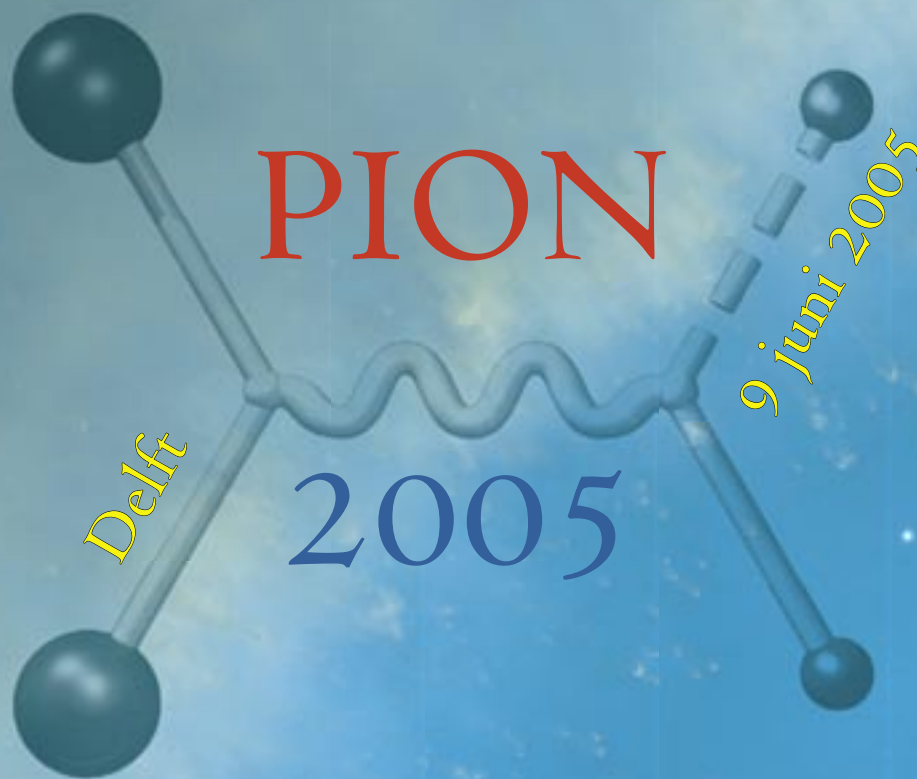


11^e Natuurkunde Olympiade

voor 1^e, 2^e en 3^e jaars studenten

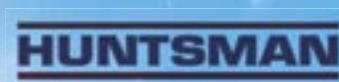


Opgaven



hoofdsponsors:

PHILIPS



Stichting Physica





EXPAND

Graduate Opportunities

**Engineering (Chemical/Mechanical/Petroleum/Process/Earth Science), Technology
Consultancy & Research, Finance, Sales & Marketing, IT and HR**

If you think you know Shell, think again. We may be well known for our petrochemicals business, but to become one of the world's leading energy companies takes a wide range of talented individuals. We are constantly changing and truly global – the opportunities are outstanding. Join us as a graduate and you will have the chance to diversify, specialise, develop your career internationally – even change direction completely. Whichever route you choose, you will start a real job with real responsibility. You can expect full on-the-job and structured training, possibly leading to professional

qualifications. Interested? If you have graduated in science or engineering, looking for a career with an international context, then please apply online or send an email to graduates@shell.com for an application form.

Shell is an Equal Opportunity Employer.

www.shell.com/careers

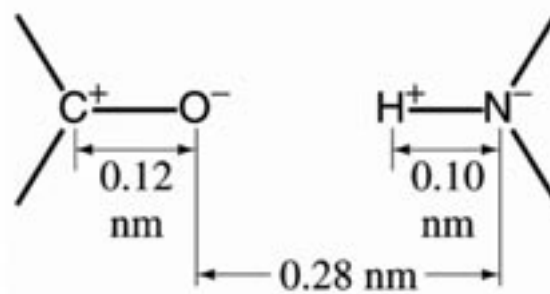


1 Atomaire aantrekking

P. Kruit

Schat de netto kracht tussen de CO groep en de HN groep die zijn weergegeven in de figuur. De C en O hebben een effectieve lading van $\pm 0,40\text{ e}$ en de H en N hebben een effectieve lading van $\pm 0,20\text{ e}$, waarbij geldt $e = 1,6 \times 10^{-19}\text{ C}$

