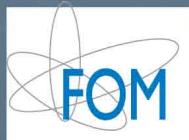


Pioniers in de Physica

Opgaven PION 2011



PHILIPS



UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM



Jij en de Nederlandse Natuurkundige Vereniging?

De Nederlandse Natuurkundige Vereniging (NNV) is de beroepsvereniging voor fysici in Nederland. Leden zijn werkzaam in onderwijs, onderzoek of bedrijfsleven. Ook veel studenten zijn lid van de NNV. De NNV subsidieert voor leden studentenactiviteiten als reizen, symposia en PION.

Voor slechts €11 per jaar kun je als student NNV-lid worden. Voor tweedejaars studenten is het lidmaatschap zelfs 1 jaar gratis. Als NNV-lid ontvang je elke maand het Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde (NTvN). Je kunt ook tegen gereduceerd tarief naar het jaarlijkse symposium FYSICA. Zo blijf je op de hoogte van ontwikkelingen in natuurkundig Nederland. Bovendien krijg je, als natuurkundige in spe, een beeld van jouw mogelijkheden in de toekomst.

Kijk voor meer informatie over de NNV en het NTvN op www.nnv.nl op www.ntvn.nl

Meld je aan als lid van de NNV via het webformulier op www.nnv.nl



PION 2011 - Delft

Voorwoord

Gewaardeerde PION-deelnemer,

Je hebt net kunnen genieten van een lezing, een lunch gehad en je buikje rond kunnen eten, maar nu is het moment gekomen om zelf aan de slag te gaan. Hier voor je liggen de opgaven van PION 2011. Met behulp van verschillende professoren uit het land en de PIONcommissie 2011 hebben wij dit opgavenboekje voor je kunnen samenstellen. Er zal een grote diversiteit aan natuurkundige onderwerpen aan bod komen en we kunnen jullie verzekeren dat de opgaven uitdagend zullen zijn. We wensen jullie ontzettend veel succes met maken van de opgaven en hopen dat jullie deze dag als een leerzame en gezellige dag ervaren!

Succes!

*Daan Achterbergh, Bruno van den Toorn, Nick Schilder, Lisanne Coenen, Irene Kleiweg,
Mischa van der Haar, Fokko de Vries (PION 2011)*

Inhoud

- Er zijn in totaal 12 opgaven.
- Niet iedere opgave is evenveel punten waard. Het maximale aantal punten dat te behalen is per opgave kun je op de volgende bladzijde vinden.
- Er zijn in totaal 120 punten te verdienen.
- Jullie hebben 3 uur de tijd.
- Maak iedere opgave op een apart vel.
- Schrijf bovenaan ieder vel je teamnaam en de titel van de opgave.

Spelregels

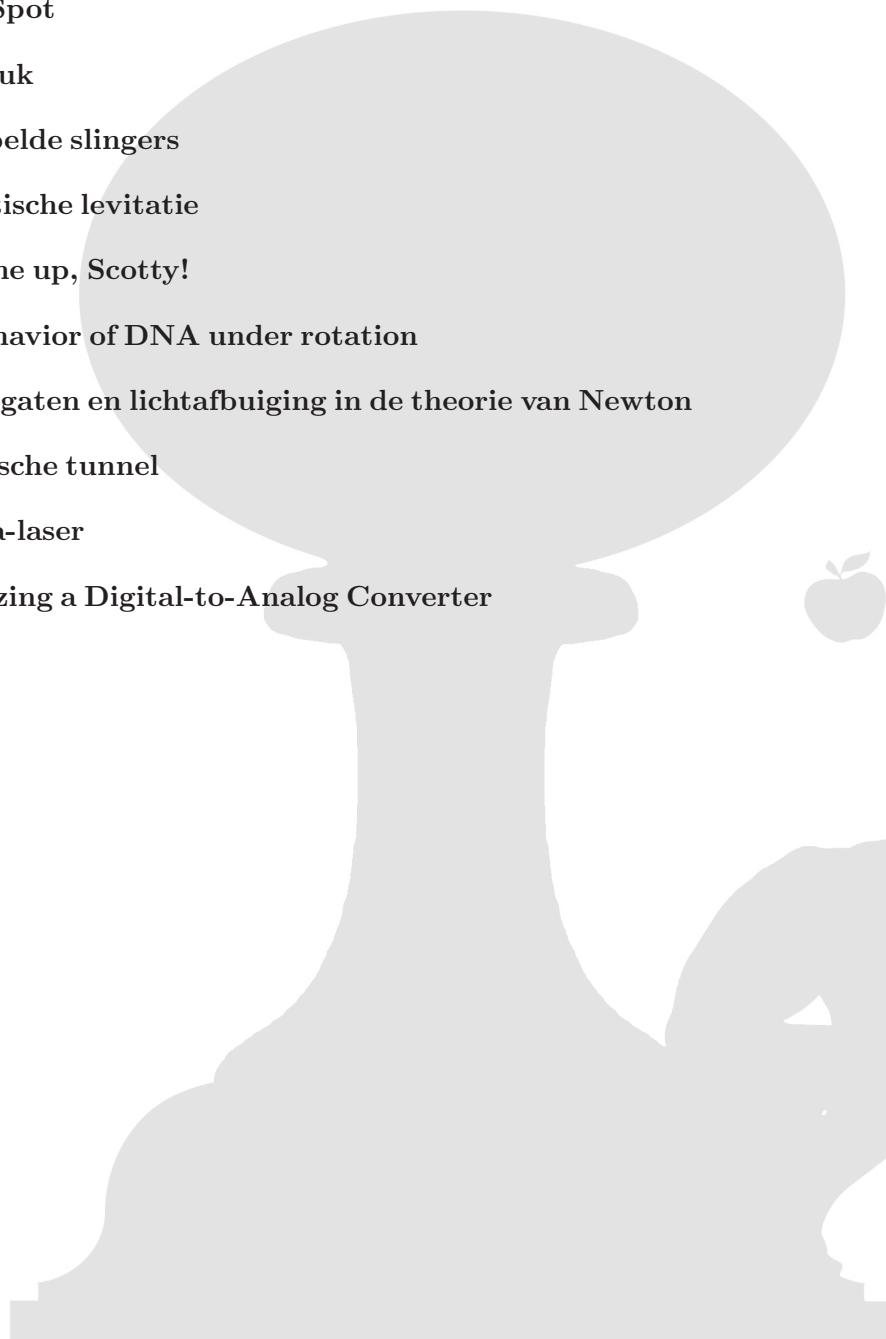
- Alleen de BINAS is toegestaan als naslagwerk te gebruiken.
- Er mag niet gecommuniceerd worden met anderen dan teamgenoten tijdens het maken van een opgave.
- Het is niet toegestaan een rekenmachine te gebruiken met meer functies dan een TI-84 of equivalent.



PION 2011 - Delft

Inhoudsopgave

Sweet-Spot	1
Lichtdruk	2
Gekoppelde slingers	3
Magnetische levitatie	4
Beam me up, Scotty!	6
The behavior of DNA under rotation	8
Zwarte gaten en lichtafbuiging in de theorie van Newton	10
De optische tunnel	12
Gamma-laser	14
Linearizing a Digital-to-Analog Converter	15



