3.	Receptor para señales GMSK	160
5.4.	Otras Técnicas de Modulación	162
5.4.1.	Modulación OQPSK	162
5.4.2.	Modulación $\pi/4$ -DQPSK	162
5.5.	Sensibilidad de un receptor digital	164
6.	Transmisores y receptores	169
6.1.	Introducción	169
6.2.	Características del transmisor	169
6.2.1.	Características del transmisor en radiofrecuencia	170
6.2.2.	Características del transmisor en audiofrecuencia (o calidad del servicio)	172
6.3.	Características del receptor	174

6.3.1.	Características del receptor en radiofrecuencia	174
6.3.2.	Características del receptor en audiofrecuencia (o calidad del servicio o de la recepción)	178
6.4.	Respuestas espurias	179
6.5.	Características de los Transceptores Digitales Modernos	180
6.5.1.	Características de los transmisores digitales	181
6.5.2.	Características de los receptores digitales	185
6.6.	Ejemplo de transmisor y receptor	187

Índice de figuras

1.1. Nuevos sistemas de radiocomunicación.	2
1.2. Comunicación elemental por radio	4
1.3. Receptor homodino	4
1.4. Ejemplo de receptor heterodino: el autodino.	5
1.5. Receptor homodino.	5
1.6. Esquema básico de un receptor superheterodino.	6
1.7. Esquema básico de un transmisor de radio.	7
1.8. Tipos de canal en Radiocomunicaciones.	9
1.9. Espectro radioeléctrico.	11
1.10. (Fig. 130.)	12
1.11. (Fig. 131.)	13
1.12. Julio Cervera trabajó con Marconi en Londres. A su regreso a España desarrolló los principios de la radiotelefonía.	13
2.1. Elemento de corriente.	17
2.2. Patrón de radiación del dipolo elemental representado en tres dimensiones.	20
2.3. Patrón de radiación del dipolo elemental comparado con el patrón de una antena isótropa. a) Plano E y b) Plano H	21
2.4. Distribución de corriente en un dipolo considerado como línea de transmisión: (a) Línea de transmisión. (b) Dipolo lineal. (c) Distribución uniforme. (d) Distribución lineal.	24
2.5. Dipolo lineal de $\lambda/2$ con distribución de corriente sinusoidal.	26
2.6. Patrón de radiación de un dipolo $\lambda/2$ (línea continua), de un dipolo herciano (línea de trazos) y de una antena isótropa (línea de puntos).	28
2.7. Resistencia y reactancia de un dipolo en función de su longitud. a : radio del elemento en longitudes de onda.	29
2.8. Patrones de radiación normalizados de dipolos lineales con diferentes longitudes (a) $\ell = \lambda/2$, (b) $\ell = \lambda$, (c) $\ell = 3\lambda/2$, (d) $\ell = 2\lambda$	30
2.9. Análisis de las antenas como circuitos lineales y recíprocos.	32
2.10. Medida de los patrones de radiación y de recepción de una antena.	33
2.11. Efecto de la polarización de una antena.	35

2.12. Admitancia de la antena modelada como un circuito RLC -serie. (a) Circuito equivalente de la antena, (b) Admitancia con R constante (c) Admitancia con R dependiente de la frecuencia.	38
2.13. Antena cónica. Su impedancia característica Z_0 es constante.	39
2.14. Array de dos dipolos lineales perpendiculares al plano del papel.	41
2.15. Varios patrones de radiación de dos elementos omnidireccionales de acuerdo a su separación y desfase.	42
2.16. Multiplicación de patrones.	44
2.17. Array con patrón sin lóbulos secundarios.	44
2.18. Dipolo vertical en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).	45
2.19. Patrón de radiación del dipolo vertical en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).	45
2.20. Dipolo horizontal en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).	46
2.21. Variación de la resistencia de radiación del Dipolo de $\lambda/2$ con la altura respecto al plano conductor.	46
2.22. Antena monopolo.	47
2.23. Transmisión en presencia de un plano conductor. Las torres de las antenas están separadas una distancia d	48
2.24. Línea coaxial desbalanceada alimentando un dipolo lineal mediante un BALUN.	50
2.25. Dipolo doble. Desarrollo de su funcionamiento a partir de un dipolo de $l = \lambda$ con una distribución hipotética de corriente.	50
2.26. Antena Yagi-Uda.	51
2.27. Antena periódica-logarítmica.	53
2.28. Antena de parche de microstrip a 5 GHz. (Foto cedida por el Grupo de Sistemas de Radiocomunicación)	53
2.29. Antena de bocina. (www.ahsystems.com/catalog/data/info/oc574.jpg)	54
2.30. Antena de bocina construida para el Proyecto de Fin de Carrera. Foto cedida por Ricardo Borrero, autor del PFC.	54
2.31. Antena parabólica.	55
3.1. Circuito resonante con divisor capacitivo.	62
3.2. Transformador doblemente sintonizado con $L_1 = L_2 = 50 \text{ nH}$, $C_1 = C_2 = 22 \text{ pF}$, $R_p = R_s = 500 \Omega$	62
3.3. Respuesta en frecuencia para diferentes acoplamientos.	63
3.4. Respuesta en frecuencia tipo Butterworth ($n = 1$).	64
3.5. Filtro duplexor.	65
3.6. Circulador.	65
3.7. El circuito tanque LC , en paralelo con R_t , eliminará todos los armónicos distintos del primero. Por otro lado, colocando un condensador a la salida, eliminaríamos la componente continua.	67
3.8. Amplitud relativa de los armónicos: $2I_n(x)/I_0(x)$	68

3.9. Amplitud relativa de los armónicos superiores respecto al fundamental: $I_n(x)/I_1(x)$	69
3.10. Determinación teórica del punto de intercepción a la salida. Sobre la gráfica se indica también R_d para el valor de entrada dado por la abscisa de la cota.	70
3.11. Característica de intermodulación de tercer orden con dos tonos a la entrada, IM3. Se observa también la salida fundamental y el punto de intercepción, IP3.	71
3.12. Funcionamiento del control automático de ganancia.	73
3.13. Oscilador Colpitts. Aquí, el divisor capacitivo es un adaptador de impedancia alta a baja, y los condensadores de la izquierda son cortocircuitos a la RF. Consigue una estabilidad de hasta 4 dígitos en la frecuencia. . .	74
3.14. Circuito equivalente del cristal de cuarzo. Los valores numéricos son $f_s = 43,17$ MHz, $C_o = 5,6$ pF, $R_s = 20,5$ Ω , $C_s = 1,59$ fF, $L_s = 8,5$ mH y $Q = 113\,000$	75
3.15. Oscilador a cristal Clapp modificado.	76
3.16. Circuito tanque con frecuencia de resonancia controlada por voltaje. . .	76
3.17. Esquema de un sintetizador de frecuencias con lazo de enganche en fase. .	77
3.18. Esquema lineal equivalente del sintetizador.	77
3.19. Filtro <i>lead-lag</i> activo.	78
3.20. Respuesta del lazo a un salto en frecuencia.	78
3.21. Sintetizador con prescaler de doble módulo.	79
3.22. Respuestas de 2º orden.	80
3.23. Frecuencias que producen respuestas no deseadas en un receptor. . . .	83
3.24. Mezclador doblemente balanceado a diodos.	84
3.25. Etapas de funcionamiento del circuito de la Figura 3.24. Los diodos actúan como simples alambres porque el LO los ha puesto en estado de conducción. (a) D1 y D2 en conducción. (b) D3 y D4 en conducción. . .	84
3.26. Mezclador con MOSFET de doble puerta. Ganancia: 10 dB, sensibilidad: -119 dBm, IP3: +10 dBm.	87
3.27. Multiplicador de frecuencia.	87
3.28. Proceso de la modulación.	88
3.29. Señal modulada en amplitud, AM, y su espectro.	89
3.30. (a) Espectro de la señal en banda base. (b) Espectro de la señal modulada en AM.	89
3.31. Demodulador de AM: detector de envolvente. Forma de onda a la salida y espectro.	91
3.32. (a) Señal modulada en frecuencia, FM, y (b) su espectro para $\beta = 5$. . .	94
3.33. Modulador de FM construido con un XVCO.	95
3.34. Modulador de fase, PM. Consigue una variación de la fase proporcional a $m(t)$	96
3.35. Demodulador de FM: detector de relación.	97

3.36. Detector de cuadratura para FM de banda estrecha.	98
3.37. Diagrama de bloques de un receptor integrado.	99
3.38. Demodulador en cuadratura.	101
4.1. Circuito equivalente de (a) una resistencia ruidosa, y de (b) una conduc- tancia ruidosa.	105
4.2. Equivalente Thèvenin de un grupo de resistencias ruidosas.	105
4.3. Circuito RC	106
4.4. Causas del ruido en una antena.	107
4.5. Temperatura de ruido de antena receptora en función de la frecuencia. .	110
4.6. Temperatura de ruido de antena a frecuencias de microondas.	111
4.7. Amplificación del ruido por una red ruidosa con ganancia.	111
4.8. Amplificación del ruido por dos redes en cascada.	113
4.9. Circuito equivalente en términos de Temperatura efectiva de ruido. . . .	115
4.10. Parámetros de optimización del ruido.	116
4.11. Sistema receptor.	117
4.12. Comparación de los espectros de ruido de banda lateral de un VCO y de un oscilador a cristal (Figura cedida por el GSR).	119
4.13. Ruido en un mezclador.	121
4.14. Filtro paso banda RLC	123
4.15. Distribución de probabilidad de Rayleigh.	125
4.16. Distribución de probabilidad de Rice.	127
4.17. Fasores de la señal y del ruido de banda estrecha.	130
4.18. Densidad espectral del ruido antes y después del demodulador en un sistema de FM por radio.	131
4.19. Método para medir el factor de ruido.	134
4.20. Método alternativo para medir el factor de ruido.	135
5.1. Tono de 1 kHz muestreado a 8 000 muestras por segundo.	139
5.2. Esquema de un transmisor digital.	140
5.3. Modulador digital.	142
5.4. Pulsos Nyquist.	145
5.5. Espectro de los pulsos coseno alzado.	146
5.6. Constelación de la señal QPSK.	147
5.7. Espectro de la señal QPSK para pulsos rectangulares.	147
5.8. Espectro de la señal QPSK para los diferentes tipos de pulsos.	148
5.9. Espectro medido de una señal 3GPP W-CDMA antes y después de ser amplificada (Figura cedida por el GSR).	149
5.10. Constelación de las señales (a) 16-QAM y (b) 64-QAM.	150
5.11. Componentes en fase y en cuadratura de una señal 64-QAM generada con pulsos rectangulares.	152
5.12. Demodulador y detector de señales de radio digital.	153

5.13. Probabilidad de error de bit para diferentes modulaciones M-QAM. . .	155
5.14. Comparación de la Probabilidad de error de bit teórica y experimental realizado en una plataforma de 5 GHz (Figura cedida por el GSR). . . .	155
5.15. Esquema de modulación con amplitud constante y variación continua de la fase.	156
5.16. Pulso rectangular para generar una modulación MSK y constelación. . .	157
5.17. Esquema para generar una modulación GMSK.	157
5.18. Pulso utilizado para generar la modulación GMSK del sistema GSM. . .	159
5.19. Trayectoria de la fase para una secuencia de bits arbitraria.	159
5.20. Densidad espectral para señales con modulación GMSK.	160
5.21. Probabilidad de error de bit para una señal GMSK con $BT = 0,3$	161
5.22. Amplitud de las componentes en fase y en cuadratura para una señal OQPSK.	162
5.23. Constelación de la modulación $\pi/4$ -DQPSK.	163
6.1. Medida del desplazamiento de frecuencia en el transmisor.	170
6.2. Tolerancia de frecuencia en el transmisor.	171
6.3. Medida de la desviación de frecuencia en el transmisor.	171
6.4. Respuesta del transmisor en audiofrecuencia.	173
6.5. Medida de la Sensibilidad del receptor.	175
6.6. Protección contra la intermodulación.	177
6.7. Medida de la respuesta del receptor en audiofrecuencia.	178
6.8. Respuesta en audiofrecuencia de los receptores de FM y de PM.	179
6.9. Representación del error de una señal de comunicaciones digitales. . . .	181
6.10. Error de fase y de frecuencia.	183
6.11. Máscara de la ráfaga GSM.	183
6.12. Intermodulación en una estación base.	185
6.13. Interferencia cocanal.	186
6.14. Interferencia en el canal adyacente.	187
6.15. Etapas de entrada de audio y modulador de fase.	187
6.16. Etapas de salida del transmisor. Multiplicadores y pre-amplificador. . .	188
6.17. Etapas de entrada del receptor. Amplificador de bajo ruido.	188
6.18. Primer oscilador local, mezclador y etapa de primera frecuencia inter- media.	189
6.19. Circuito integrado con el segundo oscilador local, mezclador, etapa de segunda frecuencia intermedia y detector de cuadratura.	190
6.20. Transmisor de PM.	191
6.21. Receptor de TV.	192
6.22. Receptor UHF de Telefonía Móvil.	192

Introducción

La vida actual es inconcebible sin la comunicación inalámbrica. Estamos acostumbrados a hablar utilizando el teléfono móvil, enviar mensajes cortos o fotos, realizar una videoconferencia, también leer y contestar nuestros mensajes electrónicos desde nuestro ordenador portátil o simplemente, navegar por Internet. Nos parece algo completamente habitual y sin embargo la mayoría de estas prestaciones no existían hace dos décadas, período en el cual empezó a instalarse el sistema de telefonía móvil de segunda generación (2G) GSM (*Global System for Mobile Communications*).

1.1 LOS SISTEMAS INALÁMBRICOS MODERNOS

En estos momentos los sistemas de tercera generación (3G), como el UMTS, permiten utilizar de una forma aún más eficiente los recursos a disposición de una red de telefonía móvil gracias a la tecnología de acceso múltiple por división de código en banda ancha (WCDMA) y a la comunicación mediante conexión por paquetes, con mayor variedad en la tasa de transmisión y en el tipo de tráfico. Este nuevo sistema integra también redes basadas en el Protocolo Internet IP que inicialmente fueron concebidas para tráfico de datos, pero que se está consolidando su utilización en la comunicación de voz y audio en general, o incluso de vídeo.

De forma paralela nuestro ordenador también se ha visto beneficiado de esta tendencia a la movilidad y ha pasado de ser un equipo de mesa a portátil que puede conectarse de forma inalámbrica a una red de acceso en un entorno doméstico o de oficina (WLAN) e incluso ser atendido automáticamente en diferentes sitios por un conjunto de WLAN distribuidas geográficamente pero interconectadas entre sí. Un ejemplo muy cercano para nosotros es la red “EDUROAM” que permite la itinerancia (*roaming*) dentro de las diferentes universidades asociadas a la red y que hacen posible navegar por Internet, re-

visar nuestro correo electrónico o descargar ficheros. Estos conceptos son directamente aplicables a redes de área personal (WPAN), por ejemplo Bluetooth, o de área metropolitana (WMAN), cuyo estándar más destacado es el WiMAX.

Todas estas tecnologías que hacen realidad la comunicación permanente (*anywhere, anytime*) descansan en la transmisión inalámbrica por radio. Pero no sólo ellas. El enorme tráfico que recibe la estación base de un sistema de telefonía celular o el punto de acceso de una red inalámbrica, debe dirigirse en muchos casos hacia puntos geográficamente lejanos y salvar obstáculos, que pueden ser edificaciones en una ciudad o cordilleras de montañas en el campo, haciendo que sea económicamente más rentable el despliegue de un sistema de radioenlaces de microondas que la utilización de cable coaxial o fibra óptica. En el caso extremo de un sistema que desee comunicar puntos situados en dos continentes diferentes, en cuyo caso el obstáculo es un océano, la solución más ventajosa es la de un satélite de comunicaciones geoestacionario situado justamente entre los dos puntos y que tendría las funciones de reenviar la señal de radio recibida desde un continente hacia el otro continente.

La mayoría de las personas utilizan este universo de comunicaciones inalámbricas sin plantearse una cuestión básica: cómo funciona. El Ingeniero de Telecomunicación especializado en Radiocomunicaciones debe responder a otra: cómo mejorarlo. Este libro quiere contribuir a responder a ambas preguntas, aunque sin pretender que sea de manera absoluta, y el modo en que podemos empezar es conociendo los orígenes y antecedentes de las nuevas tecnologías.

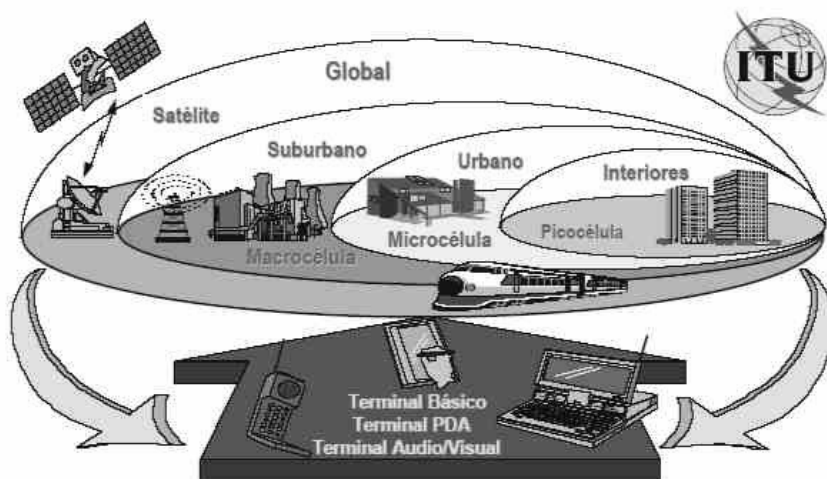


Figura 1.1. Nuevos sistemas de radiocomunicación.

1.2 BREVE RESEÑA HISTÓRICA

Las bases prácticas para la aparición de la radio se establecen en 1888 cuando H. Hertz demuestra experimentalmente la propagación de las ondas electromagnéticas, fenómeno que predice la Teoría Electromagnética de Maxwell más de veinte años antes, en 1864.

La detección de las ondas hertzianas permite transmitir información utilizando un código (por ejemplo, el morse) sin necesidad de enlazar mediante conductores la fuente de información, el transmisor, y el destinatario de la misma, el receptor. Los primeros experimentos de transmisión por radio se atribuyen a Marconi hacia finales del siglo XIX, aunque se han reportado otros experimentos realizados casi simultáneamente por Tesla y Popov. En particular, Marconi demostró en 1895 la viabilidad de una comunicación telegráfica móvil entre un transmisor y un receptor separados por grandes distancias, permitiendo que la transmisión de las señales telegráficas no fuera prerrogativa de usuarios de equipos inmovilizados por alambres y sentando las bases de las comunicaciones móviles modernas. Es interesante el hecho de que estas primeras transmisiones fueran digitales y que quedaran relegadas a un segundo plano ante la aparición de las comunicaciones de voz mediante técnicas de radio.

Los transmisores en esos primeros tiempos utilizaban el principio rudimentario de la descarga por chispas y en el receptor se utilizaba una válvula de vidrio rellena de partículas metálicas que conducían en presencia de ondas electromagnéticas en la antena. La transmisión era ineficaz y se efectuaba ocupando un gran ancho de banda del espectro radioeléctrico, y la detección también era escasamente resonante, con el resultado de que las transmisiones interferían fuertemente entre sí. Con la necesidad de limitar la banda de la señal recibida surge el concepto de *sintonización*, planteado por el mismo Marconi (ver Apéndice). En el año 1907 se establecen las primeras conexiones comerciales transatlánticas entre el Reino Unido y los Estados Unidos de América.

El desarrollo de los sistemas de Radiocomunicaciones se centró en el perfeccionamiento de los transmisores y los receptores, y fundamentalmente buscó aumentar la eficiencia, tanto en la emisión de potencia como en la ocupación del espacio radioeléctrico. El tubo al vacío, inventado por Lee DeForest en 1906, dio un impulso a la radiotelegrafía al incorporarse tanto en la detección (diodo) como en la amplificación de las señales de radio y haciendo posible la construcción de transceptores (equipos transmisores y receptores) más compactos.

La realimentación, que inicialmente impedía lograr amplificadores estables y de gran ganancia, es aprovechada para construir osciladores de radiofrecuencia (RF) con una frecuencia muy estable y de una gran pureza espectral. Surge el oscilador de RF de onda continua y el detector rectificador con diodo a cristal. A partir de ese momento se hacen realidad las comunicaciones móviles y en la década de los años 20 aparecen los primeros transceptores en vehículos terrestres.

En la Figura 1.2 se muestra el esquema de un sistema elemental de transmisión por radio, en el que se aprovecha la mayor eficiencia de las antenas a altas frecuencias junto

con la posibilidad de transmitir varios mensajes simultáneamente, con varios transmisores, y detectar solo las señales del transmisor deseado (enlaces punto a punto). Este esquema permite reproducir a la salida del detector la señal (morse) que conmuta (modula) a la onda de RF generada en el transmisor. Si la señal moduladora es la salida generada por un micrófono, el mismo esquema permite también la transmisión y recepción de señales de voz añadiendo unos auriculares o altavoces al detector. Surge la radiotelefonía.

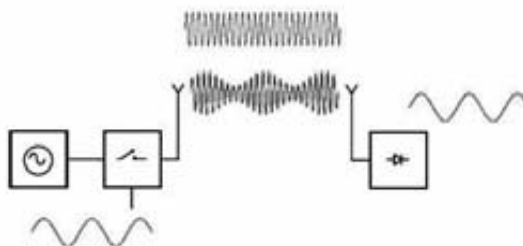


Figura 1.2. Comunicación elemental por radio

En recepción de telegrafía se introduce el detector *autodino*, basado en el principio del heterodino: mezcla la salida de un oscilador local (LO) con la señal de RF recibida. Si la diferencia de frecuencias entre ambas es de unos 1000 Hz, se escuchará un tono en los auriculares. Si ambas frecuencias son exactamente iguales, se pueden detectar las variaciones de amplitud de la señal de RF, principio que permite la aparición del homodino para recibir señales moduladas en amplitud (AM).

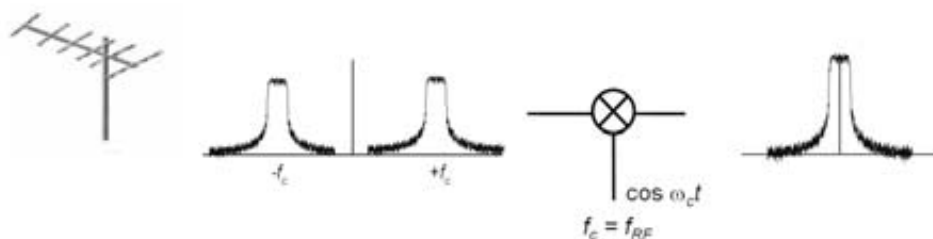


Figura 1.3. Receptor homodino

La sensibilidad y la selectividad de los receptores se incrementó utilizando amplificadores de RF con varias etapas de triodos en cascada, acopladas mediante circuitos de sintonía. Para recibir claramente señales de transmisores lejanos era necesario elevar el bajo nivel de tensión de RF que entregaba la antena hasta un nivel por encima del ruido eléctrico, lo que obligó a aumentar la ganancia de los amplificadores. La eliminación

en el receptor de ondas radioeléctricas no deseadas (interferencias), incluyendo el ruido, condujo a una selectividad cada vez mayor. En un receptor típico, el amplificador debe elevar el nivel de señal de antena (típicamente $1 \mu\text{V}$) hasta un valor adecuado para el detector, o demodulador (del orden de los voltios), por lo que la amplificación debe ser de unos 120 dB ($G = 10^6$). Esta gran ganancia en RF, junto a la alta selectividad, puede provocar el fenómeno de la realimentación: si una millonésima parte de la tensión de salida retorna hacia la entrada, el amplificador se puede hacer inestable.

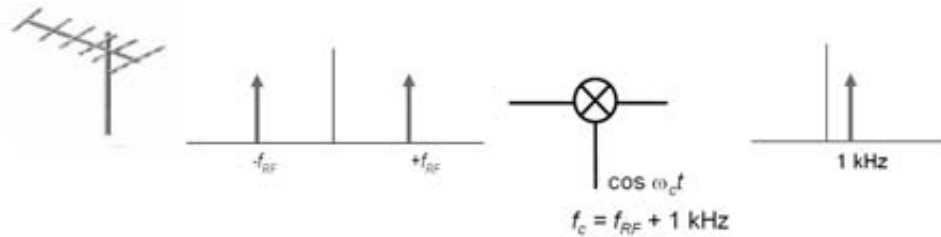


Figura 1.4. Ejemplo de receptor heterodino: el autodino.

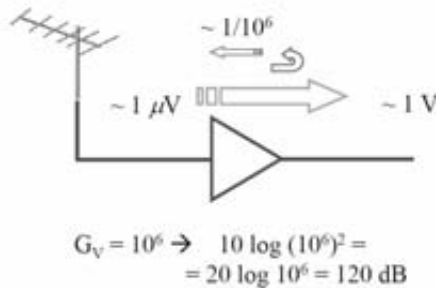


Figura 1.5. Receptor homodino.

Resultó conveniente que los receptores tuvieran la facilidad de captar diferentes estaciones que podrían transmitir a muy diversas frecuencias, lo que añadió la dificultad de sintonizar simultáneamente y de forma coordinada las diferentes etapas del amplificador, utilizando para ello un mando único. Agreguemos que el funcionamiento del detector debería ser excelente en toda la banda de sintonía, todo lo cual los hace prácticamente irrealizables. Surge como alternativa el receptor super-regenerativo y finalmente el receptor superheterodino que permite mediante soluciones relativamente simples, aumentar la frecuencia de recepción sin empeorar la selectividad.

La Figura 1.6 muestra el esquema básico de un receptor. El principio de su funcionamiento reside en convertir la señal de RF, captada por la antena y amplificada, a una nueva frecuencia, la frecuencia intermedia (FI), utilizando un oscilador local (LO) y un

mezclador. El amplificador de FI proporciona una gran ganancia y selectividad, pero no tiene que ser de sintonía variable y el demodulador está optimizado para operar en FI. En este tipo de receptor, el amplificador de RF no está obligado a tener gran ganancia y puede ser incluso inexistente, simplificando de esta forma la sintonización y la recepción a frecuencias muy altas. La ganancia se reparte entre el cabezal de radiofrecuencia (*front-end*), la FI y la baja frecuencia (por ejemplo, audio), eliminando la inestabilidad por realimentación positiva. Como contrapartida, el receptor superheterodino presenta el inconveniente de ser más complejo al necesitar un mezclador y un oscilador local. Por añadidura, el mezclador es un circuito ruidoso y además de naturaleza no lineal, en el que se generan productos espurios debidos a la mezcla de la señal (y sus armónicos) con el LO (y sus armónicos). Esto hace que el diseño de un receptor deba ser muy cuidadoso en cuanto al filtrado de señales parásitas. Es particularmente peligrosa la frecuencia imagen, separada de la frecuencia de RF una distancia igual al doble de la frecuencia intermedia FI y situada simétricamente respecto a la frecuencia del LO.

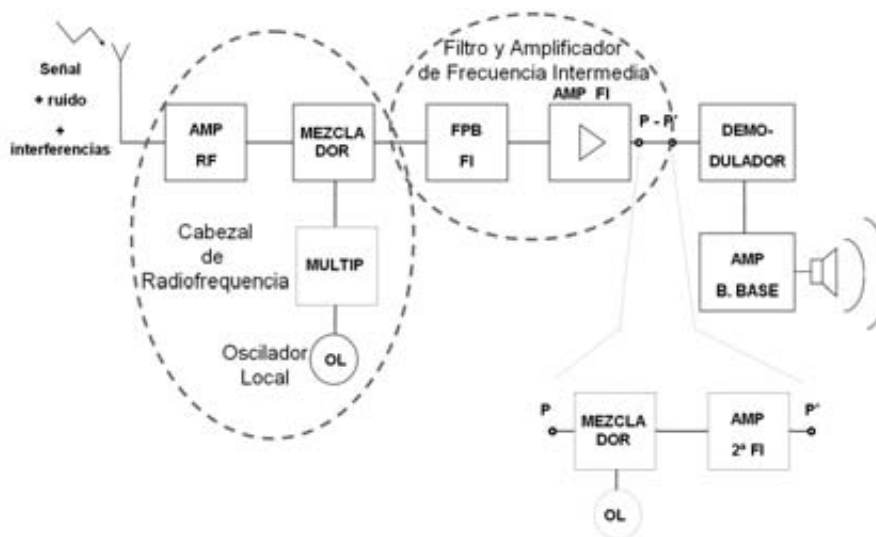


Figura 1.6. Esquema básico de un receptor superheterodino.

El esquema de la Figura 1.6 es sustancialmente el de un receptor moderno, con el añadido de circuitos para el control automático de ganancia (CAG) para mantener un nivel de recepción constante en presencia de desvanecimientos (*fading*), la sustitución de los triodos por transistores y circuitos integrados (CI), así como la posible incorporación de una segunda etapa de FI, al añadir un segundo mezclador con un segundo oscilador local OL y un segundo amplificador de frecuencia intermedia FI, que se intercalarían en el lugar del puente $P - P'$ en la Figura 1.6. Para tener una idea del grado de versatilidad que alcanza esta configuración en cuanto a sintonía, se puede considerar que un receptor moderno de AM debe cubrir una banda de frecuencias con una relación f_{max}/f_{min} de

3/1, un receptor de televisión (VHF) de 4/1 y un receptor profesional puede llegar a una relación de 100/1.

El desarrollo de los transmisores se centró en mejorar la generación de la portadora perfeccionando los osciladores de RF y los amplificadores a triodos para conseguir potencias cada vez mayores (y por tanto, alcances mayores). Simultáneamente se inició la implantación de frecuencias cada vez más altas que permitían incorporar nuevos servicios al poco a poco congestionado espectro radioeléctrico. La portadora de RF es inicialmente modulada en amplitud, pero el aprovechamiento de la banda de frecuencias asignada da paso a la modulación de banda lateral única (SSB); la calidad de la recepción se mejora con la modulación de frecuencia (FM) y la modulación de fase (PM) y, finalmente, las ventajas de la transmisión digital se incorporan a la radiocomunicación y aparecen las modulaciones digitales binarias: conmutación de amplitud (ASK), conmutación de frecuencia (FSK) y conmutación de fase (BPSK), las modulaciones digitales multinivel: QPSK y M-PSK; QAM y M-APK, etc. Al igual que en los receptores, los transistores fueron sustituyendo a los tubos al vacío, y a aquellos los circuitos integrados y los módulos híbridos, pero la estructura básica del transmisor es la que muestra la Figura 1.7.

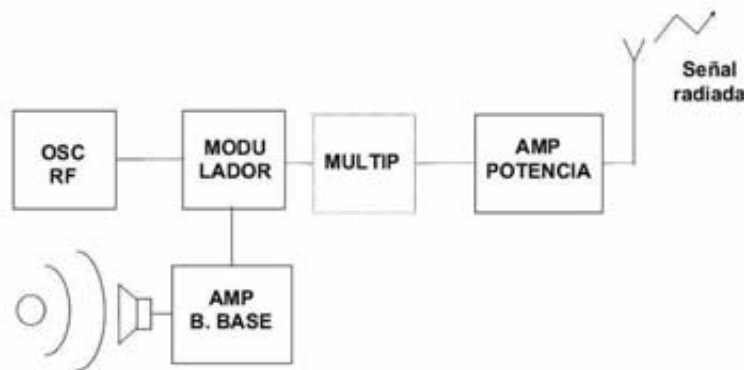


Figura 1.7. Esquema básico de un transmisor de radio.

El oscilador de RF genera la señal portadora con una elevada estabilidad en la frecuencia asignada. Típicamente tiene la estabilidad de un oscilador a cristal de cuarzo, del orden de 1-5 ppm (partes por millón), que se alcanza bien directamente con el oscilador a cristal, o bien éste sirve de referencia a un sintetizador. La salida del oscilador se modula empleando la técnica que mejores prestaciones tenga de acuerdo al tipo de transmisión que se pretende: modulación analógica o digital, de amplitud o de ángulo, etc. Si es necesario, la frecuencia final se alcanza mediante multiplicadores de frecuencia o con convertidores (realizando una mezcla con la señal de un segundo oscilador). Esto hace menos restrictivo el diseño del oscilador de RF y del modulador, que se hace a

(relativamente) baja frecuencia, pero requiere de un filtrado más exigente para eliminar las espurias que se generan. El amplificador de potencia entrega al subsistema radiante la señal modulada y la antena se encarga de radiar la energía electromagnética de una forma eficiente.

A medida que las redes telefónicas analógicas comerciales van evolucionando hacia redes digitales, debido a la aparición de los circuitos integrados (a los que se unen los microprocesadores, los sintetizadores de frecuencia, etc.), aparecen las redes de radio-telefonía privada (PMR). En 1979 la compañía Bell Laboratories comienza el emplazamiento de una red de radio celular. Aparecen las redes públicas de radio móvil terrestre (PLMN) operando en la banda de UHF, lo que permite a sus clientes establecer una conversación telefónica entre sí mientras están en movimiento, o con otros clientes de las redes telefónicas de conmutación públicas (PSTN) o de las redes digitales de servicios integrados (ISDN). En la década de los 90 se avanza hacia una nueva etapa al implantarse las redes celulares digitales y los sistemas de telecomunicación inalámbricos que proporcionan servicios añadidos a la telefonía.

1.3 CANALES DE RADIO

Se puede definir el canal como el enlace entre dos puntos de un trayecto de comunicaciones. El canal de radio, por lo general, es lineal y recíproco (permite estudiar el canal en una sola dirección). En la Figura 1.8 se muestran algunos de los diferentes tipos de canales de radio que se estudiarán en la asignatura.

1.3.1. El canal de propagación

El medio físico que soporta la propagación de la onda electromagnética entre la antena transmisora y la receptora constituye el canal de propagación. El canal se asume lineal y recíproco, pero puede variar en el tiempo, como en el caso de las comunicaciones móviles.

1.3.2. El canal de radio

El canal de radio está constituido por la antena transmisora, el canal de propagación y la antena receptora. Las antenas tienen el mismo patrón de radiación en transmisión y en recepción si son lineales, bilaterales y pasivas, lo cual hace que el canal de radio sea recíproco al serlo las antenas.

1.3.3. El canal de modulación

Se extiende desde la salida del modulador hasta la entrada del demodulador, y comprende las etapas finales del transmisor, el canal de radio y las etapas de entrada del receptor. Su caracterización es importante a la hora de evaluar los diferentes esquemas de modu-

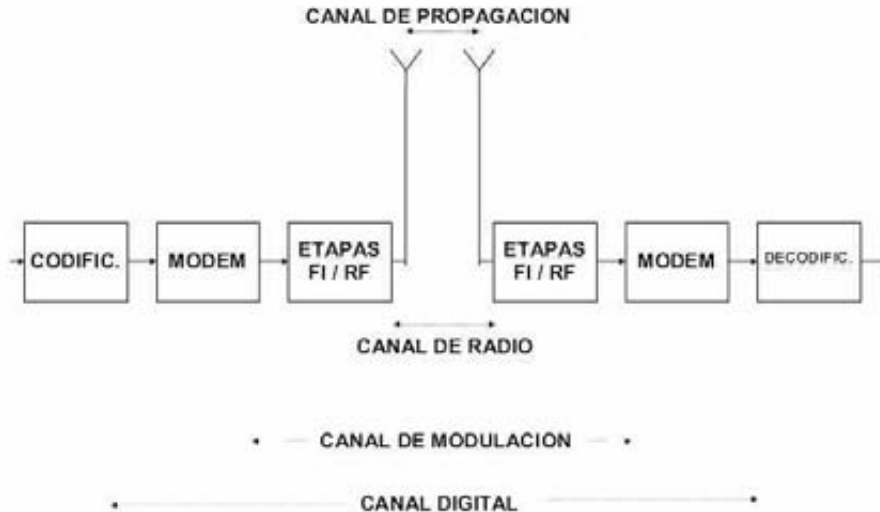


Figura 1.8. Tipos de canal en Radiocomunicaciones.

lación. La linealidad del canal de modulación está determinada por los *front-ends* del transmisor y del receptor. Los sistemas que emplean modulaciones con multiniveles de amplitud, como la QAM, requieren canales de modulación lineales: amplificadores lineales, mezcladores de baja distorsión y filtros con fase lineal (Bessel o Gauss). Esto genera dos problemas: amplificadores más caros y menos eficientes en cuanto a la potencia, lo cual es de importancia capital en un entorno de comunicaciones móviles donde es imprescindible la reducción de las dimensiones y el consumo de la batería del terminal portátil. El canal de modulación no es recíproco al no serlo los *front-ends*.

1.3.4. El canal digital

Incluye todos los subsistemas que enlazan la secuencia digital sin modular del transmisor, con la secuencia regenerada en el receptor. En general, este canal no es lineal, no es recíproco y varía en el tiempo.

1.4 BANDAS DE FRECUENCIA

La división del espectro radioeléctrico en bandas ha sido un tanto variable, pero es comúnmente aceptada la que se muestra en la Figura 1.9. En esta figura se muestra la designación de cada banda y los servicios típicos que tiene asignados. Una banda de fre-

cuencias que reviste un interés especial para la comunicación por radio es la compuesta por las frecuencias de microondas, las cuales cubren el rango de 500 MHz a 40 GHz y superiores. Esta banda ha sido dividida a su vez en varias bandas denominadas por letras desde los años cuarenta. La designación de las bandas de microondas aparece en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Espectro utilizado por diferentes servicios y designación de las bandas de microondas.

Frecuencias típicas		Designación de las bandas	
Radiodifusión AM	535-1605 kHz	Banda-L	1-2 GHz
Radio onda corta	3-30 MHz	Banda-S	2-4 GHz
Radiodifusión FM	88-108 MHz	Banda-C	4-8 GHz
TV VHF (2-4)	54-72 MHz	Banda-X	8-12 GHz
TV VHF (5-6)	77-88 MHz	Banda-Ku	12-18 GHz
TV UHF (7-13)	174-216 MHz	Banda-K	18-26 GHz
TV UHF (14-83)	470-809 MHz	Banda-Ka	26-40 GHz
Telefonía móvil GSM, DECT	900, 1800 MHz	Banda-U	40-60 GHz
Hornos Microondas (ISM)	2,45 GHz	Banda-V	60-80 GHz
LDMS	26-28 GHz	Banda-W	80-100 GHz

Con esta breve introducción se quiere resaltar una realidad de plena vigencia: la radiocomunicación está presente en la vida actual a través de la radio, tanto AM como FM, y la televisión, en forma de llamada telefónica, aunque el usuario no siempre sea consciente de que su interlocutor está a centenares o miles de kilómetros y que su voz pasa por radioenlaces, estaciones terrenas y transpondedores a bordo de satélites, o quizás está moviéndose libremente por la calle de una ciudad de cualquier país del mundo.

El desarrollo de la tecnología de radio ha derivado también en sistemas RADAR (*R*adio *D*etection *A*nd *R*anging) para la detección, localización y seguimiento de blancos alejados, tanto marinos como aéreos y terrestres, principalmente con fines militares pero también ayudando al tráfico aéreo civil, al guiado de naves espaciales, a determinar la situación meteorológica, etc. Igualmente son importantes las técnicas de radiodeterminación y radiolocalización.

Todo esto hace de la Radiocomunicación una disciplina de plena actualidad, con numerosos retos científicos y tecnológicos, con importantes aplicaciones en servicios de demanda actual y que, por tanto, requiere de personal altamente calificado para su investigación, desarrollo, realización práctica y comercialización.

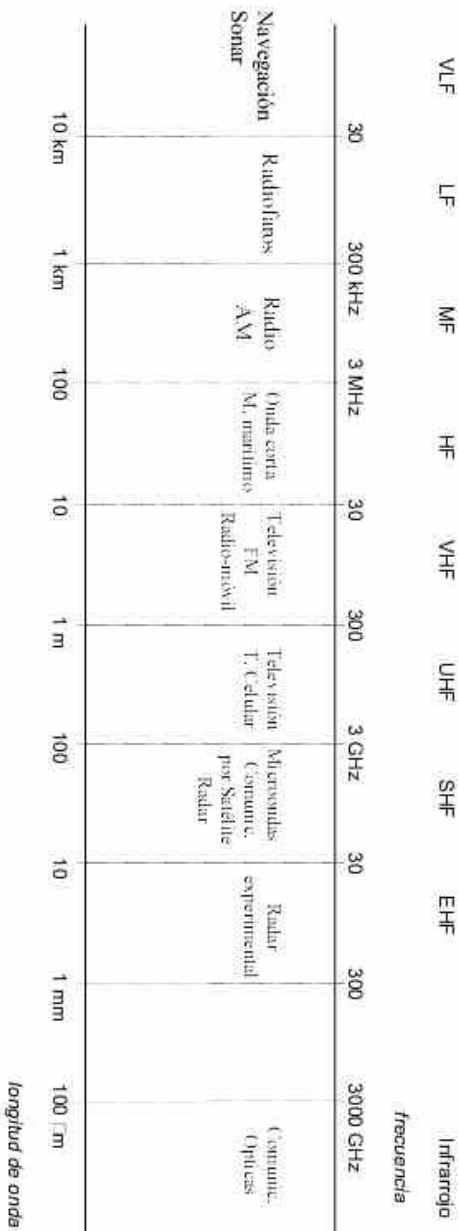


Figura 1.9. Espectro radioeléctrico.

APÉNDICE

SYNTONIC WIRELESS TELEGRAPHY

En el año 1902 Marconi ya resolvía el problema de la sintonización en la recepción de mensajes radiotelegráficos y escribe el artículo titulado “Syntonic Wireless Telegraphy”:

The very rapid advances which have been made in the art of telegraphy through space continue to attract much attention to this fascinating subject. What was stated yesterday to be impossible has now become possible, and what we regard as almost insurmountable difficulties may be removed in the immediate future. It is my desire in this paper to give a description of progress made, with special reference to the results obtained by tuning or syntonizing the installations. So long as it was possible to work only two installations within what I may call their share of influence, a very important limit to the practical utilisation of the system was imposed.

...

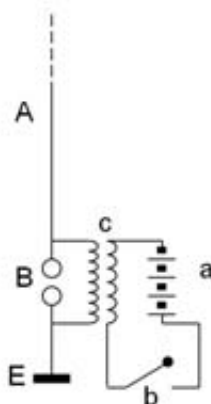


Figura 1.10. (Fig. 130.)

With simple vertical wires, as shown in Fig. 130 and Fig. 131, connected directly to the coherer and spark gap at the receiver and transmitter, as used by myself before 1898, no really satisfactory tuning was possible. It was, however, possible to obtain a certain selection of signals if various stations in the vicinity used vertical wires differing very considerably in length. Thus two stations communicating over a distance of say five miles and using wires 100 feet long, would not interfere with the signals transmitted by the other two stations, say two miles from the first, which were using aërials only 20 feet long and communicating over a distance of about one mile. The new methods of connecting which I adopted in 1898-i.e., connecting the receiving aerial directly to earth instead of to the coherer, and by the introduction of a proper form of oscillation transformer in conjunction with a condenser, so as to form a resonator tuned aerial wire - were important steps in the right direction.

...

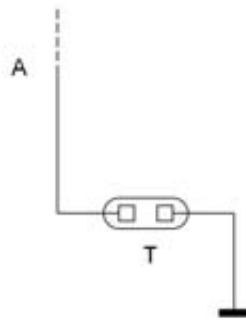


Figura 1.11. (Fig. 131.)

El español que inventó la radio

Sabemos que Marconi inventó la telegrafía sin hilos y demostró su eficacia en diciembre de 1901, pero no trabajó en la radio hasta 1913, tal y como señala él mismo en un documento de la época. Lo que no es aceptado tan universalmente es el del nombre del inventor de la radiotelefonía que se atribuye a John Ambrose Fleming, a Lee de Forest, a Fessenden o a David Sarnoff. También se ha publicado un libro del autor Angel Faus, en el que se puede leer que el inventor de la radiotelefonía fue el español Julio Cervera Baviera.



Figura 1.12. Julio Cervera trabajó con Marconi en Londres. A su regreso a España desarrolló los principios de la radiotelefonía.

El autor afirma que fue el comandante Cervera, que colaboró con Marconi y su ayudante George Kemp en 1899, quien resolvió las dificultades de la telefonía sin hilos y obtuvo

sus primeras patentes antes de que terminara ese año. Julio Cervera constituyó el 22 de marzo de 1902 la Sociedad Anónima Española de Telegrafía y Telefonía sin Hilos ante el notario de Madrid Antonio Turón y Boscá. Angel Faus subraya asimismo que Cervera aportó a la sociedad sus patentes para la radiotelefonía sin hilos obtenidas a su nombre en España, Bélgica, Alemania e Inglaterra. Al respecto, explica que “las inglesas son significativas ya que se consiguieron sin oposición de Marconi y su entorno empresarial, lo que indica que se trata de un sistema distinto”, y sostiene que esto le convierte en “pionero indiscutible de la radiotelegrafía en España y la radiotelefonía en el mundo entero”.

Las patentes de Cervera son cuatro años anteriores a los primeros diseños del audión de Lee de Forest y también al funcionamiento del robot teledirigido de Leonardo Torres Quevedo en París. En agosto de 1899 Cervera presentó, además, la patente del telemando de equipos y sistemas, el mando a distancia tan común en aplicaciones civiles y militares. Marconi investigó estos aspectos años después. (Ver <http://www.unav.es/fcom> y <http://acuaderno.blogspot.com>).

Antenas

2.1 INTRODUCCIÓN

Una **antena** es un dispositivo hecho habitualmente de un material buen conductor, que se emplea para radiar (y recibir) potencia electromagnética de una manera eficiente. Es la estructura de transición entre el dispositivo de guiado (cable coaxial, por ejemplo) y el espacio libre.

Consideraremos ondas electromagnéticas con dependencia sinusoidal en el tiempo que escribiremos explícitamente como:

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) &= \Re[\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}] \\ \vec{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t) &= \Re[\mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}]\end{aligned}\tag{2.1}$$

para los vectores intensidad de campo eléctrico y magnético, respectivamente.

Partiendo de las ecuaciones de Maxwell se puede separar la dependencia temporal de la dependencia espacial, estando ésta última definida por las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{J} &= -j\omega \rho.\end{aligned}\tag{2.2}$$

Estas ecuaciones se pueden expresar literalmente de la siguiente forma. La primera nos indica que el campo eléctrico surge alrededor de un campo magnético variante en el tiempo. La segunda ecuación es similar, el campo magnético surge alrededor de un campo eléctrico variante en el tiempo o si hay movimiento de carga. La tercera y cuarta ecuaciones nos expresan que las cargas son fuentes o sumideros del campo eléctrico y

que hay monopolos magnéticos, respectivamente. Finalmente, la última ecuación es una manifestación de la ley de conservación de la carga.

Recordando las expresiones para el vector desplazamiento eléctrico y el vector flujo magnético:

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \epsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H}\end{aligned}\tag{2.3}$$

donde $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ F/m y $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m son la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del espacio libre, respectivamente. Se puede definir el vector potencial \mathbf{A} relacionado con los campos magnético y eléctrico mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}\tag{2.4}$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}}{j\omega \mu_0 \epsilon_0}\tag{2.5}$$

y para el que se cumple la ecuación de Helmholtz,

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k_0^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}\tag{2.6}$$

donde $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \omega/c$.

2.2 RADIACIÓN DE UN ELEMENTO DE CORRIENTE

Si se supone un filamento corto de corriente colocado en el origen de coordenadas y orientado a lo largo del eje z , tal como muestra la Figura 2.1, el vector potencial \mathbf{A} solo tendrá componente en z , y (2.6) puede escribirse como sigue:

$$\nabla^2 A_z = -k_0^2 A_z - \mu_0 J_z\tag{2.7}$$

La solución de esta ecuación puede demostrarse que es de la forma

$$A_z = C_1 \frac{e^{-jk_0 r}}{r}\tag{2.8}$$

y la constante C_1 puede hallarse si se sustituye esta expresión en (2.7) y se integra sobre un volumen esférico de radio r_0 pequeño centrado en el origen. Del segundo miembro de (2.7) se obtiene

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \left(-k_0^2 \int A_z dV - \mu_0 \int J_z dV \right) = -\mu_0 I d\ell\tag{2.9}$$

ya que en el límite, cuando $r_0 \rightarrow 0$, la integral de volumen de A_z ($\propto 1/r$) se anula y la segunda integral es igual a $\mu_0 J_z dS d\ell = \mu_0 I d\ell$.

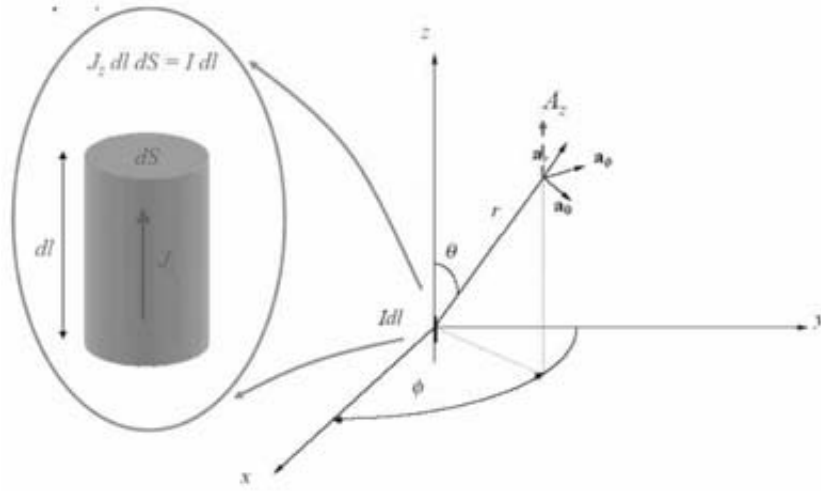


Figura 2.1. Elemento de corriente.

Recordando que $\nabla^2 A_z = \nabla \cdot \nabla A_z$, entonces usando el teorema de la divergencia, se obtiene

$$\int_V \nabla^2 A_z dV = \int_V \nabla \cdot \nabla A_z dV = \oint \nabla A_z \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \nabla A_z \cdot \mathbf{a}_r r_0^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.10)$$

También se cumple que

$$\nabla A_z \cdot \mathbf{a}_r = \frac{\partial A_z}{\partial r} = -(1 + jk_0 r)C_1 \frac{e^{-jk_0 r}}{r^2} \quad (2.11)$$

por lo que igualando términos se llega a

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi -(1 + jk_0 r_0)C_1 e^{-jk_0 r_0} \sin \theta d\theta = -4\pi C_1 = -\mu_0 I dl \quad (2.12)$$

y el vector potencial del elemento de corriente es

$$\mathbf{A} = \mu_0 I dl \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \mathbf{a}_z \quad (2.13)$$

Si a (2.13) se le añade la dependencia temporal $e^{j\omega t}$, esta expresión representa una onda esférica propagándose hacia el exterior, cuya amplitud decrece inversamente con la distancia. La velocidad de fase de la onda es

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (2.14)$$

y su longitud de onda es

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0} = \frac{c}{f} \quad (2.15)$$

Usando (2.4) y (2.5), se puede hallar el campo electromagnético a partir del vector potencial. Si tenemos en cuenta que $\mathbf{a}_z = \mathbf{a}_r \cos \theta - \mathbf{a}_\theta \sin \theta$, la ecuación (2.13) queda

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I d\ell}{4\pi r} e^{-jk_0 r} (\mathbf{a}_r \cos \theta - \mathbf{a}_\theta \sin \theta) \quad (2.16)$$

con lo que el vector intensidad de campo magnético es

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{I d\ell}{4\pi r} \sin \theta \left(jk_0 + \frac{1}{r} \right) e^{-jk_0 r} \mathbf{a}_\phi \quad (2.17)$$

y el vector intensidad de campo eléctrico es

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} + \frac{\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}}{j\omega \mu_0 \epsilon_0} = \frac{j\eta I d\ell}{2\pi k_0 r} \cos \theta \left(\frac{jk_0}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jk_0 r} \mathbf{a}_r - \\ - \frac{j\eta I d\ell}{4\pi k_0 r} \sin \theta \left(-k_0^2 + \frac{jk_0}{r} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-jk_0 r} \mathbf{a}_\theta \end{aligned} \quad (2.18)$$

donde $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ es la impedancia característica del espacio libre. El término que varía proporcionalmente a $1/r$ es el que contribuye al flujo de energía que sale del filamento corto.

Para zonas alejadas del origen, el campo electromagnético tiene los siguientes valores:

$$\mathbf{E} = j\eta k_0 I d\ell \sin \theta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \mathbf{a}_\theta \quad (2.19)$$

$$\mathbf{H} = jk_0 I d\ell \sin \theta \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \mathbf{a}_\phi \quad (2.20)$$

Se puede ver que, en la zona lejana, \mathbf{E} y \mathbf{H} solo tienen componentes transversales, o sea, perpendiculares al vector radial, y además son perpendiculares entre sí, cumpliendo con la relación

$$E_\theta/H_\phi = \eta = 120\pi \approx 377 \Omega. \quad (2.21)$$

A η se la designa como *impedancia característica del espacio libre*.

Para hallar la potencia radiada por unidad de área se debe calcular el vector de Poynting, que, de forma general, satisface la siguiente igualdad:

$$\vec{S}(\mathbf{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) \times \vec{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \} + \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H} e^{j2\omega t} \} \quad (2.22)$$

y si se promedia en el tiempo se obtiene

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \} = \frac{\eta k_0^2 (I d\ell)^2}{32\pi^2 r^2} \sin^2 \theta \mathbf{a}_r \quad (2.23)$$

Esta expresión indica que el vector de Poynting promedio, para el caso del elemento de corriente, tiene solo una componente radial dirigida hacia fuera y que la rapidez con que la energía atraviesa una unidad de área decrece con $1/r^2$. También nos muestra que la potencia radiada por unidad de área es independiente del acimut, aunque varía con la elevación según $\sin^2 \theta$. Integrando el flujo de potencia en una superficie que encierre al elemento de corriente obtendremos la potencia total radiada por el mismo. En particular, si escogemos una superficie esférica centrada en el origen, se deduce la siguiente expresión para la potencia total:

$$P_T = \oint_S \langle \vec{S} \rangle \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \frac{\eta k_0^2 (I d\ell)^2}{32\pi^2} \sin^3 \theta d\theta = \frac{\eta k_0^2 (I d\ell)^2}{12\pi} \quad (2.24)$$

El filamento corto se puede considerar como un elemento pasivo compuesto por una resistencia R_a por la que un transmisor hace circular una corriente pico I . Esta resistencia permite contabilizar las pérdidas de potencia producidas por radiación, por lo que se puede establecer la igualdad

$$P_T = \frac{1}{2} I^2 R_a = \frac{\eta k_0^2 (I d\ell)^2}{12\pi} \quad (2.25)$$

De donde se deduce que la **resistencia de radiación** de la antena formada por el elemento de corriente es

$$R_a = 80\pi^2 \left(\frac{d\ell}{\lambda_0} \right)^2 \quad (2.26)$$

2.3 PARÁMETROS DE LA ANTENA

El estudio de la antena elemental, el elemento de corriente o dipolo herciano, permite introducir el concepto de algunos parámetros que caracterizan enteramente antenas más complejas.

2.3.1. Patrón de radiación

El patrón de radiación de una antena es la distribución relativa de la potencia radiada en función de la dirección espacial. Para el elemento de corriente, el flujo de potencia varía según $\sin^2 \theta$, como indica la expresión (2.23) del vector de Poynting promedio, expresión que escribimos nuevamente en función de la potencia que recibe la antena:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{3}{2} \left(\frac{P_T}{4\pi r^2} \right) \sin^2 \theta \mathbf{a}_r \quad (2.27)$$

La Figura 2.2 representa el patrón de radiación tridimensional de un dipolo vertical, mientras que la Figura 2.3 muestra dos cortes del mismo patrón de radiación, el primero

en el plano vertical o plano E y el segundo en el plano horizontal o plano H , que nos dan información acerca de la variación espacial de la radiación del dipolo.

Para una antena ideal con patrón isotrópico que radia la misma potencia, el vector de Poynting promedio es

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{P_T}{4\pi r^2} \mathbf{a}_r \quad (2.28)$$

siendo su patrón de simetría esférica. Los cortes del patrón de la antena isótropa se muestran en la última figura a modo de comparación. Puede observarse que el elemento de corriente tiene mejor radiación en determinadas direcciones respecto a la antena isótropa, que radia en todas direcciones de forma homogénea, y no radia en absoluto en otras.

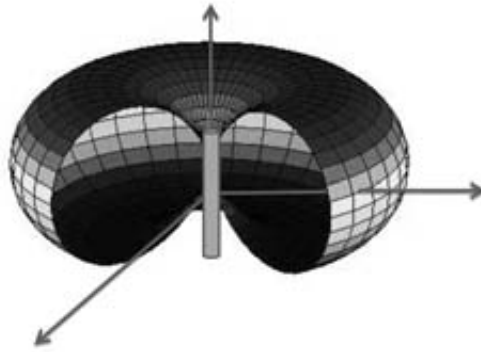


Figura 2.2. Patrón de radiación del dipolo elemental representado en tres dimensiones.

2.3.2. Ganancia directiva, directividad y ganancia de una antena

A partir del patrón de radiación de la Figura 2.3 se deduce que el dipolo no radia uniformemente en todas las direcciones. En el plano horizontal el dipolo muestra una mayor radiación que la antena isótropa, y en el eje z no radia nada. De la ecuación (2.23), se puede hallar la potencia que atraviesa el diferencial de área da :

$$dP_T = \langle \vec{S} \rangle \cdot d\mathbf{a} = \frac{3}{2} \left(\frac{P_T}{4\pi r^2} \right) r^2 \sin^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.29)$$

Si se define la **intensidad de radiación** $U(\theta, \phi)$ como la potencia por unidad de ángulo sólido en esa dirección, y sabiendo que el diferencial de ángulo sólido está dado por $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$, se obtiene la siguiente expresión para la intensidad de radiación:

$$U(\theta, \phi) = \frac{dP_T}{d\Omega} = \frac{3}{2} \left(\frac{P_T}{4\pi} \right) \sin^2 \theta \quad (2.30)$$

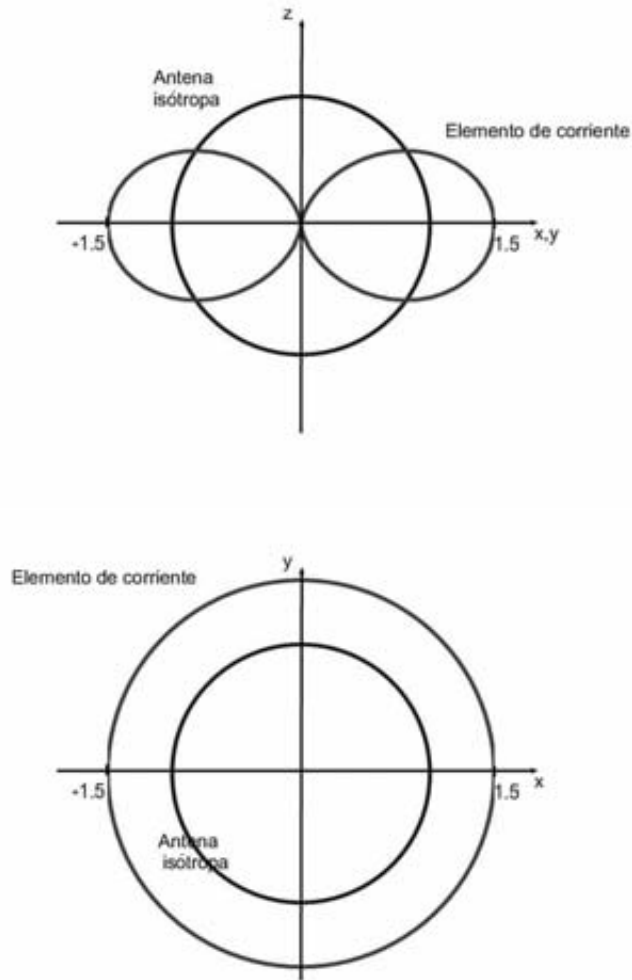


Figura 2.3. Patrón de radiación del dipolo elemental comparado con el patrón de una antena isotrópica. a) Plano E y b) Plano H .

