



Universidad Nacional de Ingeniería
Escuela Profesional de Matemática
Ciclo 2021-I

[Introducción a los procesos estocásticos]

[J. Ugarte]

UNI, 6 de agosto de 2021.

Examen Sustitutorio

Tiempo: 1h45
Tolerancia 15min

1. Dada una cadena de Markov con matriz de transición por:

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Determine si es recurrente.
- b) Determine si es recurrente positiva.
- c) Determine los primeros tiempos de retornos del estado i al estado i , $i = 1, 2, 3$.

[5 puntos]

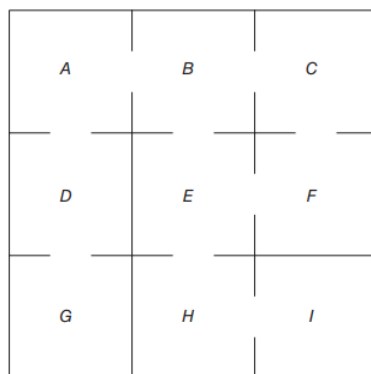
2. Dada una cadena de Markov con matriz de transición por:

$$P = \begin{pmatrix} 1-a & a & 0 \\ 0 & b & 1-b \\ 1-c & 0 & c \end{pmatrix}$$

- a) Determine si es recurrente.
- b) Determine si es recurrente positiva.
- c) Obtenga la distribución estacionaria.

[5 puntos]

3. Una moneda se lanza repetidas veces donde la probabilidad de obtener cara es $2/3$ y sello es $1/3$. Determine la cantidad de lanzamientos necesarias en media hasta obtener $CSCC$. [5 puntos]
4. A mouse is placed in the maze in figure starting in box A. A piece of cheese is put in box I. From each room the mouse moves to an adjacent room through an open door, choosing from the available doors with equal probability.



- a) How many rooms, on average, will the mouse visit before it finds the cheese?
- b) How many times, on average, will the mouse visit room A before it finds the cheese?

[5 puntos]