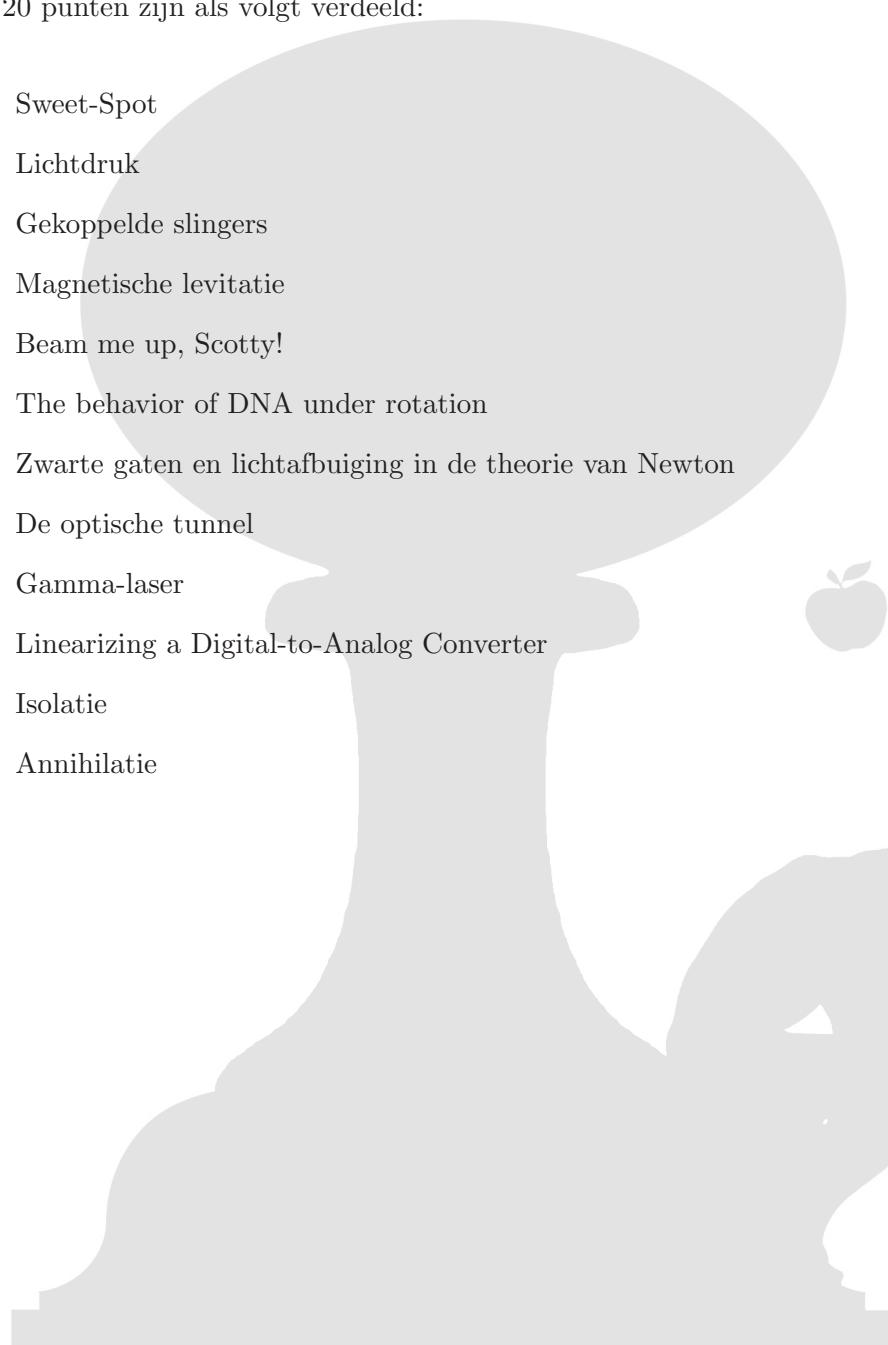


PION 2011 - Delft

Puntenverdeling

De 120 punten zijn als volgt verdeeld:

1. Sweet-Spot	8
2. Lichtdruk	7
3. Gekoppelde slingers	11
4. Magnetische levitatie	13
5. Beam me up, Scotty!	12
6. The behavior of DNA under rotation	12
7. Zwarte gaten en lichtafbuiging in de theorie van Newton	13
8. De optische tunnel	13
9. Gamma-laser	7
10. Linearizing a Digital-to-Analog Converter	8
11. Isolatie	8
12. Annihilatie	8







PION 2011 - Delft

R.F. Mudde (Delft)

Sweet-Spot

Een tennisser zal proberen de bal zo precies mogelijk te raken. Dat houdt in, dat hij/zij de bal met de zogenaamde sweet-spot van het tennisracket zal proberen te raken. Vanuit natuurkundig oogpunt betekent dit dat de bal het racket op die positie treft, dat de terugstoot op de hand en pols van de tennisser minimaal is.

Geef het criterium dat hiervoor geldt en leid af waar op het tennisracket zich de sweet-spot bevindt.





PION 2011 - Delft

A.V. Kimel (Nijmegen)

Lichtdruk

Een zwart balletje met straal $R = 1$ m hangt aan een touwtje met een lengte van $L = 1$ m. Dit systeem wordt geplaatst in een argon atmosfeer met druk $p = 0,1$ Pa.

(a) Hoe groot is de uitwijking uit evenwicht van de bal als de bal met een horizontale lichtbundel met een intensiteit $I = 100$ W/m² wordt bestraald?

(b) Hoe verandert dit resultaat als de druk $p = 0,1$ MPa wordt?

Houd er rekening mee dat een perfect zwart lichaam met temperatuur T energie uitstraalt volgens σT^4 , waar $\sigma = 5,68 \cdot 10^{-8}$ W/(m²K⁴). De dichtheid van de bal is 1g/cm³. Thermische geleidbaarheid van de bal is te verwaarlozen. De temperatuur van het gas is 273 K.





PION 2011 - Delft

M. Blaauboer (Delft)

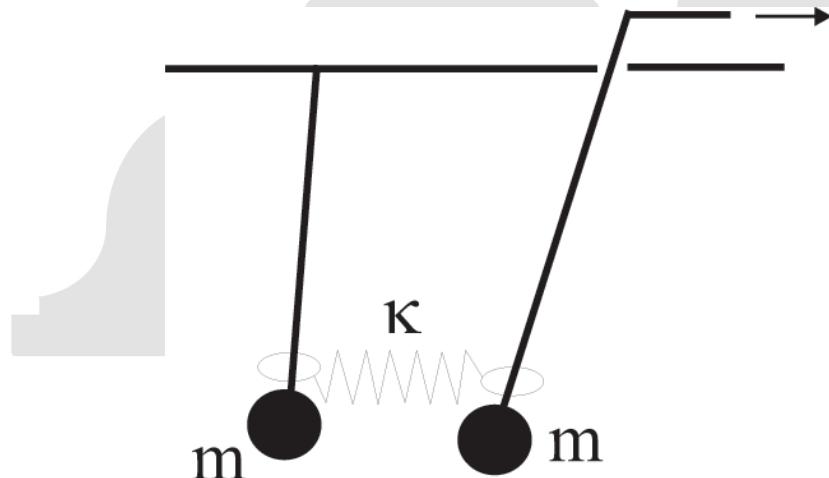
Gekoppelde slingers

Beschouw een slinger van lengte l die opgehangen is aan een vast punt aan het plafond. Onderaan de slinger hangt een massa m . We geven de slinger een uitwijking en nemen aan dat de resulterende slingerbeweging in een vlak plaatsvindt. De hoek die de slinger met de verticaal maakt noemen we ϕ .

(a) Leid een uitdrukking af voor de hoekversnelling $\ddot{\phi}$. Neem vervolgens aan dat we kleine uitwijkingen uit evenwicht beschouwen en bereken de frequentie waarmee de slinger gaat slingeren.

(b) Nu wordt de slinger door middel van een veer met veerconstante κ gekoppeld aan een tweede slinger, zie de figuur. Het systeem is in evenwicht als beide slingers verticaal hangen. We geven het gekoppelde systeem weer een uitwijking. De tweede (rechter) slinger wordt tijdens het slingeren langzaam en voorzichtig omhoog getrokken en heeft dus een tijdsafhankelijke lengte $l(t)$. Leid de bewegingsvergelijking af voor de hoekversnellingen $\dot{\phi}$ en $\dot{\psi}$ van beide slingers als functie van $l(t)$. Je mag hierbij aannemen dat de veer horizontaal blijft en zich ter hoogte van de linker massa bevindt.

(c) Beschouw de vergelijkingen die je bij (b) hebt gevonden voor kleine uitwijkingen van de slingers uit hun evenwichtspositie. Verwaarloos de tijdsafhankelijkheid van de lengte in de κ -afhankelijke termen en bereken de instantane frequenties ("normal modes") $\Omega(t)$ van het gekoppelde systeem. Neem vervolgens aan dat de lengte van de tweede slinger lineair varieert als $l(t) = l(1 - 2\epsilon t)$ met $\epsilon > 0$ en $\epsilon t \ll 1$. Hoe hangen de frequenties $\Omega(t)$ van de tijd af in de limiet van sterk gekoppelde veren, $\kappa \gg \epsilon t m g / l$?