Se define la **ganancia directiva** $D(\theta, \phi)$ como la relación entre la intensidad de radiación $U(\theta, \phi)$ y la intensidad de radiación promedio \bar{U} , y estará dada por la siguiente expresión:

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{\bar{U}} = \frac{U(\theta, \phi)}{P_T/4\pi} \quad (2.31)$$

En esta ecuación se está suponiendo que la antena tiene una eficiencia del 100 % y, en consecuencia, la potencia radiada es toda la potencia P_T que recibe del transmisor, $P_{\text{radiada}} = P_T$.

De la definición anterior queda claro que la hipotética antena isótropa tiene una ganancia directiva constante e igual a 1 (0 dB), mientras que para el dipolo elemental,

$$D(\theta, \phi) = \frac{3}{2} \sin^2 \theta \quad (2.32)$$

la ganancia directiva tiene un máximo para $\theta = \pi/2$ de valor igual a 1,5 (1,76 dB respecto a la antena isótropa). Este valor máximo de la ganancia directiva se conoce como **directividad**.

Debido a que una antena real tiene pérdidas que hacen que la potencia radiada sea solo una parte de la potencia total que recibe del transmisor P_T , se define la **ganancia de la antena** como

$$G(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{P_T/4\pi} = e_T \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{radiada}}/4\pi} \quad (2.33)$$

donde, $e_T = P_{\text{radiada}}/P_T$ es la eficiencia de la antena. Teniendo en cuenta la relación (2.31), se tiene que

$$G(\theta, \phi) = e_T D(\theta, \phi) \quad (2.34)$$

Analicemos brevemente cuáles son las causas que hacen perder eficiencia a la antena. Primeramente, esta eficiencia total depende de la desadaptación de impedancias entre la antena Z_a y el transmisor, que generalmente está terminado en la impedancia característica de la línea de transmisión Z_0 . Si estas impedancias no son iguales se produce la reflexión de parte de la potencia que incide en la antena y solo una fracción de la potencia total es radiada. El coeficiente de reflexión de la antena es

$$\Gamma = \frac{Z_a - Z_0}{Z_a + Z_0} \quad (2.35)$$

y la eficiencia por desadaptación se puede calcular mediante la siguiente expresión

$$e_d = 1 - |\Gamma|^2 \quad (2.36)$$

Por otra parte, la resistencia óhmica de la antena R_p produce una disipación de potencia en forma de pérdidas óhmicas, por lo que se puede definir la eficiencia por pérdidas como

$$e_p = \frac{R_a}{R_a + R_p} \quad (2.37)$$

debiendo ser $R_a \gg R_p$ para que la energía no se disipe totalmente en forma de calor. De esta forma la eficiencia total estará dada por

$$e_T = e_p e_d \quad (2.38)$$

Suele ser bastante común utilizar un parámetro llamado PIRE o **potencia isotropa radiada equivalente**, que se define como el producto de la ganancia máxima de la antena por la potencia de entrada y que es equivalente a la potencia que debe suministrarse a una antena isotropa para que su intensidad de radiación sea igual al valor máximo de la antena original:

$$\text{PIRE} = G_{\text{máx}} P_T \quad (2.39)$$

en unidades naturales o

$$\text{PIRE (dBW)} = G_{\text{máx}}(\text{dB}) + P_T(\text{dBW}) \quad (2.40)$$

en unidades logarítmicas, o sea en dB (decibelios).

De esta forma, la PIRE para un elemento de corriente es igual a la potencia de entrada a la antena, en dBW, más 1,76 dB.

2.3.3. Resistencia de radiación

Es el valor de una resistencia equivalente que disiparía la misma potencia que radia la antena si se conecta al transmisor. Se definió en la sección anterior y se repite aquí su expresión a efectos de exposición:

$$R_a = 80\pi^2 \left(\frac{d\ell}{\lambda_0} \right)^2 \quad (2.41)$$

Puede verse que la resistencia de radiación de un elemento de corriente es muy pequeña, por lo que su eficiencia es también pequeña debido a que gran parte de la potencia que recibe se refleja hacia el transmisor cuya impedancia de salida es de unos 50Ω . Por otro lado, la potencia que no es rechazada se disipa parcialmente en su resistencia óhmica, que es de magnitud semejante a R_a . Por esta razón, para que sea eficiente una transmisión, la longitud de la antena debe ser comparable a la de la longitud de onda de la frecuencia a transmitir. De esta forma la antena actúa como un dispositivo que adapta la impedancia de la línea de transmisión a la del espacio libre y dirige la energía en determinadas direcciones, eliminando la radiación en otras.

2.3.4. Ancho del haz a 3 dB

Es el ángulo que forman las dos direcciones para las cuales la intensidad de radiación cae a la mitad del valor máximo, medido en un plano que contiene la dirección de ese máximo. El elemento de corriente es omnidireccional en el plano H , ya que la intensidad de radiación no depende del acimut, pero tiene un ancho de haz de 90° en el plano E .

En determinadas aplicaciones es conveniente que la antena radie en un ángulo muy estrecho, definiéndose la **eficiencia del haz** como la relación entre la potencia radiada dentro del ángulo sólido y la potencia total radiada por la antena.

2.4 OTROS DIPOLOS LINEALES. DIPOLO DE $\lambda/2$

Los apartados anteriores nos permiten iniciar el análisis de antenas que sean más cercanas al mundo real. Para empezar vamos a seguir considerando una distribución de corriente en una sola dimensión, lo cual nos permite analizar las conocidas antenas de hilo, pero cuya longitud no sea infinitesimalmente pequeña como en el elemento de corriente. En particular en este apartado se van a examinar fundamentalmente antenas formadas por conductores de sección transversal despreciable respecto a la longitud de onda y con geometría de línea recta. No obstante en el último subapartado se estudiará una antena formada por una espira circular. En todos los casos se extenderán los conceptos ya estudiados para el elemento de corriente, iniciando el análisis para el caso de la antena real que más se aproxima al mismo, el dipolo corto.

2.4.1. Dipolo corto real

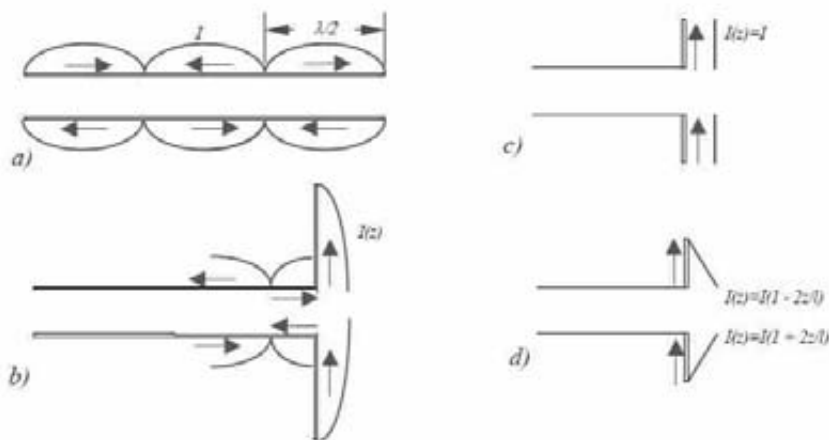


Figura 2.4. Distribución de corriente en un dipolo considerado como línea de transmisión: (a) Línea de transmisión. (b) Dipolo lineal. (c) Distribución uniforme. (d) Distribución lineal.

El elemento de corriente es útil para estudiar teóricamente los parámetros de las antenas, pero ya se vio que es una antena que no es real ni práctica. Una antena más realista sería la construida con dos varillas colineales y alimentadas en el centro por el transmisor, y que podríamos analizar cualitativamente a partir de una línea de transmisión como muestra la Figura 2.4a. En la línea de transmisión se producen ondas estacionarias con una distribución de corriente que posee un mínimo en el extremo y un máximo situado a $\lambda_0/4$ del extremo. Podemos pensar que la distribución de corriente se mantendrá

aproximadamente igual al *abrir* la línea de transmisión para formar una antena como se muestra esquemáticamente en la Figura 2.4b. Para que una antena así construida se comporte como un dipolo herciano, debería tener una distribución de corriente uniforme a lo largo de ella, tal como aparece en la Figura 2.4c, pero ya se comentó que esa antena elemental es solo una idealización.

Una aproximación real al dipolo elemental es el dipolo corto, con una longitud $\ell \ll \lambda_0$, cuya distribución de corriente es cero en los extremos y aumenta linealmente hasta el valor I en el centro, como en la Figura 2.4d. Su corriente promedio es $I/2$ y, por tanto, la potencia radiada será la cuarta parte de la del dipolo elemental, de manera que en la resistencia de radiación se *disipa* la cuarta parte de la potencia, aunque en la entrada de la antena circula la misma corriente. De esta consideración se deduce que la resistencia de radiación se reduce a la cuarta parte de la resistencia de radiación del elemento de corriente:

$$R_a = 20\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda_0} \right)^2 \quad (2.42)$$

Esta fórmula es una buena aproximación para antenas reales con una longitud ℓ pequeña respecto a la longitud de la onda a radiar, considerándose pequeña si cumple que $\ell \leq 0,1\lambda$.

2.4.2. Dipolo de $\lambda/2$

La Figura 2.5 muestra un dipolo lineal situado a lo largo del eje z , cuya longitud es $\lambda/2$ y que es alimentado por su centro con una señal de frecuencia $f = \omega/2\pi$, lo que produce una distribución de corriente que asumiremos que es de la forma

$$I(z) = I_0 \cos k_0 z, \quad -\lambda_0/4 \leq z \leq \lambda_0/4 \quad (2.43)$$

Cada elemento de corriente $I(z) dz$ producirá un diferencial de vector potencial $d\mathbf{A}$, que se puede calcular utilizando la expresión (2.13), y, mediante integración, se obtiene el vector potencial resultante

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}_z \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\lambda_0/4}^{\lambda_0/4} \frac{I_0 \cos k_0 z}{r'} e^{-jk_0 r'} dz \quad (2.44)$$

Como estamos interesados en los campos lejanos, podemos hacer la aproximación $r' = r - z \cos \theta$ en el término exponencial y $r' = r$ en el denominador, por lo que el vector

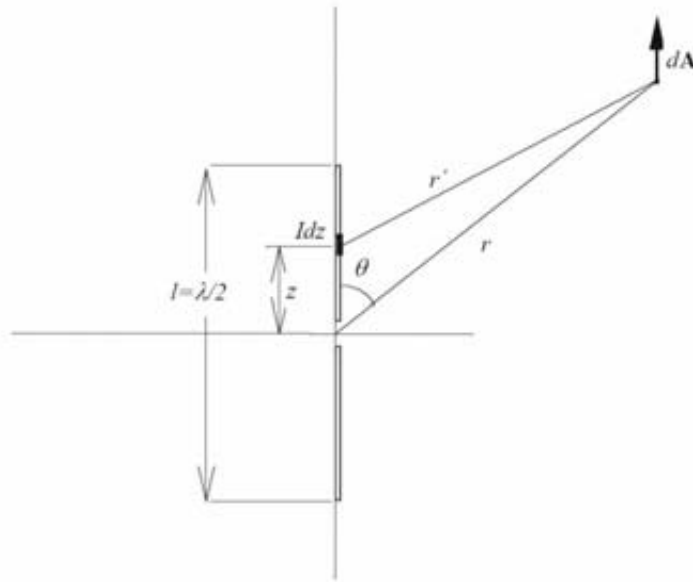


Figura 2.5. Dipolo lineal de $\lambda/2$ con distribución de corriente sinusoidal.

potencial se puede aproximar a

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \mathbf{a}_z \frac{\mu_0 I_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_{-\lambda_0/4}^{\lambda_0/4} e^{jk_0 z \cos \theta} \cos k_0 z \, dz \\
 &= \mathbf{a}_z \frac{\mu_0 I_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \left[\int_{-\lambda_0/4}^0 e^{jk_0 z \cos \theta} \cos k_0 z \, dz + \int_0^{\lambda_0/4} e^{jk_0 z \cos \theta} \cos k_0 z \, dz \right] \\
 &= \mathbf{a}_z \frac{\mu_0 I_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_0^{\lambda_0/4} \{ \cos [k_0 z(1 + \cos \theta)] + \cos [k_0 z(1 - \cos \theta)] \} \, dz
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

de donde se obtiene finalmente que

$$\mathbf{A} = \mathbf{a}_z \frac{\mu_0 I_0}{2\pi k_0 r} e^{-jk_0 r} \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)}{\sin^2 \theta} \tag{2.46}$$

El vector potencial del dipolo $\lambda/2$ solo tiene componente en el eje z , y se puede deducir que en la aproximación de campos lejanos, solo existe componente acimutal del campo magnético y que su magnitud está relacionada con la magnitud del vector potencial mediante la siguiente expresión:

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu_0} \sin \theta \frac{\partial A_z}{\partial r} \tag{2.47}$$

de manera que derivando (2.46) respecto a r se obtiene de forma inmediata la intensidad del campo magnético creado por el dipolo $\lambda/2$. Haciendo esto se obtiene

$$H_\phi = j \frac{I_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \quad (2.48)$$

El campo eléctrico tiene solo una componente transversal E_θ , que se calcula de forma inmediata mediante la ya conocida expresión $E_\theta = \eta H_\phi$.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso del elemento de corriente, se pueden estudiar las características de radiación del dipolo $\lambda/2$ a través del valor promedio del vector de Poynting, que no es más que la mitad del producto de los valores pico de E_θ y H_ϕ^* , obtenidos anteriormente. El resultado es

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_\theta H_\phi^* = \frac{1}{2} \eta |H_\phi|^2 = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2 r^2} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \quad (2.49)$$

Nótese que si se usaran valores eficaces para los campos, entonces $\langle S \rangle = E_{\theta,ef} H_{\phi,ef}^* = \eta |H_{\phi,ef}|^2$.

La potencia total radiada por el dipolo $\lambda/2$ se calcula integrando la ecuación (2.49) sobre una superficie esférica de radio r . Para hallar la solución de la integral de superficie es necesario evaluar la integral coseno, para lo cual se pueden utilizar métodos numéricos. La evaluación de la integral da como resultado

$$P_T = \frac{\eta I_0^2}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} d\theta = 36,6 I_0^2 \quad (2.50)$$

Considerando que, en esta expresión, I_0 representa la corriente pico que alimenta la antena, se deduce de forma inmediata que la resistencia de radiación del dipolo $\lambda/2$ es

$$R_a = 73,2 \Omega \quad (2.51)$$

De las medidas hechas a dipolos reales se encuentra que la reactancia de la antena se anula para longitudes del dipolo cercanas a $\lambda/2$ (realmente para valores ligeramente menores: $0,46\lambda - 0,48\lambda$), lo cual significa que, para que haya máxima transferencia de potencia a la antena, tanto el transmisor como la línea de transmisión deben tener una impedancia característica de 73Ω . Esta resistencia de radiación es mucho mayor que la resistencia óhmica que puedan tener los dipolos reales, por lo que la eficiencia porcentual del dipolo $\lambda/2$ será prácticamente del 100 % y, evidentemente, mucho mayor que la del dipolo herciano.

La potencia dP_T radiada por el dipolo $\lambda/2$ en el diferencial de ángulo sólido $d\Omega$ se halla multiplicando el vector de Poynting por el diferencial de área $da = r^2 d\Omega$. De esta forma, la intensidad de radiación $U(\theta, \phi) = dP_T/d\Omega$ se halla simplemente multiplicando por r^2 la ecuación (2.49). Usando este resultado junto al obtenido al sustituir

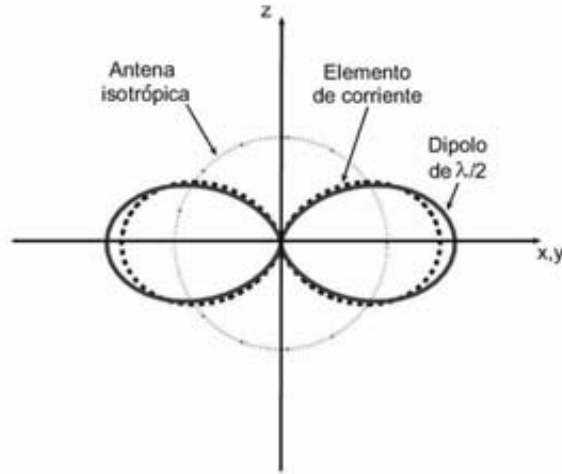


Figura 2.6. Patrón de radiación de un dipolo $\lambda/2$ (línea continua), de un dipolo herciano (línea de trazos) y de una antena isotrópica (línea de puntos).

la potencia total radiada dada por (2.50) en la definición (2.31), se deriva la siguiente expresión para la ganancia directiva del dipolo $\lambda/2$:

$$D(\theta, \phi) = 1,64 \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (2.52)$$

En la Figura 2.6 se ha trazado el patrón de radiación del dipolo $\lambda/2$ en el que puede observarse que la directividad es de 1,64, tan solo 2,15 dB de ganancia respecto a la antena isotrópica que aparece en la misma figura, en línea de puntos. La directividad es ligeramente mayor que la del elemento de corriente, lo que produce un haz relativamente ancho, de 78° a 3 dB. El patrón de radiación del elemento de corriente aparece también en la misma Figura 2.6 trazado con línea discontinua.

Para antenas lineales, el dipolo puede ser una referencia práctica, así que en muchos casos sus ganancias se especifican respecto al dipolo, y no respecto a la antena isotrópica. Es útil entonces el concepto de **potencia radiada aparente** que se define como el producto de la potencia transmitida, multiplicada por la ganancia de la antena respecto al dipolo, en la dirección del máximo. Como la *ganancia respecto a la isotrópica* se relaciona con la *ganancia respecto al dipolo* mediante la expresión $G_i(\text{dB}) = G_d(\text{dB}) + 2,15$, entonces se puede relacionar la PIRE con la PRA mediante una ecuación sencilla:

$$\text{PIRE}(\text{dBW}) = \text{PRA}(\text{dBW}) + 2,15 \quad (2.53)$$

2.4.3. Dipolo de longitud arbitraria ℓ

El patrón de radiación de un dipolo lineal de longitud arbitraria se halla de forma similar a la que se siguió en el caso del dipolo $\lambda/2$. El procedimiento completo aparece en todos los libros de la bibliografía de este capítulo, por lo que aquí solo se presenta el resultado final. La intensidad de radiación es

$$U(\theta, \phi) = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{k_0 \ell}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{k_0 \ell}{2}\right)}{\sin \theta} \right]^2 \quad (2.54)$$

Un dipolo lineal de longitud arbitraria tiene una resistencia de radiación que varía con la longitud ℓ de la antena tal como se observa en la Figura 2.7, siendo esta variación independiente del diámetro $2a$ del conductor que forma el dipolo. También se aprecia en la misma figura cómo la reactancia de la antena varía con su longitud. Esta variación depende del diámetro $2a$ del conductor que forma el dipolo. Puede apreciarse cómo la impedancia de la antena se hace puramente resistiva e igual a 73Ω para una longitud del dipolo algo menor que $\lambda/2$. Por debajo de este valor la antena se comporta como un condensador, mientras que por encima actúa inductivamente.

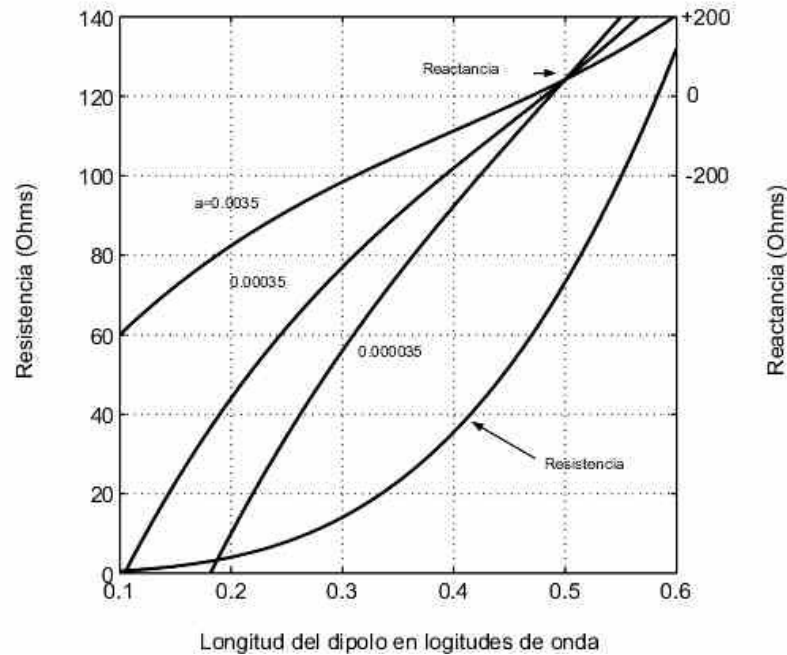


Figura 2.7. Resistencia y reactancia de un dipolo en función de su longitud. a : radio del elemento en longitudes de onda.

La ganancia directiva del dipolo varía también con la longitud tanto en magnitud, directividad, como en forma. En la Figura 2.8 se puede observar cómo cambia la forma de

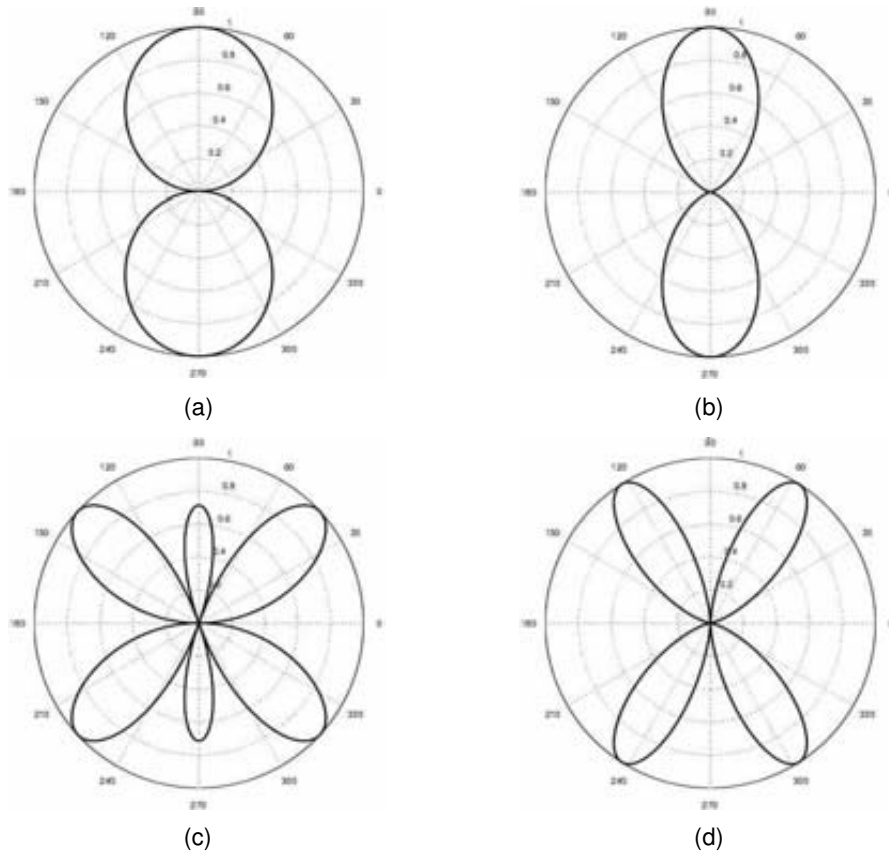


Figura 2.8. Patrones de radiación normalizados de dipolos lineales con diferentes longitudes (a) $\ell = \lambda/2$, (b) $\ell = \lambda$, (c) $\ell = 3\lambda/2$, (d) $\ell = 2\lambda$.

los patrones cuando se utilizan antenas de diferentes longitudes: el dipolo de $\ell = \lambda$ tiene un haz más estrecho que el dipolo de $\lambda/2$, y al aumentar la longitud aparecen lóbulos adicionales que provocan haces de radiación en direcciones diferentes a la perpendicular al dipolo, $\ell = 3\lambda/2$ y $\ell = 2\lambda$.

2.4.4. Radiación de una espira de corriente

Una pequeña espira conductora por la que circula una corriente I forma el llamado *dipolo magnético* y actúa también como antena. La potencia radiada por este dipolo se calcula mediante la expresión

$$P_T = \frac{\eta M^2 k_0^4}{12\pi} \quad (2.55)$$

para lo cual se utiliza el momento M del dipolo. Para una espira circular de radio r_0 , el momento es

$$M = \pi r_0^2 I \quad (2.56)$$

Igualando la ecuación (2.55) a la potencia que se disipa en una resistencia, se encuentra que la resistencia de radiación del dipolo magnético es

$$R_a = 320\pi^6 \left(\frac{r_0}{\lambda_0} \right)^4 \quad (2.57)$$

Si el radio de la espira es pequeño, la eficiencia del dipolo magnético será baja, por lo cual en la práctica se emplean antenas de espira con N vueltas de alambre aumentando con esto en N^2 veces la resistencia de radiación. ¿Puede explicar por qué? Considere que aunque se aumente a N el número de vueltas, el transmisor sigue “viendo” una antena que recibe una corriente I . Pero por otra parte el espacio ahora “ve una espira que conduce una corriente NI ”, y por tanto radiando una potencia $N^2 I^2$ veces mayor. En conclusión, la resistencia de radiación deberá haber aumentado en N^2 veces con respecto a la de una sola espira.

2.5 ANTENAS EN RECEPCIÓN

En los apartados anteriores se ha visto que una antena produce una onda electromagnética cuyo campo eléctrico es transversal en zonas alejadas, con una magnitud proporcional a la corriente que le entrega el transmisor. El carácter lineal y recíproco de las antenas se explica por la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, siempre que las constantes del medio ϵ , μ y σ no varíen con la magnitud de la señal.

Si la onda encuentra otra antena, a la salida de la misma se generará una tensión, que depende linealmente de la fuerza del campo eléctrico y, en consecuencia, se pueden aplicar los conocidos teoremas de circuitos lineales, de superposición, de Thèvenin, etc. En particular, el teorema de Thèvenin permite estudiar la antena receptora considerándola como un generador con una tensión eficaz a circuito abierto dada por V_{oc} , y una impedancia serie Z_a , como puede verse en la Figura 2.9b. Más adelante se demostrará que esta impedancia de la antena en recepción es la misma que presenta si es conectada como elemento radiante y cuya parte resistiva ya se estudió en los apartados anteriores. Para que se logre una transferencia de potencia máxima a la carga, por ejemplo, la impedancia de entrada del receptor debe ser el complejo conjugado de la impedancia de la antena: $Z_L = Z_a^*$. Una vez que hay adaptación de impedancias, la potencia que recibe la carga se puede calcular mediante la expresión

$$P_R = \frac{V_{oc}^2}{4R_a} \quad (2.58)$$

Si se aplica la teoría de los circuitos lineales al sistema formado por las dos antenas de la Figura 2.9a, las corrientes y las tensiones se relacionan mediante el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (2.59)$$

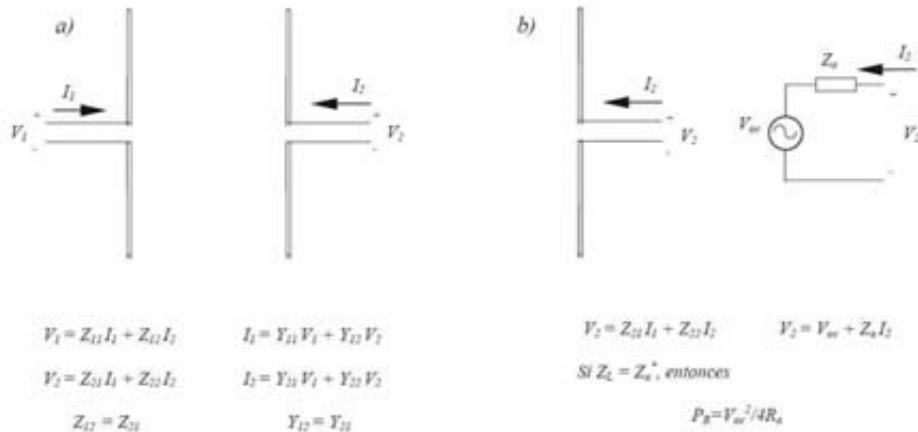


Figura 2.9. Análisis de las antenas como circuitos lineales y recíprocos.

La condición de sistema recíproco establece que $Z_{12} = Z_{21}$, lo cual significa que la relación entre la tensión V_2 que se mide en un voltímetro ideal conectado a la segunda antena y la corriente I_1 aplicada con un generador ideal de corriente a la primera antena $[V_2/I_1]_{I_2=0}$, es igual a la relación $[V_1/I_2]_{I_1=0}$ que se obtiene al intercambiar el generador y el voltímetro. Este sistema se podría describir igualmente a través de sus parámetros de admitancia, Y_{ij} , en cuyo caso la condición de reciprocidad indica que $Y_{12} = Y_{21}$.

2.5.1. Igualdad de los patrones direccionales

Se desea probar que el patrón direccional de una antena en recepción es idéntico a su patrón direccional como antena transmisora. Para ello primero se va a medir imaginariamente la intensidad del campo producido por la antena en su condición de radiador.

- **Medida del patrón de radiación de una antena.** La antena de prueba de la Figura 2.10, cuyo patrón de radiación se desea medir, se excita con una fuente de corriente I y la medida de la intensidad del campo que genera se obtiene de la tensión V que produce un dipolo pequeño en un voltímetro ideal ($R_{in} \rightarrow \infty$). Esto hace que la corriente en el voltímetro sea despreciable, $I_2 = 0$, y que se cumplan las ecuaciones

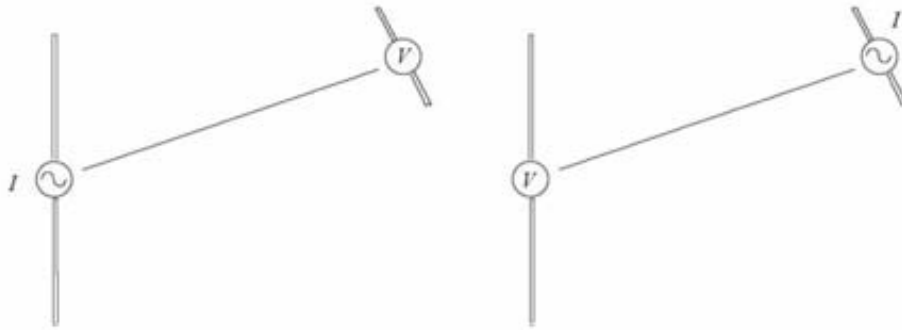


Figura 2.10. Medida de los patrones de radiación y de recepción de una antena.

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I \\ V_2 &= V = Z_{21}I \end{aligned} \quad (2.60)$$

donde $I_1 = I$. Moviendo el dipolo herciano sobre una superficie esférica centrada en la antena de prueba y orientado perpendicularmente a la dirección de radiación en el plano del campo eléctrico, se obtendrá la medida del patrón de radiación de la antena de prueba a partir de los valores de V leídos en el voltímetro.

- **Medida del patrón en recepción.** Si se alimenta el dipolo herciano con la fuente de corriente I y se mide la tensión V que se genera en la antena de prueba con el voltímetro ideal, se obtiene el patrón direccional en recepción de la antena de prueba. En esta situación la condición de corriente nula ocurre en la antena que se está caracterizando, $I_1 = 0$, y el nuevo sistema de ecuaciones es

$$\begin{aligned} V_1 &= V = Z_{12}I \\ V_2 &= Z_{22}I \end{aligned} \quad (2.61)$$

donde $I_1 = I$. Ahora la lectura del voltímetro V nos informa sobre el patrón de recepción de la antena de prueba que estamos caracterizando. Sin embargo, la relación V/I es igual en ambos casos, por el teorema de reciprocidad, con lo cual queda demostrada la equivalencia de los dos patrones de la antena de prueba y podemos concluir que los parámetros que caracterizan el patrón de radiación de la antena, $D(\theta, \phi)$, D_0 , y $G(\theta, \phi)$, se pueden utilizar directamente aun cuando la antena esté conectada como receptora.

2.5.2. Igualdad de las impedancias de antena en transmisión y en recepción

La impedancia que presenta la antena cuando se utiliza en recepción es idéntica a la impedancia de esa misma antena cuando se utiliza como elemento radiante. Para probar esto, se puede suponer que las antenas de la Figura 2.9a se encuentran muy separadas, de manera que en el sistema de ecuaciones que las describe (en función de los parámetros de impedancia) se puede suponer que $Z_{21} = 0$. La ecuación que relaciona la tensión y la corriente de la antena 2 se simplifica y conduce a

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \quad (2.62)$$

Si la tensión V_2 es producida por una fuente de tensión, se genera una corriente I_2 en la antena. Entonces, Z_{22} es, por definición, la impedancia de la antena en transmisión Z_a . Si ahora se transmite desde la antena 1 y la antena 2 se utiliza en recepción, la ecuación que describe el sistema es

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_a I_2 \quad (2.63)$$

Observando la Figura 2.9b se puede deducir que el equivalente Thèvenin de la antena 2 en recepción está formado por un generador con una tensión a circuito abierto $V_{oc} = Z_{21}I_1$ en serie con una impedancia $Z_i = Z_a$, que es idéntica a la impedancia de la antena en transmisión.

2.5.3. Igualdad de las longitudes efectivas

La **longitud efectiva de una antena** es un término indicativo de su efectividad como radiador o como colector de energía electromagnética.

- En transmisión se define como la longitud de una antena lineal equivalente con corriente $I(0)$ en toda su longitud, de igual magnitud que la corriente en la entrada de la antena real, y que origina la misma intensidad de campo en la dirección perpendicular a su longitud. En ese caso se cumple la igualdad

$$\ell_{\text{eff}} = \frac{1}{I(0)} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} I(z) dz \quad (2.64)$$

- En recepción la longitud efectiva se relaciona con la intensidad del campo eléctrico E y la tensión a circuito abierto que se genera en los terminales de la antena. Se puede escribir

$$V_{oc} = -\ell_{\text{eff}} E \quad (2.65)$$

En esta ecuación, si la tensión V_{oc} se expresa en valor eficaz, entonces también lo deberá ser la magnitud del campo eléctrico E . El signo menos está relacionado con el convenio de polaridad para la tensión, positiva en el terminal superior.

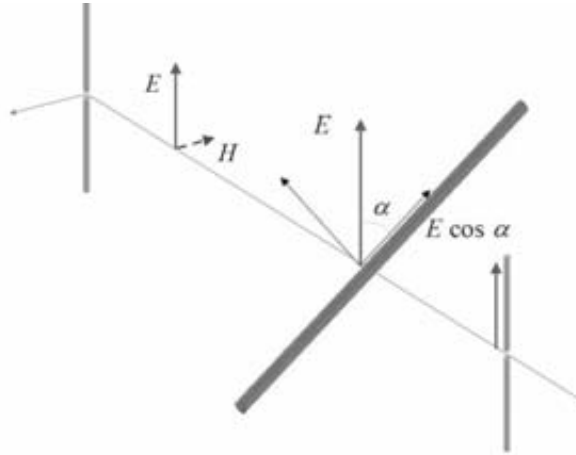


Figura 2.11. Efecto de la polarización de una antena.

2.5.4. Polarización

Las componentes lejanas del campo eléctrico E y del campo magnético H son perpendiculares a la dirección de radiación, pero pueden tener una dirección arbitraria en el plano perpendicular a esa dirección y en general tendrán componentes *theta* (de inclinación) y componentes *phi* (acimutales). El campo eléctrico producido por una antena lineal situada a lo largo del eje z tiene solo componente *theta*, y en el plano x, y , solo tiene componente E_z en coordenadas cartesianas. Se dice entonces que la onda está polarizada en la dirección z . En general, si existe componente E_y y está en fase con la componente E_z , la onda electromagnética vista desde el eje x tendrá una polarización lineal en una dirección del plano y, z . Si las componentes están desfasadas 90° , entonces se producirá la polarización elíptica y si tienen iguales magnitudes, se producirá la polarización circular. En estas últimas polarizaciones el vértice del vector campo eléctrico en un punto fijo del eje x varía con el tiempo trazando una elipse o una circunferencia en sentido horario o en sentido antihorario. Si suponemos una antena transmisora lineal a lo largo del eje z y que la antena receptora, situada en el eje x , es también lineal pero está desviada un ángulo α con relación a la vertical, en los terminales de esta última solo aparecerá la tensión generada por la componente del campo $E_z \cos \alpha$. Esto significa que se produce una *pérdida por desadaptación de la polarización* y, por lo tanto, dicha pérdida afectará a la potencia recibida en un factor

$$p = \cos^2 \alpha \quad (2.66)$$

De igual forma se producen pérdidas por desadaptación de la polarización en el caso de la polarización elíptica si no hay una orientación correcta de los ejes mayor y menor de

la elipse, e incluso se anula (en teoría) la potencia recibida cuando la antena no tiene el mismo sentido de giro que la onda incidente, tanto para la polarización elíptica como para la polarización circular.

2.5.5. Área efectiva

Si una antena tiene conectada en sus terminales una carga adaptada y es alcanzada por una onda electromagnética con un vector intensidad del campo eléctrico de valor eficaz E , la potencia P_R que la antena le entrega a la carga se puede expresar en función de la longitud efectiva de la antena utilizando la ecuación (2.65), resultando

$$P_R = \frac{V_{oc}^2}{4R_a} = \frac{E^2 \ell_{\text{eff}}^2}{4R_a} \quad (2.67)$$

En el caso de una antena formada por un dipolo herciano, la longitud efectiva es $\ell_{\text{eff}} = d\ell$, de manera que si se sustituye en (2.67) este valor junto a la ecuación (2.41) de la resistencia de radiación, la potencia entregada a la carga se puede escribir como

$$P_R = \frac{E^2 (d\ell)^2}{4R_a} = \frac{E^2 \lambda^2}{320\pi^2} \quad (2.68)$$

Si se tiene en cuenta que la densidad superficial de potencia de la onda electromagnética es E^2/η y se asume que la antena actúa como un colector de energía de área A_e , entonces la potencia que entrega es $P_R = \langle \vec{S} \rangle \cdot \mathbf{A}_e$, igual a

$$P_R = \frac{E^2}{\eta} A_e \quad (2.69)$$

Comparando las ecuaciones (2.68) y (2.69), se concluye que el área efectiva para el dipolo herciano es

$$A_e = \frac{3}{2} \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (2.70)$$

Aunque este resultado es válido solo para el elemento de corriente, si se recuerda que la expresión de su ganancia directiva máxima es $D_0 = 3/2$, el concepto de área efectiva se puede generalizar para cualquier antena y expresarlo como

$$A_e = D_0 \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (2.71)$$

2.6 IMPEDANCIA DE UNA ANTENA

Sabemos que las antenas son transductores que convierten tensiones y corrientes del equipamiento de radio a campos eléctrico y magnético en el espacio libre, y viceversa.

Hasta ahora nos hemos concentrado en el interfaz de las mismas con el canal de radio-propagación, pero nos queda una cuestión interesante por explorar: el comportamiento de la antena como dispositivo radioeléctrico conectado a un transmisor o a un receptor. Este dispositivo podremos modelarlo con un circuito equivalente cuyos elementos se relacionarán con la geometría de la antena y con sus parámetros, por ejemplo la resistencia de radiación. Particularmente importante resulta extender este concepto y considerar que la antena contiene tanto una componente resistiva como una componente reactiva y que su comportamiento es equiparable al de una impedancia. Comencemos este apartado analizando dicho circuito equivalente de la antena.

2.6.1. Circuito equivalente de una antena

En Radiocomunicaciones resulta de interés la transmisión eficiente de una señal desde su fuente hasta su destino y de aquí que el sistema de radio deba diseñarse de forma que la antena reciba la máxima potencia del emisor y sea capaz de entregarla al espacio libre cuando opera como antena transmisora, o recoja la mayor cantidad posible de energía electromagnética y la transfiera sin pérdidas a su salida, cuando opera como receptora. Como tal, la antena debe estar adaptada a la salida del transmisor y a la entrada del receptor y esto, junto a sus características como elemento radiante, hace que la impedancia de la antena sea un parámetro de suma importancia en el estudio, diseño y construcción de un sistema de radiocomunicaciones. Dada la diversidad de formas que puede tener la estructura de una antena y las corrientes que se generan en ella, su impedancia es una función compleja de la frecuencia que no se puede describir de manera sencilla. Ya se hizo un estudio elemental de la distribución de la corriente de una antena lineal considerada como si fuera una línea de transmisión.

Por otra parte, cerca de su frecuencia de resonancia, la antena se puede analizar también como un circuito RLC en serie, y este circuito equivalente, mostrado en la Figura 2.12, sirve para describir de manera aproximada su comportamiento como elemento eléctrico. La resistencia R es igual a la resistencia de radiación de la antena R_a más la resistencia de pérdidas ohmicas, y la reactancia pasa de ser capacitiva, en antenas de longitud menor que $\lambda/2$, a ser inductiva para antenas más largas que $\lambda/2$ (realmente la resonancia ocurre para $\ell = (0,46 - 0,48)\lambda$, en dependencia del diámetro de la varilla de la antena, $2a$). Tanto en transmisión como en recepción, la antena opera a la frecuencia de resonancia, o sea a la frecuencia en que se comporta como una resistencia pura, de manera que se puede definir el **ancho de banda** de una antena como la banda de frecuencias para las cuales la potencia radiada (o recibida) cae a la mitad (3 dB). En esa banda de frecuencias, la impedancia está próxima al valor mínimo R_a y todos los otros parámetros de la antena pueden considerarse iguales a su valor en el centro de la banda. De esta forma, el cálculo del ancho de banda de la antena se corresponde con el cálculo del ancho de banda del circuito RLC equivalente.

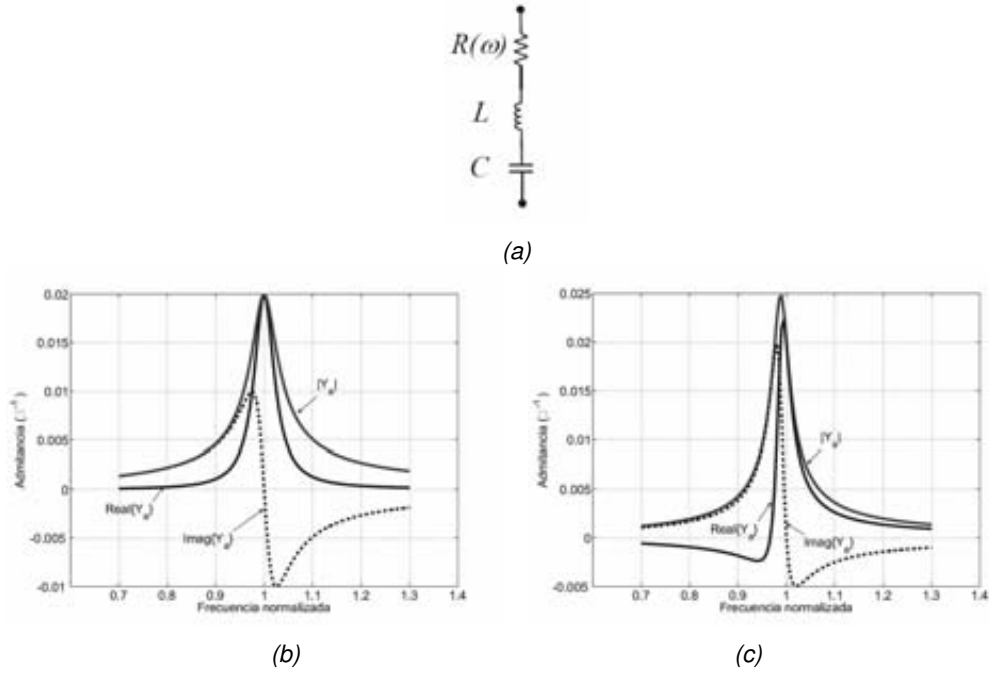


Figura 2.12. Admitancia de la antena modelada como un circuito RLC -serie.

(a) Circuito equivalente de la antena, (b) Admitancia con R constante (c) Admitancia con R dependiente de la frecuencia.

En un modelo aproximado de antena, la inductancia L y la capacitancia C pueden considerarse constantes, pero la resistencia de radiación varía con la frecuencia, variación que en resonancia se puede aproximar por la siguiente expresión

$$R = R_a \left(1 + \rho \frac{\delta\omega}{\omega_r} \right) \quad (2.72)$$

donde $\omega = \omega_r + \delta\omega$, dependiendo de la resistencia en resonancia R_a y de la constante positiva ρ . A una frecuencia ω cercana a ω_r la impedancia de la antena es

$$Z_a = R_a \left(1 + \rho \frac{\delta\omega}{\omega_r} \right) + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (2.73)$$

Tal como se aprecia en la Figura 2.12c, el valor mínimo de la impedancia no se alcanza en resonancia sino a una frecuencia algo más baja. Sabiendo que $\omega_r L = 1/\omega_r C$, se puede escribir

$$\frac{Z_a}{R_a} = 1 + \frac{\delta\omega}{\omega_r} (\rho + j2Q) \quad (2.74)$$

donde $Q = \omega_r L / R_a$ es el factor de calidad del circuito RLC .

Nótese que, como la antena está realmente conectada al transmisor o al receptor, el factor de calidad de la antena cargada con una impedancia adaptada (de valor R_a) va a

reducirse a la mitad y por tanto en el cálculo del ancho de banda de la antena se debe utilizar $Q_L = Q/2$. El ancho de banda a 3 dB, B , se halla de forma inmediata a partir de la relación entre la frecuencia de resonancia y Q_L :

$$B = \frac{f_r}{Q_L} \quad (2.75)$$

De la exposición anterior queda claro que solo es necesario conocer los valores de R_a , L y C de la antena para poder determinar su factor Q y consecuentemente el ancho de banda de recepción o de transmisión. El valor de estos componentes del circuito equivalente se puede estimar leyendo directamente en curvas como las de la Figura 2.7, confeccionadas bien con medidas experimentales de antenas reales, bien con los resultados obtenidos a partir de métodos numéricos. En dicha figura se puede apreciar que la resistencia del dipolo de $\lambda/2$ es de 73Ω , pero su reactancia no se anula, sino que toma un valor positivo (es inductiva) de $42,15 \Omega$. Para que el dipolo resuene realmente, se debe cortar ligeramente por debajo de $\lambda/2$, como ya se ha comentando.

2.6.2. La antena como línea de transmisión

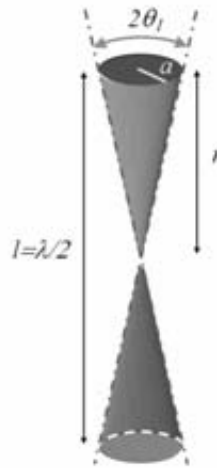


Figura 2.13. Antena cónica. Su impedancia característica Z_0 es constante.

La relación entre los elementos del circuito equivalente de la antena y sus dimensiones físicas se puede deducir de una forma muy sencilla sin necesidad de emplear gráficas si se recuerda que la antena se puede considerar como una línea de transmisión para la que se puede definir una impedancia característica Z_0 . Esta impedancia característica es constante solo para antenas con varillas cónicas de longitud infinita como la que se

representa en la Figura 2.13, y su valor para ángulos θ_1 pequeños se puede aproximar mediante la siguiente expresión

$$\begin{aligned} Z_0 &= 120 \ln \left(\cot \frac{\theta_1}{2} \right) \approx 120 \ln \left(\frac{2}{\theta_1} \right) \\ &= 120 \ln \frac{2r}{a}, \quad \theta_1 \ll 1 \end{aligned} \quad (2.76)$$

donde a es el radio del cono a una distancia r del vértice, punto por el que se alimenta la antena. Esta antena se debe analizar (despreciando las pérdidas óhmicas) como una línea de transmisión con una resistencia por unidad de longitud R que explique las pérdidas de potencia por radiación, de manera que recordando la teoría de las líneas de transmisión con pérdidas, el factor Q de la línea se puede calcular mediante la ecuación

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi Z_0}{\lambda R} \quad (2.77)$$

donde R , L y C son la resistencia, la inductancia y la capacitancia por unidad de longitud de la línea y Z_0 es su impedancia característica. Una antena cortada con una longitud de $\lambda/2$ es equivalente a una línea de longitud $\lambda/4$ con el extremo en circuito abierto y en estas condiciones la impedancia que presenta a la entrada es resistiva pura y con un valor dado por

$$R_{in} = \frac{R\lambda}{8} \quad (2.78)$$

que debe ser igual a la resistencia de radiación R_a de la antena y, a su vez, a la resistencia serie de su circuito equivalente. Si hacemos uso de que el factor de calidad de la línea y de este circuito equivalente deben ser idénticos, se obtiene la igualdad

$$\frac{\omega_r L_a}{R_a} = \frac{2\pi Z_0}{\lambda R} \quad (2.79)$$

de donde se deducen de forma inmediata las relaciones entre la inductancia y la capacidad del circuito RLC y la impedancia característica de la línea de transmisión:

$$\omega_r L_a = \frac{1}{\omega_r C_a} = \frac{\pi Z_0}{4} \quad (2.80)$$

La impedancia característica Z_0 se deduce directamente de la ecuación (2.76) a partir de los parámetros constructivos de la antena, y de esta forma se tienen relacionados directamente estos parámetros geométricos con el modelo equivalente de la antena.

En la práctica las antenas se construyen con elementos cilíndricos en vez de cónicos, por lo que es necesario hacer una aproximación para poder utilizar directamente los resultados derivados previamente. La impedancia característica de las antenas cilíndricas no es constante, sino que varía a lo largo de la línea, pero se puede recurrir a una impedancia característica promedio cuya expresión es

$$\bar{Z}_0 = 120 \left[\ln \left(\frac{\ell}{a} \right) - 1 \right] \quad (2.81)$$

donde a es el radio del cilindro y ℓ la longitud de la antena. Las ecuaciones (2.77) y (2.80) se pueden aplicar directamente a una antena cilíndrica si se sustituye Z_0 por la impedancia característica promedio \bar{Z}_0 .

2.7 ARRAYS LINEALES

El patrón de radiación del dipolo lineal es omnidireccional en el plano x, y , pero en una comunicación entre dos puntos fijos es deseable dirigir la señal radioeléctrica en un solo haz estrecho, y un método para conseguir esto es emplear una serie de dipolos situados a lo largo de una línea, un *array lineal*. Un ejemplo sencillo es el array de dos elementos omnidireccionales en el plano mostrado en la Figura 2.14. Los rayos de cada elemento hacia un punto alejado pueden considerarse paralelos y se cumple que

$$r_1 = r_0 - d \cos \phi \quad (2.82)$$

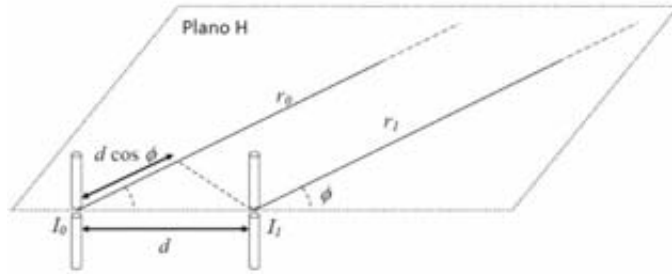


Figura 2.14. Array de dos dipolos lineales perpendiculares al plano del papel.

La dependencia espacial de la magnitud de los campos creados por cada elemento es aproximadamente igual, pero la diferencia de fases entre los rayos es

$$\psi = k_0 d \cos \phi + \alpha \quad (2.83)$$

cuando la corriente I_1 adelanta en un ángulo α a la corriente I_0 , $I_1 = k I_0 e^{j\alpha}$. Si llamamos \mathbf{E}_0 al campo que produce la antena 0, la suma fasorial de los campos es

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(1 + k e^{j\psi}) \quad (2.84)$$

y la magnitud del campo total estará dada por

$$|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}_0(1 + k \cos \psi + jk \sin \psi)| = |\mathbf{E}_0| \sqrt{(1 + k \cos \psi)^2 + k^2 \sin^2 \psi} \quad (2.85)$$

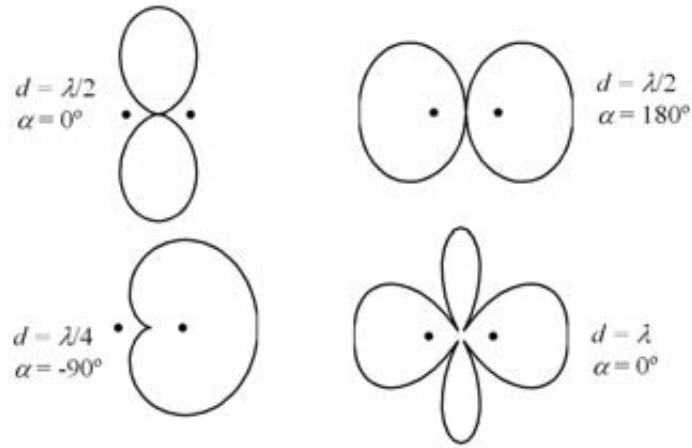


Figura 2.15. Varios patrones de radiación de dos elementos omnidireccionales de acuerdo a su separación y desfase.

Cuando las antenas tienen corrientes de igual magnitud ($k = 1$), se obtiene

$$|\mathbf{E}| = 2|\mathbf{E}_0| \cos \frac{\psi}{2} = 2|\mathbf{E}_0| \cos \left(\frac{\pi d \cos \phi}{\lambda} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad (2.86)$$

En la Figura 2.15 se muestran varios patrones de radiación. Es evidente del primer patrón que se puede aumentar la ganancia de la antena en una determinada dirección alineando varios elementos. Si se tienen N elementos equiespaciados y se alimentan con corrientes de igual magnitud y fase uniforme aumentando progresivamente en la línea, se denomina *array lineal uniforme*, y el campo resultante en un punto distante es

$$|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}_0| |1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi}| \quad (2.87)$$

El desfase α entre elementos es constante y representa el ángulo con el que cada dipolo está adelantado respecto a su predecesor. La ecuación (2.87) es una serie de progresión geométrica que puede escribirse

$$\left| \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E}_0|} \right| = \left| \frac{1 - e^{jN\psi}}{1 - e^{j\psi}} \right| = \left| \frac{\text{sen}(N\psi/2)}{\text{sen}(\psi/2)} \right| \quad (2.88)$$

El patrón resultante está representado por una función *sinc* con un máximo de valor igual a N y situado en $\psi = 0$, o lo que es lo mismo, el máximo se produce cuando se cumple la condición

$$\cos \phi = -\frac{\alpha}{k_0 d} \quad (2.89)$$

Es fácil demostrar que la amplitud de todos los máximos secundarios están 13,5 dB por debajo del principal, si N es suficientemente grande, y que la separación entre nulos es de $2\Delta\psi = 2(2\pi/N)$.

- Si $\alpha = 0$, la dirección del máximo es perpendicular a la línea del array y se tiene el llamado *array de haz lateral (broadside)*. La dirección principal está en $\phi_0 = \pi/2$.
- Si se cumple la condición $\alpha = -k_0 d$, el lóbulo principal del haz estará dirigido en línea con el array, es un *array de haz en línea (end-fire)*.

Un control electrónico de α conseguiría, como vemos, una variación del haz de hasta 180° . Algunos aspectos destacables de los arrays son:

- Si $\alpha = 0$, la dirección del máximo es perpendicular a la línea del array y se tiene el llamado *array de haz lateral (broadside)*. La dirección principal está en $\phi_0 = \pi/2$ y el primer nulo se produce cuando

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\phi}{2}\right) = \frac{\Delta\psi}{k_0 d} = \frac{\lambda_0}{Nd} \quad (2.90)$$

Para haces estrechos, el ancho se puede aproximar mediante la expresión

$$\Delta\phi = \frac{2\lambda_0}{Nd} \quad (2.91)$$

El ancho del haz principal es el doble del recíproco de la longitud del array en longitudes de onda.

- Si se cumple la condición $\alpha = -k_0 d$, el lóbulo principal del haz estará dirigido en línea con el array. Es un *array de haz en línea (end-fire)*. En este caso, el ancho del haz es mayor y se puede hallar mediante la siguiente expresión:

$$\Delta\phi = \sqrt{\frac{2\lambda_0}{Nd}} \quad (2.92)$$

2.7.1. Multiplicación de patrones

En el diseño de arrays se dispone de una herramienta muy útil: la multiplicación de patrones. A modo de ejemplo consideremos un array lineal uniforme de cuatro elementos (dipolos) como el de la Figura 2.16. Cada dos dipolos se pueden considerar como un único elemento, de manera que el array estaría formado por dos elementos que no serán omnidireccionales, pero su patrón se puede calcular mediante el producto del patrón de cada nuevo elemento unidad (el patrón de dos dipolos separados $\lambda/2$) por el patrón del grupo formado por los dos elementos separados λ . En caso de arrays más complejos, se puede aplicar este principio de manera inmediata.

Un inconveniente que presenta el array lineal alimentado uniformemente es que, aunque se puede aumentar su ganancia y su directividad al aumentar el número de elementos, los lóbulos secundarios no se pueden cancelar. El método de multiplicación de arrays nos

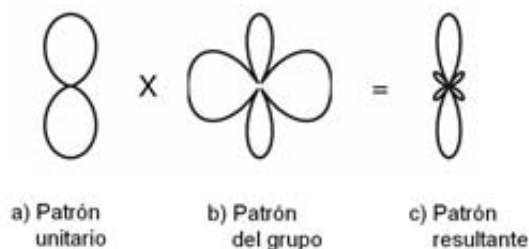


Figura 2.16. Multiplicación de patrones.

sugiere una forma de eliminar los lóbulos menores: si el array de cuatro dipolos se construye como indica la Figura 2.17. El patrón de grupo es igual que el unitario y el patrón resultante no presenta lóbulos secundarios. Por la forma de los patrones que se multiplican también se conoce como *patrón ocho al cuadrado*. Repitiendo sucesivamente el procedimiento podemos generar un array con mayor ganancia y sin lóbulos.



