FILTROS PASSIVOS
Parte II: Realização de Funções de Transferência por Funções de Acesso

Síntese de Circuitos – ENGC46

Professor: Maicon D. Pereira

Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação

Universidade Federal da Bahia

(Material original de autoria da Profª Ana Isabela Cunha)

UFBA
UNIVERSIDADE NOVA

Resumo

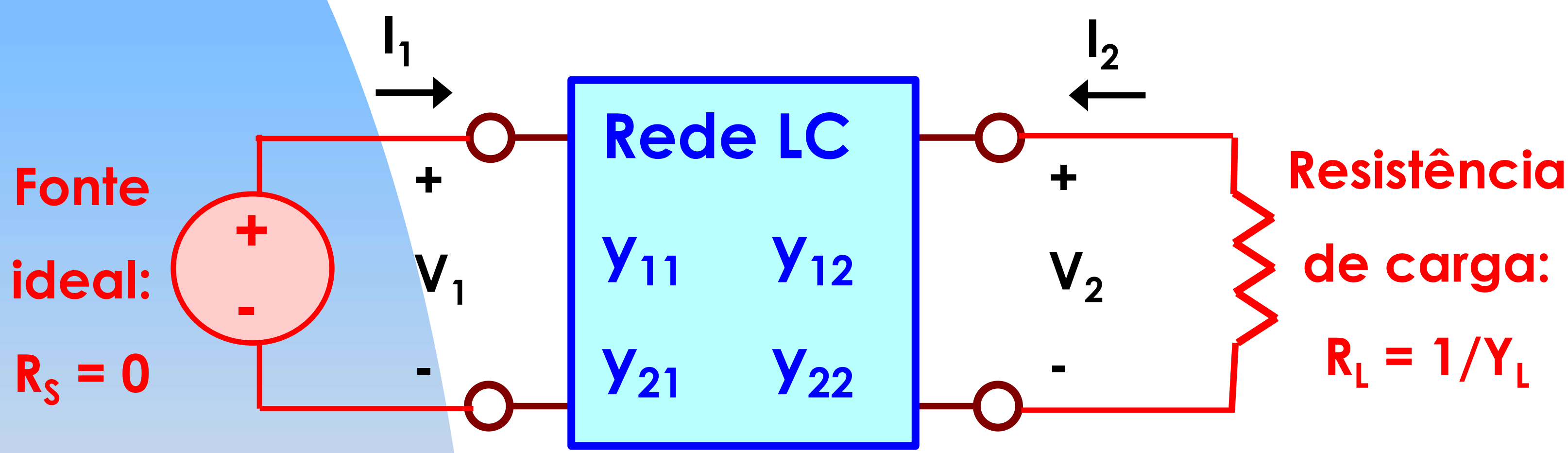
- Realização de funções de transferência por funções de acesso.
- Redes com terminação simples
- Redes com terminação dupla
- Sensibilidade

Realização de funções de transferência por funções de acesso

- Esta técnica consiste em realizar uma função de acesso de uma rede LC, ao mesmo tempo em que são realizados os zeros da função de transferência desejada.
- Deve ser escolhida uma arquitetura adequada da rede LC e deve-se levar em conta as terminações: resistências de fonte e de carga.
- Podemos dividir os procedimentos em dois casos:
    - Redes LC com terminação simples (só resistência de carga, sendo a fonte ideal)
    - Redes duplamente terminadas.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples representada pelo quadripolo de parâmetros admitância:

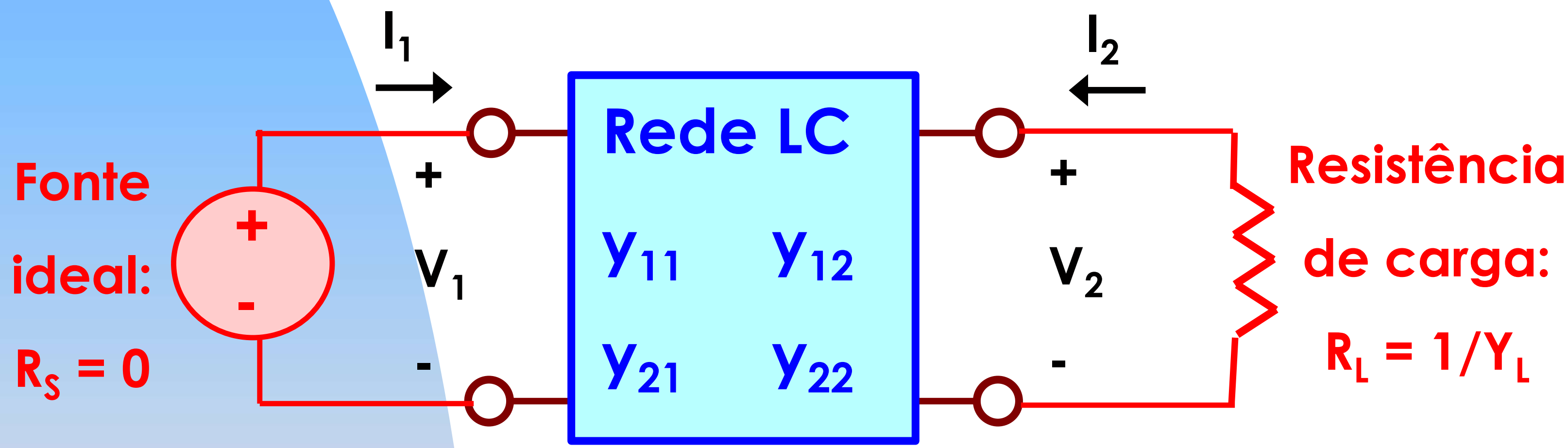


$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples representada pelo quadripolo de parâmetros admitância:



$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$ $\qquad$ $I_2 = -Y_L V_2$

$-Y_L V_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$

$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{y_{21}}{Y_L + y_{22}}$$

$$T(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{y_{21}}{Y_L + y_{22}} \quad \Rightarrow \quad T(s) = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{y_{21}/Y_L}{1 + y_{22}/Y_L}$$

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

<u>Não é</u> uma função de acesso!

$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$

É uma função de acesso!

- y_{21} e y_{22} têm o mesmo denominador.
- Se y_{22} é par-ímpar ou ímpar-par, pode-se mostrar que y_{21} é par-ímpar ou ímpar-par também.

$$\frac{y_{21}}{Y_L}=\frac{N_{21}}{D_{22}} \qquad \frac{y_{22}}{Y_L}=\frac{N_{22}}{D_{22}}$$

iguais

$$T(s)=\frac{V_2}{V_1}=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{N(s)}{D_I(s)+D_P(s)}=-\frac{y_{21}/Y_L}{1+y_{22}/Y_L}=-\frac{N_{21}}{D_{22}+N_{22}}$$

- **Para y_{22} par-ímpar:**

N_{22} é igual a parte par (termos em s com expoentes pares) do denominador de T(s): $D_P(s)$.

D_{22} é igual a parte ímpar (termos em s com expoentes ímpares) do denominador de T(s): $D_I(s)$.

- **Para y_{22} ímpar-par:**

N_{22} é igual a parte ímpar do denominador de T(s): $D_I(s)$.

D_{22} é igual a parte par do denominador de T(s): $D_P(s)$.

Como saber se y_{22} é par-ímpar ou ímpar-par?

- **Inspecionar numerador de $T(s) = N(s)/D(s)$. Lembrando que $N(s)$ coincide com o numerador de y_{21}/y_L: $N(s) = N_{21}(s)$ e y_{21} tem a mesma forma que y_{22}: par-ímpar ou ímpar-par, então:**

$N(s) = N_{21}(s)$ é ímpar $\Rightarrow$ **y_{22} é ímpar-par**

$N(s) = N_{21}(s)$ é par $\Rightarrow$ **y_{22} é par-ímpar**

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

Passo a passo: para obtenção e síntese da função de acesso $y_{22}(s)$ a partir de T(s).

1- Dada a função de transferência T(s) identificar se o numerador N(s) é par ou ímpar.

PAR

$$T(s) = \frac{N(s)}{D_I(s) + D_P(s)}$$

ÍMPAR

$$T(s) = \frac{N(s)}{D_I(s) + D_P(s)}$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

Passo a passo:

2- Construir a FA y_{22} utilizando a parte par e a parte ímpar do denominador de T(s), ou seja, $D_I(s)$ e $D_P(s)$:

PAR

par-ímpar

$$T(s) = \frac{N(s)}{D_I(s) + D_P(s)} \Rightarrow y_{22}(s) = Y_L \frac{D_P(s)}{D_I(s)}$$

ÍMPAR

ímpar-par

$$T(s) = \frac{N(s)}{D_I(s) + D_P(s)} \Rightarrow y_{22}(s) = Y_L \frac{D_I(s)}{D_P(s)}$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

Passo a passo:

3 - Conceber arquitetura para realizar y_{22} de modo a realizar os pólos e os ZEROS DE TRANSMISSÃO de T(s): na etapa anterior, $y_{22}(s)$ é construída a partir do denominador de T(s) e só garantiria a realização dos pólos de T(s) mas não os zeros.

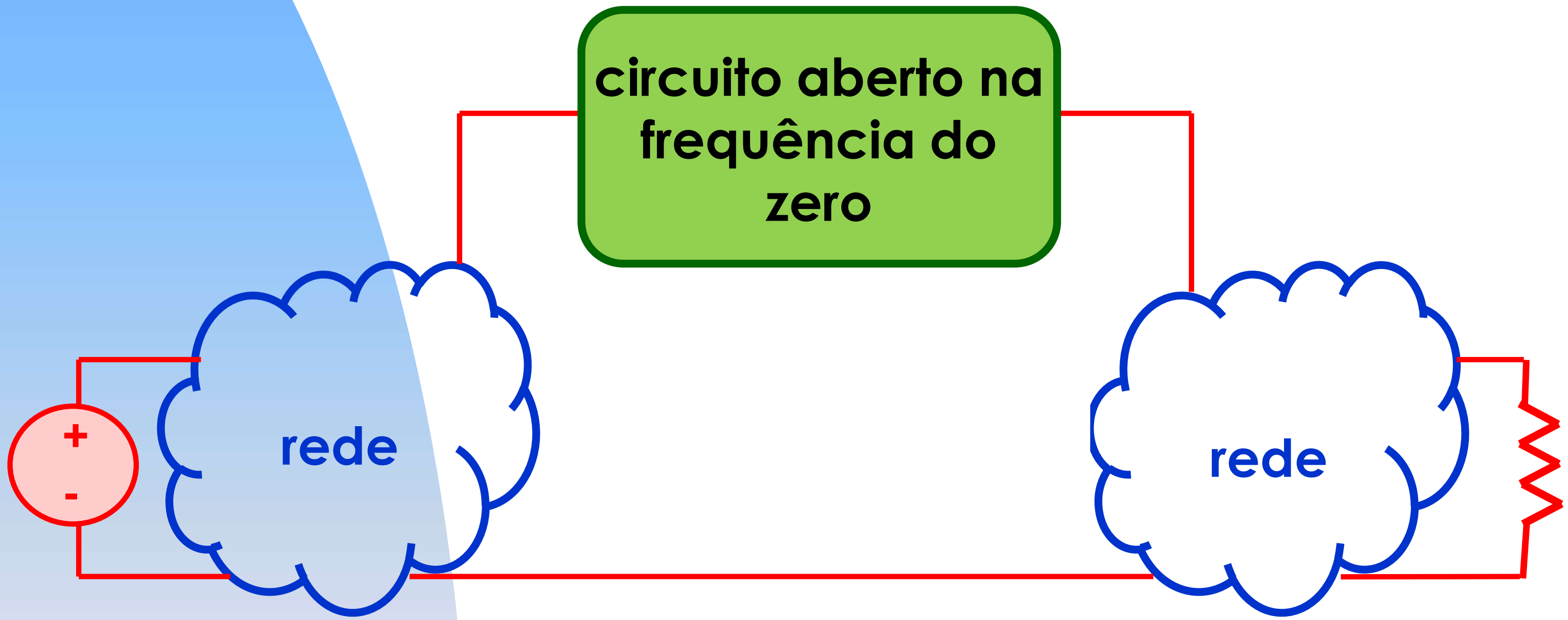
Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

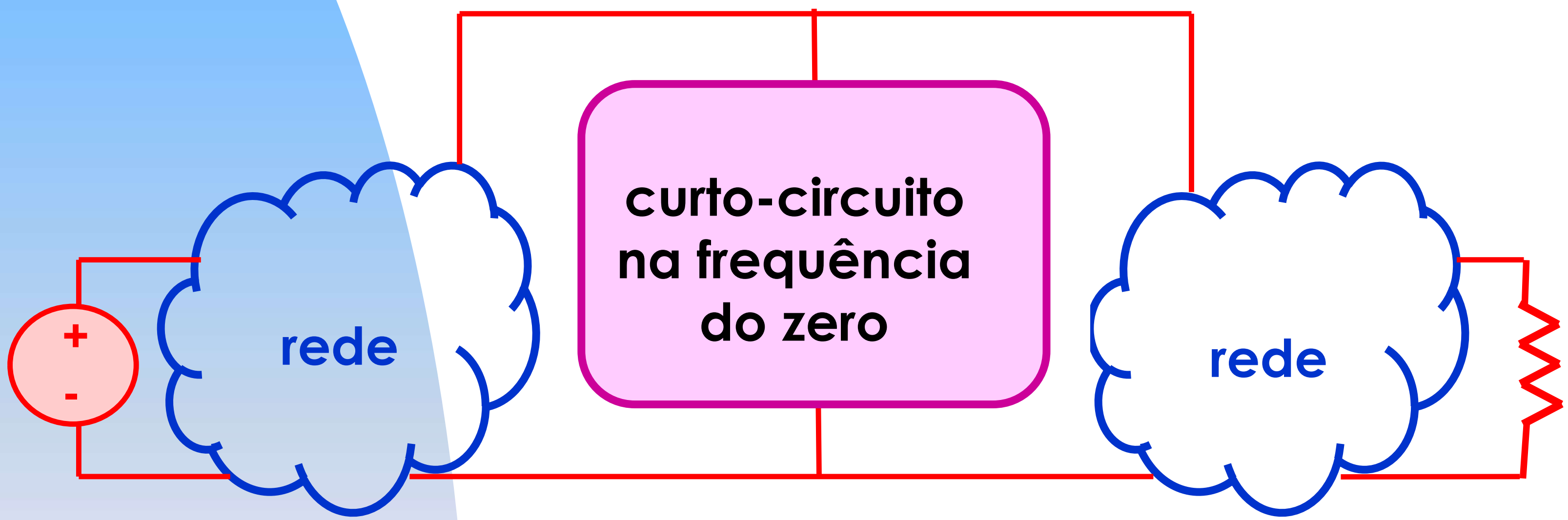
Passo a passo:

3.1 – Gerar ZEROS DE TRANSMISSÃO na origem ou no infinito: podem ser implementados por filtros passa-altas, passa-baixas e passa-faixa de Butterworth, Chebyshev, Bessel, Legendre.

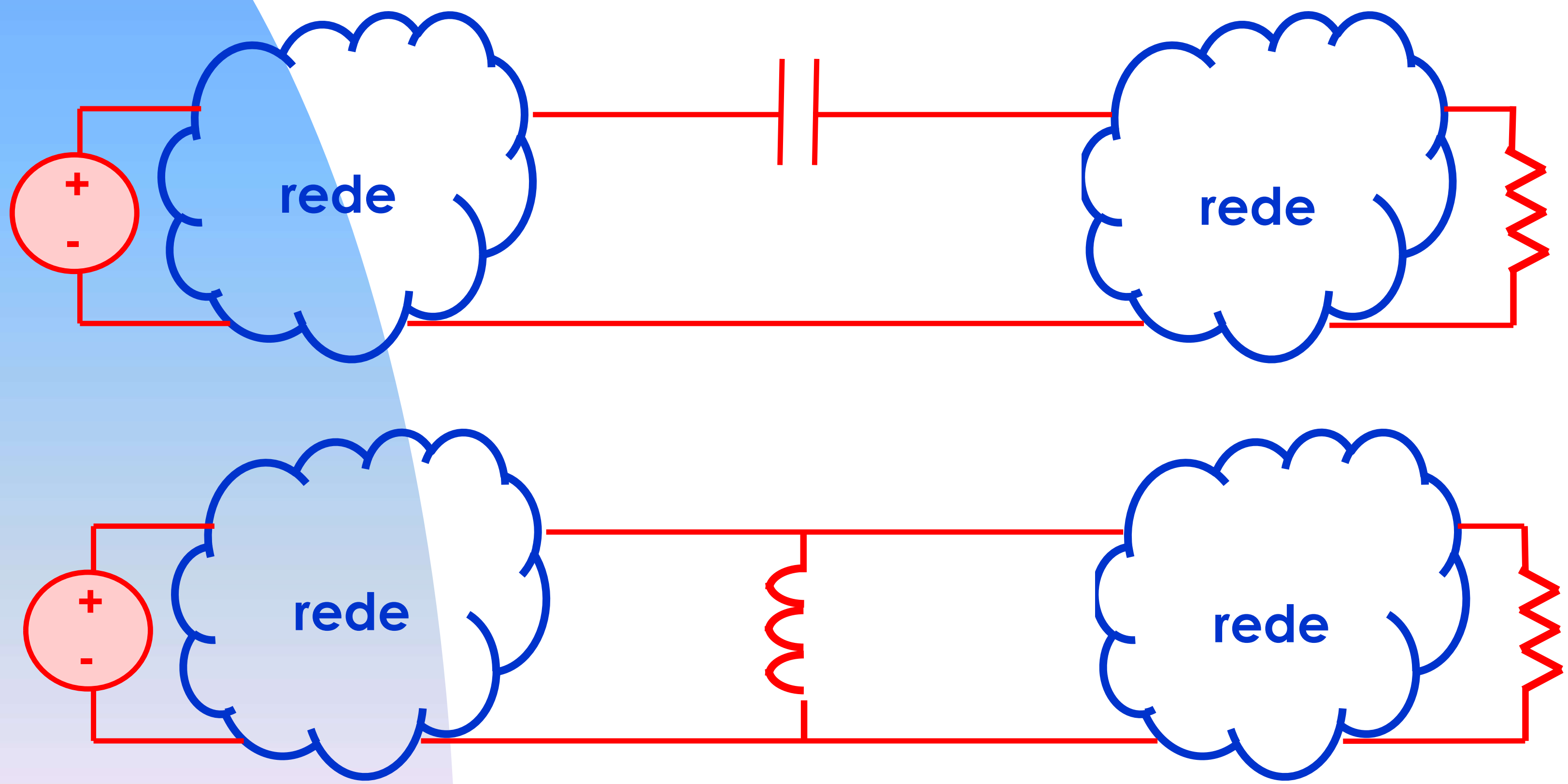
Realização de ZERO DE TRANSMISSÃO: Se os componentes que realizam os zeros de T(s) estiverem em <u>série</u> com o restante da rede, devem funcionar como circuito aberto nas frequências destes zeros. Assim, o sinal não pode ser transmitido da fonte para a carga.



