Exercícios – síntese de funções de acesso e de filtros LC

Síntese de Circuitos – ENGC46

Professor: Maicon D. Pereira

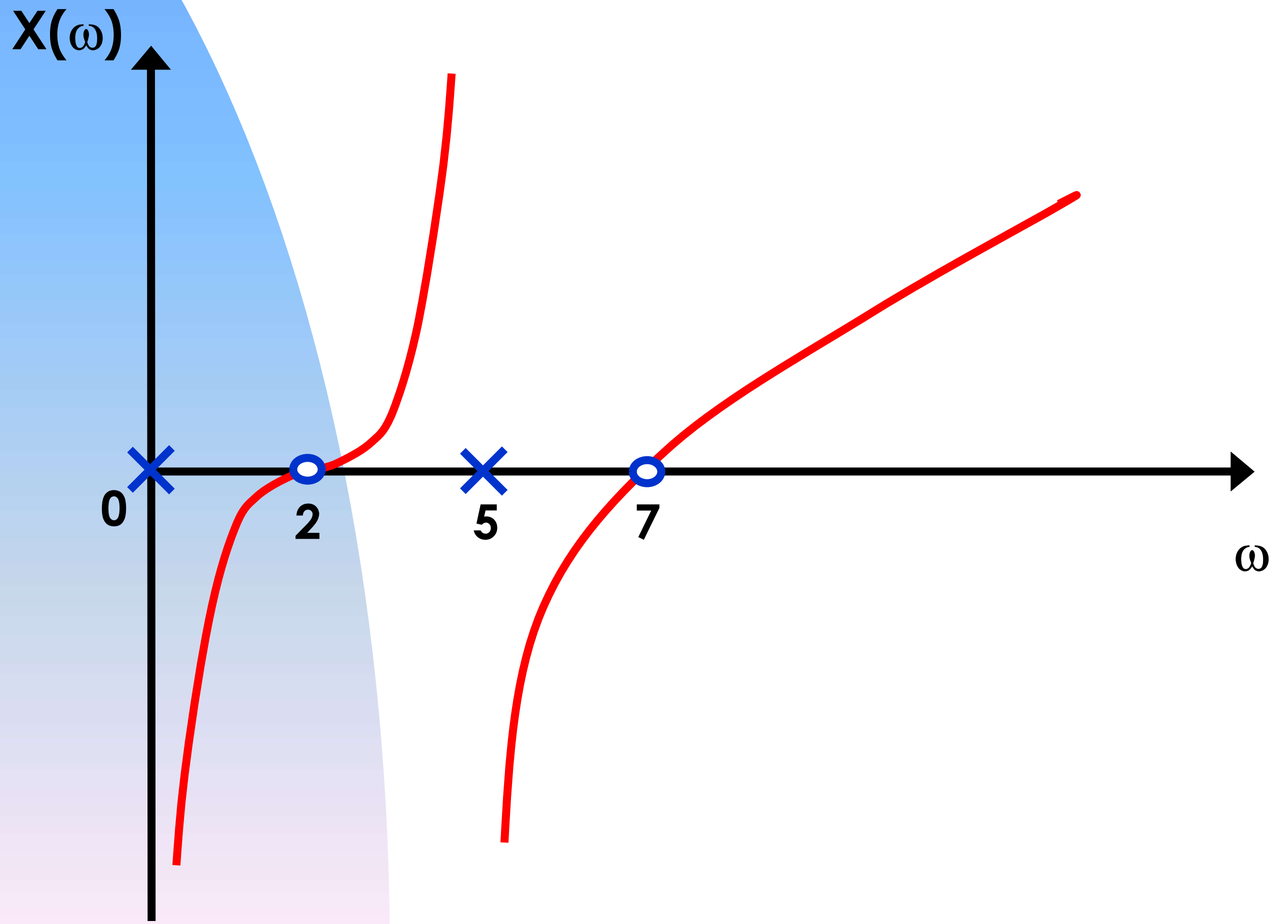
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação

Universidade Federal da Bahia

UFBA
UNIVERSIDADE NOVA

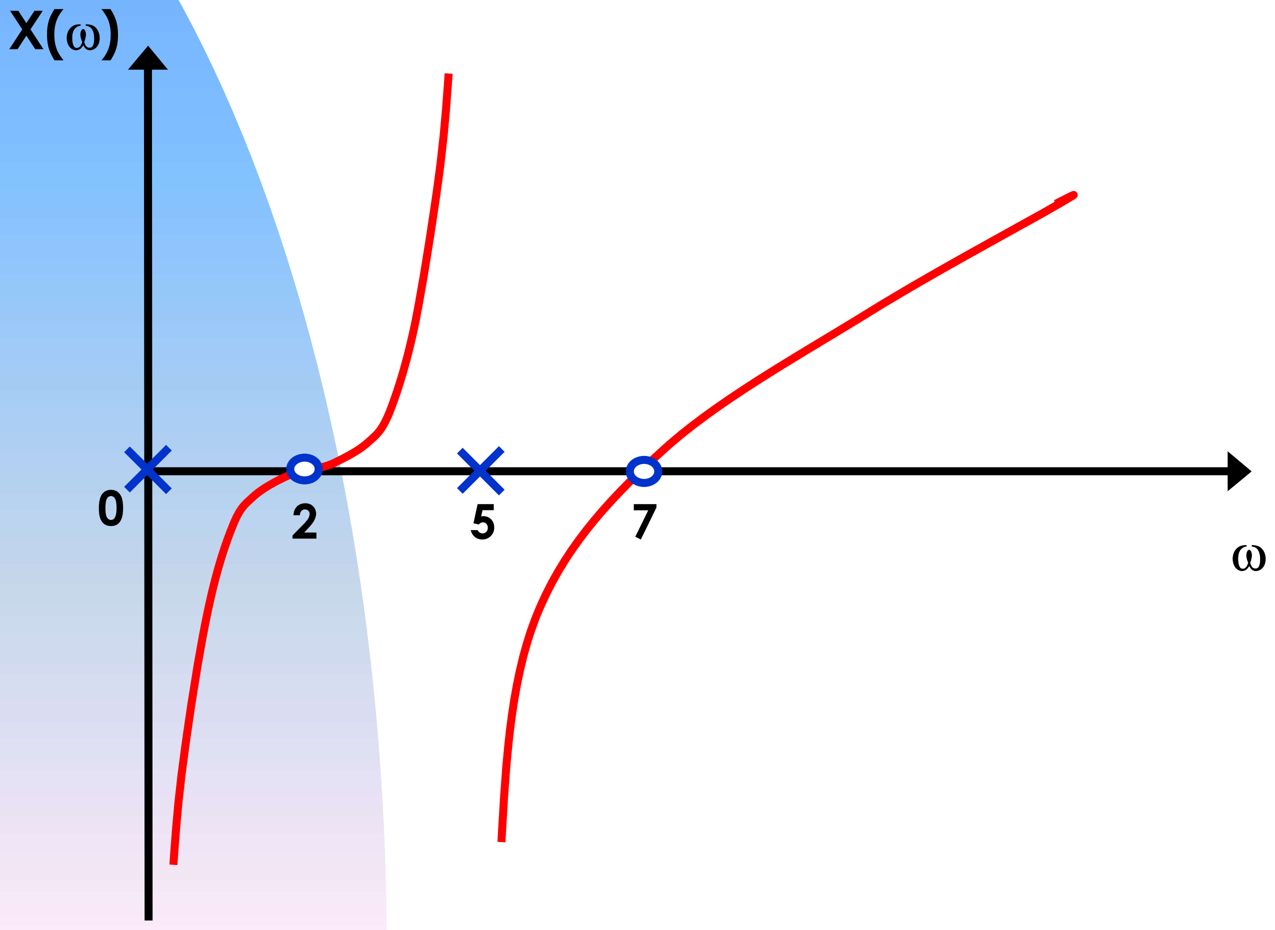
Exercício 1

Identifique a função de acesso e sintetize Z(s) utilizando as 1ª forma de Foster.



zeros: 2 pares imaginário

pólos: 1 na origem
1 par imaginário
1 no infinito

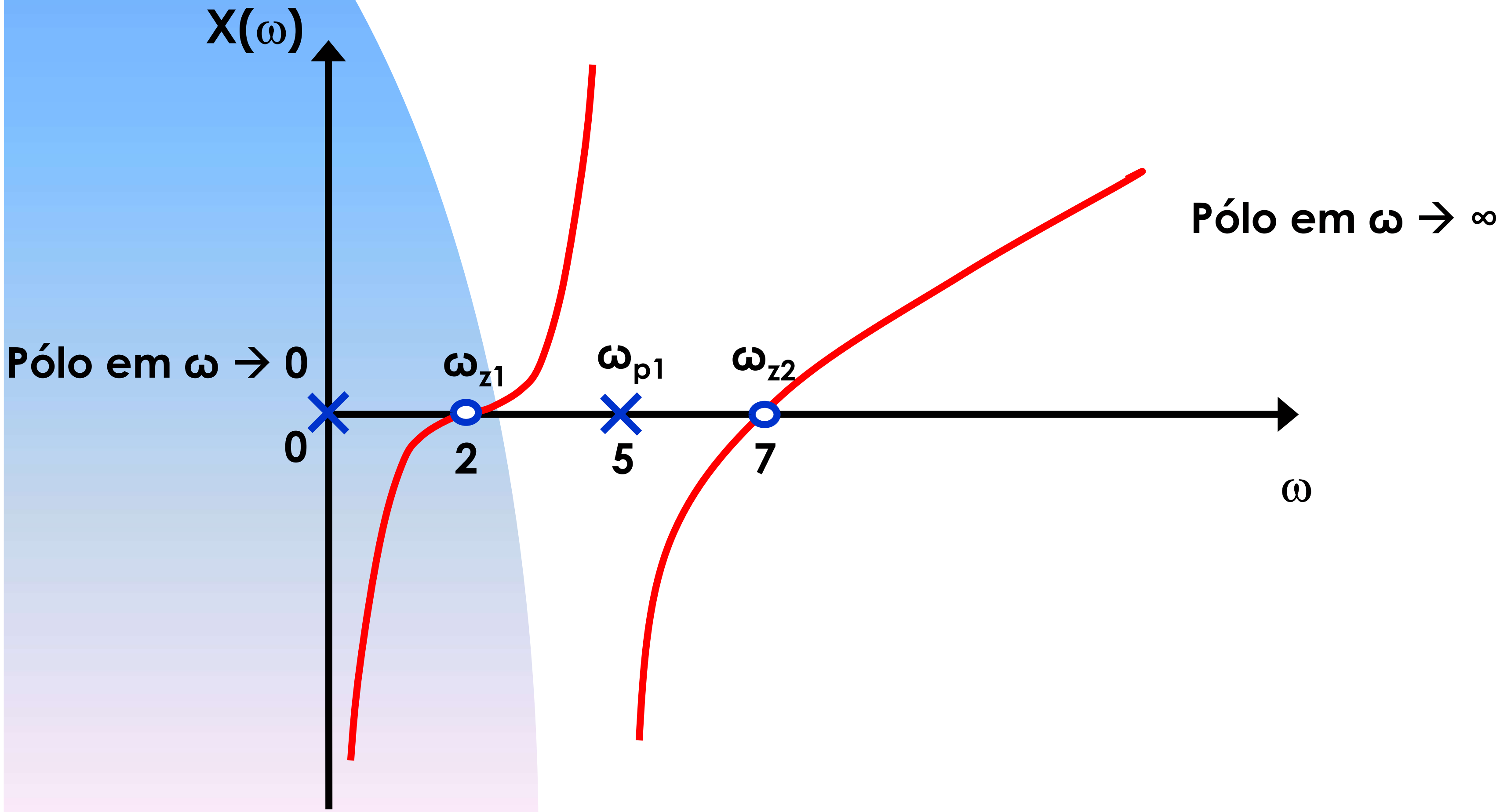


zeros: 2 pares imaginário → $\omega_{z1} = 2$ e $\omega_{z2} = 7$ → $\left(s^2 + \omega_{zi}^2\right)$