Figura 2.17. Array con patrón sin lóbulos secundarios.

2.8 ANTENAS PRÓXIMAS AL SUELO

Las antenas reales no operan en el espacio libre como se ha considerado hasta ahora. En particular la presencia del suelo afecta a los parámetros de las antenas y debe tenerse en cuenta cuando se realice el estudio de un sistema de radiocomunicaciones. En una primera aproximación de la influencia del suelo se estudiarán las antenas en presencia de un plano conductor ideal, como se muestra en la Figura 2.18, lo cual es cierto para el suelo a frecuencias bajas y medias, y para un plano metálico a radiofrecuencias.

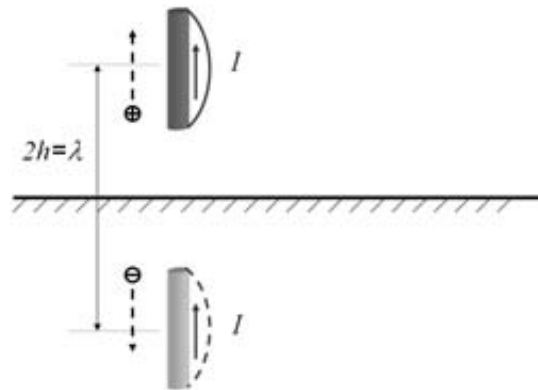


Figura 2.18. Dipolo vertical en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).

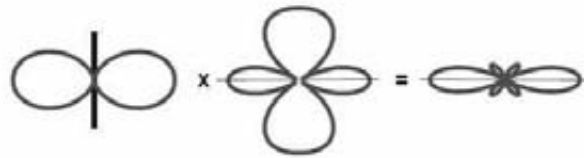


Figura 2.19. Patrón de radiación del dipolo vertical en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).

En la superficie del plano conductor se anulan la componente tangencial de \mathbf{E} y la normal de \mathbf{H} , y las cargas en el conductor se distribuirán de una manera equivalente a supuestas *cargas imágenes* situadas como un reflejo de las reales pero de signo contrario. Estas cargas influyen también en el campo por encima del plano conductor y el campo resultante puede verse como la superposición de un rayo directo y un rayo reflejado. Las cargas en movimiento generan corrientes imagen que tienen el mismo sentido en antenas verticales (Figura 2.18) y sentidos opuestos en antenas horizontales (Figura 2.20).

En el caso de antenas a una altura h de la superficie de la tierra, se analizará el campo resultante sustituyendo la tierra por una antena imagen a una distancia $2h$ de la real. El patrón resultante será el de un array de dos elementos y se puede aplicar el principio de multiplicación de patrones. En la Figura 2.19 se observa el patrón resultante de una antena vertical situada a una altura $h = \lambda/2$.

La impedancia del dipolo de $\lambda/2$ que se obtuvo en apartados anteriores es válida en el caso de que la antena esté en el espacio libre. En presencia de un plano conductor ideal la variación de esta impedancia puede ser analizada con el concepto de la *antena*

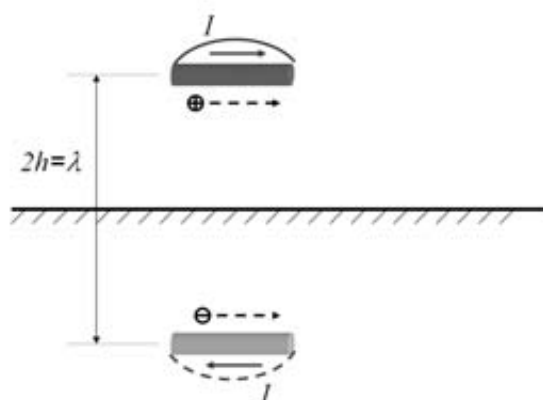


Figura 2.20. Dipolo horizontal en presencia de un plano conductor ($h = \lambda/2$).

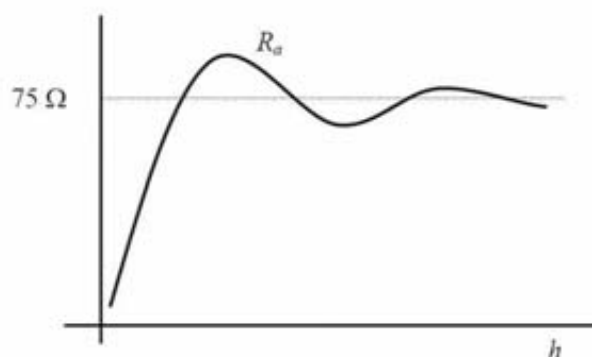


Figura 2.21. Variación de la resistencia de radiación del Dipolo de $\lambda/2$ con la altura respecto al plano conductor.

imagen. La variación de la resistencia de radiación de un dipolo de media onda se ha representado en la Figura 2.21 y se aprecia que su valor oscila alrededor de los 75Ω que tiene el dipolo en el espacio libre. Si se considera que la conductividad es finita, la oscilación será menor y se observará un desplazamiento en las alturas de los máximos y los mínimos. También se sabe que el patrón de radiación tiene múltiples lóbulos si la altura es grande.

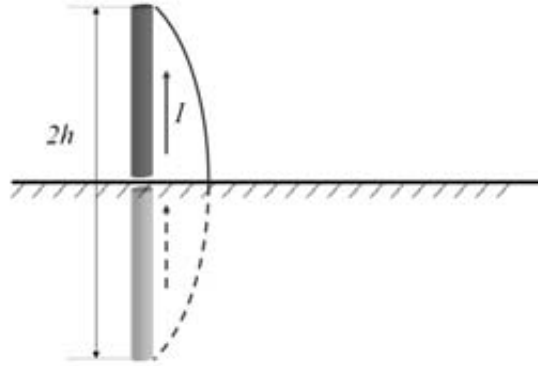


Figura 2.22. Antena monopolo.

2.8.1. Monopolo de $\lambda/4$

Empezaremos estudiando el monopolo pequeño vertical de altura h y alimentado por la base, como muestra la Figura 2.22. Las corrientes en la antena producen fuentes virtuales situadas simétricamente respecto al plano conductor, de manera que el campo que produce esta antena en el hemisferio superior será equivalente al de un dipolo corto de longitud $\ell = 2h$, cuando ambos son alimentados por la misma corriente, y naturalmente se anulará debajo del plano conductor. Debido a esto, el monopolo radia solo la mitad de la potencia del dipolo estando alimentado por la misma distribución de corriente, lo cual implica que su resistencia de radiación será la mitad de la del dipolo. Dicha resistencia de radiación se puede expresar como sigue:

$$R_a = 40\pi^2 \left(\frac{h}{\lambda_0} \right)^2 \quad (2.93)$$

ecuación que es válida para monopolos con $h \leq \lambda/8$.

La potencia que radia el monopolo de $\lambda/4$ es la mitad del dipolo de media onda por las mismas razones expuestas, y su resistencia de radiación también será la mitad. En general, la impedancia del monopolo de $\lambda/4$ es

$$Z_a = 36,5 + j21,25 \, \Omega \quad (2.94)$$

2.8.2. Transmisión en presencia de un plano conductor

La Figura 2.23 muestra una antena transmisora polarizada horizontalmente y una antena receptora situada a una gran distancia d . Podemos despreciar la onda de superficie, y el *factor de reflexión del suelo* se considerará $\rho e^{j\psi} = -1$. El campo recibido por la antena receptora es

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \left(1 + \rho e^{-j(k_0 \Delta R + \psi)} \right) \quad (2.95)$$

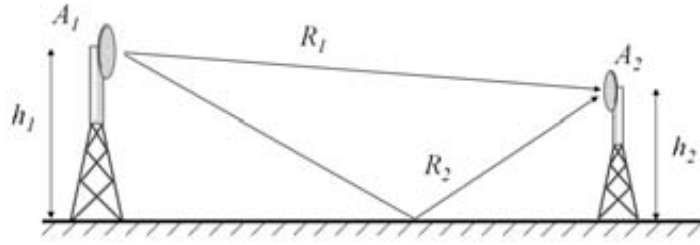


Figura 2.23. Transmisión en presencia de un plano conductor. Las torres de las antenas están separadas una distancia d .

La diferencia de fase entre la onda directa y la reflejada es

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} (R_2 - R_1) \quad (2.96)$$

donde R_1 y R_2 son las longitudes de los trayectos recorridos por el rayo directo y el rayo reflejado, respectivamente. De la misma Figura 2.23 se observa que

$$\begin{aligned} R_2^2 &= d^2 + (h_1 + h_2)^2 \\ R_1^2 &= d^2 + (h_1 - h_2)^2 \end{aligned} \quad (2.97)$$

y, para grandes distancias, se cumple que

$$R_2 - R_1 = \frac{2h_1h_2}{d} \quad (2.98)$$

luego,

$$\alpha = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{h_1h_2}{d} \quad (2.99)$$

con lo que sustituyendo en (2.95) se obtiene para la magnitud del campo eléctrico resultante

$$|\mathbf{E}|^2 = 2|\mathbf{E}_0|^2 \left(1 - \cos \frac{4\pi h_1h_2}{\lambda d} \right) = 4|\mathbf{E}_0|^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi h_1h_2}{\lambda d} \right) \quad (2.100)$$

indicando que hay una serie de lóbulos según se varía la altura de las antenas. Si se supone antenas bajas y d muy grande, podemos sustituir el seno por su argumento, simplificándose la expresión (2.100):

$$|\mathbf{E}|^2 = |\mathbf{E}_0|^2 \frac{16\pi^2 h_1^2 h_2^2}{\lambda^2 d^2} \quad (2.101)$$

indicando una dependencia de la energía recibida inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre las antenas.

Como la potencia recibida en espacio libre es $P_{R0} \propto |\mathbf{E}_0|^2/\eta$, y la potencia recibida $P_R \propto |\mathbf{E}|^2/\eta$, entonces

$$\frac{P_R}{P_{R0}} = \frac{16\pi^2 h_1^2 h_2^2}{\lambda^2 d^2} \quad (2.102)$$

2.9 ANTENAS PRÁCTICAS

2.9.1. Baluns

El dipolo es una *carga balanceada*, esto quiere decir que las dos ramas tienen la misma impedancia respecto a tierra, y por tanto debe ser alimentado por una línea de transmisión balanceada, como puede ser una línea bifilar. Sin embargo, la salida de los transmisores de alta frecuencia es desbalanceada, y utilizan cables coaxiales con uno de sus conductores conectado a tierra, así que se debe transformar de un dispositivo desbalanceado en otro balanceado. Estos dispositivos se conocen como **baluns** (*BALanced UNbalanced*).

En la Figura 2.24 se observa un dipolo conectado directamente a un cable coaxial. Las corrientes I_1 e I_2 son iguales y opuestas. En A , la corriente I_2 se divide en I_3 e $I_2 - I_3$ que fluye por la segunda rama del dipolo. La corriente I_3 depende de la impedancia efectiva respecto a tierra, Z_g , proporcionada por el trayecto exterior del conductor. Idealmente se pretende que I_3 sea nula, lo cual se puede conseguir mediante el balun de la misma figura, que añade un manguito metálico de $\lambda/4$ alrededor del conductor exterior. Cuando el manguito está conectado al conductor exterior en el extremo inferior, la impedancia Z_g es muy alta, impidiendo el paso de la corriente a tierra. Este balun es 1:1 pero existen otros tipos de baluns que transforman, por ejemplo, 4:1, etc.

Otro tipo de baluns son los de ferrita, cuyo uso se restringe a las bajas frecuencias, colocándose, por ejemplo, entre la antena y la entrada de la misma en el receptor de televisión.

2.9.2. Dipolo doble

Para aumentar la impedancia de la antena se puede utilizar el dipolo doble, que consiste en dos dipolos de igual diámetro, próximos y conectados en los extremos. Su funcionamiento puede explicarse a partir de un hipotético dipolo de longitud λ que diera continuación a la distribución de corriente del dipolo $\lambda/2$. Si se acepta esa distribución, la corriente en los extremos sería máxima, lo cual es una contradicción puesto que al terminar el conductor ¿hacia dónde van a ir los electrones? No obstante podemos doblar ese dipolo lineal y unir los extremos dando continuidad plena a la distribución de corriente que hemos asumido. Ahora se tienen dos dipolos $\lambda/2$ que están en paralelo,

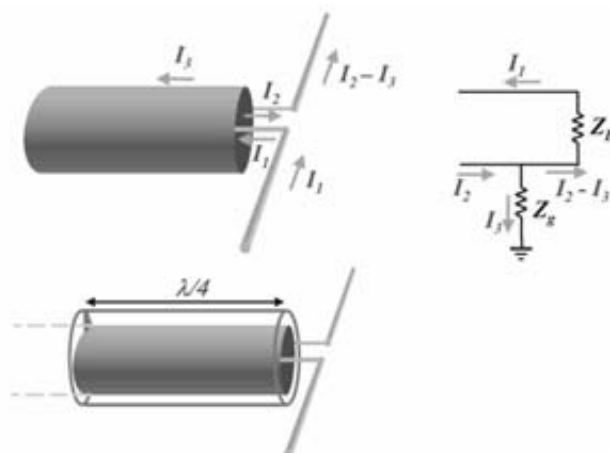


Figura 2.24. Línea coaxial desbalanceada alimentando un dipolo lineal mediante un BALUN.

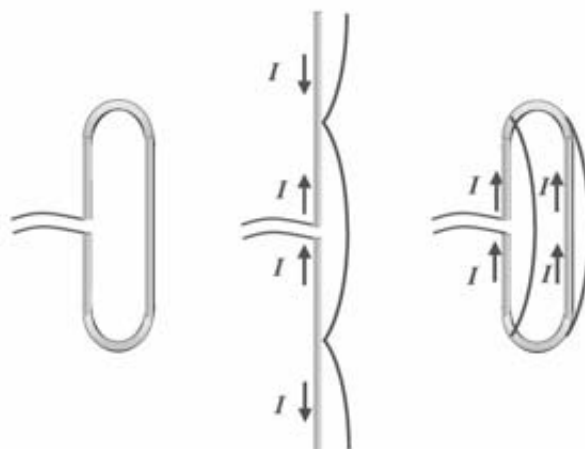


Figura 2.25. Dipolo doble. Desarrollo de su funcionamiento a partir de un dipolo de $l = \lambda$ con una distribución hipotética de corriente.

por lo que sus campos se duplican proporcionando una potencia cuatro veces mayor al ser alimentados por la misma corriente que el dipolo simple, lo que a su vez indica que la impedancia aumenta cuatro veces. El dipolo doble presenta también mayor ancho de banda motivado por el hecho de que, al disminuir la frecuencia, el dipolo sería capacitivo, pero la conexión del otro dipolo se compensa inductivamente, y por encima de resonancia también ocurre la compensación, todo lo cual provoca que la banda sea mayor. La alimentación del dipolo doble se puede realizar mediante una línea bifilar de 300Ω .

2.9.3. Antenas para VHF

Yagi-Uda

Las antenas empleadas en VHF son fundamentalmente arrays de dipolos como los estudiados, pero buscando, según la aplicación, directividad en unos casos, y ancho de banda en otros. Una antena sumamente popular es la **Yagi-Uda** que es un array compuesto por un dipolo (elemento activo) y por *elementos parásitos* no alimentados, que actúan como *reflectores* o como *directores*. Para el caso sencillo de la Figura 2.26, el elemento *reflector* es más largo que el dipolo y debe estar separado $0,15\lambda_0$ para que la radiación sea en la dirección de la longitud del array, y además se anule en sentido opuesto. Si el elemento parásito se hace menor que el dipolo, se conoce como *director*, y la radiación se produce en su sentido. Lo común es usar ambos elementos.

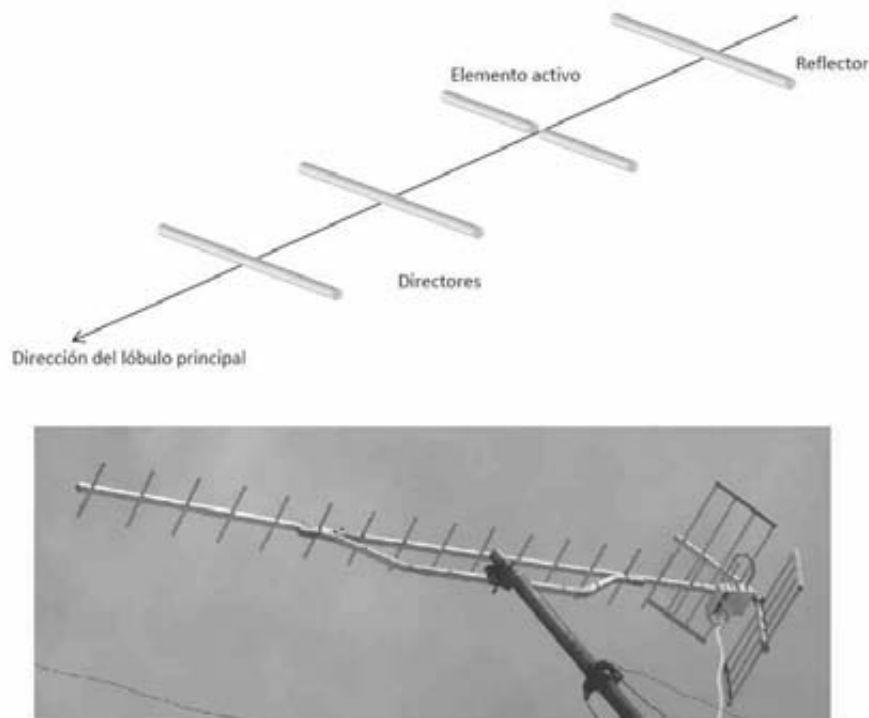


Figura 2.26. Antena Yagi-Uda.

Se puede alcanzar una directividad de 3 si se utilizan un reflector y un director, y ganancias de hasta 14 dB o más con antenas de 8 a 10 elementos. Un gran inconveniente de la Yagi es su baja impedancia, típicamente puede ser de $20\ \Omega$ para un dipolo de media onda como elemento principal. Una solución consiste en utilizar un dipolo doble. Otro inconveniente es su escaso ancho de banda, del orden de 20-30 %, con lo cual si sirve

para unos canales de VHF, no servirá, generalmente, para otros de VHF ni, en absoluto, para UHF.

Periódica-logarítmica

La antena que presenta un significativo incremento del ancho de banda es la antena periódica-logarítmica, que aprovecha la idea básica de utilizar elementos de longitud variable que resuenen a diferentes frecuencias. La Figura 2.27 muestra la geometría de esta antena y se aprecia que la dimensión de cada elemento se incrementa proporcionalmente a su distancia al origen. La regla de variación de la longitud de los elementos es

$$\frac{x_k}{x_{k-1}} = \frac{l_k}{l_{k-1}} = \frac{d_k}{d_{k-1}} = \frac{a_k}{a_{k-1}} = \tau \quad (2.103)$$

donde τ es una constante de diseño (comprendida entre 0,8 y 0,96) y ℓ_k , d_k y a_k representan la longitud, la distancia y el diámetro del elemento k , respectivamente. Para evitar la reflexión que se produciría alimentando el dipolo más corto, se interconectan todos los elementos según se indica en la figura y de esta forma se consigue que el patrón se oriente hacia la izquierda. Así, se logran ganancias de 8 a 12 dB.

2.9.4. Antenas para UHF y SHF

En UHF se pueden usar arrays al igual que en VHF, pero en la parte alta de la banda y especialmente en SHF (3-30 GHz), los elementos son demasiado pequeños por lo que las antenas que se emplean son de abertura: bocinas, paraboloideas, de ranura, de parches de microstrip (ver Figura 2.28), etc.

Antena de bocina

Las guías de onda son frecuentemente utilizadas para alimentar reflectores parabólicos, en particular con una terminación en antena de tipo bocina. Para una bocina de longitud fija, la ganancia es máxima si el ángulo de ensanchamiento se incrementa hasta permitir un error de fase de $0,75\pi$ en el plano H y de $0,5\pi$ en el plano E . En ese caso, la directividad es

$$D = 6,4 \frac{ab}{\lambda_0^2} \quad (2.104)$$

siendo a el ancho de la abertura, y b la altura de la misma.

Para un punto situado a una cierta distancia de la antena, se superpondrán los campos producidos por la parte central de la abertura, en el centro de la antena, y los campos que se producen en los bordes de la antena. Si la abertura es demasiado grande, se puede producir una cancelación parcial de los campos, de forma que se trata de buscar valores de a y b que no produzcan un error de fase sustractivo.

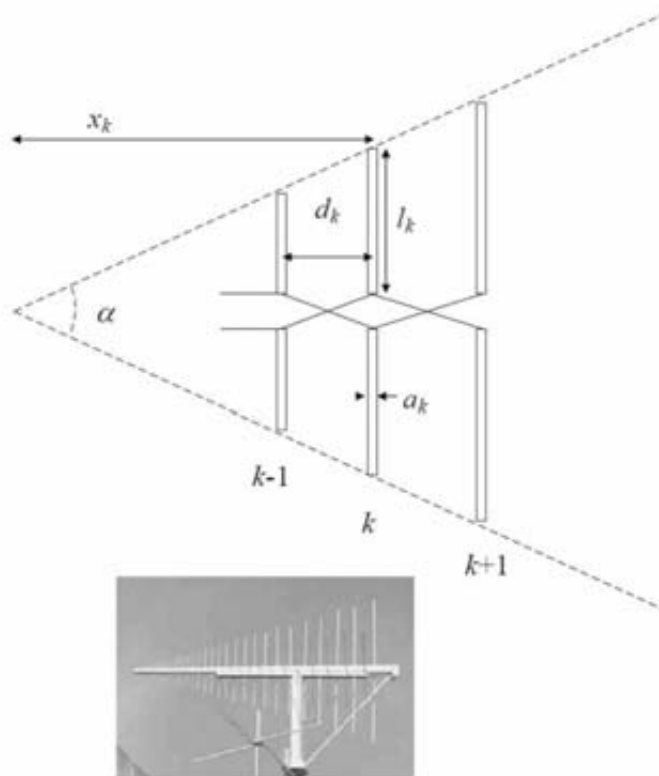


Figura 2.27. Antena periódica-logarítmica.



Figura 2.28. Antena de parche de microstrip a 5 GHz. (Foto cedida por el Grupo de Sistemas de Radiocomunicación)



Figura 2.29. Antena de bocina.
(www.ahsystems.com/catalog/data/info/oc574.jpg)

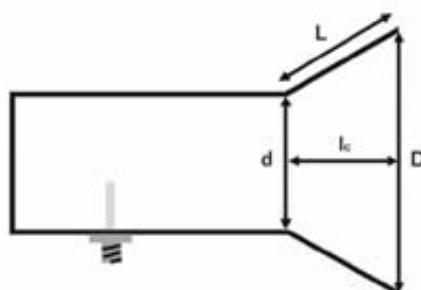


Figura 2.30. Antena de bocina construida para el Proyecto de Fin de Carrera. Foto cedida por Ricardo Borrero, autor del PFC.

Reflector parabólico

A frecuencias de microondas, el reflector parabólico es el tipo de antena más ampliamente utilizado en los sistemas de comunicaciones. Está construida con un paraboloide metálico que es iluminado por una antena de bocina situada en su foco. Todos los rayos originados en este foco son reflejados por la superficie y radiados en direcciones paralelas al eje de la antena. El sistema debe estar bien diseñado para que la bocina ilumine toda la superficie del paraboloide y además que toda la potencia emitida por la bocina sea interceptada por la parábola. En antenas reales siempre hay una pérdida debida al desbordamiento y además pérdidas de abertura debidas a variaciones de fase, a campos con polarización cruzada, etc. Todo esto contribuye a que la antena tenga una eficiencia

menor que 1. La ganancia de una antena parabólica puede expresarse como

$$G = e_s e_a \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \pi a^2 \quad (2.105)$$

donde a es el radio de la sección circular de la antena parabólica, e_s es un término de la eficiencia real que tiene en cuenta el desbordamiento de la parábola y e_a es el término de la eficiencia que incorpora la abertura de la antena.

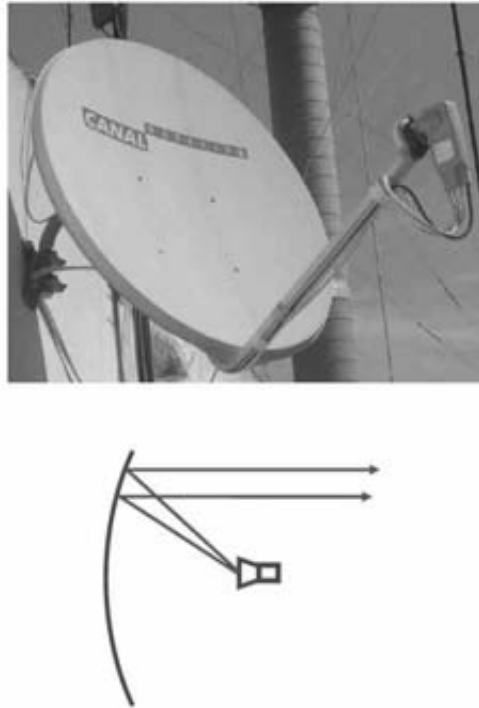


Figura 2.31. Antena parabólica.

2.10 FÓRMULA DE TRANSMISIÓN DE FRIIS

Se puede dar un paso más en el estudio de las antenas analizando su comportamiento como elemento de un sistema de radiocomunicaciones. Aplicando el concepto de pérdida de transmisión en la radiopropagación obtendremos una medida de la relación de potencia que se debe transmitir para recibir una potencia determinada.

En el espacio libre, la pérdida de transmisión se puede calcular fácilmente considerando que una antena isotrópica que recibe una potencia P_T va a radiar de forma que a una

distancia d se tendrá una densidad de potencia. Si la antena tiene una ganancia G_T en la dirección de la antena receptora, la densidad de potencia aumenta a $G_T P_T / 4\pi d^2$. Si la antena receptora tiene un área efectiva $A_e = G_R \lambda^2 / 4\pi$, entonces la potencia recibida será

$$P_R = G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 P_T \quad (2.106)$$

Se define la **pérdida de transmisión básica**, en dB, como

$$L_b(\text{dB}) = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda} \quad (2.107)$$

y la pérdida real será $L(\text{dB}) = L_b(\text{dB}) - G_1(\text{dB}) - G_2(\text{dB})$.

Para el **espacio libre**,

$$L_b(\text{dB}) = 32,45 + 20 \log f_{(\text{MHz})} + 20 \log d_{(\text{km})} \quad (2.108)$$

mientras que en el modelo de **tierra plana**,

$$L_b(\text{dB}) = 120 - 20 \log h_1 h_{2(\text{m})} + 40 \log d_{(\text{km})} \quad (2.109)$$

resultando este último, un modelo válido para comunicaciones móviles urbanas.

2.10.1. Ecuación radar

Si la señal radiada por un transmisor intercepta un blanco de sección eficaz σ , éste radiará a su vez, y de una forma que podemos asumir isotrópica en una primera aproximación, la potencia captada, que puede expresarse como

$$G_T \frac{P_T}{4\pi d^2} \sigma \quad (2.110)$$

y en el receptor del radar se recibirá una potencia

$$P_R = G_T \frac{P_T}{(4\pi d^2)^2} \sigma \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R \quad (2.111)$$

que resulta ser proporcional a $1/d^4$.

- **Ejemplo.** Las características de un enlace digital de microondas son las indicadas en la tabla inferior. Se desea calcular la distancia de cobertura, suponiendo propagación en espacio libre.

	Transmisor	Receptor
Potencia	$P_0 = 500 \text{ mW}$	—
Sensibilidad	—	$S_R = -85,5 \text{ dBm}$
Pérdidas en terminales	$L_T = 1,5 \text{ dB}$	$L_R = 1,2 \text{ dB}$
Ganancia de antena	$G_T = 28 \text{ dB}$	$G_R = 28 \text{ dB}$

Frecuencia: $f = 4,6 \text{ GHz}$

Anchura de banda de transmisión: $B = 5 \text{ MHz}$

Margen para desvanecimientos: $M = 25 \text{ dB}$

Como primer paso calculamos la potencia que se desea recibir

$$P_R = S_R + M = -85,5 \text{ dBm} + 25 \text{ dB} = -60,5 \text{ dBm}$$

Aplicando la fórmula de transmisión de Friis,

$$\begin{aligned} P_R (\text{dBm}) &= P_0 (\text{dBm}) - L_T + G_T - L_b + G_R - L_R - 60,5 \text{ dBm} \\ &= 27 \text{ dBm} + (-1,5 + 28 - L_b + 28 - 1,2) \text{ dB} \end{aligned}$$

Resultando $L_b = 140,8 \text{ dB}$. Como

$$L_b = 32,45 + 20 \log f (\text{MHz}) + 20 \log d (\text{km})$$

se obtiene

$d = 57 \text{ km}$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] William Gosling. Radio Receivers. IEE Telecommunication Series 15, 1986
- [2] U. L. Rohde and T. T. N. Bucher: Communication Receivers. Principles & Design. McGraw-Hill. 1988
- [3] Clarke and Hesse: Communication Circuits: Analysis and Design.
- [4] Steele, R. Mobile radio communications.
- [5] Parsons, D. The Mobile Radio Propagation Channel.
- [6] Mehrotra, A. Cellular Radio Performance Engineering
- [7] Jordan, E. Electromagnetic Waves and Radiating Systems. Prentice-Hall, 1968
- [8] Collin, R. E. Antennas and Radiowave Propagation. McGraw Hill, 1985

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 2.1.** Deduzca la expresión para el área efectiva del dipolo de media onda.
- 2.2.** Deduzca la expresión para el área efectiva del dipolo corto real.
- 2.3.** Deduzca la expresión para la resistencia de radiación de un dipolo corto, cuya distribución de corriente es constante.

- 2.4.** Deduzca la expresión para la resistencia de radiación del mismo dipolo corto, pero ahora con una distribución de corriente lineal. Compárela con la respuesta del ejercicio anterior.
- 2.5.** Para distancias d grandes, la pérdida de propagación en un modelo de tierra plana perfectamente conductora varía con d^n . Deduzca el valor de n .
- 2.6.** Deduzca la expresión para el valor de la intensidad de campo eléctrico ($\mu\text{V/m}$) en el modelo de tierra plana, en función de la altura de las antenas (m), la longitud de onda (m) y la distancia d (km).
- 2.7.** Demuestre que para una dipolo lineal con una distribución de corriente arbitraria y en la aproximación de campos lejanos se cumple la ecuación

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu_0} \sin \theta \frac{\partial A_z}{\partial r}. \quad (2.112)$$

- 2.8.** Hallar la directividad para un elemento de corriente a partir del conocimiento de las expresiones de su longitud efectiva y de su resistencia de radiación.
- 2.9.** Diga si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: *Al intercambiar un generador ideal de corriente y un voltímetro ideal entre dos antenas, los voltajes en cada caso son iguales de acuerdo al teorema de reciprocidad.*
- 2.10.** Demuestre que el campo de radiación en la superficie de la tierra de un monopolo de $\lambda/4$ está dado aproximadamente por:

$$E = \frac{6,14}{d} \sqrt{P_T} \quad \text{mV/m} \quad (2.113)$$

donde d es la distancia del punto en millas y P_T es la potencia radiada en watios. Se sabe que una milla es equivalente a 1,609 km.

- 2.11.** Dada la potencia y la ganancia de la antena de un transmisor de RF, demuestre que, suponiendo propagación en el espacio libre, la intensidad de campo eléctrico que se recibe a una distancia d es

$$E(\text{dB}\mu) = 20 \log E(\mu\text{V/m}) = 74,77 + \text{PIRE}(\text{dBW}) - 20 \log d(\text{km}) \quad (2.114)$$

- 2.12.** Suponiendo conocida la ganancia de la antena de un receptor de RF y la intensidad de campo eléctrico recibido, demuestre que la potencia entregada al receptor se puede expresar en función de la frecuencia como

$$P_R(\text{dBm}) = E(\text{dB}\mu \text{ V/m}) - 77,22 - 20 \log f(\text{MHz}) + G_R(\text{dB}) \quad (2.115)$$

2.13. Deduzca cuál es el valor de la corriente que se debe suministrar a un monopolo vertical de $\lambda/4$ para que radie la misma potencia que un dipolo de $\lambda/2$ alimentado con una corriente I .

2.14. Suponga que en la Figura 2.23 la antenna transmisora A_1 está polarizada horizontalmente y la receptora de igual polarización A_2 está separada de la primera una gran distancia, d . La antenna A_2 recibe tanto la señal de RF directa como la reflejada por el suelo cuyo coeficiente de reflexión se supone $R = -1$, y en consecuencia cambia 180° la fase de la onda radioeléctrica, pero no su amplitud.

a) Demuestre que la intensidad del campo eléctrico total recibido por A_2 está dada por:

$$E_R = E_D \left(1 + e^{-j\left(\frac{4\pi h_1 h_2}{\lambda d} + \pi\right)} \right) \quad (2.116)$$

donde E_D es la intensidad del campo recibida por onda directa y h_1, h_2 son las alturas de las antenas.

b) A partir de este resultado, derive una expresión para la potencia recibida por A_2 en función de la potencia transmitida y de las ganancias de las antenas. (Sugerencia: $1 - \cos 2a = 2 \sin^2 a$).

2.15. El cálculo de la resistencia de radiación en el espacio libre de un dipolo de $\lambda/2$ con una distribución sinusoidal de corriente arroja un resultado de 73Ω . Calcule la de un hilo vertical, cuya longitud es $\lambda/4$, situado justamente sobre un plano conductor perfecto de extensión infinita, si por el mismo circula una corriente cuya distribución es idéntica a la de la rama superior del dipolo.

2.16. Calcule la longitud efectiva de un dipolo corto a partir de la ecuación que la define.

2.17. Calcule la longitud efectiva de un dipolo de $\lambda/2$.

2.18. Se desea construir un enlace por radio entre dos localidades situadas en una región de terreno llano y horizontal, separadas entre sí por una distancia de 200 Km. La compañía proyectista utiliza instalaciones estándar cuyos datos son:

- Torres de altura 30 m.
- Antenas parabólicas tipo *P471D* (ANDREW) con ganancia de 37 dBi, diámetro de 1.2 m, ancho del haz de 2.2° e impedancia de entrada de 50Ω (adaptada a los equipos).
- Filtro duplexor con pérdidas de 1.4 dB.
- Guía de onda (ANDREW) con una atenuación a 7.5 GHz de 4.76 dB/100 m.

a) Calcule la eficiencia de la antena y estime el ancho del haz. Compare el resultado con el dato que da el fabricante.

- b)* En una primera aproximación, el cálculo se realiza utilizando el modelo de suelo conductor perfecto. Plantee la ecuación de la pérdida básica de propagación para este modelo y compárela con la pérdida básica para el espacio libre.

2.19. Usando las curvas de la Figura 2.7, correspondientes a un dipolo lineal:

- a)* Determine un valor aproximado del factor Q (sin carga) de un dipolo de media onda construido con alambre de cobre de 2 mm de diámetro (antena cilíndrica), a una frecuencia de 100 MHz.
- b)* Calcule los elementos del circuito equivalente de la misma antena a partir de la teoría de antenas cilíndricas, y compare los resultados con el apartado a).
- c)* Desde el punto de vista del ancho de banda, justifique la viabilidad de utilizarla para la transmisión de la banda de FM, comprendida entre 88 y 108 MHz, si debe cubrir la banda entera sin perder más de 3 dB. Discuta el comportamiento de una antena de las mismas características, pero que deba cubrir la banda de 54 a 88 MHz.
- d)* Repita el apartado c) para una antena similar, pero construida con un tubo de 25 mm de diámetro.

2.20. Se desea construir un dipolo de $\lambda/2$ para un sistema de comunicaciones móviles que opera a 900 MHz. En su confección se utiliza una varilla metálica cilíndrica de 0,4 cm de diámetro y la impedancia es de 50Ω a la frecuencia central. Calcule:

- a)* La impedancia característica promedio de la antena.
- b)* El valor de los elementos del circuito equivalente de la antena.
- c)* La impedancia de la antena a 0,1 MHz por debajo de su frecuencia de resonancia.
- d)* El ancho de banda si la antena se utiliza con un transmisor de 50Ω .

Subsistemas de radio

3.1 CIRCUITOS BÁSICOS

En este capítulo revisaremos los principales circuitos y subsistemas empleados en transmisores y receptores. El objetivo es entender su funcionamiento y sus principales características. Se anima a los lectores más interesados a profundizar en los temas más específicos del diseño de circuitos de RF, aunque no se exigirán esos conocimientos en el marco de esta asignatura.

Para el diseño de receptores y transmisores de radio, contamos con conocimientos de síntesis de circuitos de alta frecuencia, además de diferentes herramientas hardware y software. Si pretendemos analizar el diseño de un circuito antes de su implementación práctica, podemos emplear un software especializado, tal como el APLAC, de distribución gratuita y empleado en la asignatura Laboratorio de Radiocomunicación, o el ADS. Se dispone también de herramientas software para el análisis de sistemas, tales como el SIMULINK(MATLAB) o el SPW.

3.1.1. Circuitos adaptadores de impedancia

En los circuitos de alta frecuencia repetidamente nos enfrentamos a la necesidad de adaptar una impedancia baja (por ejemplo, la impedancia de la antena) a una impedancia alta (por ejemplo, la impedancia de entrada de un FET). Junto a esto es necesario seleccionar simultáneamente la banda de frecuencias que contiene la información transmitida.

Circuito resonante con divisor capacitivo

Entre los circuitos más utilizados para adaptar impedancias en banda estrecha, situación muy común en RF, se tiene el circuito resonante con divisor capacitivo que se muestra en la Figura 3.1.

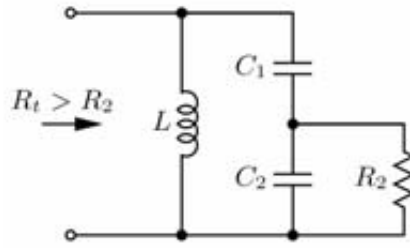


Figura 3.1. Circuito resonante con divisor capacitivo.

Si $Q_t \approx f_0/B \geq 10$, entonces las fórmulas de diseño para el circuito resonante capacitivo son

$$N^2 = \frac{R_t}{R_2} \quad C = \frac{1}{2\pi B R_t} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

$$Q_p \approx \frac{Q_t}{N} \quad C_2 \approx N C \quad C_1 \approx \frac{C_2}{N-1} \quad C \approx \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Este circuito realiza también un filtrado de la señal con una frecuencia central $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ y un ancho de banda $B = f_0/Q_t$. Se trata, por tanto, de un transformador de impedancias de banda estrecha, con $f_0 = 150$ MHz.

Transformador doblemente sintonizado

Otro circuito frecuentemente utilizado para el mismo fin es el que se muestra en la Figura 3.2.

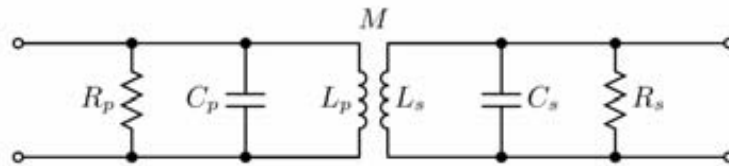


Figura 3.2. Transformador doblemente sintonizado con $L_1 = L_2 = 50$ nH, $C_1 = C_2 = 22$ pF, $R_p = R_s = 500 \Omega$.

Este circuito es ampliamente utilizado en las etapas de FI, y se puede considerar que la resistencia de salida de la etapa precedente es R_s y la resistencia de entrada de la siguiente etapa es R_L . Se define el **coeficiente de acoplamiento** como

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \quad (3.1)$$

La condición para máxima transferencia de potencia (*acoplamiento crítico*) es

$$k_c = \frac{1}{Q} \quad (3.2)$$

donde el factor de calidad del circuito RLC paralelo es $Q = R_p/\omega_0 L$ y la respuesta del filtro será máximamente plana. Si $k > k_c$, entonces los tanques están sobreacoplados, y la respuesta, mostrada en la Figura 3.3, tendrá un rizado dado por

$$\frac{A_{vm}}{A_{v0}} = 0,5 \left(kQ + \frac{1}{kQ} \right) \quad (3.3)$$

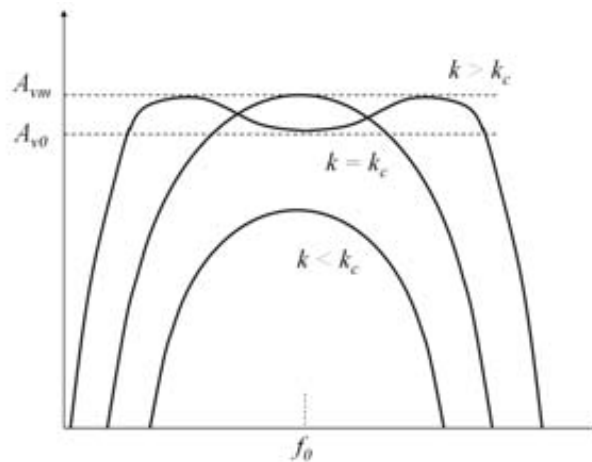


Figura 3.3. Respuesta en frecuencia para diferentes acoplamientos.

3.1.2. Filtros

Los *filtros* son estructuras más complejas que permiten el paso de una banda de frecuencias, la *banda de paso*, con un mínimo de atenuación. Los filtros lineales se caracterizan en el dominio de la frecuencia por su función transferencial $H(f)$, que relaciona los espectros de las señales de entrada y de salida:

$$Y(f) = H(f)X(f)$$

siendo $|H(f)|$ una función par y $\text{ang}H(f)$ una función impar.

En análisis de sistemas se acostumbra a considerar un filtro ideal con pendientes infinitas, pero esta aproximación conduce a resultados poco reales. Así, por ejemplo, si a la entrada de un filtro ideal de banda estrecha con una frecuencia central f_0 , se tiene una señal centrada también en f_0 y con un alto contenido de armónicos, a su salida aparecería solo el armónico fundamental, pero sabemos que en el mundo real en la salida aparecen

también, aunque atenuados, los otros armónicos. Un análisis más realista es considerar la respuesta del filtro tipo Butterworth, de banda estrecha $B/2$, con n polos, que puede escribirse como

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{2\Delta f}{B}\right)^{2n}}$$

con $\Delta f = f - f_0$.

Y además, si $\Delta f \gg B/2$, entonces la atenuación es aproximadamente $A(\text{dB}) \approx 20n \log(2\Delta f/B)$. Por otra parte, podemos analizar su respuesta, representada en la Figura 3.4, a partir de su comportamiento asintótico para frecuencias en la banda donde la atenuación es 0 dB, y para frecuencias muy alejadas donde la atenuación aumenta a razón de $6n$ dB/octava o, lo que es lo mismo, $20n$ dB/década¹. Obsérvese que la Figura 3.4 es una representación del modelo paso bajo equivalente de un filtro centrado en f_0 y con una banda B .

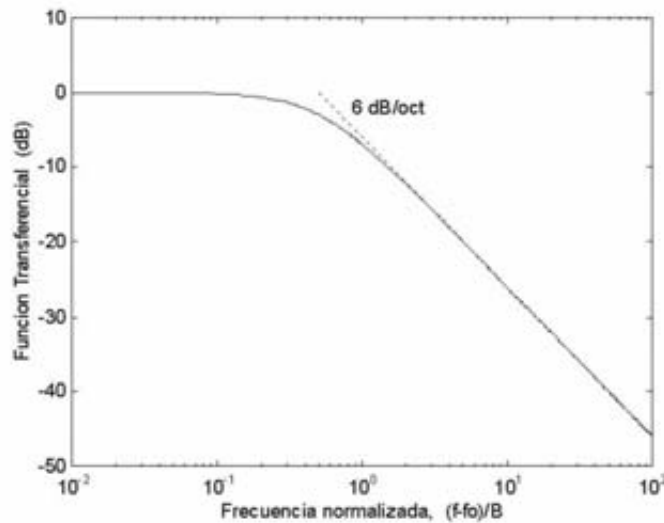


Figura 3.4. Respuesta en frecuencia tipo Butterworth ($n = 1$).

Un tipo importante de filtro es el llamado *filtro duplexor*. Este dispositivo se suele emplear en comunicaciones dúplex permitiendo la recepción y transmisión simultánea de los mensajes. En el sentido de recepción la señal de la antena es entregada sin pérdidas importantes al amplificador de bajo ruido del receptor, mientras que en el sentido de transmisión, la señal del amplificador de potencia se entrega a la antena también sin

¹El término *octava* se refiere a duplicar la frecuencia y *década* a aumentarla en diez veces.

pérdidas significativas. Para su correcto funcionamiento se requiere que la frecuencia de recepción y la de transmisión estén suficientemente alejadas a una distancia llamada *separación dúplex*.

Aunque no es un filtro propiamente, el *circulador* puede emplearse para realizar la misma función de *duplexor*. El circulador es un dispositivo de tres puertos que tiene la característica de que la señal en la puerta 1 es enviada sin pérdidas significativas a la puerta 2. Si dicha puerta está desadaptada entonces la señal es reflejada y pasa a la puerta 3. De esta forma, la señal del transmisor (puerta 1) puede pasar a la antena (puerta 2) para transmitirse. Al mismo tiempo, la señal recibida por la antena pasa al receptor (puerta 3).

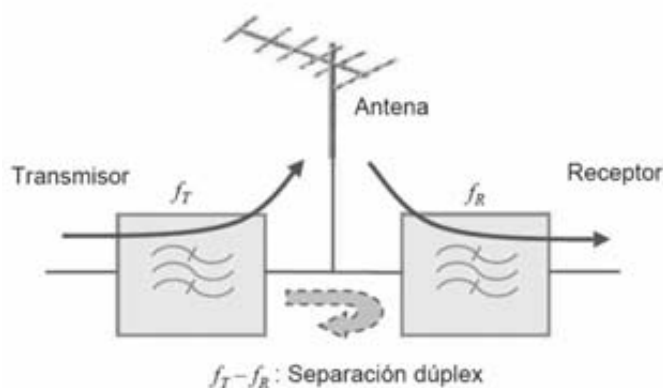


Figura 3.5. Filtro duplexor.

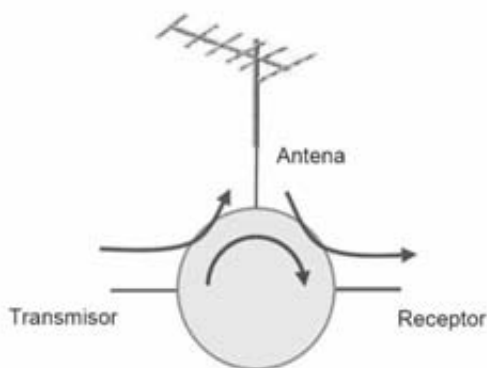


Figura 3.6. Circulador.

3.2 AMPLIFICADORES

Quizás el circuito más importante de los sistemas electrónicos para comunicaciones sea el *amplificador*. El diseño del amplificador de alta frecuencia se hace fundamentalmente mediante parámetros de dispersión s , pero en lugar de abordar aspectos del diseño, nos centraremos en resaltar características de los amplificadores que tienen una incidencia significativa en todo el sistema de radiocomunicación. El circuito de la Figura 3.7 representa un amplificador construido con un transistor bipolar *BJT*. Un aspecto importante de este circuito es su no linealidad, que se puede analizar de forma sencilla.

Consideremos el circuito de la Figura 3.7 para el cual suponemos que la frecuencia de trabajo es suficientemente baja como para despreciar las reactancias internas del BJT. Además suponemos que las reactancias de C_E y C_c en RF son despreciables y que R_1 y R_2 son muy altas y no derivan RF a tierra. En ese caso la tensión base emisor será

$$v_{BE}(t) = V_{BE} + V_1 \cos \omega t \quad (3.4)$$

y para la corriente de emisor se cumple que

$$i_E(t) = I_{ES} e^{qv_{BE}(t)/kT} \quad (3.5)$$

donde la carga del electrón es $q = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C y la constante de Boltzmann es $k = 1,3806226 \cdot 10^{-23}$ J/K. La corriente de emisor será

$$i_E(t) = I'_E e^{x \cos \omega t} = \left(I_{ES} e^{qV_{BE}/kT} \right) e^{qV_1 \cos \omega t/kT} \quad (3.6)$$

función del tiempo periódica y no lineal, donde

$$x = \frac{qV_1}{kT} = \frac{V_1}{0,026} \quad (3.7)$$

siendo $kT/q = 0,026$ V = 26 mV a temperatura ambiente.

De la Figura 3.7 sabemos que:

$$v_0(t) = V_{cc} - i_C(t)R_t, \quad i_C(t) = \alpha i_E(t), \quad i_E(t) = I_{ES} e^{qv_{BE}(t)/kT} \quad (3.8)$$

Desarrollando (3.6) en serie de Fourier:

$$i_E(t) = I'_E \left[I_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(x) \cos n\omega t \right] \quad (3.9)$$

donde $I_n(x)$ son las funciones de Bessel modificadas de primer tipo y orden n . Es evidente que la CD es

$$I_E = I_{ES} e^{qV_{BE}/kT} I_0(x) \quad (3.10)$$

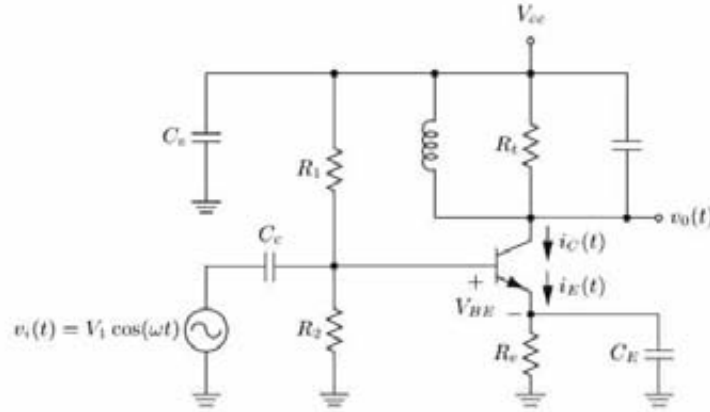


Figura 3.7. El circuito tanque LC , en paralelo con R_t , eliminará todos los armónicos distintos del primero. Por otro lado, colocando un condensador a la salida, eliminaríamos la componente continua.

y la corriente de emisor será

$$i_E(t) = I_E \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n(x)}{I_0(x)} \cos n\omega t \right] \quad (3.11)$$

Luego, la señal de salida tiene todos los armónicos de la señal de entrada, por lo que el amplificador es un sistema no lineal. Sin embargo, su estudio se puede simplificar si observamos la Figura 3.9, donde se ha trazado la variación relativa de la amplitud de cada armónico. Si el nivel de entrada se mantiene bajo ($x \ll 1$ o $V_1 \ll 26$ mV), solo es importante el armónico fundamental, y podemos considerar lineal el amplificador. La tensión de salida será

$$v_o(t) = V_{cc} - \alpha I_E R_t - \alpha I_E R_t \frac{2I_1(x)}{I_0(x)} \cos \omega t, \quad x \ll 1 \quad (3.12)$$

$$= V_{cc} - I_c R_t - g_m R_t V_1 \cos \omega t, \quad \frac{2I_1(x)}{I_0(x)} \approx \frac{qV_1}{kT}, \quad x \ll 1 \quad (3.13)$$

Si la señal de entrada del amplificador de la figura es suficientemente pequeña, la tensión de salida estará dada por

$$v_o(t) = V_{cc} - I_c R_t - g_m R_t V_1 \cos \omega t \quad (3.14)$$

donde se ha usado la definición de **transconductancia para pequeña señal**

$$g_m = \frac{qI_c}{kT}. \quad (3.15)$$

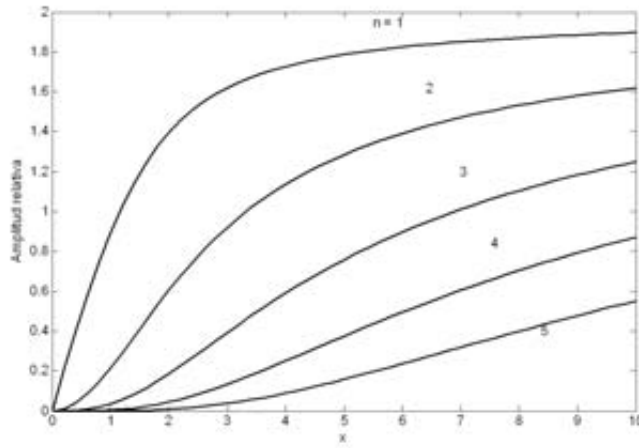


Figura 3.8. Amplitud relativa de los armónicos: $2I_n(x)/I_0(x)$.

Se puede considerar un nivel mayor de señal de entrada si a la salida se tiene un filtro paso banda sintonizado a la frecuencia fundamental. Entonces se eliminan los otros armónicos, y la tensión de salida se puede expresar en función de la señal de entrada:

$$v_o(t) = -G_m(x)R_t V_1 \cos \omega t \quad (3.16)$$

donde se ha utilizado la **transconductancia para gran señal**

$$G_m(x) = \frac{2I_1(x)}{I_0(x)} g_m \quad (3.17)$$

Ahora, $G_m(x)$ depende del nivel de la tensión de entrada y disminuye a medida que aumenta el nivel de entrada. Todavía en este caso el amplificador se puede considerar lineal si $G_m(x)$ se mantiene dentro de 1 dB de variación, lo que ocurre para $x < 1$ o $V_1 < 26$ mV, y ése será el *nivel de compresión a 1 dB*. En ambas situaciones se puede expresar la función transferencial del amplificador como

$$V_o(f) = A_v(f) V_i(f) \quad (3.18)$$

donde $A_v(f)$ es la ganancia en tensión del amplificador, que en general es compleja.

Si el tanque se sintoniza al segundo armónico, el circuito puede funcionar como un *multiplicador de frecuencia*.

De la Figura 3.9 se observa que la amplitud de la señal de salida es insensible a variaciones del nivel de entrada cuando éste es alto, $x > 10$ o $V_1 > 260$ mV. Este circuito será un *limitador*, que sirve, por ejemplo, para eliminar cualquier modulación de AM que tenga una señal para la cual queremos que la amplitud sea constante.

El comportamiento de un amplificador con FET es también no lineal, aunque su margen de linealidad es mayor: $V_1 < 400$ mV.

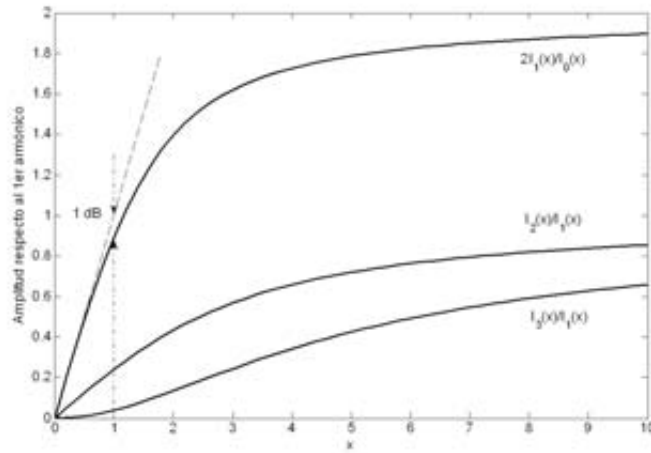


Figura 3.9. Amplitud relativa de los armónicos superiores respecto al fundamental: $I_n(x)/I_1(x)$.

Intermodulación

La respuesta de un amplificador a dos señales simultáneas $v_i(t) = V \cos \omega_1 t + V \cos \omega_2 t$ fuera de la zona lineal es bastante compleja, pero se puede hacer un análisis teórico sencillo que explique el comportamiento de la salida. Desarrollando la tensión de salida como una serie de potencias de la tensión de entrada, se puede escribir

$$v_o(t) = a_0 + a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) + \dots \quad (3.19)$$

donde a_1 es la ganancia en tensión del amplificador y los términos superiores a_n son causantes de cierta distorsión. La salida tendrá componentes en las frecuencias $m f_1 \pm (n - m) f_2$, con $m = 0, \dots, n$. Si n es impar, las frecuencias resultantes estarán muy próximas a las señales de entrada, por lo que no es posible el filtrado y son una causa de limitación en el rango dinámico del amplificador.

Si nos limitamos al segundo orden y suponemos una señal de entrada compuesta por dos tonos de igual amplitud y frecuencias f_1 y f_2 , la salida será

$$a_2 V^2 + \frac{1}{2} a_2 V^2 \cos 2\omega_1 t + \frac{1}{2} a_2 V^2 \cos 2\omega_2 t + a_2 V^2 \cos[(\omega_1 + \omega_2)t] + a_2 V^2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t]$$

observando que se obtiene una componente de DC y se traslada la información a $\omega_1 + \omega_2$ y a $\omega_1 - \omega_2$.

Los términos de tercer orden son

$$\frac{9}{4} a_3 V^3 \cos \omega_1 t + \frac{3}{4} a_3 V^3 \cos[(2\omega_2 - \omega_1)t] + \frac{3}{4} a_3 V^3 \cos[(2\omega_1 - \omega_2)t] + \dots$$

donde el primer término distorsiona la componente de la señal a la frecuencia fundamental, apareciendo un doble efecto: desensibilización y compresión. La única forma de eliminar este término es trabajar con circuitos muy lineales (con a_3 despreciable).

Los sumandos segundo y tercero se corresponden con los *productos de intermodulación*, causa de la mayoría de los problemas en comunicaciones.

Unos *productos de intermodulación* muy atenuados y una alta protección contra la intermodulación son unas de las especificaciones más importantes en un transmisor y en un receptor, respectivamente.

En la Figura 3.10 se aprecia cómo la salida de un amplificador aumenta linealmente con la entrada, es decir, tiene una pendiente de 1 dB/dB. La distorsión a la salida es $V_d = c_3 V_0^3$, que se corresponde con una recta con pendiente 3 dB/dB. El punto teórico de intersección de ambas rectas se conoce como *punto de intercepción de tercer orden* o IP3, donde se cumple que

$$V_{IP}^o = c_3 (V_{IP}^o)^3$$

de donde

$$c_3 = (V_{IP}^o)^{-2}$$

quedando

$$V_d = \left(\frac{V_0}{V_{IP}^o} \right)^2 V_0$$

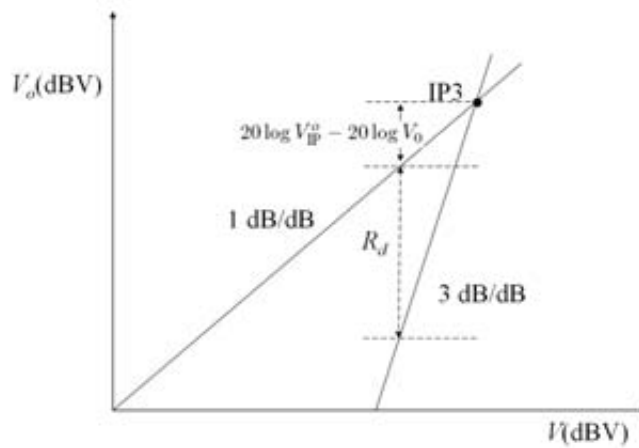


Figura 3.10. Determinación teórica del punto de intercepción a la salida. Sobre la gráfica se indica también R_d para el valor de entrada dado por la abscisa de la cota.