PION 2011 - Delft

P.C.M. Christianen (Nijmegen)

Magnetische levitatie

Andrey Geim heeft samen met zijn collega Kostya Novoselov de Nobelprijs voor Natuurkunde 2010 gekregen voor hun baanbrekende werk aan grafeen, de nieuwe 2-dimensionale vorm van koolstof. In 2000 had Geim reeds de Ig Nobelprijs* gekregen voor het laten zweven van een levende kikker met behulp van magnetische levitatie. Geim is daardoor de enige persoon die zowel de normale als de Ig Nobelprijs heeft ontvangen.

Aanvankelijk leek magnetische levitatie in strijd met het theorema van Samuel Earnshaw (1842) dat stelt dat geen enkel statisch object (bestaande uit een vaste configuratie van ladingen, magneten of massas) in een stabiele evenwichtspositie gehouden kan worden door een combinatie van statische elektrische-, magnetische- of gravitatie-krachten, d.w.z. door krachten die herleidbaar zijn tot een potentiaal die voldoet aan de Laplace vergelijking.

In deze opgave bekijken we waarom stabiele magnetische levitatie in sommige situaties toch mogelijk is.

Beschouw een object met massa M , volume V , dichtheid $\rho = \frac{M}{V}$ ($|\chi| \ll 1$) en isotrope magnetische (volume) susceptibiliteit χ . Het object bevindt zich in een (inhomogeen) magneetveld $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(x, y, z)$ met veldsterkte $B(\vec{r}) = |\vec{B}(\vec{r})|$ en een gravitatieveld in de negatieve \hat{z} -richting met valversnelling g .

a) Laat zien dat levitatie op kan treden wanneer:

$$\vec{\nabla}B^2(\vec{r}) = \frac{2\rho g \mu_0}{\chi} \hat{z}, \text{ met } \mu_0 \text{ de magnetische constante.}$$

Voor **stabiele** levitatie in vacuum is het nodig dat de kracht $\vec{F}(\vec{r})$ op het object een terugdrijvende kracht moet zijn:

$\oint_S \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} < 0$ waarbij de integraal uitgevoerd moet worden over een oppervlak S dat de evenwichtspositie omsluit.

b) Bewijs het theorema van Earnshaw, zoals hierboven geformuleerd.



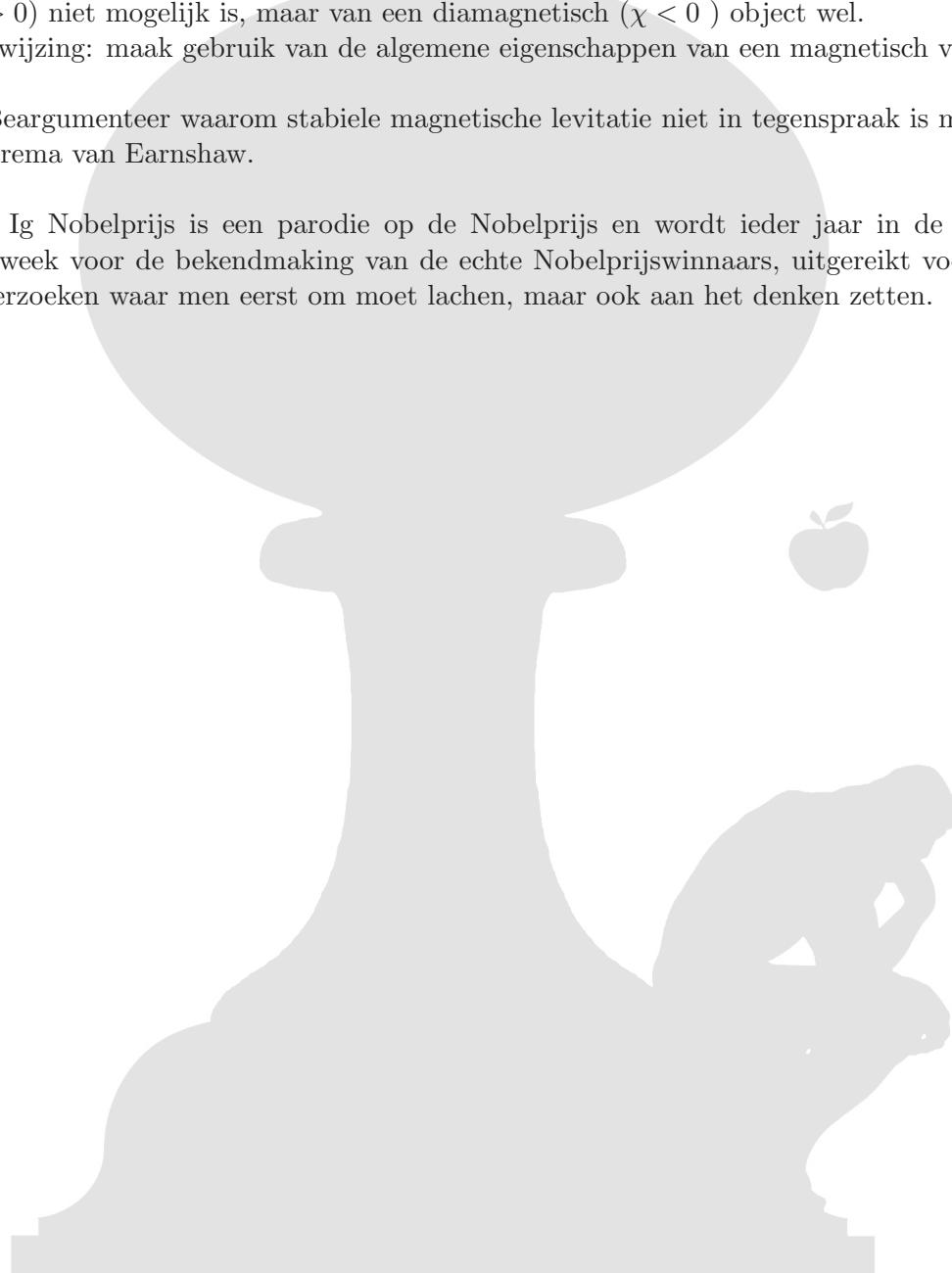
PION 2011 - Delft

c) Laat zien dat stabiele magnetische levitatie in vacuüm van een paramagnetisch object ($\chi > 0$) niet mogelijk is, maar van een diamagnetisch ($\chi < 0$) object wel.

Aanwijzing: maak gebruik van de algemene eigenschappen van een magnetisch veld.

d) Beargumenteer waarom stabiele magnetische levitatie niet in tegenspraak is met het theorema van Earnshaw.

*De Ig Nobelprijs is een parodie op de Nobelprijs en wordt ieder jaar in de herfst, een week voor de bekendmaking van de echte Nobelprijswinnaars, uitgereikt voor tien onderzoeken waar men eerst om moet lachen, maar ook aan het denken zetten.





PION 2011 - Delft

L.M.K. Vandersypen (Delft)

Beam me up, Scotty!

In kwantum teleporatie wordt de onbekende kwantum toestand van een deeltje overgedragen van Alice naar Bob zonder dat het kwantum deeltje zelf wordt overgebracht - ze hoeven alleen klassieke bits uit te wisselen. Dit is mogelijk als Alice en Bob vooraf verstengeling delen, waarbij elk één van twee verstengelde deeltjes bezit. Specifiek: Alice wil de toestand van een twee-niveau kwantum deeltje (bv een spin-1/2) teleporteren met toestand

$$|\psi\rangle = (a|0\rangle + b|1\rangle),$$

waarbij $|0\rangle$ en $|1\rangle$ de twee orthogonale toestanden voorstellen. (Alice weet zelf niet wat a and b zijn)

Het verstengelde paar is in de toestand

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}},$$

waarbij Alice dus het ene deeltje bezit, en Bob het andere.

De teleporatie procedure is erg eenvoudig: Alice voert een meting uit van haar twee deeltjes (het deeltje met onbekende toestand en de helft van het verstengelde paar) in de zogeheten Bell basis. De toestanden in deze basis zijn

$$|\beta_{00}\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\beta_{01}\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\beta_{10}\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\beta_{11}\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}},$$

Noot: Lees eerst al de vragen. Je hebt niet voor elke vraag het antwoord op de voorgaande vragen nodig!