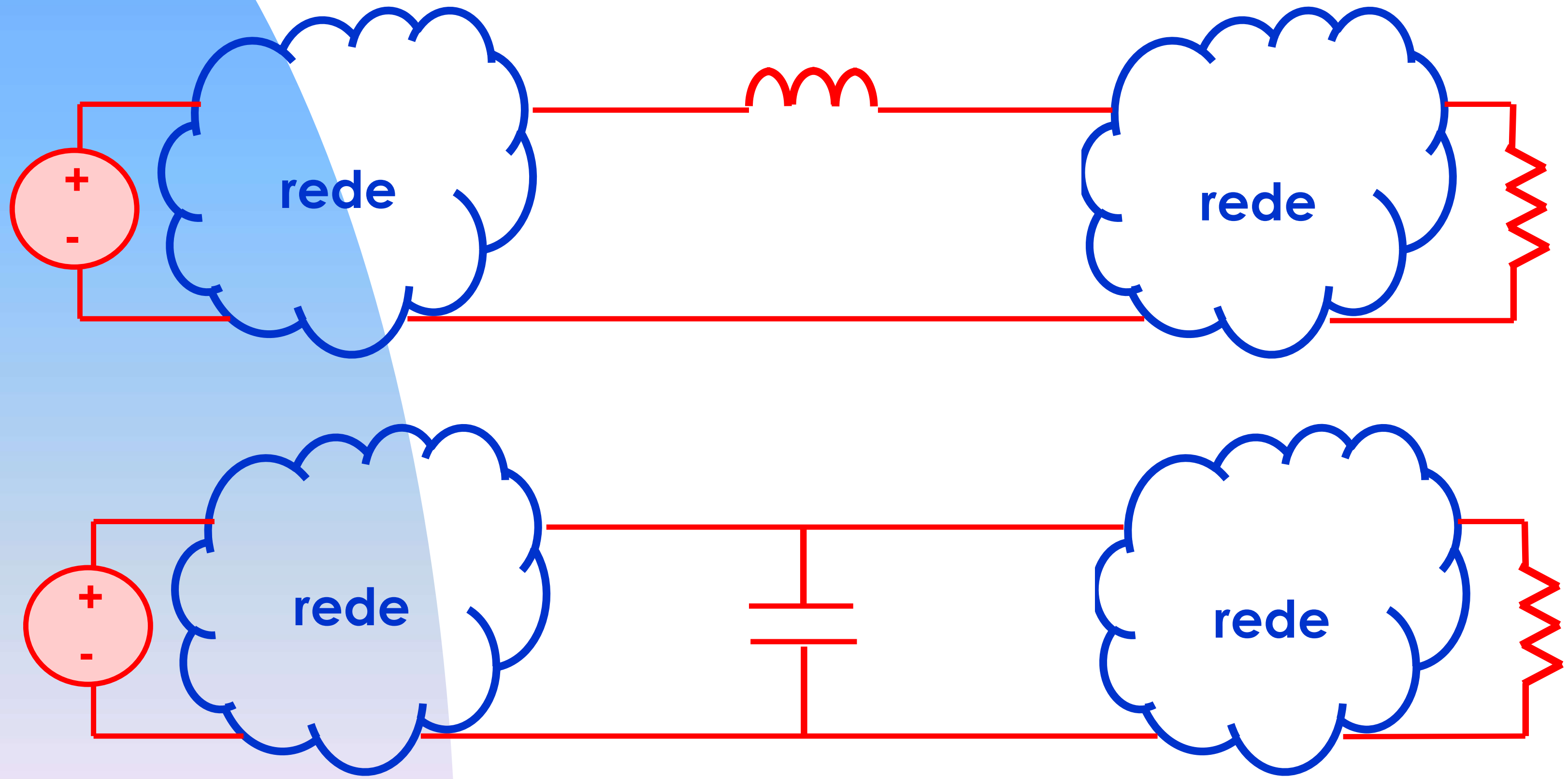
Realização de **ZERO DE TRANSMISSÃO:** Se os componentes que realizam os zeros de T(s) estiverem em paralelo com o restante da rede, devem funcionar como curto-circuito nas frequências destes zeros. Assim, o sinal não pode ser transmitido da fonte para a carga.



3.1 - ZERO DE TRANSMISSÃO na origem



3.1 - ZERO DE TRANSMISSÃO no infinito



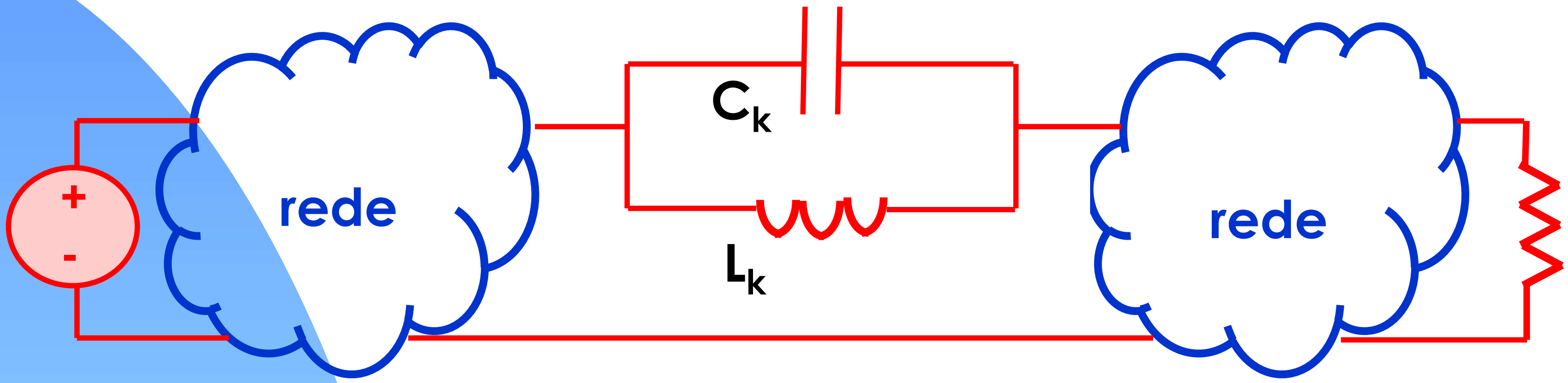
Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

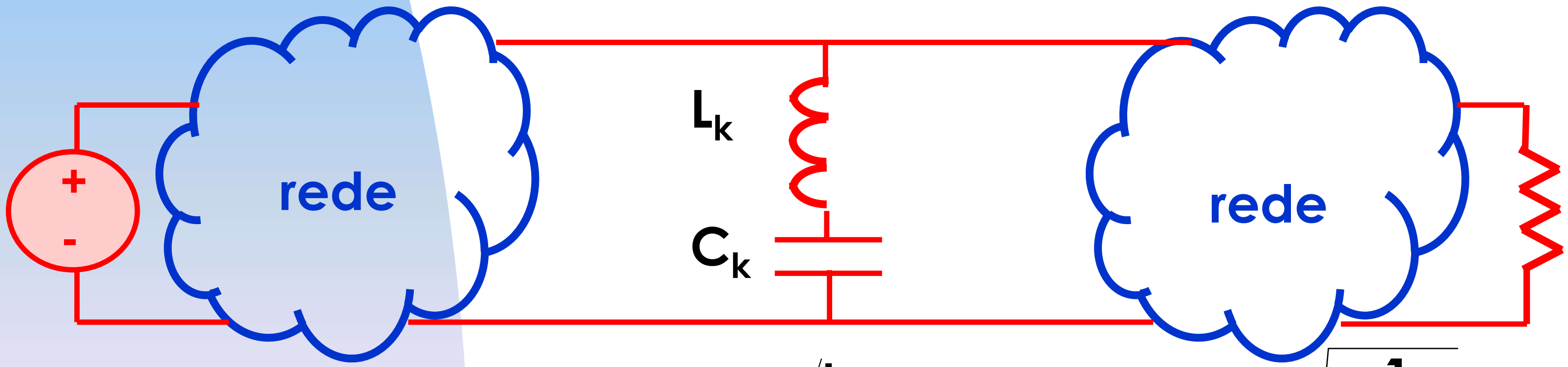
Passo a passo:

3.2 – Gerar ZEROS DE TRANSMISSÃO finitos e não nulos no eixo imaginário: rejeita-faixa, qualquer seletividade de Cauer (elíptico) e Chebyshev Inverso.

3.2 - ZERO DE TRANSMISSÃO finitos não nulos no eixo $j\omega$



Ressonância paralela: $Z_k(s) = \dfrac{s/C_k}{s^2 + \dfrac{1}{L_k C_k}} \rightarrow \infty$ para $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{L_k C_k}}$



Ressonância série: $Y_k(s) = \dfrac{s/L_k}{s^2 + \dfrac{1}{L_k C_k}} \rightarrow \infty$ para $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{L_k C_k}}$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

Passo a passo:

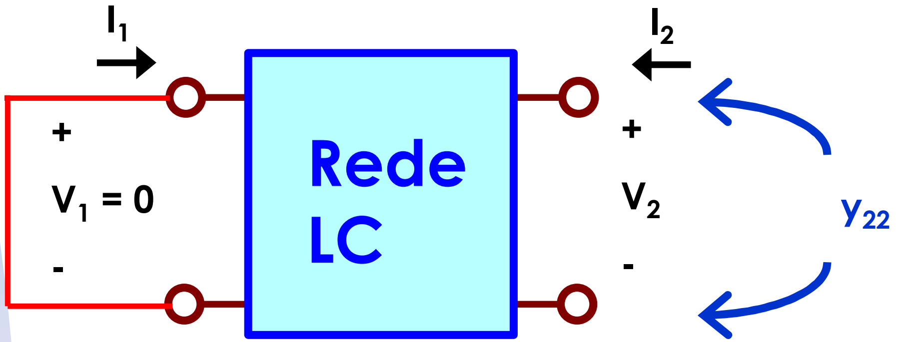
Observação: Se a Função de Acesso $y_{22}(s)$ não apresentar singularidades nas frequências dos zeros de transmissão imaginários de T(s), SERÁ NECESSÁRIO UTILIZAR O MÉTODO DO "ZERO-SHIFT" (que será explicado posteriormente).

Redes LC com terminação simples

Passo a passo:

4 - Extrair (dimensionando) os componentes de y_{22}: aplicar formas de Foster, de Cauer ou combinações delas.

ATENÇÃO: y_{22} é vista da saída com a entrada em curto: $y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$



O último elemento da rede LC deve ficar em série com a fonte, do contrário será curto-circuitado na configuração para a extração dos componentes de y_{22}.

Redes LC com terminação simples

O MÉTODO DESCRITO PERMITE SINTETIZAR A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ORIGINAL A MENOS DE UMA CONSTANTE MULTIPLICATIVA:

$$T_S(s) = K.T(s)$$

$T_S(s)$ = sintetizada

original

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Resumo dos passos para síntese de redes LC com terminação simples:

1- Dada a função de transferência T(s) identificar se o numerador N(s) é par ou ímpar.

2- Construir a FA y_{22} utilizando a parte par e a parte ímpar do denominador de T(s).

3 - Conceber arquitetura para realizar y_{22} de modo a realizar os ZEROS DE TRANSMISSÃO.

4 - Dimensionar componentes de y_{22}.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Exemplo 1: Sintetizar a função de transferência abaixo para R_L = 1 Ω.

$$T(s)=\frac{s}{s^3+2s^2+s+1}$$

Passo 1: $T(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{N(s)}{D_I(s)+D_P(s)}$ → N(s) = s, que é ímpar, então y_{22} é ímpar-par.

Passo 2: y_{22} é ímpar-par → $y_{22}(s)=Y_L\frac{N_{22}(s)}{D_{22}(s)}=Y_L\frac{D_I(s)}{D_P(s)}$

Elementos ímpares de D(s): $D_I(s)=s^3+s$

Elementos pares de D(s): $D_P(s)=2s^2+1$

$$y_{22}(s)=Y_L\frac{D_I(s)}{D_P(s)}=1\frac{s^3+s}{2s^2+1}$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Passo 3: ZEROS DE TRANSMISSÃO:

$$T(s) = \frac{s}{s^3 + 2s^2 + s + 1} \Rightarrow$$

1 zero na origem

2 zeros no infinito

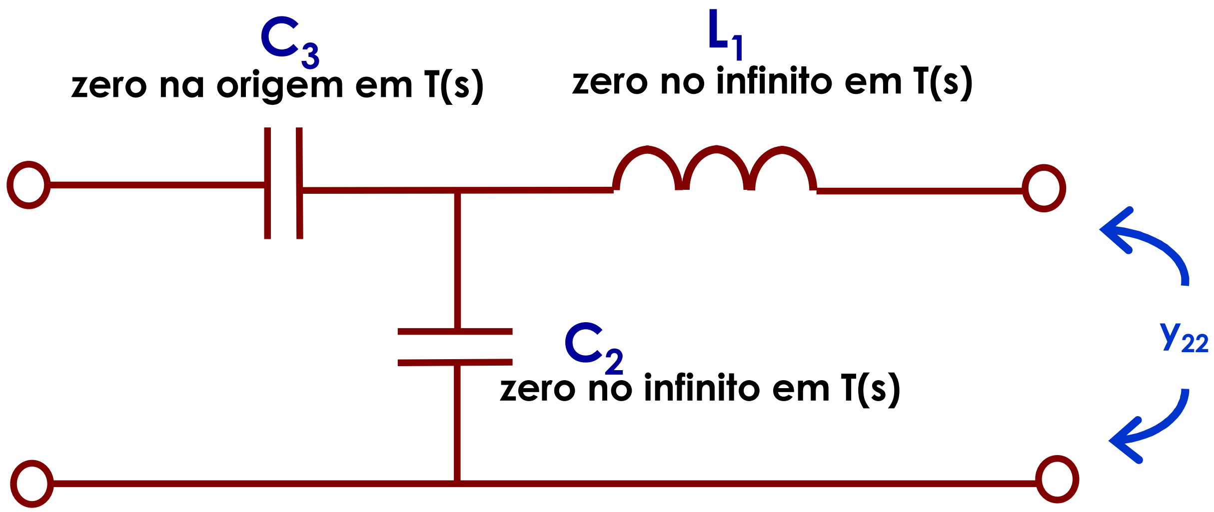
- **Zeros na origem: C em série ou L em paralelo.**
- **Zeros no infinito: L em série ou C em paralelo.**
- **Zeros finitos não nulos: associação LC série ou paralelo.**

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Passo 3: ZEROS DE TRANSMISSÃO:

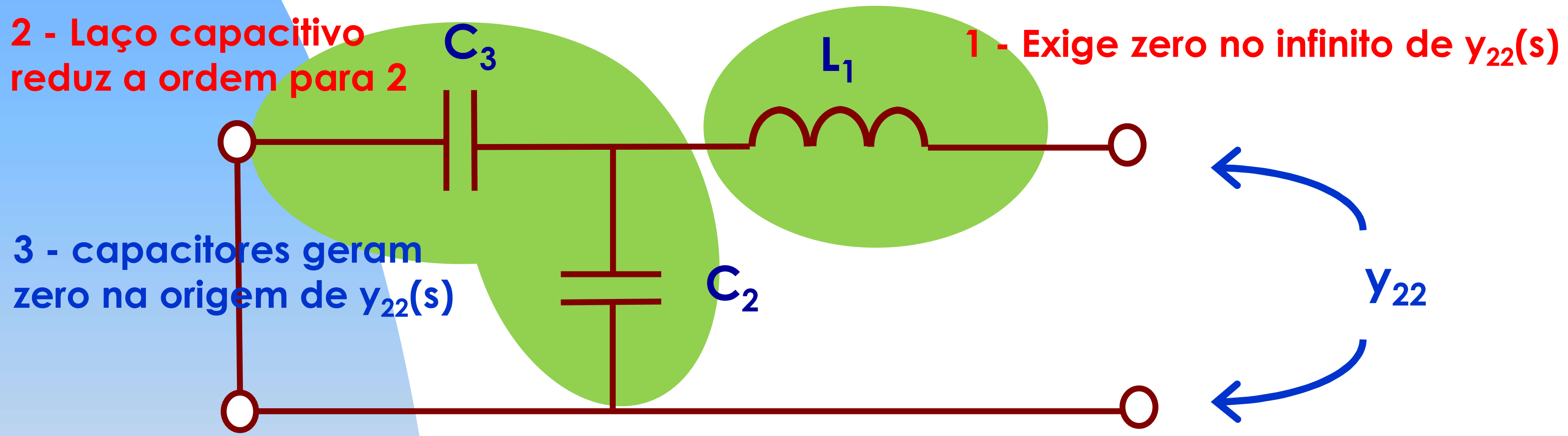
Proposta de rede para síntese de y22 com os zeros de transmissão de T(s):

Uma rede é concebida (passo 3.1) para abrigar os zeros de transmissão: Notem que o capacitor em série é o elemento mais à esquerda não sendo curto-circuitado na configuração para extração dos componentes de y_{22}.