Se define la **relación de protección** como

$$R_d = \frac{V_0}{V_d} = \left(\frac{V_0}{V_{IP}^o} \right)^{-2} \quad (3.20)$$

y expresada en decibelios se tiene

$$R_d(\text{dB}) = 2(20 \log V_{IP}^o - 20 \log V_0) = 2[P_{IP}^o(\text{dBm}) - P_0(\text{dBm})]$$

La Figura 3.11 muestra la relación entre potencias de entrada y de salida en una prueba de intermodulación con dos tonos. Se observa el incremento de 1 dB/dB de la característica fundamental y el de 3 dB/dB de la característica de intermodulación, IM3. Mediante extrapolación de ambas curvas se obtiene el punto de intercepción, IP3.

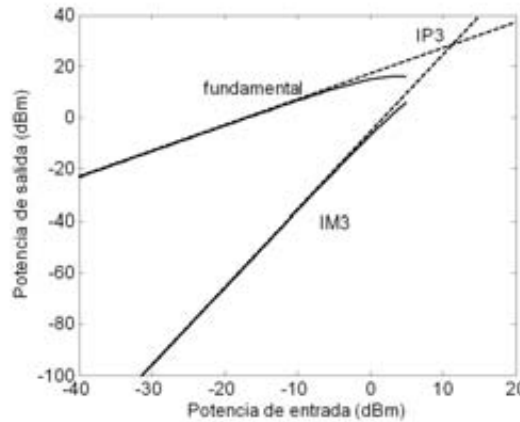


Figura 3.11. Característica de intermodulación de tercer orden con dos tonos a la entrada, IM3. Se observa también la salida fundamental y el punto de intercepción, IP3.

Aunque estén referidos al nivel de salida, los productos se originan en el amplificador por una señal fuerte en la entrada, así que pueden definirse a la entrada si se tiene en cuenta la ganancia del amplificador.

Cálculo de los puntos de intercepción de dos amplificadores

El cálculo aproximado del punto de intercepción de dos amplificadores conectados en serie se puede llevar a cabo mediante el siguiente análisis. Supongamos que las ganancias de voltaje son G_{V1} y G_{V2} y los puntos de intercepción a la salida son V_{I1}^o y V_{I2}^o respectivamente para cada amplificador, y que no hay desfases. El producto de tercer orden generado a la salida del primer amplificador por una tensión a la entrada V es V_{d1} y de acuerdo a (3.20) se puede expresar como

$$V_{d1} = \frac{(G_{V1}V)^3}{(V_{I1}^o)^2}.$$

La distorsión total a la salida estará formada por la distorsión que produce el propio amplificador 2

$$V_{d2} = \frac{(G_{V1}G_{V2}V)^3}{(V_{I2}^o)^2},$$

más la distorsión del primero afectada por la ganancia del segundo:

$$V_{do} = V_{d2} + G_{V2}V_{d1}.$$

El resultado es que la tensión V a la entrada genera a la salida de los dos amplificadores un producto de tercer orden dado por

$$V_{do} = \frac{(G_{V1}G_{V2}V)^3}{(V_{I2}^o)^2} + G_{V2}\frac{(G_{V1}V)^3}{(V_{I1}^o)^2}$$

La distorsión referida a la entrada es

$$V_{de} = \frac{V_{do}}{G_{V1}G_{V2}} = \left(\frac{V}{V_{I1}^e}\right)^2 V$$

con lo que finalmente obtenemos

$$\frac{1}{V_I^e} = \sqrt{\left(\frac{G_{V1}}{V_{I1}^o}\right)^2 + \left(\frac{G_{V1}G_{V2}}{V_{I2}^o}\right)^2}$$

y en términos de potencia y ganancias de potencia, el punto de intercepción a la entrada se puede hallar mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{IP^e} = \frac{G_1}{IP_1^o} + \frac{G_1G_2}{IP_2^o} \quad (3.21)$$

La expresión para el punto de intercepción a la salida IP^o , es inmediata.

Si una de las señales que intermodulan es la portadora que se desea recibir, generalmente débil, y la otra tiene un nivel fuerte y modulación de amplitud, el producto de intermodulación (IM) de tercer orden que tiene una frecuencia igual a la portadora también estará modulada en amplitud y se produce el efecto de la *modulación cruzada*.

Si la señal deseada es de AM y la interferente es suficientemente fuerte, el producto de IM reducirá la modulación de la respuesta fundamental, y se produce un efecto de *desensibilización* del receptor.

Si la señal deseada tiene modulación de ángulo (frecuencia o fase), el producto de IM cambia su amplitud, pero no su fase, por tanto no altera la calidad de la recepción, y se puede concluir que las señales FM o PM pueden pasar sin distorsión por amplificadores no lineales, por ejemplo limitadores.

Control automático de ganancia

El nivel de la señal de entrada de un receptor de AM puede variar entre $1 \mu\text{V}$ y 10 mV , o sea, más de 80 dB. Cuando se recibe la señal más débil, la ganancia (hasta la entrada del demodulador) debe ser máxima (ver Figura 3.12):

$$P_o^{\text{mín}} = G_{\text{máx}} P_{RF}^{\text{mín}} \quad (3.22)$$

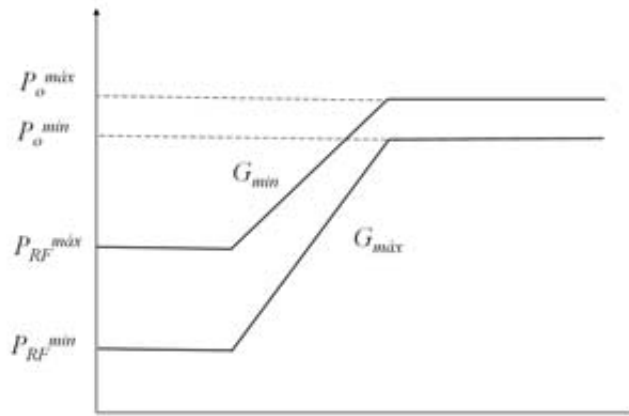


Figura 3.12. Funcionamiento del control automático de ganancia.

Cuando se recibe la señal más fuerte, la ganancia debe disminuir para no trabajar en la zona no lineal y, por tanto, entrar con un nivel máximo al demodulador:

$$P_o^{\max} = G_{\min} P_{RF}^{\max} \quad (3.23)$$

Si definimos ΔP_{RF} y ΔP_o , expresados en dB, como los **márgenes dinámicos del amplificador de RF y del demodulador**, respectivamente, entonces la variación de ganancia que debe proporcionar el circuito de CAG es

$$\Delta G(\text{dB}) = \Delta P_{RF}(\text{dB}) - \Delta P_o(\text{dB}) \quad (3.24)$$

El control no debe actuar sobre los primeros amplificadores para no incrementar el ruido, y debe tener un filtro paso bajo que introduzca un tiempo de retardo para evitar variaciones rápidas de la tensión de control debidas a picos espurios de señal.

3.3 OSCILADORES Y SINTETIZADORES

Recordando la breve reseña del capítulo introductorio, podemos comprobar que el oscilador es un subsistema imprescindible en la comunicación por radio: en transmisión, para generar la portadora de la información, y en recepción para trasladar la RF a FI. En equipos más modernos, los osciladores clásicos son sustituidos por sintetizadores que contienen un VCO (oscilador controlado por voltaje) como subcircuito.

Las oscilaciones que causan problemas de inestabilidad en los amplificadores son precisamente el objetivo de diseño en el caso de los osciladores. El estudio del oscilador puede hacerse considerando una *red de realimentación* que determina la frecuencia de oscilación, y un *amplificador* que suministra la potencia suficiente para realimentarse a través de la red y además entregar potencia a una impedancia de carga situada a la salida.

En el oscilador intervienen:

- un dispositivo activo con ganancia de potencia,
- una red que fija la frecuencia, y
- un mecanismo limitador de amplitud que habitualmente está incluido en el mismo dispositivo activo.

A partir del circuito de la Figura 3.13 se puede observar que, si aplicamos una señal en el emisor (puerta de entrada) del amplificador en base común, la corriente por colector tendrá todos los armónicos, como muestra la ecuación (3.9).

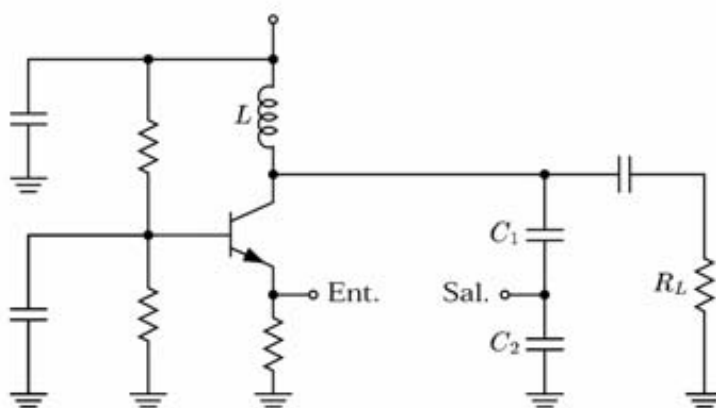


Figura 3.13. Oscilador Colpitts. Aquí, el divisor capacitivo es un adaptador de impedancia alta a baja, y los condensadores de la izquierda son cortocircuitos a la RF. Consigue una estabilidad de hasta 4 dígitos en la frecuencia.

Si el circuito tanque de colector está sintonizado al fundamental, entonces en la carga R_L aparecerá una tensión a esa frecuencia cuya amplitud dependerá de la transconductancia de gran señal $G_m(x)$, que disminuye con el nivel de señal a la entrada. Si ahora se realimenta desde el divisor capacitivo hacia la entrada, se producirá un proceso de aumento de las oscilaciones que provocan la disminución de la transconductancia, lo que constituye el mecanismo limitador del oscilador. Este oscilador es el conocido *oscilador Colpitts* y puede estudiarse teóricamente con esta concepción, estudio que se sale de los objetivos del curso.

Las exigencias en cuanto a la desviación de la frecuencia de los transmisores respecto a la nominal, y a su estabilidad de frecuencias, obligan a utilizar osciladores a cristal de cuarzo.

La Figura 3.14 muestra el circuito eléctrico equivalente de un cristal de cuarzo cuyas características más relevantes son que su frecuencia de trabajo es de 1 a 20 MHz en el

modo fundamental y de 20 a 100 MHz en los tonos tercero y quinto, su Q es del orden de 10 000 a 100 000, y su estabilidad es de 1 a 10 ppm.

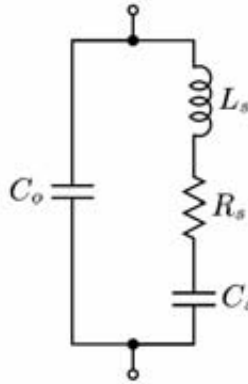


Figura 3.14. Circuito equivalente del cristal de cuarzo. Los valores numéricos son $f_s = 43,17$ MHz, $C_o = 5,6$ pF, $R_s = 20,5$ Ω , $C_s = 1,59$ fF, $L_s = 8,5$ mH y $Q = 113\,000$.

Uno de los osciladores a cristal más populares es el *oscilador Clapp modificado*, cuyo esquema se muestra en la Figura 3.15 y cuyo análisis teórico se puede hacer de forma similar al Colpitts. Refiriéndonos a dicha figura, la impedancia que ve el cristal es

$$Z = -\frac{G_m(x)}{\omega^2 C_1 C_2} + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} \quad (3.25)$$

con $C_1 = 220 \div 560$ pF, $C_1 \approx 2C_2$ y una frecuencia de oscilación entre 3 y 20 MHz. El término $G_m(x)/(\omega^2 C_1 C_2)$ debe ser mayor que la resistencia serie del cristal para que se produzcan oscilaciones, e irá disminuyendo a medida que aumente la amplitud de aquéllas hasta que se iguale a dicha resistencia.

Hasta aquí hemos supuesto que el tanque está sintonizado al armónico fundamental, pero se puede sintonizar al armónico de orden n , y la frecuencia de la salida sería la fundamental multiplicada directamente por n . Para esto nos interesaría hacer trabajar al dispositivo activo en una zona fuertemente no lineal.

Si en el tanque de la Figura 3.13 se conecta un par de diodos varicap como se muestra en la Figura 3.16, podremos controlar la frecuencia de oscilación con una tensión externa. La capacidad de estos diodos es función de la tensión V (inversa) entre sus bornas:

$$C = \frac{K}{(V_d + V)^n} \quad (3.26)$$

donde V_d es el potencial de contacto, $K = C_o V_d^n$ y n varía entre $\frac{1}{2}$ (unión abrupta) y $\frac{1}{3}$ (unión gradual). A partir de esta ecuación se puede estimar la variación de frecuencia con la tensión para un varicap determinado. Éste será un *oscilador controlado por tensión* (VCO).

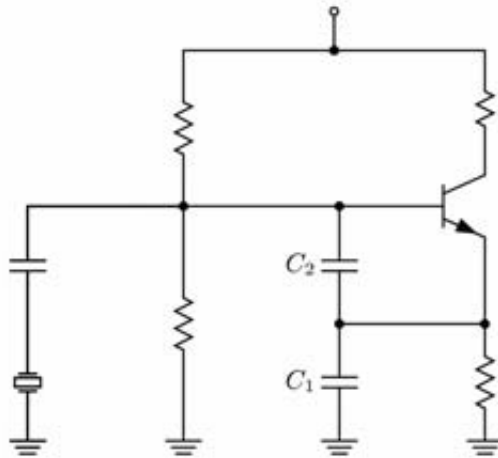


Figura 3.15. Oscilador a cristal Clapp modificado.

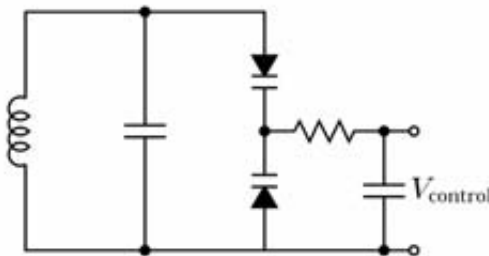


Figura 3.16. Circuito tanque con frecuencia de resonancia controlada por voltaje.

3.3.1. Sintetizadores con PLL

En los transmisores y receptores de muchos sistemas modernos de radiocomunicaciones es necesario cambiar de frecuencia de trabajo de una forma ágil, lo que se puede realizar mediante la conmutación de cristales de cuarzo. Una solución más económica, versátil y compacta es el empleo de sintetizadores con PLL.

La Figura 3.17 muestra el esquema en bloques de un sintetizador con un lazo. En este circuito, la frecuencia del oscilador puede cambiar a intervalos $\Delta f_0 = f_{\text{ref}}$. Aunque el PLL es un circuito no lineal, cerca de la *frecuencia de enganche* se comporta como lineal y puede analizarse teóricamente de forma sencilla a partir del esquema lineal de la Figura 3.18. Las fases del VCO y de la referencia son θ_o y θ_r , respectivamente, K_θ es la constante del detector de fase (que se supone lineal), $F(s)$ es la función transferencial del filtro y K_o es la ganancia del integrador VCO.

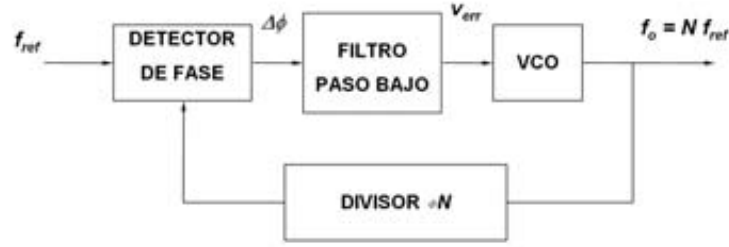


Figura 3.17. Esquema de un sintetizador de frecuencias con lazo de enganche en fase.

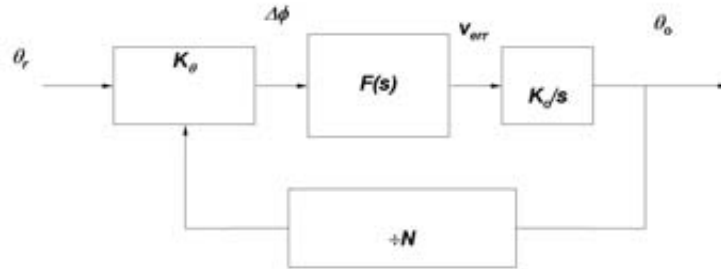


Figura 3.18. Esquema lineal equivalente del sintetizador.

La función transferencial del sintetizador es

$$H(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K_\theta K_o F(s)/s}{1 + K_\theta K_o F(s)/Ns} \quad (3.27)$$

Una especificación importante en un PLL es su estabilidad, que depende mucho del tipo de filtro que se emplee. El más popular es el *filtro lead-lag activo*, cuyo esquema se muestra en la Figura 3.19 y su función transferencial es

$$F(s) = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1} \quad (3.28)$$

donde $\tau_1 = R_1 C$ y $\tau_2 = R_2 C$. Con este filtro la función transferencial tiene un polinomio de orden dos en el denominador y el PLL es de segundo orden. Como se tienen dos integradores, el lazo es de tipo 2 y la función transferencial del lazo cerrado es

$$H(s) = \frac{N(2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3.29)$$

donde

$$\omega_n = \sqrt{\frac{KR_2}{\tau_2 R_1}}, \quad 2\zeta = \sqrt{\frac{K\tau_2 R_2}{R_1}}, \quad K = \frac{K_\theta K_o}{N} \quad (3.30)$$

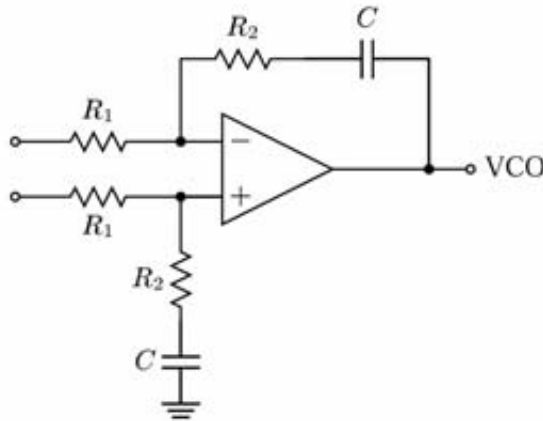


Figura 3.19. Filtro *lead-lag* activo.

La respuesta de este PLL a un salto en frecuencia, que puede calcularse mediante la transformada de Laplace, se muestra para diferentes valores de amortiguamiento en la Figura 3.20. En todos los casos el error estacionario es nulo.

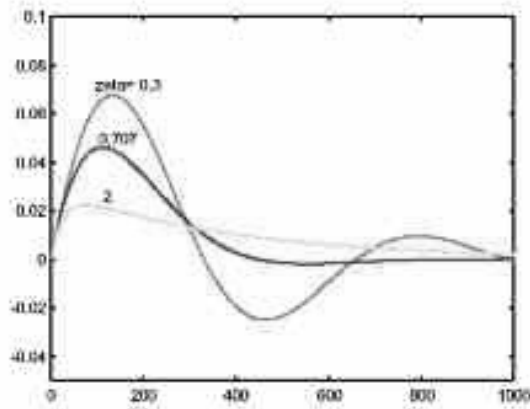


Figura 3.20. Respuesta del lazo a un salto en frecuencia.

Dos inconvenientes de este sintetizador son: la máxima frecuencia del VCO, limitada por la velocidad del divisor $\div N$, y su resolución dada por $\Delta f_0 = f_r$. La solución consiste en

utilizar un circuito divisor programable de alta velocidad (*prescaler*) con división entre $k/(k + 1)$. Un circuito típico es el que muestra la Figura 3.21 en la cual el *prescaler* cuenta $P/(P + 1)$, el divisor A cuenta las unidades, y M , las decenas.

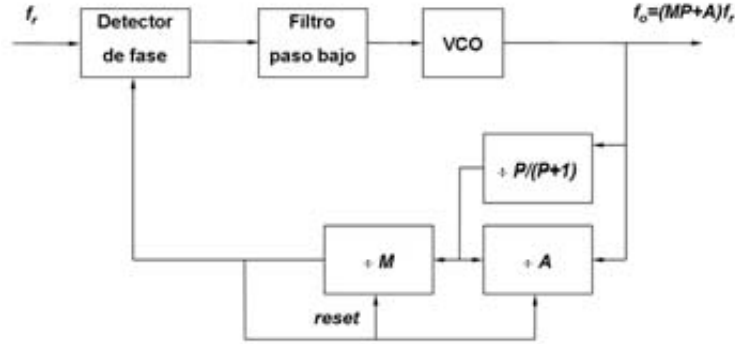


Figura 3.21. Sintetizador con prescaler de doble módulo.

Inicialmente el *prescaler* divide entre $P + 1$ y su salida incrementa los contadores A y M . Cuando A se llena, deja de contar y cambia al *prescaler* para dividir entre P , empezando a contar M , que, cuando se llena, se resetea junto con A y se repite el ciclo. Por tanto, la cadena divisora divide entre

$$N = A(P + 1) + (M - A)P = MP + A \quad (3.31)$$

y

$$f_o = (MP + A)f_r \quad (3.32)$$

Un esquema típico de sintetizador emplearía la pastilla LSI de Motorola 145152 que contiene el comparador de fase (2), el divisor programable $\div N$ que se interconecta directamente con un *prescaler*, y un divisor para la frecuencia de referencia. Si se conecta con un contador externo $\div 10/11$ y el filtro de lazo, se puede controlar un VCO a 170 MHz sin que el detector de fase sobrepase los 17 MHz.

3.4 MEZCLADORES

El mezclador es otro de los subsistemas básicos en radiocomunicaciones. Su función es esencial en el receptor superheterodino para convertir la frecuencia de RF a FI (*down converter*), pero además puede servir para elevar la frecuencia en un transmisor sin recurrir a multiplicadores de frecuencia (*up converter*). De esta forma podemos procesar

la señal (modularla en el transmisor, demodularla en el receptor) a frecuencias bajas lo que siempre resulta más sencillo, antes de subir a la frecuencia de transmisión.

En principio, cualquier dispositivo no lineal puede servir como mezclador. Volviendo al circuito del amplificador de la Figura 3.7, se sabe que la señal de salida se puede expresar como

$$v_o(t) = a_0 + a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) + \dots \quad (3.33)$$

Si la señal de entrada se compone de dos tonos de diferente amplitud,

$$v_i(t) = V_1 \cos \omega_1 t + V_0 \cos \omega_0 t \quad (3.34)$$

entonces la salida tendrá componentes en DC y dos tonos en f_1 y f_0 (producidos por el término lineal). Además, el término cuadrático genera los productos

$$a_2 v_i^2(t) = a_2 V_1^2 \cos^2 \omega_1 t + 2a_2 V_1 V_0 \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t + a_2 V_0^2 \cos^2 \omega_0 t \quad (3.35)$$

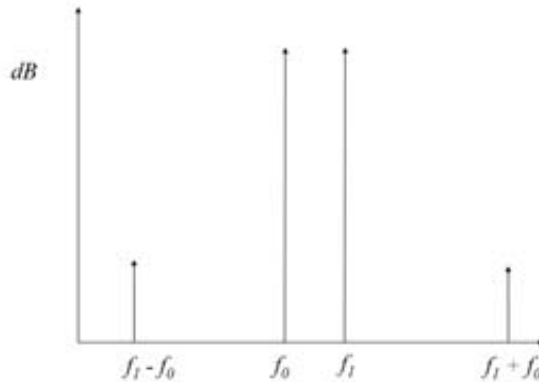


Figura 3.22. Respuestas de 2º orden.

Los términos primero y último producen señal en DC y en el segundo armónico de cada tono, y el segundo término da como salida

$$2a_2 V_1 V_0 \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t = a_2 V_1 V_0 \cos(\omega_1 - \omega_0)t + a_2 V_1 V_0 \cos(\omega_1 + \omega_0)t \quad (3.36)$$

cuyo espectro se muestra en la Figura 3.22. Vamos a suponer que los productos de tercer orden están a un nivel muy bajo y se pueden despreciar. Entonces, si a la salida del amplificador se pone un filtro paso banda centrado en $f_1 - f_0$ suficientemente estrecho, la salida será un tono único a esa frecuencia. Se habrá producido una traslación o conversión de alta frecuencia hacia una banda en baja frecuencia.

En el caso de que una señal sea muy fuerte (V_0 de gran amplitud) y la otra señal esté modulada (AM, FM o PM), el nuevo producto contendrá la misma modulación

que la señal original y podremos recuperar la información que acarrea si atacamos a un demodulador diseñado a baja frecuencia. Estaríamos en el caso de un receptor superheterodino.

Si el filtro se centra en $f_1 + f_0$, habrá una conversión hacia las altas frecuencias, y éste puede ser el caso de una señal que sale de un modulador a bajo nivel y se traslada a una frecuencia superior antes de ser amplificada para transmitirse. En ambos casos se conserva la modulación de amplitud o de ángulo, por lo que decimos que es una conversión lineal a pesar de que el mezclador es un dispositivo inherentemente no lineal.

Se deduce que para obtener una conversión de frecuencia es suficiente que el dispositivo no lineal tenga solo un término cuadrático, lo cual no es cierto ni para diodos ni para los BJT cuya no linealidad es exponencial y no siempre son despreciables los términos de orden superior. En el caso de los FET, la respuesta es aproximadamente cuadrática, por lo que presentan mejores características como mezcladores.

3.4.1. Especificaciones de un mezclador

Para evaluar el funcionamiento de un mezclador, se analizan los siguientes términos:

1. *Frecuencias de funcionamiento.* Proporcionan los márgenes de frecuencias dentro de los cuales el mezclador cumple determinadas especificaciones.
2. *Ganancia o pérdida de conversión.* Es la relación entre la potencia de salida (en FI) y la potencia de entrada (en RF).
3. *Factor de ruido.* Es la relación entre la SNR_i (a la entrada) y la SNR_o (a la salida).
4. *Aislamiento.* Mide la atenuación que sufre la señal de una de las entradas (por ejemplo RF o LO) en la otra entrada o en la salida (FI).
5. *Impedancia y adaptación.* Habitualmente se especifica la impedancia del generador y de la carga con que funcionará el mezclador según características del fabricante. También se suelen especificar las pérdidas por retorno o la ROE.
6. *Nivel de compresión.* Nivel de potencia de entrada (RF) para el cual la potencia de salida (FI) se desvía en 1 dB de la linealidad. También se suele definir el punto de compresión a 3 dB.
7. *Margen dinámico.* Está definido por las potencias mínima y máxima entre las cuales el mezclador opera sin deterioro de sus características. La potencia inferior estará limitada por el ruido, y la superior, por el nivel de compresión.
8. *Distorsión por intermodulación de tercer orden y dos tonos.* Distorsión que aparece a la salida si en la entrada se tienen dos señales de RF, f_1 y f_2 . Estarán en $2f_1 \pm f_2$ y $2f_2 \pm f_1$.

9. *Punto de intercepción.* Es el punto de cruce de la característica lineal ideal de la respuesta fundamental ($f_1 \pm f_2$) y la respuesta espuria de intermodulación de tercer orden. Un punto de intercepción alto significa una mayor supresión de la intermodulación.
10. *Desensibilización.* Es la compresión de la señal a la frecuencia deseada producida por una señal interferente de nivel fuerte en una frecuencia adyacente.
11. *Distorsión por intermodulación de armónicos.* Resulta de la mezcla de los armónicos, tanto de RF como de LO, generados en el mezclador: $\pm n f_1 \pm m f_0$.
12. *Distorsión por modulación cruzada.* Se produce al transferirse modulación de una portadora modulada y de nivel fuerte a la portadora de RF deseada, que generalmente es débil. Es menor mientras mayor es el punto de intercepción, IP3.

3.4.2. Problemas inherentes a un mezclador en un receptor

La utilización de un mezclador en el receptor superheterodino para trasladar la RF a FI, da lugar a la aparición en FI de señales espurias, que se producen por la mezcla de portadoras de RF diferentes a la deseada. Su atenuación se alcanza utilizando un filtrado muy selectivo y un mezclador muy *lineal* (con un alto IP3).

1. Si el receptor está diseñado para recibir una frecuencia f_{RF} , quiere decir que tiene el LO a una frecuencia $f_0 = f_{RF} - f_{FI}$ (si la mezcla es por arriba). Este receptor también trasladaría a f_{FI} la frecuencia $f_{im} = f_0 - f_{FI}$, que se conoce como *frecuencia imagen*, si estuviera presente. Como el producto de la frecuencia imagen aparece debido al término lineal del mezclador, la protección solo depende del filtrado antes del amplificador de RF y éste será más sencillo mientras mayor sea la FI. Ver Figura 3.23.
2. La frecuencia $f_{RF}/2$ puede generar el segundo armónico en el amplificador y llegar al mezclador como f_{RF} dando lugar a una salida en f_{FI} . La solución es filtrar eficientemente antes del amplificador y que éste sea muy lineal. Si de todas formas la frecuencia $f_{RF}/2$ llega al mezclador y éste tiene unos productos de intermodulación altos, aparecerá el término $2(f_{RF}/2) - f_0 = f_{FI}$ que será amplificado por la etapa de FI. Se mejora si se emplea un filtrado eficiente y un mezclador a FET.
3. Si una portadora en $f_{RF} + f_0$ alcanza el mezclador puede mezclarse con el segundo armónico del LO y generar una salida en FI. Se soluciona filtrando, tanto la RF como el LO y con un mezclador con característica muy *lineal*.
4. Una portadora en $f_{im}/2$ puede dar un producto en FI por las mismas causas apuntadas en (2).
5. Si una señal en f_{FI} alcanza la etapa de FI, generará distorsión en el demodulador. La solución es filtrar fuertemente.

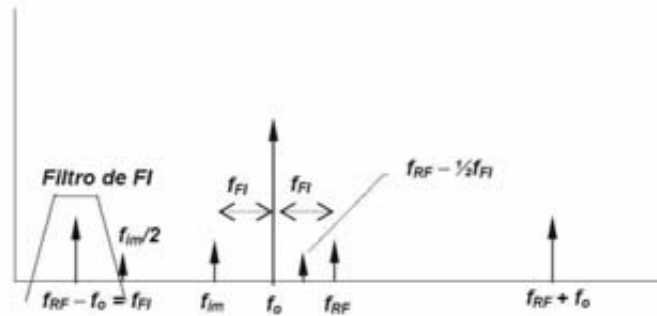


Figura 3.23. Frecuencias que producen respuestas no deseadas en un receptor.

6. Una señal en $f_{RF} - f_{FI}/2$ tiene un segundo armónico en $2f_{RF} - f_{FI}$ que si se mezcla con el segundo armónico de LO, dará un producto en FI.

De este análisis se puede concluir que un buen diseño del receptor debe filtrar eficientemente antes y después del amplificador de RF; se debe utilizar un amplificador y un mezclador con altos puntos de intercepción, debe utilizar un LO con un nivel de armónicos suficientemente bajo y un filtrado de FI adaptado al ancho de banda de la señal de RF.

3.4.3. Circuitos mezcladores

El mezclador más sencillo que se puede construir está formado por un diodo como dispositivo no lineal. Aunque este circuito se usa en mezcladores de aparatos de consumo (por su bajo precio) y en circuitos de microondas (por ausencia de circuitos alternativos), presenta una serie de inconvenientes: pérdida de conversión importante, alto factor de ruido, productos de tercer orden muy fuertes, y escaso aislamiento entre la RF y el LO.

Mezclador doblemente balanceado a diodos

La Figura 3.24 muestra un mezclador doblemente balanceado a diodos. Si la amplitud del LO es suficientemente grande, se pondrán en conducción alternativamente los diodos D_1 - D_2 y D_3 - D_4 . Para una polaridad de RF, cuando la polaridad de la salida del LO es tal que D_1 - D_2 conducen, la corriente por la carga de FI circula en el sentido indicado en la Figura 3.25a. Si la polaridad del LO cambia (Figura 3.25b), conducen D_3 - D_4 y se invierte la corriente de FI. Nótese que la corriente del LO circula por los diodos sin alcanzar el enrollado del transformador de RF o la salida de FI, indicando un gran

aislamiento LO-RF y LO-FI. También se ve que las corrientes de RF de ambos diodos circulan por el transformador del LO en sentidos opuestos, lo que significa que se fuga poca RF hacia el LO.

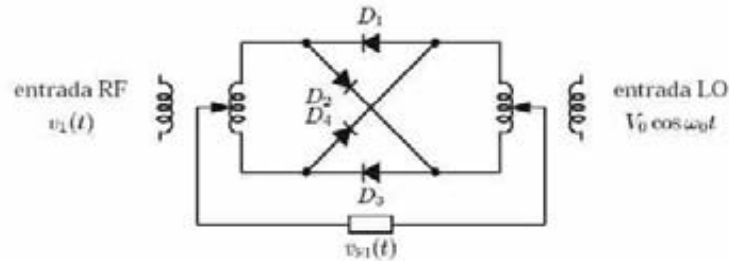


Figura 3.24. Mezclador doblemente balanceado a diodos.

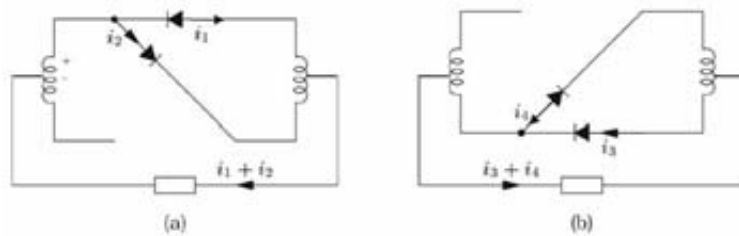


Figura 3.25. Etapas de funcionamiento del circuito de la Figura 3.24. Los diodos actúan como simples alambres porque el LO los ha puesto en estado de conducción. (a) D1 y D2 en conducción. (b) D3 y D4 en conducción.

La señal a la salida es el producto de dos funciones:

$$v_{FI}(t) = s(t)v_1(t) \quad (3.37)$$

donde

$$s(t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/2}{n\pi/2} \cos n\omega_0 t \quad (3.38)$$

es una función de conmutación que representa una onda cuadrada de frecuencia igual a f_0 (LO), que no tiene componente de DC y que solo produce un cambio en el sentido de la corriente de RF por la carga de FI. De esta forma, (3.37) se puede escribir

$$v_{FI}(t) = 2V_1 \cos \omega_1 t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi/2}{n\pi/2} \cos n\omega_0 t \quad (3.39)$$

La salida del mezclador doblemente balanceado contiene solamente términos de modulación y, además, si n es par, la salida se anula, por lo que solo prevalecen los términos impares: $f_0 \pm f_1, 3f_0 \pm f_1, 5f_0 \pm f_1, \dots$, hecho que facilita el filtrado del término deseado $f_0 - f_1$.

Hay una amplia gama comercial de mezcladores doblemente balanceados a diodos, en particular de MiniCircuits. De las especificaciones de uno de estos mezcladores comerciales podemos calcular las amplitudes de las espurias.

Mezcladores con BJT

En el caso de que un mezclador se utilice en las primeras etapas de un receptor, conviene que tenga ganancia de conversión y que su factor de ruido sea pequeño. Esto puede lograrse con mezcladores con BJT o con FET.

Para el amplificador con BJT de la Figura 3.7, la corriente de emisor está dada por la ecuación (3.6), que repetimos aquí por conveniencia:

$$i_E(t) = I'_E e^{qv_i(t)/kT} \quad (3.40)$$

Si a la entrada se tienen dos tonos,

$$v_i(t) = V_1 \cos \omega_1 t + V_0 \cos \omega_0 t \quad (3.41)$$

entonces la corriente de emisor puede escribirse como

$$i_E(t) = I'_E e^{(qV_1/kT) \cos \omega_1 t} e^{x_0 \cos \omega_0 t} \quad (3.42)$$

donde se ha usado la definición $x_0 = qV_0/kT$. Si se supone que la señal v_1 es de pequeña amplitud, entonces se puede utilizar la aproximación

$$e^{(qV_1/kT) \cos \omega_1 t} \approx 1 + \frac{qV_1}{kT} \cos \omega_1 t \quad (3.43)$$

Por otra parte, el factor dependiente de x_0 puede desarrollarse en serie de Fourier, tal como se hizo en el apartado 3.2, por lo que la ecuación (3.42) se simplifica:

$$i_E(t) = I'_E \left(1 + \frac{qV_1}{kT} \cos \omega_1 t \right) I_0(x) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2I_n(x)}{I_0(x)} \cos n\omega_0 t \right] \quad (3.44)$$

luego,

$$i_E(t) = I_E \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2I_n(x)}{I_0(x)} \cos n\omega_0 t \right] + \frac{qI_E}{kT} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2I_n(x)}{I_0(x)} \cos n\omega_0 t \right] V_1 \cos \omega_1 t \quad (3.45)$$

La corriente de colector, $i_C = \alpha i_E$, contiene componentes en $n\omega_0$ y ω_1 , y además contiene términos en $n\omega_0 \pm \omega_1$, por lo que la tensión de salida exhibe todos los armónicos del LO, el armónico fundamental de la señal de RF y las mezclas entre ellos. De todos, nos interesa solo el término $\omega_{FI} = \omega_0 - \omega_1$, o el término $\omega_0 + \omega_1$, por lo que se puede utilizar un circuito tanque o un filtro paso banda centrado en ω_{FI} , quedando la salida como

$$v_{FI}(t) = V_{cc} - g_c(x_0)V_1 R_L \cos \omega_{FI} t \quad (3.46)$$

expresión en la que se ha hecho uso de la definición de **transconductancia de conversión**

$$g_c(x_0) = g_m \frac{I_1(x_0)}{I_0(x_0)} \quad (3.47)$$

Si x_0 aumenta, el término $I_1(x_0)/I_0(x_0) \approx 1$ y la transconductancia de conversión se hace igual a la de pequeña señal, indicando que hay ganancia de conversión. La condición $x_0 \gg 1$ se cumple si la amplitud del LO es mayor que 260 mV.

Mezcladores con FET

Dado que las características lineales de los FET son mejores que las de los BJT, son ampliamente utilizados los mezcladores con FET. En particular son muy extendidos los diseños con MOSFET como el que muestra la Figura 3.26.

Este circuito también presenta un ganancia alta así como una gran linealidad y un bajo factor de ruido.

3.4.4. Multiplicadores de frecuencia

Muchas veces para subir de frecuencia a partir de un oscilador, tanto en transmisión como en recepción, se emplean multiplicadores de frecuencia. El circuito más simple consiste en un diodo como elemento no lineal que genere armónicos de la señal de entrada y un tanque resonante sintonizado al armónico que se quiere a la salida.

Para tener ganancia en el proceso de multiplicación de frecuencia, se debe emplear un amplificador con BJT o con FET. Si el amplificador es excitado por una señal de gran amplitud en la entrada, su comportamiento será fuertemente no lineal, y la salida contendrá un gran número de armónicos. La sintonización puede hacerse con un tanque o con un filtro paso banda, para atenuar mejor los armónicos indeseados y conseguir un espectro más limpio a la salida. En la Figura 3.27 se muestra el esquema de un multiplicador con BJT.

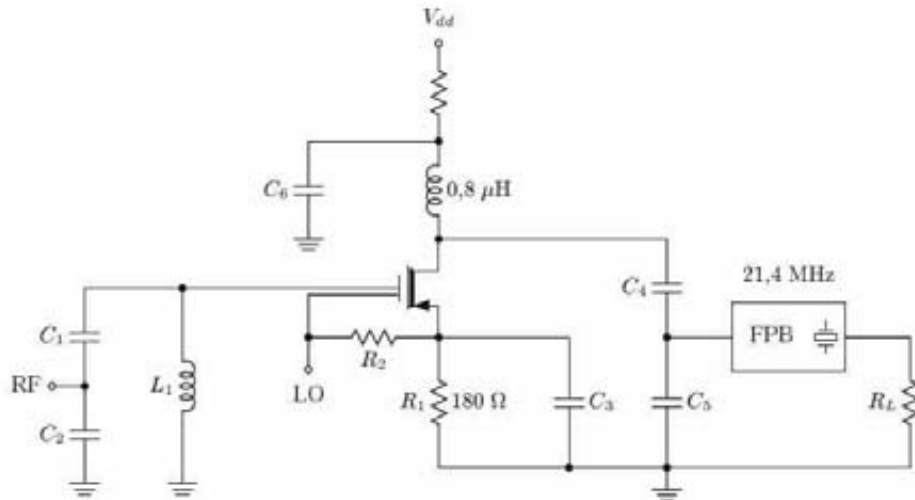


Figura 3.26. Mezclador con MOSFET de doble puerta. Ganancia: 10 dB, sensibilidad: -119 dBm, IP3: +10 dBm.

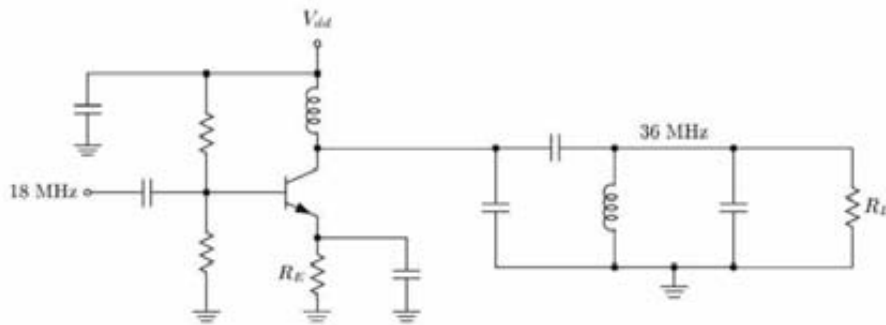


Figura 3.27. Multiplicador de frecuencia.

3.5 MODULADORES Y DEMODULADORES

La **modulación** es un proceso en el cual se varía alguna característica de una onda portadora, generalmente sinusoidal, de forma proporcional a una señal moduladora. Esta señal moduladora se conoce también como *banda base* y la resultante del proceso es la *portadora modulada*. Transmitiendo la onda modulada se puede portar información al

extremo receptor de un sistema de radiocomunicación si se extrae la señal banda base de esta portadora modulada. Este proceso es el inverso de la modulación y se conoce como **demodulación**. Si la señal banda base varía la amplitud de la portadora, se tiene la modulación de amplitud, AM. Si varía el ángulo, entonces se tiene modulación de frecuencia, FM, o de fase, PM.



Figura 3.28. Proceso de la modulación.

3.5.1. Moduladores de amplitud (AM)

Una señal modulada en amplitud puede describirse como una función dependiente del tiempo y tiene la forma

$$v_{AM}(t) = V_0[1 + km(t)] \cos \omega_0 t \quad (3.48)$$

donde $m(t)$ es la señal banda base (moduladora) y k es la sensibilidad de amplitud del modulador. La Figura 3.29 muestra una señal de AM en la que se observa la envolvente de la portadora modulada, que se puede expresar como

$$A(t) = V_0[1 + km(t)] \quad (3.49)$$

y que repite exactamente la forma de la señal banda base si $|km(t)| < 1$ para todo t , y $f_0 \gg B$, donde B es la frecuencia superior de la banda de frecuencias en las que $m(t)$ tiene concentrado su espectro. En este caso la señal moduladora es una senoide en correspondencia con el espectro de la señal de AM, que también se muestra en la Figura 3.29. De forma más general se supone una señal moduladora con un espectro $M(f)$ limitado a una banda de frecuencias entre DC y B .

Se define el **índice de modulación** μ como

$$\mu = \frac{V_{\text{máx}} - V_{\text{mín}}}{V_{\text{máx}} + V_{\text{mín}}}$$

El espectro de la señal de AM, (ec. 3.51), se puede hallar mediante la siguiente expresión:

$$V_{AM}(f) = \frac{1}{2}V_0[\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)] + \frac{1}{2}kV_0[M(f - f_0) + M(f + f_0)] \quad (3.50)$$

Si el espectro de la señal banda base es el mostrado en la Figura 3.30a, la señal de AM tendrá un espectro como el de la Figura 3.30b. Es de notar que aparecen dos bandas

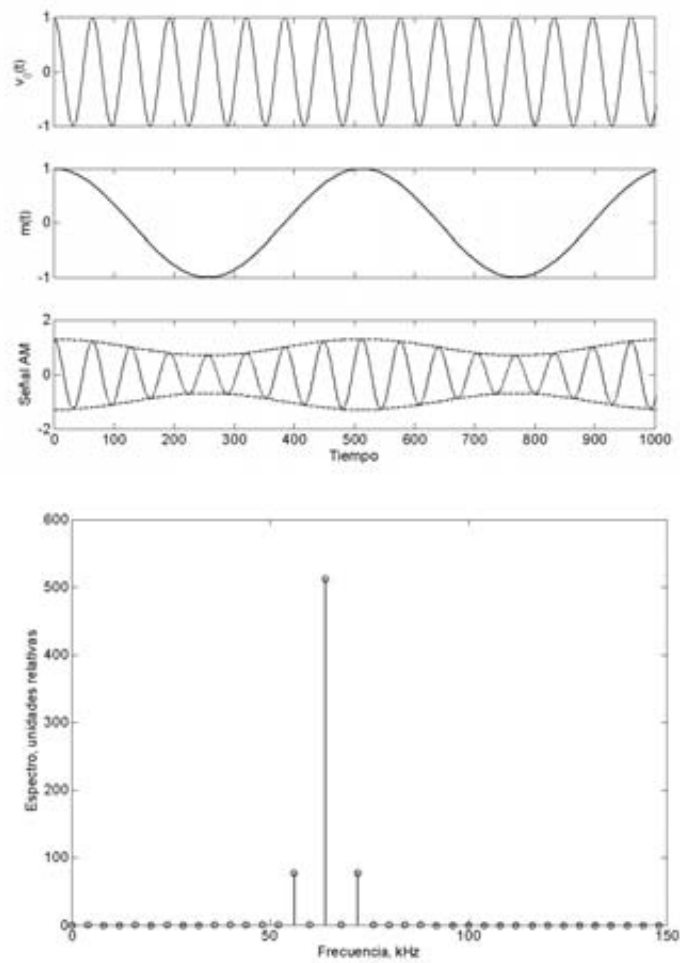


Figura 3.29. Señal modulada en amplitud, AM, y su espectro.

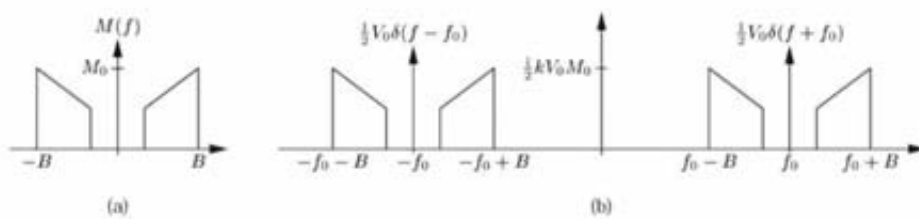


Figura 3.30. (a) Espectro de la señal en banda base. (b) Espectro de la señal modulada en AM.

alrededor de la portadora, la *banda lateral superior* y la *banda lateral inferior*, y que la banda total ocupada por la portadora modulada es $2B$, el doble de la banda de la señal moduladora. Si la señal moduladora es un senoide, el espectro de la señal de AM modulada con un factor de modulación μ , indica que la potencia se reparte en tres componentes:

- potencia de portadora: $\frac{1}{2}V_0^2$,
- potencia de la frecuencia superior: $\frac{1}{8}\mu^2V_0^2$, y
- potencia de la frecuencia inferior: $\frac{1}{8}\mu^2V_0^2$,

lo que nos señala que la potencia de las frecuencias laterales (que son las que contienen la información) va desde un 33 % de la potencia total de la señal moduladora para una modulación del 100 %, hasta un 2 % para una modulación del 20 % (se puede hallar a partir de la ecuación $\mu^2/(2 + \mu^2)$).

Demoduladores de AM

El complemento al modulador de AM en el transmisor es el demodulador en el receptor. El circuito demodulador de AM más simple y práctico es el *detector de envoltente* de la Figura 3.31 y su uso está ampliamente extendido en todos los receptores de AM comerciales. Para su correcto funcionamiento se deben cumplir las condiciones exigidas a la señal de AM.

En el semiciclo positivo de la señal de AM, el diodo conduce y se carga el condensador hasta el valor pico de la señal. En el semiciclo negativo, el diodo está cortado y el condensador se descarga lentamente a través de la resistencia hasta que en el siguiente semiciclo positivo la tensión de la señal de entrada se hace mayor y se vuelve a cargar el condensador al valor pico, repitiéndose el proceso. El resultado es una tensión de salida, que es una versión de la señal banda base moduladora original con un rizado que se puede eliminar mediante un filtrado paso bajo. Para que este demodulador trabaje correctamente, los valores de la resistencia y del condensador deben cumplir la condición

$$\frac{1}{2\pi f_0} \leq R_0 C_0 \leq \frac{1}{\omega_m} \sqrt{\frac{1}{\mu_a^2} - 1} \quad (3.51)$$

donde μ_a es el índice de modulación máximo y ω_m es la máxima frecuencia moduladora. La tensión de salida contiene una componente de continua que se aprovecha como tensión de control para el circuito del CAG.

Variantes de AM

La modulación de amplitud es la forma más antigua de incorporar información a una portadora, por la facilidad con que se realiza y porque la demodulación en el receptor

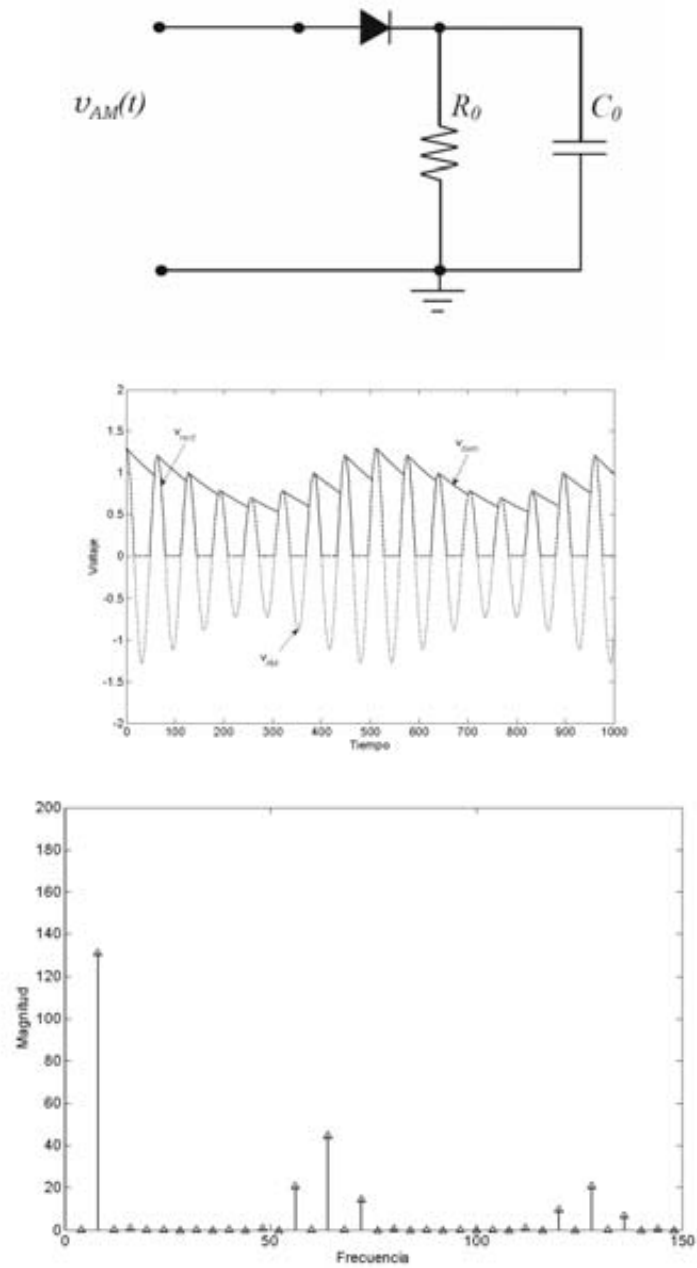


Figura 3.31. Demodulador de AM: detector de envoltura. Forma de onda a la salida y espectro.

también se obtiene con un procedimiento muy sencillo. Sin embargo, desaprovecha los dos recursos más importantes de los sistemas de comunicaciones: la potencia y el ancho de banda.

Estos inconvenientes se superan utilizando unas técnicas de modulación más sofisticadas, entre las que se encuentra la modulación *Doble Banda Lateral-Portadora Suprimida* (DSB-SC) en la que se economiza potencia al suprimirse la portadora, pero sigue empleando una banda de ancho $2B$. La modulación DSB-SC se genera realizando el producto de la portadora sin modular $V_0 \cos \omega_0 t$, por la señal moduladora $m(t)$.

Uno de los moduladores de producto más empleados es el mezclador doblemente balanceado a diodos estudiado en el apartado anterior. Igualmente en recepción se puede demodular la portadora DSB-SC mediante un mezclador doblemente balanceado si multiplica la señal recibida por la portadora no modulada. La complejidad de esta detección estriba en que se debe disponer de un circuito que recupere la portadora en frecuencia y en fase.

Como toda la información que se quiere transmitir está en cada una de las bandas laterales, se puede transmitir solo una de ellas, como lo hace la modulación *Banda Lateral Única* (SSB). La ausencia de energía en el extremo inferior de la banda que tiene la señal de voz hace que esta modulación sea óptima para transmitir señales telefónicas, atenuando fuertemente la portadora y ocupando solo una banda B . Es evidente que una forma de generar una portadora SSB es pasando la banda deseada de una portadora DSB-SC por un filtro abrupto que elimine la otra banda lateral. Existen otros métodos para la generación de portadoras SSB [Krauss]. Al igual que en el caso DSB-SC, la señal moduladora se puede restaurar en el receptor a partir de la portadora SSB mediante un mezclador balanceado, si se ha recuperado la portadora no modulada, y un filtro paso bajo. Existen también formas más complejas de detección de señales SSB.

3.5.2. Moduladores de ángulo

Si la señal moduladora varía solo el argumento de la portadora sinusoidal, se produce una portadora modulada en ángulo. En este caso la amplitud de la portadora se mantiene constante:

$$v(t) = V_0 \cos \Phi(t)$$

y el argumento de una portadora no modulada es

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \phi_0 \tag{3.52}$$

donde ω_0 es la frecuencia angular y ϕ_0 es la fase inicial de la portadora. Las modulaciones de ángulo más comunes son la modulación de fase y la modulación de frecuencia.

3.5.3. Modulación de fase (PM)

Una señal modulada en fase es aquella cuyo ángulo $\Phi_i(t)$ varía linealmente con la señal moduladora $m(t)$, es decir, que su ángulo se puede expresar como

$$\Phi(t) = \omega_0 t + km(t) \quad (3.53)$$

y la señal modulada en fase se describe por

$$v_{\text{PM}}(t) = V_0 \cos[\omega_0 t + km(t)] \quad (3.54)$$

3.5.4. Modulación de frecuencia (FM)

En esta modulación la frecuencia instantánea $\omega_i(t)$ de la portadora varía linealmente con la señal moduladora $m(t)$, según muestra la siguiente expresión:

$$\omega_i(t) = \omega_0 + 2\pi km(t) \quad (3.55)$$

Integrando respecto al tiempo se obtiene la expresión de la variación del ángulo:

$$\Phi_i(t) = \omega_0 t + 2\pi k \int_0^t m(\tau) d\tau \quad (3.56)$$

por lo que la portadora modulada en frecuencia se expresa por

$$v_{\text{FM}}(t) = V_0 \cos \left[\omega_0 t + 2\pi k \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (3.57)$$

De las expresiones de PM (3.54) y de FM (3.57) se deduce que ambas modulaciones son similares y, de hecho, la modulación de FM puede verse como una portadora modulada en fase por la integral en el tiempo de la señal moduladora. De forma similar, la modulación de fase puede verse como una modulación de FM. Por esta razón estudiaremos específicamente la FM, pero las conclusiones son directamente aplicables a la PM. Si la señal moduladora es sinusoidal, definida por

$$m(t) = V_m \cos \omega_m t \quad (3.58)$$

entonces, a partir de (3.55), la frecuencia instantánea se puede escribir como

$$f_i(t) = f_0 + \Delta f \cos \omega_m t \quad (3.59)$$

donde

$$\Delta f = kV_m \quad (3.60)$$

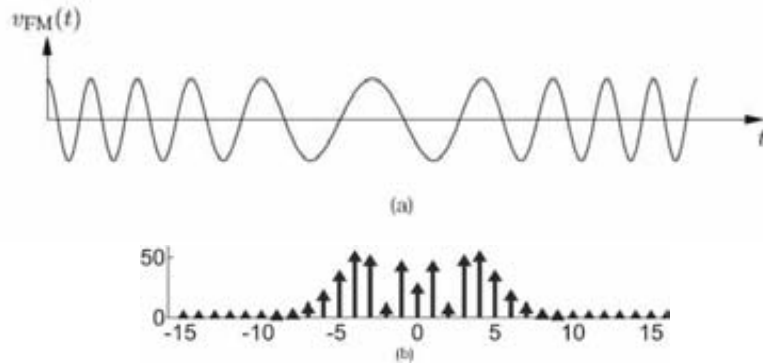


Figura 3.32. (a) Señal modulada en frecuencia, FM, y (b) su espectro para $\beta = 5$.

es la desviación de frecuencia, que representa la máxima separación de la frecuencia instantánea respecto a f_0 . Se define el **índice de modulación** β como

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (3.61)$$

y la señal de FM puede expresarse como

$$v_{FM}(t) = V_0 \cos(\omega_0 t + \beta \sin \omega_m t) \quad (3.62)$$

La Figura 3.32 muestra la representación en el tiempo de una portadora de FM en la que se advierte que, a diferencia de la portadora de AM, la amplitud (envolvente) es constante, y que el cruce por cero no se produce a intervalos de tiempo iguales. También aparece el espectro de la señal para un índice de modulación $\beta = 5$.

Podemos señalar las siguientes propiedades de una portadora de FM:

- El espectro contiene la portadora y un número infinito de frecuencias laterales situadas en $\pm f_m, \pm 2f_m, \pm 3f_m, \dots$
- La FM de banda estrecha se parece a la AM en que solo tienen dos frecuencias laterales.
- La amplitud de la portadora depende del índice de modulación β , ya que la potencia se reparte entre las frecuencias laterales a expensas de la portadora.

Aunque el número de frecuencias laterales es en teoría infinito, su potencia decae de manera que solo son importantes las comprendidas en una banda efectiva. La potencia de una portadora modulada en FM está mayoritariamente comprendida en una banda que se puede calcular por la *regla de Carson*:

$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2f_m(1 + \beta) \quad (3.63)$$

Moduladores de FM

Una de las técnicas más sencillas de generar una portadora de FM consiste en variar cuasi-estáticamente la frecuencia de oscilación de un oscilador. Si la tensión de control de un VCO es la señal moduladora $m(t)$, la salida del mismo será una portadora de FM. La Figura 3.33 muestra un XVCO que permite modular en FM una portadora con estabilidad de cristal.