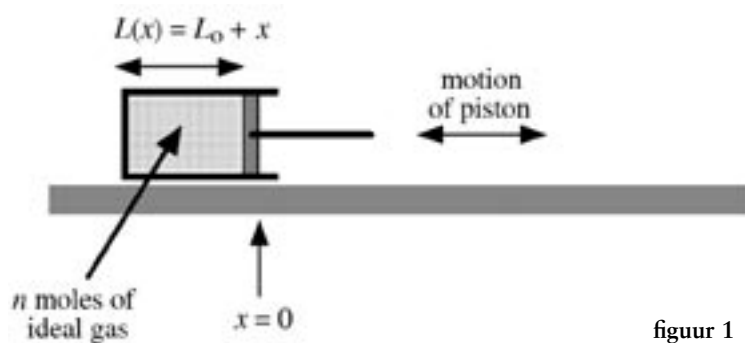
Maak een schets van de netto kracht als functie van de afstand tussen de CO en HN groep op een log-log schaal (neem hierbij het geval uit de figuur als $L = 0,28\text{ nm}$)



2 Oscillerende zuiger

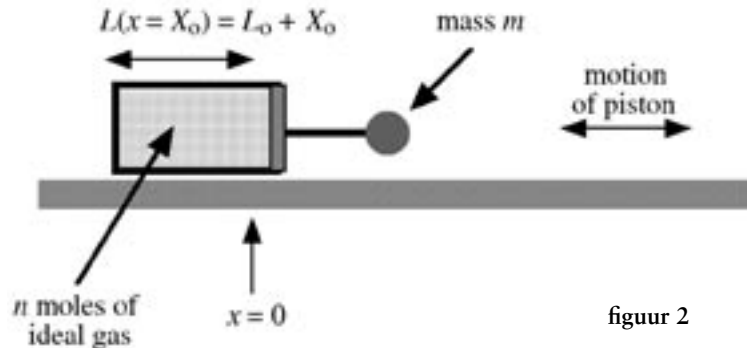
I.T. Young

Een cilinder bevat $n = 10$ mol van een ideaal monatomisch gas op een temperatuur $T = 16^\circ\text{C}$. De cilinder is bevestigd aan een horizontaal oppervlak, zoals is weergegeven in de figuur 1, maar de massaloze zuiger kan vrij bewegen zonder wrijving. Wanneer geen externe krachten werken, anders dan de externe luchtdruk, die 1010 hPa is, is de positie van de zuiger $x = 0$. Met externe krachten kan de zuiger verplaatst worden naar rechts ($x > 0$) en links ($x < 0$). De straal van de cilinder is gegeven door $r = 6\text{ cm}$. Wanneer de zuiger op $x = 0$ is, geldt $L_0 = 10\text{ cm}$.



figuur 1

De zuiger krijgt een uitwijking naar een positie X_0 (met $X_0 \ll L_0$) en een massa van $m = 3,324 \text{ kg}$ ($= 3324 \text{ g}$) wordt bevestigd zoals weergegeven in figuur 2. Wanneer deze massa los wordt gelaten, voert het een eenvoudige harmonische oscillatie uit, $x(t) = X_0 \cdot \cos(\omega t)$. Bepaal de hoekfrequentie ω in termen van de relevante parameters. Verwaarloos de effecten van het gewicht van de massa.



figuur 2

(advertentie)



De Nederlandse Natuurkundige Vereniging komt op voor de positie van de natuurkunde en behartigt de belangen van natuurkundigen en natuurkunde-studenten. De NNV steunt activiteiten van studenten, zoals buitenlandse reizen en symposia, maar ook PION. In deze tijd waarin bijvoorbeeld het natuurkunde-onderwijs op de middelbare school onder druk staat, is een sterke vereniging van natuurkundigen geen overbodige luxe. Wordt daarom lid!!!

Meld je aan via het webformulier op www.nnv.nl.

Studenten betalen slechts 10 euro per jaar en als je tweedejaars student bent, is het lidmaatschap 1 jaar gratis. Als lid van de NNV ontvang je elke maand het Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde (NTvN). Zo blijf je dus op de hoogte van ontwikkelingen binnen de wereld van de natuurkunde en natuurlijk ook van alle activiteiten tijdens het World Year of Physics 2005.

Kijk voor meer informatie op:

www.nnv.nl
www.ntvn.nl
www.wyp2005.nl



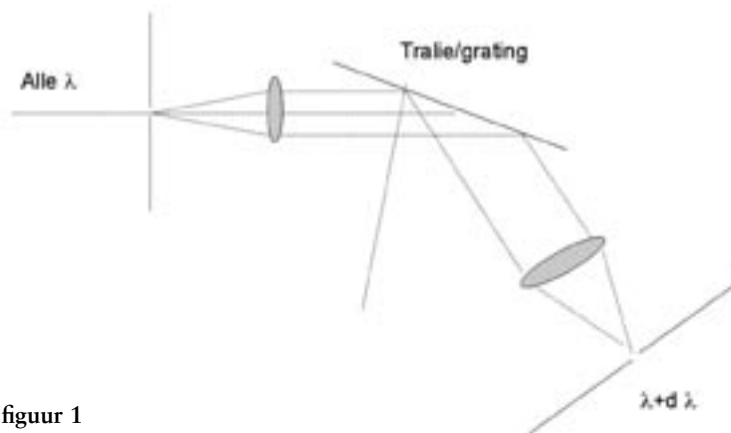
Deze vraag gaat over enkele simpele aspecten van licht. Licht is een verschijnsel dat zowel opgebouwd gedacht kan worden als een klassiek puur elektromagnetisch verschijnsel als een verschijnsel waarbij licht opgebouwd kan worden uit deeltjesachtige fotonen. Hierbij speelt het golfkarakter een grote rol. Begrip van Fourieranalyse/decompositie is belangrijk in deze vraag.