Realização de funções de transferência por funções de acesso

Verificação da rede proposta para síntese de $y_{22}(s)$ → curto circuitar a entrada (lado esquerdo do circuito):



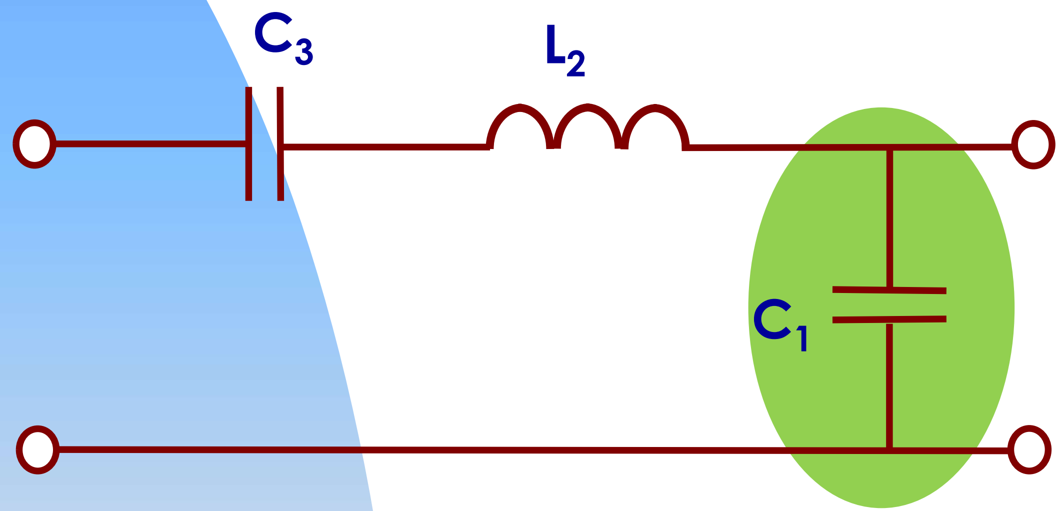
<u>$y_{22}(s)$ a ser concebido</u>:

$$y_{22}(s) = \frac{s^3 + s}{2s^2 + 1}$$

1 - y_{22} não tem zero no infinito, tem um pólo
2 - y_{22} tem ordem 3
3 - y_{22} tem zero na origem

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Nova proposta de rede para síntese de y22 com os zeros de transmissão de T(s):



- C_1 realiza o pólo no infinito de y_{22} e o zero de transmissão no infinito de T(s).
- C_3 auxilia na realização do zero na origem de y_{22} e do zero de transmissão na origem de T(s).
- L_2 realiza o zero no infinito de T(s).

y_{22}(s) da rede proposta:

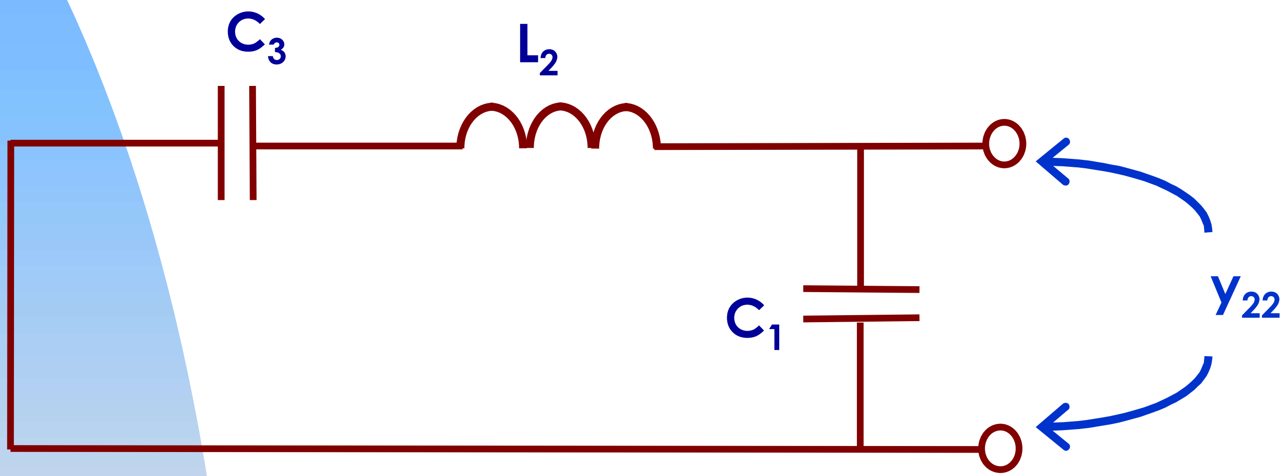
$$y_{22}(s) = \left(Y_{C3} // Y_{L2}\right) + Y_{C1}$$

y_{22}(s) a ser concebido:

$$y_{22}(s) = \frac{s^3 + s}{2s^2 + 1}$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

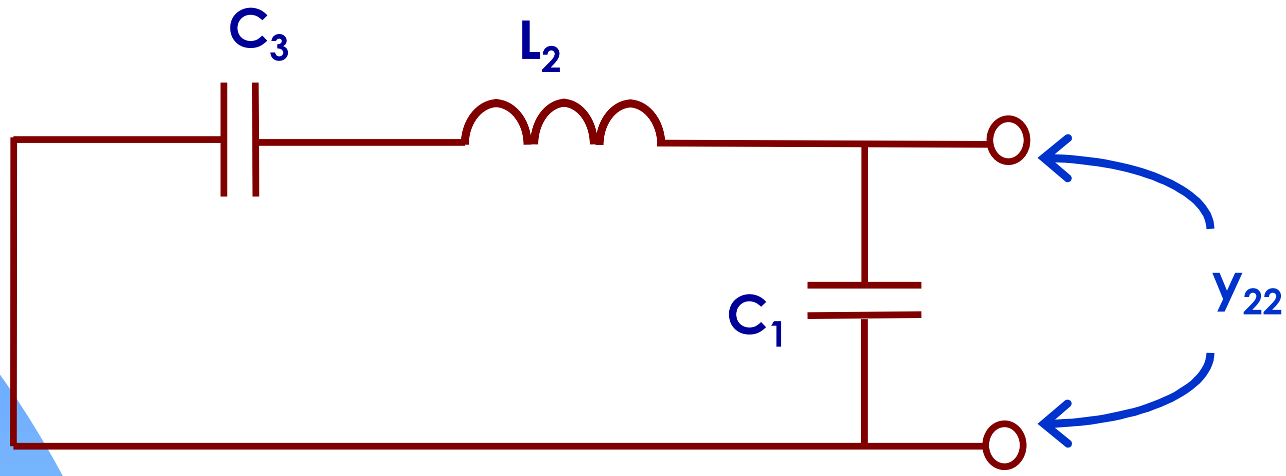
Passo 4: extração dos componentes de y_{22}. Percebe-se que pode-se fazê-lo aplicando diretamente a 2ª forma de Foster: expansão da admitância em franções parciais.



2ª forma de Foster:

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + sC_\infty + \sum_i \frac{s/L_i}{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)} \quad \Rightarrow \quad y_{22}(s) = \frac{s^3 + s}{2s^2 + 1}$$

C_1 – pólo no infinito
L_2 e C_3 – Assoicação LC série



2ª forma de Foster:

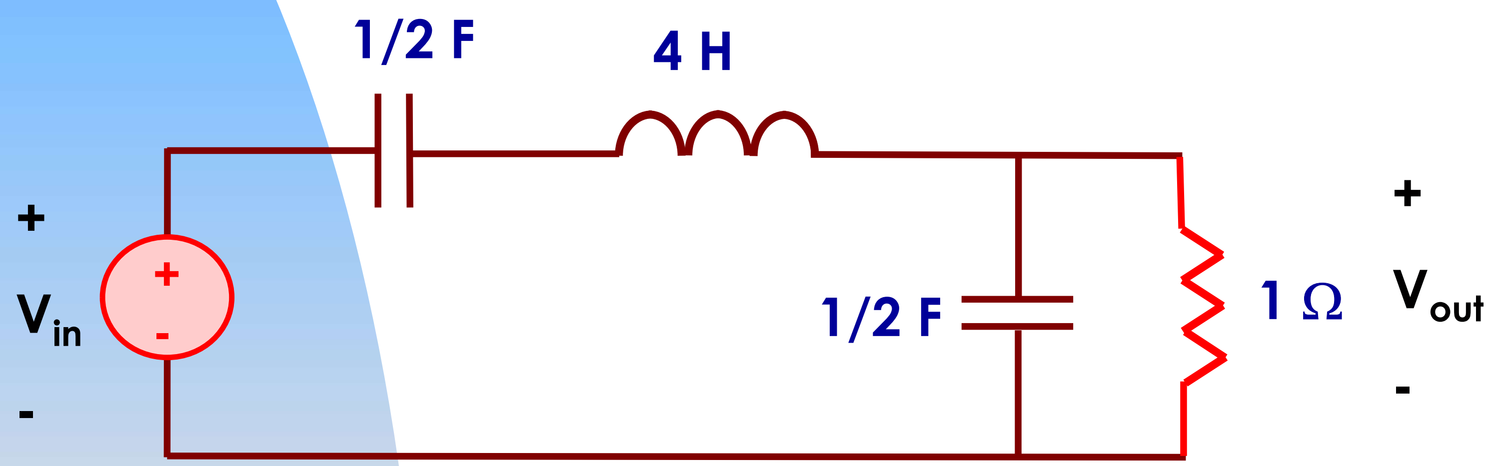
$$y_{22}(s) = \frac{s^3 + s}{2s^2 + 1} = \frac{1}{2}\frac{s(s^2+1)}{s^2 + \frac{1}{2}} \qquad C_1 = \left.\frac{y_{22}}{s}\right|_{s\to\infty} = \frac{1}{2}\,F$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_2 C_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{L_2} = \left.\frac{\left(s^2+\frac{1}{2}\right)}{s} y_{22}\right|_{s^2=-1/2} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow L_2 = 4\,H$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_2 C_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2}\,F$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Circuito completo que realiza uma função proporcional a T(s).



$$T_S(s) = KT(s) = K\frac{s}{s^3 + 2s^2 + s + 1}$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

UFBA
UNIVERSIDADE NOVA

Redes LC com terminação simples

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

Necessário quando os ZEROS DE TRANSMISSÃO:

- são finitos e não nulos no eixo imaginário
- não coincidem com singularidades de y_{22}

Durante a síntese de y_{22} por extração de componentes, o método Zero Shift propõe inspecionar a existência de pólos de y_{22} ou de sua inversa $z_{22} = 1/y_{22}$ e se a extração parcial do componente que sintetiza um destes pólos pode levar ao surgimento do par de zeros imaginários desejado na FA remanescente.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

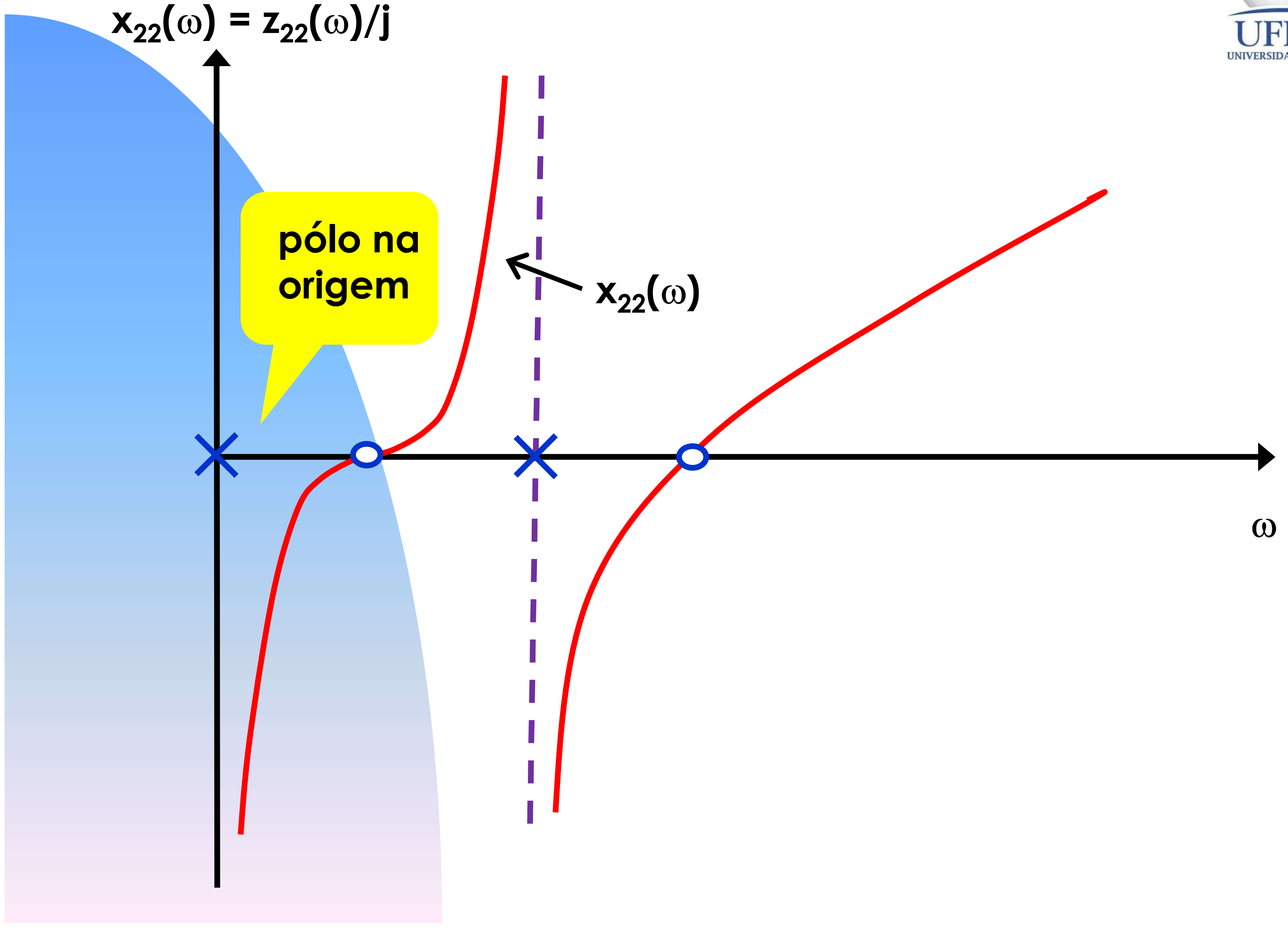
MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

1° caso: y_{22} tem zero na origem

Então $z_{22} = 1/\ y_{22}$ tem pólo na origem

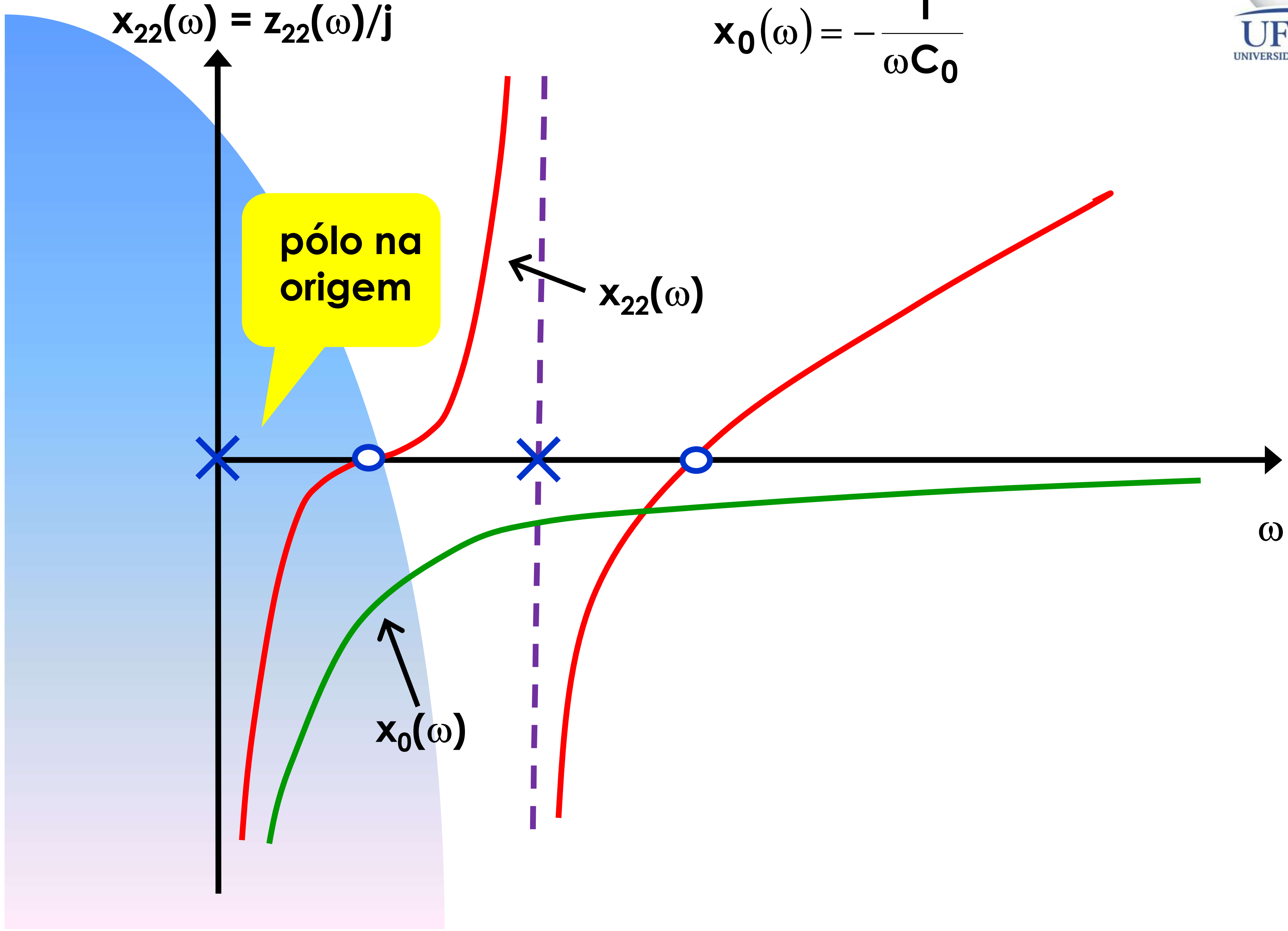
Este pólo é realizado por um capacitor C_0 em série

Exemplo:



Exemplo: Reatância que realiza pólo na origem:

$$x_0(\omega) = -\frac{1}{\omega C_0}$$



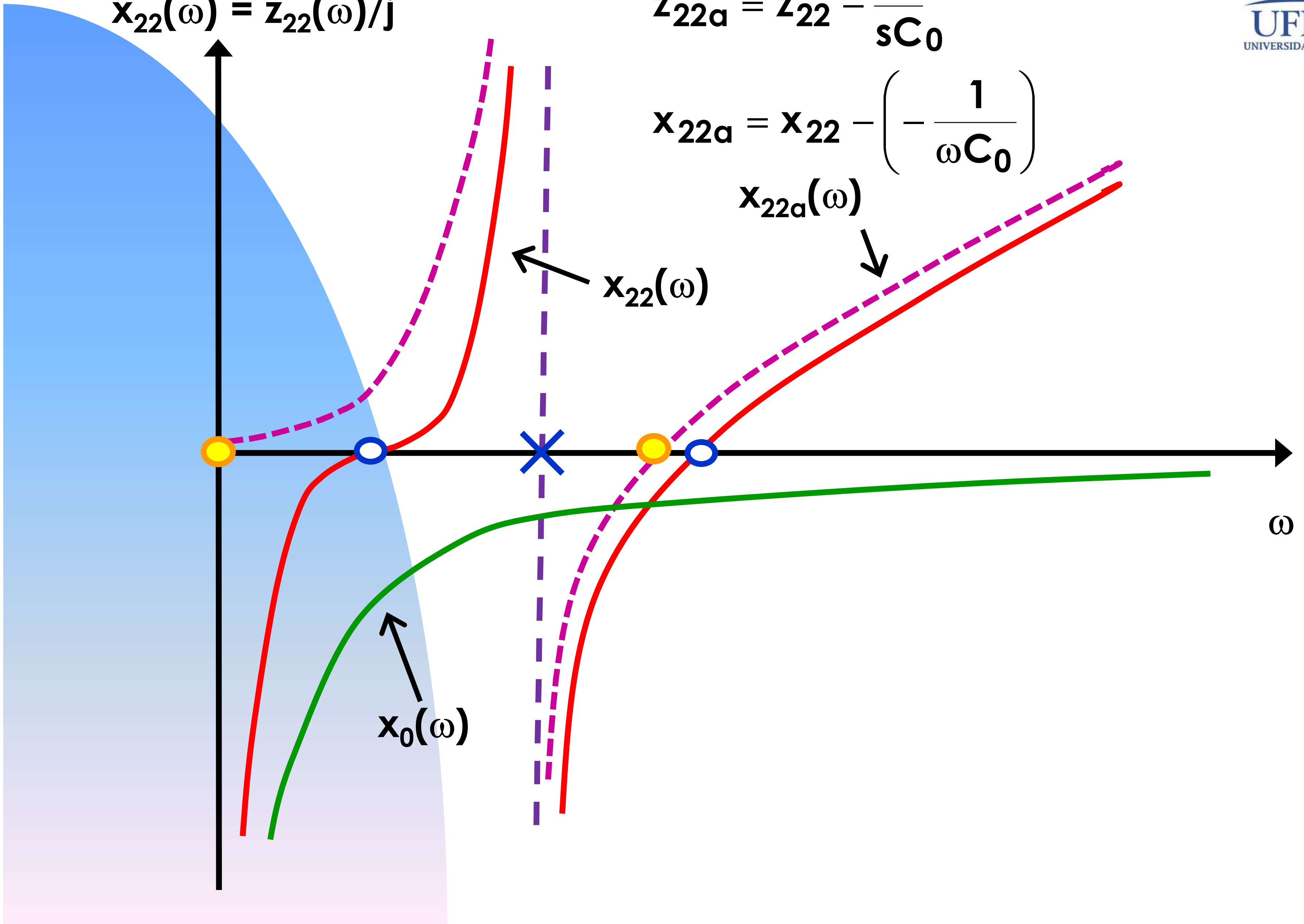
Exemplo:

FA resultante da extração de C_0:

$$z_{22a} = z_{22} - \frac{1}{sC_0}$$

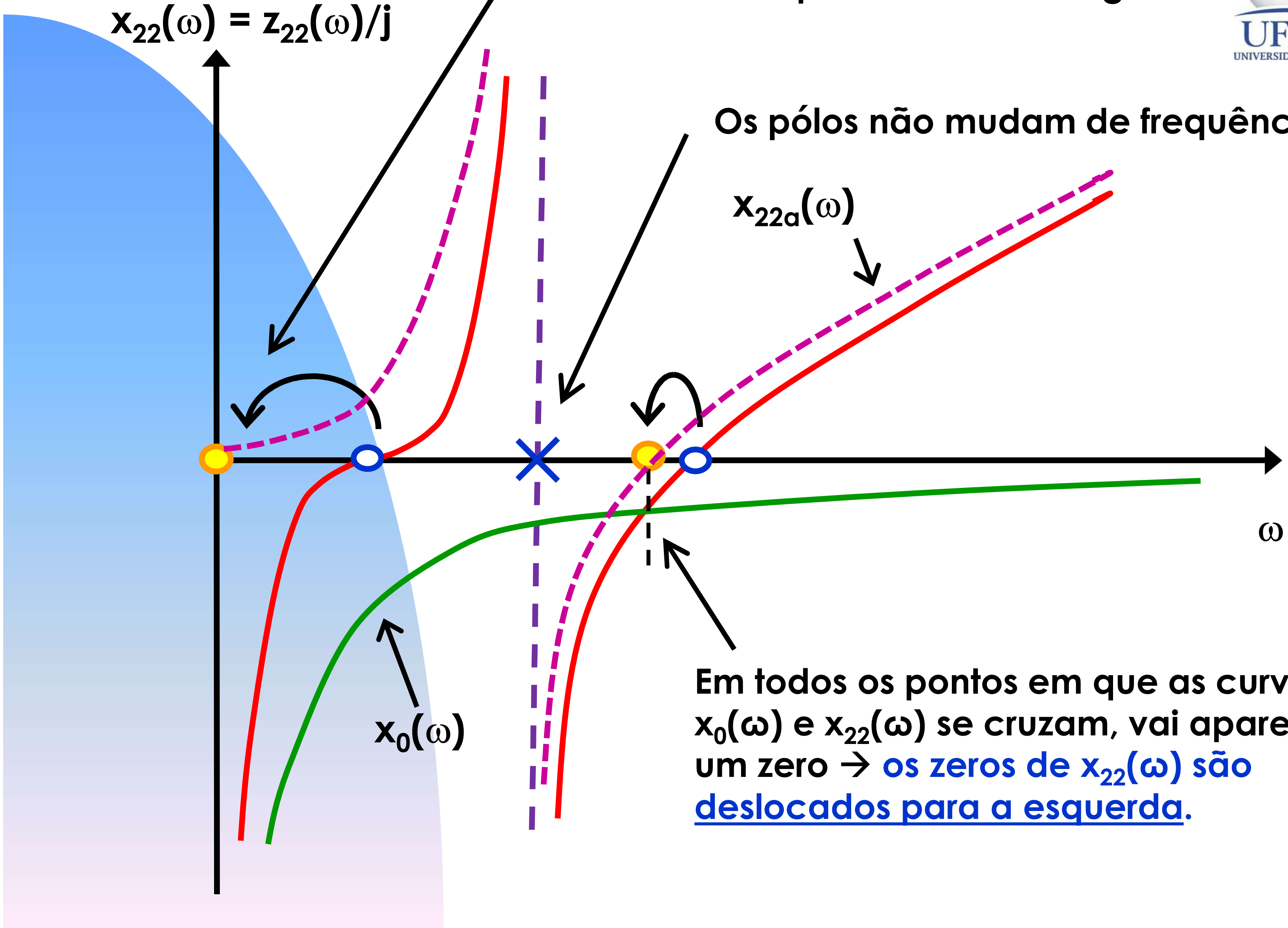
$$x_{22a} = x_{22} - \left(-\frac{1}{\omega C_0}\right)$$

$x_{22}(\omega) = z_{22}(\omega)/j$



Exemplo:

Após a subtração, o pólo na origem será substituído por um zero na origem



Os pólos não mudam de frequência.

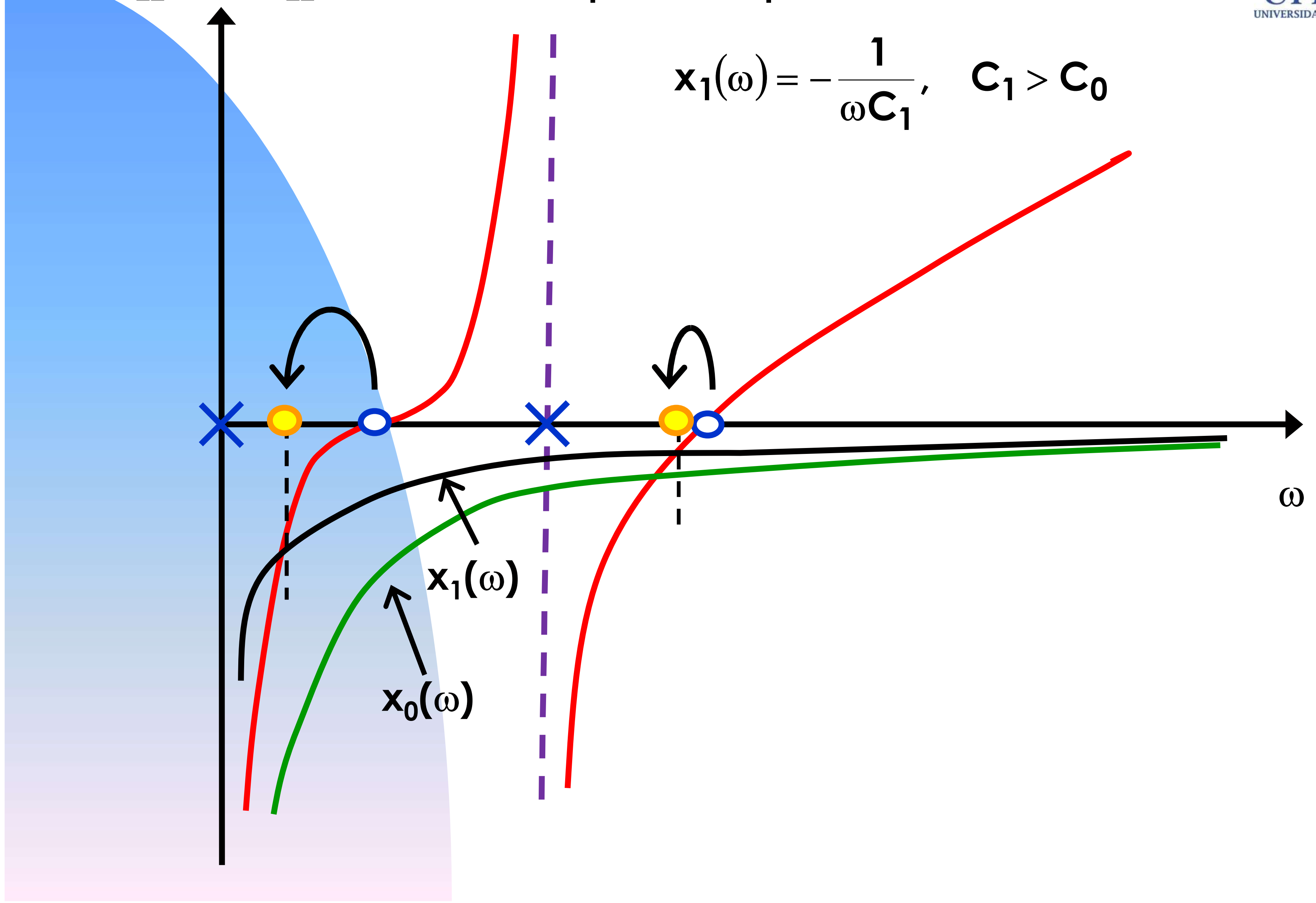
Em todos os pontos em que as curvas $x_0(\omega)$ e $x_{22}(\omega)$ se cruzam, vai aparecer um zero → os zeros de $x_{22}(\omega)$ são <u>deslocados para a esquerda</u>.

Exemplo:

Se só uma fração de x_{22} ($C_1 > C_0$) for extraída, o deslocamento dos zeros para a esquerda é menor:

$x_{22}(\omega) = z_{22}(\omega)/j$

$$x_1(\omega) = -\frac{1}{\omega C_1}, \quad C_1 > C_0$$

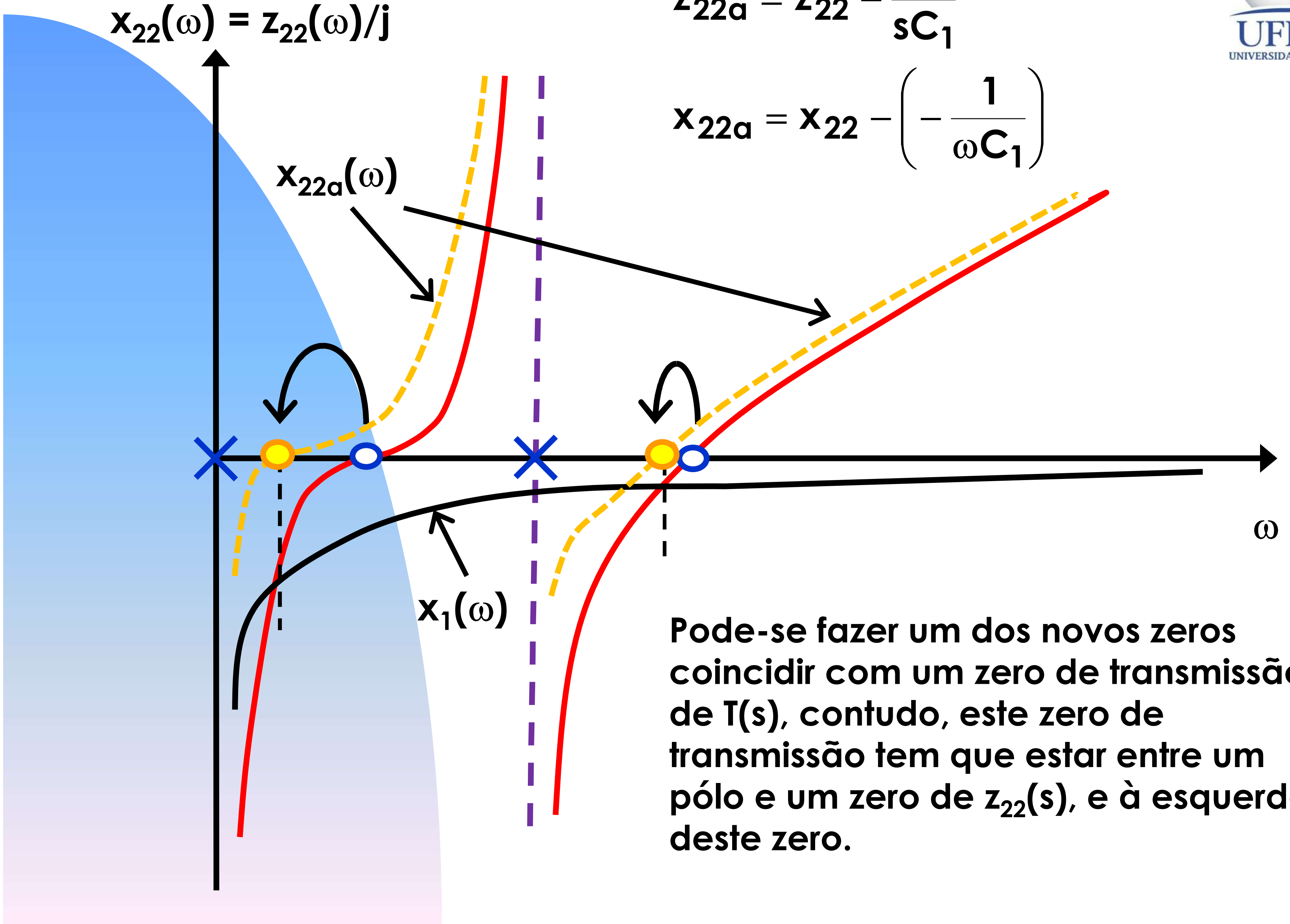


Exemplo:

FA resultante da extração de C_1:

$$z_{22a} = z_{22} - \frac{1}{sC_1}$$

$$x_{22a} = x_{22} - \left(-\frac{1}{\omega C_1}\right)$$



Pode-se fazer um dos novos zeros coincidir com um zero de transmissão de T(s), contudo, este zero de transmissão tem que estar entre um pólo e um zero de $z_{22}(s)$, e à esquerda deste zero.

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

1º caso: $z_{22} = 1/\,y_{22}$ tem pólo na origem

Extração de C_1 desloca zero de z_{22} para zero de transmissão em ω_Z, fornecendo z_{22a}:

$$\frac{1}{C_1} = \left(sz_{22}\right)\Big|_{s^2=-\omega_z^2}$$

$$z_{22a} = z_{22} - \frac{1}{sC_1} \qquad z_{22a}\Big|_{s^2=-\omega_z^2} = 0$$

Atenção: o ZERO DE TRANSMISSÃO de T(s) tem que estar entre um pólo e um zero de z_{22}, e à esquerda deste zero.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

2º caso: y_{22} tem zero no infinito

Então $z_{22} = 1/\, y_{22}$ tem pólo no infinito

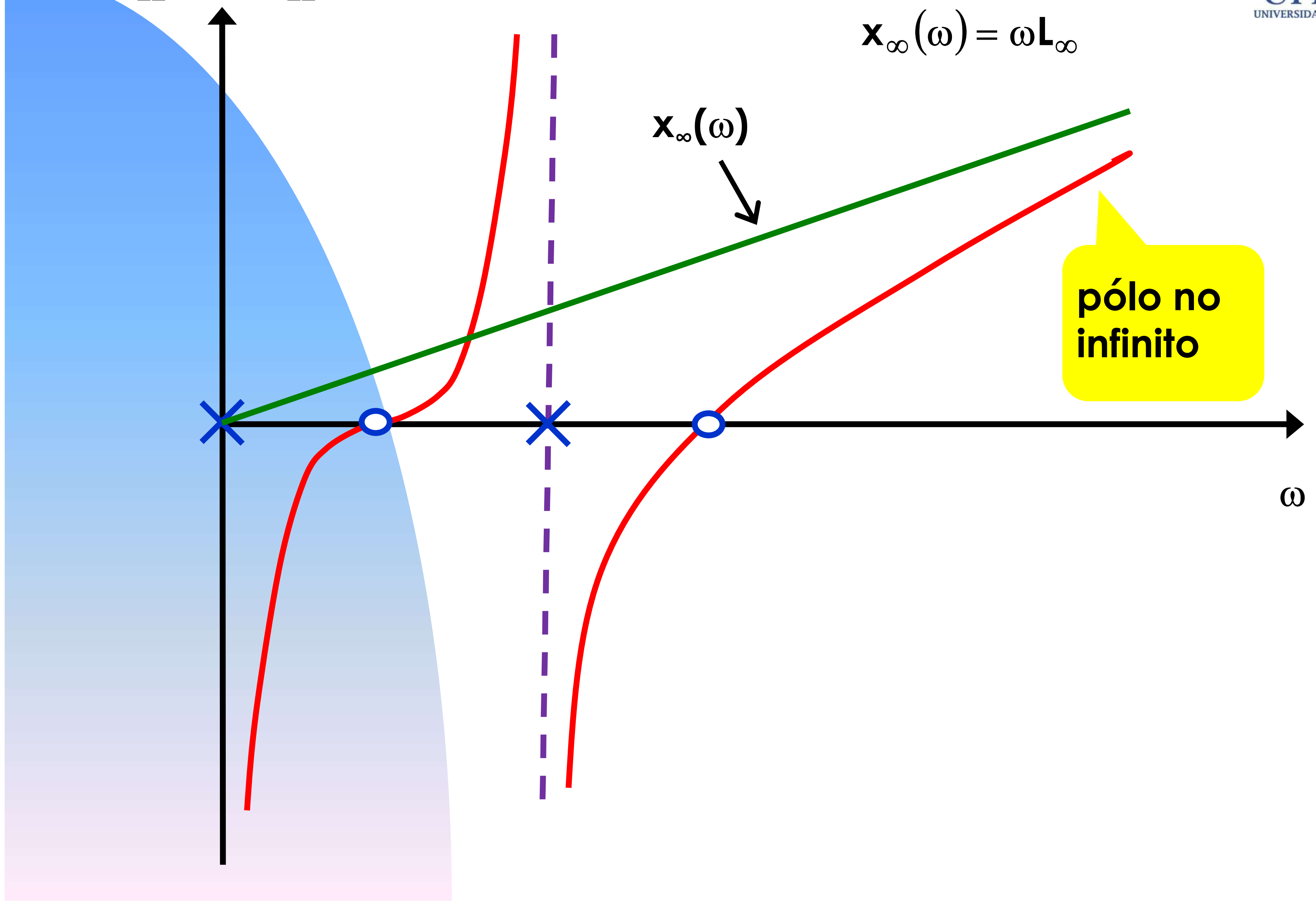
Este pólo é realizado por um indutor L_∞ em série