El XVCO mostrado funciona como multiplicador, lo que permite aumentar la desviación de frecuencia Δf . Si la salida fundamental del XVCO es una portadora de FM con frecuencia instantánea

$$f_i(t) = f_0 + km(t) \quad (3.64)$$

La frecuencia instantánea de su armónico de orden n será

$$f'_i(t) = nf_0 + nkm(t) \quad (3.65)$$

con lo que la frecuencia de la nueva portadora de FM se ha multiplicado por n , y la desviación de frecuencia se multiplica también por n . El mismo resultado se tiene si la salida del oscilador pasa a un amplificador polarizado en su zona no lineal y la salida se sintoniza al armónico n . De esta forma se puede aumentar la desviación de frecuencia mediante multiplicación hasta alcanzar el valor deseado.

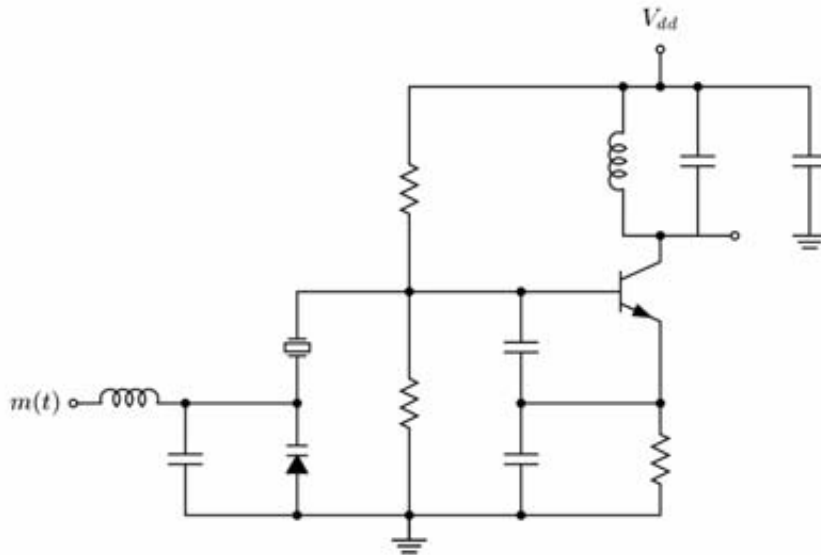


Figura 3.33. Modulador de FM construido con un XVCO.

Una técnica que permite mejorar la estabilidad de la portadora es generar dicha portadora con un oscilador a cristal cuya salida es modulada en fase por la señal banda base. El

índice de modulación debe ser pequeño para que la distorsión del modulador de fase sea mínima. La Figura 3.34 muestra un modulador de fase construido con tres circuitos tanque acoplados y cuya sintonía se varía mediante la señal moduladora. El principio de funcionamiento está explicado en la misma figura. Naturalmente si la señal moduladora pasa antes por un integrador la salida del modulador de fase será una portadora con modulación de frecuencia, FM.

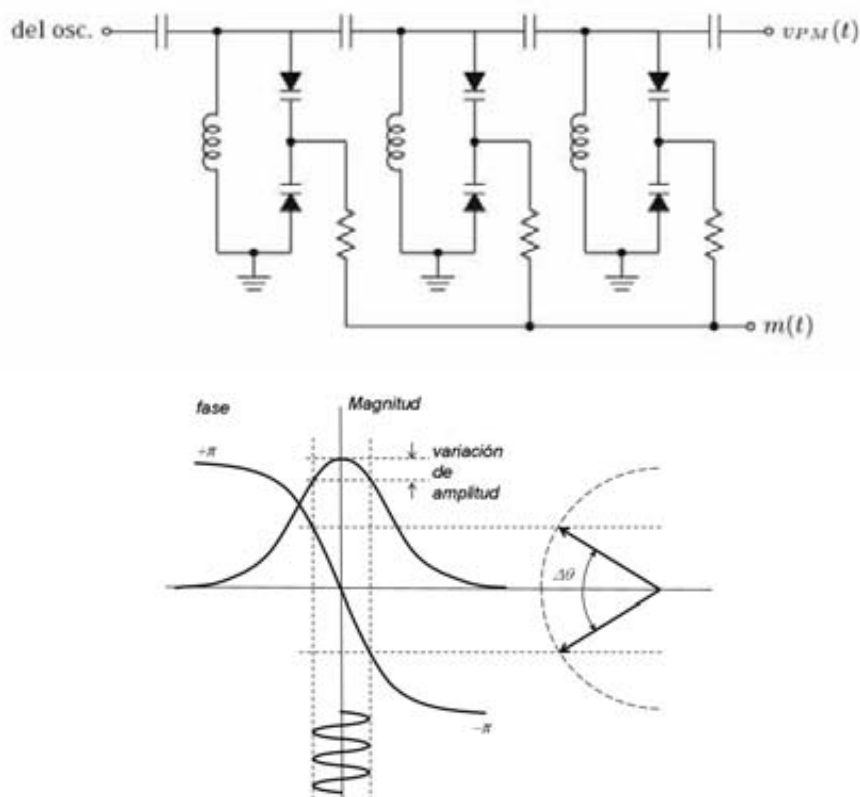


Figura 3.34. Modulador de fase, PM. Consigue una variación de la fase proporcional a $m(t)$.

Demoduladores de FM

Una técnica de demodulación de FM que se emplea en prácticamente todos los demoduladores reales consiste en derivar respecto al tiempo la portadora de FM (3.57), y pasar la señal resultante por un detector de envolvente. Derivando (3.57) se obtiene

$$v_o(t) = -V_0[\omega_0 + 2\pi k m(t)] \sin \Phi(t) \quad (3.66)$$

$$\Phi(t) = \left[\omega_0 t + 2\pi k \int_0^t m(\tau) d\tau \right] \quad (3.67)$$

que es una señal con modulación de frecuencia y de amplitud.

Si atacamos con esta señal a un detector de envolvente, la salida será proporcional a la señal moduladora $m(t)$, como se vio anteriormente. Si la portadora original de FM hubiera tenido alguna modulación de AM, la recuperación de la señal moduladora se haría con distorsión, y para evitar esto se emplea un limitador antes del demodulador de FM.

En la práctica el proceso de derivar la señal se puede aproximar por una diferencia restando la señal retardada a la original. Si este proceso se efectúa de forma balanceada, se obtiene el popular *discriminador de Foster-Seeley* [Clarke, Krauss, etc.]. El circuito original se ha mejorado hasta obtener el *detector de relación* que se muestra en la Figura 3.35, cuyas características limitadoras son superiores a su predecesor.

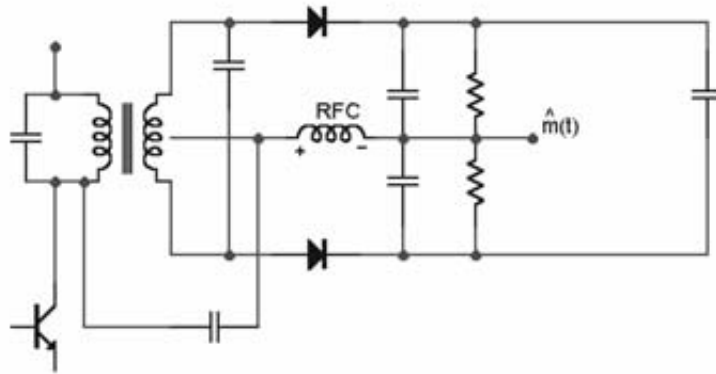


Figura 3.35. Demodulador de FM: detector de relación.

En FM de banda estrecha, se utiliza el *detector de cuadratura* mostrado en la Figura 3.36. El circuito tanque resuena a ω_0 y la diferencia de fase entre V_0 y V es

$$\Delta\theta = \arctan \frac{V_0}{V} \approx \frac{\pi}{2} - \arctan Q_0 \delta(\omega) \quad (3.68)$$

donde Q_0 es el factor de calidad del circuito y

$$\delta(\omega) = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad (3.69)$$

Para frecuencias próximas a la resonancia, $\Delta\theta$ es suficientemente lineal y la calidad de la salida (audio) es buena. Se puede escribir

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{2} - K \Delta\omega \quad (3.70)$$

Como

$$v(t) = V \sin \omega t \quad (3.71)$$

y

$$v_o(t) = V \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} - K \Delta \omega \right) = V \cos (\omega t - K \Delta \omega) \quad (3.72)$$

entonces, el producto de ambas señales es

$$V^2 \sin \omega t \cos (\omega t - K \Delta \omega) \quad (3.73)$$

que, tras ser filtrado, tiene solo una componente de DC:

$$V^2 \sin K \Delta \omega \quad (3.74)$$

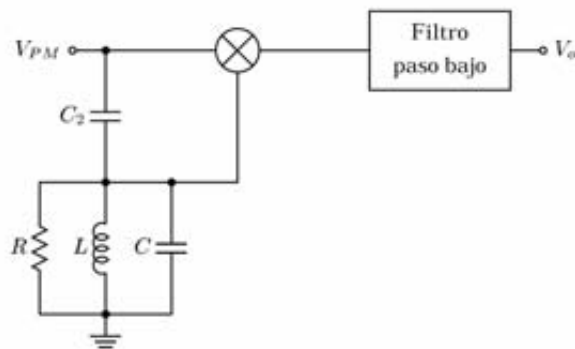


Figura 3.36. Detector de cuadratura para FM de banda estrecha.

Para variaciones lentas de la frecuencia de la portadora y con desviaciones pequeñas, $K \Delta \omega \ll \pi/2$, la salida reproducirá, con suficiente fidelidad, la señal moduladora de la portadora de FM, y la calidad de la señal de audio será buena.

3.6 RECEPTORES INTEGRADOS

Debido a que el multiplicador se puede hacer fácilmente con transistores, este detector se ha utilizado en numerosos CI destinados a la demodulación de FM, como el MC3357 y otros de la misma familia de Motorola, que se muestra en la Figura 3.37.

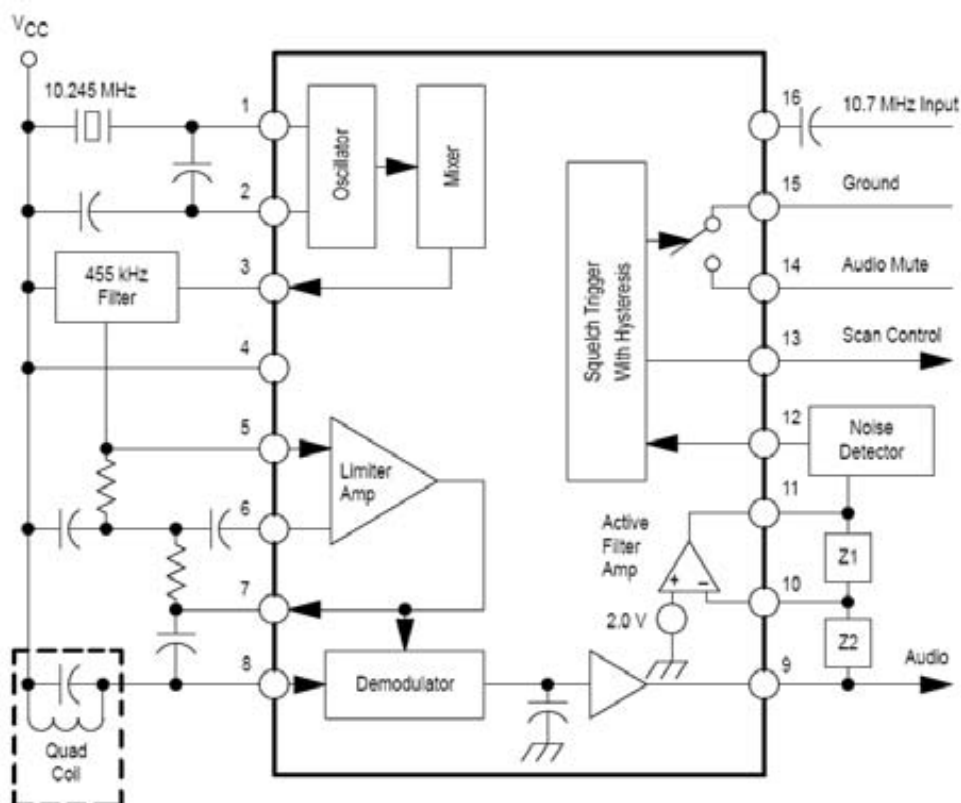


Figura 3.37. Diagrama de bloques de un receptor integrado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] William Gosling. Radio Receivers. IEE Telecommunication Series 15, 1986
- [2] U. L. Rohde and T. T. N. Bucher: Communication Receivers. Principles & Design. McGraw-Hill. 1988
- [3] Clarke and Hesse: Communication Circuits: Analysis and Design.
- [4] Steele, R. Mobile radio communications.
- [5] Parsons, D. The Mobile Radio Propagation Channel.
- [6] Mehrotra, A. Cellular Radio Performance Engineering
- [7] Jordan, E. Electromagnetic Waves and Radiating Systems. Prentice-Hall, 1968
- [8] Collin, R. E. Antennas and Radiowave Propagation. McGraw Hill, 1985

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 3.1.** Se tienen dos amplificadores de ganancias diferentes y con igual punto de intercepción. Si se quiere que los productos de intermodulación sean mínimos cuando se conectan los dos amplificadores en cascada, ¿cuál deberá colocarse primero, el de menor ganancia o el de mayor ganancia? ¿Es indiferente el orden en que se conecten?
- 3.2.** En un receptor, se puede evitar que la frecuencia $f_{RF}/2$ produzca una respuesta parásita en FI ¿filtrando antes del amplificador de RF o utilizando un amplificador de RF muy lineal? ¿Serán necesarias ambas medidas?
- 3.3.** Cómo eliminaría usted la respuesta de un receptor superheterodino a la frecuencia imagen: ¿filtrando en radiofrecuencia, o filtrando en frecuencia intermedia y además usando un amplificador de RF y un mezclador muy lineales?
- 3.4.** Demuestre que para una señal moduladora sinusoidal $m(t) = V_m \cos \omega_m t$, el índice de modulación de AM viene dado por $\mu = kV_m$, donde k es la constante característica del modulador.
- 3.5.** Diga si variará o no la amplitud de la respuesta de audio de un receptor de PM si se varía la frecuencia de la señal moduladora, manteniendo su amplitud constante. Si varía, diga en qué proporción en dB/octava. Nota: una octava representa duplicar la frecuencia.
- 3.6.** Al demodulador de envolvente de la Figura 3.31 le llega una señal de 455 kHz modulada en amplitud por una senoide que produce variaciones entre 500 mVp-p y 100 mVp-p en la amplitud de la portadora.
- Calcule el índice de modulación de la portadora.
 - Halle la potencia (normalizada a $R_L = 1$) de la portadora sin modular y con la modulación. ¿Qué porcentaje de la potencia total se emplea en la portadora?
 - Dibuje esquemáticamente la tensión a la salida, $v_o(t)$, si $C_o = 0$ pF.
 - Demuestre que para que no haya distorsión se debe cumplir que

$$R_0 C_0 \leq \frac{1}{\omega_m} \sqrt{\frac{1}{\mu_a^2} - 1} \quad (3.75)$$

- Seleccione un condensador apropiado si el circuito debe emplearse para demodular señales de audio de hasta 7 kHz y dibuje nuevamente la salida en la misma figura del apartado c). Suponga que $R_o = 600 \Omega$.

3.7. Considere la señal modulada en ángulo:

$$v(t) = 10 \cos[2\pi f_0 t + 2 \cos(2\pi \times 1500t)] \quad (3.76)$$

(Unidades: voltios, hertzios, segundos).

Determine el índice de modulación y el ancho de banda de la señal cuando f_m se duplica y cuando baja a la mitad. Si ésta fuera la señal de un sistema de comunicaciones analógico, ¿qué canalización se emplearía? Escoja entre 12'5, 25, 30 y 50 kHz.

3.8. La Figura 3.38 muestra un demodulador de cuadratura.

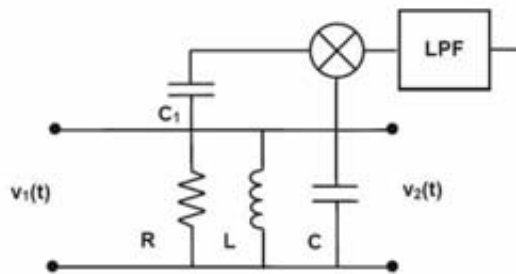


Figura 3.38. Demodulador en cuadratura.

- Calcule la función transferencial V_2/V_1 del circuito. Simplifique la expresión utilizando las definiciones $\omega_c^2 = 1/[L(C1 + C)]$ y $Q = R/(\omega_c L)$.
- Halle la expresión para el desfase y compruebe su valor a la frecuencia intermedia ω_c .
- Calcule el factor de calidad Q del circuito RLC paralelo si se desea que la variación de la fase no sea mayor que 5° cuando se utilice en un receptor con una frecuencia intermedia de 455 kHz y una canalización de 25 kHz.
- Calcule el valor de los componentes de la red si escogemos $C_1 = 10 \text{ pF}$ y $R = 10 \text{ k}\Omega$.

Ruido

4.1 INTRODUCCIÓN

La existencia del ruido eléctrico se hace evidente cuando vemos la falta de nitidez de una imagen débil de TV o al escuchar una emisora de radio, principalmente de AM, transmitida por una estación lejana. En los sistemas de comunicación es necesario tener una *relación señal a ruido* (SNR) alta para demodular correctamente la señal que se ha transmitido. En ese caso, la forma de onda recibida por la antena está formada casi en su totalidad por la señal que se ha emitido. Sin embargo, en un sistema de radiocomunicación, la señal llega al receptor después de viajar grandes distancias a través del espacio y, en consecuencia, muy atenuada por lo que puede tener un nivel tan bajo que el ruido no pueda ser despreciado. El problema no se resuelve amplificando la señal, pues al aumentar el nivel de la señal también se aumenta el nivel del ruido que la viene acompañando. Y no solo eso, sino que en el amplificador se genera más ruido que se añade a la salida, empeorando aún más la relación señal a ruido.

Así pues, el receptor debe ser capaz de tener una buena relación SNR a la entrada del demodulador y eso se consigue si se recibe una señal más fuerte en la antena. Mejorar el nivel de la señal recibida significa aumentar la potencia de transmisión o la ganancia de las antenas, según se puede deducir de la fórmula de Friis, pero además la SNR puede mejorarse si se emplean amplificadores de RF y mezcladores de muy bajo ruido.

Es importante también emplear modulaciones que sean más robustas frente al ruido y que, como consecuencia de su mejor funcionamiento, sean capaces de recuperar la información transmitida de forma más fiel que otras.

En este capítulo se estudiarán cómo se origina el ruido y sus causas, su comportamiento en los subsistemas de radio y las diferentes características de las modulaciones frente al ruido.

4.2 RUIDO TÉRMICO

La característica más general del ruido es su naturaleza no determinista, por lo que su estudio solo puede hacerse a través de sus promedios estadísticos. El ruido más común es el *ruido térmico*, producido por el movimiento browniano de los electrones en un conductor, que puede caracterizarse en el dominio de la frecuencia por su densidad espectral de potencia, medido en vatios por hercio (W/Hz). El movimiento de los electrones aumenta con la temperatura, de ahí el nombre de ruido térmico, y éste puede transmitirse a una hipotética carga conectada al conductor. Si se midiera el voltaje promedio en los dos extremos del conductor su valor deberá ser cero. Pensar que se midiera otro valor supondría asumir que los electrones se desplazarían preferentemente en una dirección y se acumularían en uno de los extremos, lo cual es absurdo. Sin embargo, la medida de el valor eficaz del voltaje no será nula, de lo que se deduce, en base al teorema de Thevenin, que el conductor se comporta como una fuente de voltaje que es capaz de entregar una potencia a una carga resistiva.

La densidad de potencia disponible de dicho conductor, o lo que es lo mismo, de la fuente de voltaje equivalente estará dada por

$$S_n(f) = \frac{kT}{2} \quad (4.1)$$

donde $k = 1,3806 \cdot 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann y T es la temperatura en °K. Esta ecuación indica un espectro del ruido que es blanco, o sea independiente de la frecuencia, y en la práctica esta suposición es válida desde DC hasta mucho más allá de las frecuencias de microondas, de ahí que se le denomine también *ruido blanco*. El ruido térmico deja de tener un espectro plano por encima de 10 000 GHz por lo que dentro de las radiofrecuencias es perfectamente válida la suposición de ruido blanco.

A partir de (4.1), y aplicando Thévenin, una resistencia real a una temperatura T se puede representar (ver Figura 4.1a) como una resistencia interna R y una fuente de tensión de ruido de valor eficaz, cuyo valor cuadrático medio es

$$\langle v_n^2 \rangle = 4kTR \Delta f \quad (4.2)$$

donde Δf es la banda de frecuencias en que se mide el ruido. De igual forma, la conductancia real se puede representar (ver Figura 4.1b) por una fuente de corriente de valor eficaz cuyo valor cuadrático medio es

$$\langle i_n^2 \rangle = 4kTG \Delta f \quad (4.3)$$

donde $G = 1/R$.

Debido a que el número de electrones en un conductor es muy grande y a que sus movimientos aleatorios son estadísticamente independientes entre sí, el teorema del valor límite central establece que el ruido térmico tiene una distribución gaussiana de media cero.

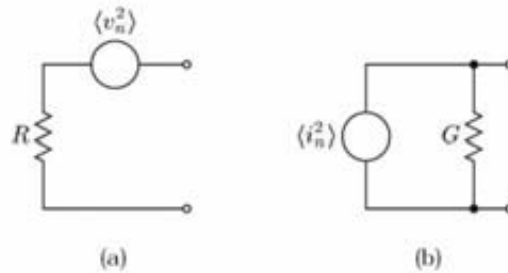


Figura 4.1. Circuito equivalente de (a) una resistencia ruidosa, y de (b) una conductancia ruidosa.

El carácter aleatorio e incorrelacionado del ruido hace que la tensión de ruido cuadrática media, resultante al conectar varias resistencias en serie, se obtenga sumando los valores cuadráticos medios de cada proceso. En general, un grupo de resistencias puede reducirse a un circuito equivalente de Thèvenin para el análisis del ruido cuya tensión cuadrática es la de la resistencia equivalente del circuito, como indica la Figura 4.2.

Si suponemos que el atenuador de la figura anterior tiene conectada en su entrada una fuente de impedancia resistiva, una impedancia igual como carga a la salida y que hay adaptación en ambas puertas, la señal determinista de dicha fuente se verá afectada por la atenuación de la red resistiva. Sin embargo, suponiendo el equilibrio térmico de todos los elementos, la potencia de ruido que el atenuador recibe de la fuente a la entrada será la misma que entrega a la carga en la salida. De esta forma, el empeoramiento de la SNR será igual a la atenuación que produce la red resistiva.

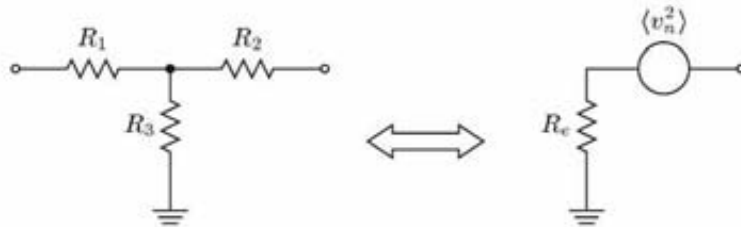


Figura 4.2. Equivalente Thèvenin de un grupo de resistencias ruidosas.

Si el valor de la parte resistiva de una impedancia es función de la frecuencia, entonces el valor cuadrático medio de la tensión de ruido se puede hallar mediante la expresión siguiente:

$$\langle v_n^2 \rangle = 4kT \int_{f_1}^{f_2} R(f) df \quad (4.4)$$

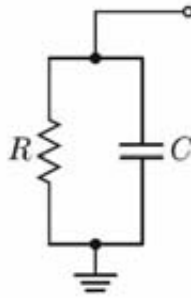


Figura 4.3. Circuito RC .

Esta propiedad hace que el espectro del ruido térmico se vea afectado por circuitos selectivos en frecuencia. Así, por ejemplo, si a una resistencia se le conecta un condensador en paralelo, como muestra el circuito de la Figura 4.3, en la entrada se tiene ruido térmico producido por la resistencia con una densidad espectral dada por (4.1), y el valor cuadrático medio de la tensión de ruido a la salida se puede calcular mediante (4.4).

$$\langle v_{no}^2 \rangle = 4kT \int_0^\infty \frac{R}{1 + (j\omega RC)^2} df \quad (4.5)$$

Este circuito no es mas que un filtro RC paso bajo cuya función transferencial es

$$H(f) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (4.6)$$

podemos deducir que la densidad espectral de ruido a la salida se puede hallar mediante la siguiente expresión:

$$S_{no}(f) = |H(f)|^2 S_{ni}(f) \quad (4.7)$$

Integrando (4.5), se llega a

$$\langle v_{no}^2 \rangle = 4kTR \left(\frac{\pi f_c}{2} \right) \quad (4.8)$$

donde $f_c = (RC)^{-1}$ es el ancho de banda del filtro. Si se define el *ancho de banda equivalente de ruido* como el de un filtro ideal que entregue la misma potencia de ruido a la salida, entonces para este circuito el ancho de banda equivalente de ruido será

$$B_n = \frac{\pi f_c}{2} \quad (4.9)$$

En general para un filtro se define el ancho de banda equivalente de ruido como

$$B_n = \frac{\int_0^\infty |H(f)|^2 df}{|H(0)|^2}$$

4.3 RUIDO EN ANTENAS RECEPTORAS

La antena receptora entrega a su salida, no solo la potencia de señal, sino toda radiación que capte procedente del entorno, y que acompañará a dicha señal en forma de ruido aditivo. Debido a que la antena se comporta como una resistencia, si en una banda Δf entrega además una potencia de ruido N_A , entonces podemos pensar en un modelo equivalente en el que la antena se puede considerar como una resistencia que es fundamentalmente igual a la resistencia de radiación y que se encuentra a una **temperatura de ruido de la antena**. Esta temperatura de ruido de la antena es puramente teórica, no es igual que la temperatura real de dicha antena, y se define mediante la ecuación

$$T_A = \frac{N_A}{k \Delta f} \quad (4.10)$$

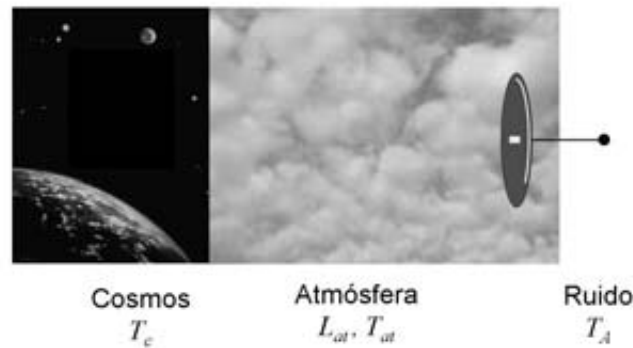


Figura 4.4. Causas del ruido en una antena.

Considere el caso de un sistema receptor con una antena que tiene una temperatura T_A y que entrega una señal con un nivel de potencia S_A . Si el receptor tiene una ganancia G hasta la entrada del demodulador, la potencia de señal a la salida del receptor será $S = GS_A$. Por otra parte, la potencia de ruido a la salida del receptor estará compuesta por la potencia de ruido que entrega la antena, amplificada por la ganancia G , además de la potencia del ruido ΔN que se ha generado internamente en el mismo receptor:

$$N = GkT_AB + \Delta N = GkT_AB + GkT_eB \quad (4.11)$$

donde B es el ancho de banda del receptor y T_e es la temperatura de ruido efectivo, referida a la entrada del receptor. La ecuación (4.11) refleja un modelo en el cual dos fuentes de ruido, una a temperatura T_A y otra a temperatura T_e , se combinan a la entrada de un receptor ideal para conformar el ruido que acompaña a la señal contribuyendo a la SNR total. Esta relación entre la potencia de señal y la potencia de ruido a la entrada del demodulador será

$$SNR_o = \frac{S_A}{k(T_A + T_e)B} \quad (4.12)$$

Uno de los objetivos del diseño de un sistema de radiocomunicación debe ser el garantizar una señal que sea suficientemente fuerte respecto al ruido en la entrada del demodulador, o sea maximizar la SNR. De la anterior discusión se desprende que en la evaluación del funcionamiento del sistema hay que considerar la contribución al ruido tanto de la antena, a través de T_A , como del receptor, a través de su temperatura equivalente de ruido T_e .

Causas del ruido de la antena

En la Figura 4.4 se representa esquemáticamente la situación de un sistema de radiocomunicación en el que la antena “ve” una fuente de ruido térmico, el cosmos, a una temperatura T_c . Esa radiación cósmica pasa a través de una capa atmosférica cuya temperatura es T_{at} , y va a ser parcialmente absorbida por dicha atmósfera produciendo una atenuación L_{at} . En condiciones de equilibrio térmico, la potencia de ruido que aporta la atmósfera en una banda B es igual a la potencia que absorbe. Considerando que $G_{at} = 1/L_{at}$, la potencia que absorbe un segmento de atmósfera es igual a la que recibe $kT_{at}B$ menos la que entrega al siguiente segmento $kT_{at}B/L_{at}$. Para un modelo de atmósfera ideal con una temperatura equivalente de ruido en la entrada se cumple que

$$\Delta N = \frac{1}{L_{at}} kT_e B = kT_{at} \left(1 - \frac{1}{L_{at}} \right) B. \quad (4.13)$$

De donde se deduce que la temperatura efectiva de la atmósfera es

$$T_e = T_{at}(L_{at} - 1) \quad (4.14)$$

La temperatura combinada del ruido cósmico y del ruido atmosférico se conoce como *temperatura de la antena ideal, temperatura del espacio o temperatura de luminosidad*:

$$T_A = T_c + T_{at}(L_{at} - 1) \quad (4.15)$$

donde T_{at} es aproximadamente constante. Esta ecuación nos sirve para explicar el fenómeno del ruido de la antena que tiene dos causas: la primera es el lugar al que apunte la antena y la segunda es la atenuación que sufra en la atmósfera L_{at} , y que dependerá de las capas atmosféricas que atraviese la señal. Así por ejemplo, si la antena es altamente direccional y apunta hacia el cosmos, la temperatura T_c será baja (de unos

pocos grados Kelvin). Sin embargo, si la antena apunta hacia el Sol, cuya temperatura es extremadamente alta, entonces la contribución del primer término será determinante e incluso, seguramente impedirá cualquier intento de comunicación. En el caso que la antena apunte hacia la Tierra, la temperatura de la fuente T_c en este caso será más alta que la del cosmos: la Tierra es un objeto más “caliente”. En el caso de una antena no directiva, se puede considerar un modelo de dos lóbulos, el principal apuntando hacia la dirección por donde llega la señal, y otro secundario apuntando hacia la zona de ruido más “caliente” como puede ser la Tierra. Por otra parte, el segundo término de la ecuación (4.15) nos indica que la longitud del trayecto hace aumentar las pérdidas L_{at} y como consecuencia aumentar la temperatura de ruido de la antena. Si una antena se apunta verticalmente hacia arriba, la longitud de atmósfera que atraviesa hasta llegar al cosmos será menor que si se apunta de forma inclinada. También podemos deducir que para aquellas frecuencias en las que la atmósfera produzca mayor atenuación se observará una mayor temperatura de ruido. Todo esto puede observarse en las siguientes figuras.

Las Figuras 4.5 y 4.6 muestran las temperaturas de ruido de antenas receptoras en función de la frecuencia. Es evidente que las temperaturas de las antenas no significan temperaturas reales. El ruido atmosférico, en gran medida de origen industrial, es significativo, pero su magnitud es pequeña en la banda de frecuencias entre 50 y 500 MHz para las que sí es importante el ruido cósmico. Por encima de 1 GHz éste se hace despreciable, y la contribución de la absorción de oxígeno empieza a ser importante. De la Figura 4.6 se observa que, para una antena apuntando directamente hacia el cielo, la absorción en la capa atmosférica es menor que cuando apunta en ángulo más cercano al horizontal, donde el trayecto de atmósfera que atraviesa es mayor.

4.4 RUIDO EN DIODOS Y TRANSISTORES

A diferencia de los circuitos pasivos y las antenas, los diodos y transistores generan ruido interno que se añade al ruido térmico. Entre los diferentes tipos de ruido que se generan en los diodos el más importante es el *ruido shot*, que es originado debido a la naturaleza discreta del flujo de corriente en estos dispositivos. El ruido *shot* tiene una distribución esencialmente plana y, por tanto, se considera ruido blanco.

Otro tipo de ruido presente en transistores es el *ruido flicker*, cuya densidad espectral de potencia varía según $1/f^\alpha$, con α aproximadamente igual a 1, lo cual lo hace dependiente de la frecuencia y de magnitud importante a bajas frecuencias, por debajo de los 100 kHz en transistores bipolares. Es causado fundamentalmente por recombinación superficial de portadores minoritarios en la región de reducción emisor-base. Las causas y el comportamiento del ruido es diferente para los transistores de tipo unión bipolar (BJT) y para los transistores de efecto de campo (FET). En este último caso, el modelo de ruido se esquematiza mediante una fuente de voltaje y una fuente de corriente correladas a la

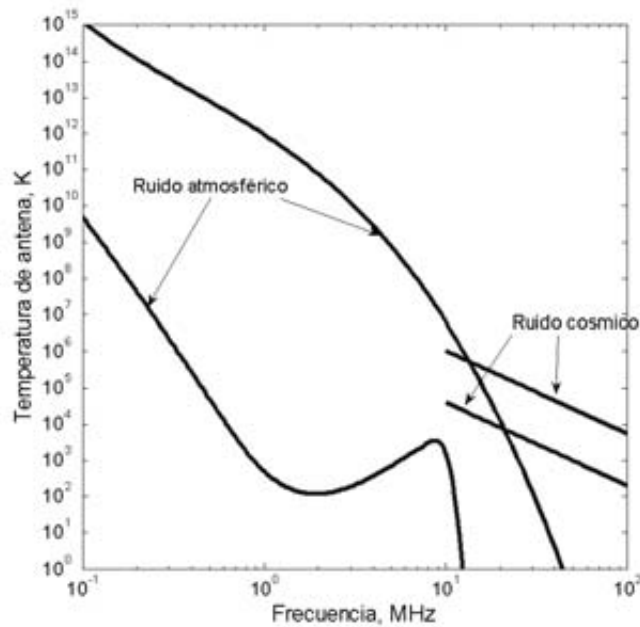


Figura 4.5. Temperatura de ruido de antena receptora en función de la frecuencia.

entrada del FET. La fuente de voltaje explica fundamentalmente el ruido *flicker*, que es más importante en los transistores FET que en los BJT, y la fuente de corriente modela los efectos del ruido de la conductancia del canal de puerta y del ruido de transmisión a través de las capacidades de los electrodos.

Para poder estudiar mejor el ruido en amplificadores o redes más complejas compuestas tanto por elementos pasivos como por dispositivos activos, conviene definir algunos términos, como son la Temperatura de Ruido Efectivo a la entrada de una red y el Factor de Ruido.

4.4.1. Temperatura efectiva de ruido

Si se tiene un amplificador como el de la Figura 4.7, en cuya entrada hay un nivel de ruido $kT \Delta f$, éste será amplificado por la red activa y además recibirá la contribución añadida del ruido generado internamente por la misma, de manera que la potencia de ruido a la salida es

$$N_o = GkT \Delta f + \Delta N \quad (4.16)$$

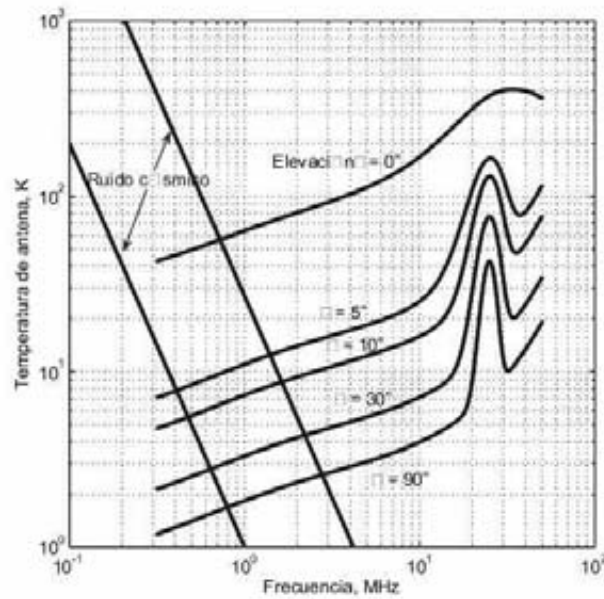


Figura 4.6. Temperatura de ruido de antena a frecuencias de microondas.

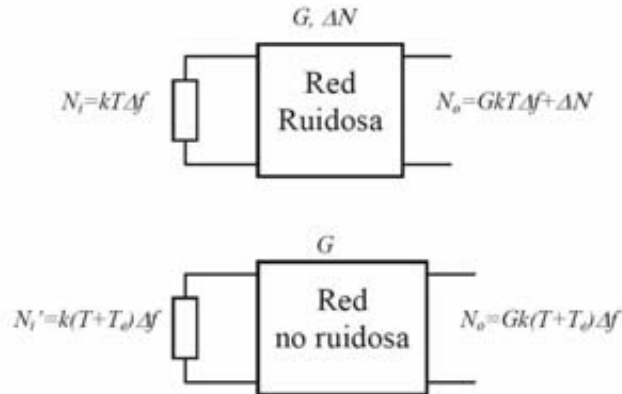


Figura 4.7. Amplificación del ruido por una red ruidosa con ganancia.

donde G es la ganancia y ΔN es el ruido originado internamente en el propio amplificador. Este amplificador se puede sustituir por un circuito equivalente de igual ganancia pero no ruidoso, que tenga a su entrada el ruido real más un ruido adicional y que produzca a la salida el mismo ruido que el amplificador original. El ruido resultante a la entrada estará a una temperatura $T + T_e$, donde

$$T_e = \frac{\Delta N}{Gk\Delta f} \quad (4.17)$$

es la temperatura efectiva del ruido de la red a la entrada. La conveniencia de este modelo estriba en que se ha referido todo el ruido a la entrada, en términos de temperatura, y a partir de ahí ya se puede considerar la red como ideal, es decir no ruidosa, y tratar el ruido como una señal más.

4.4.2. Factor de ruido

De lo que hemos visto se deduce que la relación entre la potencia de señal a potencia de ruido empeora cuando se emplea una red activa. El factor de ruido da una medida de la degradación de la relación SNR a la salida de una red de dos puertas. Si denotamos como SNR_i y SNR_o a la relación señal a ruido a la entrada y la salida, respectivamente, para una banda de frecuencias el factor de ruido se define como

$$F = \frac{SNR_i}{SNR_o} = \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} = \frac{N_o}{GN_i} = 1 + \frac{\Delta N}{GN_i} \quad (4.18)$$

Esta definición está en unidades naturales pero es frecuente encontrar el factor de ruido expresado en decibelios, $F_{dB} = 10 \log F$. Idealmente, una red que no empeore la SNR tiene un factor de ruido $F = 1$ o $F = 0$ dB, pero en la práctica los factores de ruido son mayores.

Como la potencia de ruido a la entrada depende de la temperatura, la definición del factor de ruido se hace para una temperatura estándar igual a $T_0 = 290$ K. Considerando una red con una ganancia $G(f)$ dentro de la pequeña banda de frecuencias Δf , de la anterior definición se puede escribir

$$N_o = FG(f)N_i = G(f)FkT_0 \Delta f \quad (4.19)$$

que puede interpretarse como la potencia de ruido a la salida de un amplificador no ruidoso equivalente con una potencia de ruido a la entrada $FkT_0 \Delta f$. Tenemos pues, un segundo modelo en el que se considera el amplificador ideal con ganancia $G(f)$, pero con un ruido a temperatura FT_0 acompañando a la señal en la entrada.

4.4.3. Relación entre la temperatura efectiva de ruido y el factor de ruido

De acuerdo a la ecuación (4.18), el ruido interno del amplificador se puede expresar como

$$\Delta N = (F - 1)GkT_0 \Delta f \quad (4.20)$$

donde $T_0 = 290$ K es la temperatura de referencia. Sustituyendo en (4.17), la temperatura efectiva de ruido referida a la entrada se puede calcular usando la siguiente expresión

$$T_e = (F - 1)T_0. \quad (4.21)$$

Con esta ecuación podemos expresar la temperatura efectiva de ruido en función del factor de ruido del amplificador.

4.4.4. Factor de ruido de varias redes en cascada

Hemos visto que se tienen dos modelos equivalentes de amplificador (o red activa, en general) —en la que éste se puede considerar como si fuera ideal con todo el ruido referido a la entrada— que facilitan los cálculos relativos a la SNR. No obstante, es de vital importancia el poder realizar éste cálculo en el caso de todo un sistema, por ejemplo un receptor, que puede estar compuesto por varias redes en cascada. Una solución sería hacer el cálculo etapa por etapa, pero eso no es computacionalmente eficiente; la otra solución es extender los conceptos conocidos de factor de ruido y temperatura efectiva de ruido a todo el conjunto de subsistemas que componen el receptor. De esta forma, podemos trabajar con un modelo en el que el ruido que se genera en todas las etapas del receptor se refiere a la entrada y pasa junto a la señal y el ruido que llegue con ella por un receptor ideal sin ruido. Esto es posible, y vamos a demostrarlo en el caso sencillo de dos amplificadores para después extenderlo a un número arbitrario de redes en cascada.

Considere dos redes en cascada como muestra la Figura 4.8, con ganancias y factores de ruido G_1 , F_1 , y G_2 , F_2 , respectivamente, dentro de la misma banda de frecuencias Δf . La potencia de ruido en la banda Δf a la salida de las dos redes está compuesta por el ruido a la entrada amplificado por las dos redes, más el ruido interno del primer dispositivo amplificado por el segundo, y más el ruido interno del segundo amplificador. A la salida de las dos redes la potencia de ruido puede expresarse como

$$N_o = G_1 G_2 k T_0 \Delta f + (F_1 - 1) G_1 k T_0 \Delta f G_2 + (F_2 - 1) G_2 k T_0 \Delta f \quad (4.22)$$

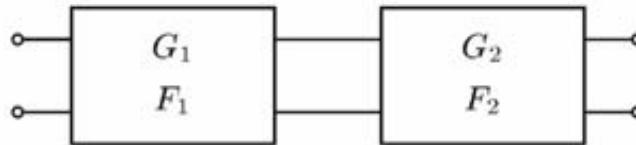


Figura 4.8. Amplificación del ruido por dos redes en cascada.

Si suponemos una sola red equivalente con una ganancia $G_1 G_2$ y un factor de ruido F , usando (4.19) se tiene que su potencia de ruido a la salida es

$$N_o = F G k T_0 \Delta f, \quad (4.23)$$

que por otra parte debe ser igual a la calculada con la ecuación (4.22). Puede deducirse entonces que el factor de ruido de la red equivalente se puede expresar como

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1}. \quad (4.24)$$

A partir de esta ecuación podemos ver que el factor de ruido del conjunto F , queda determinado prácticamente por el factor de ruido del primer cuadripolo si $G_1 \gg 1$ o $F_2 \approx 1$. En cualquier caso, si se desea minimizar el ruido de dos amplificadores en cascada dentro de un receptor, a partir de la ecuación (4.24) podemos afirmar que la mejor conexión se hace colocando primero el de *menor* factor de ruido. Es importante notar que en esta expresión los factores de ruido están dados en unidades naturales, no en dB.

La ecuación (4.24) puede generalizarse para n dispositivos en cascada:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \cdots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \cdots G_{n-1}}. \quad (4.25)$$

De acuerdo a esta ecuación, se observa que el factor de ruido de un receptor está determinado fundamentalmente por las etapas iniciales, fundamentalmente por la primera etapa, y que el factor de ruido de las últimas etapas, como puede ser las de frecuencia intermedia FI, prácticamente no influyen. Es por eso que en un receptor se acostumbra a utilizar un amplificador de RF de bajo ruido (LNA) como la primera etapa después de la antena, y en muchos casos este LNA se sitúa en lo alto del mismo mástil de la antena de manera que se evite el efecto negativo del bajante hasta el equipo receptor.

Si recordamos las temperaturas efectivas de ruido de cada red a partir de la relación (4.21) y las sustituimos en la ecuación anterior, se puede escribir una expresión similar para la temperatura efectiva de ruido a la entrada de la red:

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \cdots + \frac{T_{en}}{G_1 G_2 \cdots G_{n-1}}. \quad (4.26)$$

El modelo equivalente en términos de la temperatura efectiva de ruido se ha representado en la Figura 4.9 para una red compuesta por dos etapas. Se puede ratificar el hecho de que la temperatura efectiva de ruido de la primera etapa es determinante en el cómputo de la temperatura efectiva de ruido del conjunto, si $G_1 \gg 1$.

- **Ejemplo.** Para ilustrar la utilidad de las ecuaciones anteriores, vamos a aplicarlas a una red formada por la conexión en cascada de una red pasiva con atenuación L_1 y un amplificador de ganancia G_2 y factor de ruido F_2 . En ese caso el factor de ruido y las ganancia de la primera etapa son $F_1 = L_1$ y $G_1 = 1/L_1$. Aplicando la ecuación (4.24), el factor de ruido total es

$$F = L_1 + \frac{F_2 - 1}{1/L_1} = L_1 F_2, \quad (4.27)$$

en unidades naturales, y en dB:

$$F(\text{dB}) = 10 \log L_1 + 10 \log F_2 = L_1(\text{dB}) + F_2(\text{dB}). \quad (4.28)$$

El factor de ruido en dB del conjunto se halla sumando al factor de ruido del amplificador la atenuación de la red pasiva de la entrada.

En el caso de un equipo receptor con redes pasivas en su entrada que producen atenuación, como el bajante de la antena o los filtros de RF, el factor de ruido total se puede

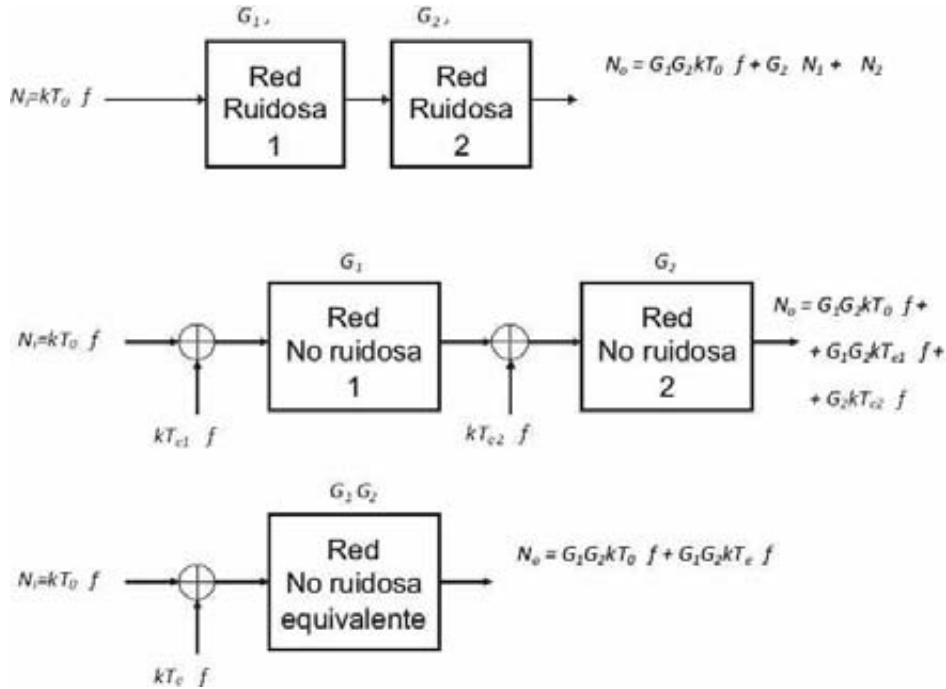


Figura 4.9. Circuito equivalente en términos de Temperatura efectiva de ruido.

hallar sistemáticamente aplicando la ecuación (4.25) con un número grande de términos. Una forma más fácil es simplemente sumar al factor de ruido del equipo las pérdidas de las redes pasivas, todo expresado en dB.

4.4.5. Optimización del ruido de un amplificador

Ya se ha visto que un amplificador genera ruido interno además de aumentar la potencia del ruido que hay en su entrada. Es razonable pensar que este ruido interno dependa de parámetros propios del transistor que compone el circuito, pero hay que añadir que también depende de la impedancia de la fuente de señal que tenga a la entrada, $Y_s = G_s + jB_s$. Cada dispositivo tiene una admitancia de fuente óptima Y_o para la cual el factor de ruido se hace igual al factor de ruido mínimo F_0 . A medida que la admitancia de fuente se aleja de Y_o , el factor de ruido aumenta siguiendo la expresión

$$F = F_0 + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_o|^2 \quad (4.29)$$

donde R_n es la resistencia de ruido, un parámetro del dispositivo. De la ecuación (4.29) puede deducirse que un dispositivo activo se caracteriza completamente respecto al ruido si para cada frecuencia se conocen sus cuatro parámetros F_0 , R_n e $Y_o = G_o + jB_o$. Nótese que un amplificador en general tiene adaptadas la entrada y la salida de forma

que se maximice la transferencia de potencia. Pues bien, en el caso particular de los amplificadores de bajo ruido, es más conveniente adaptar la entrada a la impedancia Y_o para optimizar el ruido.

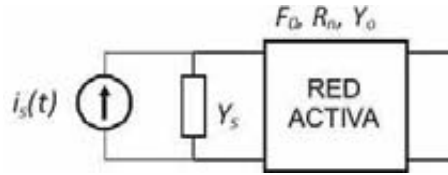


Figura 4.10. Parámetros de optimización del ruido.

4.4.6. Temperatura de ruido de un sistema

El receptor de radiocomunicación se puede considerar como un sistema formado por la antena y el equipo receptor. De esta forma, a la señal recogida por la antena se le añade el ruido de ésta más el ruido interno del equipo receptor y ambos van a contribuir en el cómputo de la SNR. Es conveniente entonces considerar la **temperatura de ruido de un sistema**, T_s , definida como la temperatura de ruido efectivo del sistema receptor incluyendo la temperatura de la antena, o sea,

$$T_s = T_A + T_e = F_s T_0, \quad (4.30)$$

en donde se ha introducido el concepto de factor de ruido del sistema F_s .

El cálculo de la temperatura de ruido del sistema puede hacerse a partir del esquema de la Figura 4.11. De momento no se van a considerar las pérdidas resistivas de la antena, por lo que el atenuador $L_a = 1$ y no contribuye al ruido. Si denotamos las pérdidas de la línea de recepción por L_T y la temperatura de ruido efectivo del receptor por T_{re} , sustituyendo en (4.26) se obtiene la temperatura efectiva de ruido de todo el sistema

$$T_s = T_A + \underbrace{(L_T - 1)T_T}_{T_{e1}} + \underbrace{T_{re}}_{T_{e2}} \underbrace{L_T}_{1/G_1}, \quad (4.31)$$

que contiene tres términos: la temperatura de ruido de la antena, la temperatura de ruido debida a las pérdidas de la línea de transmisión y la temperatura de ruido propia del receptor. La ecuación (4.30) considera una antena ideal sin lóbulos secundarios, pero una antena real puede recibir una importante cantidad de ruido por sus lóbulos secundarios si éstos apuntan a la tierra, generalmente más “caliente” respecto al cielo, que se considera normalmente “frío”. El mar, una carretera o un objeto metálico se también se percibirán “fríos” si reflejan la radiación del cielo.

- **Ejemplo.** Consideremos una antena con temperatura de ruido T_A conectada a un receptor de factor de ruido F_R a través de una guía de ondas que está a una temperatura T_T e introduce unas pérdidas dadas por L_T (ver Figura 4.11). Se va tener en cuenta que la

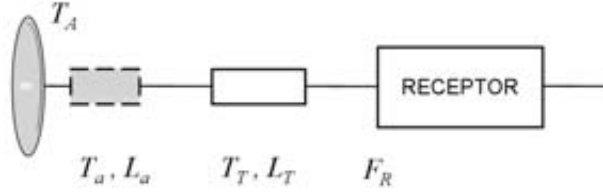


Figura 4.11. Sistema receptor.

antena introduce pérdidas resistivas incluyendo un atenuador ficticio L_a a la temperatura real de la antena T_a . Se desea hallar la temperatura de ruido del sistema.

El sistema está formado por la antena ideal y tres cuadripolos, formando parte estos últimos del equipo receptor. La temperatura efectiva de ruido del equipo receptor es

$$T_e = (L_a - 1)T_a + \frac{(L_T - 1)T_T}{1/L_a} + \frac{(F_R - 1)T_0}{(1/L_a)(1/L_T)}.$$

Una simplificación habitual es considerar que los tres circuitos están a la misma temperatura T_0 . Si $T_a = T_T = T_0$, entonces

$$T_e = (L_a L_T F_R - 1)T_0.$$

En ese caso, la temperatura del sistema es

$$T_s = T_A + T_e = T_A + T_0(L_a L_T F_R - 1) = (F_A + L_a L_T F_R - 1)T_0,$$

donde se ha utilizado el factor de ruido de la antena $F_A = T_A/T_0$. Caracterizando el sistema por su factor de ruido, se tiene que

$$F_s = \frac{T_s}{T_0} = F_A - 1 + L_a L_T F_R.$$

En esta ecuación queda patente la importancia de minimizar tanto el ruido de la antena como las pérdidas de la línea de transmisión hasta el receptor y el mismo factor de ruido del receptor. En la mayoría de los casos prácticos se puede asumir que $L_a L_T F_R \gg F_A - 1$, y en ese caso podemos simplificar aún más la expresión del factor de ruido del sistema:

$$F_s \approx L_a L_T F_R$$

A partir del ejemplo anterior es posible calcular la potencia de ruido que se le añade a la señal de la antena utilizando la expresión $F_s k T_0 \Delta f$. Una vez conocida la potencia de señal que entrega la antena, el resultado anterior permite hallar la relación SNR a la salida de la misma. La utilidad de este modelo consiste en que esa relación es la misma en cualquier punto del receptor, incluida la entrada del demodulador en donde ese valor de SNR refleja el valor real que determina la calidad de la recepción.

4.5 RUIDO EN OSCILADORES Y MEZCLADORES

Un transceptor contiene, además de amplificadores, otro tipo de circuitos como son los osciladores y los mezcladores, que generan ruido rigiéndose por los mismos principios expuestos en este capítulo pero que tienen algunas particularidades significativas. En este apartado centraremos la atención en aquellos parámetros que permitan optimizar el comportamiento de estos circuitos frente al ruido eléctrico, haciendo hincapié en las propiedades del ruido producido en los mismos y en la metodología que debemos tener en cuenta para su medida.

4.5.1. Ruido en osciladores

Como cualquier otro circuito, los osciladores también producen ruido que va a acompañar a la forma de onda de la portadora. Este ruido se puede clasificar en dos tipos: ruido que afecta a la amplitud y el ruido de fase. El primer ruido es fundamentalmente ruido de origen térmico que en los casos prácticos presenta un nivel despreciable frente al nivel de la portadora generada por el oscilador. El ruido de fase es más importante y su efecto es muy notable a frecuencias próximas a la de la portadora. Veamos cuáles son sus orígenes.

El modelo más empleado para describir el *ruido de fase* en los osciladores es el de Leeson, en el cual el oscilador se descompone en dos cuadripolos: el amplificador y la red sintonizada de realimentación (ver Capítulo 3). Los mecanismos de ruido que ya conocemos generan ruido a la salida del dispositivo activo y este ruido entra en el lazo de realimentación, creando una modulación de fase aleatoria alrededor de la frecuencia central de salida, la frecuencia de la portadora f_0 . Por ser generado en el amplificador, el ruido tiene componentes de baja frecuencia, *flicker* o $1/f$ producido en el dispositivo activo, ruido *shot* del propio dispositivo y ruido térmico producido en el dispositivo y en el resto del circuito, este último será un ruido blanco determinado por el factor de ruido del amplificador.

Si se define la **frecuencia de corte del ruido flicker**, f_c , como aquélla para la que se igualan los niveles del ruido *flicker* y ruido blanco, entonces se puede considerar que por debajo de f_c el espectro de ruido de fase varía como $1/f$, y para frecuencias por encima de f_c , la característica será plana, propia del ruido blanco. Por otra parte, el circuito sintonizado actúa como un filtro paso bajo de frecuencia de corte $f_0/(2Q_L)$, igual al semiancho de banda del circuito sintonizado, y las componentes espectrales dentro de esa banda serán las que se realimenten y contribuyan al ruido de fase. Nótese que una Q_L (o Q del circuito cargado con la impedancia de salida) alta da lugar a un oscilador menos ruidoso. De esta forma se llega a la siguiente definición para la caracterización del ruido en osciladores.

La **medida del ruido en un oscilador**, $\mathcal{L}(f_m)$, se define como la relación de la potencia de banda lateral del ruido de fase en una banda de 1 Hz, a una frecuencia $f_m = f - f_0$ de la portadora, entre la potencia total de la portadora del oscilador.

Normalmente se expresa en dB_c , decibelios respecto a la portadora.

$$\mathcal{L}(f_m) = 10 \log \left\{ \left[1 + \frac{f_0^2}{(2f_m Q_L)^2} \right] \left(1 + \frac{f_c}{f_m} \right) \frac{FkT}{2P_{s(av)}} \right\} \quad (4.32)$$

donde f_0 es la frecuencia central del oscilador, F es el factor de ruido del dispositivo y $P_{s(av)}$ es la potencia promedio a la entrada del oscilador.

De la ecuación (4.32) se puede deducir que un oscilador de bajo ruido requiere de circuitos sintonizados de alta Q , pero además el dispositivo activo debe tener un factor de ruido y una frecuencia de ruido *flicker* bajos. También es conveniente que el nivel de tensión de las oscilaciones sea alto frente al ruido y que la salida esté desacoplada del circuito de sintonía para no bajar su Q .

Las características de potencia de ruido de banda lateral para un VCO y para un oscilador a cristal se muestra en la Figura 4.12. En la misma figura se han representado medidas a dos generadores comerciales de alta frecuencia, realizadas durante el desarrollo de un proyecto de fin de carrera asociado al Grupo de Sistemas de Radiocomunicación. Es notable la alta coincidencia que se observa entre la predicción teórica, extraída del libro de Rohde y los puntos experimentales.