Neem een bundel licht geproduceerd met een hoge kwaliteitslaser, die in staat is om korte pulsen te produceren van hoge kwaliteit.

- a. Als deze laser nu lichtpulsen maakt die ongeveer 100 fs lang zijn (met een Gaussische vorm in de tijd), hoe nauwkeurig kan je de golflengte dan optimaal bepalen op grond van de golfeigenschappen van licht (geef het antwoord in nanometer, en neem voor de golflengte $\lambda = 800$ nm)

Als deze lichtpulsen nu gestuurd worden door een traliespectrometer (figuur 1) die in staat is om maar een heel deel van de golflengte breedte door te laten, krijgen we de vreemde situatie dat we een puls lijken te hebben van 100 fs met een selectie in de golflengte nauwkeurigheid die kleiner lijkt dan de minimale breedte die bij vraag a. is uitgerekend.

- b. Analyseer op grond van het werkingsmechanisme van een traliespectrometer (ingangsspleet, optische afbeelding op een tralie, en dan afbeelding op een uitgangsspleet) wat er gebeurt met de 100 fs puls bij het selecteren van een bepaalde golflengte.



figuur 1

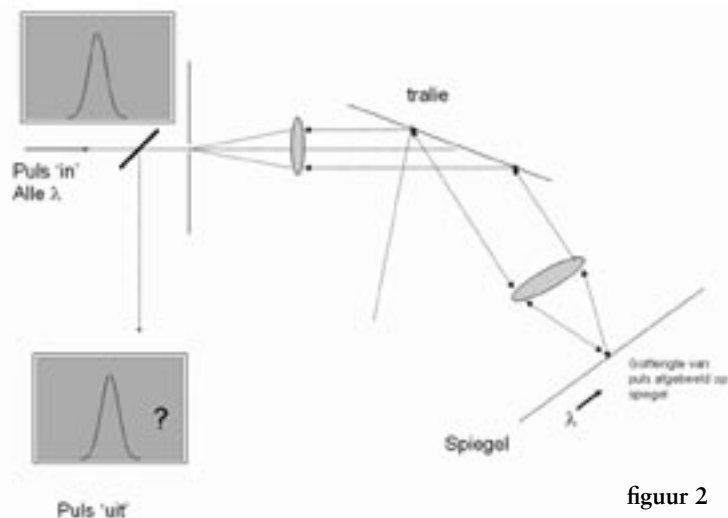
In bovenstaande analyse gebruiken we het golfkarakter van het licht. Als we nu ons concentreren op het deeltjes karakter van het licht, dan kunnen we ons het volgende afvragen

- c. Beschrijf de bundel met behulp van fotonen. Heeft elk foton een eigen goed bepaalde energie of heeft elk foton in de puls nog een energie onzekerheid horende bij de golflengte breedte van de puls. Is er een verschil tussen beide beelden?
- d. Kan je de actie van de traliespectrometer beschrijven gebruikmakend van het fotonbeeld uit vraag c?

Als we deze bundel licht nu sturen door een gas met atomen die één golflengte (met een zekere breedte natuurlijk horende bij de eigenschappen van de atomen) absorberen, dan verandert de puls natuurlijk ook, want een golflengte wordt weggenomen.

- e. Beschrijf kwalitatief hoe de puls eruit ziet als er van alle golflengtes die in de oorspronkelijke puls zaten er één uitgefilterd wordt.

We zouden in plaats van een absorberend gas ook kunnen besluiten om de traliespectrometer op een strategische plaats te modificeren. Zie figuur 2 met een voorstel van modificatie van de spectrometer waarbij de uitgangsspleet is vervangen door een spiegelvlak zodat er weer een puls gemaakt wordt waarbij alle golflengtes gecombineerd worden. Het spiegelvlak staat een beetje scheef zodat de puls op de weg terug een beetje boven de inkomende puls door de ingangsspleet gaat.



figuur 2

- f. Stel je hebt een draad ter beschikking. Waar moet je de draad hangen om een smal golflengte gebied selectief te verwijderen.