- 1) Wat zijn de projectie operatoren voor deze vier toestanden?
- 2) Verifieer dat ingeval de meting van Alice uitkomst β_{00} geeft, dat de toestand van Bob's deeltje dan ogenblikkelijk instort naar $|\psi\rangle$ is. De onbekende toestand is dus geteleporteerd van Alice naar Bob!
- 3) Nog steeds ingeval Alice's meting meetuitkomst β_{00} geeft, in welke toestand zitten de deeltjes van Alice dan na de meting? Laat teleportatie toe om een kopie te maken van $|\psi\rangle$?
- 4) Als Alice meetuikomst β_{01} had gehad, welke toestand heeft Bob dan in handen?
- 5) Wat kunnen Alice en Bob in dit geval doen om de teleportatie tot een goed einde te brengen?
- 6) Kan je met teleportatie sneller dan licht communiceren? Beargumenteer je antwoord.
- 7) Kan Alice niet eenvoudigweg de toestand van het deeltje dat ze wil teleporteren meten, en dan die toestand beschrijven met klassieke informatie (bits)? Ook dan zou de toestand van het kwantum deeltje "geteleporteerd" kunnen worden (i.e. transfer zonder uitwisseling van kwantum deeltjes).



PION 2011 - Delft

Ter informatie: teleportatie van kwantum toestanden is geen Science Fiction! Experimenten zijn uitgevoerd waarbij toestanden van lichtdeeltjes, ionen, en kernspins zijn geteleporteerd. Teleporteren van personen is wel fictie...



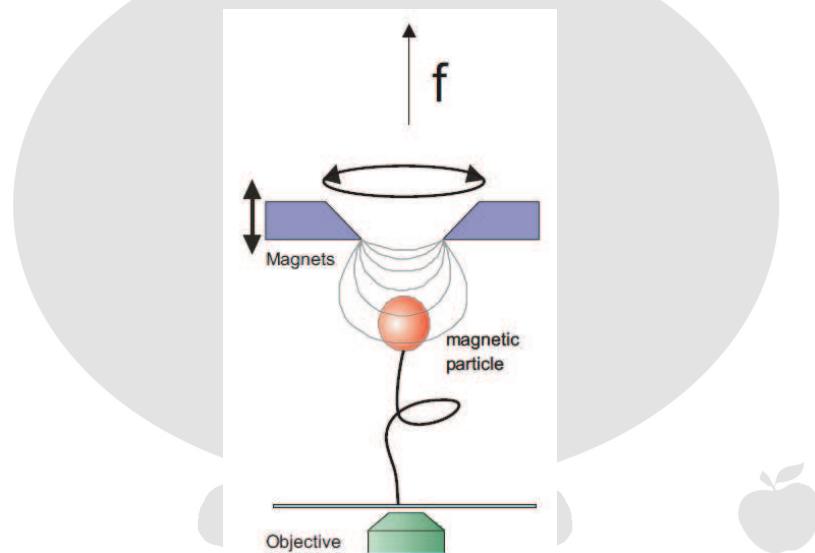


PION 2011 - Delft

N.H. Dekker (Delft)

The behavior of DNA under rotation

Consider a DNA molecule that is twisted while it is being pulled on by a force f , as shown in the figure below.



Figuur 1: A single double-stranded DNA molecule (black) is firmly attached to a magnetic bead (red) on one side and to a surface on the other side. Magnets shown in purple allow one to apply a vertically oriented force f to the bead, and hence to the DNA. Additionally, rotating magnets above the DNA molecule allows one to coil the DNA molecule. While the DNA molecule initially only twists about its own axis, at a certain point it will buckle and start to form a loop, as shown.

We may consider that initially an increasing amount of torsional energy is stored in the DNA as it is continuously twisted about its own axis, increasing the twist angle θ , according to:

$$E = \left(\frac{1}{2} k_B T \right) \frac{C}{L_0} \theta^2 \quad (1)$$

where the constant C is called the torsional persistence length (with a value of approximately 100 nm), L_0 is the contour length of the DNA molecule, k_B is Boltzmann's constant ($1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K), and T is the temperature. In this problem, you may assume that $T = 298$ K.

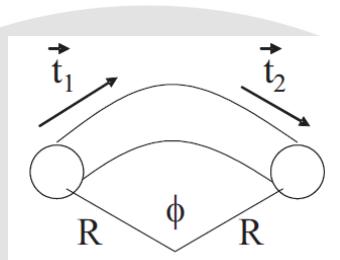
At a certain number of turns n , where each additional turn increases the twist angle by 2π , the DNA molecule is found to buckle and form a small loop of radius R , as shown in Fig. 1.

1. Suppose that an unstretched polymer is slightly bent, as shown in Fig. 2: The general expression for the bending energy is given by:

$$E_{bend}(R, \phi) = (\text{constant}) \left(\frac{\Delta\phi}{R} \right) \quad (2)$$



PION 2011 - Delft



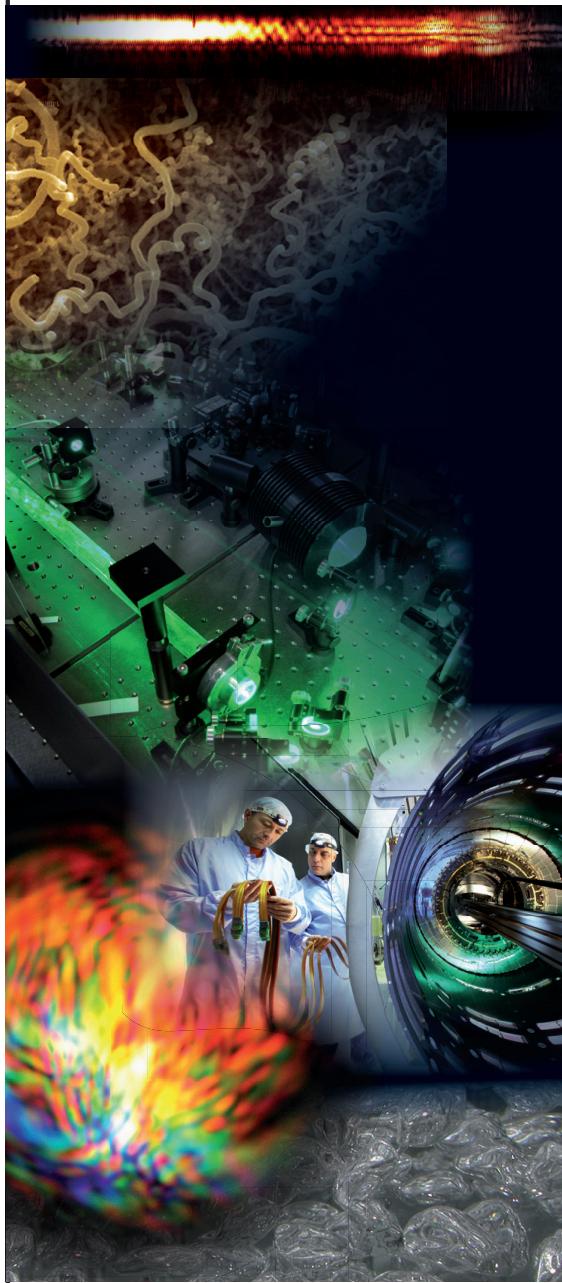
Figuur 2: A polymer bent to have radius of curvature R .

Given that any polymer has a certain bending stiffness A (in units of length), use dimensional analysis to argue that the constant in the above expression should be proportional to $\frac{k_B T A}{2}$, and justify this expression physically.

2. For the DNA that's being pulled on by a vertical force f as shown in the figure, write down a general expression for the total energy cost of forming such a loop.
3. Derive an expression for the loop size that minimizes the energetic cost. Compute the associated loop size $2\pi R^*$ formed when the DNA molecule is under a tension of 1 pN. Derive an expression for $E(R^*)$ in terms of $k_B T$, A , and f , and evaluate the value of this expression. You may assume that the bending persistence length A of the double-stranded DNA molecule is equal to 50 nm.
4. Equate this minimum energy cost to the change in torsional energy imposed on the molecule as the number of times it is twisted about its axis is increased from n to $n + 1$ turns. Under the assumption that $n \gg 1$, derive an expression for the number of imposed turns $n_{buckling}$ at which the molecule buckles to form a loop in terms of the parameters A , f , L_0 , C , and T . Evaluate your expression for $n_{buckling}$ for a DNA molecule of length $L_0 = 3 \mu\text{m}$ under a tension of 1 pN.
5. Explain in words why this loop formation occurs, and sketch the end-to-end extension of the DNA (or the height of the magnetic bead above the surface) as a function of the applied rotation, with the number of times that the magnet is turned ranging from 0 to 100.