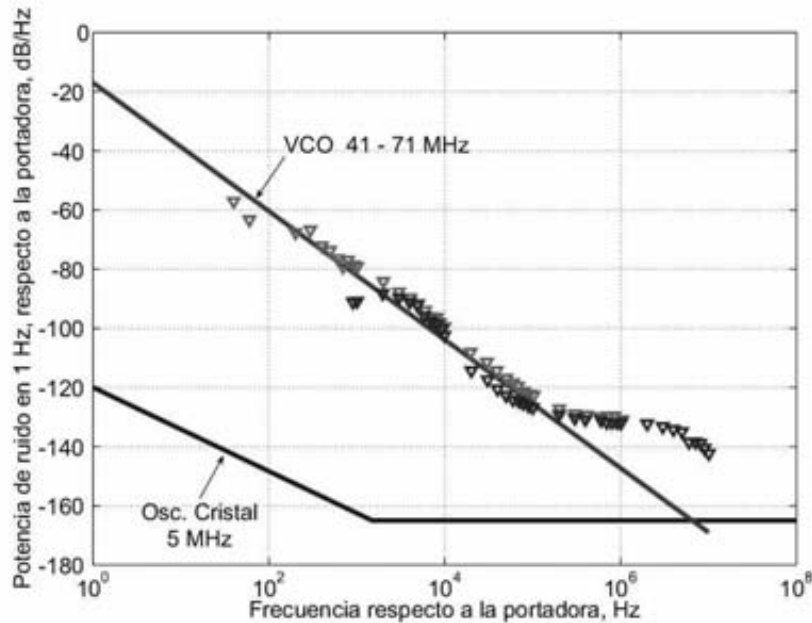


Figura 4.12. Comparación de los espectros de ruido de banda lateral de un VCO y de un oscilador a cristal (Figura cedida por el GSR).

Permítase un comentario al margen aprovechando los conceptos que acabamos de considerar y que son apropiados también para los circuitos multiplicadores de frecuencia.

Debido a la forma en que están concebidos estos circuitos, cuando se usa multiplicación de frecuencia se produce también un incremento del ruido de fase. Así, si la portadora se multiplica por n , el la potencia de ruido de fase se incrementa en $20 \log(n)$ dB. Esto limita el uso de los multiplicadores como subsistemas para generar portadoras de alta frecuencia, en favor de los sintetizadores.

4.5.2. Ruido en mezcladores

En muchos sistemas de radio, sobre todo a frecuencias de microondas, no se emplean amplificadores de bajo ruido en la cabecera de radiofrecuencia, sino que se ataca directamente al conversor reduciendo a frecuencia intermedia. Los conversores están compuestos por mezcladores y, aunque éstos tienen en general un factor de ruido peor que los amplificadores, este inconveniente puede ser secundario cuando prima la especificación de un margen dinámico amplio. En particular, se suelen usar mezcladores con diodos, y frecuentemente se emplean diodos Schottky, que presentan mejores factores de ruido y un ruido *flicker* más bajo.

El factor de ruido de un mezclador a diodo puede expresarse como

$$F_c = t_r L_c \quad (4.33)$$

donde L_c es la pérdida de conversión del mezclador y t_r es la *relación ruido a temperatura*, un parámetro propio del dispositivo que cualifica su comportamiento frente al ruido. Esta relación t_r varía inversamente con la frecuencia desde fracciones de hercio hasta los 100 kHz aproximadamente, dependiendo el valor exacto del tipo de diodo, y se aproxima a un valor constante entre 1,3, y 2,0 para frecuencias superiores. Se puede observar nuevamente la influencia del ruido flicker o ruido $1/f$, a frecuencias bajas, y del ruido blanco a frecuencias más altas.

Si el *front-end* está compuesto por un mezclador, el factor de ruido del receptor depende también del factor de ruido del amplificador de FI, F_{FI} . El factor de ruido total será

$$F = F_c + \frac{F_{FI} - 1}{G_c} = L_c(t_r + F_{FI} - 1) \quad (4.34)$$

En el caso de diodos con relación t_r es pequeña, el factor de ruido del receptor se puede aproximar con la siguiente ecuación

$$F \approx L_c F_{FI}, \quad (4.35)$$

en unidades naturales. Si se expresan en dB, el factor de ruido del receptor es igual a la suma de la pérdida de conversión del diodo y el factor de ruido del amplificador de FI.

En un receptor, el ruido generado en el oscilador local (LO) puede aparecer en la FI debido a la conversión del mezclador, y su eliminación puede ser bien por filtrado del LO o bien por el empleo de un mezclador doblemente balanceado.

En general, en un circuito conversor de frecuencia, además del ruido que aparece en la entrada y en la misma banda de la señal, existe el ruido procedente de la banda

imagen que se mezclará con el LO y contribuirá al ruido total que aparece a la salida de la FI dentro de la banda de la señal deseada. En ese caso, si a la entrada se tiene ruido con una densidad espectral de doble banda lateral $S_{ni}(f) = kT/2$, la mezcla con un sinusoidal a la frecuencia del oscilador local f_0 produce a la salida una densidad espectral de potencia relacionada como sigue:

$$S_{no}(f) = \frac{1}{4}[S_{ni}(f + f_0) + S_{ni}(f - f_0)] \quad (4.36)$$

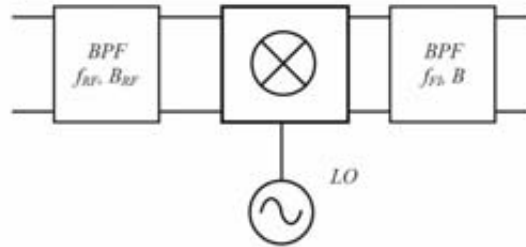


Figura 4.13. Ruido en un mezclador.

Para estudiar esta situación analicemos la Figura 4.13 en la que se representa un conversor que tiene en su entrada una señal de ruido. El conversor está formado por un filtro paso banda centrado en la frecuencia de la señal f_{RF} y conectado a la entrada de un mezclador, cuya salida se aplica a un filtro de frecuencia intermedia FI. Se asume que el ruido tiene una densidad espectral plana a una temperatura alta T y que el filtro de entrada no tiene pérdidas, de manera que la densidad espectral de potencia disponible a la salida del filtro, dentro de su banda, será igual que la disponible a su entrada. En ese caso, la potencia de ruido a la salida de FI del mezclador es

$$N_o = GkTB + \Delta N \quad (4.37)$$

donde ΔN es la potencia de ruido que genera internamente el mezclador.

En este esquema el filtro de entrada elimina la banda de ruido de la frecuencia imagen. Sin embargo, si se quita el filtro de entrada, la banda de ruido a la entrada que contribuye al ruido de la salida se duplica, la banda de la señal más la banda imagen, y la potencia de ruido se puede expresar como sigue:

$$N'_o = GkT(2B) + \Delta N \quad (4.38)$$

En el caso particular de que ΔN sea pequeño, la potencia de ruido a la salida del mezclador es aproximadamente el doble que en el primer caso. Nótese que en este caso

la densidad de potencia de ruido a la entrada del filtro de FI será también el doble y su banda de paso B_{FI} determinará la potencia de ruido a la salida del conversor.

Si recordamos que ΔN tiene un espectro plano, en una situación general se puede decir que a la salida del conversor tendremos un ruido que será plano dentro de la banda de paso del filtro de FI. Se concluye que a la entrada del demodulador se tiene entonces la señal de FI que acarrea la información, más un ruido blanco limitado en banda. El objetivo es minimizar la densidad espectral de este ruido para tener una SNR alta a la entrada del demodulador, y lógicamente también a la salida de la banda base del receptor.

4.6 DETECCIÓN DE UNA SEÑAL EN PRESENCIA DE RUIDO

En este apartado se va a estudiar el ejemplo sencillo de la detección de una señal evaluando el nivel de voltaje a la entrada de un circuito decisor. *A priori* no se sabe si ha habido transmisión y hay una señal presente, acompañada del inevitable ruido, o si no ha habido transmisión y solo hay ruido. Vamos a considerar ambas situaciones, empezando primero por el caso en que solo hay ruido en la entrada del decisor.

En el receptor del sistema de radiocomunicaciones se emplea el filtrado tanto en RF como en FI, y el ruido que hay a la salida de cada filtro será ruido blanco de banda estrecha. El espectro de este ruido se concentrará alrededor de la frecuencia central del filtro y su densidad de potencia puede expresarse como

$$S_{no}(f) = |H(f)|^2 S_{ni} \quad (4.39)$$

donde se ha considerado que el filtro tiene una función transferencial $H(f)$, y la densidad normalizada de ruido blanco a su entrada es S_{ni} , independiente de la frecuencia.

La ecuación (4.39) indica que cualquier ruido de banda estrecha puede ser modelado aplicando ruido blanco a la entrada de un filtro apropiado. Si dicho ruido se representa mediante la forma canónica

$$n(t) = n_I(t) \cos \omega_0 t - n_Q(t) \sin \omega_0 t \quad (4.40)$$

donde n_I y n_Q son las componentes en fase y en cuadratura del ruido de banda estrecha, entonces se puede demostrar que estas componentes poseen las siguientes propiedades:

- Su media es cero: $\langle n_I(t) \rangle = \langle n_Q(t) \rangle = \langle n(t) \rangle = 0$.
- Si n es gaussiano, n_I y n_Q son también gaussianos.
- Sus varianzas son iguales: $\langle n_I^2 \rangle = \langle n_Q^2 \rangle = \langle n^2 \rangle = \sigma^2$.
- **Ejemplo:** Determine la densidad espectral de potencia de ruido a la salida de un filtro *RLC* (ver Figura 4.14).

La función transferencial del filtro es

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Si el filtro está centrado en $\omega_0^2 = 1/LC$, tiene un ancho de banda B , y el factor $Q = f_0/B = \omega L/R$ es alto, la función transferencial se puede aproximar mediante la siguiente expresión

$$H(f) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \simeq \begin{cases} \frac{1}{1 + j2(f - f_0)/B}, & f > 0 \\ \frac{1}{1 + j2(f + f_0)/B}, & f < 0, \end{cases}$$

que es la función transferencial de un filtro paso bajo de un solo polo de tipo Butterworth. Si a su entrada se tiene ruido blanco gaussiano de media cero y densidad espectral S_{ni} , la densidad espectral de potencia del ruido resultante a la salida del filtro es

$$S_{no}(f) = \begin{cases} \frac{S_{ni}}{1 + 4(f - f_0)^2/B^2}, & f > 0 \\ \frac{S_{ni}}{1 + 4(f + f_0)^2/B^2}, & f < 0. \end{cases}$$

La densidad espectral de potencia de las componentes en fase y en cuadratura estará dada por

$$S_{nI}(f) = S_{nQ}(f) = \frac{S_{ni}}{1 + (2f/B)^2} \quad (4.41)$$

que tiene las mismas características que el ruido a la salida del filtro RC paso bajo equivalente.

El ruido de banda estrecha que aparece a la salida del filtro se puede representar también en términos de su envolvente y de su fase:

$$n(t) = r(t) \cos[\omega_0 t + \phi_n(t)] \quad (4.42)$$

donde

$$r(t) = \sqrt{n_I^2(t) + n_Q^2(t)} \quad (4.43)$$

es la envolvente y

$$\phi_n(t) = \arctan[n_Q(t)/n_I(t)] \quad (4.44)$$

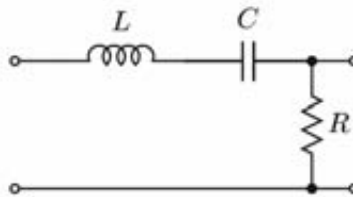


Figura 4.14. Filtro paso banda RLC .

es la fase del ruido limitado en banda $n(t)$. Éste es el ruido que está presente a la salida del filtro de FI y que va a atacar la entrada del demodulador. Si se demodula con un detector de envolvente, entonces el ruido a la salida de la banda base del demodulador estará dado por la envolvente del ruido $r(t)$, y por ser un voltaje aleatorio debe caracterizarse en términos estadísticos.

La distribución de probabilidad de la envolvente de la señal de entrada $r(t)$ se puede hallar recordando que $n_I(t)$ y $n_Q(t)$ son variables aleatorias gaussianas independientes, de media cero y varianza σ^2 . En ese caso se sabe que la densidad de probabilidad conjunta se halla mediante el producto de las densidades de probabilidad individuales, de donde

$$f_{N_I, N_Q}(n_I, n_Q) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(n_I^2 + n_Q^2)/2\sigma^2}. \quad (4.45)$$

Si ahora se hace el cambio de variables

$$\begin{aligned} n_I(t) &= r(t) \cos \phi \\ n_Q(t) &= r(t) \sin \phi \end{aligned} \quad (4.46)$$

entonces la probabilidad conjunta de que la envolvente tome un valor entre r y $r + dr$ y una fase entre ϕ_n y $\phi_n + d\phi_n$, será

$$f_{R, \Phi_n}(r, \phi_n) dr d\phi_n = f_{N_I, N_Q}(n_I, n_Q) dn_I dn_Q = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} dr d\phi_n \quad (4.47)$$

donde hemos hecho uso de la igualdad del diferencial de área en coordenadas polares

$$dn_I dn_Q = r dr d\phi_n \quad (4.48)$$

De (4.47) se deduce que la función densidad de probabilidad (pdf) $f_{R, \Phi_n}(r, \phi_n)$ es independiente del ángulo, por lo que hay independencia estadística entre las pdfs de la envolvente y de la fase, y en particular la fase estará uniformemente distribuida entre 0 y 2π :

$$f_{\Phi_n}(\phi_n) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \phi_n \leq 2\pi. \quad (4.49)$$

Sustituyendo en (4.47) e integrando para todas las fases, se halla que la amplitud de la envolvente tiene una pdf dada por

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2}, \quad r \geq 0, \quad (4.50)$$

correspondiente a la *distribución de Rayleigh*. Esta función de densidad de probabilidad está representada en la Figura 4.15, a partir de la cual observamos que aunque no haya

señal presente, existe una probabilidad de alcanzar un valor de voltaje dado a la salida del detector. Si esta salida compuesta solo de ruido se aplica a un decisor cuya función es determinar si hay o no señal, basándose en que a su entrada haya un voltaje mayor o menor que un voltaje de decisión U , entonces existe una probabilidad de que se decida erróneamente que hay señal, probabilidad que estará dada por el área debajo de la curva para voltajes superiores a U . Es lógico situar este voltaje de decisión en un valor alto para minimizar la probabilidad de error. Pero no conviene que sea muy alto, porque entonces, cuando haya una señal débil será considerada como ruido y se produciría un fallo en la detección de la señal. Veamos a continuación este caso para tratar de encontrar un valor de decisión óptimo.

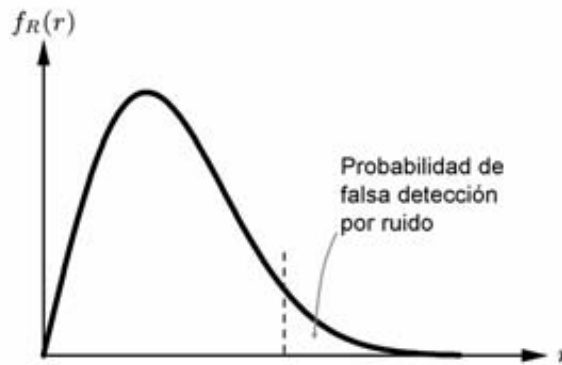


Figura 4.15. Distribución de probabilidad de Rayleigh.

4.6.1. Detección de una señal sinusoidal en presencia de ruido gaussiano

Si se supone que ha habido transmisión de una señal y que el receptor la ha capturado, entonces a la entrada del filtro de FI ideal habrá una señal sinusoidal $V_0 \cos \omega_0 t$, de amplitud V_0 y frecuencia f_0 , que suponemos igual a la frecuencia central del filtro. Esa señal estará acompañada de ruido blanco gaussiano de media cero y varianza σ , por lo que a la salida del filtro se tendrá la señal sinusoidal más un ruido gaussiano de banda estrecha expresado por (4.40). Podremos describir la salida del filtro como

$$u(t) = (V_0 + n_I) \cos \omega_0 t - n_Q \sin \omega_0 t \quad (4.51)$$

y se puede afirmar que las componentes en fase y cuadratura son variables gaussianas y estadísticamente independientes, sus valores medios son V_0 y 0 respectivamente, y ambas varianzas son iguales a σ^2 . Por tanto, se puede expresar la pdf conjunta como

$$f_{N'_I, N_Q}(n'_I, n_Q) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(n_I^2 + n_Q^2)/2\sigma^2} \quad (4.52)$$

donde $n'_I = V_0 + n_I$. La envolvente ahora es

$$r(t) = \sqrt{(V_0 + n_I)^2 + n_Q^2} \quad (4.53)$$

y la fase

$$\phi_n(t) = \arctan[n_Q/(V_0 + n_I)] \quad (4.54)$$

Siguiendo un procedimiento similar al caso de detección de ruido solo, se llega a la pdf

$$f_{R,\Phi_n}(r, \phi_n) = \frac{r}{2\pi\sigma^2} \exp \left[- \left(\frac{r^2 + V_0^2 - 2V_0r \cos \phi_n}{2\sigma^2} \right) \right] \quad (4.55)$$

que ahora depende de ϕ_n , y por tanto no hay independencia estadística de la envolvente y de la fase cuando hay una señal presente. Para hallar la pdf de la envolvente, se integra para todos los valores de la fase y se obtiene

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} f_{R,\Phi_n}(r, \phi_n) d\phi_n = \frac{r}{2\pi\sigma^2} e^{-(r^2+V_0^2)/2\sigma^2} \int_0^{2\pi} e^{(V_0r/\sigma^2) \cos \phi_n} d\phi_n \quad (4.56)$$

La integral se puede calcular por medio de la función de Bessel modificada de primer tipo y orden cero, cuya definición es

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \phi_n} d\phi_n \quad (4.57)$$

De esta forma se concluye que la amplitud de la envolvente a la salida del detector sigue una *distribución de Rice*, dada por

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-(r^2+V_0^2)/2\sigma^2} I_0 \left(\frac{V_0r}{\sigma^2} \right) \quad (4.58)$$

Esta distribución se muestra en la Figura 4.16 donde se observa que existe un máximo para un valor de envolvente aproximadamente igual a V_0 . También puede verse que para $V_0 = 0$ la distribución se reduce a una distribución de Rayleigh. De igual forma si V_0 es grande respecto a σ , la distribución se aproxima a una distribución gaussiana en las proximidades de $r = V_0$.

Si se pretende detectar esa señal, el valor de umbral deberá ser menor de manera que el área bajo la curva para valores de r entre U e infinito sea grande. Nos encontramos ante una situación de compromiso que se resuelve aceptando una probabilidad dada de falsa alarma (detección errónea de señal cuando solo hay ruido) y minimizando la

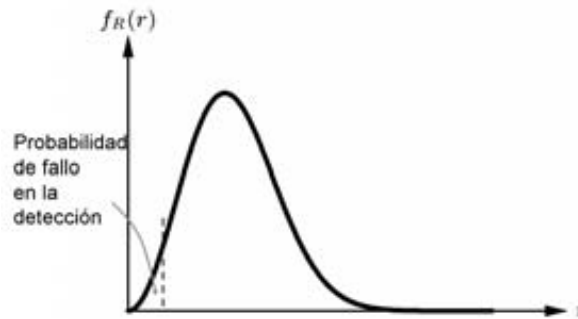


Figura 4.16. Distribución de probabilidad de Rice.

probabilidad de fallo en la detección (considerar ruido una señal muy débil). El lector interesado en el procedimiento de selección del umbral U de manera que se optimice la detección, puede consultar el libro Introducción a los Sistemas Radar de M. I. Skolnik.

4.7 RUIDO EN RECEPTORES

Para estudiar la influencia del ruido en los receptores con modulaciones analógicas, primeramente se considerará el modelo de receptor más ampliamente utilizado, el superheterodino, y se supondrá que a su entrada existe la señal modulada más ruido gaussiano blanco con densidad espectral S_{ni} . Esta señal compuesta se convertirá y se filtrará en la frecuencia intermedia con un filtro ideal de ancho de banda B_{FI} , por lo que la salida del amplificador de FI estará compuesta por la señal modulada más ruido gaussiano de banda estrecha. En este punto se puede definir la relación señal a ruido en el canal SNR_c que, en general, será diferente de la relación señal a ruido a la salida SNR_o .

Una medida del mejoramiento que se alcanza según el tipo de modulación utilizado es el **factor de mérito**, definido como

$$M = \frac{SNR_o}{SNR_c} \quad (4.59)$$

A continuación se van a comparar las diferentes modulaciones analógicas calculando el factor de mérito para cada una de ellas.

4.7.1. Receptores de AM

En el caso de un receptor de AM si se desprecia el ruido que acompaña a la señal, la salida de la FI se puede expresar mediante la ecuación

$$v_{FI}(t) = V_0[1 + km(t)] \cos \omega_0 t \quad (4.60)$$

donde V_0 y f_0 son la amplitud y la frecuencia de la portadora de FI, respectivamente. La señal de información o moduladora $m(t)$ es una muestra de un proceso estacionario de media cero cuya densidad espectral de potencia $S_m(f)$ está limitada a una banda B_m . La potencia promedio total de la señal moduladora se calcula integrando en toda la banda:

$$P = \int_{-B_m}^{B_m} S_m(f) df. \quad (4.61)$$

La señal modulada (4.60) se compone de dos términos, el primero de ellos es la portadora sin modular cuya potencia promedio (normalizada para una resistencia de 1 Ohmio) es $V_0^2/2$. El segundo término es el producto de la señal banda base escalada en un factor k , por una portadora que traslada el espectro de $m(t)$ desde DC hasta la frecuencia de la portadora $\pm f_0$, y genera la siguiente densidad espectral de potencia en banda lateral:

$$S_{BL}(f) = \frac{1}{4} k^2 V_0^2 [S_m(f - f_0) + S_m(f + f_0)] \quad (4.62)$$

Si se satisfacen las condiciones de la AM, la potencia promedio total de la señal de información a la salida del filtro de FI se halla integrando (4.62) para todas las frecuencias, lo que da como resultado

$$P_{BL} = \frac{1}{2} k^2 V_0^2 P \quad (4.63)$$

y la potencia total de la señal de FI en el canal es

$$P_c = (1 + k^2 P) \frac{V_0^2}{2} \quad (4.64)$$

Para hallar la relación SNR se debe hallar la potencia de ruido en el canal. Como cada tipo de modulación tiene un ancho de banda diferente, con el objetivo de compararlas se va a considerar la potencia de ruido promedio en la banda B_m de la señal de información. En ese caso, la potencia de ruido en el canal es $N_c = S_{ni} B_m$, por lo que la relación señal a ruido antes del demodulador puede escribirse como

$$SNR_{c,AM} = \frac{V_0^2 (1 + k^2 P)}{2 S_{ni} B_m}. \quad (4.65)$$

Una vez que se conoce la SNR en el canal, se debe hallar la expresión para la relación a la salida del demodulador de AM. Primeramente hallemos la salida de dicho demodulador sabiendo que a su entrada se tiene la señal de AM más ruido de banda estrecha, esto es,

$$v_i(t) = [V_0(1 + km(t)) + n_I(t)] \cos \omega_0 t - n_Q(t) \sin \omega_0 t. \quad (4.66)$$

Si consideramos que se utiliza un demodulador de envolvente, nos interesa el valor de la envolvente de la señal de entrada, dada por

$$r(t) = \sqrt{[V_0(1 + km(t)) + n_I(t)]^2 + n_Q^2(t)}. \quad (4.67)$$

La salida del demodulador es igual al valor de la amplitud de la envolvente de la señal de entrada. Si se supone que la señal es suficientemente fuerte, se puede despreciar el ruido en cuadratura (este ruido afecta la fase pero no la amplitud) y después de filtrar para eliminar la componente de DC, puede expresarse como

$$v_o(t) \simeq [V_0(1 + km(t)) + n_I(t)]_{\text{FILTRAR DC}} = V_0 km(t) + n_I(t) \quad (4.68)$$

La señal moduladora se recupera utilizando un filtro paso bajo con un ancho de banda B_m . La potencia de ruido a la salida del demodulador se calcula recordando que la componente en fase tiene una densidad espectral de ruido blanco limitado en banda con un valor S_{ni} igual que la señal de ruido a la entrada del filtro, por lo que la potencia de ruido a la salida del filtro paso bajo de ancho B_m es $N_o = 2S_{ni}B_m$. Por otra parte, la potencia promedio de la señal banda base a la salida del demodulador es $k^2V_0^2P$, de manera que la relación señal a ruido a la salida puede expresarse como

$$SNR_{o,AM} = \frac{k^2V_0^2P}{2S_{ni}B_m}. \quad (4.69)$$

Estamos en condiciones de hallar el factor de mérito de la modulación de AM, dado por

$$M_{AM} = \frac{k^2P}{1 + k^2P} \quad (4.70)$$

La ecuación anterior indica que en receptores de AM el factor de mérito es siempre menor que 1.

Podemos aplicar estos resultados al caso particular de una señal modulada por una senoide. Si se supone una señal moduladora compuesta por un solo tono de amplitud V_m , entonces la potencia de la señal banda base es $P = V_m^2/2$ y el factor de mérito es

$$M_{AM} = \frac{k^2V_m^2/2}{1 + k^2V_m^2/2} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2}. \quad (4.71)$$

Se aprecia que para la modulación de AM la relación SNR disminuye si se utilizan índices de modulación bajos. El valor máximo de índice de modulación que puede emplearse en AM es del 100 % y aún en ese caso se produce un empeoramiento de 1/3 en la relación SNR.

Siguiendo un procedimiento similar se encuentra que el factor de mérito para las modulaciones DSB-SC (doble banda lateral con portadora suprimida) y SSB (simple

banda lateral) es igual a uno. Si comparamos las modulaciones de AM, se puede decir que tanto la AM como la DSB-SC necesitan un ancho de espectro radioeléctrico de $2B_m$ pero la DSB-SC puede ser 3 veces más eficiente respecto al ruido, como mínimo. La modulación SSB además de ser igualmente eficiente que la DSB-SC, necesita tan solo la mitad del espectro radioeléctrico B_m .

4.7.2. Receptores de FM

El modelo de receptor de FM comprende un filtro ideal de FI con una banda B_{FI} , seguido de un limitador, un diferenciador con detector de envolvente y un filtro ideal paso bajo con una banda B_m igual a la de la señal $m(t)$. La tensión a la salida del filtro de FI se puede expresar como la suma de la señal de FM más el ruido de banda estrecha:

$$\begin{aligned} u(t) &= V_0 \cos \Phi(t) + n_I(t) \cos \Phi(t) - n_Q(t) \sin \Phi(t) \\ &= V_0 \cos \Phi(t) + r(t) \cos[\Phi(t) + \phi_n(t)] \\ \Phi(t) &= \omega_0 t + \phi(t) \end{aligned} \quad (4.72)$$

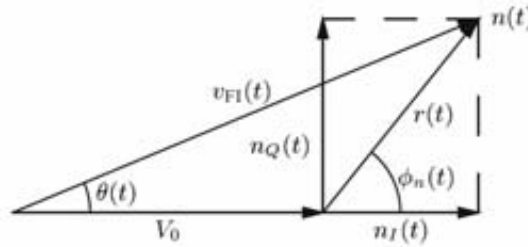


Figura 4.17. Fasores de la señal y del ruido de banda estrecha.

En la Figura 4.17 se han representado los fasores de la señal y del ruido de banda estrecha tomando la fase de la señal como referencia. Si la amplitud de la señal modulada es grande, la fase de la señal ruidosa resultante será

$$\theta(t) = \arctan \frac{r(t) \sin \phi_n(t)}{V_0 + r(t) \cos \phi_n(t)} \simeq \frac{r(t)}{V_0} \sin \phi_n(t) = \frac{n_Q(t)}{V_0} \quad (4.73)$$

A continuación el circuito limitador elimina cualquier variación de la envolvente y el circuito diferenciador dará a su salida una señal modulada en FM con una envolvente que conservará el mensaje de la señal moduladora y que puede expresarse por

$$\begin{aligned} A(t) &= \frac{1}{2\pi k} \frac{d}{dt} [\Phi(t) + \theta(t)] \\ &= \frac{1}{2\pi k} \left[\omega_0 + 2\pi k m(t) + \frac{1}{V_0} \frac{dn_Q}{dt} \right] = \frac{f_0}{k} + m(t) + n_d(t) \end{aligned} \quad (4.74)$$

donde

$$n_d(t) = \frac{1}{2\pi k V_0} \frac{dn_Q(t)}{dt} \quad (4.75)$$

Si se hace un filtrado que elimine el término de continua, la salida del demodulador está compuesta por la señal de información y el ruido aditivo $n_d(t)$ generado por la componente en cuadratura al pasar por el circuito diferenciador. La función de transferencia de este circuito diferenciador es

$$\frac{1}{2\pi k V_0} \frac{d}{dt} \rightarrow H(f) = j \frac{f}{k V_0} \quad (4.76)$$

de manera que si a la entrada del diferenciador la componente de ruido $n_Q(t)$ tiene una densidad espectral de potencia S_{ni} constante, a la salida del filtro paso bajo la densidad espectral de potencia de ruido es

$$S_{no}(f) = \frac{f^2}{k^2 V_0^2} S_{ni}. \quad (4.77)$$

Es importante notar que la densidad espectral del ruido a la salida del demodulador de FM no es constante, sino que aumenta cuadráticamente con la frecuencia. En la Figura 4.18 se aprecia esquemáticamente cómo el espectro de ruido en la entrada del demodulador es plano y a la salida la densidad aumenta con la frecuencia. Si ahora se integra en la banda del filtro paso bajo de salida, que es la de la señal de información, se obtiene la potencia de ruido a la salida

$$N_o = \frac{1}{k^2 V_0^2} \int_{-B_m}^{B_m} f^2 S_{ni} df = \frac{2 S_{ni} B_m^3}{3 k^2 V_0^2} \quad (4.78)$$

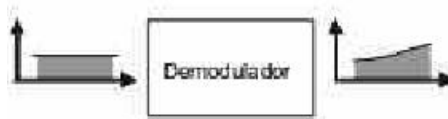


Figura 4.18. Densidad espectral del ruido antes y después del demodulador en un sistema de FM por radio.

La ecuación (4.78) demuestra que la presencia de la portadora genera un *efecto de silenciamiento del ruido*.

La potencia promedio de la señal banda base $m(t)$ es P , de manera que la relación señal a ruido a la salida del receptor de FM es

$$SNR_{o,FM} = \frac{3k^2 V_0^2 P}{2 S_{ni} B_m^3} \quad (4.79)$$

Por otra parte, a la salida del filtro de FI la potencia de la señal es $V_0^2/2$, puesto que la señal de FM es de amplitud constante, y la potencia de ruido definido en la banda B_m es $S_{ni}B_m$, por lo que la relación señal a ruido en el canal es

$$SNR_{c,FM} = \frac{V_0^2}{2S_{ni}B_m} \quad (4.80)$$

de manera que el factor de mérito de la modulación de FM es

$$M_{FM} = \frac{3k^2P}{B_m^2} \quad (4.81)$$

Si ahora se supone que la señal moduladora es sinusoidal de amplitud V_m y frecuencia f_m , la potencia de la señal de información es $V_m^2/2$, y recordando que $\Delta f = kV_m$, el factor de mérito se expresa como

$$M_{FM} = \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta f}{f_m} \right)^2 = \frac{3}{2} \beta_m^2 \quad (4.82)$$

donde β_m es el índice de modulación y se ha supuesto que la banda del filtro paso bajo de salida es tal que deja pasar solo hasta la frecuencia de la señal moduladora, $B_m = f_m$.

De la ecuación anterior queda claro que si se tiene una señal de FM con un alto índice de modulación β_m , la relación SNR experimentará una mejora. Por su definición ese índice de modulación alto se consigue con una desviación Δf grande comparada con la banda base B_m . En otras palabras, se puede decir que en FM se alcanza una mejora en las prestaciones frente al ruido a cambio de aumentar la banda de espectro radioeléctrico ocupada, o lo que es equivalente, aumentar el ancho de banda del canal ($B_{FI} \simeq 2\Delta f$).

La modulación de FM presenta el llamado *efecto de captura*, consistente en la característica del sistema en minimizar el ruido en presencia de una portadora suficientemente fuerte. Es razonable pensar que si existe una señal interferente de amplitud débil, ésta puede considerarse como ruido y quedar eliminada también por la señal deseada, de mayor amplitud. En receptores de FM profesionales puede ser suficiente que la señal deseada esté tan solo 2 dB por encima de la interferente para que esta última no aparezca a la salida.

La ecuación (4.79) es solo válida para amplitudes de señal modulada fuertes. Si el ruido es comparable a dicha amplitud, se pueden producir cambios bruscos de $\pm 2\pi$ radianes en la fase de la señal de salida del filtro de FI y esto provocará que la SNR empeore más rápidamente y se produzca el *efecto de umbral* por debajo del cuál la recepción pierde calidad de forma súbita. Este umbral se encuentra en unos 11-13 dB de relación portadora a ruido aproximadamente, pero puede reducirse si se emplean otros demoduladores. Se mejora hasta unos 5-7 dB con demoduladores de FM de realimentación (demoduladores FMFB) y hasta unos 2-3 dB con demoduladores con PLL, de construcción más simple.

4.7.3. Pre-énfasis y de-énfasis en FM

La ecuación (4.77) muestra que la densidad espectral de ruido a la salida del receptor de FM aumenta cuadráticamente con la frecuencia, lo que hace que las componentes espectrales de alta frecuencia de la señal se detecten con más ruido. Una forma de evitar esto sería introduciendo un filtro, de de-énfasis, que aplanara el espectro de ruido, pero eso también disminuiría el contenido espectral de la señal en las altas frecuencias. Sin embargo, si en el transmisor se pre-acentúa la parte superior del espectro de la señal moduladora de forma proporcional, se puede recuperar el espectro de la banda base sin distorsión y además se atenúa de manera importante la parte superior de la banda de ruido, incrementando aún más la relación señal a ruido del sistema.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Collin, R. E.: Antennas and Radiowave Propagation. McGraw Hill, 1985
- [2] Krauss, : Solid State Radioengineering, 1985
- [3] Sierra, M.: Electrónica de Comunicaciones.
Publicación de la Universidad Politécnica de Madrid.
- [4] Hernando, J. M.: Transmisión por Radio (5a. Ed.), Areces.
- [5] Haykin, S.: Communications Systems. John Wiley, 1994.
- [6] Skolnik, M. I.: Introduction to RADAR systems (3a. Ed.), McGraw Hill, 2001

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 4.1.** Demuestre que en presencia de una onda radioeléctrica con longitud de onda λ y densidad superficial de potencia $< s >$, la relación entre la ganancia de una antena y la temperatura equivalente de ruido a la entrada del receptor está dada por

$$G/T = \frac{4\pi k B}{\lambda^2} \frac{C/N}{< s >} \quad (4.83)$$

donde C/N es la relación potencia de señal a potencia de ruido a la entrada del Receptor, k es la constante de Boltzman y B es el ancho de banda de la señal. Comente brevemente la expresión.

- 4.2.** Explique, para frecuencias por encima de 10 GHz, cómo varía la temperatura de antena al aumentar el ángulo de elevación sobre el horizonte.
- 4.3.** Deduzca la relación G/T de una estación terrena a partir de la fórmula de Friis y comente por qué se considera esta relación un factor de calidad de dicha estación terrena.

- 4.4.** Deduzca la expresión para el factor de ruido de una cadena de dos cuadripolos a partir de sus respectivos factores de ruido y ganancias.
- 4.5.** Halle la expresión para el factor de mejora que se alcanza cuando se utiliza un filtro de desacentuación a la salida del demodulador de FM. La respuesta de frecuencia del filtro es

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_1} \quad (4.84)$$

Considere que las frecuencias inferior y superior de la banda de audio son ω_1 y ω_2 , respectivamente. *Sugerencia:*

$$\int \frac{x^2 dx}{a^2 + b^2 x^2} = \frac{x}{b^2} - \frac{a}{b^3} \tan^{-1} \left(\frac{bx}{a} \right) \quad (4.85)$$

- 4.6.** La Figura 4.19 muestra el esquema de un banco de medida de factor de ruido de un amplificador. El procedimiento consiste en colocar el atenuador en 0 dB y se observa la medida del metro de potencia cuando la temperatura del generador de ruido es de T_o . Seguidamente se aumenta la temperatura a T_1 y se varía el atenuador hasta obtener la misma lectura en el metro.
- Exprese el valor del factor de ruido F en función de las dos temperaturas de medida y de la lectura del atenuador. Explique la conveniencia o no de emplear el filtro entre el generador de ruido y el amplificador.
 - Si este filtro tiene un ancho de banda de 2 MHz y la ganancia del amplificador es de 20 dB, ¿qué rango de medida debe tener el metro de potencia si se quieren medir factores de ruido desde 1,5 hasta 10 dB?
- 4.7.** Se mide la potencia de ruido a la salida del amplificador de la Figura 4.20 conectando a su entrada una fuente de ruido calibrada en temperatura y ajustada inicialmente a $T_o = 290$ K. Seguidamente se disminuye a la mitad la potencia en la entrada del medidor de potencia intercalando un atenuador de 3 dB y se ajusta la fuente de ruido aumentando su temperatura hasta que se observa en el medidor



Figura 4.19. Método para medir el factor de ruido.

de potencia la misma lectura que en la situación anterior. Calcule la figura de ruido del amplificador si la nueva temperatura es $T_o + nT_o$ con $n = 3, 8$.

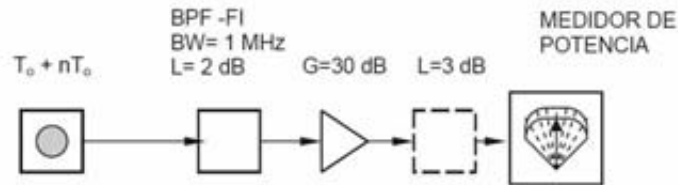


Figura 4.20. Método alternativo para medir el factor de ruido.

- 4.8.** Discuta las implicaciones de utilizar un filtro al medir el factor de ruido del mezclador de un receptor superheterodino. Analice su capacidad para evitar la banda de ruido imagen si se conecta antes o después del mezclador.
- 4.9.** En 1958 se realiza el primer experimento de radioastronomía. Se recibió el eco producido por el planeta Venus (en la época en que éste se encontraba a 113 millones de km de distancia de la superficie de la Tierra), al reflejar una señal de radio con una frecuencia $f = 440$ MHz, emitida por un transmisor de 265 kW. La sección eficaz del planeta Venus se puede considerar igual a la sección transversal de una esfera de 12 103,6 km de diámetro. La antena estaba formada por un reflector parabólico con un diámetro de 26 m y una eficiencia de 0,75, que se emplea también para recibir conmutando alternativamente entre transmisión y recepción. El receptor tenía una temperatura efectiva de ruido a la entrada de 170°K gracias a su amplificador de tipo MASER.

- Calcule la ganancia de la antena
- Determine la potencia de señal que entrega la antena al receptor. Suponga una ganancia de antena de 38 dB.
- Obtenga la densidad espectral de potencia de ruido, si la antena está apuntando directamente al cielo, con un ángulo de elevación de 90°.

En 1961 se realiza un segundo experimento utilizando dos antenas diferentes, un transmisor de onda continua de 13 kW de potencia, con una frecuencia de 2 388 MHz, y un MASER optimizado que permite mejorar en 13,4 dB la relación C/N a la entrada del detector, respecto a la que se consigue con el primer experimento para un ancho de banda igual.

- Calcule la temperatura efectiva de ruido a la entrada del receptor en este segundo experimento. Comente su respuesta.

- e) Para poder extraer información fiable de la señal que entrega la antena, se debe tener una relación C/N a la entrada del detector de, al menos, 6 dB. Determine el ancho de banda equivalente de ruido del filtro que se debe usar en el segundo experimento para poder conseguir esta relación. Suponga una potencia de señal recibida de -170 dBm, y $N_0 = -178,7$ dBm/Hz. Este ancho de banda, ¿es más apropiado para el primer experimento o para el segundo?

Radio digital

5.1 INTRODUCCIÓN A LA MODULACIÓN DIGITAL

Aunque la forma más extendida de radiodifusión es del tipo analógica, hay que recordar que las primeras transmisiones vía radio emitieron mensajes telegráficos en clave de Morse, lo que equivale a decir que las primeras transmisiones por radio utilizaron un formato digital. Solo fue años después cuando se empezó a transmitir mensajes de voz, analógicos, y surge la radiotelefonía.

El desarrollo de la tecnología de circuitos integrados hizo posible el regreso a las técnicas digitales y éstas son impulsadas por las ventajas que ofrece la comunicación inalámbrica digital, parcialmente heredadas de la transmisión de señales digitales en las redes fijas. Entre estas ventajas están la integración de las funciones de transmisión y de conmutación, la incorporación de servicios de transmisión de datos, la mayor sensibilidad de los receptores digitales que son operables con relaciones señal a ruido más interferencia $S/(N + I)$ bajas. Pero quizás, la prestación más importante de la transmisión digital es la **regeneración de la señal**. Gracias a esta propiedad, la secuencia de información puede reproducirse en el receptor prácticamente sin errores a pesar de los inconvenientes que haya presentado el canal de comunicaciones.

Las técnicas digitales permiten eliminar íntegramente el ruido y la distorsión, y mediante el procesamiento de la señal se puede incluso realizar una igualación del canal y mejorar la temporización, de manera que se optimice el proceso de decisión del receptor y de regeneración íntegra de la señal transmitida. Todo esto se logra a cambio de una mayor banda de radiofrecuencia y de unos circuitos más complejos. Ejemplo de esto es la necesidad, inexistente en los sistemas analógicos, de implementar circuitos de sincronización en el receptor.

Con el incremento de las comunicaciones de señales digitales se ha convertido en una necesidad el desarrollo de la radio digital, para lo cual ha sido necesario resolver un problema fundamental: adaptar la señal digital al medio analógico que es la transmisión por radio. La solución consiste en asociar una forma de onda escogida entre M posibles

a cada uno de los símbolos generados por la fuente de información digital, y con ella modular la portadora. El proceso se repite cada T segundos, por tanto se envían $R = 1/T$ símbolos por segundo. La transmisión más sencilla es la binaria y en ese caso la tasa de transmisión se expresa en bits/seg. Al igual que en la modulación analógica, se puede emplear la modulación de amplitud (ASK), la modulación de ángulo (FSK, PSK) o una combinación de ambas (QAM).

Después de transmitida, la señal de radio digital llega al receptor atenuada, distorsionada, retardada y con ruido, y en el mismo se debe determinar qué forma de onda se envió. Si los receptores analógicos se caracterizan por la sensibilidad, los receptores digitales se van a caracterizar por la relación entre la energía de un bit y la densidad de potencia de ruido blanco gaussiano, requerida para producir una determinada probabilidad de error, por ejemplo $P_b = 10^{-6}$. Esta relación E_b/N_0 es adimensional y generalmente se expresa en dB.

Otro parámetro que proporciona una evaluación de la calidad de una transmisión digital es la **eficiencia espectral**, definida como la relación entre la tasa de transmisión y el ancho de banda ocupado, expresada en (b/s)/Hz, que va a permitir comparar la banda ocupada por las diferentes modulaciones. Para una señal de RF que ocupe un ancho de banda B y que transmita una señal con una tasa de datos de R bits por segundo, la eficiencia espectral se define como

$$\eta_B = \frac{R}{B} \quad (\text{b/s)/Hz}. \quad (5.1)$$

A partir del teorema de codificación de canal de Shannon se deduce que hay una cota superior para la eficiencia espectral para una probabilidad de error arbitrariamente pequeña, limitada por el ruido presente en el canal. La fórmula de la capacidad del canal puede expresarse como

$$\eta_{B_{max}} = \frac{C}{B} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right), \quad (5.2)$$

donde C es la capacidad del canal en b/s y S/N es la relación señal a ruido.

La capacidad del canal aumenta con la relación S/N pero de forma logarítmica, con un incremento menor que el lineal. Sin embargo, al aumentar el ancho de banda B , la capacidad aumenta linealmente. A cambio de un ancho de banda mayor, el empleo de la modulación digital permite la transmisión con una relación señal a ruido menor, resultando de ello receptores más sensibles.

5.1.1. Codificación de fuente

En un sistema general de comunicaciones por radio, el interés es incorporar a la portadora de radiofrecuencia la información que genera la fuente de señal. Esta señal puede proceder de un micrófono o ser la señal de vídeo de una cámara de televisión. Si queremos acceder a las ventajas que ofrecen las comunicaciones digitales, esa señal deberá

ser convertida a una secuencia de dígitos binarios. Este proceso de digitalización de la señal a transmitir se conoce como *codificación de fuente*, y como resultado del mismo se genera la *secuencia de información*.

Se pueden considerar tres tipos de codificadores para convertir la señal de voz en una secuencia de bits: codificadores de forma de onda, codificadores de fuente y los que se forman mediante una combinación de ambos, o codificadores híbridos.

Dentro de la codificación de forma de onda, una manera inmediata de realizar la conversión de la señal de voz a una secuencia de bits es la modulación con impulsos codificados (PCM), que se obtiene en tres etapas. En la primera etapa se muestrea la señal analógica a 8 000 muestras por segundo. Seguidamente, cada muestra es cuantizada en uno de entre $2^8 = 256$ niveles posibles. En la etapa final, cada muestra cuantizada es codificada con 8 bits. A manera de ilustración, en la Figura 5.1 se representa una señal de información compuesta por un tono de 1 kHz junto con las muestras correspondientes. De acuerdo a estas características, una secuencia PCM tendrá una tasa de 8 000 muestras/s \times 8 bits/muestra = 64 kb/s.

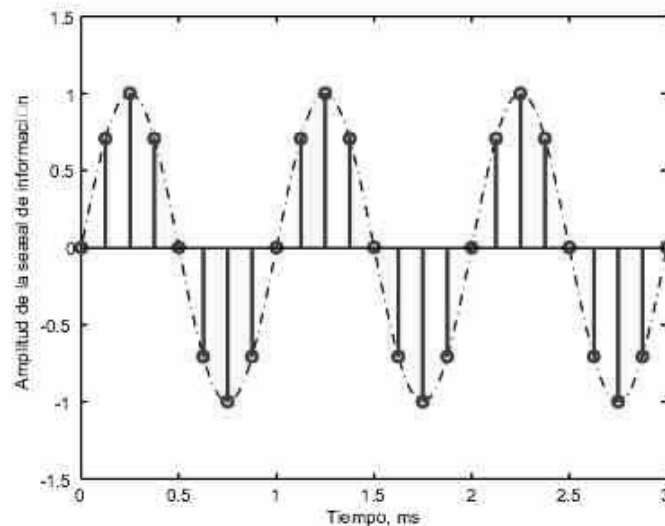


Figura 5.1. Tono de 1 kHz muestreado a 8 000 muestras por segundo.

El ancho de banda que requiere la transmisión de una secuencia PCM es demasiado grande comparado con el que se ha utilizado en la telefonía móvil analógica, unos 25 kHz, por lo que se hace necesario un proceso de reducción de la tasa $R_b = 64$ kb/s. Una práctica común es aprovechar la alta correlación que tienen las muestras de la señal de voz para eliminar la mayor cantidad posible de redundancia de dicha señal, de manera que transmitamos la información con el menor número de bits posible. Otra solución es la utilización de *vocoders* que permiten reducir la transmisión de la voz a tasas de

unos cuantos kHz a cambio de pérdida en la calidad de la señal. Existen codificadores de voz que alcanzan un compromiso y permiten conservar una alta calidad de la señal, como es el caso del vocoder empleado en el sistema GSM. Este vocoder sintetiza la voz modelando la excitación sonora producida por las cuerdas vocales mediante una serie de impulsos regularmente espaciados que se aplican a dos filtros predictores lineales (LPC) para simular la respuesta del tracto vocal, uno de largo plazo para las bajas frecuencias y otro de corto plazo para las altas. Lo que se transmite es el conjunto de parámetros que definen tanto a los pulsos de la excitación como a los filtros, de manera que en el modelo de la voz transmitida se pueda reconstruir en el receptor a partir de dichos parámetros el modelo de la voz transmitida, consiguiéndose una tasa de 13 kb/s. Realmente se generan 260 bits por cada 20 ms de señal de voz. La superioridad de este codificador queda demostrada al evaluarse en diferentes condiciones de operación y obtener una nota MOS=4 (*Mean Opinion Score*) sobre un máximo de 5. Como referencia hay que tener en cuenta que la transmisión analógica con FM alcanza tan solo una MOS=2.



Figura 5.2. Esquema de un transmisor digital.

5.1.2. Codificación de canal

Con el objetivo de generar una señal más robusta frente a las adversidades del canal de radio, la secuencia de información se procesa añadiéndole bits para realizar la detección y corrección de errores. Este proceso de añadir redundancia a la señal se realiza mediante el *codificador de canal*. Es esta secuencia binaria que produce el codificador de canal la que va a atacar al modulador digital, tal como se observa en la Figura 5.2. En el transmisor de un terminal móvil del sistema GSM, a la salida del codificador del canal van a aparecer 456 bits cada 20 ms por lo que la tasa de transmisión de información para la voz del usuario pasa a ser de 22.8 kb/s.

5.1.3. Señales de control y acceso múltiple por división en tiempo (TDMA)

En los transceptores de sistemas modernos de comunicaciones, a esta secuencia se le añade la información de control destinada a establecer y terminar las llamadas, dirigir el mensaje al usuario correcto, sincronizar los terminales, etc. Además puede ser necesaria una compresión temporal si se utiliza un sistema con acceso múltiple por división en

tiempo (TDMA). Por ejemplo, en GSM la tasa de transmisión de cada usuario es de 22.8 kb/s, pero al añadir la señalización y para multiplexar en tiempo a 8 usuarios, la tasa de transmisión en el modulador pasa a unos 271 kb/s.

5.2 MODULACIÓN LINEAL SIN MEMORIA

Una vez que la secuencia de información que se desea transmitir ha sido codificada, y formateada para el acceso TDMA si fuera el caso, pasará al modulador digital. En los sistemas GSM, pertenecientes a las comunicaciones móviles digitales de la segunda generación (2G), se está utilizando la modulación MSK gaussiana, un tipo de modulación que trabaja con señales de amplitud constante. Esta modulación es muy robusta ante las no linealidades del amplificador de potencia lo que la hace poseedora de una propiedad muy conveniente cuando se quiere aprovechar la mayor eficiencia de los amplificadores no lineales. Sin embargo, algunos sistemas 2G se han implementado sobre modulaciones lineales, e incluso en otros estándares pertenecientes ya a la tercera generación de los sistemas celulares (previsiblemente también en los sistemas 4G), se ha empezado a aprovechar las ventajas de la técnica de acceso múltiple por división de código (CDMA) utilizando el ensanchamiento del espectro y modulaciones también lineales. Este apartado se va a dedicar a repasar los aspectos más relevantes de estas modulaciones, empezando con la modulación lineal sin memoria.

5.2.1. Representación de señales moduladas digitalmente

A partir de la secuencia de información codificada $\{\alpha_n\}$, el objetivo del modulador digital es ir formando bloques de $k = \log_2 M$ dígitos binarios, y asociar a cada bloque una de las $M = 2^k$ posibles formas de onda deterministas de energía finita, $\{s_m(t)\}$, para seguidamente transmitir esta forma de onda sobre el canal de radio.

La característica paso de banda que posee una señal de radio $s(t)$ permite que pueda ser representada por

$$s(t) = \Re\{u(t) e^{j\omega_c t}\} \quad (5.3)$$

donde $u(t)$ es la envolvente compleja de $s(t)$ y f_c es la frecuencia de la portadora sin modular.

Además se pueden emplear las dos siguientes representaciones equivalentes

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_c t + \phi(t)] \quad (5.4)$$

y

$$s(t) = u_I(t) \cos \omega_c t - u_Q(t) \sin \omega_c t \quad (5.5)$$

donde

$$u_I(t) = A(t) \cos \phi(t) \quad (5.6)$$

y

$$u_Q(t) = A(t) \sen \phi(t) \quad (5.7)$$

son las componentes en fase y en cuadratura de la envolvente compleja, respectivamente. Se observa que toda la información que se transmitirá está contenida en la envolvente compleja (la portadora no aporta información), por lo que esta representación tiene la utilidad de indicarnos cómo implementar una modulación digital utilizando dos señales en banda base, $u_I(t)$ y $u_Q(t)$ para modular dos portadoras en cuadratura, tal como indica la ecuación (5.5). Por otra parte, si se desea simular el comportamiento de una modulación utilizando la envolvente compleja, ahorramos recursos computacionales al no incluir la portadora de alta frecuencia. En la Figura 5.3 se muestra el esquema de un modulador digital.

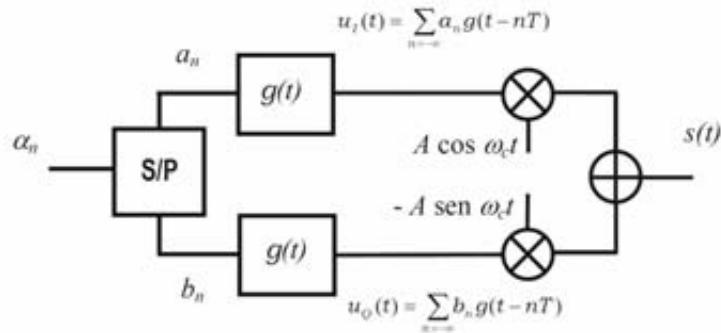


Figura 5.3. Modulador digital.

En la modulación digital lineal sin memoria, la transformación de α_n a $s_m(t)$ se realiza de manera que la forma de onda en cualquier intervalo no depende de las formas de onda transmitidas con anterioridad. Las formas de onda que se transmiten pueden diferir en amplitud, en frecuencia o en fase.

Se asume que la secuencia de dígitos binarios en la entrada aparece a razón de $R_b = 1/T_b$ bits/s. Esta secuencia $\{\alpha_n\}$ se separa en dos secuencias en paralelo $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ con una nueva tasa de símbolo $R = 1/T$. Estas nuevas secuencias serán las que formarán las componentes en fase y en cuadratura de la envolvente compleja, respectivamente.

Una de las modulaciones más ampliamente utilizada es la modulación de amplitud de dos portadoras en cuadratura (QAM), que se puede implementar tal como se presenta en la Figura 5.3. En ese caso, las componentes de la envolvente compleja normalizada son

$$u_I(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT) \quad (5.8)$$

y

$$u_Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n g(t - nT) \quad (5.9)$$

El vector $[a_n, b_n]$ define un punto en el espacio bidimensional de la señal. También se puede escribir

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{a}_n g(t - nT) \quad (5.10)$$

donde $\tilde{a}_n = a_n + jb_n$.

De la literatura sobre comunicaciones digitales se sabe que existen diferentes tipos de moduladores que generan señales más eficientes desde el punto de vista del aprovechamiento del espectro en unos casos, o desde el punto de vista de la utilización de la potencia en otros, aspectos éstos que se verán más adelante. En todos los tipos de moduladores, la respuesta al impulso $g(t)$ de los filtros paso bajo no es arbitraria sino que tiene un objetivo doble: por un lado conformar y limitar el espectro de la señal de radio para evitar la interferencia entre transmisores adyacentes, y por otro, que los trenes de pulsos se produzcan sin interferencia entre símbolos (ISI) en los casos en que se utilice modulación sin memoria. Nótese que en una modulación con memoria cada muestra de la señal dependerá del símbolo que se transmite y de los que se han transmitido con anterioridad, es decir, que hay una ISI intencional a cambio de otra prestación, como puede ser un espectro más estrecho. Un ejemplo es la modulación GMSK (MSK gaussiana) utilizada en el sistema GSM, en la que cada muestra depende de tres símbolos pero se consigue un espectro con una ausencia casi absoluta de lóbulos laterales y resistente a las no linealidades del amplificador de potencia. A continuación vamos a comentar cómo depende tanto la forma del espectro de la señal de radio como la ISI del tipo de pulso que se emplee en el modulador.

5.2.2. Espectro de la señal de radio digital

El espectro (transformada de Fourier) de $s(t)$ es igual (salvo un factor constante) al espectro de $u(t)$ desplazado $\pm f_c$, por lo que basta conocer éste para hallar el de la señal de radio.

$$S(f) = \frac{1}{2}[U(f - f_c) + U^*(-f - f_c)] \quad (5.11)$$

El espectro de $u(t)$ está compuesto por el de sus componentes $u_I(t)$ y $u_Q(t)$. Igualmente se sabe que la densidad espectral de potencia de la señal de radio digital es

$$P_s(f) = \frac{1}{4}[P_u(f - f_c) + P_u(-f - f_c)] \quad (5.12)$$

Esta ecuación nos plantea que la densidad espectral de potencia de la señal modulada digitalmente depende del espectro correspondiente de las componentes de la envolvente

compleja. Esta envolvente compleja está compuesta por un tren de pulsos $g(t)$ de amplitud y polaridad aleatorias y es conocido que su densidad espectral de potencia se puede calcular a partir de la transformada de Fourier de $g(t)$. Luego mediante la selección de la forma del pulso se puede controlar el espectro de la señal de radio digital.

5.2.3. Conformado del pulso

Como ya se comentó, la densidad espectral de potencia (psd) de $s(t)$ se puede controlar mediante el conformado del pulso $g(t)$ y con el diseño de las características de correlación de la secuencia de información. Si los símbolos de información tienen media nula, se puede demostrar que la psd del tren de pulsos correspondiente es

$$P_u(f) = \frac{\sigma_i^2}{T} |G(f)|^2 \quad (5.13)$$

donde aparece explícita la dependencia de la forma del espectro con la transformada de Fourier del pulso $G(f)$. Veamos algunos casos de pulsos:

Pulso rectangular

Si $g(t)$ es un pulso rectangular de amplitud A y duración T , su transformada de Fourier es una *sinc*

$$G(f) = AT \frac{\text{sen } \pi f T}{\pi f T} e^{-j\pi f T} \quad (5.14)$$

y la densidad espectral de potencia para $\sigma_i = 1$ es

$$P_u(f) = A^2 T \left(\frac{\text{sen } \pi f T}{\pi f T} \right)^2 \quad (5.15)$$

El pulso rectangular no produce interferencia entre símbolos (ISI), pero su inconveniente radica en que tiene un espectro con gran parte de la potencia en los lóbulos laterales, tal como se muestra en la Figura 5.7 para la modulación QPSK. Una forma de confinar el espectro consistiría en utilizar un pulso de tipo *sinc*, ya que produciría un espectro rectangular. Sin embargo este pulso no es causal, y por tanto no es realizable. Se puede hacer causal mediante un enventanado y un retardo, pero debido a que decrece lenta y proporcionalmente a $1/t$, la ventana tendría que ser excesivamente grande. Finalmente, este pulso produciría una ISI alta en presencia de imprecisiones en el muestreo, o *jitter*. La solución adoptada es utilizar la familia de pulsos *coseno alzado* que cumplen con el criterio de Nyquist.

Pulso con un espectro en forma de coseno alzado

La expresión que define este tipo de pulsos en el dominio del tiempo es

$$g_{RC}(t) = \left[\frac{\text{sen}(\pi t/T)}{\pi t/T} \right] \left[\frac{\cos(\alpha \pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right] \quad (5.16)$$

donde α es el llamado factor de ondulación (*roll-off*) o *excedente de banda* por su relación con el aumento de la banda respecto a $1/(2T)$. Para $\alpha = 0$ se tiene un pulso *sinc* y un espectro rectangular, y para $\alpha = 1$ se genera un pulso con muy poca ISI y un espectro con una transición más suave (ver figuras 5.4 y 5.5).