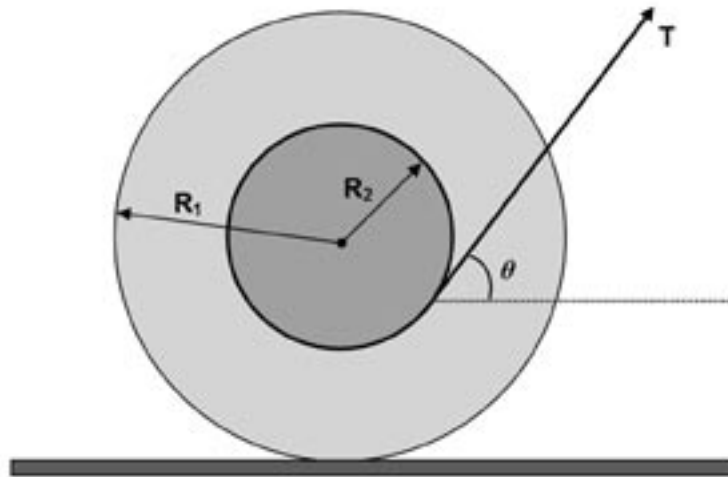
Tussen het weghalen van een golflengte met een gas en met een draad in een spectrometer zitten een aantal belangrijke verschillen. In een spectrometer worden alle kleuren eerst gescheiden en daarna gerecombineerd. Bij absorptie in een gas worden atomen aangeslagen.

- g. Is er aan de lichtbundel (of lichtpuls) te zien of er een golflengte verdwenen is door absorptie in een gas of door manipulatie in een spectrometer en zo ja op grond waarvan kan je dat zien en hoe verklaar je het verschil?

Dit probleem laat de ontwikkeling van fysisch begrip zien. De vragen leiden je langs een aantal verschillende methoden om het probleem op te lossen. Het verfijnen van een oplossing die in eerste instantie op brute kracht berust, levert uiteindelijk een elegante, eenvoudige beschrijving.

Een koord is om de binnenste diameter van een klos in een horizontaal vlak gewikkeld, zoals is weergegeven in de figuur. Aan het koord wordt met een constante kracht T getrokken.

De massa van de klos is M , de buitendiameter is R_1 en de binnendiameter R_2 . Het traagheidsmoment (moment of inertia) van de klos voor rotatie om zijn middelpunt is $I = \frac{1}{2}MR_1^2$



- Schrijf de bewegingsvergelijkingen (impuls en draaimoment) voor een algemene hoek θ op en vind de acceleratie als een functie van de parameters T , M , R_1 , R_2 en θ .
- In welke richting zal de klos rollen wanneer $\theta = 0^\circ$ en $\theta = 90^\circ$, wanneer een relatief kleine kracht T wordt gebruikt, zodat de klos zonder slip rolt.
- Uit je antwoord op de vorige vraag blijkt dat er een kritieke hoek θ_c is waarbij de klos niet zal gaan rollen, maar alleen zal slippen op het oppervlak. Welke hoek is dit?
- Waar snijdt de werklijn van kracht T de plaat voor de hoek θ_c ?
- Welk moment wordt uitgeoefend door T op het punt waar de klos de plaat raakt?

Aan het front van de natuurkunde

De komende vier jaar onderzoek doen? Aan een onderwerp waar ook in de fysica dat je leuk lijkt? Zuiver wetenschappelijk of gericht op een technologisch probleem? In een Nederlandse topgroep? Of zelfs voor een tijdje in een buitenlands laboratorium? En een paar keer naar een congres in het buitenland?

Het kan allemaal, als onderzoeker in opleiding (oio) bij FOM.

Oio-plaatsen bij FOM zijn meestal gekoppeld aan onderzoekprojecten waarvoor universitaire hoogleraren bij FOM geld hebben weten te krijgen. Die hoogleraar gaat op zoek naar kandidaten voor zijn oio-plaats of plaatsen. Het is dan handig dat hij weet dat jij belangstelling hebt voor zijn project. Zorg dus dat je contacten hebt met die hoogleraren in je eigen instelling of ergens anders, die dát onderzoek doen dat jou interesseert.

Kijk voor meer informatie over ons werkterrein, vacatures en arbeidsvoorwaarden op onze website (<http://www.fom.nl>) of bel met onze personeelsdienst, telefoon (030) 600 12 62.



Als je een massief glazen bolletje (dichtheid ρ_g) loslaat in een bak water (dichtheid $\rho_w < \rho_g$) dan zinkt het naar de bodem. Als het bolletje klein is ten opzichte van de afmetingen van de bak, dan valt het recht naar beneden met gedurende het grootste deel van het traject een constante snelheid (de sedimentatiesnelheid voor een enkel deeltje). Dit impliceert een krachtenevenwicht: de zwaartekracht plus opwaartse kracht plus weerstandskracht is nul:

$$\mathbf{F}_z + \mathbf{F}_o + \mathbf{F}_w = 0$$

De weerstandskracht F_w is een gevolg van de stroming rond het bolletje. Het is dezelfde kracht die je al fietsend voelt en is groter naarmate de tegenwind sterker is. Omdat de weerstandskracht een monotoon stijgende functie van het snelheidsverschil tussen bolletje en vloeistof ($\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_b$) is, valt een zwaar bolletje sneller dan een licht bolletje. Laten we aannemen dat de weerstandskracht rechtevenredig is met het snelheidsverschil:

$$\mathbf{F}_w = \beta(\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_b)$$