Aan het front van de natuurkunde

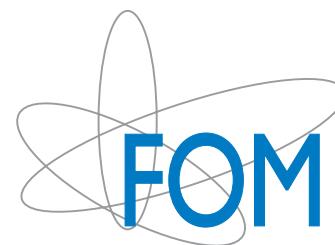


De komende vier jaar onderzoek doen? Aan een onderwerp in de fysica dat je leuk lijkt? Zuiver wetenschappelijk of gericht op een technologisch probleem? In een Nederlandse topgroep? Of zelfs voor een tijdje in een buitenlands laboratorium? En een paar keer naar een congres in het buitenland?

Het kan allemaal, als onderzoeker in opleiding (oio) bij FOM.

Oio-plaatsen bij de Stichting voor Fundamenteel Onderzoek der Materie (FOM) zijn meestal gekoppeld aan onderzoeksprojecten waarvoor universitaire hoogleraren bij FOM geld hebben weten te krijgen. Die hoogleraar gaat op zoek naar kandidaten voor zijn oio-plaats of plaatsen. Het is dan handig dat hij weet dat jij belangstelling hebt voor zijn project. Zorg dus dat je contacten hebt met die hoogleraren in je eigen instelling of ergens anders, die dát onderzoek doen dat jou interesseert.

Kijk voor meer informatie over ons werkterrein, vacatures en arbeidsvoorraarden op onze website (www.fom.nl) of bel met onze personeelsdienst, telefoon (030) 600 12 62.





Aan de UvA maak je werk van je master

WWW.UVA.NL/SCIENCE-MASTERS

**Kies voor één van de Physics-masters aan de
Universiteit van Amsterdam!**

- Astronomy and Astrophysics
- Advanced Matter and Energy Physics
- Physics of Life and Health
- Theoretical Physics
- Laser Sciences and Biomolecular Photonics
- Particle and Astroparticle Physics
- Mathematical Physics



PION 2011 - Delft

M.J. Renne (Utrecht)

Zwarre gaten en lichtafbuiging in de theorie van Newton

Binnen het kader van de mechanica van Newton heeft men zich eeuwen geleden al bezig gehouden met begrippen die tegenwoordig voornamelijk met de Algemene Relativiteitstheorie in verband worden gebracht. Zo hebben rond 1800 natuurkundigen als Laplace, Cavendish en Soldner nagedacht over zwarte gaten (het begrip, niet de benaming) en de afbuiging van licht in het zwaartekrachtveld van een zwaar hemellichaam (de kentering van een materiële opvatting van licht naar een golfbegrip vond rond 1800 plaats). Hierna volgen enkele voorbeelden. U mag bij alle onderdelen met de gewone mechanica van Newton werken; u hoeft geen rekening te houden met de kromming van de ruimte.

- (a) Veronderstel dat een bolvormige massa zich zover samentrekt dat de ontsnappingssnelheid aan het oppervlak gelijk is aan de lichtsnelheid c . Bereken de straal Z van dit zwarte gat.

Om het zwarte gat beweegt zich een planeet in een cirkelbaan met straal a (de massa van de planeet is veel kleiner dan die van het zwarte gat).

- (b) Laat zien dat er een verband bestaat

$$\frac{Z}{a} = 2 \left(\frac{v}{c} \right)^2$$

waarbij v de snelheid van de planeet is.

- (c) Bereken hieruit de straal van het zwarte gat dat de zon zou vormen als gegeven is dat de straal van de aardbaan $1,5 \cdot 10^8$ km bedraagt. Voer eenzelfde berekening uit voor het geval dat de aarde een zwart gat zou vormen vanuit het gegeven dat de straal van de maanbaan $4 \cdot 10^5$ km is.

- (d) Een puntmassa m komt met snelheid v vanuit het oneindige, scheert rakelings langs het oppervlak van een ster (geen zwart gat) met straal R en massa $M \gg m$, en verdwijnt weer naar het oneindige. De behouden grootheden in dit Kepler-probleem zijn:

- De energie: $E \equiv \frac{m\dot{r}^2}{2} - \frac{mk}{r}$
- Het impulsmoment: $\vec{L} \equiv \vec{r} \times m\dot{\vec{r}}$
- De Laplace-Runge-Lenz-vector: $\vec{A} \equiv m\dot{\vec{r}} \times \vec{L} - m^2 k \hat{r}$

Hierin zijn \vec{r} , \hat{r} en $\dot{\vec{r}}$ respectievelijk de positievector van de puntmassa, de eenheidsvector in die richting en de snelheidsvector. $k \equiv GM$ met G de constante van Newton.

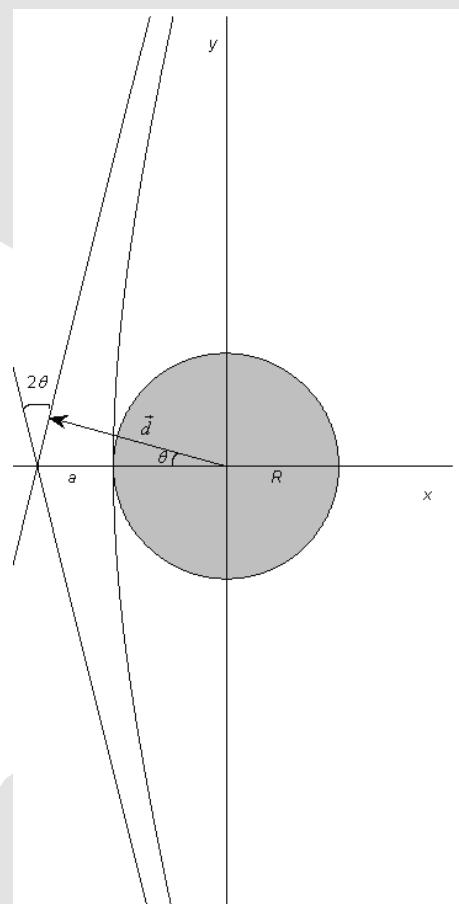
De vector van Laplace *et al* is wat minder bekend; het is alleen een behouden grootheid in het Kepler-probleem en wijst in de richting van het krachtcentrum naar het punt van dichtste nadering (perihelion); de lengte van \vec{A} is $[m^4 k^2 + 2mEL^2]^{1/2}$.

We kiezen het vlak loodrecht op \vec{L} als het x-y-vlak; omdat $E > 0$, is de baan van de puntmassa een hyperbool waarbij we de x-as langs de symmetriesas leggen. De botsingsparameter is d ; de vector \vec{d} wijst langs de loodlijn van het krachtcentrum naar een van



PION 2011 - Delft

de asymptoten met dezelfde lengte als de botsingsparameter. Met deze afspraken luidt de vergelijking voor de hyperbool: $(x + R + a)^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$. (de verschuiving van de x -coördinaat is ingevoerd opdat de oorsprong van het coördinatenstelsel samenvalt met het krachtcentrum). De situatie kan weergegeven worden als in volgende schets:



Bereken de verstrooiingshoek 2θ , waarbij u mag aannemen dat deze hoek klein is voor grote waarde van de oorspronkelijke snelheid v (d.w.z. als $v/c \approx 1$). Wat wordt deze hoek als we v gelijk stellen aan de lichtsnelheid c ?

Aanwijzing: het is niet de bedoeling dat u de bewegingsvergelijking integreert; u kunt het antwoord vinden door de uitdrukkingen voor de behouden grootheden op te schrijven voor $r \rightarrow \infty$ en voor het perihelion, en de uitkomsten te vergelijken. Voor het opstellen van een vergelijking voor θ kunt u het inproduct van \vec{A} met \vec{d} bekijken. Voor de berekening van θ is het voldoende te ontwikkelen naar een kleine grootheid tot de eerste niet-verdwijnende term; geef ook een argument waarom die grootheid klein is.