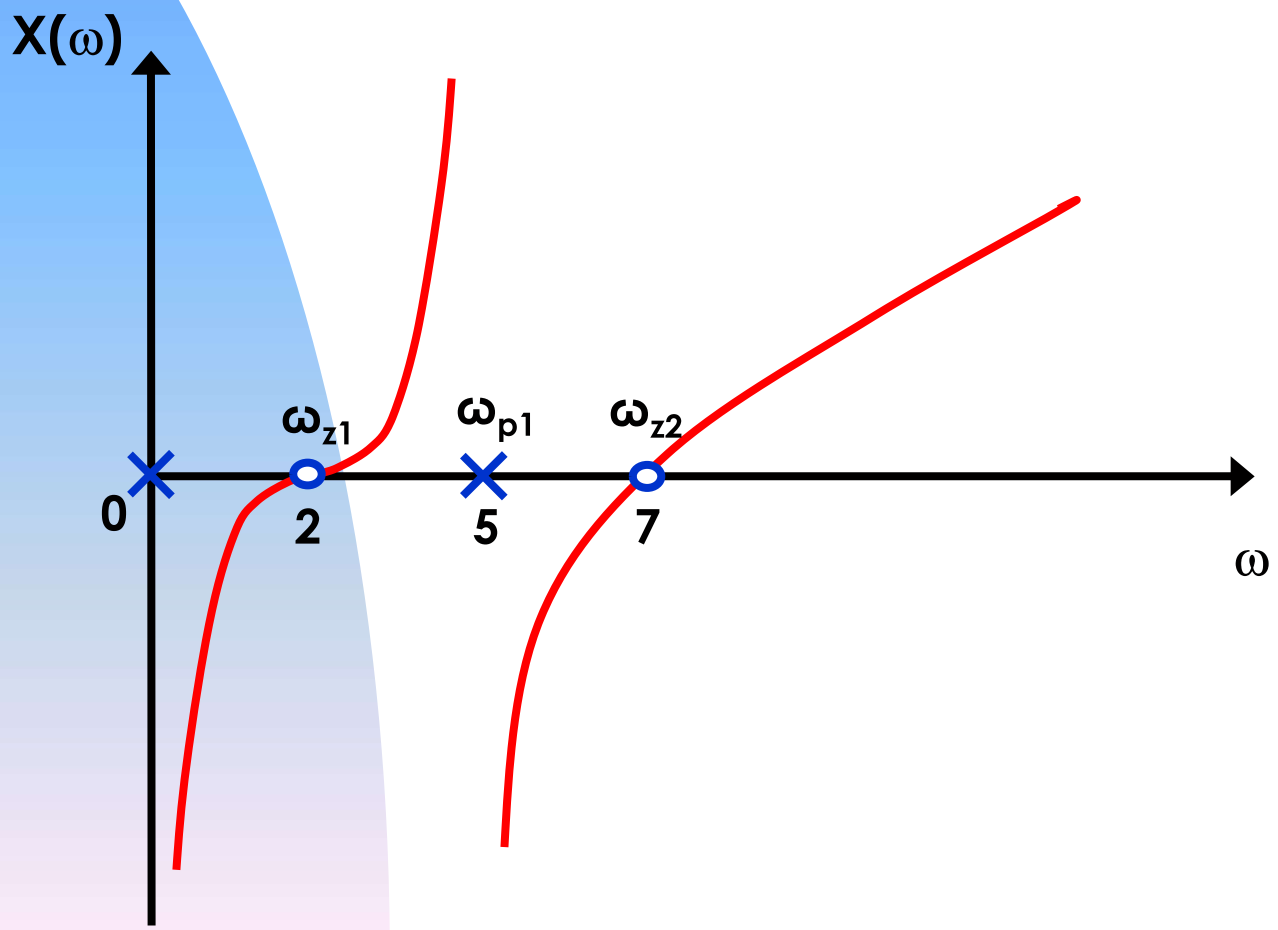
pólos: 1 na origem → elemento em s no denominador

1 par imaginário → $\omega_{p1} = 5$ → $\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)$

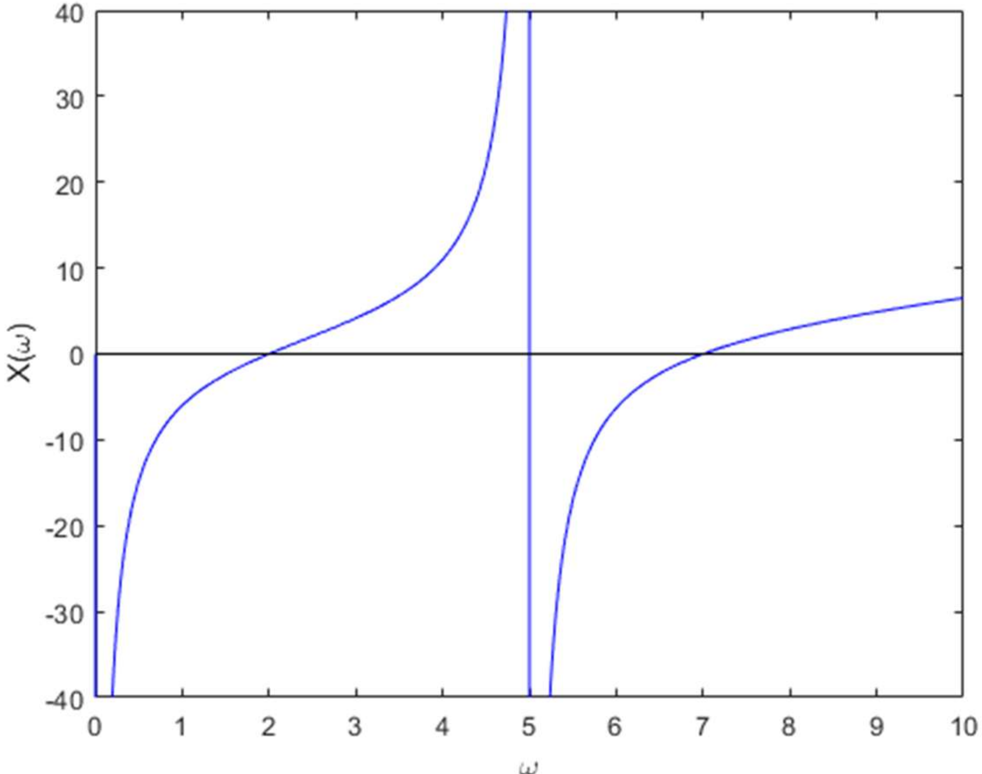
1 no infinito → ordem do numerador > denominador



$$Z(s) = \frac{\left(s^2+\omega_{z1}^2\right)\left(s^2+\omega_{z2}^2\right)}{s\left(s^2+\omega_{p1}^2\right)} = \frac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}$$



$$Z(s) = \frac{\left(s^2+\omega_{z1}^2\right)\left(s^2+\omega_{z2}^2\right)}{s\left(s^2+\omega_{p1}^2\right)} = \frac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}$$



ω_{z1} ω_{p1} ω_{z2}

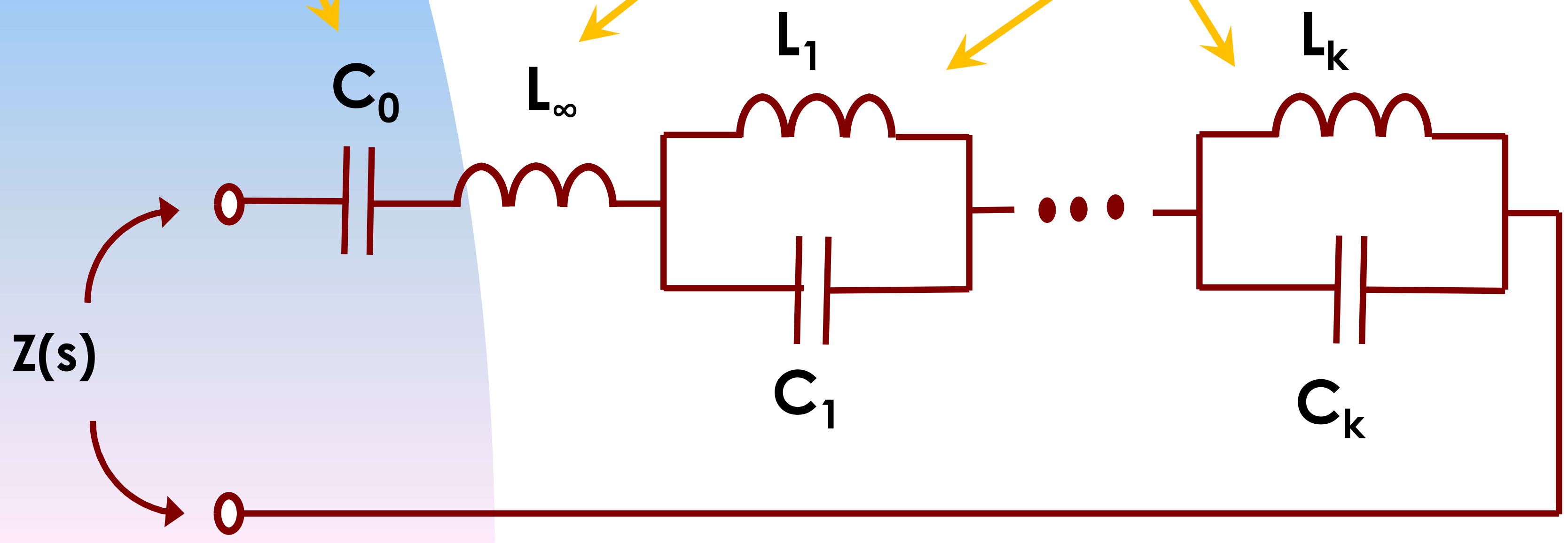
- **1ª Forma de Foster: baseia-se na expansão da <u>impedância</u> em frações parciais.**

$$Z(s) = \frac{1}{sC_0} + sL_\infty + \sum_i \frac{s/C_i}{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)}$$

Pólo na origem

Pólo no infinito

Associações LC paralelo: freq. de cada par de pólos $\omega_{pi}{}^2 = 1/(L_i C_i)$

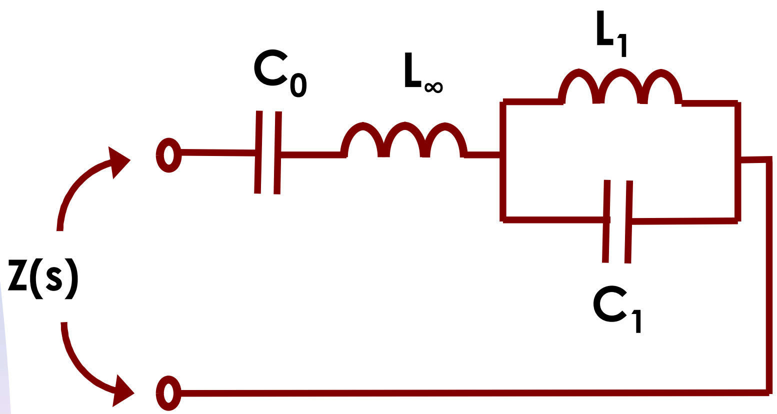


$$Z(s) = \frac{\left(s^2 + 2^2\right)\left(s^2 + 7^2\right)}{s\left(s^2 + 5^2\right)}$$

- zeros: 2 pares imaginários
- pólos: 1 par imaginário, 1 na origem e 1 no infinito

- Existe pólo no infinito (C_∞) e pólo na origem (L_0).
- Um par de pólos finitos → uma associação LC série.