Beschouw nu een zwerm identieke glazen bolletjes in water. Ook hier hebben de deeltjes (in goede benadering) een constante valsnelheid. Deze sedimentatiesnelheid is echter anders dan de sedimentatiesnelheid van een enkel deeltje. Hiervoor zijn drie redenen:

1. In een zwerm bolletjes is de opwaartse kracht anders.
2. Er is een opwaartse vloeistofstroming omdat de naar beneden bewegende bolletjes water verplaatsen (voor een enkel deeltje in een grote bak water kunnen we de opwaartse vloeistofstroming verwaarlozen).
3. Het stroming rond deeltjes in een zwerm is anders dan die rond een enkel deeltje.

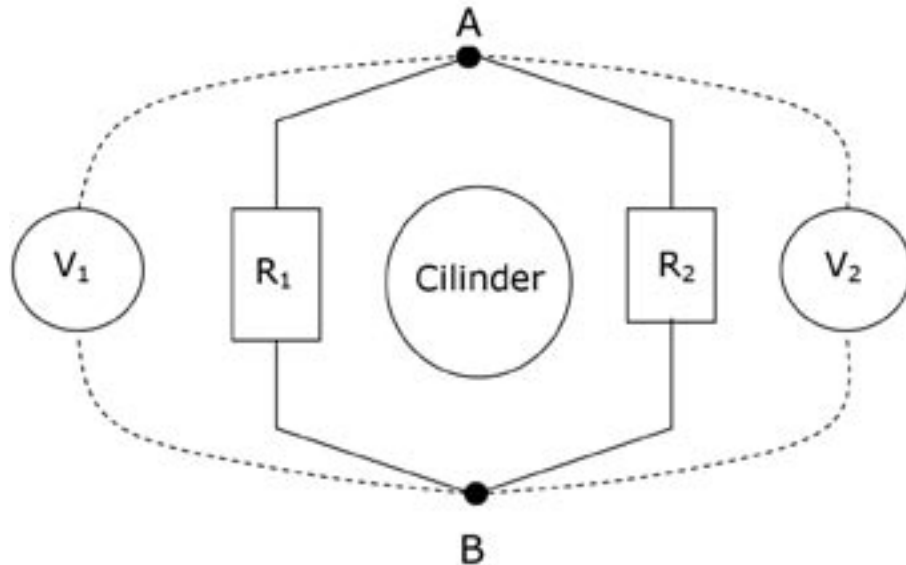
Experimenten met bepaalde glazen bolletjes (allemaal even groot) in water laten zien dat in goede benadering

$$\mathbf{v}_{sed} = \mathbf{v}_{sed,\infty}(1 - \varphi)^N$$

met \mathbf{v}_{sed} de sedimentatiesnelheid in de zwerm, $\mathbf{v}_{sed,\infty}$ de sedimentatiesnelheid van een enkel deeltje, en φ de volume fractie deeltjes in de zwerm. De empirisch bepaalde waarde van de constante N is 3,4.

Gevraagd wordt op basis van deze experimentele uitkomst af te leiden of β een functie is van φ , en zo ja hoe β dan van φ afhangt.

Een weekijzeren cilinder wordt omsloten door een stroomkring bestaande uit een weerstand R_1 van $100\ \Omega$ en een weerstand R_2 van $200\ \Omega$ (de weerstanden van de verbindingsdraden zijn te verwaarlozen). Met behulp van een primaire winding wordt in de cilinder een wisselend magnetisch veld en daarmee een wisselstroom in de stroomkring opgewekt. Men meet met een voltmeter met oneindig hoge inwendige weerstand de middelbare waarde van de wisselspanning tussen de punten A en B: eerst met een voltmeter in positie 1 (aflezing V_1), daarna in positie 2 (aflezing V_2). Zie de figuur.



Hoe verhouden de gemeten spanningen zich?

- $V_1 = V_2 = 0$
- $V_1 : V_2 = 1 : 1$
- $V_1 : V_2 = 1 : 2$
- $V_1 : V_2 = 2 : 1$
- anders

Motiveer je keuze en de afwijzing van de andere mogelijkheden.

Bij de beantwoording mag je aannemen dat de 'heengaande' flux zich geheel in de cilinder bevindt, en dat de flux terugkeert op grote afstand van het getekende, zodat de weerstanden zich in een veldvrij gebied bevinden.

Aanwijzing: het kan helpen door de situatie na te gaan als de weerstanden R_1 of R_2 naar nul of oneindig gaan.



