Informe

María José Hernández Pozo

October 2, 2015

Tarea 2

Considere una partícula de masa m que se mueve verticalmente sólo en el eje Y rebotando contra un suelo que oscila sinusoidalmente con amplitud A y frecuencia w. El choque contra el suelo es inelástico siguiendo la siguiente regla de choque.

$$v'_p(t^*) = (1+\eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*) \tag{1}$$

donde t^* es el instante del bote, v_p y v'_p son las velocidades justo antes y justo despues del bote, y v_s es la velocidad del suelo en ese instante y η es un coeficiente de restitución (η entre 0, y 1; η=1 corresponde al caso elástico). Inicialmente la partícula está en contacto con el suelo y con velocidad hacia arriba mayor que la velocidad del éste. El sistema descrito tiende a generar soluciones estables (periódicas) luego de un período de relajación. A veces la solución es trivial, con la partícula pegándose al suelo y a veces no hay solución periódica. La solución periódica más sencilla es cuando la partícula rebota contra el suelo con el mismo período que tiene la oscilación de éste. Los parámetros del problema son (A, w, η, m, g) y la condición inicial (y(0), v(0)). Adimensinalice el problema con m=1, g=1, y A=1. y(0) ya se escogió (pegado al suelo), asi que solo queda por elegir v(0), η y w.

1. Escriba una rutina que le permita calcular ($y_(n+1)$, $v'_(n+1)$) dados (y_n, v'_n): la posición y velocidad luego del n-ésimo choque.

Para poder determinar la posición y velocidad de la partícula en el próximo choque, se necesita determinar primero que nada las ecuaciones a trabajar. Esta son la de un movimiento ondulatorio para el suelo, es decir $A * \sin(w * t)$ y un movimiento parabólico para la pelota: $y = y_0 + v_0 * t - (g * t^2)/2$. Estas ecuaciones se pueden derivar y con eso determinar las velocidades respectivas. Por otra parte, tenemos que definir la función resta entre la posición de la partícula y el suelo, esto nos dirá la distancia entre ambas y cuando sea igual a 0, el choque de la partícula con el suelo. Y una función que nos entregue la velocidad de la partícula después del choque según el enunciado. Teniendo estas fórmulas de trabaja sobre el algoritmo.

Ya que se poseen la posición n y la velocidad n es lógico pensar que también tendremos o podremos calcular el tiempo n, de esta forma primero definimos una función que nos entregará la posicion, velocidad y tiempo del próximo choque, dentro de esta definimos otra función que solo requiera el tiempo y que nos retorne la distancia entre el suelo y la pelota. Esto se realiza por que el buscador de ceros brentq solo utiliza una variable, sin embargo también se requiere actualizar los datos de posición y velocidad. Luego necesitamos un intervalo en el cual el buscador de ceros pueda encontrar una raiz. Esto se hace avanzando con un delta muy pequeño, simulando fotogramas. Cuando uno de los puntos es positivo y el otro negativo, llamamos a nuestro a brentq, de lo contrario, si ambos son negativos, el script tomará un tiempo donde la distancia sea muy cercana a cero pero positiva y esta se toma como aproximación.

Solucionado esto, podemos definir el movimiento de la partícula y el suelo para descubrir lo que sucederá en el próximo choque. Para saber su posición, utilizamos la función de la parábola con y0 igual a la posición anterior y v0 a la velocidad después del choque anterior, por último el tiempo será el buscado anteriormente menos el tiempo del choque anterior: las últimas dos cosas son similares para la función de la velocidad de la partícula. Luego se aplica la función entregada por enunciado y se retorna los valores pedidos.

2. Usando η=0.15 y para w = 1.66, estime Nrelax, el número de botes necesarios para relajar el sistema.

Para poder determinar el n de relajación simplemente se debe iterar nuestro script anterior. Para esto definimos listas de posición, velocidad y tiempo donde ingresamos nuestros valores iniciales. Mediante la iteración hacemos correr nuestro script y vamos agregando los valores a las listas que despues serán ingresados nuevamente como valores iniciales.