PION 2011 - Delft

H.P. Urbach (Delft)

De optische tunnel

Beschouw voor een tijdsharmonisch elektromagnetisch veld: $\vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}$, $\vec{H}(\vec{r})e^{-i\omega t}$ en de tijdsgemiddelde Poynting vector:

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r})^*].$$

Zij \hat{n} een eenheidsvector. Dan is $\vec{S}(\vec{r}) \cdot \hat{n}$ het over een tijdsperiode gemiddelde vermogen dat per eenheid van oppervlakte door een klein oppervlakje in punt \vec{r} met eenheidsnormaal \hat{n} in de richting van \hat{n} stroomt.

Zij $z = 0$ een grensvlak tussen twee niet-magnetische materialen met relatieve dielectrische permittiviteit ε_1 en ε_2 en brekingsindices $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$, $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$, die de halfruimten $z < 0$, respectievelijk $z > 0$ vullen. We nemen aan dat $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > 0$ (medium is bijvoorbeeld glas en medium 2 lucht).

Stel dat een vlakke golf invalt vanuit medium 1 op het grensvlak met medium 2. De golfvector van de invallende golf is:

$$\vec{k}_+^{(1)} = k_x^{(1)} \hat{x} + k_z^{(1)} \hat{z}$$

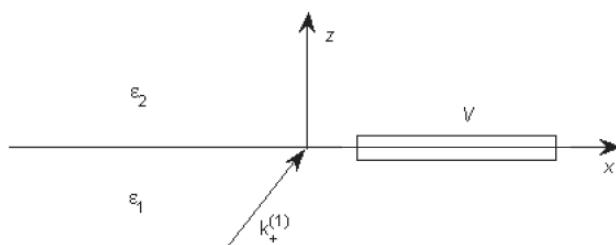
Voor de z -component van de golfvector geldt:

$$k_z^j = (\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_j^2 - k_{x,j}^2)^{1/2}, j = 1, 2$$

De inkomende golf is S-gepolariseerd, d.w.z. dat het elektrisch veld evenwijdig is aan de \hat{y} -richting. Dan zijn ook de gereflecteerde en doorgelaten golven S-gepolariseerd.

Tot slot is er 1 van de 4 Maxwell vergelijkingen gegeven:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



Figuur 3: Situatieschets

(a) Leid m.b.v. de Maxwell vergelijkingen een simpele relatie af tussen \vec{E} en \vec{H} voor een tijdsharmonische vlakke golf in een niet-magnetisch isotroop materiaal.

(b) Stel dat het invallende elektrische veld amplitude 1 heeft in het vlak $z = 0$. Gebruik dat de tangentiële componenten van het elektrische en magnetische veld continu zijn in het grensvlak om af te leiden dat de amplituden van het gereflecteerde en doorgelaten elektrische veld in $z = 0$ gelijk zijn aan:



PION 2011 - Delft

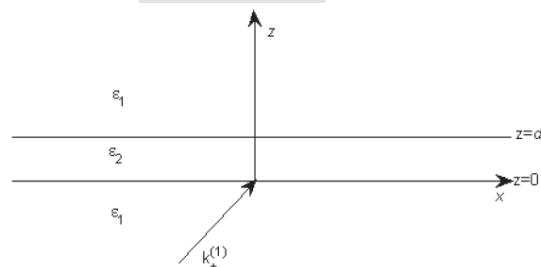
$$r = \frac{k_z^{(1)} - k_z^{(2)}}{k_z^{(1)} + k_z^{(2)}} \text{ en } t = \frac{2k_z^{(1)}}{k_z^{(1)} + k_z^{(2)}}.$$

(c) Laat zien dat er netto geen energie in of uit het volume V in figuur 3 stroomt.

(d) De kritische hoek van inval treedt op als $k_x^{(1)} = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}n_2$. Voor hoeken van inval groter dan de kritische hoek: $k_x^{(1)} > \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}n_2$ is de doorgelaten golf 'evanescent' in de positieve z -richting (de amplitude neemt exponentieel af met de afstand tot het grensvlak). Bereken de richting en grootte van de energiestroom in medium 2.

(e) Verklaar waarom de kritische hoek van inval ook wel de kritische hoek van totale reflectie wordt genoemd.

Beschouw nu een tweede vlak $z = d > 0$. Boven dit vlak bevindt zich een halfruimte met daarin weer glas, d.w.z. voor $z > d$ is de brekingsindex n_1 . Stel eerst dat de hoek van inval van de invallende golf in $z < 0$ **kleiner** is dan de kritische hoek. Het elektromagnetisch veld in de tussenruimte $0 < z < d$ bestaande uit lucht bestaat dan uit twee propagerende vlakke golven: de ene propageert in de positieve z -richting, de andere in de negatieve z -richting. In $z > d$ is er een doorgelaten propagerende vlakke golf.



(f) Wat is de golfvector in de uit glas bestaande half-ruimte?

(g) Stel dat de complexe amplitude van de elektrische vector van de in de halfruimte $z > d$ doorgelaten golf τ is. Bereken de energiestroom in de positieve z -richting (dus weg van het vlak $z = d$) in medium 2.

Stel nu dat de hoek van inval **groter** is dan de kritische hoek voor totale reflectie aan het eerste glas-lucht grensvlak in $z = 0$. Dan bestaat het veld in $0 < z < d$ uit de superpositie van twee evanescente golven: de ene is evanescent in de positieve z -richting, de andere in de negatieve z -richting. In de uit glas bestaande halfruimte $z > d$ propageert er nog steeds energie in de positieve z -richting.

(h) Hoe is dit te rijmen met het feit dat ieder van de evanescente golven in $0 < z < d$ geen energie in de z -richting propageert?



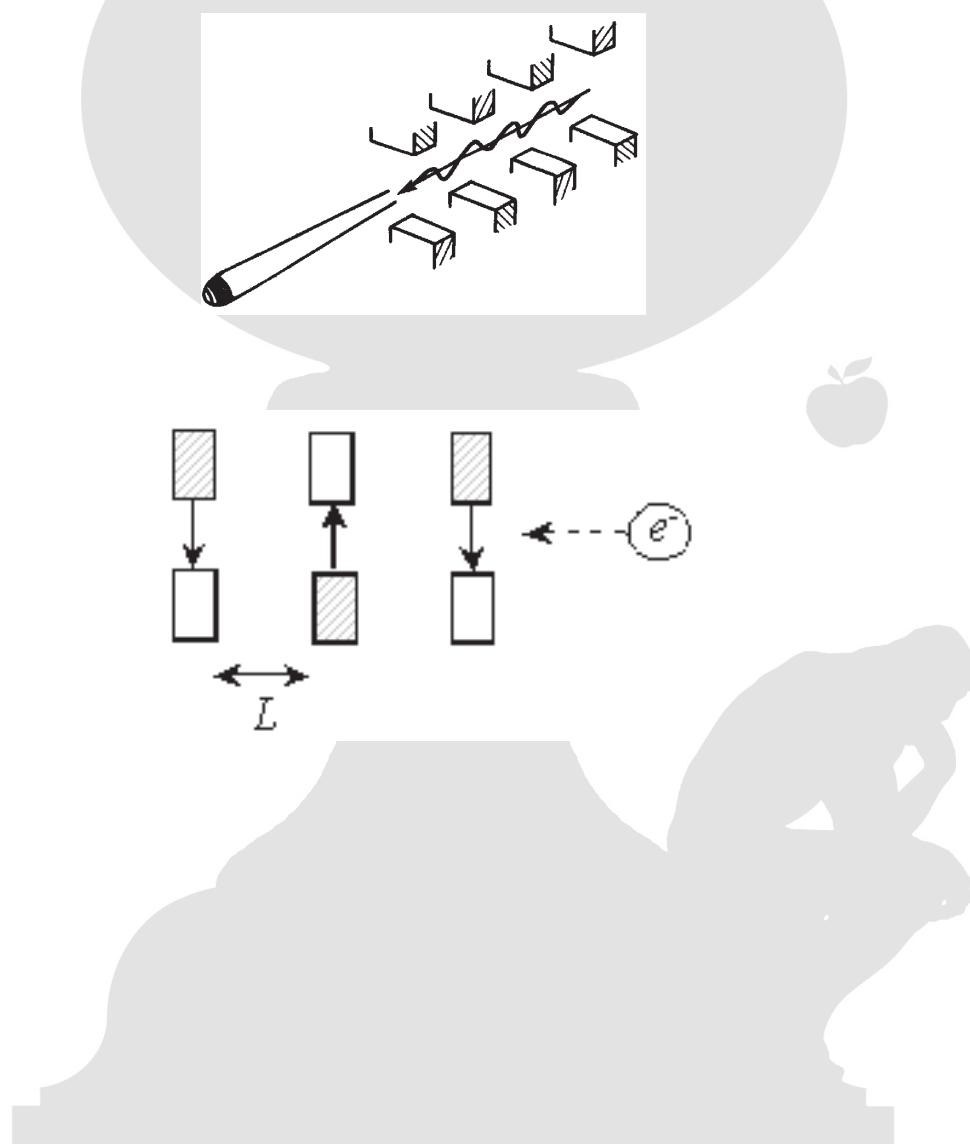
PION 2011 - Delft

H. Jordens (Groningen)

Gamma-laser

Men kan lasers maken door een bundel elektronen te leiden door een reeks magneten waarvan de veldrichting steeds wisselt (zie tekening). De elektronen worden versneld met een (hoge) spanning V volt. De onderlinge afstand tussen de magneten is L cm.