Nedcon Magazijninrichting B.V.
Nijverheidsweg 26
7000 AA Doetinchem

T +31 314 33 44 55
F +31 314 37 94 44
E info@nedcon.com

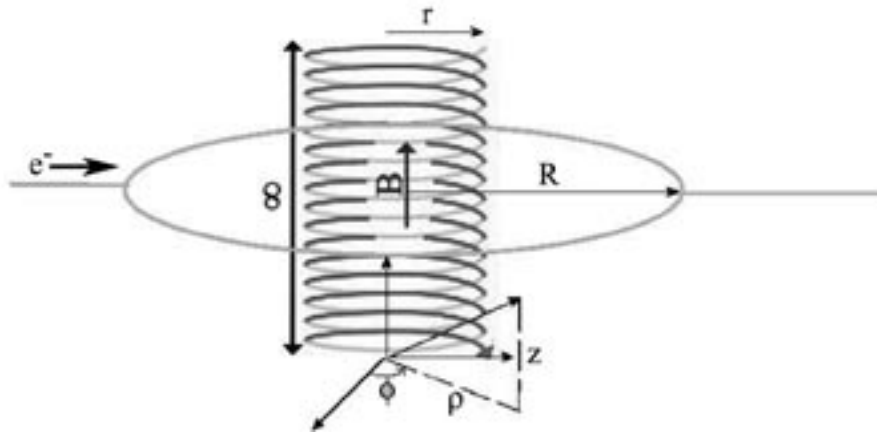
Een bekend resultaat uit de klassieke mechanica is dat de zogenaamde ‘canonieke impuls’ \vec{p} van een deeltje met lading q in aanwezigheid van een magnetisch veld $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ een functie is van de magnetische vectorpotentiaal \vec{A} volgens:

$$\vec{p} = m\vec{v} + q\vec{A}$$

In de quantummechanica is het deze canonieke impuls waarvoor de operator $\hat{p} = -i\hbar\nabla$ wordt gesubstitueerd. De impuls $\hbar\vec{k}$ van een deeltje is door aanwezigheid van de vectorpotentiaal nu niet meer gelijk aan de ‘normale impuls’ $m\vec{v}$ maar:

$$\hbar\vec{k} = m\vec{v} + q\vec{A}$$

Via de golfvector \vec{k} heeft de vectorpotentiaal zo een invloed op de quantummechanische fase van een deeltje. Dit bracht in de jaren ‘50 een heftige discussie op gang over de fysische realiteit van de magnetische vectorpotentiaal. Beschouw hiertoe de volgende configuratie:



In de (oneindig lange) solenoïde bestaat een homogeen magneetveld $\vec{B} = B\hat{z}$, dat daarbuiten (ter plekke van de ring er omheen) nul is. De vectorpotentiaal ter plekke van de ring is echter niet nul. In een gedachte-experiment voorgesteld door Aharonov en Bohm in 1959 wordt een elektron ($q = -e$) door de ring gestuurd. Aangezien je dit elektron quantummechanisch beschrijft als een golf, zal deze zich splitsen in een deel (neem aan de helft) dat langs de ene kant en een deel dat langs de andere kant van de ring beweegt. Ga er in deze opgave vanuit dat beide wegen precies even lang zijn en dat de ring een ideale geleider is.

- Laat zien dat de aanwezigheid van de vectorpotentiaal zorgt voor een faseverschil tussen de golf functie van het elektron dat langs de ene kant het rechteruiteinde bereikt en het elektron dat dit via de andere kant doet. Druk dit faseverschil uit in termen van de flux van het magneetveld door de solenoïde ($\Phi = B\pi r^2$).
- Gegeven wordt dat er elke seconde een elektron aan de ene kant de ring wordt ingestuurd. Teken, aan de hand van een korte berekening, een grafiek met daarin de elektrische stroom zoals deze aan het andere uiteinde van de ring wordt gemeten, als functie van Φ . Ga er hierbij van uit dat de beide ‘elektroongolven’ sinusvormig zijn. Hoe verandert deze grafiek wanneer het punt waar de golf functie van het elektron zich splitst niet volledig symmetrisch is?



- c. Laat zien dat in de Coulomb ijking ($\nabla \cdot \vec{A} = 0$) de vectorpotentiaal er voor $\rho > r$ in cilindercoördinaten als volgt uit ziet:

$$\vec{A} = \frac{\Phi}{2\pi\rho} \hat{\phi}$$

wanneer gegeven is dat \vec{A} alleen een component in de $\hat{\phi}$ -richting heeft.