Exemplo:

Reatância que realiza pólo no infinito:

$x_{22}(\omega) = z_{22}(\omega)/j$

$x_\infty(\omega) = \omega L_\infty$

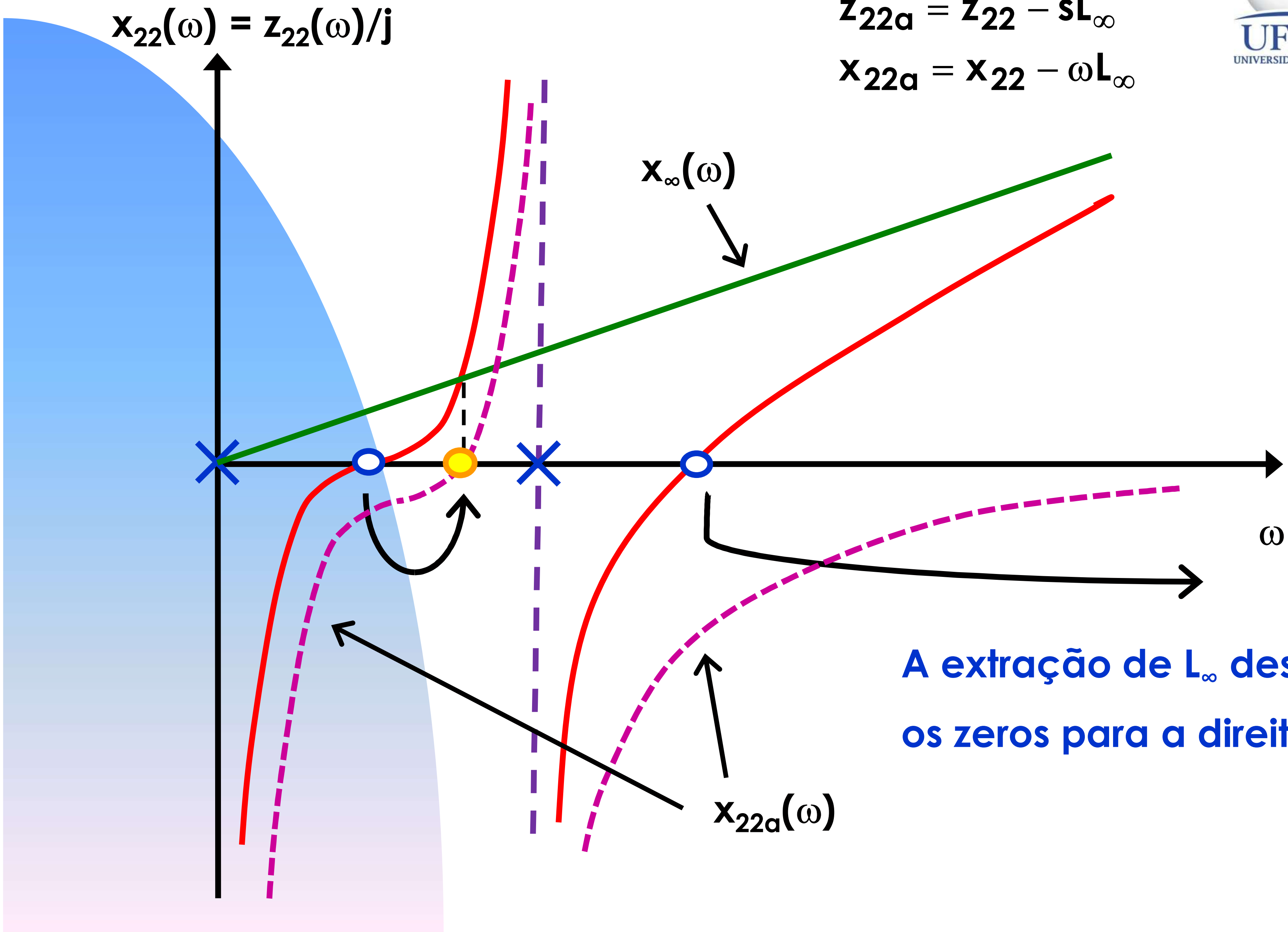


Exemplo:

Extração de L_∞:

$$z_{22a} = z_{22} - sL_\infty$$

$$x_{22a} = x_{22} - \omega L_\infty$$

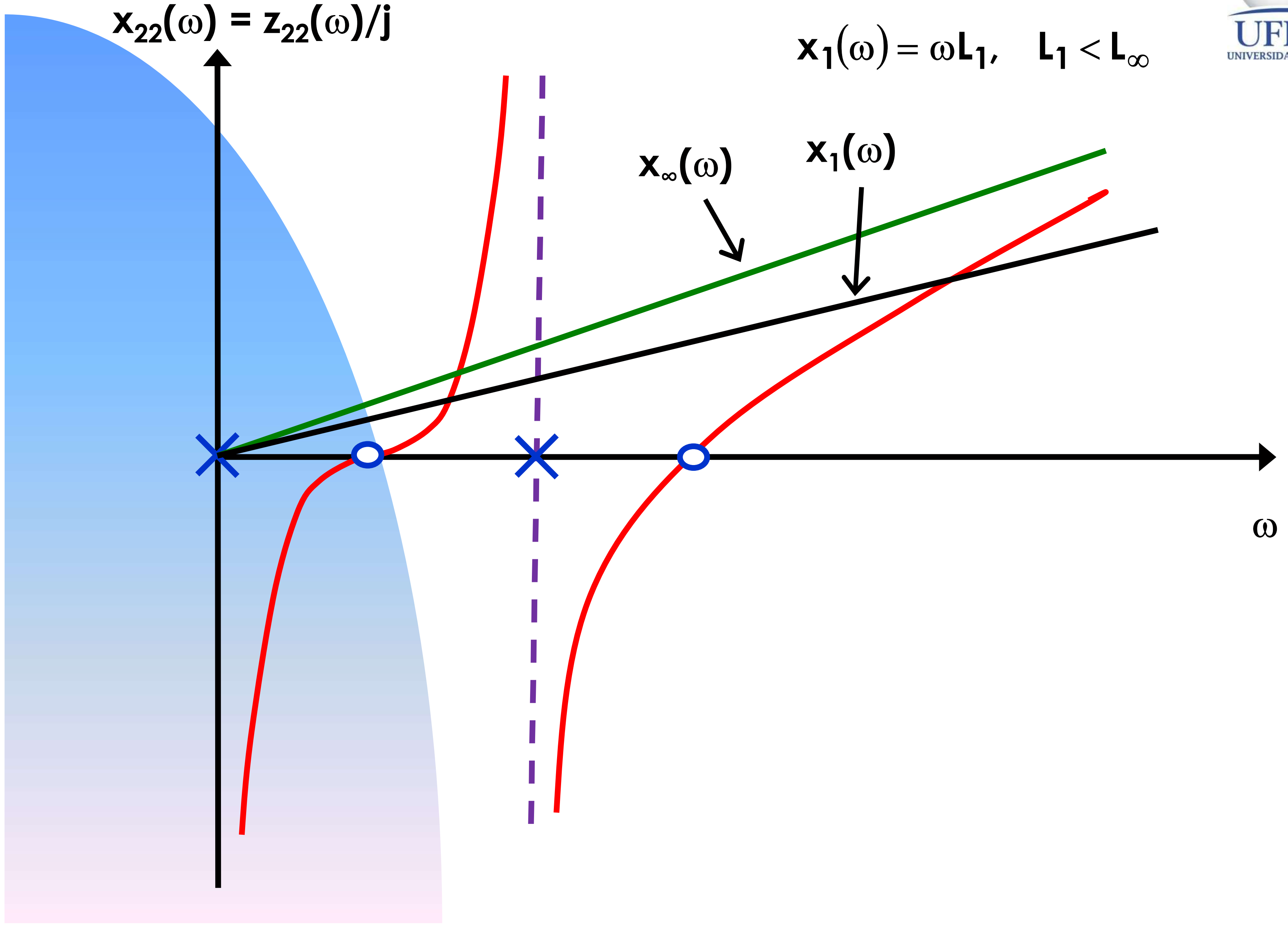


A extração de L_∞ desloca os zeros para a direita

Exemplo:

Fração de x_{22} ($L_1 < L_\infty$) extraída

$$x_1(\omega) = \omega L_1, \quad L_1 < L_\infty$$

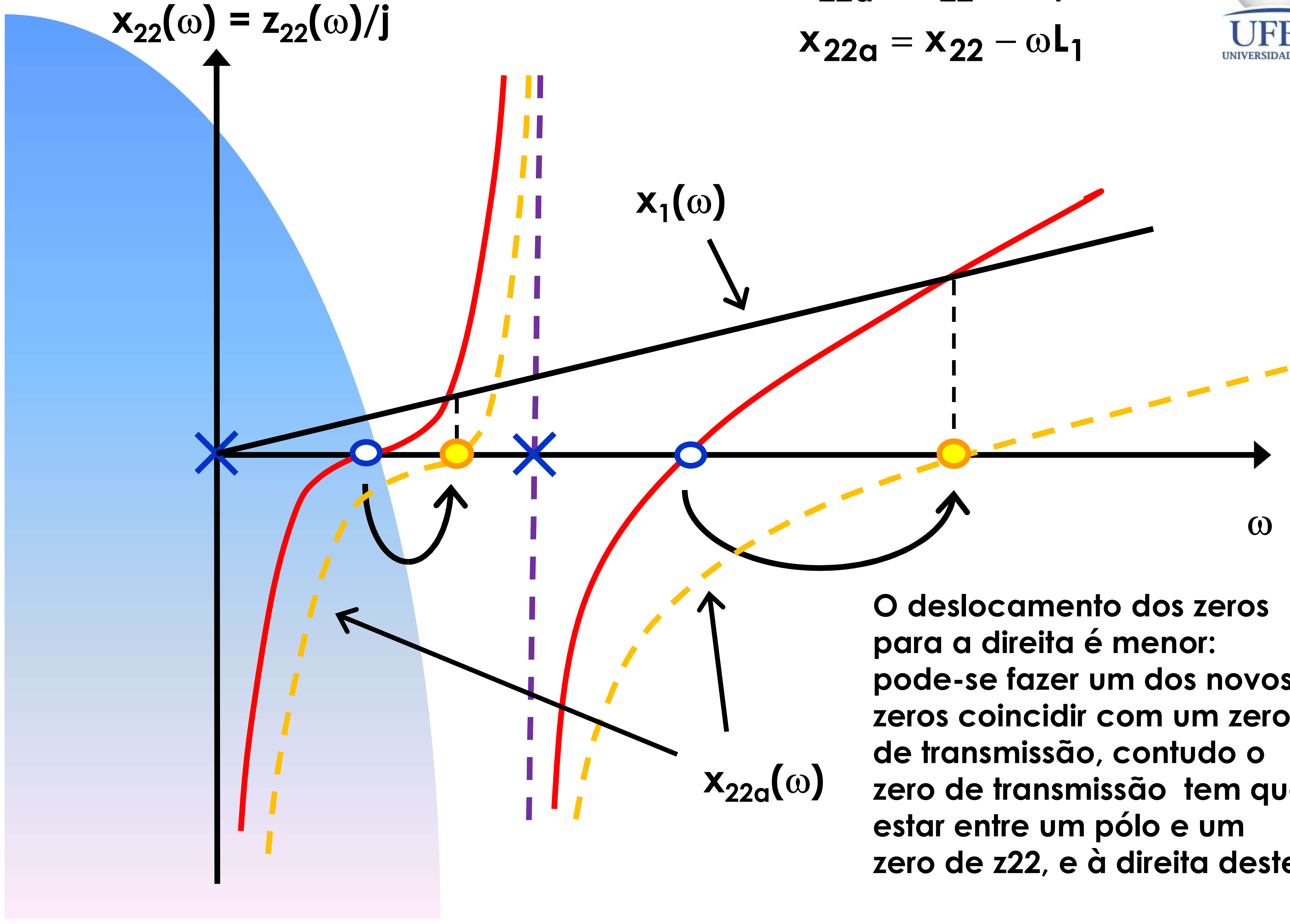


Exemplo:

FA resultante da extração de L_1:

$$z_{22a} = z_{22} - sL_1$$

$$x_{22a} = x_{22} - \omega L_1$$



O deslocamento dos zeros para a direita é menor: pode-se fazer um dos novos zeros coincidir com um zero de transmissão, contudo o zero de transmissão tem que estar entre um pólo e um zero de z22, e à direita deste.

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

2º caso: $z_{22} = 1/\, y_{22}$ tem pólo no infinito

Extração de L_1 desloca zero de z_{22} para zero de transmissão em ω_Z, fornecendo z_{22a}:

$$L_1 = \left(\frac{z_{22}}{s}\right)_{s^2=-\omega_z^2}$$

$$z_{22a} = \left(z_{22} - sL_1\right) \Rightarrow z_{22a}\big|_{s^2=-\omega_z^2} = 0$$

Atenção: o ZERO DE TRANSMISSÃO de T(s) tem que estar entre um pólo e um zero de z_{22}, à direita deste.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Redes LC com terminação simples

Exemplo 2: Sintetizar T(s) para $R_L = 0{,}5\ \Omega$

$$T(s) = \frac{s^2 + 4}{s^3 + 2s^2 + 2s + 2}$$

N(s) par: y_{22} é par-ímpar

$y_L = 2$ S

$$y_{22} = 2\frac{2s^2 + 2}{s^3 + 2s}$$

ZEROS DE TRANSMISSÃO de T(s)

um par em $\pm j2$

1 no infinito

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Singularidades de y_{22} :

$$y_{22} = 2\frac{2s^2+2}{s^3+2s} = 4\frac{s^2+1}{s(s^2+2)}$$

1 zero na infinito

1 par de zeros em $\pm j$

1 par de pólos em $\pm$ $j\sqrt{2}$

1 pólo na origem

y_{22} não possui os zeros de transmissão de T(s): um par em $\pm j2$.

y_{22} possui pólo na origem e zero no infinito, o que não permite mover seus zeros para valores maiores (para a direita), como necessário para sintetizar os zeros de transmissão em $\pm j2$.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Singularidades de $z_{22} = 1/y_{22}$: $$z_{22} = \frac{1}{4}\frac{s(s^2+2)}{s^2+1}$$

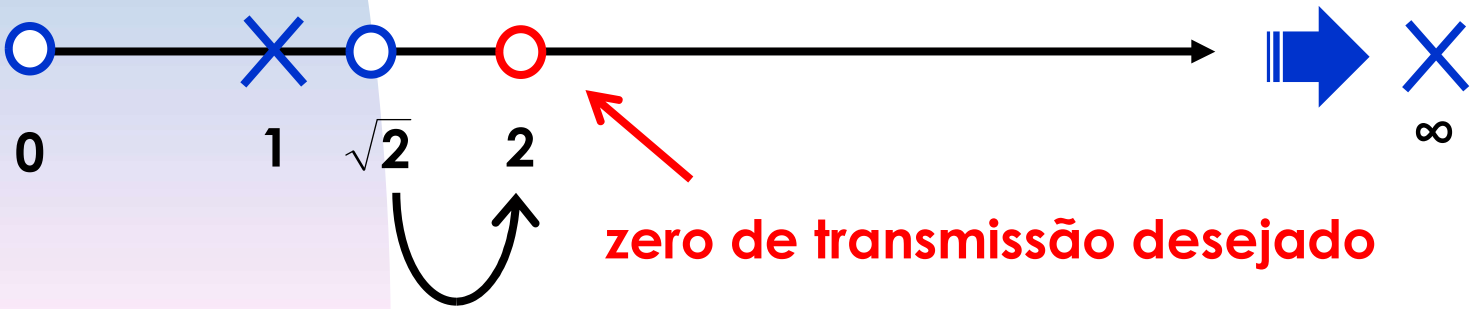
1 zero na origem

2 zeros em $\pm j\sqrt{2}$

2 pólos em $\pm j$

<u>1 pólo no infinito</u>

A existência do pólo no infinito permite mover os zeros finitos de z_{22} para valores maiores (para a direita extraindo L_∞ em série), correspondentes aos zeros de transmissão em $\pm$ j2.