1ª forma de Foster para Z(s):



$$Z(s) = \frac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}$$

$$\frac{1}{C_0} = s.Z(s)\Big|_{s=0} = s.\frac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}\Bigg|_{s=0} \Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{25}{196}\ \text{F}}$$

$$L_\infty = \frac{Z(s)}{s}\Bigg|_{s\to\infty} = \frac{\dfrac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}}{s}\Bigg|_{s\to\infty} = \frac{s^4+53s^2+196}{s^4+25s^2}\Bigg|_{s\to\infty} \Rightarrow \boxed{L_\infty = 1\ \text{H}}$$

$$\frac{1}{C_1} = \left(\frac{\left(s^2+5^2\right)}{s}Z(s)\right)\Bigg|_{s^2=-(5^2)} = \left(\frac{\left(s^2+5^2\right)}{s}\frac{\left(s^2+2^2\right)\left(s^2+7^2\right)}{s\left(s^2+5^2\right)}\right)\Bigg|_{s^2=-(5^2)} \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{25}{504}\ \text{F}}$$

$$\omega_{p1}^2 = \frac{1}{L_1C_1} = 5^2 \Rightarrow \boxed{L_1 = \frac{625}{504}\ \text{H}}$$

Exercício 2

Sintetizar y_{22} utilizando as formas de Foster.

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}$$

Exercício 2

Sintetizar y_{22} utilizando as formas de Foster.

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}$$

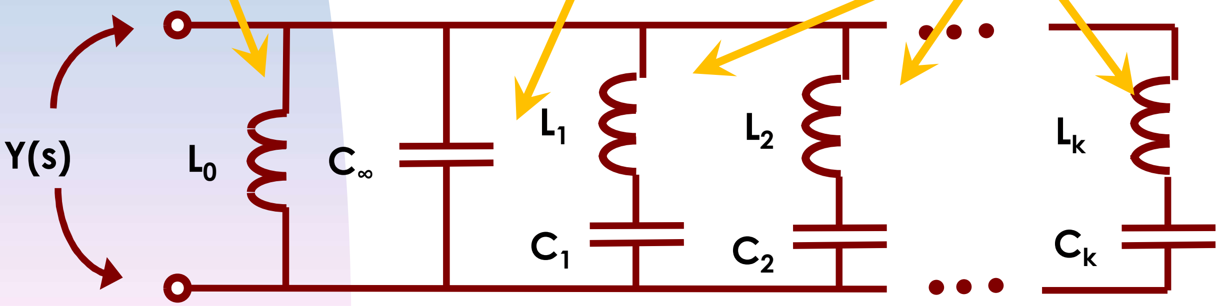
- 2^a Forma de Foster: baseia-se na expansão da <u>admitância</u> em frações parciais:

$$Y(s) = \frac{1}{sL_0} + sC_\infty + \sum_i \frac{s/L_i}{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)}$$

Pólo na origem

Pólo no infinito

Associações LC série: freq. de cada par de pólos $\omega_{pi}^{\ 2} = 1/(L_iC_i)$

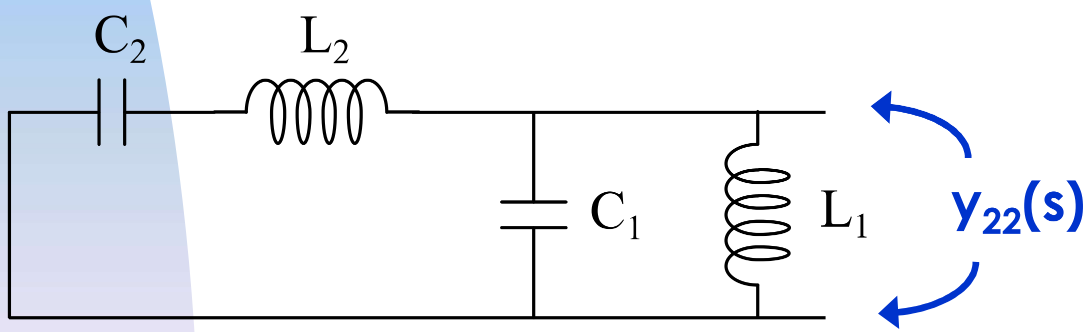


Sintetizar y_{22} utilizando as formas de Foster.

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}$$

- 4 zeros: 2 pares imaginários
- 4 pólos: 1 par imaginário, 1 na origem e 1 no infinito

- Existe pólo no infinito (C_∞) e pólo na origem (L_0).
- Um par de pólos finitos → uma associação LC série.



Realização de funções de acesso

O componentes podem ser obtidos da FA da seguinte forma:

$$\frac{1}{L_0} = \frac{1}{L_1} = s.y_{22}\Big|_{s=0} = s\frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}\Bigg|_{s=0} = \frac{48}{30} \Rightarrow \boxed{L_1 = 0,625\ \text{H}}$$

$$C_\infty = C_1 = \frac{y_{22}}{s}\Bigg|_{s\to\infty} = \frac{1}{s}\frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}\Bigg|_{s\to\infty} \cong \frac{s^4}{3s^4} \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{1}{3}\ \text{F}}$$

$$\frac{1}{L_i} = \frac{1}{L_2} = \frac{\left(s^2 + \omega_{pi}^2\right)}{s}y_{22}\Bigg|_{s^2=-\omega_{pi}^2=-10} = \frac{\left(s^2 + 10\right)}{s}\frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s}\Bigg|_{s^2=-10}$$

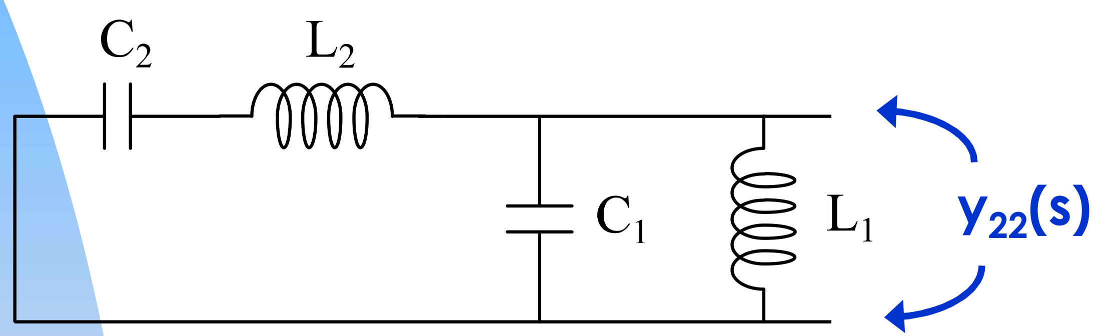
$$\frac{1}{L_2} = \frac{\left(s^2 + 10\right)}{s}\frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s(s^2 + 10)}\Bigg|_{s^2=-10} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^2}\Bigg|_{s^2=-10} = 0.4 \Rightarrow \boxed{L_2 = 2,5\ \text{H}}$$

$$\omega_{pi}^2 = \frac{1}{L_iC_i} \Rightarrow C_i = C_2 = \frac{1}{L_2\omega_p^2} = \frac{1}{2,5.10} \Rightarrow \boxed{C_2 = 0,04\ \text{F}}$$

Exercício 3

Sintetizar y_{22} e a rede dada abaixo utilizando as formas de Cauer.

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s} = \frac{\left(s^2+4\right)\left(s^2+12\right)}{3s\left(s^2+10\right)}$$

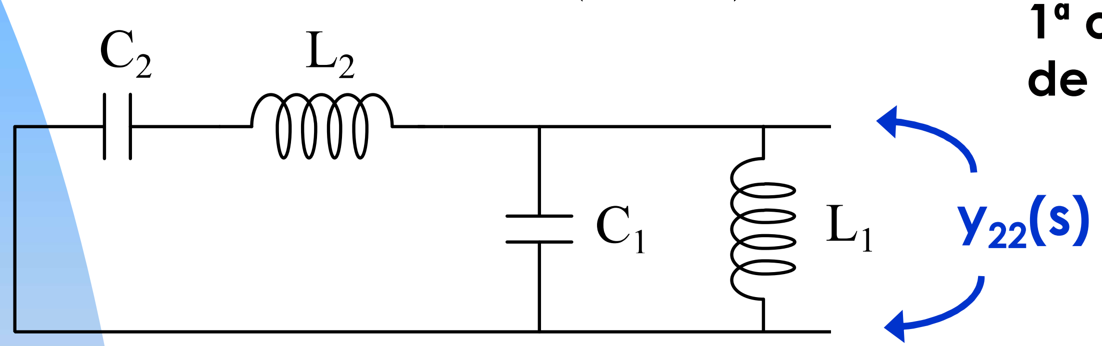


Exercício 3

Sintetizar y_{22} e a rede dada abaixo utilizando as formas de Cauer.

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s} = \frac{(s^2+4)(s^2+12)}{3s(s^2+10)}$$

Tem pólo na origem e pólo no infinito: aplicar a 1ª ou a 2ª forma de Cauer.