De kinetische energie van een deeltje is $H = \frac{|\vec{p}'|^2}{2m}$. Waarin $\vec{p}' = m\vec{v}$, ongeacht of dit deeltje in een magnetisch veld beweegt. Zoals al eerder aangegeven is het niet $m\vec{v}$ maar \vec{p} , de canonieke impuls, waarvoor de operator $\hat{p} = -i\hbar\nabla$ wordt gesubstitueerd. Hierdoor verandert de Hamiltoniaan ten opzichte van die van een vrij deeltje: $H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$ wanneer dit deeltje in een magnetische vectorpotentiaal \vec{A} beweegt:

$$H = \frac{p'^2}{2m} \text{ met } \vec{p}' = m\vec{v} = \vec{p} - q\vec{A} \text{ wordt } H = \frac{[\vec{p} - q\vec{A}]^2}{2m}$$

Dus:

$$\hat{H} = \frac{[-i\hbar\nabla - q\vec{A}]^2}{2m}$$

- d. Gebruik deze Hamiltoniaan om de tijdsafhankelijke Schrödinger vergelijking:

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

op te zetten in cilindercoördinaten voor een elektron dat zich bevindt in een gebied met de magnetische vectorpotentiaal gevonden bij c. Wanneer je de invloed van de 'confining potential' van de ring meeneemt door te stellen dat de golffunctie van het elektron alleen niet nul is voor $\rho = r$ is dit de Hamiltoniaan die de evolutie van de golffunctie van een elektron in de ring beschrijft. Los deze vergelijking op en geef de energie(ën) E van het elektron.

De energie van het elektron blijkt dus afhankelijk van de sterkte van het magneetveld ook al is het magneetveld nul ter plekke van het elektron! Dit toont duidelijk aan dat de magnetische vectorpotentiaal meer is dan een wiskundige handigheid om het magnetisch veld in uit te drukken. De magnetische vectorpotentiaal heeft wel degelijk een fysische realiteit.

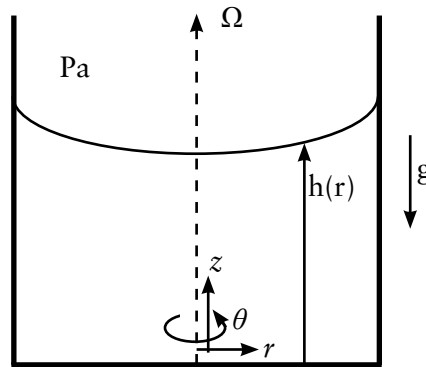
We beschouwen een met constante hoeksnelheid Ω roterende cilinder, welke gevuld is met vloeistof met dichtheid ρ . De rotatie is verticaal, terwijl de zwaartekrachtsversnelling verticaal naar beneden gericht is. Als het water uniform meerooteert met dezelfde hoeksnelheid Ω heeft het vrije oppervlak een parabolische vorm.

In de roterende vloeistof heerst dan – uitgedrukt in cilindercoördinaten (r, θ, z) – het volgende krachtenevenwicht:

$$\text{radiaal:} \quad -\frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\text{verticaal:} \quad 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

waarbij v_θ de azimuthale snelheid van de vloeistof is.

