

3. Testes de Hipóteses

ANADI

Licenciatura em Engenharia Informática

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Ano letivo 2018/2019

Testes de Hipóteses

Um **teste de hipóteses** ou **teste estatístico** é um processo estatístico usado para se tirar uma conclusão do tipo sim ou não sobre o parâmetro (ou parâmetros) de uma (ou mais) populações, a partir de uma (ou mais) amostras dessas populações.

Uma **hipóteses estatística** é uma conjectura sobre a distribuição de uma ou mais populações.

O teste de hipóteses consiste em formular duas hipóteses sobre esse(s) parâmetro(s) e averiguar se são ou não aceitáveis:

- **H_0 : Hipótese nula** é a hipótese que julgamos inverosímil (geralmente, contém $=$).
- **H_1 : Hipótese alternativa** é a hipótese que julgamos verosímil e que se pretende verificar (geralmente, contém $>$, $<$ ou \neq).

É sobre a hipótese nula (ou fundamental) que vamos tomar a decisão de rejeição ou não.

Testes

bilateral

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_1: \theta \neq \theta_0$$

unilateral à direita

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_1: \theta > \theta_0$$

unilateral à esquerda

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_1: \theta < \theta_0$$

Uma **estatística de teste** é uma função das observações amostrais cujo valor vai determinar a conclusão a retirar do teste estatístico. Por outras palavras, permite quantificar a informação contida na amostra de forma a optar-se entre as duas hipóteses estatísticas, H_0 e H_1 .

Os **valores críticos** determinam o conjunto de valores da estatística de teste que conduz à rejeição da hipótese nula. Este conjunto de valores denomina-se **região crítica**.

A **regra de decisão estatística** é o princípio que determina a conclusão a retirar (rejeitar ou não H_0) a partir da comparação do valor da estatística de teste com um ou mais valores críticos.

Um **erro de inferência** consiste em tirar a conclusão errada num teste estatístico a partir da informação contida na amostra.

Tipo de erro de inferência	H_0 verdadeira	H_0 falsa
Não rejeitar H_0	Decisão correta risco $1 - \alpha$	Erro tipo II risco β
Rejeitar H_0	Erro tipo I risco α Nível de significância	Decisão correta risco $1 - \beta$ Potência de teste

O **nível de significância** α ($0 < \alpha < 1$) é a probabilidade ou risco de se cometer um erro de tipo I, isto é,

$$\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ verdadeira}).$$

A **potência do teste** $1 - \beta$ ($0 < \beta < 1$) é a probabilidade ou risco de rejeitar H_0 quando H_0 é falsa, isto é,

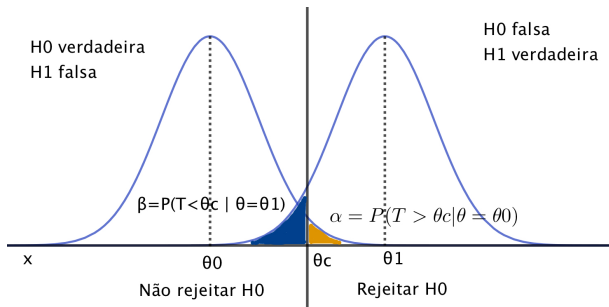
$$1 - \beta = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ falsa}).$$

Relação entre α e β

Vamos testar a hipótese:

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$H_1: \theta > \theta_0$$



Observações

- Alargar a região de não rejeição de H_0 , faz diminuir o risco α , mas aumenta o risco β .
- Aumentar o tamanho da amostra, diminui a variância da estatística de teste, reduzindo simultaneamente os riscos α e β .

Pressupostos

- A hipótese nula contém sempre uma igualdade, $H_0 : \theta = \theta_0$.
- A hipótese alternativa é da forma $H_1 : \theta > \theta_0$, $H_1 : \theta < \theta_0$ ou $H_1 : \theta \neq \theta_0$.
- A distribuição da estatística de teste é definida no pressuposto de que a hipótese nula é verdadeira.
- Se o valor da estatística de teste estiver na zona de rejeição da hipótese nula, H_0 , então o teste é conclusivo, i.e., aceitamos que H_1 é verdadeira.
- Se o valor da estatística de teste estiver na zona de não rejeição de H_0 , então o teste é inconclusivo, i.e., conclui-se que não há evidência para rejeitar H_0 .
- A regra de decisão é escolhida de forma a que $P(E_I) = \alpha$.

Metodologia dos testes

Usaremos duas metodologias para realizar um teste de hipóteses:

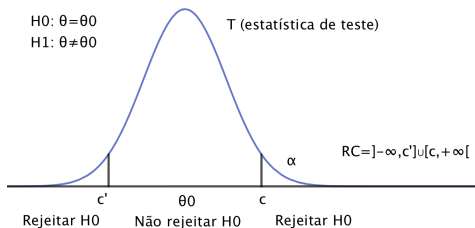
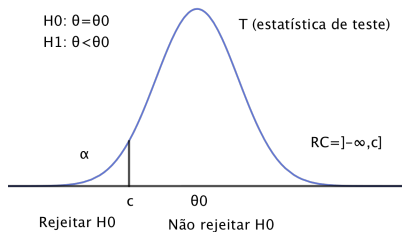
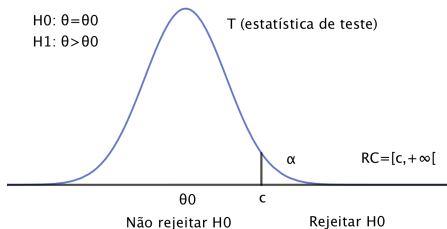
- Com base na região de rejeição (**Região Crítica**).
- Através do **valor de prova** (p -value).

Região crítica ($R.C.$)

Procedimento:

- 1 Identificar o parâmetro de interesse e formular H_0 e H_1 .
- 2 Especificar o nível de significância α .
- 3 Escolher a estatística de teste T com distribuição conhecida (supondo H_0 verdadeira).
- 4 Determinar a região crítica $R.C.$.
- 5 Calcular o valor da estatística de teste t_{obs} a partir dos dados da amostra.
- 6 Decidir rejeitar H_0 se t_{obs} estiver na $R.C.$; caso contrário, não rejeitar H_0 .

Tipos de teste vs Região crítica



Valor de prova (*p-value*)

O **valor de prova** é o menor nível de significância que nos conduz à rejeição de H_0 com a amostra observada.

Assim, o valor de prova é dado pela probabilidade da estatística de teste T tomar um valor mais desfavorável, na direção da rejeição, do que o valor observado $\hat{\theta}$, quando H_0 é verdadeira, ou seja,

- 1 valor- $p = P(|\hat{\Theta}| \geq \hat{\theta} | H_0 \text{ verdadeira})$, se o teste é bilateral;
- 2 valor- $p = P(\hat{\Theta} \geq \hat{\theta} | H_0 \text{ verdadeira})$, se o teste é unilateral à direita;
- 3 valor- $p = P(\hat{\Theta} \leq \hat{\theta} | H_0 \text{ verdadeira})$, se o teste é unilateral à esquerda.

Portanto, se o teste tem nível de significância α , então:

- 1 se valor- $p > \alpha$, então H_0 não é rejeitada;
- 2 se valor- $p \leq \alpha$, então H_0 é rejeitada.