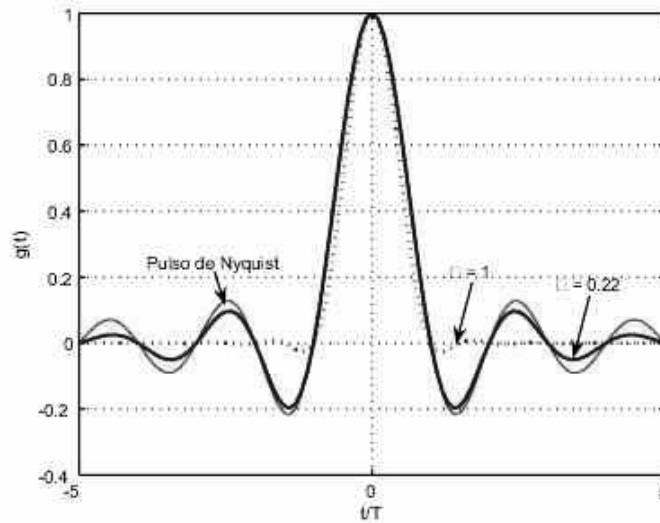


Figura 5.4. Pulsos Nyquist.

En general, para $\alpha > 0$ la amplitud de este pulso decae en el tiempo más rápidamente que la amplitud del pulso *sinc* y como consecuencia producirá menos ISI en presencia de errores en el tiempo de muestreo (*jitter*). La transformada de Fourier correspondiente es

$$G_{RC}(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| < \frac{(1-\alpha)}{2T} \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T} \right) \right] \right\}, & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (5.17)$$

Pulso raíz de coseno alzado

Una última consideración para decidir la forma del pulso a transmitir es que la forma que estamos analizando debe corresponder a todo el filtrado del sistema de comunicaciones, tanto del transmisor como del receptor, por lo que conviene distribuir ese filtrado entre los dos extremos. Se puede demostrar que la distribución óptima para un canal que solo añade ruido blanco gaussiano (AWGN), es la equipartición del filtrado entre transmisor y receptor, lo que nos conduce al pulso *raíz de coseno alzado*, definido por las siguientes

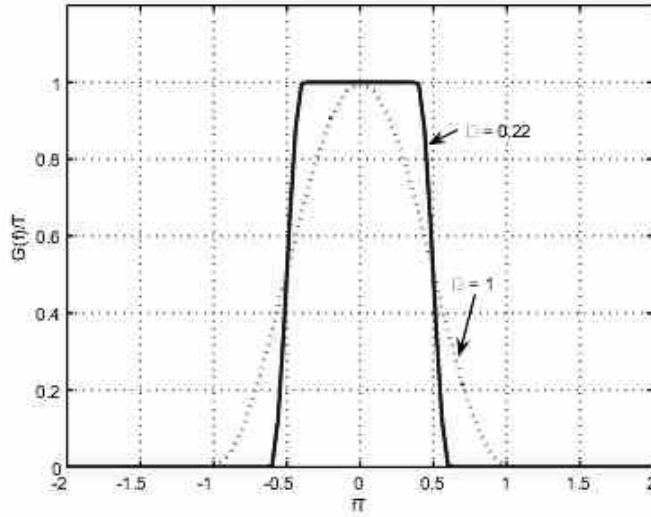


Figura 5.5. Espectro de los pulsos coseno alzado.

expresiones:

$$G_{RRC}(f) = [G_{RC}(f)]^{1/2} \quad (5.18)$$

$$g_{RRC}(t) = 8\beta \left[\frac{\cos(\pi t/T + 2\beta\pi t) + (8\beta t)^{-1} \sin(\pi t/T - 2\beta\pi t)}{\pi T^{1/2}[(8\beta t)^2 - 1]} \right] \quad (5.19)$$

donde $\beta = \alpha/(2T)$. Los espectros correspondientes se mostrarán en la Figura 5.8.

5.2.4. Modulación QPSK

Para el caso en que se tomen bloques de $k = 2$ bits, la transmisión de cada bloque se asociará a una de $M = 4$ formas de onda posibles y se generará una señal QPSK. Cada bloque estará definido por un par de valores de las secuencias binarias $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ ($a_n, b_n = \pm 1$) y la tasa de símbolo se reducirá a la mitad $R = R_b/2$, puesto que el período de símbolo ha aumentado al doble $T = 2T_b$.

En la Figura 5.6 se ha representado la constelación de la señal QPSK que está formada por una portadora cuya fase toma 4 valores: $\pi/4$, $3\pi/4$, $5\pi/4$ y $7\pi/4$. A cada fase le corresponde un par único de bits que se escogen con el código Gray: 10, 00, 01 y 11, respectivamente. La amplitud de la portadora varía linealmente con la señal moduladora por lo que no tiene, en general, envolvente constante. Sin embargo, todos los puntos de la constelación tienen igual amplitud A y en función de la misma se puede expresar la potencia media de la portadora:

$$A^2/2 = (a_k^2 + b_k^2)/2, \quad (5.20)$$

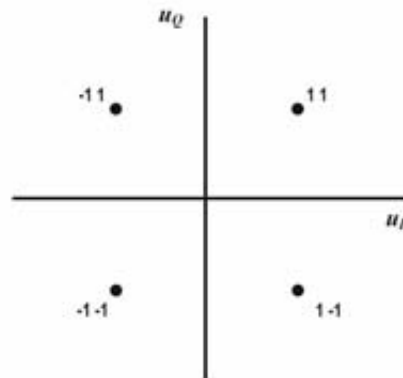


Figura 5.6. Constelación de la señal QPSK.

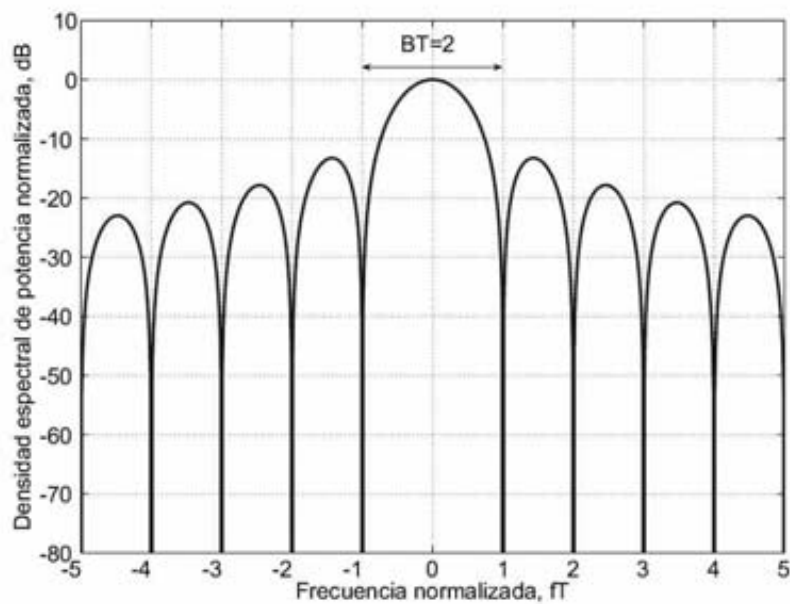


Figura 5.7. Espectro de la señal QPSK para pulsos rectangulares.

y la energía media por bit:

$$E_b = A^2 T_b / 2. \quad (5.21)$$

Esta modulación es la que se utiliza en el estándar WCDMA de UMTS definido para la tercera generación de telefonía móvil en Europa. En particular el modo FDD (*Frequency Division Duplex*) especifica la señal en una banda cercana a 2 GHz con una separación

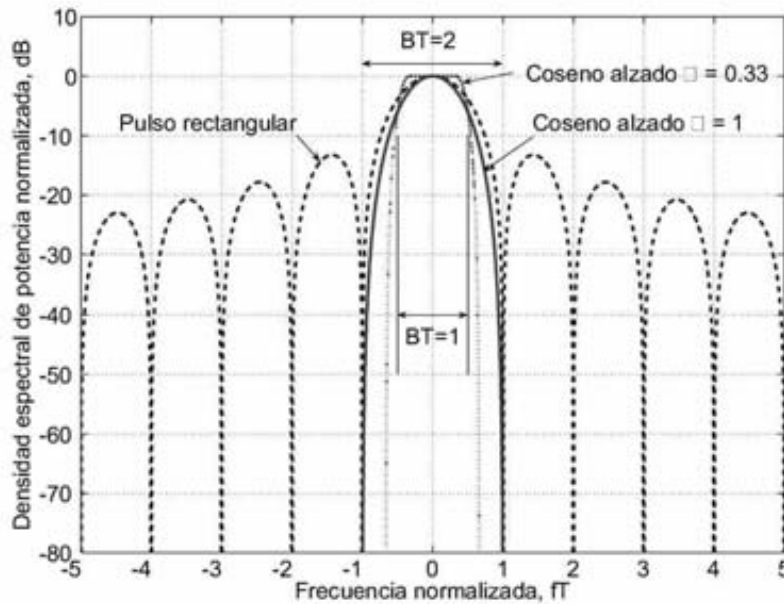


Figura 5.8. Espectro de la señal QPSK para los diferentes tipos de pulsos.

de canales de 5 MHz y una tasa de 3,84 Mchip/s y un conformado de pulso de tipo raíz de coseno alzado con $\alpha = 0,22$. En la Figura 5.9 se ha representado en línea continua el espectro medido experimentalmente a una señal W-CDMA y se puede observar que la ausencia de lóbulos laterales permite aproximar los canales sin que se produzca interferencia. A manera de ilustración se ha representado con puntos unidos mediante una línea la misma señal después de pasar por un amplificador que produce distorsión no lineal. Se observa claramente la aparición de “hombros” a ambos lados del canal, es decir una regeneración del espectro que va a producir interferencia en los canales adyacentes situados en $fT = \pm 5, \pm 10, \dots$ MHz.

Eficiencia espectral

De acuerdo a la ecuación (5.12), la densidad espectral de potencia de la señal QPSK depende del espectro correspondiente de las componentes de la envolvente compleja. Esta envolvente compleja está compuesta por un tren de pulsos $g(t)$ de polaridad aleatoria y se sabe que su densidad espectral de potencia se puede calcular a partir de la transformada de Fourier de $g(t)$. La eficiencia espectral se define mediante la relación

$$\rho = R_b/B \quad (5.22)$$

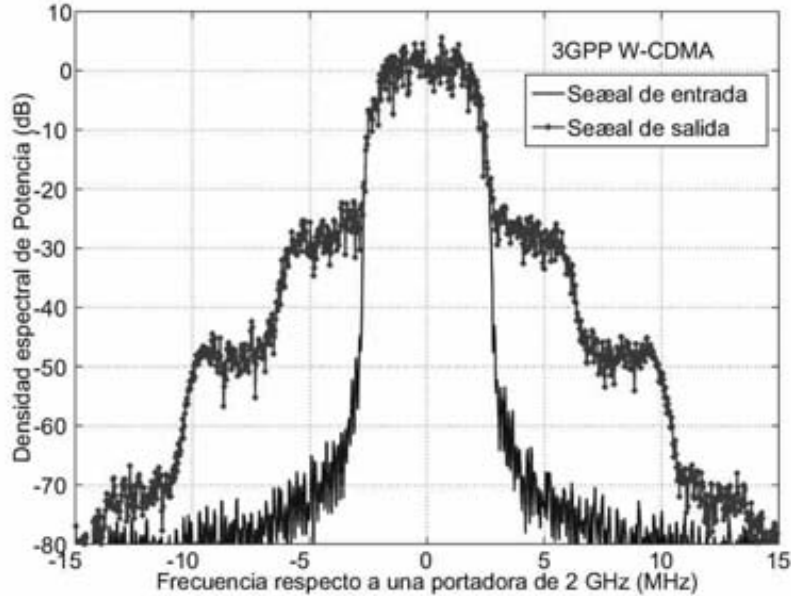


Figura 5.9. Espectro medido de una señal 3GPP W-CDMA antes y después de ser amplificada (Figura cedida por el GSR).

donde el ancho de banda de la señal de RF B está determinado por la tasa de transmisión R_b y el factor de ondulación α

$$B = \frac{1 + \alpha}{T} = \frac{1 + \alpha}{2T_b}. \quad (5.23)$$

Para la modulación QPSK la eficiencia espectral se puede expresar como

$$\rho = \frac{2}{1 + \alpha}. \quad (5.24)$$

Suponiendo $\alpha = 1$, entonces la eficiencia espectral es $\rho = 1$ (b/s)/Hz, o en otras palabras, cada bit/s ocupa un Hz de espectro radioeléctrico. Este valor puede considerarse como referencia para estimar la eficiencia espectral de otras modulaciones.

5.2.5. Modulación M-QAM

Con respecto a la secuencia de información, se puede considerar el caso general en que se tomen bloques de k bits de forma que la transmisión de cada bloque se asociará a una de $M = 2^k$ formas de onda posibles y se generará una señal que variará tanto en fase como en amplitud. Este esquema de modulación produce una señal con mayor eficiencia espectral, pero como contrapartida los puntos de su constelación estarán relativamente

más próximos y es más vulnerable al ruido y las interferencias. Estrictamente este formato incluye las modulaciones que tienen los puntos de la constelación ubicados en un círculo de amplitud constante, como la modulación M-PSK, o distribuidos de otra forma en el plano I - Q , en general. Sin embargo, en este texto se va a reservar la denominación M-QAM a las modulaciones que tienen una constelación cuadrada (4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, etc.). De esta forma, la propia modulación QPSK puede considerarse tanto 4-PSK como 4-QAM.

En el caso particular de la modulación M-QAM tal como la hemos considerado, cada bloque estará definido por un par de valores de las secuencias de símbolos $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ ($a_n, b_n = \pm 1, \pm 3, \pm 7, \dots$) y la tasa de símbolo se reducirá a $R = R_b/k$, al mismo tiempo que el período de símbolo habrá aumentado a $T = kT_b$.

Modulación 16-QAM

La constelación de la modulación 16-QAM se ha representado en la Figura 5.10a), en la que también se ha resaltado la distancia de separación entre dos símbolos contiguos. Si llamamos d a la distancia de decisión, que es igual a la semiseparación entre los símbolos más próximos, entonces las amplitudes máxima y mínima de la portadora para una modulación 16-QAM son

$$A_{max} = \sqrt{18}d \quad \text{y} \quad A_{min} = \sqrt{2}d \quad (5.25)$$

respectivamente.

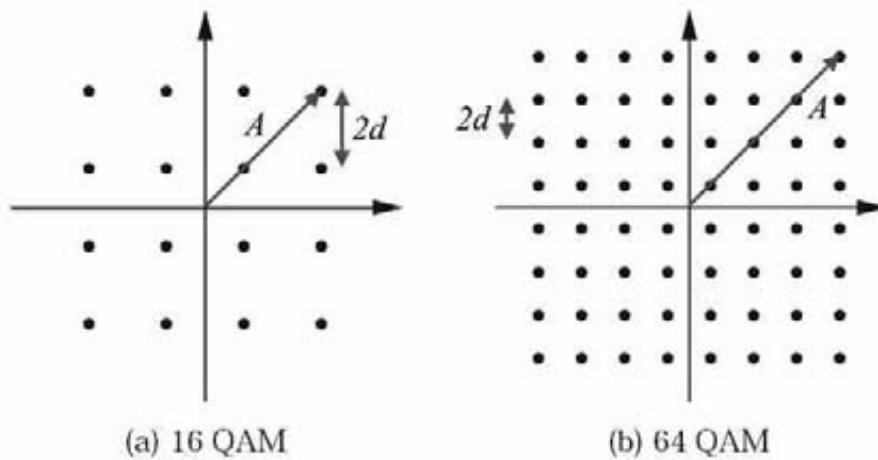


Figura 5.10. Constelación de las señales (a) 16-QAM y (b) 64-QAM.

Si denotamos A a la amplitud máxima de la portadora, las amplitudes de los puntos del primer cuadrante de la constelación son

$$\frac{A}{3}, \quad \frac{\sqrt{5}A}{3} \quad \text{y} \quad A \quad (5.26)$$

Entonces la suma de las potencias medias de todos los puntos del primer cuadrante es

$$P_{mc} = \frac{A^2/2}{9} + 2 \times \frac{5A^2/2}{9} + A^2/2 = \frac{10A^2}{9} \quad (5.27)$$

y por tanto, la potencia media asociada a cada símbolo es

$$P_m = 4 \times \frac{P_{mc}}{16} = \frac{5A^2}{18} \quad (5.28)$$

En esta modulación se toman bloques de $k = 4$ bits y cada bloque se asocia a una de $M = 2^4 = 16$ formas de onda. La separación de la secuencia binaria en dos secuencias en paralelo produce componentes con 4 niveles de amplitud, $\{\pm 1, \pm 3\}$, en cada portadora y a una tasa de $R = R_b/(\log_2 M) = R_b/4$ debido a que el período de símbolo ha aumentado en 4 veces $T = T_b \log_2 M = 4T_b$. Queda claro que esta modulación no tiene envolvente constante pero mejora la eficiencia espectral.

La densidad espectral de potencia de la señal 16-QAM depende igualmente del espectro correspondiente de las componentes de la envolvente compleja y por tanto, de la transformada de Fourier de $g(t)$. El ancho de banda de la señal se reduce a

$$B = \frac{1 + \alpha}{T} = \frac{1 + \alpha}{4T_b} \quad (5.29)$$

por lo que la eficiencia espectral será

$$\rho = \frac{4}{1 + \alpha} \quad (5.30)$$

Suponiendo $\alpha = 1$, la eficiencia espectral es $\rho = 2$ (b/s)/Hz.

Modulación M-QAM

En general, para una señal M-QAM se tienen $M/4$ puntos por cuadrante y $2K = 2 \times \sqrt{M/4}$ niveles por eje separados una distancia $2d$ con

$$d = \frac{A}{\sqrt{2}(2K - 1)} \quad (5.31)$$

y coordenadas $\pm(2i - 1)d$ para $i = 1, \dots, K$. En la Figura 5.10b) se puede ver la constelación de una señal con modulación 64-QAM y en la Figura 5.11 se han representado las componentes en fase y en cuadratura de una señal 64-QAM modulada con pulsos

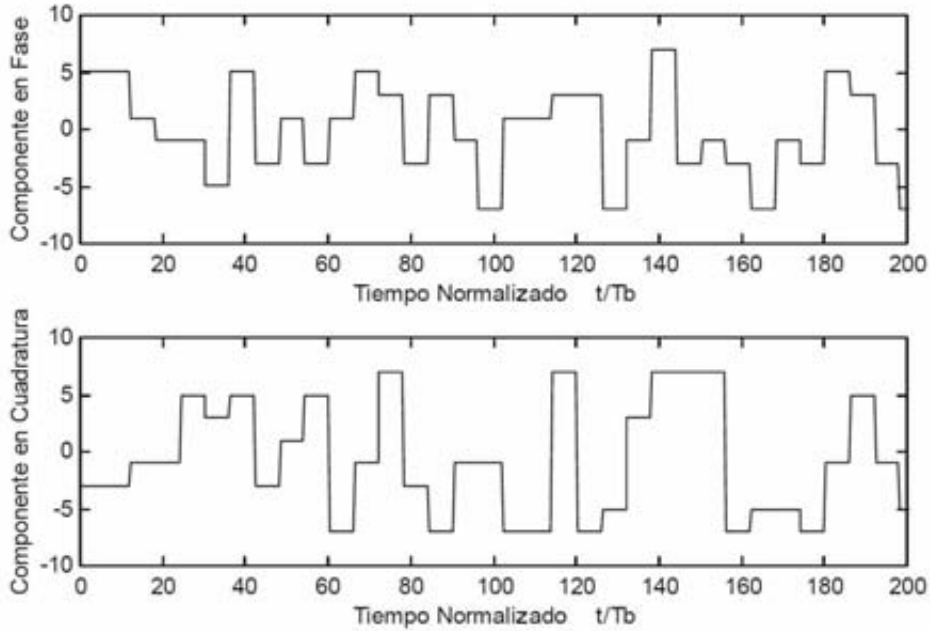


Figura 5.11. Componentes en fase y en cuadratura de una señal 64-QAM generada con pulsos rectangulares.

rectangulares. En ella pueden apreciarse los 8 niveles que toma cada componente de la señal.

La suma de las potencias medias de los puntos del primer cuadrante se puede calcular mediante la expresión:

$$P_{mc} = \frac{A^2/2}{(2K-1)^2} \sum_{i=1}^K (2i-1)^2 + 2 \times \frac{A^2/2}{2(2K-1)^2} \sum_{i=1}^K \sum_{j<i} [(2i-1)^2 + (2j-1)^2] \quad (5.32)$$

y la potencia media por punto

$$P_m = \frac{4P_{mc}}{M} \quad (5.33)$$

También podemos calcular la energía de bit para cada punto de la constelación. Por ejemplo, para el punto de máxima energía se tiene

$$E_{b,max} = \frac{(2K-1)^2 d^2}{R_b} \quad (5.34)$$

donde $R_b = 1/T_b$ es la tasa de transmisión de bits de la modulación.

El ancho de banda de la señal M-QAM es

$$B = \frac{1+\alpha}{T} = \frac{1+\alpha}{T_b \log_2 M} \quad (5.35)$$

por lo que la eficiencia espectral será

$$\rho = \frac{\log_2 M}{1 + \alpha} \quad (5.36)$$

Suponiendo $\alpha = 1$, $\rho = \frac{\log_2 M}{2}$ (b/s)/Hz.

5.2.6. Receptor de radio digital para señales sin memoria

Recordemos que el transmisor envía información utilizando M formas de onda $\{s_m(t)\}$ y que cada forma de onda se transmite dentro del intervalo de símbolo T . Se va a suponer que el canal de radio solo añade ruido gaussiano blanco, de manera que la señal recibida es

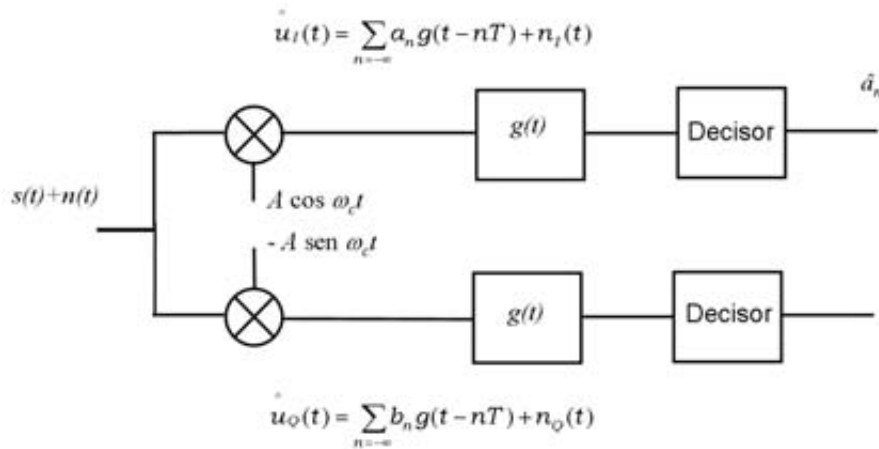


Figura 5.12. Demodulador y detector de señales de radio digital.

$$r(t) = s_m(t) + n(t) \quad (5.37)$$

La densidad espectral del ruido es

$$S_n(f) = \frac{1}{2} N_0 \quad (5.38)$$

Basándonos en la observación de $r(t)$ en el intervalo, se desea un receptor óptimo en el sentido de que minimice la probabilidad de cometer algún error. El receptor se puede dividir en demodulador y detector, tal como se muestra en la Figura 5.12. El *demodulador* convierte $r(t)$ en un vector de observaciones \mathbf{r} y el *detector*, basándose en el vector \mathbf{r} , decide cuál de las posibles M formas de onda fue la transmitida. El demodulador de la figura contiene dos filtros adaptados con la misma respuesta impulsiva que los de los filtros del transmisor $g(t)$, de forma que el detector minimice la probabilidad de error. A

la salida de dichos filtros se tendrá el vector de observaciones cuyas componentes son variables aleatorias gaussianas de media igual a las componentes del vector transmitido $\langle r_k \rangle = \langle s_{mk} + n_k \rangle = s_{mk}$ y varianza $\sigma_r^2 = \sigma_n^2 = \frac{1}{2}N_0$. Es razonable pensar que la probabilidad de que el receptor se equivoque de símbolo es una función de la distancia de decisión d y que, para una señal de igual potencia, esta distancia disminuye a medida que crece el número de puntos de la constelación M (ver Figura 5.12). Un receptor óptimo para señales con modulación lineal sin memoria puede utilizar un decisor de *máxima verosimilitud* (ML). En los libros dedicados a comunicaciones digitales puede encontrarse la deducción de la probabilidad de error para este receptor, por lo que aquí nos limitaremos a presentar el resultado para las modulaciones más importantes:

Probabilidad de error de bit para la modulación QPSK

Debido a que esta modulación se puede considerar como la superposición de dos modulaciones BPSK en portadoras ortogonales, se puede demostrar que la probabilidad de error, cuando se utiliza un código Gray, es aproximadamente la misma que la de la señal BPSK y está dada por

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (5.39)$$

Probabilidad de error de bit para la modulación M-QAM

$$P_e = \frac{2}{\log_2 M} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M E_b}{2(M-1)N_0}} \right) \quad (5.40)$$

En la Figura 5.13 se han representado estas probabilidades para las modulaciones QPSK, 16-QAM y 64-QAM. En la Figura 5.14 se muestra una comparación entre la curva teórica y la BER obtenida para una señal QPSK en una plataforma experimental a 5 GHz desarrollada por el Grupo de Sistemas de Radiocomunicación.

5.3 MODULACIÓN GMSK

Las modulaciones lineales carecen de robustez ante un canal no lineal debido fundamentalmente a que su envolvente no tiene una amplitud constante. Esto obliga a utilizar amplificadores de potencia lineales que presentan un bajo rendimiento y como consecuencia, la necesidad de baterías de mayor capacidad o la emisión de menor potencia. Debido las ventajas que ofrecen los amplificadores no lineales, se hacen atractivas las modulaciones con amplitud constante como la MSK y, sobre todo, la modulación MSK gaussiana o GMSK. Además de generar una señal de amplitud constante, esta modulación tiene una alta eficiencia espectral, por lo que fue seleccionada como solución en el

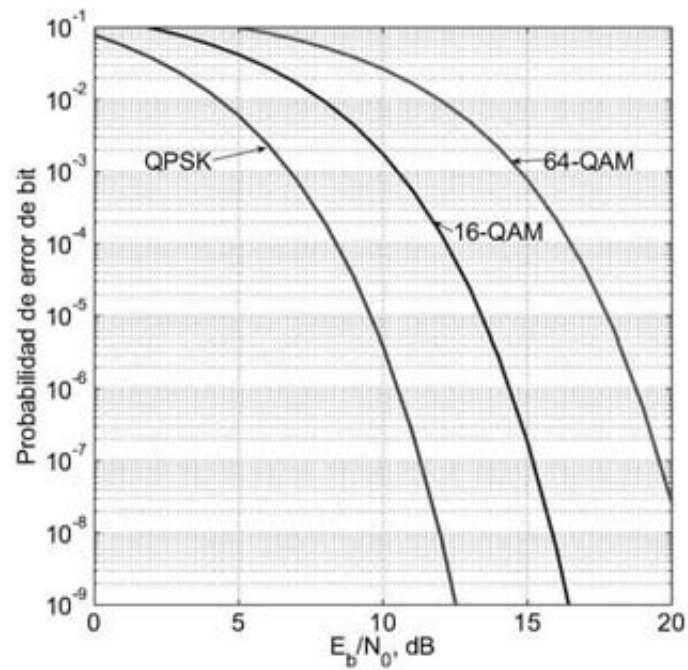


Figura 5.13. Probabilidad de error de bit para diferentes modulaciones M-QAM.

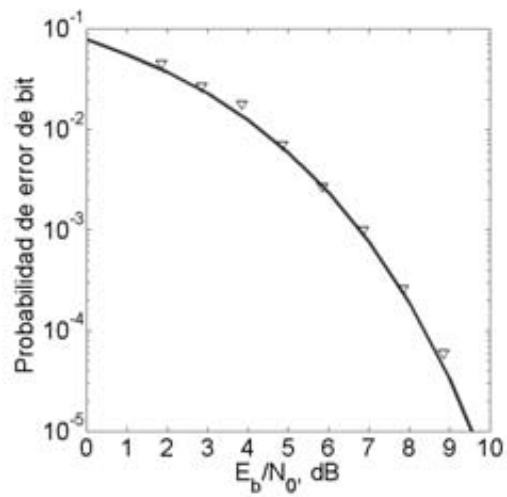


Figura 5.14. Comparación de la Probabilidad de error de bit teórica y experimental realizado en una plataforma de 5 GHz (Figura cedida por el GSR).

sistema europeo de telefonía digital GSM. Para estudiarla, partamos de un esquema de modulación que garantice una señal de RF de amplitud constante y variación continua de la fase, como el que muestra la Figura 5.15.

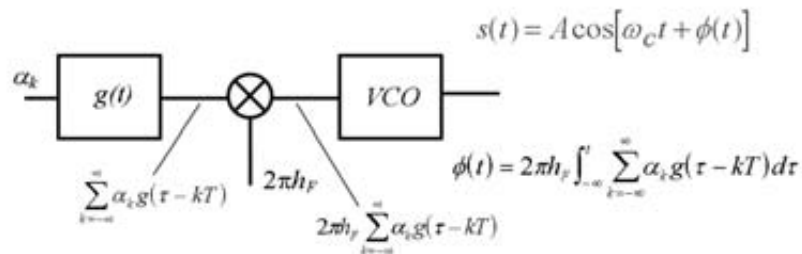


Figura 5.15. Esquema de modulación con amplitud constante y variación continua de la fase.

En este esquema una secuencia binaria α_k ataca a un filtro de respuesta impulsiva $g(t)$ para producir un tren de pulsos que, tras ser ajustado en amplitud por la constante $2\pi h_F$, controla la frecuencia del VCO.

5.3.1. Modulación MSK

En el caso que el pulso utilizado sea rectangular y $h_F = 1/2$, la modulación generada es la MSK que tiene la particularidad de tener una amplitud constante y una fase continua que cambia en $\pi/2$ en cada instante de bit y solo toma los valores $0, \pi/2, \pi$ y $3\pi/2$. Sin embargo, la variación de dicha fase presenta discontinuidades que provocan la presencia de lóbulos secundarios importantes en el espectro de esta señal. La constelación de la señal MSK se muestra en la Figura 5.16 y puede apreciarse la similitud con la de una señal QPSK. No obstante, en este caso la transición es siempre de un punto en el eje u_I a otro punto en el eje u_Q , y viceversa, por lo que la distancia entre símbolos es similar a la de una BPSK y como consecuencia la probabilidad de error, si utilizamos un receptor coherente, es igual a la de la señal QPSK, dada por (5.39).

5.3.2. Modulación GMSK

La modulación GMSK pertenece a la familia de modulaciones con variación continua de la fase CPM, que es un método de modulación con memoria, de lo que resulta la mencionada continuidad de la fase de la portadora transmitida al pasar de un intervalo de señal al siguiente. Una forma de producir este tipo de señal es utilizando el esquema de la Figura 5.17 en el que se ha sustituido el VCO por un modulador de fase en cuadratura. Debido a que el VCO realiza la integración de la señal de control para producir la fase de la señal, con el modulador de fase es necesario realizar previamente esta integración.

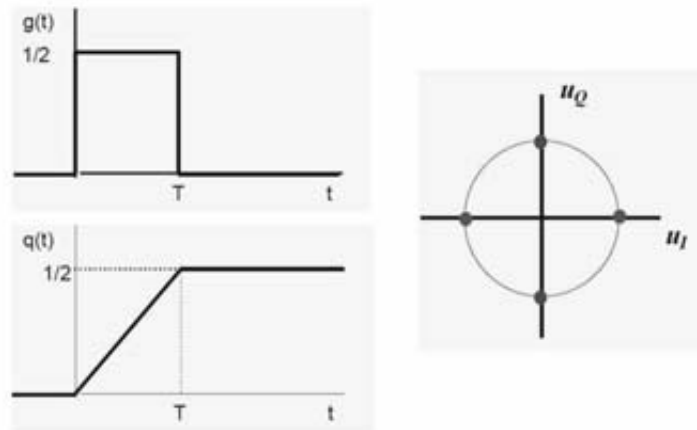


Figura 5.16. Pulso rectangular para generar una modulación MSK y constelación.

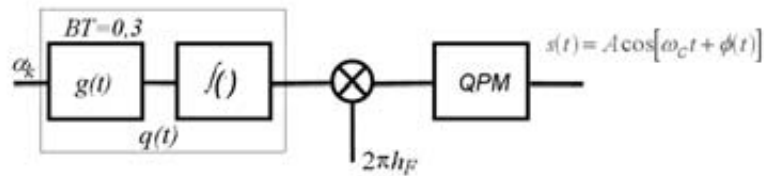


Figura 5.17. Esquema para generar una modulación GMSK.

Una señal CPM genérica se puede expresar como sigue:

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\omega_c t + \phi(t, \alpha) + \phi_0] \quad (5.41)$$

donde $\phi(t, \alpha) + \phi_0$ es la fase de la portadora.

Su envolvente compleja es

$$u(t, \alpha) = \sqrt{\frac{2E}{T}} e^{j[\phi(t, \alpha) + \phi_0]} \quad (5.42)$$

Si $\phi_0 = 0$, la fase de la portadora puede expresarse como

$$\phi(t, \alpha) = 2\pi h \sum_{k=-\infty}^n \alpha_k q(t - kT) \quad (5.43)$$

$$= \pi h \sum_{k=-\infty}^{n-L} \alpha_k + 2\pi h \sum_{k=n-L+1}^n \alpha_k q(t - kT) \quad (5.44)$$

$$= \theta_n + \theta(t, \alpha), \quad nT \leq t \leq (n+1)T \quad (5.45)$$

donde

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}, & t \geq LT \end{cases} \quad (5.46)$$

$$q(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau, \quad g(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0, & t \geq LT \end{cases} \quad (5.47)$$

En el caso particular de la señal GMSK para el sistema GSM, la respuesta al impulso $g(t)$ se define como la convolución de un pulso rectangular con la respuesta al impulso de un filtro gaussiano, dada por

$$h_t(t) = \sqrt{\frac{2\pi}{\ln 2}} B_b \exp\left(-\frac{2\pi^2 B_b^2}{\ln 2} t^2\right) \quad (5.48)$$

con un ancho de banda normalizado $B_N = B_b T = 0,3$. En la Figura 5.18 se representa la respuesta del pulso $g(t)$ para esta modulación. Se observa que la duración del pulso se prolonga en 3 períodos de bit, de donde se deduce que se ha introducido una interferencia intersimbólica intencionada con el objetivo de disminuir la densidad espectral de los lóbulos laterales y aumentar la eficiencia espectral.

Como para esta modulación $h = 1/2$, el esquema de la señal puede seguir siendo representado por una rejilla con 4 estados de la fase: $\theta_n = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$, aunque como ahora el número de símbolos que intervienen en la variación de la fase es de $L = 3$, existen estados adicionales debido al carácter de respuesta parcial. Dichos estados pueden identificarse reconociendo que

$$\phi(t, \alpha) = \theta_n + \pi \alpha_{n-2} q(t - nT + 2T) + \pi \alpha_{n-1} q(t - nT + T) + \pi \alpha_n q(t - nT) \quad (5.49)$$

- El primer término de la derecha representa el *estado de la fase*, que alcanza los valores $\theta_n = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ y está determinado por todos los símbolos transmitidos con anterioridad al α_{n-2} .
- El segundo término depende de los dos símbolos $\{\alpha_{n-2}, \alpha_{n-1}\}$, denominado *vector de estado correlativo*, que representa el término de fase correspondiente a los pulsos previos que no han alcanzado su estado final.

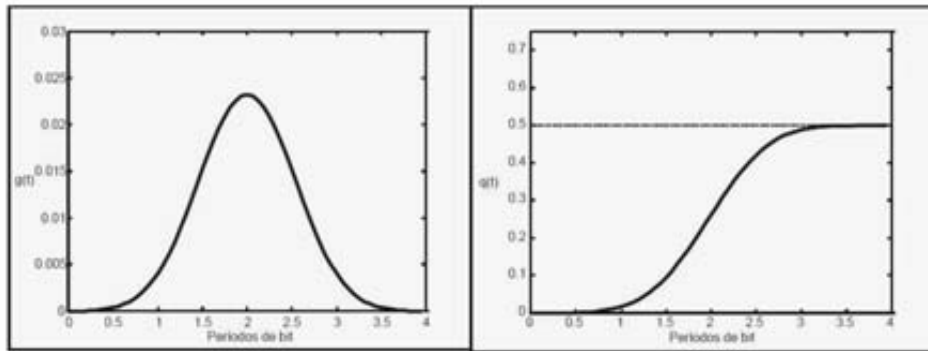


Figura 5.18. Pulso utilizado para generar la modulación GMSK del sistema GSM.

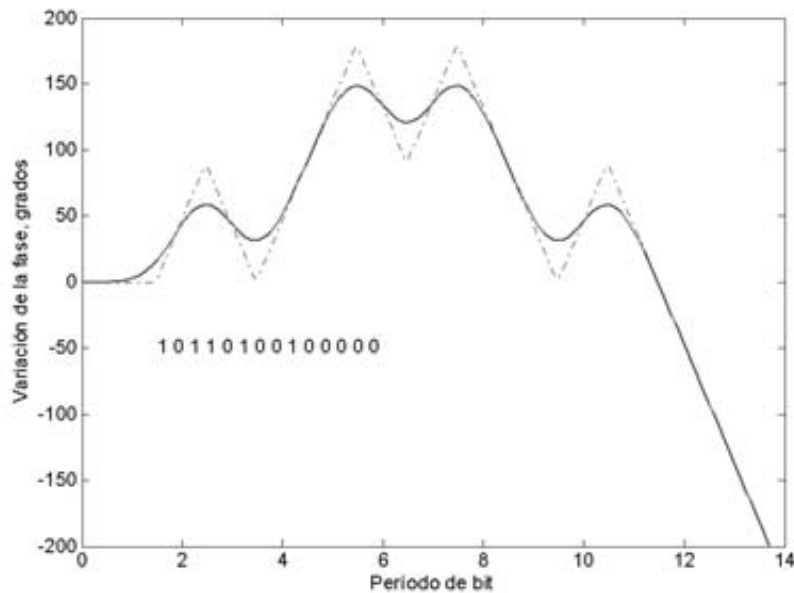


Figura 5.19. Trayectoria de la fase para una secuencia de bits arbitraria.

- El tercer término representa la contribución del símbolo actual α_n . Por tanto, el estado de la señal GSM para $t = nT$ se puede representar como la combinación del *estado de la fase* y del *estado correlativo*:

$$S_n = (\theta_n, \alpha_{n-2}, \alpha_{n-1}) \quad (5.50)$$

La trayectoria de la fase generada por una secuencia arbitraria de bits se puede apreciar en la Figura 5.19. Con el objeto de comparar, se ha representado en línea discontinua la trayectoria para una señal MSK, observándose el suavizado en el cambio de fase que produce la modulación GMSK.

Estos cambios de fase más graduales eliminan los indeseados lóbulos secundarios de la señal MSK original, como puede apreciarse en la Figura 5.20 en la que se han representado los espectros obtenidos por simulación de las señales GMSK con diferentes valores del ancho de banda normalizado del filtro gaussiano. Se puede apreciar claramente que a medida que se disminuye BT , van desapareciendo los lóbulos hasta quedar solo vestigios de ellos y como consecuencia de esta disminución, es posible una canalización más estrecha con el consiguiente aumento en la eficiencia espectral. Nótese que como contrapartida, al disminuir BT se aumenta el número de símbolos que intervienen en el estado de la señal, y se produce un aumento de la interferencia intersimbólica.

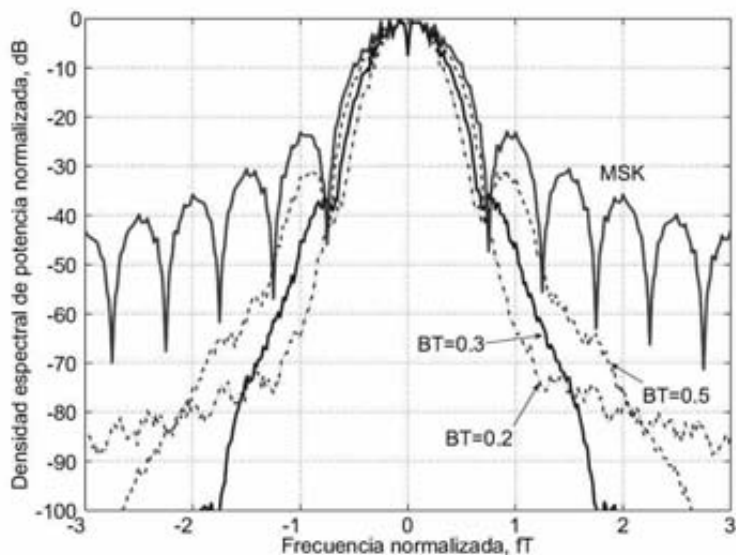


Figura 5.20. Densidad espectral para señales con modulación GMSK.

5.3.3. Receptor para señales GMSK

Debido a que la señal GMSK tiene memoria, el detector óptimo debe realizar sus decisiones en la observación de una secuencia de señales sobre una sucesión de intervalos. Dicho receptor utiliza un detector de *secuencia de máxima verosimilitud* (MLS). En este receptor se busca una secuencia que minimice la distancia entre la señal recibida y las señales correspondientes a todas las posibles secuencias transmitidas, de manera que la decisión no se hace símbolo a símbolo sino en base a la trayectoria de la secuencia.

Los requisitos de memoria de este receptor aumentan exponencialmente con el número de símbolos necesarios para la detección correcta de la secuencia, pero se ha encontrado un algoritmo eficiente para la detección: el algoritmo de *Viterbi*. Este algoritmo se utiliza en el sistema GSM simultáneamente para la detección y la igualación del canal, considerando que intervienen un mayor número de símbolos en la secuencia.

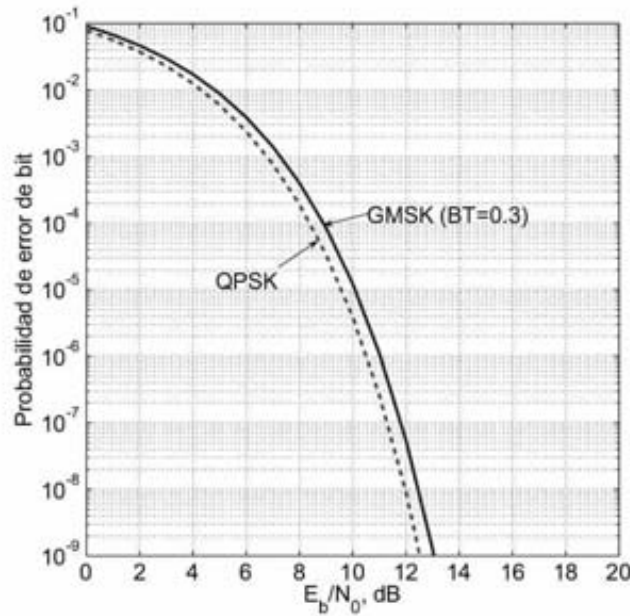


Figura 5.21. Probabilidad de error de bit para una señal GMSK con $BT = 0,3$.

Si se emplea este receptor óptimo, se encuentra que para la señal GMSK, la probabilidad de error de bit es

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\gamma \frac{E_b}{N_0}} \right) \quad (5.51)$$

con $\gamma = 0,89$ para $BT = 0,3$. En la Figura 5.21 se ha representado la probabilidad de error de bit de una señal GMSK con $BT = 0,3$ junto a la conocida de la señal QPSK. Se puede apreciar que existe un ligero deterioro en la potencia necesaria para una misma probabilidad de error, pero que se compensa debido a la ganancia que se obtiene en eficiencia espectral y sobre todo en tener una modulación que no se afecta al pasar por un amplificador de potencia no lineal, de mayor rendimiento que el lineal.

5.4 OTRAS TÉCNICAS DE MODULACIÓN

5.4.1. Modulación OQPSK

Al estudiar la modulación QPSK se vio que podían existir transiciones de fase de $\pm\pi$ de manera que la envolvente se anularía en esos instantes, fenómeno que se ve más claramente cuando se consideran pulsos que no son rectangulares. Por ejemplo, en la Figura 5.22 se muestran las componentes $u_I(t)$ y $u_Q(t)$ así como algunos instantes para los cuales se produce el paso por cero de ambas formas de onda (líneas continuas verticales), instantes en los que se produce un nulo en la amplitud de la envolvente compleja. Con este hecho está relacionada la poca robustez de la modulación ante no linealidades, lo que provoca una regeneración de los lóbulos laterales y un ensanchamiento del espectro aún después de filtrar la señal.

En la modulación OQPSK se procura que nunca se produzcan transiciones de $\pm\pi$ retardando la señal en cuadratura $u_Q(t)$ en un período de bit (la mitad del período de símbolo). De esta forma los cruces por cero de los dos trenes de pulsos nunca coinciden y se producen cambios de fase de $\pi/2$, como máximo, como puede ser en los instantes en que $u_Q(t)$ se anula pero no $u_I(t)$. Por lo demás, esta modulación tiene la misma densidad espectral y la misma característica de probabilidad de error de bit que la QPSK.

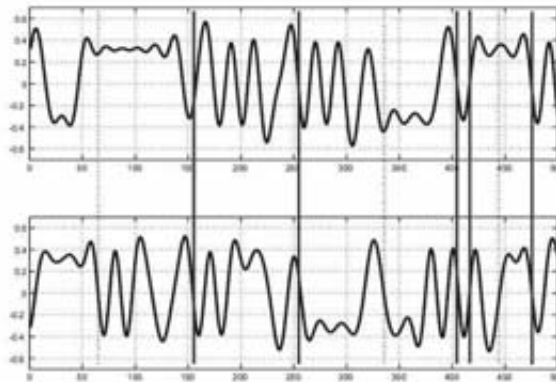


Figura 5.22. Amplitud de las componentes en fase y en cuadratura para una señal OQPSK.

5.4.2. Modulación $\pi/4$ -DQPSK

La modulación QPSK diferencial- $\pi/4$ ($\pi/4$ -DQPSK) fue propuesta en 1962 y se adoptó en la telefonía celular americana NDAC, en la japonesa JDC, y también en estándar de *radio-trunking* europeo TETRA. La modulación QPSK produce una forma de onda que

no es de envolvente constante, tal como se ha comentado. Para evitar esta propiedad no deseable otra alternativa es emplear la modulación $\pi/4$ -DQPSK. En este formato se utiliza una codificación diferencial y el símbolo se transmite como cambio en la fase de la portadora en vez del valor absoluto de su fase. De esta forma siempre se produce un cambio de fase al pasar de un instante de símbolo a otro, lo cual produce como consecuencia positiva el que si se genera un tren largo de ceros o de unos, las transiciones de fase permiten una recuperación más sencilla de la base de tiempo de símbolo en el receptor. A partir de la constelación de esta modulación, representada en la Figura 5.23, se observa que existen dos tipos de símbolos, los que tienen fases $\{0, 90, 180, 270^\circ\}$ y los que tienen fases $\{45, 135, 225, 315^\circ\}$. Todos los símbolos con índice par se seleccionan del primer conjunto y los de índice impar, del segundo conjunto, de manera que las transiciones se producen sin que la amplitud de la envolvente compleja pase por el origen y en concordancia, las fluctuaciones de dicha amplitud son mucho menores. De estos comentarios se desprende que esta modulación puede verse como un híbrido entre la modulación 8-PSK y la QPSK o como dos QPSK rotadas $\pi/4$ de manera que la amplitud de la envolvente nunca se anula.

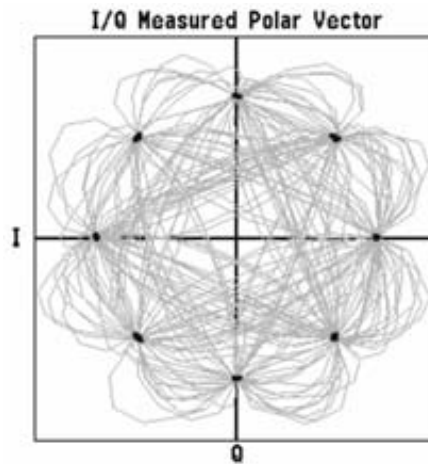


Figura 5.23. Constelación de la modulación $\pi/4$ -DQPSK.

Tabla 5.1. Cambio de fase en función del símbolo transmitido para $\pi/4$ -DQPSK.

a_k	b_k	$\Delta\theta_k$
1	1	$-3\pi/4$
0	1	$3\pi/4$
0	0	$\pi/4$
1	0	$-\pi/4$

En el receptor se puede utilizar la detección no coherente, mucho más sencilla, a cambio de una pequeña pérdida en sensibilidad. Finalmente, se ha comprobado que esta modulación se comporta mejor que la QPSK ante las no linealidades y en un canal con desvanecimiento multitrayecto como es el canal de radio móvil.

5.5 SENSIBILIDAD DE UN RECEPTOR DIGITAL

La sensibilidad de un receptor de radio digital se puede definir de forma similar al caso de un receptor analógico. En aquel caso la definición se basaba en la f.e.m. mínima que producía un nivel de SINAD a la salida del demodulador, ya que la SINAD se puede tomar como un criterio de calidad a la salida del receptor.

Parece razonable que para un receptor digital el criterio de calidad sea la probabilidad de error de bit y de acuerdo a las características que hemos estudiado, para una modulación dada hay una relación entre la probabilidad de error de bit y la relación E_b/N_0 a la entrada del demodulador. Esta relación es igual a la entrada del receptor si se refiere todo el ruido a la entrada, es decir

$$N_0 = F_S k T_0 \quad (5.52)$$

donde F_S es el factor de ruido del sistema. La energía de bit se puede hallar como la energía de un bit en el período de un bit y podemos plantear la ecuación que la relaciona con la potencia de portadora recibida

$$P_R = E_b/T_b \quad (5.53)$$

de esta forma

$$E_b/N_0 = \frac{P_R}{F_S k T_0 R_b} \quad (5.54)$$

De manera equivalente, para una $(E_b/N_0)_u$ de umbral dada la potencia recibida mínima, o sensibilidad es

$$P_u = (E_b/N_0)_u F_S k T_0 R_b \quad (5.55)$$

en unidades naturales, o expresado en decibelios

$$P_u(dB) = (E_b/N_0)_u(dB) + F_S(dB) + 10 \log R_b - 174 \quad (5.56)$$

APÉNDICE

Relación entre las funciones $Q(x)$, $\text{erf}(x)$ y $\text{erfc}(x)$.

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-u^2/2) du \quad (5.57)$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{erf}(x/\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \text{erfc}(x/\sqrt{2}) \quad (5.58)$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Haykin, S.: Communications Systems. John Wiley, 1994.
- [2] Proakis, J. G.: Digital Communications. McGraw-Hill, 1995.
- [3] Jeruchim, M. C., Balaban, P. y Shanmugan, K. S.: Simulation of Communications Systems. Plenum Press, 1990.
- [4] Rappaport, T. S.: Wireless Communications, Prentice Hall, 1996.
- [5] Steele, R.: Mobile Radio Communications, IEEE Press, 1995.
- [6] Hernando, J. M.: Transmisión por Radio (4a. Ed.), Areces.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

5.1. En un receptor se utiliza un filtro de tipo coseno alzado,

- a) Diga cuál es la anchura de banda de la señal de salida del filtro en los casos $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$.
- b) Halle la potencia de ruido a la salida del filtro si a la entrada se tiene una densidad de potencia de ruido $N_o/2$ constante. Considere los casos $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$.

5.2. Compare las anchuras de banda necesarias para transmitir utilizando pulsos coseno alzado con $\alpha = 1$ y a la misma tasa de bits, si se emplea una modulación QPSK y una modulación 64-QAM.

5.3. Deduzca la relación entre C/N y E_b/N_o para un sistema que utilice modulación M-QAM.

5.4. En un radioenlace digital 16-QAM, calcule:

- a) potencia media de la señal modulada.
- b) relación d/σ entre la semiseparación de niveles y el valor eficaz del ruido, en función de la energía media por bit y del factor de ruido del receptor.

5.5. Un transpondedor tiene un ancho de banda de 80 MHz y utiliza modulación QPSK. ¿Cuál es la máxima tasa teórica de transmisión de bits?

5.6. Para transmitir 480 canales telefónicos, se utiliza un equipo de radio que añade a la señal PCM (34,368 Mbps) un tren de datos auxiliar a 3,064 Mbps antes de la emisión. La transmisión se realiza codificando diferencialmente el tren de bits resultante, y modulando directamente una portadora en 7,5 GHz. El transmisor está compuesto fundamentalmente por tres módulos, cuyas características son:

- Modulador QPSK: directamente en SHF.
- Amplificador de potencia.
Potencia de salida: +20 dBm.
- Filtro de salida.
Pérdidas: 1.2 dB.
Todas las emisiones no esenciales están 60 dB por debajo de la fundamental

El receptor tiene una sensibilidad de -79 dBm, para una $BER = 10^{-6}$, y está constituido por los siguientes bloques:

- Filtro de entrada.
Pérdidas: 1.3 dB.
Ancho de banda: 100 MHz.
- Amplificador de bajo ruido.
Ganancia: 20 dB.
Factor de ruido: 2.5 dB.
Punto de intercepción de 3^{er} orden (referido a la salida): +10 dBm.
- Filtro premodulador: respuesta ideal con un ancho de banda ajustado a la anchura de banda de transmisión.
- Predemodulador en SHF.
QPSK coherente.
Factor de ruido: 10 dB.
Filtrado en banda base: coseno alzado, $\alpha = 0,145$.

- a) Si el filtro transmisor debe ser tipo Butterworth y tener un ancho de banda igual a $2(W_1 + 2 \text{ MHz})$, donde W_1 es la anchura de banda de transmisión en banda base, calcule el ancho de banda del filtro y el número de polos.

- b) Calcule la sensibilidad teórica de un equipo de similares características que utilice QPSK coherente, pero sin codificación diferencial, y compárela con el dato real.
- c) Halle la relación C/N , potencia de portadora a potencia de ruido, que se necesita a la entrada del demodulador del receptor real, para tener una $BER = 10^{-6}$.
- d) Calcule el nivel máximo de dos señales a la entrada del receptor, situadas a 25 y 50 MHz, respecto de la portadora, para que su producto de intermodulación de tercer orden no exceda la potencia de ruido equivalente.

5.7. Se desea construir un enlace por radio entre dos localidades situadas en una región de terreno llano y horizontal, y separadas entre sí por una distancia de 200 km. La compañía proyectista utiliza instalaciones estándar cuyos datos son:

- Torres.
Altura: 30 m.
- Antenas:
Parabólicas tipo P4-71D (ANDREW).
Ganancia: 37 dBi.
Diámetro: 1,2 m.
Ancho del haz: $2,2^\circ$.
Impedancia de entrada: 50Ω (adaptada a los equipos).
- Filtro Duplexor.
Pérdidas: 1,4 dB.
- Guía de Onda (ANDREW).
Atenuación a 7,5 GHz: 4,76 dB/100 m.
- Equipos SHF: de iguales características a los del problema anterior.

Otras consideraciones:

Los equipos SHF están situados en una caseta justo en la base de la torre. La temperatura de ruido de las antenas es de 290 K, cuando apunta horizontalmente.

- a) Calcule la eficiencia de la antena y estime el ancho del haz. Compare el resultado con el dato que da el fabricante.
- b) En una primera aproximación, el cálculo se realiza utilizando el modelo de suelo conductor perfecto. Plantee la ecuación de la pérdida básica de propagación para este modelo y compárela con la pérdida básica para el espacio libre: $L_{bf} = 32,4 + 20 \log f_{(\text{MHz})} + 20 \log d_{(\text{km})}$.

- c) Calcule el número de vanos del enlace y la distancia entre equipos, si se quiere garantizar la calidad de la comunicación con una $BER = 10^{-6}$, aun en presencia de desvanecimientos de 35 dB.

5.8. Le encomiendan diseñar un sistema de comunicaciones para recibir imágenes transmitidas desde Marte, a una distancia de 255 millones de kilómetros. Por limitaciones del vehículo espacial la potencia del transmisor es de 6 W si se trabaja a 2,298 GHz y la ganancia de su antena de 15,1 dB. En la estación terrena se dispone de una antena de 30 m de diámetro con un rendimiento de 65 %. La antena está conectada mediante una guía de ondas, que atenúa 0,1 dB, al amplificador de bajo ruido (LNA) cuyo factor de ruido es de 0,44 dB. El resto del receptor no introduce ruido apreciable. Como modulación se escoge la BPSK y se demodula coherentemente utilizando un filtro coseno alzado de 0,44 de factor de *roll-off*, con el objetivo de lograr una probabilidad de error de bit de $3,8 \times 10^{-11}$. Si cada fotograma transmitido está compuesto por 170×195 píxeles codificados con 6 bit cada uno, calcule la duración de la transmisión de cada fotograma. En su respuesta debe aparecer claramente

- La potencia que recibe el LNA.
- La temperatura del sistema.
- El ancho de banda del canal de comunicaciones.

Transmisores y receptores

6.1 INTRODUCCIÓN

Los equipos transmisores y receptores son piezas clave para intercambiar información entre uno o más usuarios dentro de un sistema de radiocomunicación.

En el capítulo introductorio se presentaron los esquemas de bloques de un transmisor y de un receptor, éste último superheterodino. Sobre ellos se definirán características que son comunes a los transmisores y receptores de diferentes sistemas de radio. Según la aplicación, se definen las especificaciones y el procedimiento de prueba. En este capítulo se revisarán las características y las medidas de comprobación más importantes de los transmisores y receptores de radio, haciendo referencia particular a equipos de FM para el servicio móvil terrestre. En cada caso se comentarán los subsistemas que influyen en dichas especificaciones y que por tanto deben diseñarse de acuerdo a las mismas.

Las descripciones y los métodos de medida se han extraído de la recomendación T/R 24-01 propuesta por el Grupo de Radiocomunicaciones de la CEPT (Conferencia Europea de Administraciones de Correos y Telecomunicaciones) que se refiere a las especificaciones de equipos destinados al servicio móvil terrestre (radioteléfonos FM que funcionan entre 150 MHz y 450 MHz).

6.2 CARACTERÍSTICAS DEL TRANSMISOR

Las características del transmisor se pueden estudiar clasificándolas en dos grupos. En el primero se examinarán aquellas prestaciones que permiten asegurar un buen funcionamiento del transmisor como equipo radiante de la señal de comunicaciones para el que ha sido diseñado: básicamente que radia en el radiocanal y solo en el radiocanal. En la segunda categoría se repasarán las características que evalúan la calidad con que se transmite esa señal de radiocomunicación: que la señal de audio se está emitiendo

sin distorsión y ruido excesivos. Comencemos nuestro estudio con las características del transmisor en radiofrecuencia.