TOPOLOGIA X ZEROS DE TRANSMISSÃO

$$T(s) = \frac{s^2 + 4}{s^3 + 2s^2 + 2s + 2}$$

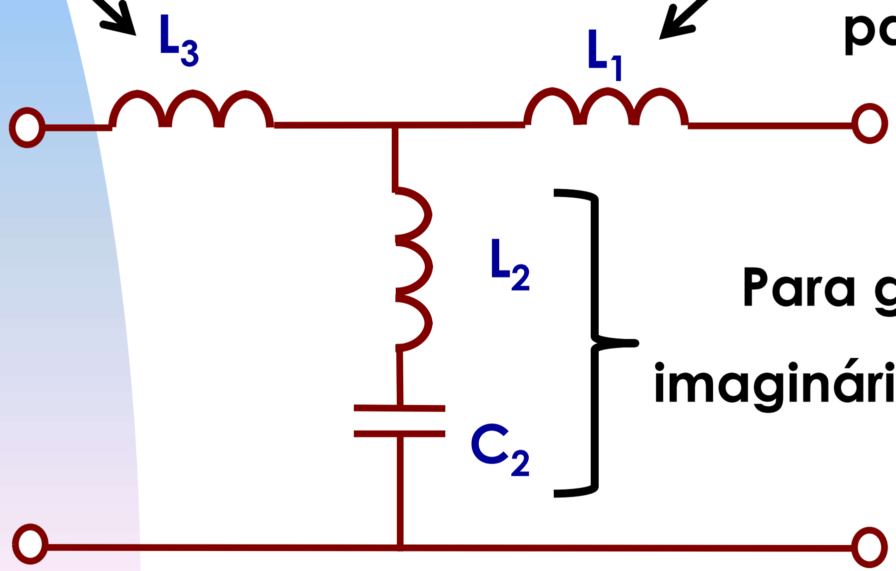
um par de zeros em $\pm j2$

1 zero no infinito

Rede proposta:

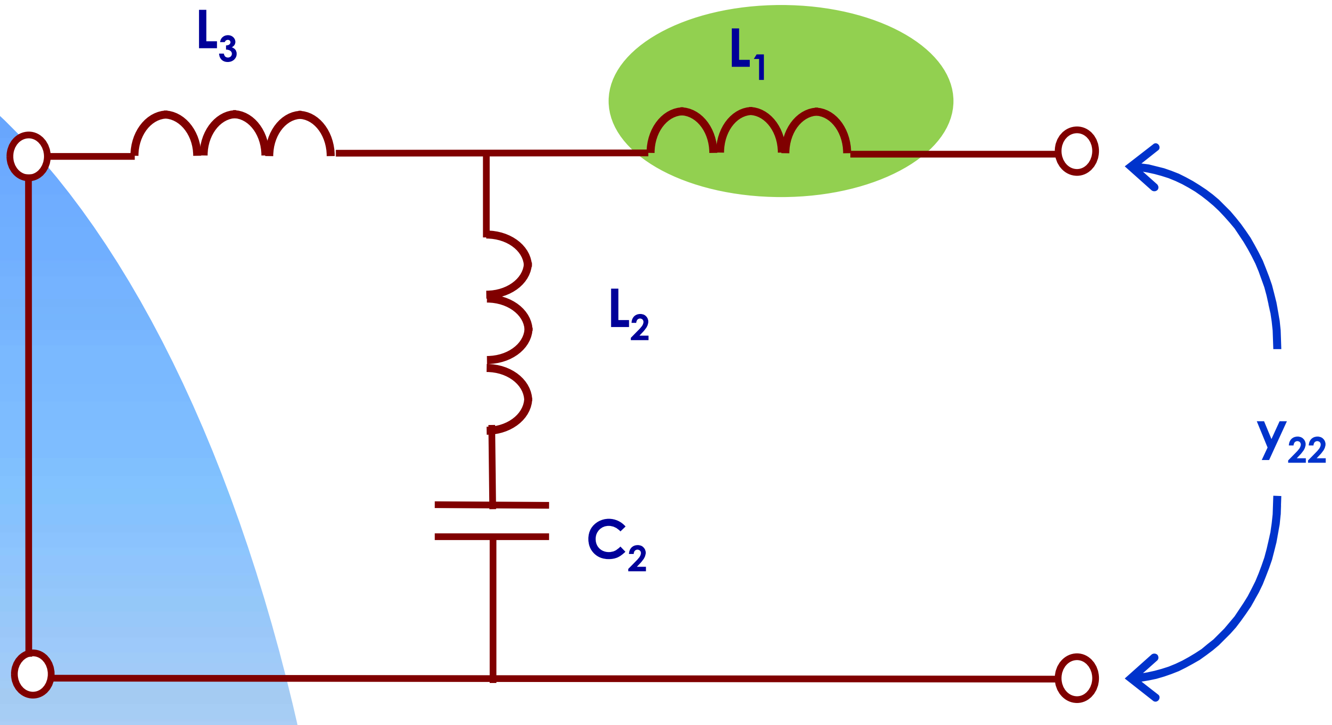
Para o zero no infinito e terminar a rede com elemento em série

Para deslocar zeros para a direita



Para gerar os zeros imaginários finitos em $\pm j2$

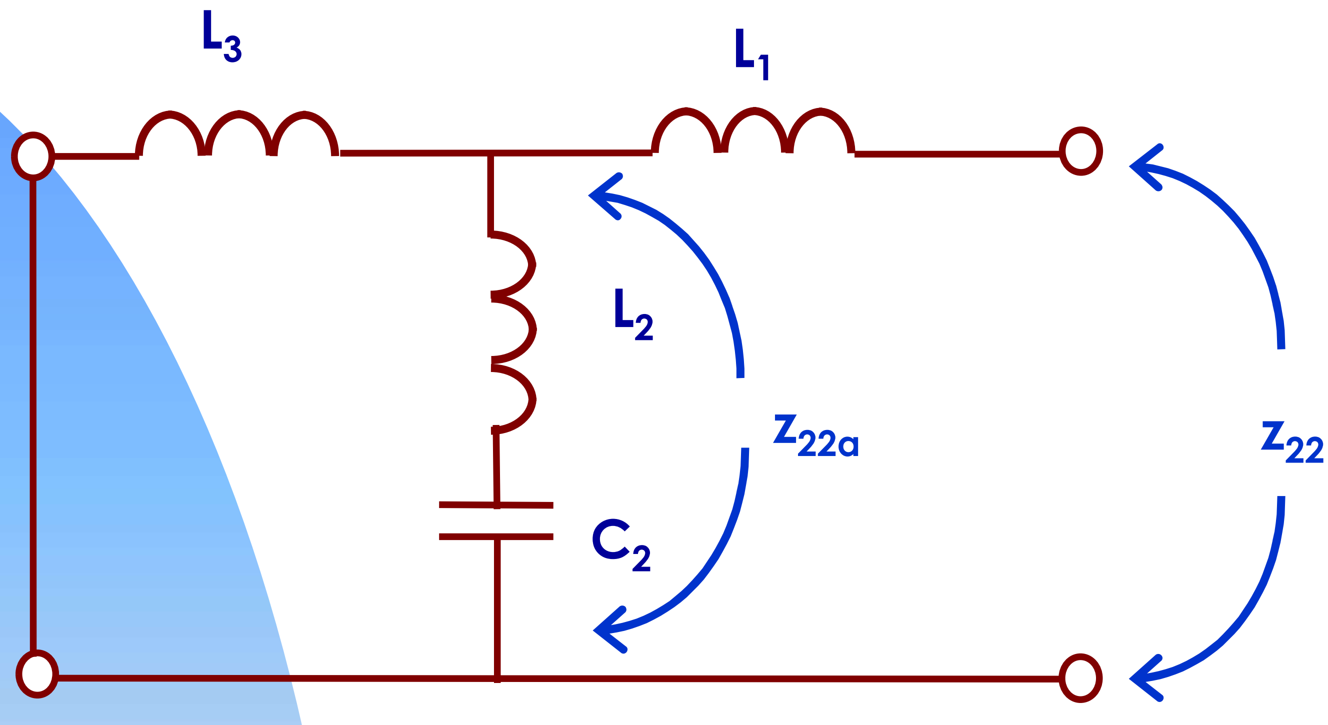
Extração dos componentes de y_{22}



$$z_{22} = \frac{1}{4}\frac{s(s^2+2)}{s^2+1}$$

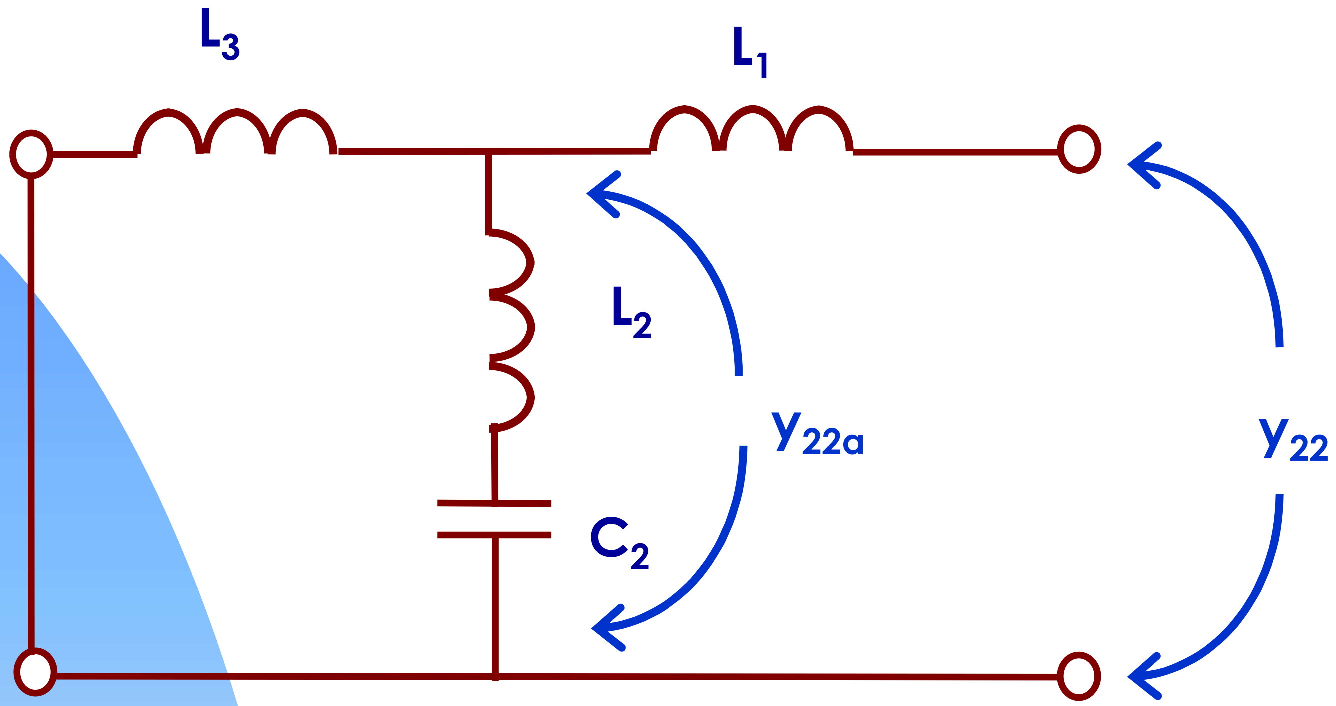
Extração de L_1: FA remanescente z_{22a} terá um par de zeros em 2 rad/s ($\omega_z = \pm j2$ rad/s)

$$L_1 = \left.\frac{z_{22}}{s}\right|_{s^2=-\omega_z^2} = \left.\frac{1}{4}\frac{s^2+2}{s^2+1}\right|_{s^2=-4} = \frac{1}{4}\left(\frac{-4+2}{-4+1}\right) = \frac{1}{6}\,\text{H}$$



$$z_{22a} = z_{22} - sL_1 = \frac{1}{4}\frac{s^3+2s}{s^2+1} - \frac{s}{6} = \frac{1}{12}\frac{s^3+4s}{s^2+1} = \frac{1}{12}\frac{s\left(s^2+4\right)}{s^2+1}$$

Zeros de transmissão em $\pm$ j2 na FA remanescente, como esperado.



Continuar síntese, agora de y22a, usando a 2ª Forma de Foster: expansão da admitância em frações parciais (porque temos um L_2C_2 série em paralelo com L_3):

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + sC_\infty + \sum_i \frac{s/L_i}{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)} \quad \text{onde} \quad \omega_{pi}^2 = \frac{1}{L_iC_i}$$

$$y_{22a} = \frac{1}{z_{22a}} = 12\frac{s^2+1}{s\left(s^2+4\right)} = \frac{1}{sL_3} + \frac{s/L_2}{s^2+4} \quad \text{com } \omega_p^2 = \frac{1}{L_2C_2} = 4$$

Pela 2ª Forma de Foster:

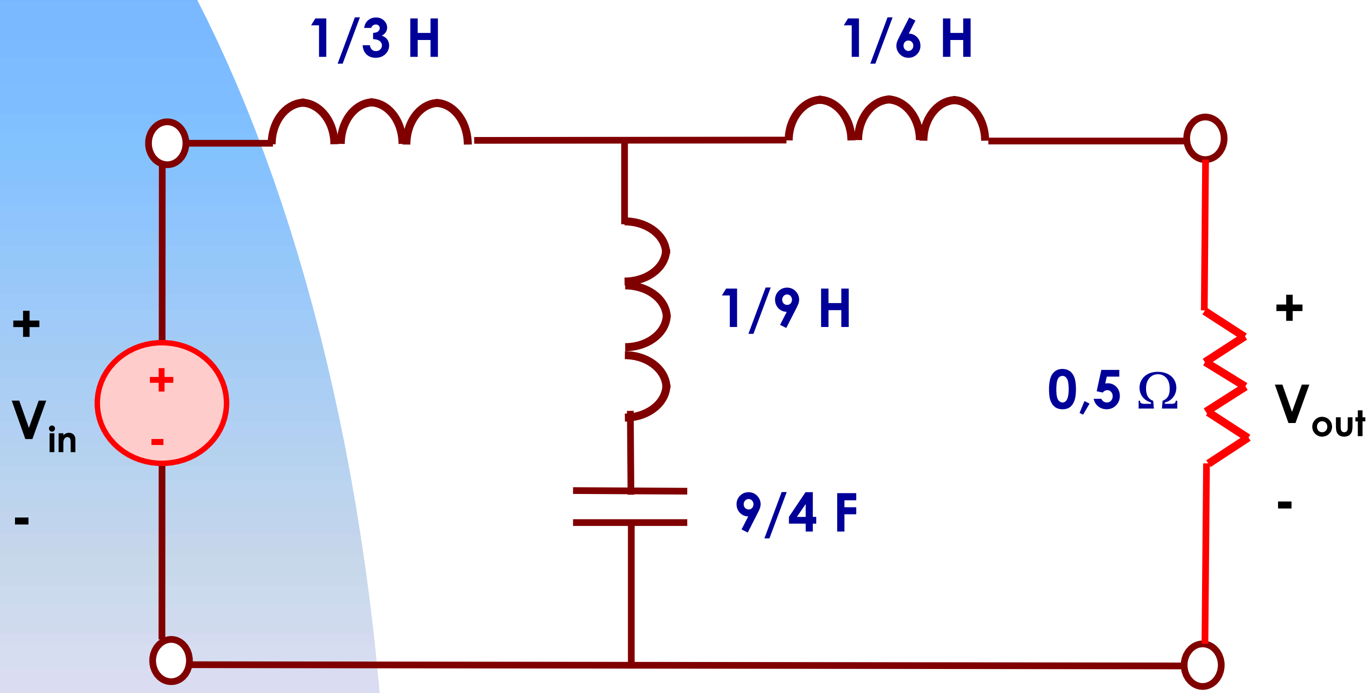
$$y_{22a} = 12\frac{s^2+1}{s\left(s^2+4\right)}$$

$$\frac{1}{L_3} = sy_{22a}\Big|_{s=0} = 12\frac{s^2+1}{s^2+4} = 3 \quad \Rightarrow \quad L_3 = \frac{1}{3}\,H$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{s^2+4}{s}y_{22a}\Big|_{s^2=-4} = 12\frac{s^2+1}{s^2}\Big|_{s^2=-4} = 9 \quad \Rightarrow \quad L_2 = \frac{1}{9}\,H$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_2C_2} = 4 \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{4\,L_2} = \frac{9}{4}\,F$$

$$T(s) = K\frac{s^2+4}{s^3+2s^2+2s+2}$$



Realização de funções de transferência por funções de acesso

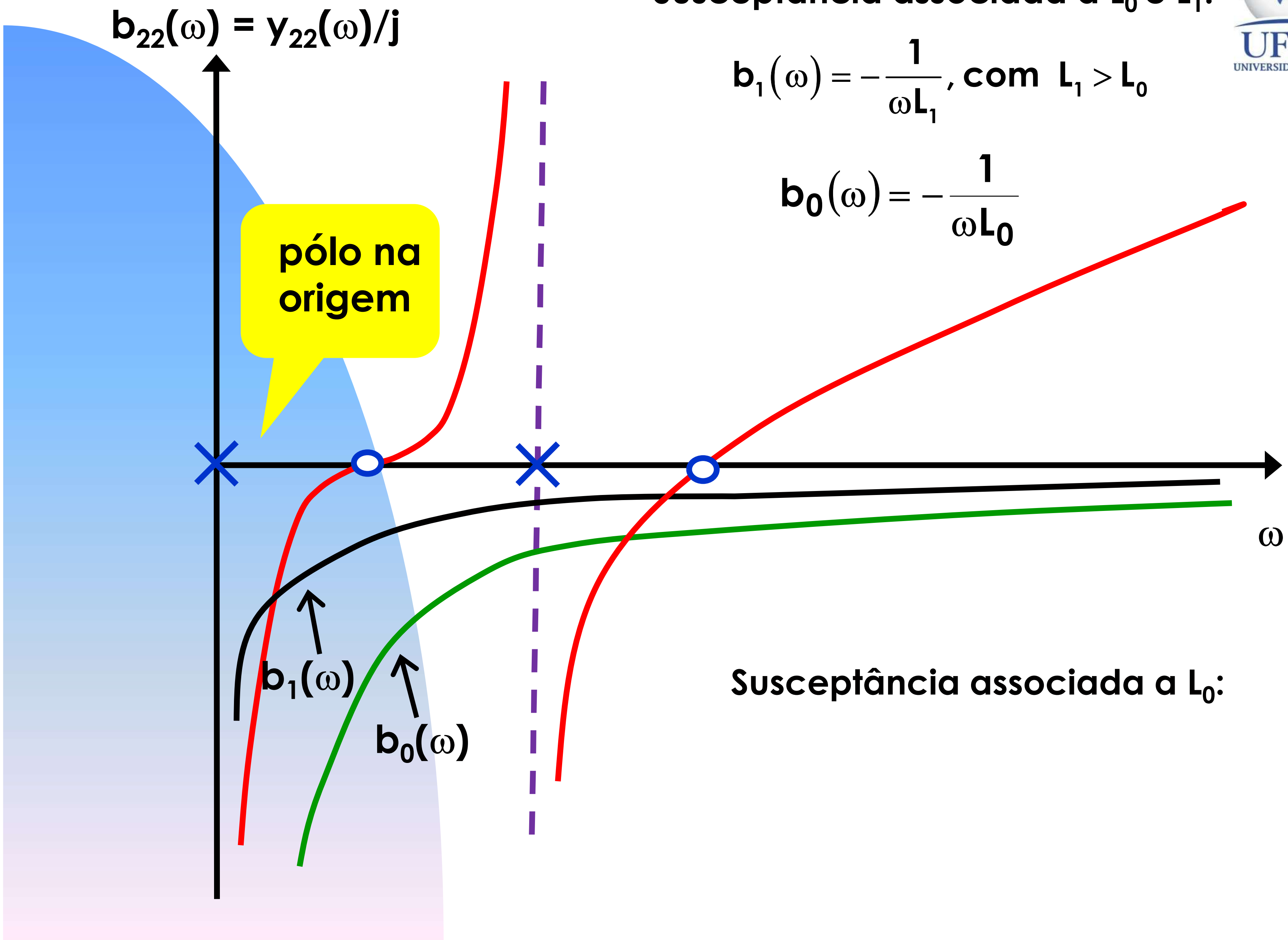
Redes LC com terminação simples

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

3º caso: y_{22} tem pólo na origem

Este pólo é realizado por um indutor L_0 em paralelo

Exemplo:



Susceptância associada a L_0 e L_1:

$$b_1(\omega) = -\frac{1}{\omega L_1}, \text{ com } L_1 > L_0$$

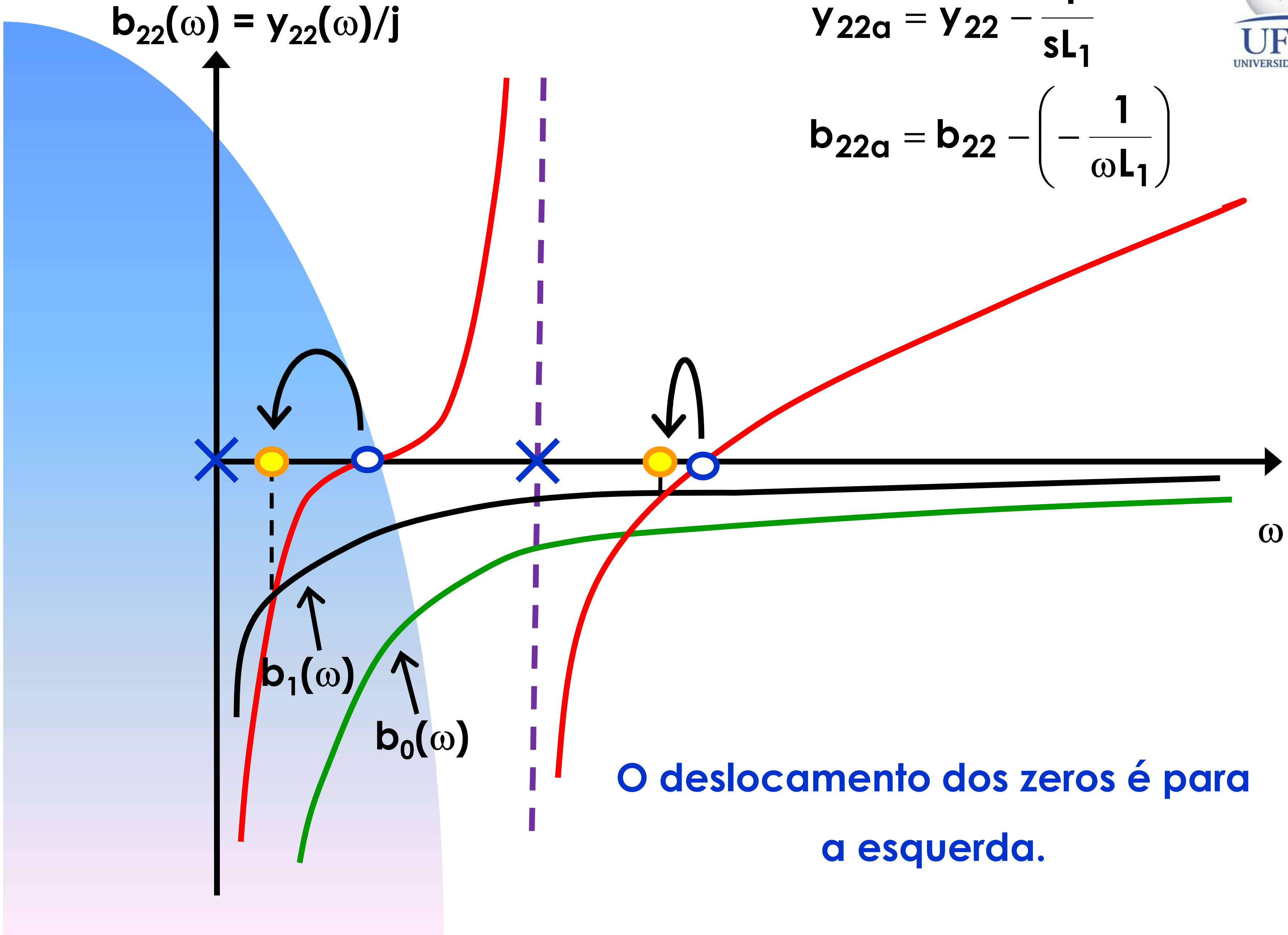
$$b_0(\omega) = -\frac{1}{\omega L_0}$$

Susceptância associada a L_0:

Exemplo:

$$y_{22a} = y_{22} - \frac{1}{sL_1}$$

$$b_{22a} = b_{22} - \left(-\frac{1}{\omega L_1}\right)$$



O deslocamento dos zeros é para a esquerda.

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

3º caso: y_{22} tem pólo na origem

Extração de L_1 desloca zero de y_{22} para zero de transmissão em ω_Z:

$$\frac{1}{L_1} = (s y_{22})_{s^2 = -\omega_Z^2}$$

$$y_{22a} = y_{22} - \frac{1}{sL_1} \quad \Rightarrow \quad y_{22a}\big|_{s^2 = -\omega_Z^2} = 0$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

UFBA
UNIVERSIDADE NOVA

Redes LC com terminação simples

MÉTODO DO “ZERO-SHIFT”

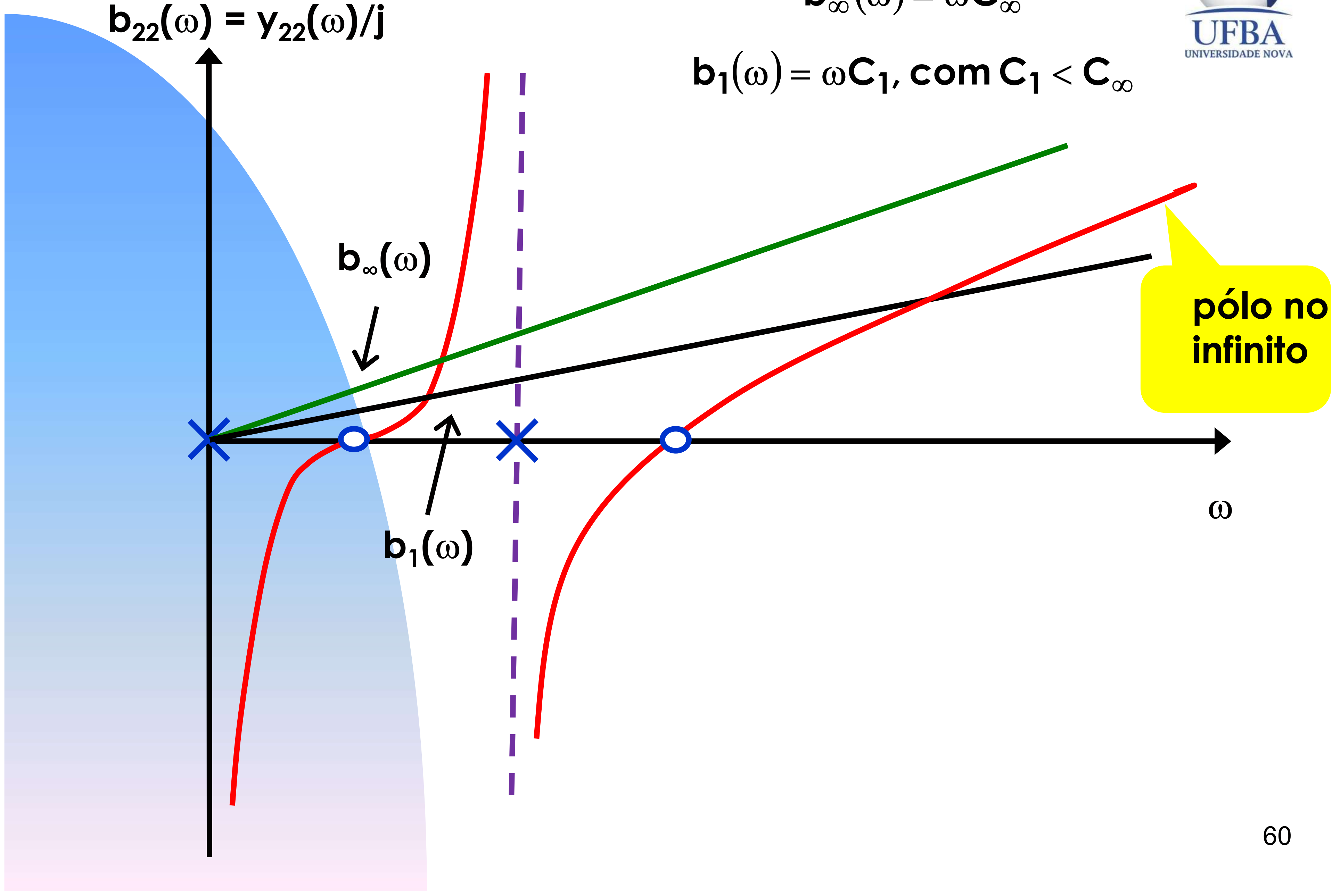
4º caso: y_{22} tem pólo no infinito

Este pólo é realizado por um capcitor C_{∞} em paralelo

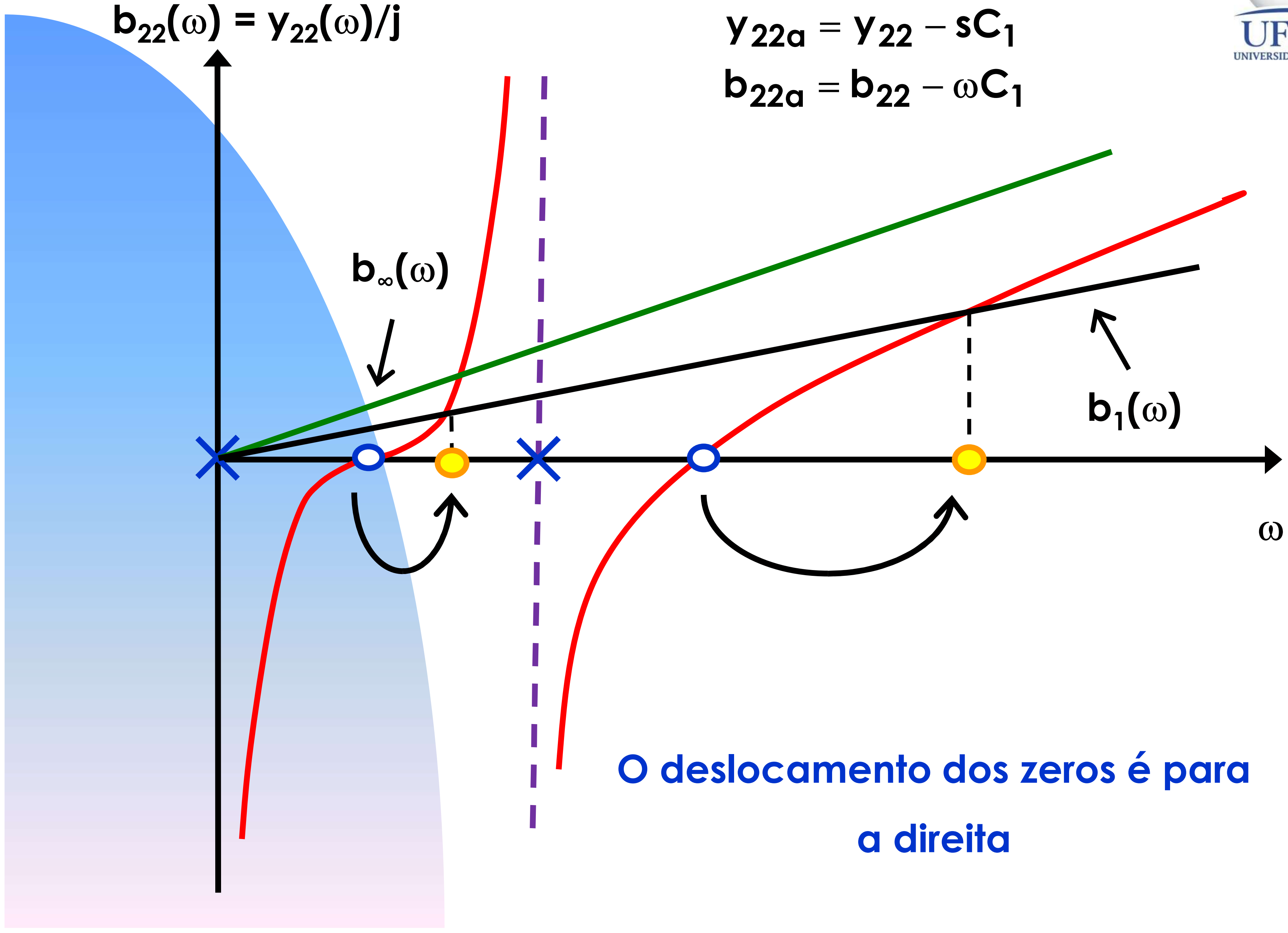
Exemplo:

$$b_\infty(\omega) = \omega C_\infty$$

$$b_1(\omega) = \omega C_1,\ \text{com}\ C_1 < C_\infty$$



Exemplo:



O deslocamento dos zeros é para a direita

UFBA UNIVERSIDADE NOVA

MÉTODO DO "ZERO-SHIFT"

4º caso: y_{22} tem pólo no infinito

Extração de C_1 desloca zero de y_{22} para zero de transmissão em ω_Z:

$$C_1 = \left(\frac{y_{22}}{s}\right)_{s^2=-\omega_Z^2}$$

$$y_{22a} = y_{22} - sC_1 \quad \Rightarrow \quad y_{22a}\Big|_{s^2=-\omega_Z^2} = 0$$

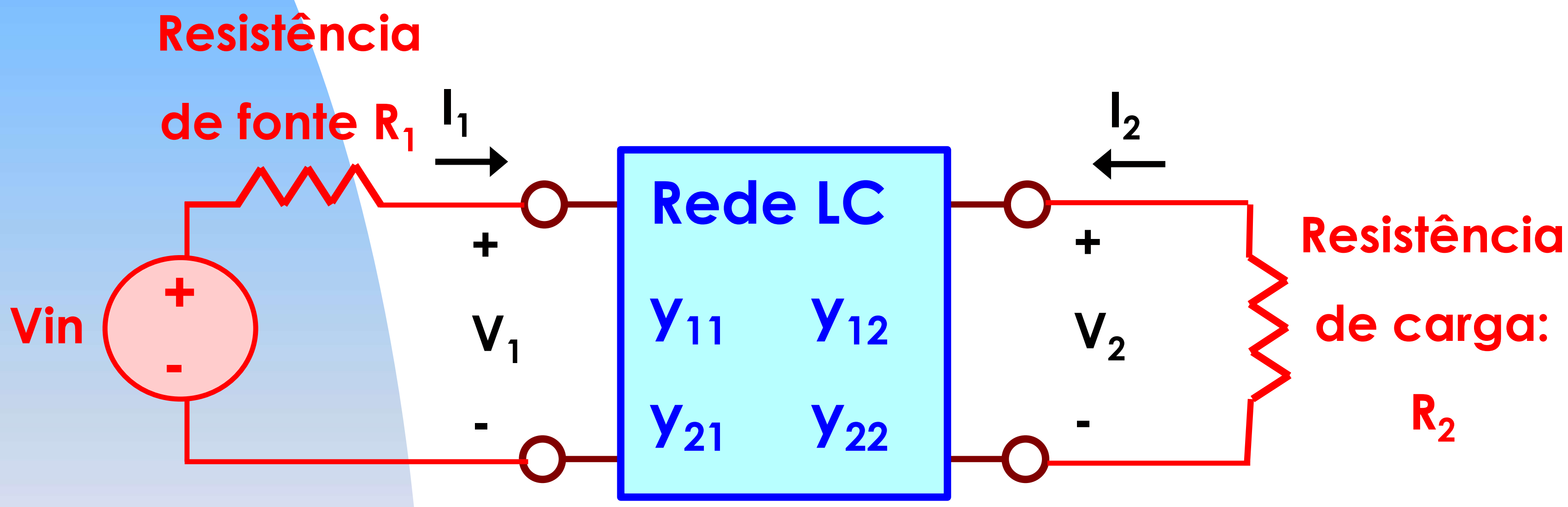
MÉTODO DO “ZERO-SHIFT”

Resumindo:

- **Pólos no infinito (para y(s) ou z(s)) permitem mover os zeros para a direita ($\omega \rightarrow$ infinito).**
- **Pólos na origem (para y(s) ou z (s)) permitem mover os zeros para a esquerda ($\omega \rightarrow$ zero).**

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Síntese de redes LC com terminação dupla:



Realização de funções de transferência por funções de acesso

Síntese de redes LC com terminação dupla:

- Síntese deve considerar resistências de fonte e de carga.
- Como nas redes com terminação simples, a síntese de T(s) será reduzida à síntese de FA.
- Obter os parâmetros z_{11} e z_{22} ou y_{11} e y_{22} a partir de T(s).
- Sintetizar esses parâmetros com os métodos propostos ou o método zero-shift já estudados. de tal forma que os zeros de transmissão também sejam realizados.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Obtenção dos parâmetros z_{11} e z_{22} ou y_{11} e y_{22} a partir de T(s):

- **Para uma rede LC sem perdas e adotando $V_2 = V_o$:**

$$Z_{in}(s) = R_{in}(s) + jX_{in}(s)$$

$$Z_{in}(s) = R_1 \frac{H_p + H_i - K_p - K_i}{H_p + H_i + K_p + K_i}$$

Onde $H_{p(i)}$ e $K_{p(i)}$ são as partes pares (ímpares) dos numeradores de H(s) e K(s) (obtidas de T(s)), que são dados por:

$$H(s) = \sqrt{\frac{R_2}{4R_1}\frac{V_{in}(s)}{V_o(s)}} = \sqrt{\frac{R_2}{4R_1}\frac{1}{T(s)}}$$

$$|K(s)|^2 = |H(s)|^2 - 1$$

$$K(j\omega)K(-j\omega) = |H(s)|^2 - 1$$

Realização de funções de transferência por funções de acesso

- Relacão de Z_{in} com os parâmetros z ou y da rede:

$$z_{11}(s) = R_1 \frac{H_p - K_p}{H_i + K_i}$$

$$z_{22}(s) = R_2 \frac{H_p + K_p}{H_i + K_i}$$

Ou

$$z_{11}(s) = R_1 \frac{H_i - K_i}{H_p + K_p}$$

$$z_{22}(s) = R_2 \frac{H_i + K_i}{H_p + K_p}$$

$$y_{11}(s) = \frac{1}{R_1} \frac{H_p + K_p}{H_i - K_i}$$

$$y_{22}(s) = \frac{1}{R_2} \frac{H_p - K_p}{H_i - K_i}$$

Ou

$$y_{11}(s) = \frac{1}{R_1} \frac{H_i + K_i}{H_p - K_p}$$

$$y_{22}(s) = \frac{1}{R_2} \frac{H_i - K_i}{H_p - K_p}$$

Atenção:
Noque que z_{xx} e y_{xx} não são o inverso um do outro

A escolha dos conjuntos z_{xx} ou y_{xx} deve ser feita de tal forma a evitar o cancelamento dos elementos de maior grau de H(s) e K(s) que formam z ou y.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

Passos para a síntese de T(s) para uma rede duplamente terminada:

1- Determinar as funções H(s) e K(s) a partir de T(s).