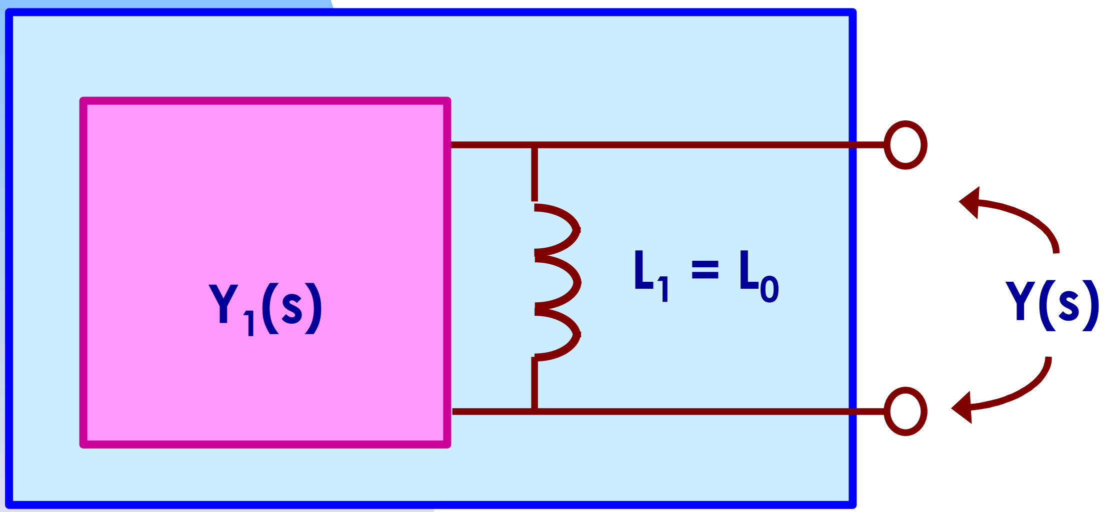


- **1ª Forma de Cauer: Se a Z (ou Y) tem pólo na infinito é extraída uma indutância em série L∞ (ou capacitância em paralelo C∞) → Neste caso, C_1.**
- **2ª Forma de Cauer: Se a Z (ou Y) tem pólo na origem é extraída uma capacitância em série C_0 (ou indutância em paralelo L_0) → Neste caso, L_1.**

Arbitramos começar pela 2ª forma.

2ª Forma de Cauer

Se a admitância tem pólo na origem é extraída uma indutância em paralelo: L_0



$$\frac{1}{L_1} = sY(s)\Big|_{s=0}$$

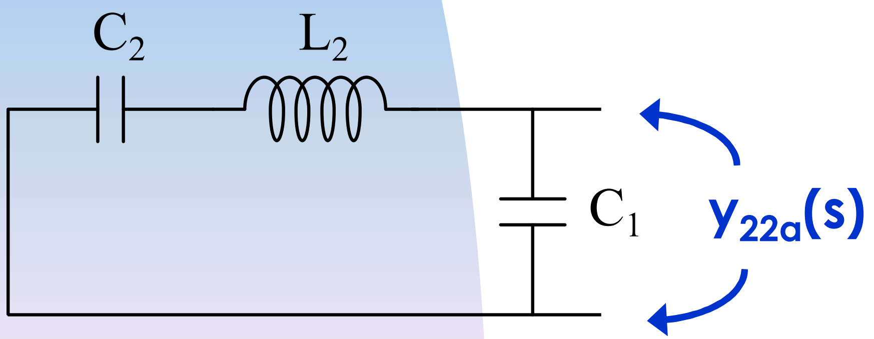
$$Y_1(s) = Y(s) - \frac{1}{sL_1}$$

$$\frac{1}{L_1} = \left(sy_{22}\right)\Big|_{s=0} = \left(s\frac{\left(s^2+4\right)\left(s^2+12\right)}{3s\left(s^2+10\right)} \right)\Bigg|_{s=0} = \frac{4.12}{3.10} = 1,6 \quad \Rightarrow \quad \boxed{L_1 = 0,625\,\text{H}}$$

$$y_{22a} = y_{22} - \frac{1}{sL_1}$$

$$y_{22a} = \frac{s^4+16s^2+48}{3s^3+30s} - \frac{16}{10s} = \frac{10s^4+160s^2+480-48s^2-480}{30s\left(s^2+10\right)} = \frac{10s^3+112s}{30\left(s^2+10\right)}$$

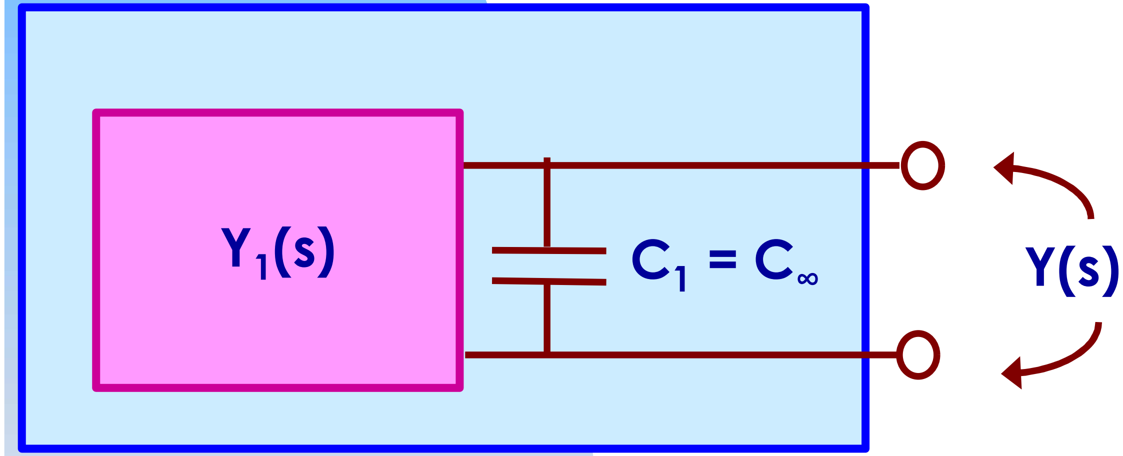
Rede remanescente:



Tem pólo no infinito: aplicar a 1ª forma de Cauer.

1ª Forma de Cauer

Se a admitância tem pólo no infinito é extraída uma capacitância em paralelo: C_∞



Determinação de C_∞:

$$C_1 = \left.\frac{Y(s)}{s}\right|_{s\to\infty}$$

Impedância remanescente Y1(s):

$$Y_1(s) = Y(s) - sC_1$$

$$C_1 = \frac{y_{22a}}{s}\bigg|_{s\to\infty} = \frac{10s^2+112}{30s^2+300} \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{1}{3}\,F}$$

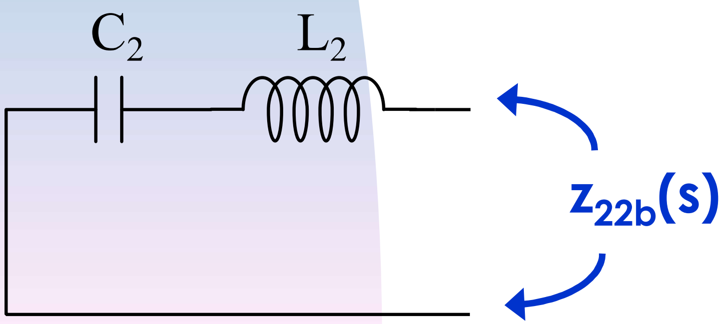
$$y_{22b} = y_{22a} - sC_1 = \frac{10s^3+112s}{30\left(s^2+10\right)} - \frac{s}{3}$$

$$y_{22b} = \frac{12s}{30\left(s^2+10\right)} \quad\Rightarrow\quad z_{22b} = \frac{1}{y_{22b}} = \frac{30\left(s^2+10\right)}{12s}$$

Não tem pólo na origem ou infinito→ não é possível continuar com y(s) para aplicar Cauer.

Tem pólo na origem e no infinito: aplicar a 1ª (indutância em série L∞) ou a 2ª forma de Cauer (capacitância em série: C_0).

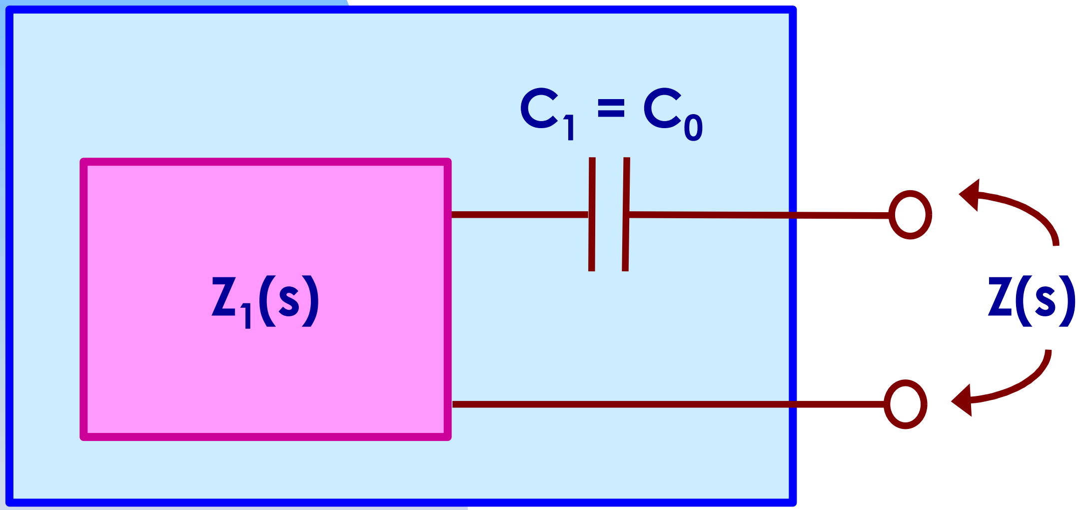
Rede remanescente:



Arbitramos começar pela 2ª forma.