Bereken op welke wijze de waargenomen golflengte afhangt van de versnelspanning.



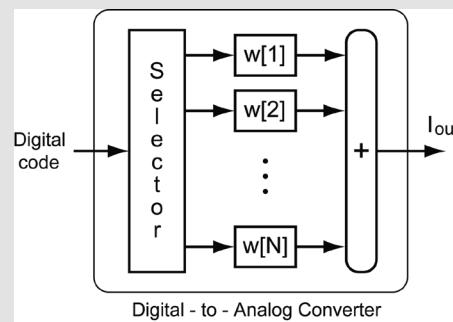


PION 2011 - Delft

K.A.A. Makinwa (Delft)

Linearizing a Digital-to-Analog Converter

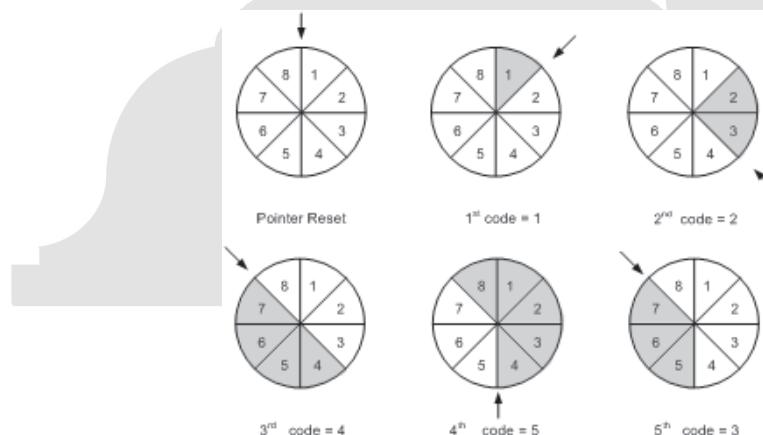
A digital-to-analog converter (DAC) can be made from a bank of N identical current sources, i.e. $w[i] = w[j] = w$, as shown below. By connecting the appropriate number of current sources to the DAC output, currents ranging from 0 to Nw can be generated.



In practice, however, the current sources will not be identical, e.g. due to manufacturing tolerances, and so the DAC will have a non-linear characteristic. This will give rise to harmonic distortion when the DAC is driven by a sine wave. One way of reducing this is by randomly selecting the M elements (where $M < N$) required to generate an output current with a nominal value of Mw .

Question 1: Motivate this statement and explain in what way this linearization scheme affects the DACs performance.

If the clock frequency of the DAC is much higher than the frequency of the input signal, then even better performance can be achieved by cyclically rotating the selection of the M current sources. This process is illustrated below for the case when $N = 8$ (each element is represented as a slice of an N -segment pie).



Question 2: Motivate this statement and explain in what way this linearization scheme affects the DACs performance.



PION 2011 - Delft

C.R. Kleijn (Delft)

Isolatie

Een chemische stof X is explosief bij temperaturen boven 0°C.

Om een kleine hoeveelheid van deze stof veilig door een woestijn te transporteren, zonder gebruik te maken van (kwetsbare!) actieve koeling, bedenkt men de volgende oplossing: De stof X wordt waterdicht verpakt opgesloten in een bolletje ijs (=bevroren water), dat weer verpakt wordt in een bol isolatieschuim.

Wat is de kleinste mogelijke buitenafmeting van de bol isolatieschuim bij een transport-tijd van 48 uur?

Gegeven:

- De begintemperatuur van het ijs is 0°C.
- De buitenluchttemperatuur bedraagt 40°C.
- De smeltwarmte van ijs bedraagt 334 kJ kg^{-1} .
- De dichtheid van water bedraagt 1000 kg/m^3 , de dichtheid van ijs bedraagt 915 kg/m^3 .
- De warmtegeleidingscoëfficiënt van het isolatieschuim bedraagt $0.02 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$





PION 2011 - Delft

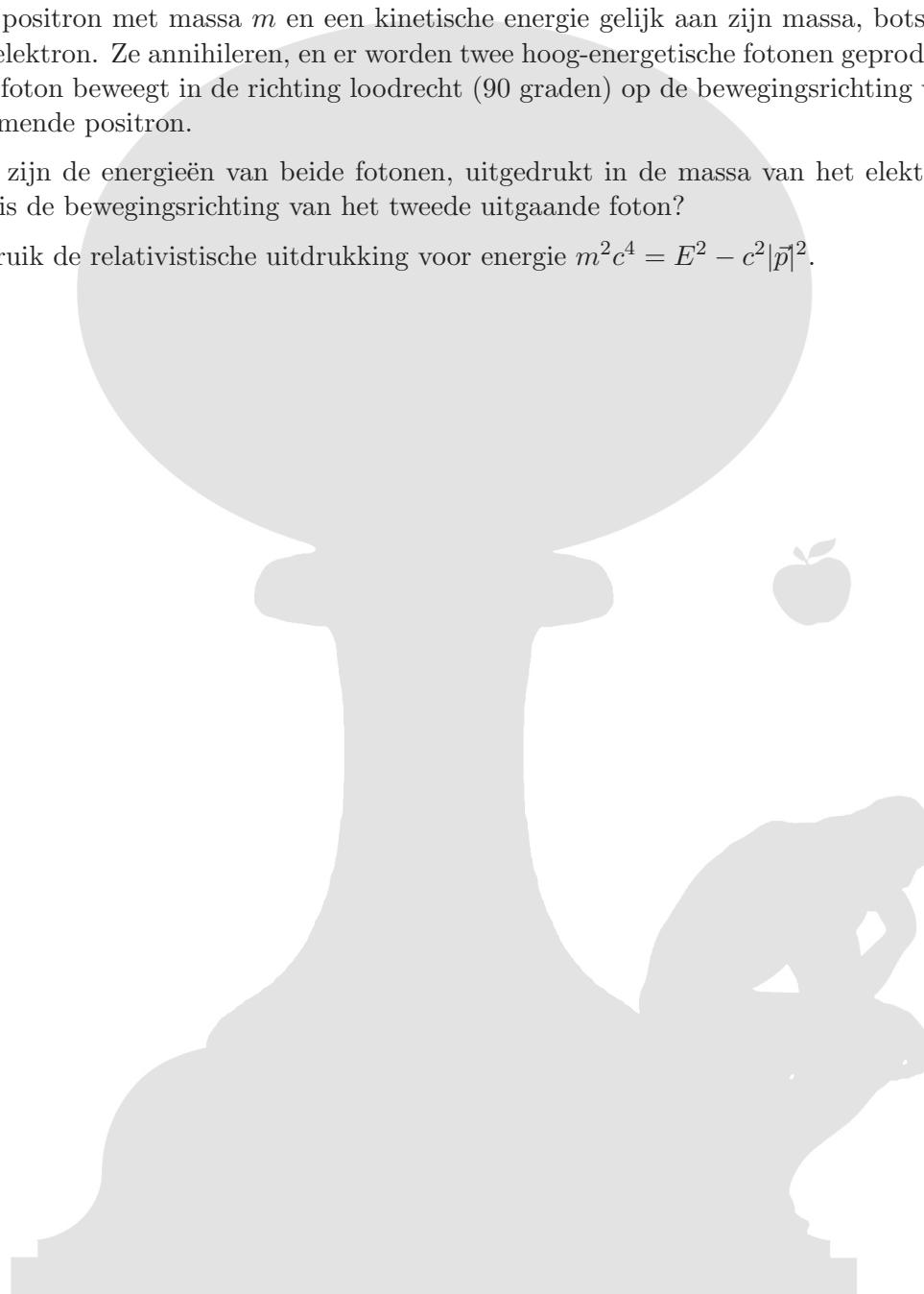
S.C.M. Bentvelsen (Amsterdam)

Annihilatie

Een positron met massa m en een kinetische energie gelijk aan zijn massa, botst tegen een elektron. Ze annihileren, en er worden twee hoog-energetische fotonen geproduceerd. Een foton beweegt in de richting loodrecht (90 graden) op de bewegingsrichting van het inkomende positron.