1.1 – H(s) é escalonado de tal forma que $|H(j\omega)| = 1$ nas frequência de mínimo de H(s).

2 - Obter os valores de y_{11} e y_{22} ou z_{11} e z_{22} a partir de H(s) e K(s).

3 - Sintetizar um dos parâmetros obtidos no passo 2 (y_{11} ou z_{11}, por exemplo) utilizando as técnicas de realização de redes LC com terminação simples.

Realização de funções de transferência por funções de acesso

4 – Determinar a resistência de terminação (R_2, caso y_{11} ou z_{11} foi utilizado no passo 3, ou R_1, caso y_{22} ou z_{22} foi utilizado) utilizando a mesma topologia de circuito, mas em reverso.

<u>Observação:</u> Dependendo de R_2 (ou R_1), o circuito reverso será uma versão com impedâncias escalonadas (C/α ou $L\alpha$) da versão original. Como o circuito reverso deve ser o mesmo que original (direto), a impedância R_2 (ou R_1) deve ser escalonada pelo mesmo fator α, ou seja, R_2/α. Alternativamente utiliza-se um transformador para escalonar R_2 (ou R_1).

5- Haverá a diferença de uma constante entre T(s) e $T_S(s)$. Obter T(s) com a expressão (válida para y_{11} ou z_{11} utilizado no passo 3):

$$T(s) = \sqrt{\frac{R_2/\alpha}{4R_1}}\,\frac{1}{H(s)}$$

Exemplo

Exemplo 3: Realizar a função de transferência abaixo para $R_1 = 1\ \Omega$ e $R_2 = 2\ \Omega$.

$$T(s) = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

Determinar a função H(s): identificar o valor da constante A, de tal forma que |H(jω)| = 1 nas frequência de minímo de H(s).

$$H(s) = A\frac{1}{T(s)} = A\frac{s^2 + s + 1}{s}$$

Freq. De mínimo s = ±j.

$$|H(s)|^2 = A^2\left|\frac{s^2 + s + 1}{s}\right|^2_{s=\pm j} = A^2\left|\frac{-1 + j + 1}{j}\right|^2 = 1 \rightarrow A = 1$$

Exemplo

Determinar as funções K(s):

$$|K(s)|^2 = K(j\omega)K(-j\omega) = |H(s)|^2 - 1$$

$$|H(s)|^2 - 1 = \left|\frac{s^2+s+1}{s}\right|^2 - 1 \xrightarrow{s=j\omega} \left|\frac{-\omega^2+j\omega+1}{j\omega}\right|^2 - 1 = \frac{\left(\omega^2-1\right)^2}{\omega^2}$$

$$K(j\omega)K(-j\omega) = \left.\frac{\left(\omega^2-1\right)^2}{\omega^2}\right|_{\omega=s/j} = \frac{\left(s^2+1\right)^2}{-s^2} = \left(\frac{s^2+1}{s}\right)\left(\frac{s^2+1}{-s}\right)$$

$$K(s) = \frac{s^2+1}{s}$$

Exemplo

Determinação da FA:

$$H(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s}$$

$$K(s) = \frac{s^2 + 1}{s}$$

$$H_i = s$$

$$H_p = s^2 + 1$$

$$K_i = 0$$

$$K_p = s^2 + 1$$

$$z_{11}(s) = R_1 \frac{H_p - K_p}{H_i + K_i} = 0 \quad \text{X}$$

$$z_{22}(s) = R_2 \frac{H_p + K_p}{H_i + K_i}$$

$$z_{11}(s) = R_1 \frac{H_i - K_i}{H_p + K_p} \quad \checkmark$$

$$z_{22}(s) = R_2 \frac{H_i + K_i}{H_p + K_p}$$

$$z_{11}(s) = R_1 \frac{H_i - K_i}{H_p + K_p} = \frac{s}{2(s^2 + 1)}$$

Atenção: A escolha inicial de z_{11}, implica em utilizar z_{22} correspondente para fazer a rede da realização reversa e sintetizar a terminação.

Exemplo

$z_{11}(s)$ deve sintetizar os zeros de transmissão de T(s):

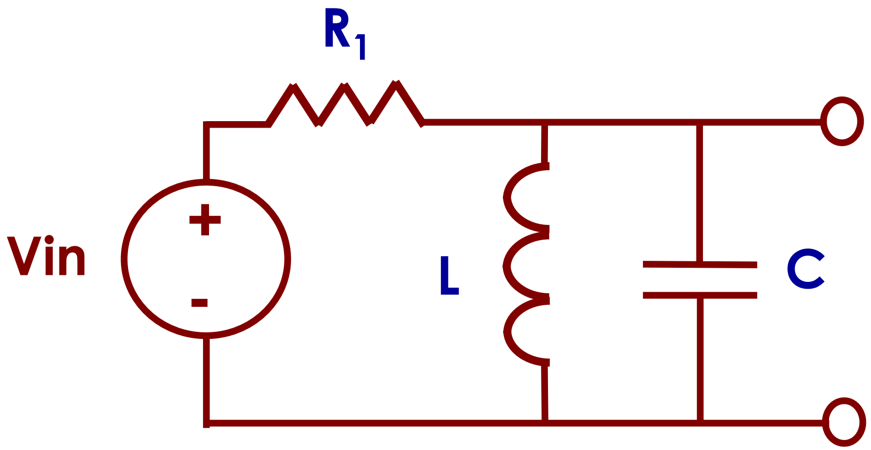
$$T(s) = \frac{s}{s^2 + s + 1}$$

Zeros de transmissão:

Um zero na origem → L paralelo

Um zero no infinito → C paralelo

Circuito proposto para sintetizar os zeros de transmissão e $z_{11}(s)$.



$$z_{11}(s) = \frac{s}{2(s^2 + 1)}$$

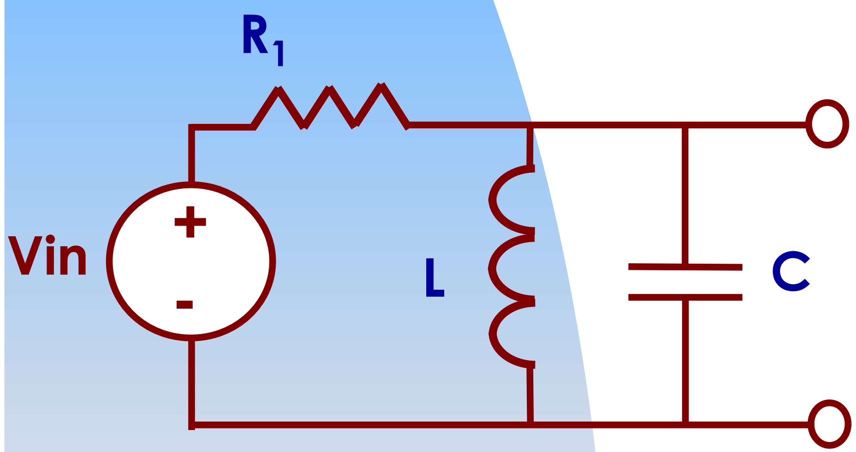
Exemplo

Os componentes do circuito proposto para $z_{11}(s)$ podem ser sintetizados utilizando a segunda forma de Foster:

Segunda forma de Foster:

$$y_{11}(s) = \frac{1}{z_{11}(s)} = \frac{2(s^2+1)}{s}$$

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + sC_\infty + \sum_i \frac{s/L_i}{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)}$$

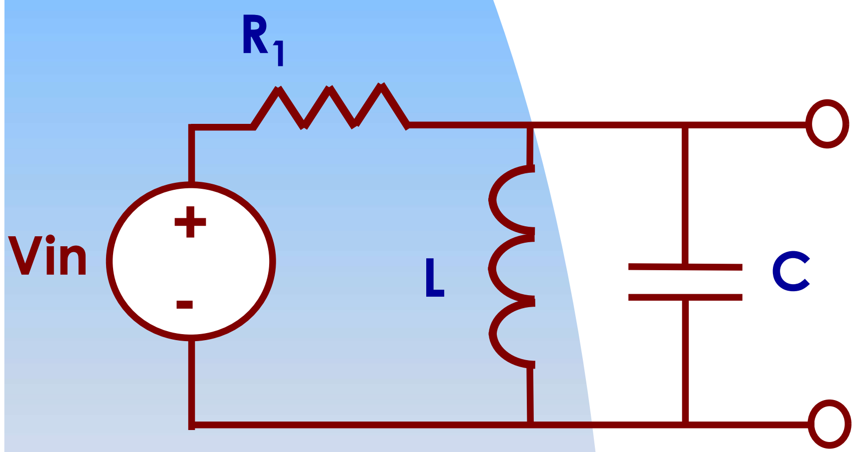


y_{11} tem:
pólo na origem → L_0 existe.
pólo no infinito → C_∞ existe.

Exemplo

Os componentes do circuito proposto para $z_{11}(s)$ podem ser sintetizados utilizando a segunda forma de Foster:

$$y_{11}(s) = \frac{1}{z_{11}(s)} = \frac{2(s^2+1)}{s}$$



Segunda forma de Foster:

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + sC_\infty + \sum_i \frac{s/L_i}{\left(s^2+\omega_{pi}^2\right)}$$

$$\frac{1}{L_0} = s.Y(s)\big|_{s=0} = \frac{1}{2}\ \mathrm{H}$$

$$C_\infty = \left.\frac{Y(s)}{s}\right|_{s\to\infty} = 2\ \mathrm{F}$$

Exemplo

Determinação de z_{22} e da resistência de terminação (que substitui R_2 na síntese).

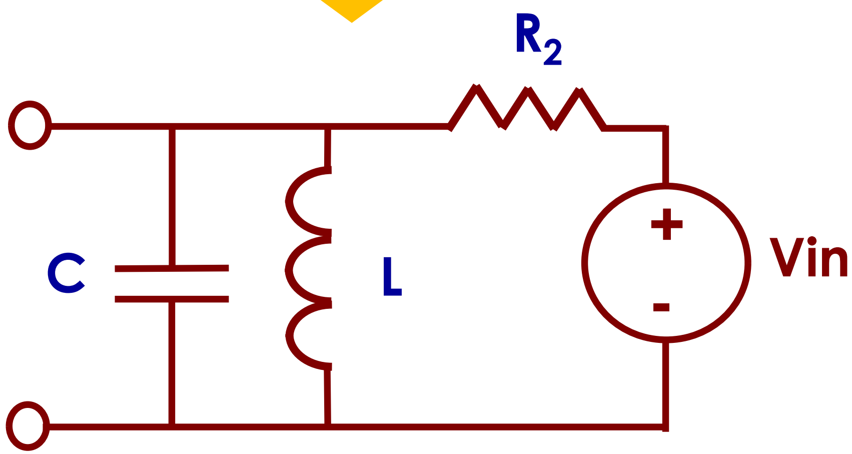
$$z_{22}(s) = R_2 \frac{H_i + K_i}{H_p + K_p} = 2\frac{s}{2(s^2+1)}$$

$Z_{22}(s)$ deve ser realizado usando a topologia reversa de $z_{11}(s)$.

Da segunda forma de Foster:

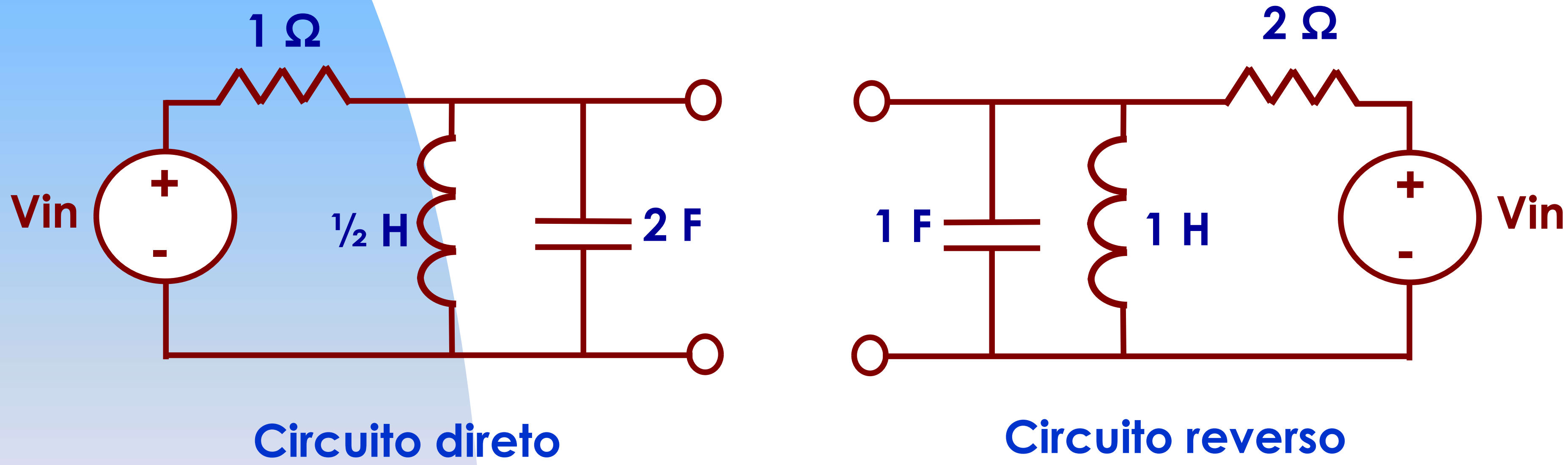
$$\frac{1}{L_0} = s.Y(s)\Big|_{s=0} = s.\frac{1}{z_{11}(s)}\Bigg|_{s=0} = 1\ \text{H}$$

$$C_\infty = \frac{Y(s)}{s}\Bigg|_{s\to\infty} = \frac{1}{s.z_{11}(s)}\Bigg|_{s\to\infty} = 1\ \text{F}$$



Exemplo

Nota-se, que os componentes do circuito reverso estão escalonados por α = 2 (C/α e Lα, sendo que C e L são os valores do circuito direto).



Exemplo

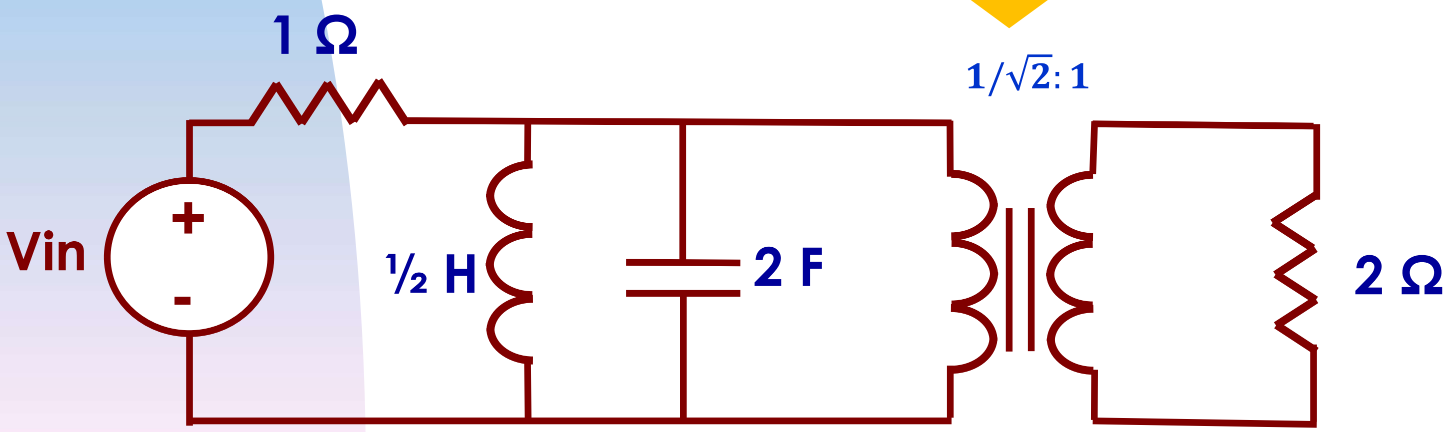
O circuito reverso (obtido de z_{22}) deve ser o mesmo que o circuito direto (obtido de z_{11}), assim a resistência de terminação será:

$$R_2' = \frac{R_2}{\alpha} = 1\,\Omega$$

A função de transferência final é:

$$T(s) = \sqrt{\frac{R_2/\alpha}{4R_1}}\frac{1}{H(s)} = \frac{0,5s}{s^2+s+1}$$

Para obter a resistência R_2 desejada, um transformador ideal, com $N_1{:}N_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}:1$, deve ser utilizado.



Sensibilidade em filtros passivos

- **Filtros LC reais:**
  - **L e C apresentam variações nos valores nominais definidas pela tolerância.**
  - **Resposta do filtro não corresponde à reposta ideal.**
- **Função de sensibilidade:**

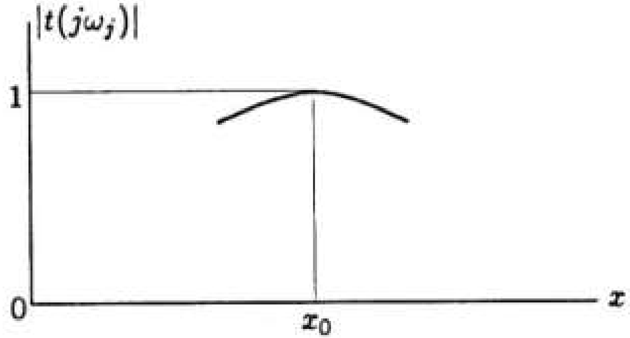
$$S_x^y \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} = \frac{x}{y}\frac{dy}{dx}$$

Variação de y por unidade devido à variação em x por unidade.

Onde y é o parâmetro de interesse (ω_0 ou Q, por exemplo) x é o componente não ideal (L ou C).

Sensibilidade em filtros passivos

- Caracaterísticas de filtros passivos:
  - Não há elementos de circuito predominantes na filtragem.
  - Não há elementos ativos que acentuem efeitos indesejados através de amplificação.
- Argumento para a baixa sensibilidade: para uma rede LC de duas portas com ganho em banda passante $|T(j\omega)| \leq 1$, qualquer variação nos componentes passivos x (com valor nominal x_0) apenas reduz $|T(j\omega)|$ por causa do limite do ganho em passante.



Referências e leituras recomendadas

Seções 6.3-6.4, Daryanani, Gobind, "Principles of Active Network Synthesis and Design," John Wiley & Sons, New York.

Capítulo 5, Noceti-Filho, Sidnei, "Filtros Seletores de Sinais," Editora da UFSC, Florianópolis, 2003.

Van Valkenburg, "Analog Filter Design," Oxford, New York