Para graficar nuestro datos, rescatamos la lista de velocidad y creamos una lista de tiempo (que no corresponderá a la real, pero solo es para localizar el n de realajación) con la misma cantidad de elementos y se grafica con los valores pedidos de eta y frecuencia.

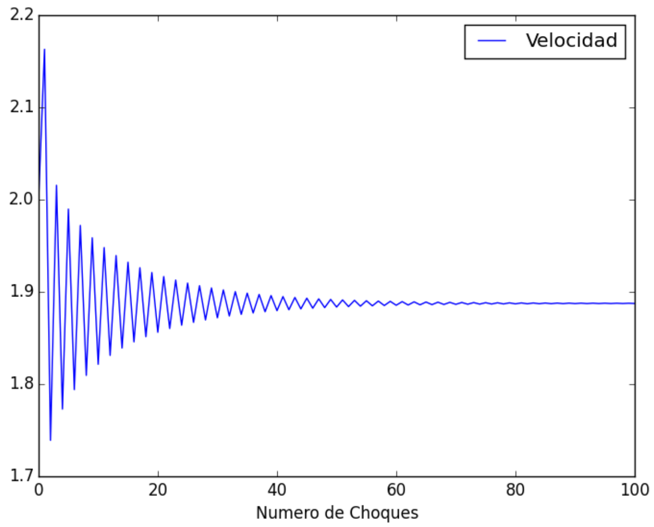
3.Pruebe con un par de otros valores para w entre 1.66 y 1.7. ¿Es Nrelax comparable?

Simplemente se realiza el procedimiento anterior con otros datos y se grafican.

3.Siga usando η=0.15. Haga un gráfico de v'n versus w con w entre 1.66 y 1.79 y n =2$\times$Nrelax,..., 2$\times$Nrelax + 49, es decir, ploteará 50 valores de v'n por cada valor de w. Si algún valor de w le parece interesante, haga la grilla más fina en ese sector.

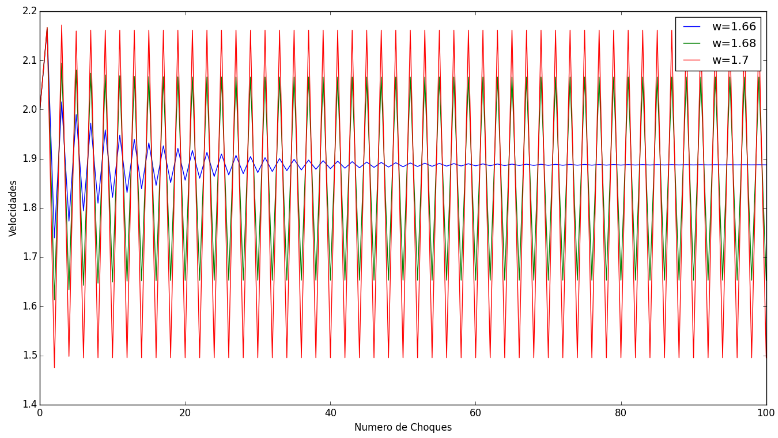
Resultados

2. Gráfico de velocidad de la partícula vs tiempo.



El n de relajación es aproximadamente 75

3. Gráfico de velocidad de la partícula vs tiempo.



El n de relajación para para w=1.66 es igual a 75 choques, para w=1.68 son 5 choques y para w=1.7 son 5 choques

Conclusiones

Se logra una modelación de problemas físicos-matemáticos mediante la programación con ciertas suposiciones además de utilizar esta para determinar cambios al variar por ejemplo la frecuencia de oscilación. Por otra parte, los métodos para encontrar las raíces de funciones proporcionados por las librerias de python solo contienen errores de milésimas de unidad lo que hace posible una reproducción cercana a la realidad. Se resalta el cuidado en la modelación, por ejemplo cuando la partícula queda debajo del suelo produciendo una iteración sin fin. Se observa por último que al variar la frecuencia de oscilación del suelo se ve afectado el N de relajación, su relación es al aumentar la frecuencia disminuye el N.