3)

$$\mathcal{O}(f(n)) \subset \mathcal{O}(g(n)) \leftrightarrow f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land g(n) \notin \mathcal{O}(f(n))$$

$$\Rightarrow \underbrace{\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \in [0, \infty)}_{\mathcal{O}(f(n)) \subset \mathcal{O}(g(n))} \land \underbrace{\lim \frac{g(n)}{f(n)} \notin [0, \infty)}_{\mathcal{O}(g(n)) \not\subset \mathcal{O}(f(n))}$$

$$\Rightarrow \mathcal{O}(f(n)) \subset \mathcal{O}(g(n))$$

5) $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \wedge g(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \rightarrow f(n) \in \mathcal{O}(h(n))$

$\Rightarrow f \in \mathcal{O}(g) \Rightarrow n_0 ; n_1 \in \mathbb{R}^+$

$\Rightarrow \boxed{n_0 g(n) \leq f(n) \leq n_1 g(n)}$

Entonces

$\Rightarrow$

$n_2 g(n) \leq f(n) \leq n_1 g(n)$ --- (1)

$n_4 h(n) \leq g(n) \leq n_3 (g(n))$ --- (2)

$\Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$

$\underbrace{n_4 n_2}\, h(n) \leq f(n) \leq \underbrace{n_1 n_3}\, h(n)$

$b_1 h(n) \leq f(n) \leq b_2 h(n)$

$\Rightarrow \boxed{f(n) = \mathcal{O}(h(n))}$