Wat zijn de energieën van beide fotonen, uitgedrukt in de massa van het elektron, en wat is de bewegingsrichting van het tweede uitgaande foton?

Gebruik de relativistische uitdrukking voor energie $m^2c^4 = E^2 - c^2|\vec{p}|^2$.





PION 2011 - Delft

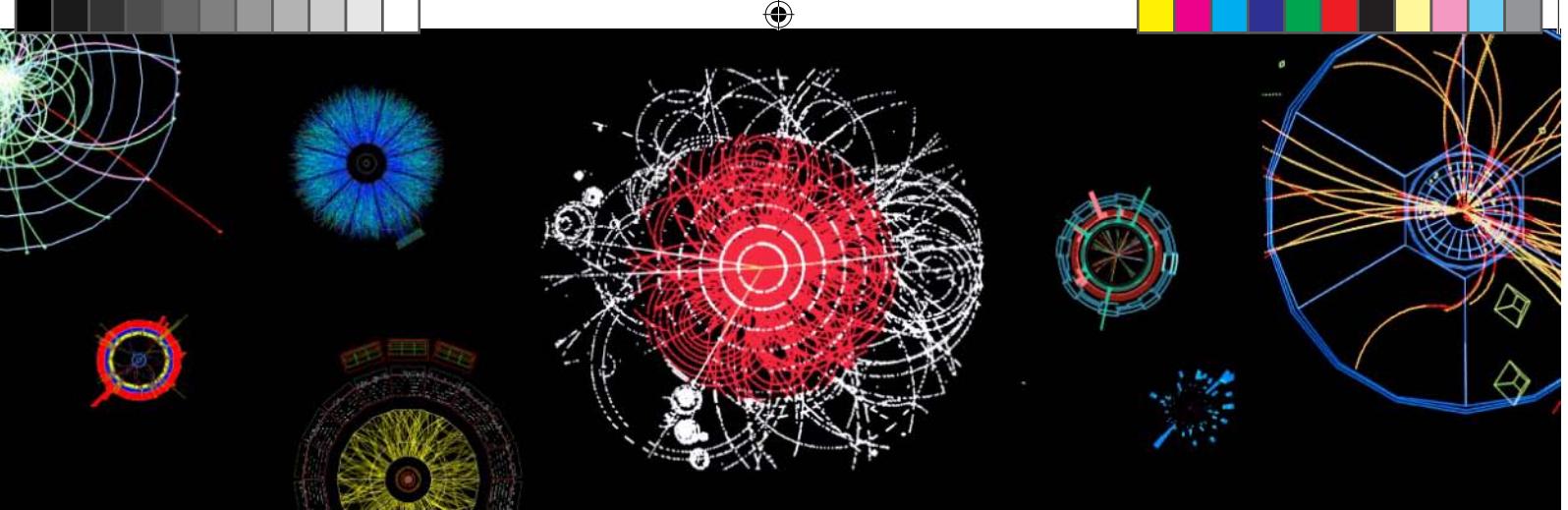
PION is mede mogelijk gemaakt door:

- PION Commissie 2011



Van links naar rechts: *Mischa (QQ), Irene (Commissaris Promotie), Nick (Commissaris Opgaven), Bruno (Secretaris), Daan (President), Lisanne (Thesaurier/Commissaris Acquisitie) en Fokko (QQ)*.

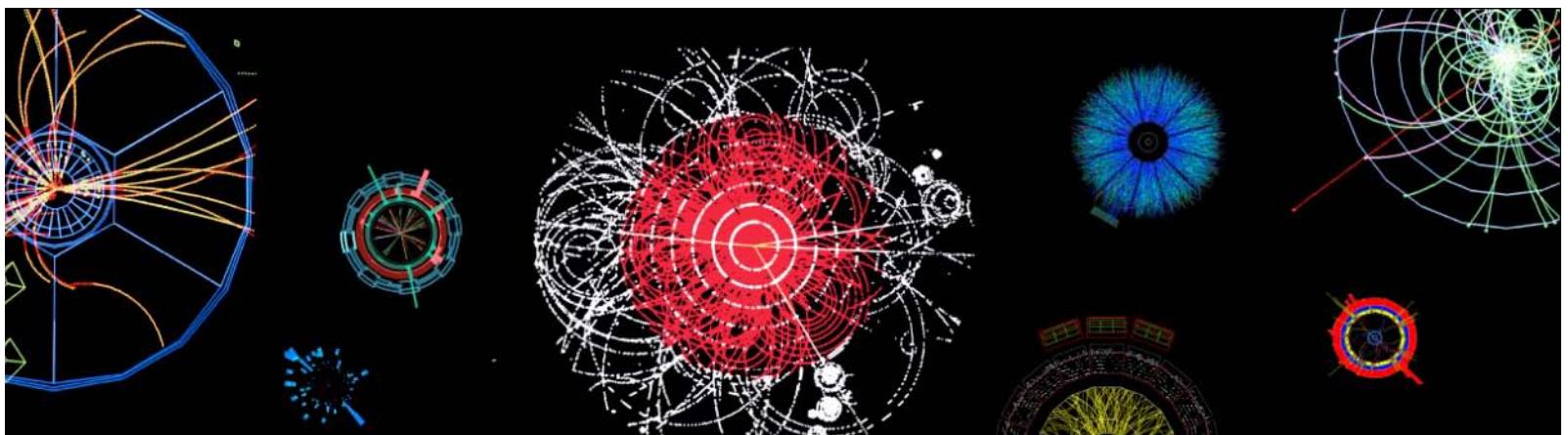
- PION Dagcommissie 2011:
Boris, Jonathan, Lana, Lars en Roel.
- Opgavenmakers:
R.F. Mudde, A.V. Kimel, M. Blaauboer, P.C.M. Christianen, L.M.K. Vandersypen, N.H. Dekker, M.J. Renne, H.P. Urbach, H. Jordens, K.A.A. Makinwa, C.R. Kleijn en S.C.M. Bentvelsen.
- Comité van Aanbeveling:
A.K. Geim, G. 't Hooft, K.C.A.M. Luyben, T.H.J.J. van der Hagen, C.C.A.M. Gielen, H. Irth, K. Kopringa, G. van Meer, K. Schoutens, G. van der Steenhoven, S.M. Verduyn Lune en M. Blaauboer.



**The National Institute for Subatomic Physics is an
institute that carries out research in the area of
(astro)particle physics**

Nikhef is a partnership between the Foundation for Fundamental Research on Matter (FOM) and four universities: Radboud University in Nijmegen, University of Amsterdam, Utrecht University and VU University Amsterdam. Nikhef is located at Science Park Amsterdam

www.nikhef.nl





Start a career where you develop more than just your professional skills

Philips is a diversified health and well-being company, focused on improving people's lives through timely innovations. As a world leader in healthcare, lifestyle and lighting, Philips integrates technologies and design into people-centric solutions, based on fundamental customer insights and the brand promise of "sense and simplicity".

Grow with Philips. Join an innovative company in health and well-being that makes a real difference to people's lives. We challenge and empower you to make the most of your talents while working in multidisciplinary and international teams. You will be surrounded by passionate, insightful colleagues who share your drive to create superior customer experiences. Our growth depends on yours, so we'll support you with career opportunities that will let you accelerate your growth in directions to which you aspire.

Visit www.philips.nl/carriere and grow your career in a company that values the interaction between technology and people.

PHILIPS
sense and simplicity