6.2.1. Características del transmisor en radiofrecuencia

Las características del transmisor en radiofrecuencia son:

Desplazamiento de frecuencia Es la diferencia entre la frecuencia medida de la onda portadora y su valor nominal.

La medida se hace en ausencia de modulación con el transmisor conectado a una carga que actúa como antena ficticia (véase la Figura 6.1).

El desplazamiento de frecuencia debe ser menor de 2 kHz para frecuencias nominales entre 100 y 500 MHz (ver Figura 6.2). Esta especificación significa que la tolerancia debe ser de unas 2 ppm¹ como máximo, que además debe mantenerse en todo un rango de temperaturas, estabilidad que solo se alcanza mediante un oscilador a cristal en el transmisor.

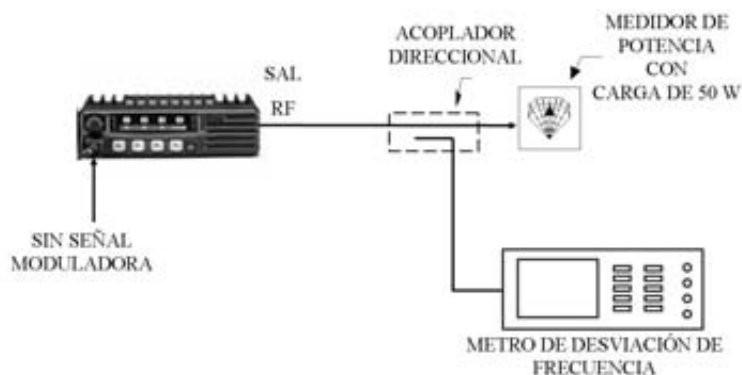


Figura 6.1. Medida del desplazamiento de frecuencia en el transmisor.

Esta norma garantiza que no se transmita a una frecuencia diferente de la nominal y que, en consecuencia, un receptor ajustado a esa frecuencia recibirá adecuadamente la señal.

Potencia de portadora del transmisor Es la potencia media entregada a la antena ficticia durante un ciclo de frecuencia de radio y en ausencia de modulación. Estará determinada por el fabricante de acuerdo al permiso de potencia radiada otorgado por la Administración.

El transmisor se conectará a una antena ficticia, y la potencia entregada se medirá sobre ella.

¹ ppm: partes por millón.

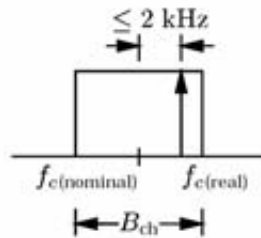


Figura 6.2. Tolerancia de frecuencia en el transmisor.

La potencia medida no deberá diferir en más de 1,5 dB respecto a la nominal a temperatura normal. En todo el rango de temperaturas se debe mantener dentro de los límites $+2/-3 \text{ dB}$.

Esta norma garantiza que no se emite más potencia que la autorizada por la Administración, ni menos de la requerida por el usuario del equipo.

Desviación de frecuencia Es la máxima diferencia entre la frecuencia instantánea de la señal de radiofrecuencia y la frecuencia de la portadora sin modular.

La medida se realiza a la salida del transmisor con un medidor de desviación de frecuencia, estando el transmisor conectado a una antena ficticia (ver Figura 6.3). El nivel de la señal moduladora será 20 dB mayor que el nivel nominal especificado por el fabricante en todo el espectro de la banda base.

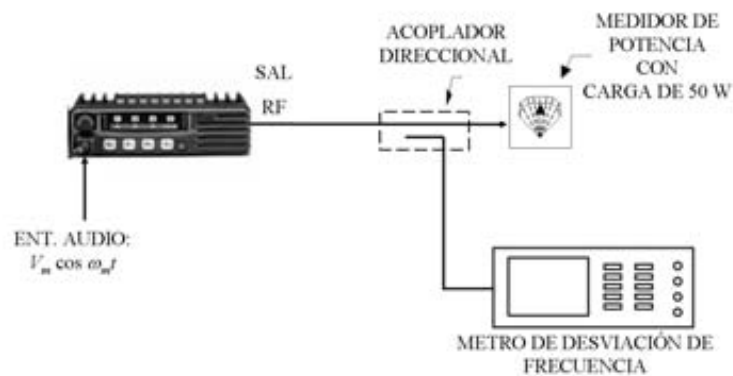


Figura 6.3. Medida de la desviación de frecuencia en el transmisor.

En la **modulación normal** de ensayo, la frecuencia de la señal moduladora será de 1 kHz; y la desviación de frecuencia, el 60 % de la desviación máxima admisible.

La desviación máxima admisible será de 5 kHz para una canalización de 25 kHz y de 2,5 kHz para una canalización de 12,5 kHz. Así, $\Delta f = 0,6 \cdot 5 \text{ kHz} = 3 \text{ kHz}$

para una canalización de 25 kHz, y $\Delta f = 1,5$ kHz para una canalización de 12,5 kHz. Para conseguir esta especificación se debe tener un circuito de control de ganancia de la señal moduladora, de manera que aumentando su nivel en 20 dB no aumente el nivel de modulación.

Por la regla de Carson, la modulación normal ocupa $B = 2(\Delta f + f_m) = 8$ kHz. Si aumentamos 20 dB la tensión de entrada, Δf aumentará 10 veces y se invadirán canales adyacentes. Se empleará un limitador para no superar $\Delta f = 5$ kHz.

Esta norma garantiza que el espectro generado por el transmisor no desborda el ancho de banda asignado al canal, y, por tanto, no se interfieren canales adyacentes aún en el caso de que suba el nivel del audio a la entrada del receptor.

Respuesta del transmisor a frecuencias de modulación superiores a 3 kHz Es la expresión de la desviación de frecuencia en función de las frecuencias moduladoras superiores a 3 kHz.

Con el transmisor conectado a la antena ficticia, se medirá la desviación de frecuencia variando la frecuencia moduladora entre 3 kHz y la separación entre canales.

La desviación de frecuencias deberá cumplir unas restricciones que se pueden alcanzar realizando un filtrado paso bajo exigente a la señal moduladora, por encima de 3 kHz.

Al igual que la anterior, esta norma garantiza que no haya interferencia entre canales adyacentes, aunque, en este caso, por las componentes de audio superiores a 3 kHz.

Emisiones no esenciales Son emisiones a frecuencias distintas de la portadora que resultan del proceso de generación, modulación y amplificación de la portadora.

Se medirán con el transmisor conectado a la antena ficticia, sin modulación y en una banda de frecuencias entre 100 kHz y 2 000 MHz, con excepción de la frecuencia de transmisión y sus canales adyacentes.

La potencia de todas las emisiones no esenciales no sobrepasará los $0,25 \mu\text{W}$, lo que se consigue mediante un filtrado paso banda exigente en el oscilador, multiplicadores de frecuencia o mezcladores, y también con un filtrado paso bajo a la salida del amplificador de potencia que atenúe los armónicos de la frecuencia portadora.

Esta norma garantiza que el transmisor solo emita en la frecuencia nominal y que no haya interferencia entre transmisores de frecuencias nominales diferentes.

6.2.2. Características del transmisor en audiofrecuencia (o calidad del servicio)

Las características del transmisor en audiofrecuencia son:

Respuesta del transmisor a la señal de audiofrecuencia Indica la aptitud del transmisor para funcionar sin degradación en toda la banda de la señal moduladora.

Se aplica una señal moduladora de 1 000 Hz que produzca una desviación de frecuencia igual al 20 % de la desviación máxima admisible. Manteniendo constante su nivel, se variará la frecuencia de la señal moduladora entre 300 y 3 000 Hz (300 y 2550 Hz en transmisores de 12,5 kHz de canalización) y se mide la desviación de frecuencia que genera en la portadora.

- Para un transmisor con modulación de frecuencia, la desviación de frecuencia será constante e igual al valor obtenido para 1000 Hz entre los límites $+1/-3$ dB. Esta respuesta se logra realizando la modulación de frecuencia directamente.
- Para un transmisor con preénfasis de 6 dB/octava (modulación de fase), el índice de modulación será constante e igual al valor obtenido para 1 000 Hz entre los límites $+1/-3$ dB. Esta respuesta se logra utilizando un modulador de fase o un modulador de frecuencia precedido de un circuito paso alto de preénfasis con respuesta de pendiente positiva de 6 dB/octava.

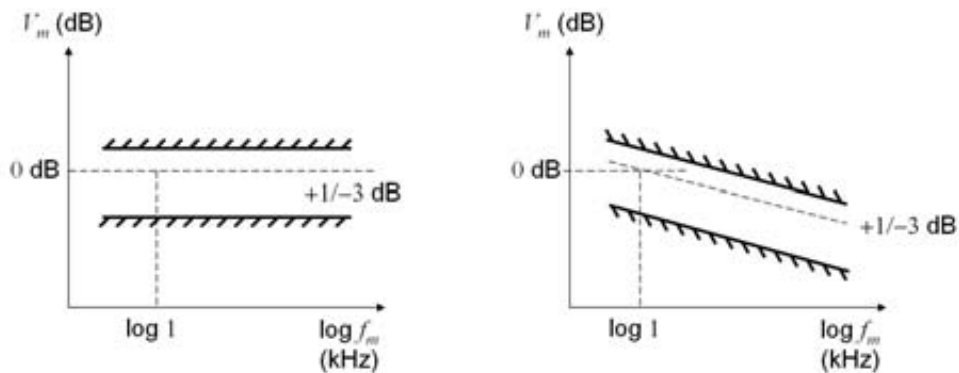


Figura 6.4. Respuesta del transmisor en audiofrecuencia.

Esta norma garantiza la calidad de la respuesta en frecuencia de audio en la transmisión.

Distorsión armónica de la transmisión Se define como la relación, en tanto por ciento, entre la tensión eficaz de todas las componentes armónicas de la frecuencia moduladora y la tensión eficaz total de la señal después de su demodulación.

La señal de radiofrecuencia del transmisor se aplica a un demodulador lineal.

- En el caso de PM, debe tener una red de deénfasis de 6 dB/octava y el transmisor se modulará con señales de 300, 500 y 1 000 Hz, y un índice de modulación constante de modo que produzca el 60 % de la desviación máxima admisible a 1 000 Hz.

- En el caso de FM, se modulará con las mismas señales y una desviación de frecuencia igual al 60 % de la desviación máxima admisible.

En cada caso se medirá la distorsión armónica, que no superará el 10 %. Para cumplir esta especificación se requiere un amplificador de la señal banda base y un modulador, de fase o de frecuencia, suficientemente lineales.

Esta especificación garantiza que la señal de audio recuperada tenga una fidelidad aceptable para este servicio.

Modulación residual del transmisor Se define como la relación entre la potencia de ruido en audiofrecuencia y la potencia de la señal moduladora.

Para medirla se aplica al transmisor la señal moduladora normal y la salida de éste a un demodulador lineal. En los equipos de PM, el transmisor estará provisto de un red de deénfasis. La medida se hará con un filtro sofométrico² y se usará un voltímetro de tensión eficaz. A continuación se elimina la modulación y se mide el nivel residual, que no será superior a -40 dB.

Esta norma se logra evitando modulaciones parásitas por el sistema de alimentación, utilizando un modulador de bajo ruido y en general evitando que cualquier señal espuria alcance el modulador.

La especificación garantiza una recepción silenciosa del mensaje telefónico.

6.3 CARACTERÍSTICAS DEL RECEPTOR

Las especificaciones del receptor se pueden agrupar también en dos tipos que están en correspondencia con los del transmisor. Un primer grupo sirve para evaluar la habilidad del receptor para recibir una señal de radiocomunicación, con el formato para el que ha sido diseñado, dentro del radiocanal y solo dentro de dicho radiocanal. En el segundo bloque se agrupan las propiedades que permiten al receptor entregar una señal de audio de alta calidad, con distorsión y ruido mínimos. Iniciamos este apartado con las características en radiofrecuencia.

6.3.1. Características del receptor en radiofrecuencia

Estas características son:

Sensibilidad máxima utilizable Es el nivel mínimo de señal (fuerza electromotriz, fem) a la frecuencia nominal que aplicada a la entrada del receptor con la modulación normal de ensayo produce:

- Una potencia de salida de audio mayor o igual al 50 % de la potencia nominal, y

²Un *filtro sofométrico* es aquel que tiene una respuesta en frecuencia similar a la del oído humano.

- Una relación SINAD, $(S + N + D)/(N + D)$, de 20 dB medida a la salida del receptor con un filtro sofométrico. Este nivel será aproximadamente igual al medido con una relación SINAD de 12 dB sin filtro sofométrico.

Así, la condición que primero alcance la igualdad definirá la máxima sensibilidad utilizable.

La medida se realizará aplicando a la entrada del receptor una señal a la frecuencia nominal modulada normalmente. Se medirá la potencia de salida a través de un filtro supresor a 1 kHz y de un filtro sofométrico, con el control de volumen en la posición que proporcione al menos el 50 % de la potencia nominal de salida. El nivel de la señal se disminuirá hasta que la relación SINAD sea de 20 dB (véase la Figura 6.5).

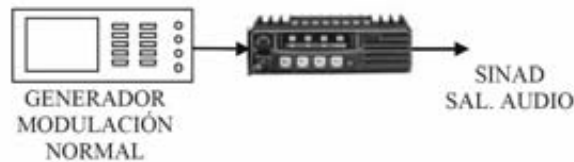


Figura 6.5. Medida de la Sensibilidad del receptor.

La sensibilidad máxima utilizable, S , no sobrepasará los 6 dB respecto a $1 \mu\text{V}$ de fem. Esta norma se alcanza utilizando un front-end (amplificador de RF y mezclador) de bajo ruido.

Esta especificación garantiza que el receptor tiene el factor de ruido necesario para poder recibir una señal sin ruido ni distorsión dentro de la cobertura fijada durante el diseño del sistema.

Protección sobre el canal útil Mide la aptitud del receptor para recibir una señal modulada sin que la degradación resultante de la presencia de otra señal interferente, también modulada y a la misma frecuencia de recepción, sobrepase cierto límite.

Se aplicarán al receptor dos señales a la misma frecuencia a través de una red que garantice la adaptación de impedancias. La señal útil se modulará normalmente, y la interferente se modulará con una frecuencia de 400 Hz y una desviación igual al 60 % de la máxima. El nivel de la señal interferente se aumentará gradualmente hasta que la relación SINAD se degrade 6 dB, bajando de 20 dB a 14 dB, con filtro sofométrico. La **relación de protección** será el valor del nivel de la interferente respecto de la señal útil, $P_{\text{interferente}} - P_r$, expresado en dB.

La relación de protección debe ser mejor que -8 dB. Esta especificación se alcanza debido al efecto de captura que posee la demodulación de FM.

La presente norma garantiza una recepción nítida aún en presencia de una interferencia fuerte en el canal.

Selectividad respecto al canal adyacente Es una medida de la capacidad del receptor para recibir una señal útil, sin que la degradación producida por otra señal modulada ubicada en el canal adyacente sea superior a un límite.

Las dos señales se aplicarán al receptor a través de un red de adaptación y la señal útil estará modulada normalmente. La señal interferente se situará en el canal adyacente superior, modulándose con 400 Hz y una desviación igual al 60 % de la máxima. Sin señal interferente, el nivel de la señal útil se ajustará al de la sensibilidad. Seguidamente se aplicará la señal interferente y su nivel se ajustará para que la relación SINAD caiga de 20 a 14 dB. Esta medida se repetirá para el canal adyacente inferior. La selectividad respecto al canal adyacente es igual al valor más bajo de la relación entre niveles de la señal útil y la interferente.

La selectividad debe ser superior a 70 dB (canalización de 25 kHz) o 60 dB (canalización de 12,5 kHz). Esta especificación se logra utilizando un filtrado exigente en la FI.

El equipo que cumple este requisito está protegido frente a la presencia de una portadora separada un canal.

Protección contra las respuestas parásitas Mide la aptitud del receptor para discriminar la señal útil modulada de cualquier otra frecuencia interferente.

Se aplicará la señal útil con la modulación normal y con el nivel de la sensibilidad. Seguidamente se aplicará la señal interferente con una modulación a 400 Hz, con una desviación del 60 % de la máxima, y con un nivel 86 dB/1 μ V, variando su frecuencia entre 100 kHz y 2000 MHz. En cada una de las frecuencias para las que se produzca respuesta, el nivel de entrada de la señal interferente se ajustará hasta que la SINAD caiga de 20 dB a 14 dB. La relación entre el nivel de la señal interferente y el de la señal útil, en dB, es la protección contra las respuestas parásitas.

El valor de la protección debe ser superior a 70 dB. Este valor se alcanza con un filtrado adecuado en RF y FI, y una planificación correcta de las frecuencias de FI, LO y RF.

Esta especificación garantiza que señales espurias presentes no interfieran en la recepción.

Protección contra la intermodulación Mide la aptitud del receptor para reducir el efecto de las señales producidas por la presencia de dos o más portadoras en otros canales en las cercanías del canal útil.

Se conectarán al receptor dos generadores *A* y *B* a través de una red que garantice la adaptación de impedancias. Inicialmente solo se aplicará al receptor la señal *A* con

la frecuencia nominal y la modulación normal, ajustándose su nivel al de la sensibilidad. A continuación, el generador *A* se separará de la frecuencia nominal en dos canales adyacentes, y se aplicará *B* sin modular y a una separación de frecuencias respecto a *A*, igual que la separación de *A* respecto a la frecuencia nominal. Los niveles de ambas señales se mantendrán iguales y se incrementarán gradualmente hasta que la relación SINAD sea nuevamente de 20 dB, con filtro sofométrico. La relación de protección contra la intermodulación será la relación entre los valores de los niveles de los generadores, expresados en dB, y el nivel inicial de *A*. La medida se realizará tanto para los canales superiores como inferiores (véase la Figura 6.6).

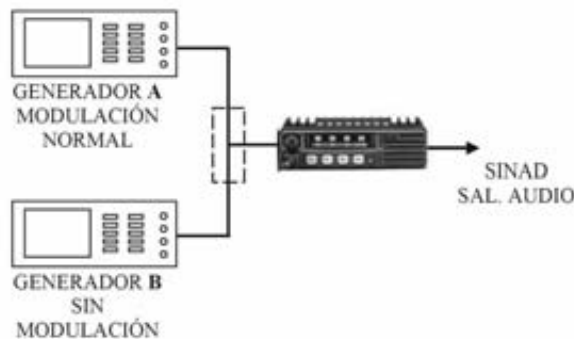


Figura 6.6. Protección contra la intermodulación.

La protección contra la intermodulación no debe ser inferior a 70 dB. Esta especificación depende de la linealidad de la etapa de amplificación de RF y del mezclador.

Si se satisface este requisito, el equipo soportará la presencia de señales interferentes fuertes en los canales adyacentes.

Bloqueo o desensibilización Es una variación de la potencia útil a la salida del receptor, o una reducción de la SINAD, como consecuencia de la presencia de una señal interferente.

Se aplicarán dos señales al receptor a través de un red de adaptación y la señal útil estará modulada normalmente. Sin señal interferente, el nivel de la señal útil se ajustará a un valor de fem de 6 dB/1 μ V y la potencia de salida de la señal moduladora se ajustará al 50 % del valor nominal. Seguidamente se aplicará la señal interferente sin modular y con una frecuencia que variará entre -10 y -1 MHz, y entre 1 y 10 MHz, respecto a la frecuencia nominal del receptor. Su nivel se ajustará para que la relación SINAD caiga de 20 a 14 dB, o para que el nivel de la salida caiga 3 dB. El nivel más bajo que produzca una de las dos condiciones anteriores es el nivel de bloqueo.

El nivel de bloqueo no debe ser inferior a 90 dB respecto a 1 μ V. En este valor influye la linealidad del amplificador de RF y del mezclador.

Con esta característica se garantiza que el receptor sea capaz de funcionar correctamente aún en presencia de una señal próxima fuerte.

6.3.2. Características del receptor en audiofrecuencia (o calidad del servicio o de la recepción)

Las principales características de este receptor son:

Respuesta del receptor en audiofrecuencia Indica las variaciones del nivel de la señal de audiofrecuencia en función de la frecuencia moduladora.

Se aplica a la entrada una señal de RF con un nivel de 60 dB/1 μ V. Se ajustará la salida de audio a una potencia de al menos el 50 % de la nominal cuando la modulación sea la normal. Seguidamente se bajará la desviación de frecuencia al 20 % de la máxima admisible, variando la frecuencia moduladora entre 300 y 3 000 Hz (300 y 2 550 Hz en canalización de 12,5 kHz) (ver la Figura 6.7).

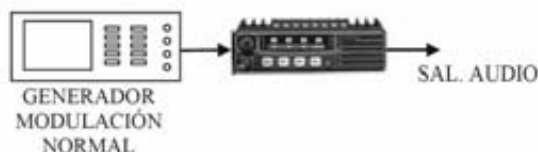


Figura 6.7. Medida de la respuesta del receptor en audiofrecuencia.

En receptores para FM la característica será constante y no se apartará del valor a 1 000 Hz en más de $+1/-3$ dB (ver Figura 6.8a). En receptores para PM la característica del nivel de salida variará decreciendo en amplitud a razón de 6 dB/octava a partir del punto a 1 000 Hz, y no se apartará en más de $+1/-3$ dB (ver Figura 6.8b). La medida se suele repetir para una frecuencia separada de la nominal una cantidad igual a mitad de la tolerancia. Esta respuesta se consigue con un demodulador suficientemente lineal de FM y una red de deénfasis bien diseñada.

Con esta respuesta se ecualiza la salida de audio de forma que se escuche sin distorsión la señal de voz.

Distorsión armónica Se define como la relación entre la tensión eficaz de todos los armónicos de la señal de salida y la tensión eficaz total de la misma. Se expresa en tanto por ciento. Se aplican a la entrada señales de 60 dB/1 μ V y 100 dB/1 μ V, y la salida se mide sobre una carga resistiva que simule la real del receptor.

En receptores de PM la entrada se modulará normalmente y se medirá la distorsión armónica. La medida se repetirá para las frecuencias moduladoras de 300 y 500 Hz,

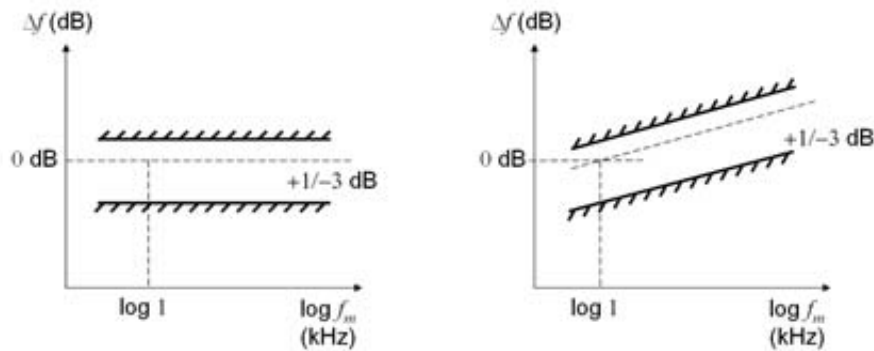


Figura 6.8. Respuesta en audiofrecuencia de los receptores de FM y de PM.

manteniendo constante el índice de modulación. En receptores de FM, es la desviación de frecuencia la que se mantendrá constante.

La distorsión armónica no será superior al 10 % en ningún caso. El parámetro a controlar será la linealidad del demodulador de FM y del amplificador de audiofrecuencia.

La especificación garantiza una señal de calidad aceptable para el servicio.

Ruido y zumbido del receptor Se define como la relación entre la potencia de audiofrecuencia del ruido y zumbido, y la potencia de audiofrecuencia producida por una señal útil, expresada en dB.

Se aplica a la entrada una señal útil de 30 dB/1 μ V modulada normalmente y se medirá la señal de salida sobre una carga de audio conectada a través de un filtro sifonómico, ajustando el receptor para una potencia igual a la nominal. Seguidamente se cortará la modulación y se medirá la potencia de ruido.

La relación entre ambos no será superior a -40 dB. El demodulador debe ser suficientemente silencioso para alcanzar esta especificación.

El receptor que cumpla esta característica será capaz de recibir sin introducir excesivo ruido a la salida.

6.4 RESPUESTAS ESPURIAS

En receptores superheterodinos se realiza la multiplicación de la señal modulada y la portadora del oscilador local, y se generan las mezclas $|f \pm f_0|$, una de las cuales se selecciona como frecuencia intermedia mediante un filtro de FI. Si se selecciona $f_{FI} = f + f_0$, una señal en $f_s = f_0 + f_{FI}$ también produce una salida en el mezclador igual a la FI, debida al producto de la diferencia con f_0 . Si se selecciona $f_{FI} = f - f_0$, una

señal en $f_s = f_0 - f_{FI}$ también produce una salida en el mezclador igual a la FI, debida al producto de la diferencia con f_0 . En cada caso aparece una segunda frecuencia, bien por encima, bien por debajo del oscilador local, que genera un producto en la frecuencia intermedia y que, por tanto, debe filtrarse suficientemente si deseamos que no interfiera en la recepción de la señal moduladora.

Pero además de éstos, se generan productos debidos a las mezclas de todos los órdenes de cada frecuencia, la señal espuria recibida y la portadora del oscilador local, cuyas frecuencias se pueden predecir con exactitud mediante la ecuación $|mf_s \pm nf_0| = f_{FI}$. Cuando solo se consideran frecuencias positivas, las frecuencia espurias satisfacen tres ecuaciones:

$$\begin{aligned}nO + mS &= 1 \\nO - mS &= 1 \\-nO + mS &= 1\end{aligned}\tag{6.1}$$

donde $O = f_0/f_{FI}$ y $S = f_s/f_{FI}$.

Cuando $n = m = 1$, la frecuencia es la deseada, y solo una de las anteriores ecuaciones se aplicará, según se haga la mezcla en el receptor. Así para la señal que se desea recibir se debe cumplir una de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}O + S &= 1 \\O - S &= 1 \\-O + S &= 1\end{aligned}\tag{6.2}$$

Como $f_{FI} = f_0 - f_{RF}$ y $R = f_{RF}/f_{FI}$, entonces $O = 1 + R$. Sustituyendo en $nO - mS = 1$, se tiene $mS = nR + n - 1$.

6.5 CARACTERÍSTICAS DE LOS TRANSCEPTORES DIGITALES MODERNOS

Tal como se ha visto, en una comunicación analógica la señal a la salida del receptor sufre una degradación gradual de su SINAD en la medida que disminuye el nivel de la señal de RF recibida. Por el contrario, en un transceptor digital la señal de voz pasa de escucharse con un nivel de recepción adecuado a dejar de escucharse si este nivel de RF baja de un determinado umbral y no experimenta esa degradación gradual de los transceptores analógicos.

Por otra parte, en los transceptores digitales de los sistemas de comunicaciones modernos se emplean codificadores de voz y ya deja de tener sentido el medir la calidad de la comunicación a partir de la relación SINAD. Es inmediato deducir que hay que medir la calidad en términos de la BER (o algo parecido). Existen también otras diferencias

respecto a los sistemas analógicos, como por ejemplo que la potencia no puede medirse en transmisión continua si la transmisión es TDMA, como es el caso del sistema de global de comunicaciones móviles GSM.

Para probar la calidad del equipamiento de un sistema de comunicaciones moderno es necesario utilizar un banco de laboratorio específico. Este banco de laboratorio puede estar compuesto por un ordenador dotado de software apropiado, un “transmisor” (consistente en un generador de señales de comunicaciones que además contenga las unidades de señalización) para caracterizar equipos receptores, y un “receptor” (que consiste básicamente en un conversor a FI y una tarjeta de adquisición con una frecuencia de muestreo suficientemente alta) para caracterizar equipos transmisores.

De forma general se puede emplear una figura de mérito para las señales de comunicaciones inalámbricas digitales: la magnitud del vector error (EVM). La EVM se define a partir de la diferencia entre la forma de onda de referencia y la forma de onda recibida (o medida en el banco de laboratorio). El intervalo de medida es una ranura temporal definida en el estándar correspondiente, p. ej. la ranura GSM o la del comienzo del canal de sincronización (SCH) en UMTS. Si se denota e_n al error entre la señal medida \hat{z}_n y la señal de referencia s_n en el instante n , entonces la raíz del valor cuadrático medio de EVM es

$$EVM_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_n |\hat{z}_n - s_n|^2}{\sum_n |s_n|^2}} \quad (6.3)$$

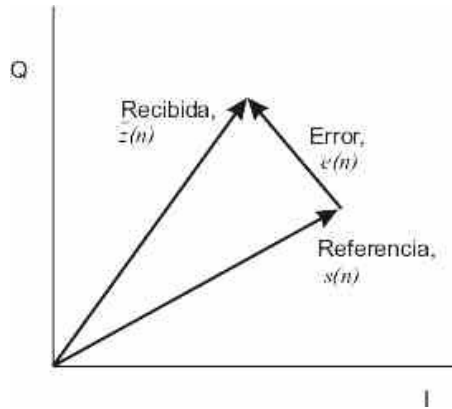


Figura 6.9. Representación del error de una señal de comunicaciones digitales.

6.5.1. Características de los transmisores digitales

Al igual que en el caso de los transmisores de FM, dos de las características que hay que medir son la potencia del transmisor y el error en frecuencia. Sin embargo, no se puede hacer de la misma forma que en los métodos convencionales para transceptores analógicos puesto que el formato digital obliga en muchos casos a medir en ráfagas (por

ejemplo, si se utiliza el acceso TDMA). En ese caso para el cual las estaciones móviles (MS) y las estaciones base (BS) no transmiten señales no moduladas (en CW), no se puede medir la potencia con un metro de potencia estándar ni el error en frecuencia con un frecuencímetro. Una solución consiste en utilizar conversores analógico-digitales, y procesadores tanto para calcular directamente la potencia de la señal de RF a partir de la señal recuperada después de la demodulación como el error en frecuencia.

Medida del error de fase y del error de frecuencia

Una de las diferencias de los sistemas móviles digitales respecto de los analógicos es la necesidad que tienen de sincronización entre los equipos terminales. Los transceptores de las estaciones base (BS) toman una referencia de frecuencia a partir del reloj de la red fija. En el caso de las estaciones móviles (MS), éstas deben ser capaces de sincronizarse con las BS y esta capacidad es una de las funciones que se deben evaluar.

En los transmisores digitales se introduce la evaluación de el error de fase, un nuevo parámetro que indica la habilidad de la MS para sincronizarse y mantenerse enganchada en frecuencia. Ambas medidas, la de fase y la de frecuencia, se realizan simultáneamente ya que esta última, la medida del error de frecuencia, se hace mediante el cálculo a partir del error de fase. Por ejemplo, en GSM se registra la trayectoria de fase de una ráfaga y a partir de esta trayectoria se recuperan los bits que han sido transmitidos. Como la modulación es de tipo MSK, esta información se relaciona directamente con el cambio de fase cuya medida puede hacerse con suficiente precisión si la señal de RF se muestrea al doble de la frecuencia de reloj, o sea a $2 * 270 \text{ kHz} = 540 \text{ kHz}$. Una vez que se han estimado los bits transmitidos, se calcula la trayectoria de la fase y se compara con la correspondiente medida de la fase en el receptor, tal como se muestra en la Figura 6.10a. La trayectoria recuperada está dibujada en línea discontinua y la medida en línea continua.

La fase recibida se mide afectada por una componente aleatoria debida al ruido AWGN más una variación lineal provocada por la diferencia de frecuencias entre el receptor y el transmisor. Esa diferencia se muestra en la Figura 6.10b con una línea continua y sirve para calcular según el criterio de mínimos cuadrados la recta de regresión que mejor se ajusta. La pendiente de esta recta proporciona una medida del error de frecuencia respecto al transmisor.

Medida de la potencia

Además de medir la potencia de la forma que habitualmente se hace en los transmisores analógicos, en el caso de los transmisores digitales debemos considerar medidas asociadas al valor pico instantáneo de la transmisión, a la máscara temporal a la que se debe ajustar y la adecuada aparición temporal de la ráfaga en los sistemas TDMA. Una representación de dicha máscara puede observarse en la Figura 6.11.

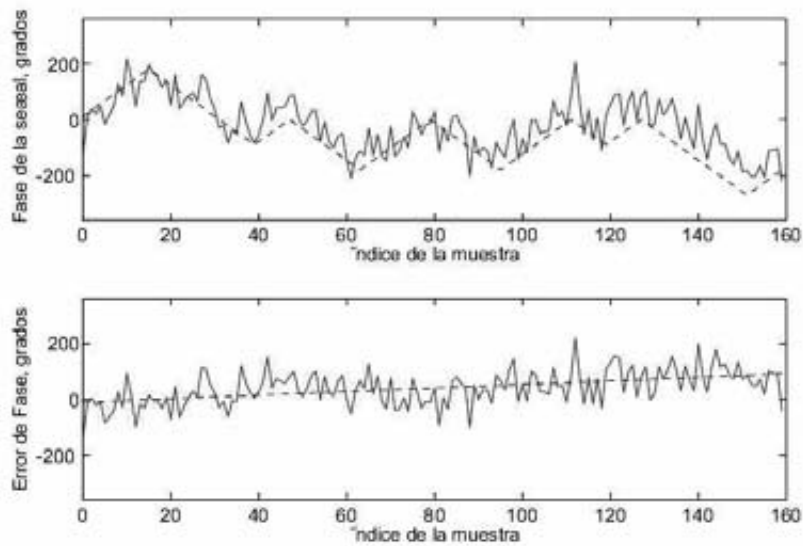


Figura 6.10. Error de fase y de frecuencia.

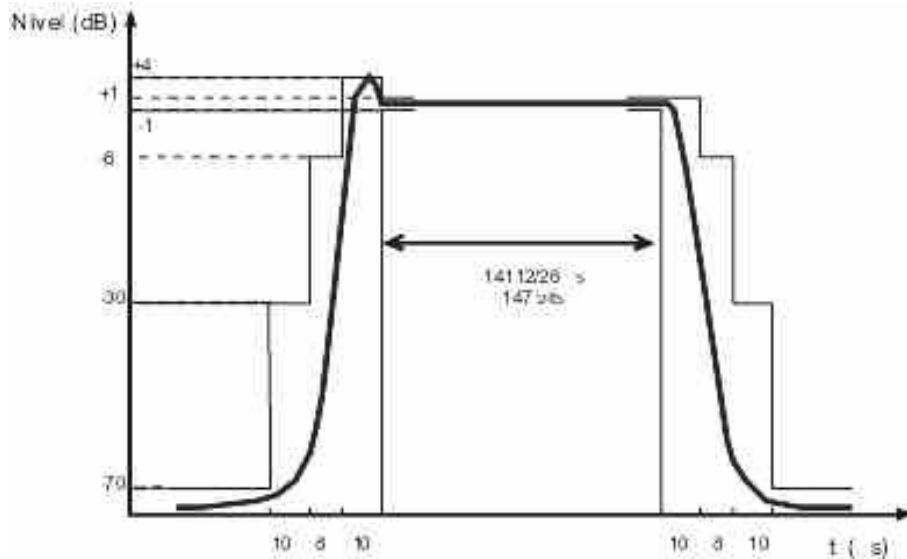


Figura 6.11. Máscara de la ráfaga GSM.

Potencia pico. Los modernos sistemas de comunicaciones móviles controlan la potencia transmitida de manera que en las comunicaciones con móviles que se encuentren más cerca de la estación base se hace innecesario transmitir con la máxima potencia. Ca-

da uno de los niveles de potencia a los cuales se puede ajustar el transmisor debe ser verificado.

Máscara de Potencia. En el caso de acceso TDMA, la transmisión del móvil se realiza en forma de ráfagas que deben cumplir determinados requisitos. Por ejemplo, no deben solaparse con las ráfagas de otros móviles que les preceden temporalmente ni con los que transmiten inmediatamente después. El nivel de potencia debe permanecer dentro de ciertos límites durante el intervalo de tiempo correspondiente al período de la trama y esa será la duración de la ráfaga. Además se dota de un período de guarda que se reserva para los intervalos de ascenso y de descenso de la característica de potencia. En el caso de la ráfaga de GSM que se representa en la Figura 6.11, puede observarse que hay un tiempo de guarda equivalente a 8,25 períodos de bit para evitar la superposición de ráfagas y que el nivel es máximo durante más de 148 bits, que es el número de bits que componen una ranura temporal de la trama GSM.

Tiempo de ráfaga. Los móviles que se encuentran más alejados de la BS deberán adelantar su transmisión para compensar el retardo que se produce por la duración de la propagación de la señal de RF en el espacio libre (la velocidad de propagación es la de la luz, que es muy grande pero no infinita). El tiempo de inicio de la ráfaga debe ser ajustado de forma precisa para que el mencionado retardo sea debidamente compensado.

Medida del espectro

Al igual que el analógico, el transmisor digital emite también señales espurias fuera de la banda asignada que pueden interferir a otros usuarios. Por tal razón es necesario controlar también la potencia que se emite fuera del radiocanal y para eso nos podemos ayudar de una medida con el analizador de espectros.

Un primer grupo de contenido espectral no deseado se debe a causas tales como la modulación por una señal aleatoria, las emisiones transitorias si hay saltos de frecuencia (*Frequency-Hopping* o FH), los intervalos de aparición y fin de las ráfagas en TDMA.

Otra fuente importante de emisiones espurias en las BS es la **intermodulación**. Entre las posibles causas de intermodulación una de las más importantes es debida a la ubicación cercana de transmisores potentes de otros servicios de radio que producen una inyección de señal en las etapas previas al amplificador de salida. En una BS del sistema GSM la caracterización del transmisor se realiza con la aplicación de una señal interferente con una potencia 30 dB inferior que la nominal y es necesario comprobar que no genera un nivel de intermodulación superior a un límite en la banda de recepción. Una representación del espectro en esta prueba puede observarse en la Figura 6.12.

La intermodulación es también generada por la no linealidad de las últimas etapas comunes a varios transmisores pertenecientes a la BS. Nótese que las MS no se ven afectadas por la intermodulación.

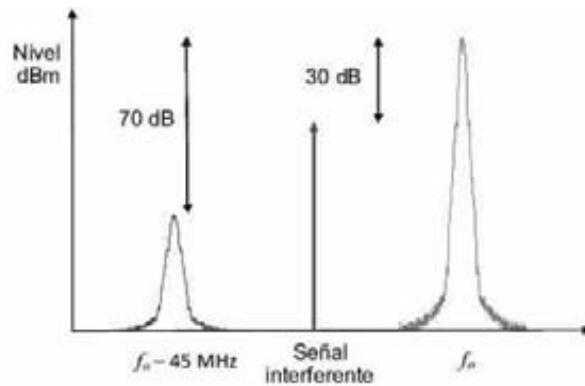


Figura 6.12. Intermodulación en una estación base.

6.5.2. Características de los receptores digitales

La caracterización de los receptores digitales no puede hacerse de la misma forma que en el caso de los analógicos. Por ejemplo, no tiene sentido cuantificar la sensibilidad utilizando la SINAD porque en un receptor digital la señal de voz pasa por un codificador de fuente que la transforma en una secuencia de bits. Hay que recurrir a la contabilización de los errores que se producen en presencia de una señal débil para determinar la calidad del receptor, es decir a la tasa de bits erróneos o BER.

BER: se aplica a la entrada del receptor una señal modulada digitalmente con una secuencia de bits conocida. Los bits detectados son comparados con la secuencia original y se determina tanto el número de errores como la tasa de error.

BER residual o RBER: se calcula mediante un procedimiento análogo, pero considerando solo las tramas de bits que han sido corregidas con éxito por el codificador de canal. En esas tramas hay bits menos importantes que no han sido protegidos por el codificador de canal y pueden haberse detectado con errores y pasar al vocoder, p. ej. los bits de la clase II en GSM.

Tasa de rechazo de trama o FER: es una medida del número de tramas que se suprimen porque la cantidad de bits importantes erróneos es excesiva.

Medida de la sensibilidad

Define la habilidad del receptor para demodular y decodificar correctamente la información transmitida aún en el caso de que la señal de RF sea débil. Se puede hacer midiendo la RBER y la FER simulando en laboratorio diferentes condiciones de propagación, como son un entorno urbano, montañoso, rural, etc.

Rechazo a una señal cocanal

Es una característica similar al caso analógico y evalúa la capacidad de recibir correctamente la información incluso en presencia de otra señal interferente en el mismo radio-canal. La evaluación de la robustez del receptor se realiza inyectando la señal deseada al receptor, el cual debe recibir correctamente la secuencia transmitida aún en presencia de una señal interferente que tendrá una modulación GMSK y con un nivel de hasta 9 dB por debajo de la señal deseada (ver Figura 6.13).

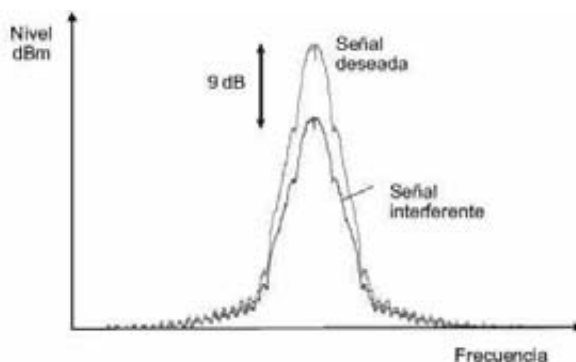


Figura 6.13. Interferencia cocanal.

Rechazo a una señal en el canal adyacente

Es una característica similar a la anterior, pero en este caso la señal interferente se encuentra situada en el canal adyacente inmediato o en el siguiente. En GSM esto significa una señal situada 200 o 400 kHz por encima o debajo de la frecuencia nominal del receptor, pero además en una ranura temporal adyacente (en GSM cada ráfaga se transmite dentro de una ranura temporal), simulándose de esta forma la situación de una BS con un segundo transmisor en el peor de los casos. La situación se muestra en la Figura 6.14

Rechazo a la intermodulación

Es una característica que al igual que en los receptores analógicos mide la linealidad del receptor a partir de su habilidad para no generar productos de intermodulación con niveles altos. En la prueba se inyectan las señales de dos generadores con el mismo nivel, situándose el primero en el cuarto canal adyacente y sin modular. El segundo modulador se sitúa en el octavo canal adyacente y modulado con formato GMSK. De esta forma, el producto de intermodulación aparece justamente en el canal útil y su nivel no interfiere la recepción de la señal deseada. El nivel de los generadores debe estar al menos 58 dB por encima de el nivel de la señal deseada.

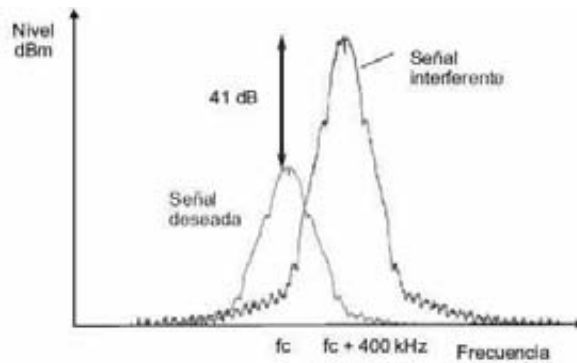


Figura 6.14. Interferencia en el canal adyacente.

6.6 EJEMPLO DE TRANSMISOR Y RECEPTOR

En las siguientes figuras se muestran los esquemáticos de las diferentes etapas de un radioteléfono de FM desarrollado por un equipo de ingenieros de radio, del cuál el autor fue responsable durante los años 1981 y 1982.

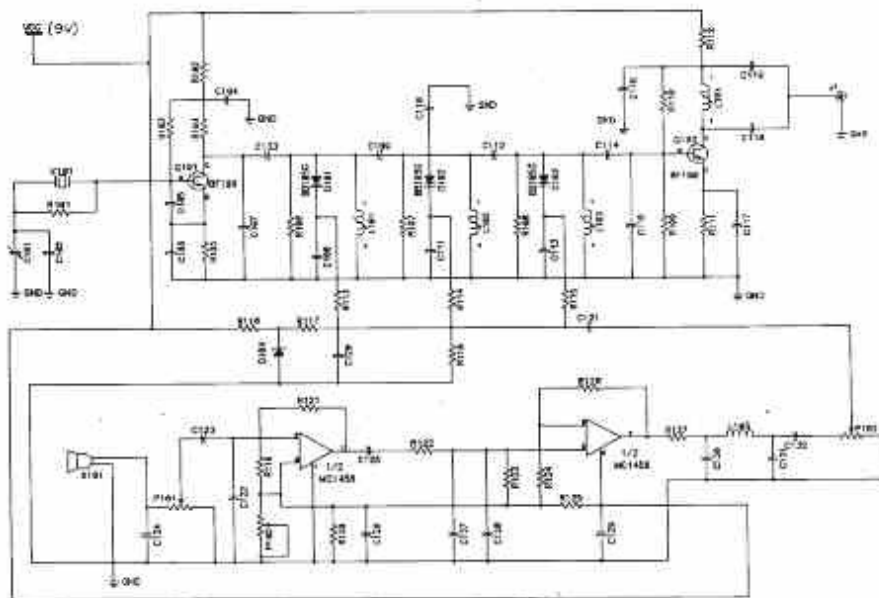


Figura 6.15. Etapas de entrada de audio y modulador de fase.

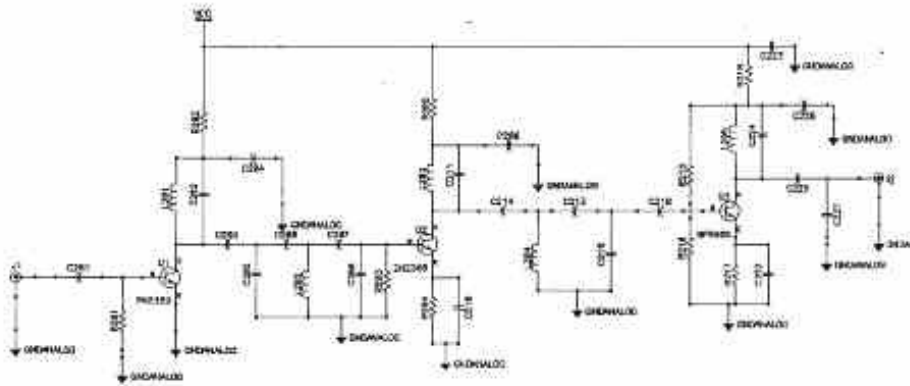


Figura 6.16. Etapas de salida del transmisor. Multiplicadores y pre-amplificador.

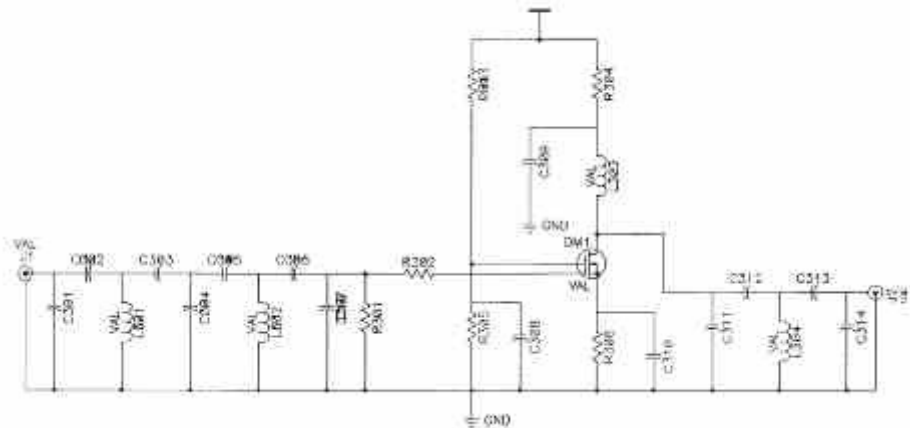


Figura 6.17. Etapas de entrada del receptor. Amplificador de bajo ruido.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

- 6.1.** Dibuje el esquema en bloques de un receptor superheterodino de simple conversión y explique la función de cada bloque. Exponga las ventajas e inconvenientes de utilizar un amplificador de RF.
- 6.2.** Con relación al receptor superheterodino del ejercicio anterior,

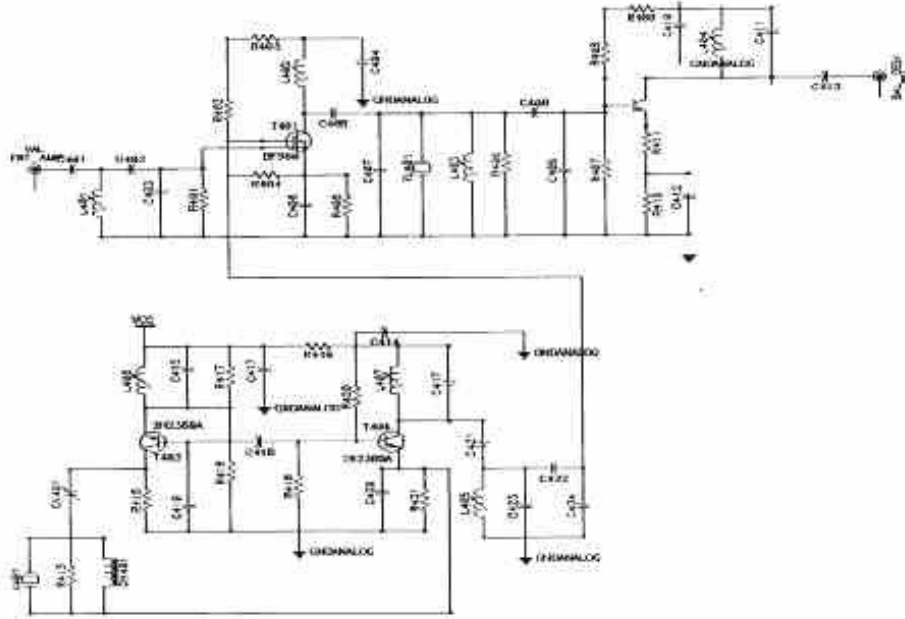


Figura 6.18. Primer oscilador local, mezclador y etapa de primera frecuencia intermedia.

- a) Enumere cinco frecuencias que puedan producir una respuesta parásita en este receptor y explique por qué.
 - b) Para cada una de las frecuencias del apartado anterior, explique la forma de minimizar la intensidad de la respuesta espuria.
- 6.3.** Diga si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: *La selectividad de un receptor, respecto al canal adyacente mide su protección contra las señales generadas por la presencia de dos portadoras en canales adyacentes consecutivos.*
- 6.4.** Explique qué medidas tomaría para minimizar la emisión de frecuencias no esenciales de un transmisor.
- 6.5.** Suponga una estación base del sistema GSM. Determine la distancia mínima a la que debe situarse una estación base de iguales características y que transmita a la misma frecuencia suponiendo propagación en el espacio libre. Compárela con la que se obtiene si se considera un modelo de tierra plana.
- 6.6.** ¿Cómo aumentaría la protección de un receptor contra las señales generadas por la presencia de dos portadoras en canales adyacentes consecutivos, mejorando su selectividad respecto al canal adyacente o mejorando su punto de intercepción?

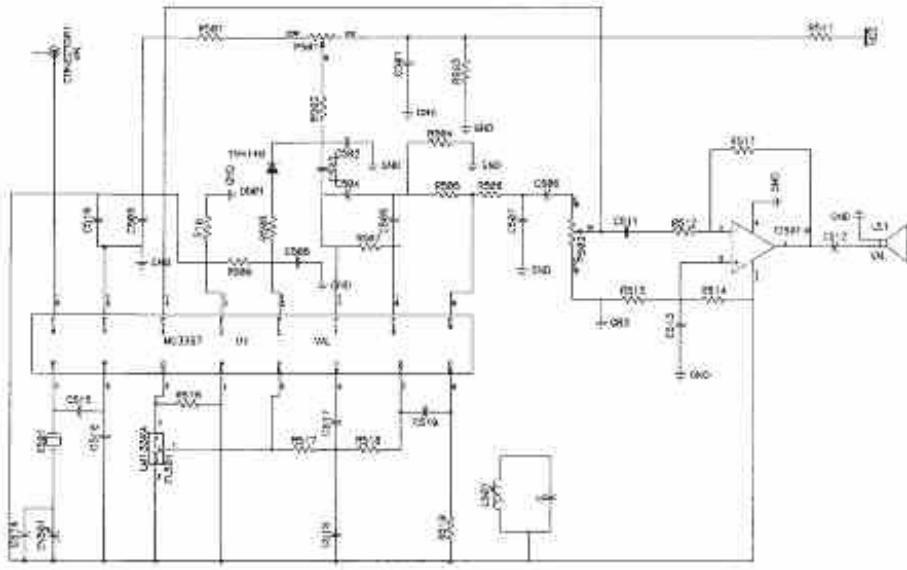


Figura 6.19. Circuito integrado con el segundo oscilador local, mezclador, etapa de segunda frecuencia intermedia y detector de cuadratura.

- 6.7.** El ancho de banda de una señal de FM se puede estimar mediante la ley de Carson en función del índice de modulación, $\beta = f/f_m$. Suponga que una señal de FM tiene una densidad espectral de potencia dada por

$$S(f) = \frac{P_T}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(f-f_0)^2/(2\sigma^2)} \quad (6.4)$$

(considere solo frecuencias positivas) y pasa por un filtro ideal de ancho igual a B . Halle la relación σ/f_m que hace que la potencia a la salida sea un determinado porcentaje p de la potencia total P_T . *Sugerencia:* Puede expresar la relación utilizando la definición de la función error:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (6.5)$$

- 6.8.** Se desea diseñar un emisor PM (modulación de fase) con una portadora en 150 MHz. La desviación máxima de frecuencia no debe exceder los 5 kHz y la señal a transmitir es de voz con una banda entre 0,3 y 3 kHz. Se dispone de un modulador de fase lineal, diseñado para trabajar entre 10 y 15 MHz, que desvía 10° cuando tiene en su entrada una señal sinusoidal de 2 V de amplitud. El esquema en bloques del transmisor es el de la Figura 6.20.

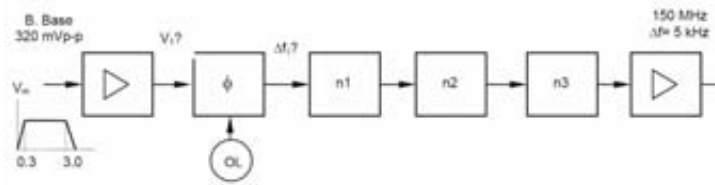


Figura 6.20. Transmisor de PM.

- a) Determine el valor de la multiplicación de frecuencia en cada etapa.
 - b) Halle la desviación de frecuencia que debe haber a la salida del modulador.
 - c) Si la señal de banda base tiene una característica plana en la banda, con 320 mVp-p, ¿qué ganancia, expresada en dB, deberá tener el amplificador? Comente las consecuencias que traería el aumento de esta ganancia. ¿Y si se disminuye?
 - d) Haga un gráfico en el que se represente esquemáticamente la desviación de frecuencia en transmisión vs. la frecuencia de modulación. ¿No se escuchará distorsionada la voz en el receptor? Explique detalladamente. ¿Tiene alguna ventaja adicional este tipo de emisión?
 - e) ¿Se puede emplear este transmisor en un sistema de 12,5 kHz de canalización? ¿En uno de 20 kHz? ¿Y en uno de 25 kHz? ¿Qué número de polos son necesarios en el filtro de FI del receptor, en cada caso, para garantizar una atenuación de 50 dB al canal adyacente?
- 6.9.** Se proyecta construir un radioenlace de microondas a 7,5 GHz que cubra un vano de 54 km entre las localidades A y B. El receptor tiene una sensibilidad de -79 dBm para una $BER < 10^{-6}$ y el transmisor emite una potencia de $+10$ dBm. Además se utilizan filtros duplexores que introducen 1,4 dB de pérdidas y guías de onda con una atenuación específica de 4,76 dB/100m. La antena parabólica de cada localidad está adaptada y tiene 37 dBi de ganancia. Suponga propagación en el espacio libre y diga si se garantiza en el receptor un nivel de señal igual o superior a la sensibilidad.
- 6.10.** El receptor de TV de la Figura 6.21 debe entregar al demodulador una FI con una frecuencia de 40 MHz y un ancho de banda de 6 MHz. El nivel máximo de señal a la entrada del mezclador será de 10 dBm y el oscilador (que se supone no ruidoso) tiene una salida de $+10$ dBm a 560 MHz. Se exige una especificación de 85 dB de protección contra todas las señales espúreas que puedan alcanzar el demodulador.

- a) ¿Cumpliría con la especificación este receptor?

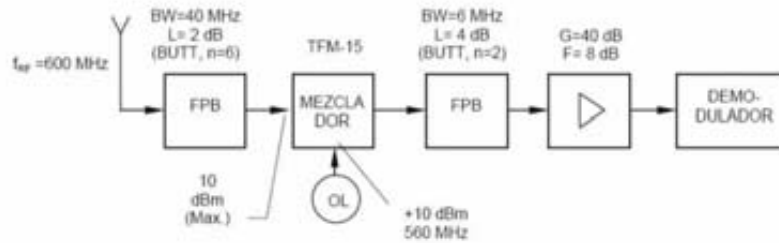


Figura 6.21. Receptor de TV.

- b) ¿Qué protección tiene contra la frecuencia imagen?
- c) ¿Qué sensibilidad podemos esperar del receptor si la SNR a la salida de la FI debe ser de 45 dB?

6.11. El receptor de FM de la Figura 6.22 está destinado a un sistema de telefonía celular analógica cuya canalización es de 12,5 kHz y se quiere comprobar si cumple las normas CEPT para este tipo de servicio.

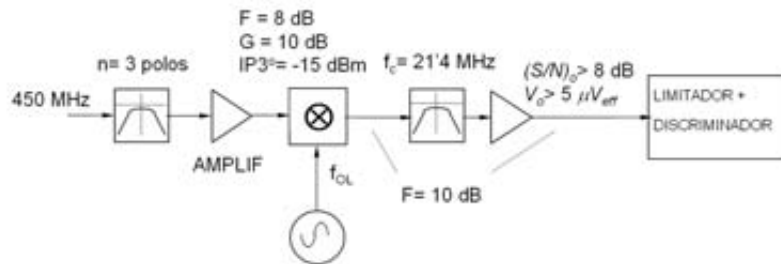


Figura 6.22. Receptor UHF de Telefonía Móvil.

- a) Calcule el ancho de banda del filtro de RF para asegurar la característica de protección contra respuestas parásitas con un margen de seguridad de 10 dB.
- b) Calcule el número mínimo de polos del filtro de FI que garantiza la selectividad respecto al canal adyacente, con un margen de 10 dB.
- c) Calcule la sensibilidad del receptor si a la entrada del limitador debe haber una relación señal a ruido superior a 8 dB y además una tensión eficaz de 5 μV , como mínimo.

- d)* Calcule la protección contra la intermodulación y compruebe si se cumple la norma.
- e)* Calcule los incisos c) y d) si en la entrada se intercala un amplificador con $G = 10$ dB, $F = 2$ dB y un punto de intercepción de $+15$ dBm (a la salida).