2ª Forma de Cauer

Se a impedância tem pólo na origem é extraída uma capacitância em série: C_0



$$\frac{1}{C_1} = sZ(s)\big|_{s=0}$$

$$Z_1(s) = Z(s) - \frac{1}{sC_1}$$

$$\frac{1}{C_2} = \left(s z_{22b}\right)\Big|_{s=0} = \frac{300}{12} = 25 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_2 = 0{,}04\ \text{F}}$$

$$z_{22c} = z_{22b} - \frac{1}{sC_2}$$

$$z_{22c} = \frac{30\left(s^2+10\right)}{12s} - \frac{25}{s} = \frac{30s^2+300-300}{12s} = 2{,}5s$$

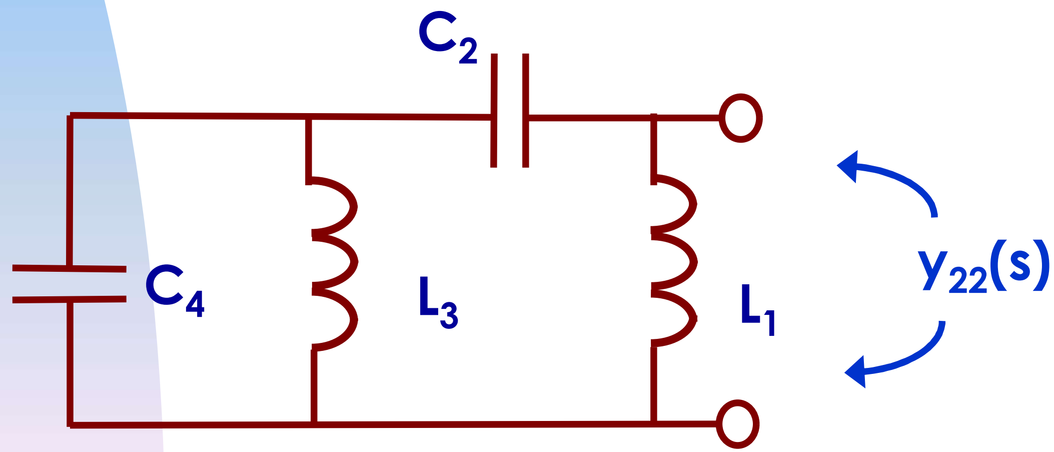
Tem pólo no infinito: aplicar a 1ª forma de Cauer.

$$L_2 = \frac{z_{22c}}{s}\Big|_{s\to\infty} = \frac{2{,}5s}{s} \Rightarrow \boxed{L_2 = 2{,}5\text{H}}$$

Caso a rede LC não tivesse sido imposta:

$$y_{22} = \frac{s^4 + 16s^2 + 48}{3s^3 + 30s} = \frac{(s^2+4)(s^2+12)}{3s(s^2+10)}$$

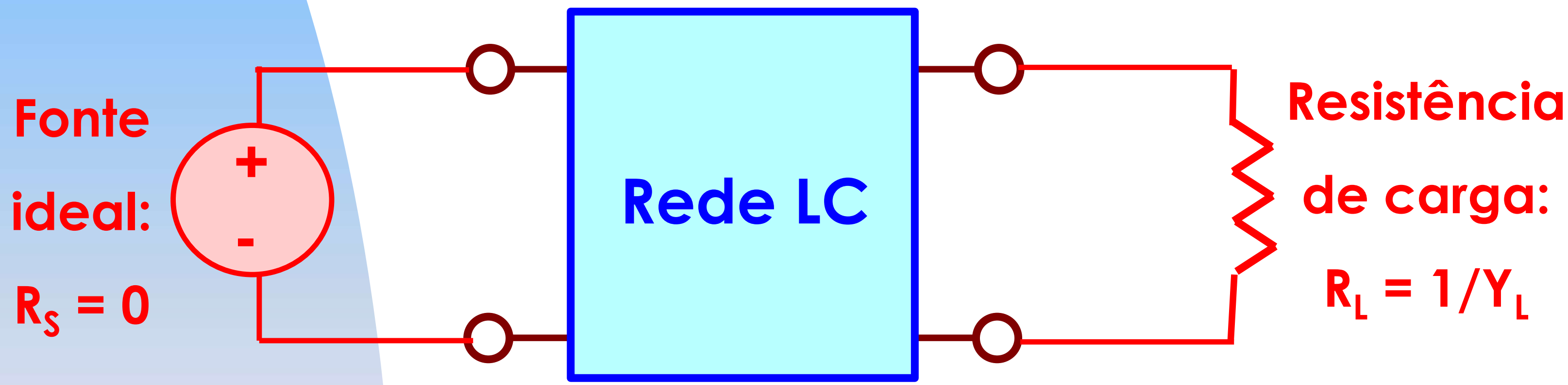
y_{22} tem pólo na origem → aplicar a 2ª forma de Cauer → rede começa com um indutor.
y_{22} tem n = 4→ n é par → rede tem 4 elementos e termina com um capacitor.



Exercício 4

Sintetize a rede LC terminada por uma resistência de 1 Ω (resistência de fonte nula) que represente a função de transferência a seguir.

$$T(s) = \frac{10\,s\,(s^2 + 1000)}{17\,s^4 + 30\,s^3 + 8500\,s^2 + 12500\,s + 25.10^4}$$



Passos para síntese de redes LC com terminação simples:

1- Dada a função de transferência T(s) identificar se o numerador N(s) é par ou ímpar.

2- Construir a FA y_{22} utilizando a parte par e a parte ímpar do denominador de T(s).

3 - Conceber arquitetura para realizar y_{22} de modo a realizar os ZEROS DE TRANSMISSÃO.

4 - Dimensionar componentes de y_{22}.

$$T(s) = \frac{10\,s(s^2+1000)}{17s^4+30\,s^3+8500\,s^2+12500\,s+25.10^4}$$

$$T(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{D_I(s)+D_p(s)}$$

N(s) é ímpar → y_{22} é ímpar-par

$$y_{22}(s) = Y_L \frac{D_I(s)}{D_P(s)}$$

Elementos ímpares de D(s) $D_I(s) = 30s^3 + 12500s$

Elementos pares de D(s) $D_P(s) = 17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4$

$$Y_L = \frac{1}{R_L} = 1$$

$$y_{22}(s) = 1\frac{30s^3+12500s}{17s^4+8500s^2+25.10^4}$$

Zeros de transmissão de T(s)

$$T(s) = \frac{10\,s(s^2 + 1000)}{17\,s^4 + 30\,s^3 + 8500\,s^2 + 12500\,s + 25.10^4}$$

1 zero na origem

1 zero no infinito

1 par de zeros em

$\pm j31,62$ rad/s

Singularidades de $y_{22}(s)$

$$y_{22}(s) = 1\frac{30s^3 + 12500s}{17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4}$$

1 zero na origem

1 zero no infinito

1 par de zeros em $\pm j20,41$ rad/s

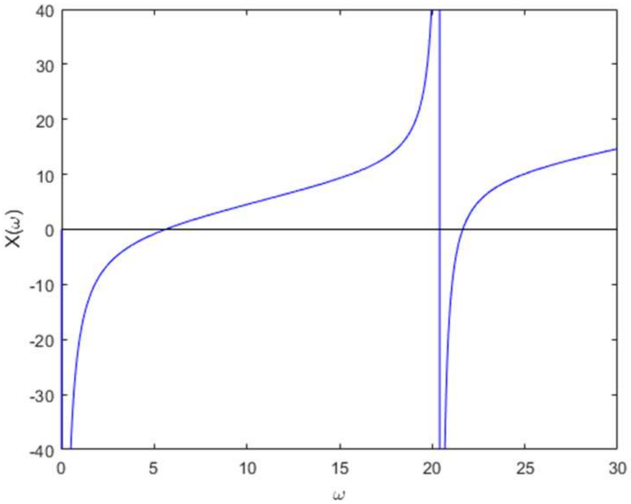
2 pares de pólos em $\pm j21{,}65$ rad/s e $\pm j5{,}60$ rad/s

Zeros finitos de T(s) e y_{22}(s) diferentes → Aplicar método "ZERO-SHIFT" em y_{22}(s):

- Pólos na origem em y(s) permitem mover os zeros para a esquerda com extração de L_1 em paralelo → y_{22} não tem pólo na origem e, de qualquer forma, zero deve ser movido para a direita. X
- Pólos no infinito em y(s) permitem mover os zeros para a direita com extração de C_1 em paralelo → y_{22} não tem pólo no infinito. X

Singularidades de $z_{22}(s)$

$$z_{22}(s) = \frac{1}{y_{22}} = \frac{17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4}{30s^3 + 12500s}$$



2 pares de zeros em

$\pm j21{,}65$ rad/s

$\pm j5{,}60$ rad/s

1 pólo na origem

1 pólo no infinito

1 par de pólos em

$\pm j20{,}41$ rad/s

Método **"ZERO-SHIFT"**:

- Pólos na origem em z (s) permitem mover os zeros para a esquerda com extração de C_1 em série. **Zero de z_{22} deve ser movido para a direita.** X
- Pólos no infinito em z(s) permitem mover os zeros para a direita com extração de L_1 em série. Neste caso será o zero em $\pm j21{,}65$ rad/s. ✓

$$z_{22} = \frac{1}{y_{22}} = \frac{17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4}{30s^3 + 12500s}$$

z_{22} = 1/ y_{22} tem pólo no infinito → a extração parcial com L_1 desloca o zero de z_{22} para zero de transmissão em ω_Z, fornecendo z_{22a}:

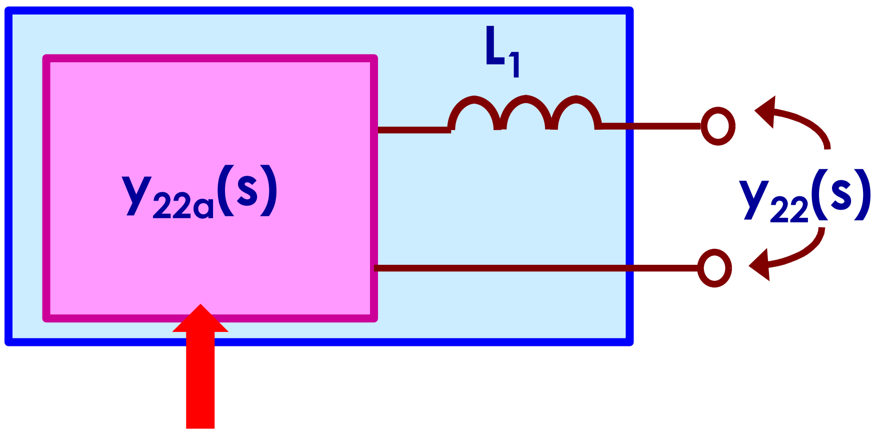
$$L_1 = \left.\frac{z_{22}}{s}\right|_{s^2=-\omega_Z^2=-1000} = \left.\frac{1}{s}\frac{17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4}{30s^3 + 12500s}\right|_{s^2=-1000}$$

$$L_1 = \frac{17(-1000)^2 + 8500(-1000) + 25.10^4}{30(-1000)^2 + 12500(-1000)} \Rightarrow \boxed{L_1 = 0,5\ H}$$

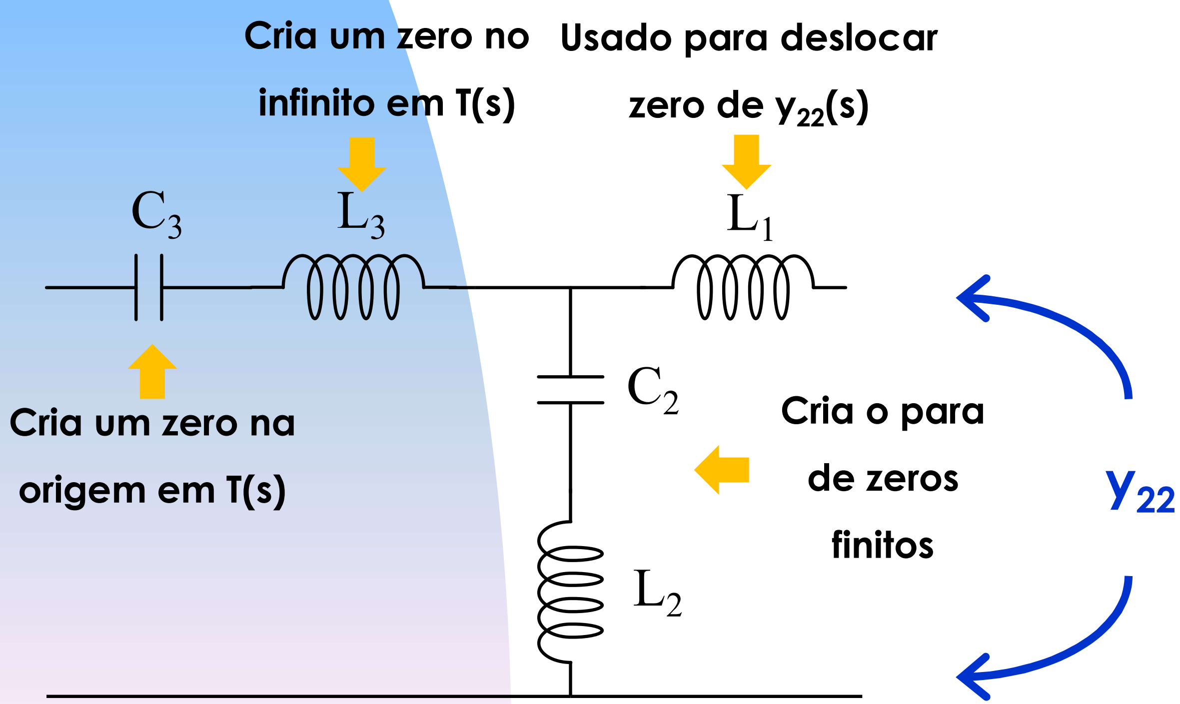
$$z_{22a} = z_{22} - sL_1 = \frac{17s^4 + 8500s^2 + 25.10^4}{30s^3 + 12500s} - 0,5s$$

$$z_{22a} = \frac{4s^4 + 4500s^2 + 50.10^4}{60s^3 + 25000s} = \frac{4(s^2+125)(s^2+1000)}{60s^3 + 25000s}$$

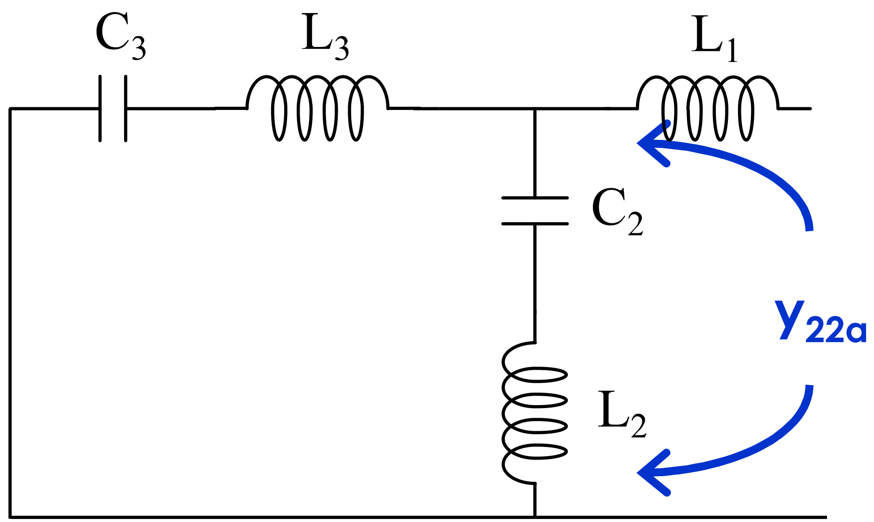
Agora o par de zeros em $\pm j\sqrt{1000}$ aparece em z_{22a}



Concebendo o restante da rede de $y_{22}(s)$ para sintetizar os zeros de transmissão de T(s).



Importante: O último elemento da rede LC deve ficar em série com a fonte. Neste caso, C3.



Síntese de $y_{22a} = 1/z_{22a}$: 2ª Forma de Foster → expansão da <u>admitância</u> em frações parciais e síntese de conjuntos LC série em paralelo → OK.

$$y_{22a} = \frac{60s^3 + 25000s}{4(s^2+125)(s^2+1000)}$$

- **4 zeros: 1 na origem, um no infinito e um par imaginário.**
- **4 pólos: 2 pares imaginários**

- **Não existe pólo no infinito (C_∞) ou pólo na origem (L_0).**
- **2 pares de pólos finitos → duas associações LC série.**

$$\frac{1}{L_i} = \frac{\left(s^2+\omega_{pi}^2\right)}{s} y(s)\bigg|_{s^2=-\omega_{pi}^2} \qquad \omega_{pi}^2 = \frac{1}{L_i C_i}$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{\left(s^2+\omega_p^2\right)}{s} y_{22a}(s)\bigg|_{s^2=-\omega_p^2=-1000} = \frac{\left(s^2+1000\right)}{s}\,\frac{60s^3+25000s}{4(s^2+125)(s^2+1000)}\bigg|_{s^2=-1000}$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{60(-1000)+25000}{4(-1000+125)} \Rightarrow \boxed{L_2 = 0{,}1\ \mathrm{H}}$$

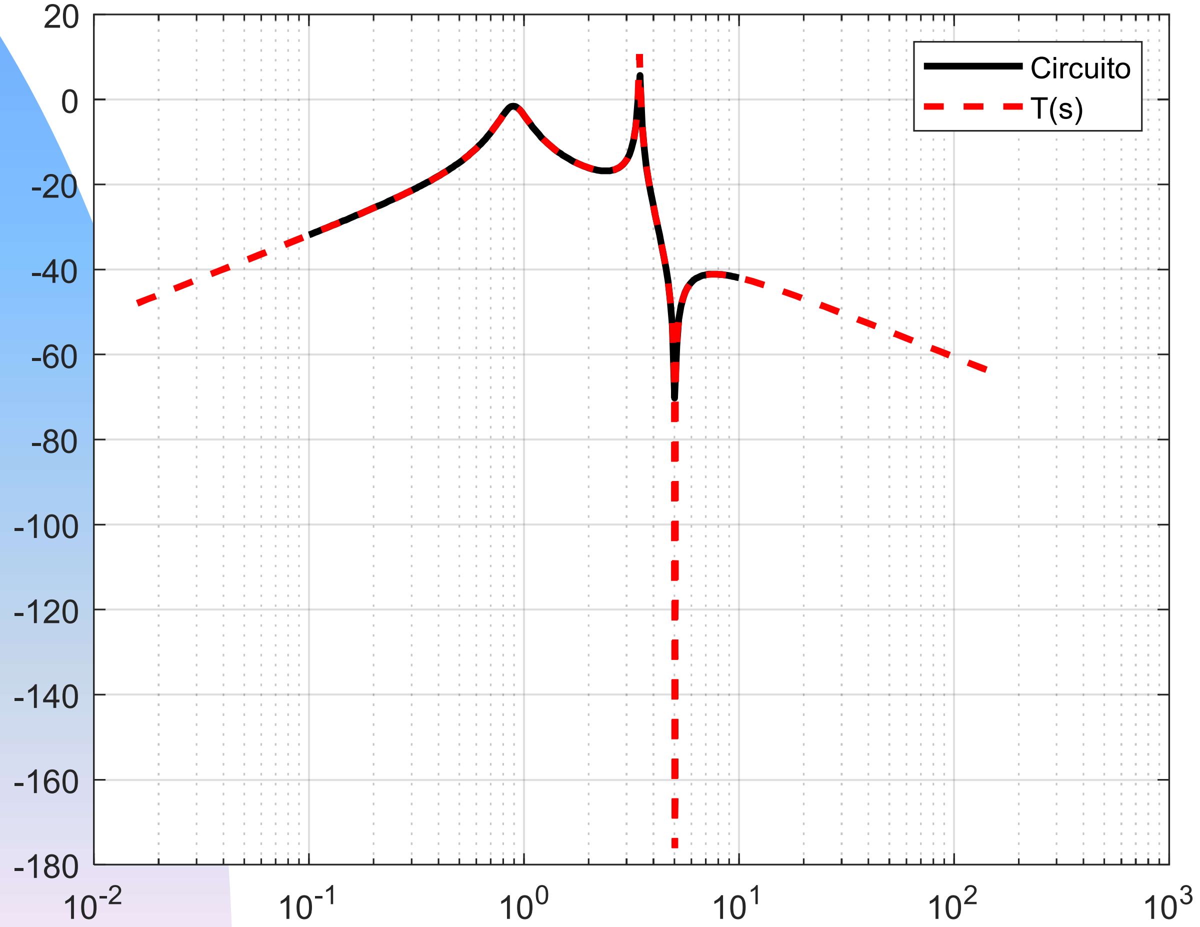
$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_2C_2} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{L_2\omega_p^2} = \frac{1}{0{,}1.1000} \Rightarrow \boxed{C_2 = 0{,}01\ \mathrm{F}}$$

$$\frac{1}{L_3} = \frac{\left(s^2+\omega_p^2\right)}{s} y_{22a}(s)\bigg|_{s^2=-\omega_p^2=-125} = \frac{\left(s^2+125\right)}{s}\,\frac{60s^3+25000s}{4(s^2+125)(s^2+1000)}\bigg|_{s^2=-125}$$

$$\frac{1}{L_3} = \frac{60(-125)+25000}{4(-125+1000)} \Rightarrow \boxed{L_3 = 0{,}2\ \mathrm{H}}$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_3C_3} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{L_3\omega_p^2} = \frac{1}{0{,}2.1000} \Rightarrow \boxed{C_3 = 0{,}04\ \mathrm{F}}$$

Comparação da resposta de magnitude do circuito e da função de transferência.



Exercício 5

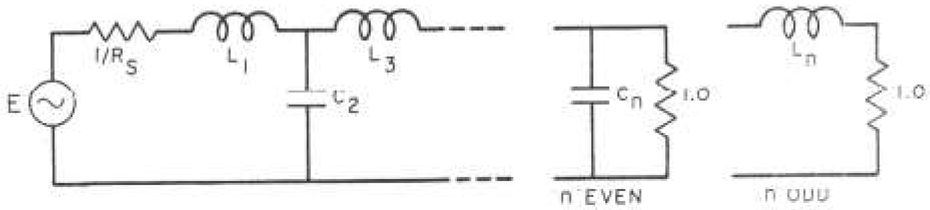
Projete um filtro LC passa-baixa Butterwork com $f_p = 150$ kHz, $f_s = 650$ kHz, $A_{max} = 1$ dB, $A_{min} = 60$ dB, $R_1 = R_2 = 50\ \Omega$.

Possibilidades de projeto:

1. Obter T(s) da aproximação e sintetizar T(s) pela síntese da função de acesso para terminação dupla;
2. Usar tabelas de síntese da rede LC para a aproximação de Butterworth;
3. Aplicar expressões que fornecem diretamente os componentes para a aproximação de Butterworth.

- **Usar tabelas de síntese da rede LC para a aproximação de Butterworth;**

n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4
2	1.0000	1.4142	1.4142		
	1.1111	1.0353	1.8352		
	1.2500	0.8485	2.1213		
	1.4286	0.6971	2.4387		
	1.6667	0.5657	2.8284		
	2.0000	0.4483	3.3461		
	2.5000	0.3419	4.0951		
	3.3333	0.2447	5.3126		
	5.0000	0.1557	7.7067		
	10.0000	0.0743	14.8138		
	INF.	1.4142	0.7071		
3	1.0000	1.0000	2.0000	1.0000	
	0.9000	0.8082	1.6332	1.5994	
	0.8000	0.8442	1.3840	1.9259	
	0.7000	0.9152	1.1652	2.2774	
	0.6000	1.0225	0.9650	2.7024	
	0.5000	1.1811	0.7789	3.2612	
	0.4000	1.4254	0.6042	4.0642	
	0.3000	1.8380	0.4396	5.3634	
	0.2000	2.6687	0.2842	7.9102	
	0.1000	5.1672	0.1377	15.4554	
	INF.	1.5000	1.3333	0.5000	
4	1.0000	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654
	1.1111	0.4657	1.5924	1.7439	1.4690
	1.2500	0.3882	1.6946	1.5110	1.8109
	1.4286	0.3251	1.8618	1.2913	2.1752
	1.6667	0.2690	2.1029	1.0824	2.6131
	2.0000	0.2175	2.4524	0.8826	3.1868
	2.5000	0.1692	2.9858	0.6911	4.0094
	3.3333	0.1237	3.8826	0.5072	5.3381
	5.0000	0.0804	5.6835	0.3307	7.9397
	10.0000	0.0392	11.0942	0.1616	15.6421
	INF.	1.5307	1.5772	1.0824	0.3827
n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4



- Aplicar expressões que fornecem diretamente os componentes para a aproximação de Butterworth.

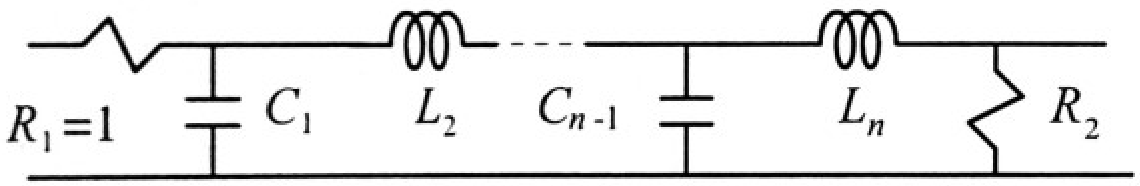
Expressões válidas para k = 1, 2, ..., n, com $R_1 = R_2 = 1\ \Omega$, $\omega_p = 1$ rad/s e dependentes de ε.

$$C_k = 2\varepsilon^{1/n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

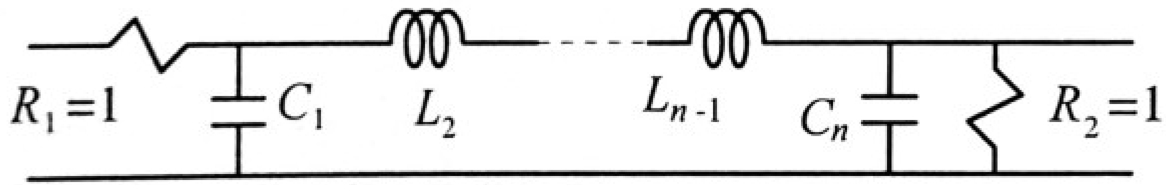
Para k ímpar, onde k é o número do elemento do circuito.

$$L_k = 2\varepsilon^{1/n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

Para k par;



Rede de ordem par



Rede de ordem ímpar

Referência: Seção 5.2, Filtros Seletores de Sinais, Sidnei Noceti.

Determinação da ordem mínima ‘n’ requerida para o filtro.

Usaremos o caso com folga para A_{min}.

$$20\log\left(\left|T\left(j\omega_S\right)\right|\right) < -A_{min}$$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_{máx}/10} - 1} = \sqrt{10^{1/10} - 1} = 0,5088$$

$$n > \frac{\log\left(\dfrac{10^{A_{min}/10} - 1}{10^{A_{máx}/10} - 1}\right)}{\log\left(\omega_S/\omega_P\right)^2} = \frac{\log\left(\dfrac{10^{60/10} - 1}{10^{1/10} - 1}\right)}{\log\left(2\pi 650.10^3/2\pi 150.10^3\right)^2} > 5,1716 \Rightarrow n = 6$$

- **Cálculo dos componentes através das expressões para a aproximação de Butterworth com n = 6 e ε = 0,5088.**

$$C_k = 2\varepsilon^{1/n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

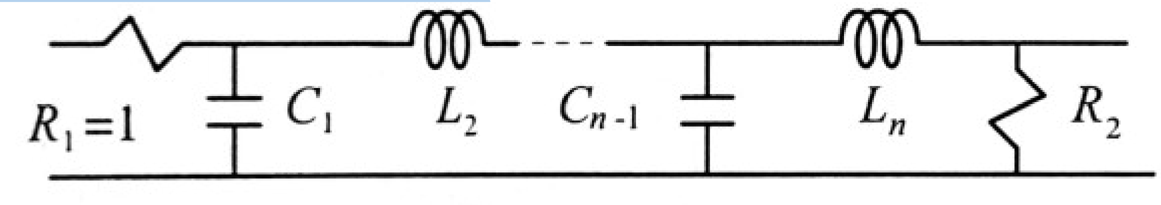
Para k ímpar, onde k é o número do elemento do circuito.

$$\begin{cases} C_1 = 0{,}4625\ \mathrm{F} \\ C_3 = 1{,}7261\ \mathrm{F} \\ C_5 = 1{,}2636\ \mathrm{F} \end{cases}$$

$$L_k = 2\varepsilon^{1/n}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right)$$

Para k par;

$$\begin{cases} L_2 = 1{,}2636\ \mathrm{H} \\ L_4 = 1{,}7261\ \mathrm{H} \\ L_6 = 0{,}4625\ \mathrm{H} \end{cases}$$



Rede de ordem par

Rede LC de Butterworth duplamente terminada

Desnormalização de frequência para $\omega'_p = a\omega_p$ e de impedância para $R' = bR_1$).

Tabela 3.7.1 Efeito dos escalamentos em alguns elementos.

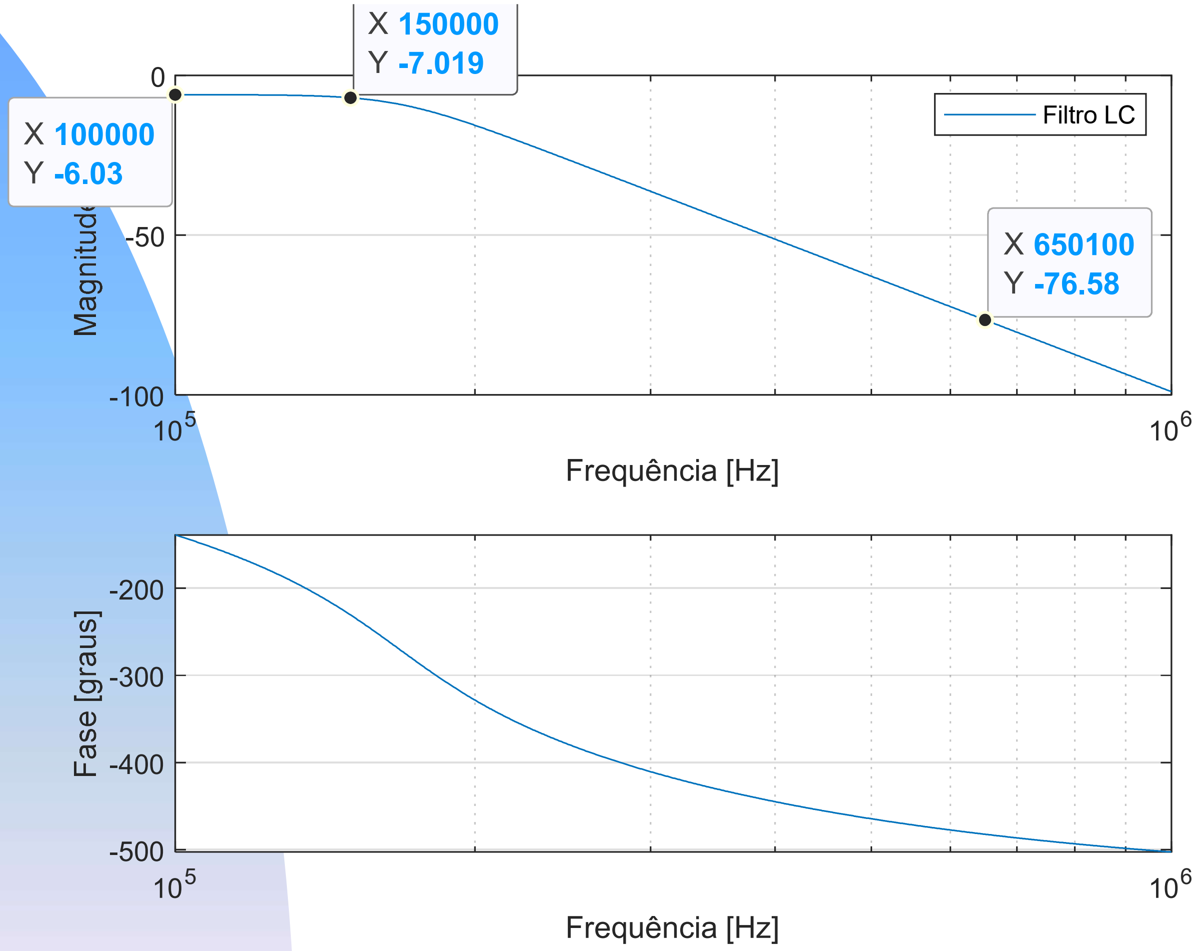
ESCALAMENTO	ELEMENTOS								
	R	C	L	VC VS μ	CC CS β	VC CS g_m	CC VS r_m	AMP. OP. $\frac{GB}{\bar{s}}$	FD NR D
FREQÜÊNCIA $\bar{s} = s / a$	R	$\frac{C}{a}$	$\frac{L}{a}$	μ	β	g_m	r_m	$\frac{aGB}{s}$	$\frac{D}{a^2}$
IMPEDÂNCIA $\bar{z} = z / b$	bR	$\frac{C}{b}$	bL	μ	β	$\frac{g_m}{b}$	br_m	$\frac{GB}{\bar{s}}$	$\frac{D}{b}$

Desnormalização para $\omega'_p = 2\pi 150.10^3$ rad/s → $a = 2\pi 150.10^3$ e para $R' = 50\ \Omega$ → $b = 50$:

$$C_{k,desnormalizado} = \frac{C_k}{a.b} \quad \begin{cases} C_1 = 9{,}81\ nF \\ C_3 = 36{,}63\ nF \\ C_5 = 2681\ nF \end{cases}$$

$$L_{k,desnormalizado} = \frac{bL_k}{a} \quad \begin{cases} L_2 = 67{,}04\ \mu H \\ L_4 = 91{,}57\ \mu H \\ L_6 = 24{,}54\ \mu H \end{cases}$$

Simulação do filtro desnormalizado:



Exercício 6

Sintetize uma rede LC terminada por uma resistência de 16 Ω (considere a resistência de fonte nula) que represente a função de transferência a seguir.

$$T(s) = \frac{80}{s^3 + 2s^2 + 45s + 80}$$

N(s) é par → y_{22} é par-ímpar

$$y_{22}(s) = Y_L \frac{D_P(s)}{D_I(s)}$$

Elementos ímpares de D(s) $\quad D_I(s) = s^3 + 45s$

Elementos pares de D(s) $\quad D_P(s) = 2s^2 + 80$

$$Y_L = \frac{1}{R_L} = \frac{1}{16}$$

$$y_{22}(s) = \frac{1}{16}\frac{2s^2 + 80}{s^3 + 45s}$$

1 pólo na origem e 1 par finito

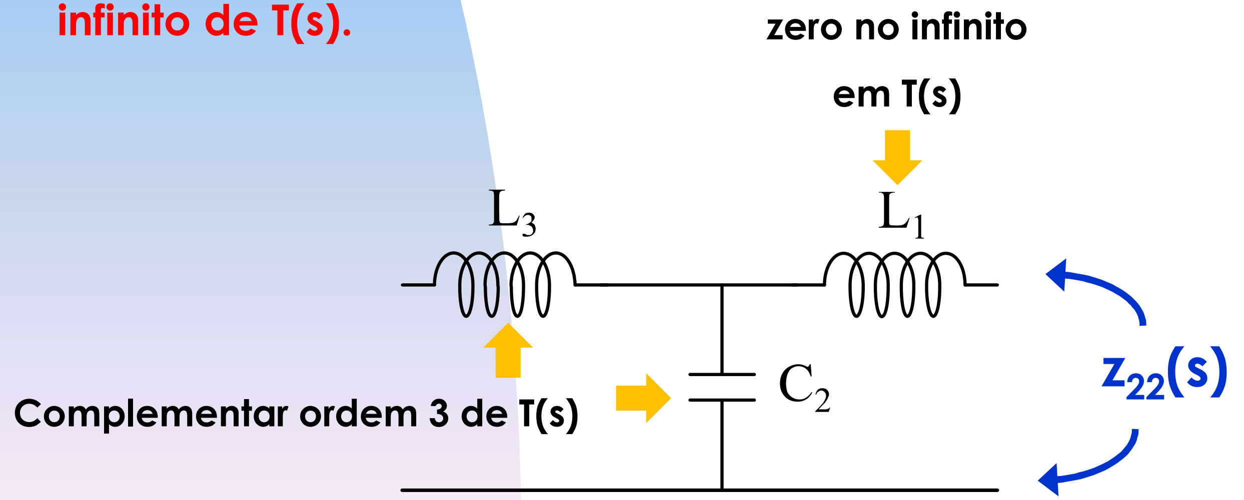
1 zero no infinito e 1 par finito

Zeros de transmissão de T(s)

$$T(s) = \frac{80}{s^3 + 2s^2 + 45s + 80}$$

1 zero no infinito

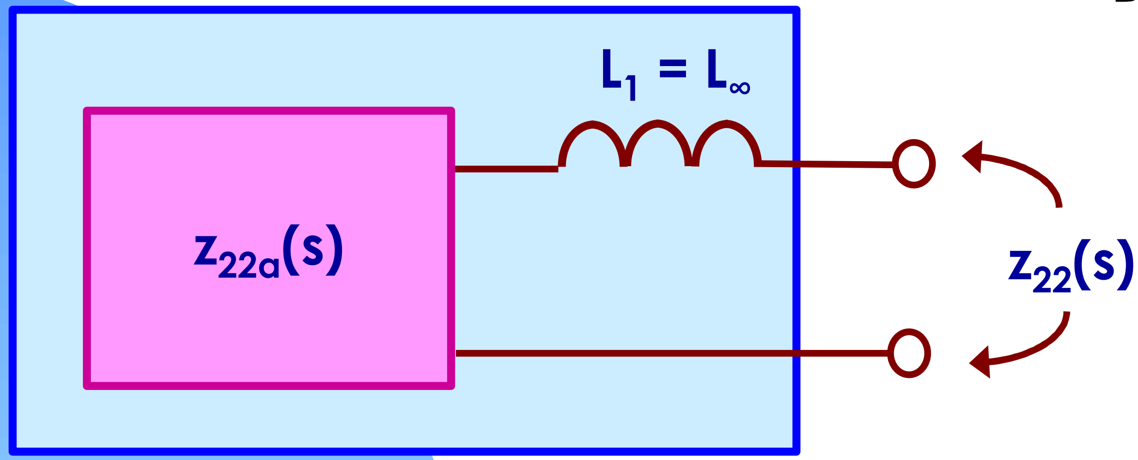
- Não há zeros finitos em T(s). Aplicar diretamente a formas de Foster, de Cauer ou combinações delas.
- Sintetizar o zero no infinito em T(s) com um <u>indutor série ou capacitor em paralelo</u>. Demais elementos complementam a ordem de T(s).
- 1ª Forma de Cauer: Se a Z (ou Y) tem <u>pólo na infinito</u> é extraída uma indutância em série L_∞ (ou capacitância em paralelo C_∞) → utiliza-se $z_{22} = 1/\ y_{22}$ para a síntese, pois apresenta pólo no infinito e extrai indutância que sintetiza zero no infinito de T(s).



1ª Forma de Cauer para z_{22}

Determinação de L_1:

$$L_1 = \left.\frac{z_{22}(s)}{s}\right|_{s\to\infty}$$



Impedância remanescente

$$z_{22a}(s) = z_{22}(s) - sL_1$$

$$L_1 = \left.\frac{z_{22}(s)}{s}\right|_{s\to\infty} = \left.\frac{1}{s}\,\frac{16(s^3+45s)}{2s^2+80}\right|_{s\to\infty} = \frac{16(s^2+45)}{2s^2+80} \Rightarrow \boxed{L_1 = \frac{16}{2} = 8\text{ H}}$$

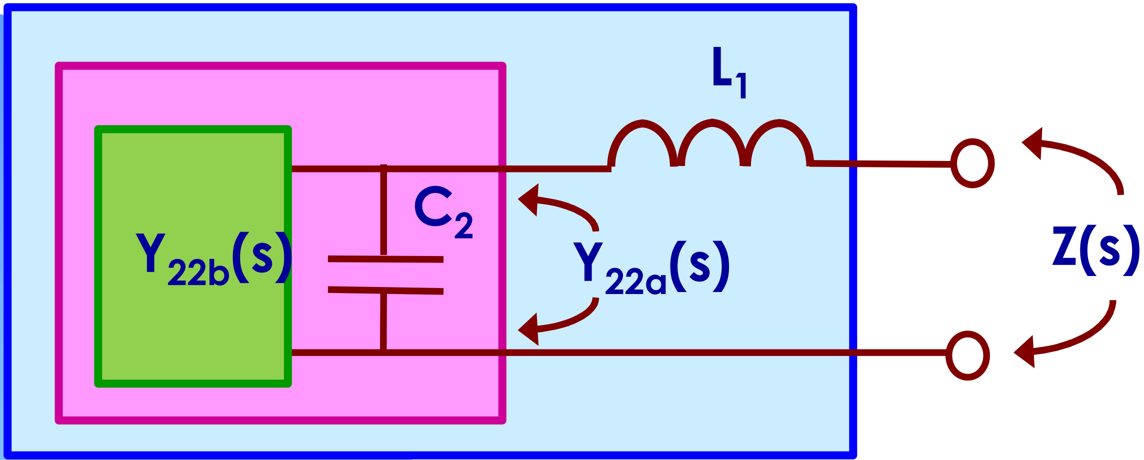
$$z_{22a} = z_{22} - sL_1$$

$$z_{22a} = \frac{16s^3+45s}{2s^2+80} - 8s = \frac{40s}{2s^2+40}$$

→ 1 zero no infinito X

↓

$y_{22a} = 1/z_{22a}$ tem pólo no infinito → capacitor paralelo ✓



$$y_{22a} = \frac{1}{z_{22a}}$$

$$C_2 = \left.\frac{y_{22a}(s)}{s}\right|_{s\to\infty}$$

$$y_{22b}(s) = y_{22a}(s) - sC_2$$

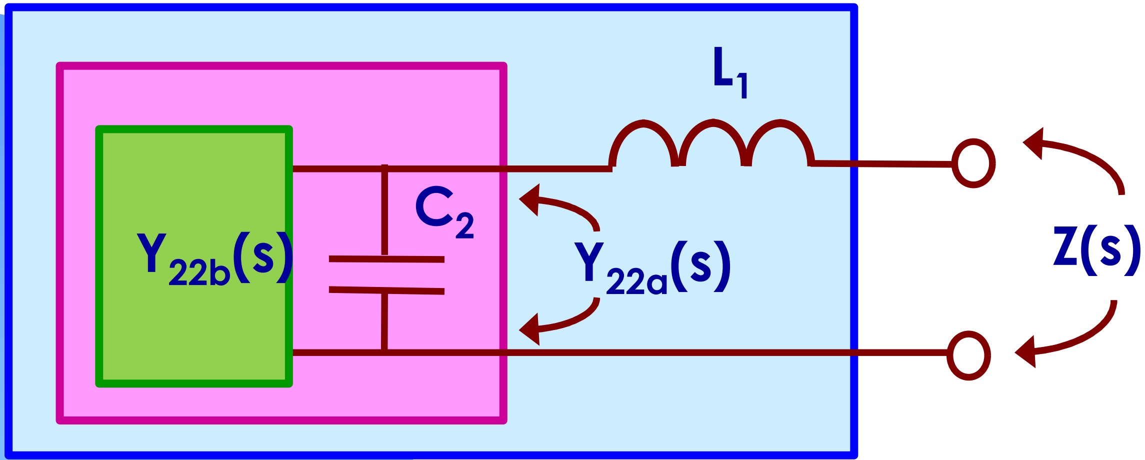
$$C_2 = \left.\frac{y_{22a}(s)}{s}\right|_{s\to\infty} = \left.\frac{1}{s}\,\frac{s^2+40}{40s}\right|_{s\to\infty} \Rightarrow \boxed{C_2 = \frac{2}{40} = 0{,}025\ \text{F}}$$

$$y_{22b} = y_{22a} - sC_2$$

$$y_{22b} = \frac{s^2+40}{40s} - 0{,}025s = \frac{1}{s}$$

1 zero no infinito

$z_{22b} = 1/y_{22b}$ tem pólo no infinito → indutor série



$$z_{22b} = \frac{1}{y_{22b}}$$

$$L_3 = \left.\frac{z_{22b}(s)}{s}\right|_{s\to\infty}$$

$$z_{22c}(s) = z_{22b}(s) - sL_3$$

$$L_3 = \left.\frac{z_{22b}(s)}{s}\right|_{s\to\infty} = \left.\frac{1}{s}s\right|_{s\to\infty} \Rightarrow \boxed{L_3 = 1\,\mathrm{H}}$$

$$z_{22c} = z_{22b} - sL_3 = 0$$ ➡ **Fim da síntese.**