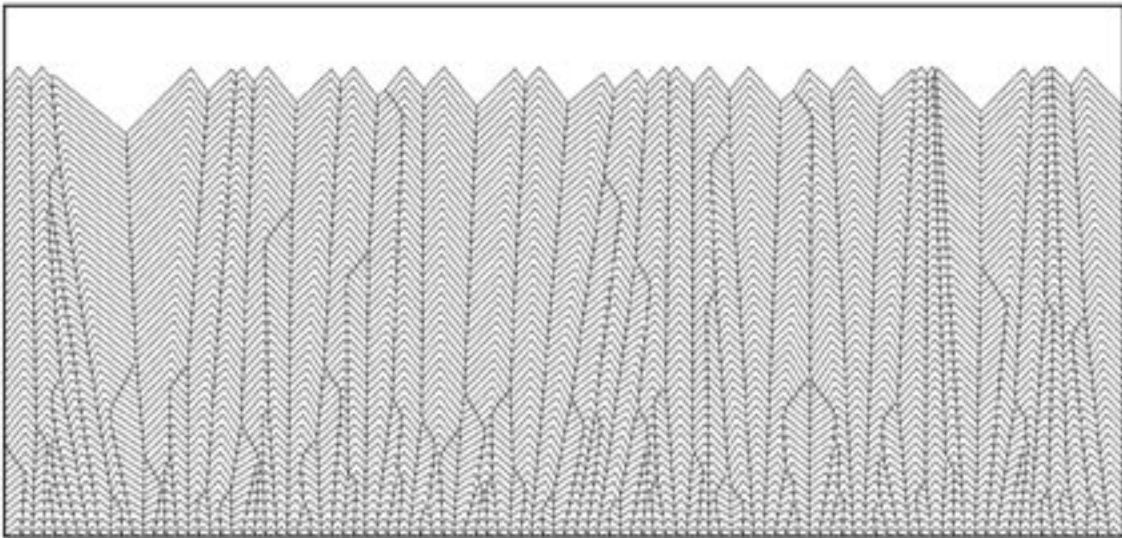


- Leid een uitdrukking af voor de vloeistofdiepte $h(r)$ als functie van de relevante parameters (Ω, g, \dots) .
- De cilinder wordt nu gevuld met twee niet-mengbare vloeistoffen met dichtheden ρ_1 en $\rho_2 (> \rho_1)$. Beide vloeistoffen roteren uniform met hoeksnelheid Ω . Leid een uitdrukking af voor de vorm van het scherpe grensvlak tussen beide vloeistoffen, d.w.z. voor de lokale diepte $h_2(r)$ van de onderste vloeistoflaag. Doe dit eveneens voor de diepteverdeling $h_1(r)$ van de bovenste vloeistoflaag.
NB: Effecten van oppervlaktespanning zijn verwaarloosbaar klein.
- We keren weer terug naar de situatie van onderdeel a.: een enkele vloeistof die uniform meerooteert met hoeksnelheid Ω . Er liggen nu wat korreltjes materiaal (met een iets hogere dichtheid dan de vloeistof) op de bodem. Vervolgens wordt de rotatiesnelheid van de cilinder enigszins verminderd: van Ω naar $\Omega - \Delta\Omega$. Men neemt waar dat de korreltjes allemaal naar het centrum van de cilinderbodem bewegen, en daar op een hoopje blijven liggen.
Geef een verklaring voor dit verschijnsel.
- We keren weer terug naar de situatie van onderdeel a. De cilinder bevat water (temperatuur 10°C), dat uniform meerooteert. We leggen nu een ijsblokje in het centrum van het vrije oppervlak en dit blokje roteert aanvankelijk mee met de vloeistof met dezelfde hoeksnelheid Ω . Het ijsblokje begint nu langzaam te smelten. Na enige tijd zien we dat het blokje gaat roteren *ten opzichte van* de met hoeksnelheid Ω draaiende cilinder.
Geef een verklaring voor dit verschijnsel. In welke richting is de relatieve rotatie van het ijsblokje?



Iedereen kent wel de stenen vol met kristallen die je in de winkel kunt kopen. Op zo'n steen zijn ooit kristalkernen gaan groeien met verschillende oriëntaties. Tijdens de groei komen naburige kernen elkaar tegen en vaak groeit de een dan over de ander heen. Zo verdwijnt de ander en zien we steeds minder, maar tegelijk steeds grotere kristallen aan het oppervlak. Hoewel zo'n steen vele jaren nodig heeft om te groeien, kan dit in het laboratorium veel sneller.

We bekijken in deze opgave een tweedimensionaal model voor kristalgroei. We gaan ervan uit dat alle kristaloppervlakken, of facetten (voor een tweedimensionaal model zijn dat lijnen) met gelijke snelheid v in een richting loodrecht op dat oppervlak groeien. Naburige facetten groeien met een scheidslijn die gegeven wordt door de bissectrice van de facetten. Alle kernen ontstaan in het begin op een rechte lijn. Zo krijg je bijvoorbeeld de groei in onderstaande figuur. We zien dat steeds minder facetten aan de oppervlakte overleven en dat de langstlevende facetten corresponderen met kristallen die met de punt min of meer verticaal groeien.



We zijn in deze opgave geïnteresseerd in het aantal facetten aan de oppervlakte als functie van de tijd.

- Laat zien dat, uitgaande van een vaste verdeling van kristalkernen en oriëntaties aan het begin van de groei, het uiteindelijke patroon op tijd t uitsluitend afhangt van het product vt .
- We bekijken nu een kristal dat met de punt in een richting groeit die een hoek α maakt met de normaal. De 'overlevingskans' $P(\rho, vt, \alpha)$ voor zo een kristal is de kans om op tijd t nog met de punt aan het oppervlak zichtbaar te zijn. De dichtheid ρ van de kristallen wordt gedefinieerd door de eis dat over een lengte dx parallel aan de x -as het aantal kristallen $dN(x, \alpha)$ met oriëntatie tussen α en $\alpha + d\alpha$ gegeven wordt door

$$dN(x, \alpha) = \rho dx d\alpha$$

Laat zien met behulp van een schalingsargument dat $P(\rho, vt, \alpha)$ bij een gegeven dichtheid ρ van kristallen aan het begin van de groei een functie moet zijn van het product ρvt :

$$P(\rho, vt, \alpha) = P(\rho vt, \alpha)$$

Hint: wat gebeurt er als we de groei door een vergrootglas bekijken?

- c. Nu gaan we een schaling uitvoeren *uitsluitend in de x-richting*. Laat zien dat de hoeken tussen de richting waarin de kristalpunten groeien en de verticaal, voor lange tijden lineair schalen met de schaalfactor. Laat zien dat onder een schaling langs de x-as de dichtheid met de $1/\lambda^2$ schaalt, waarbij λ de schalingsparameter is. Laat nu zien dat de overlevingskans $P(\rho, vt)$ voor een kristal omgekeerd evenredig is met de wortel uit de tijd:

$$P(\rho, vt) = \int P(\rho, vt, \alpha) d\alpha = \frac{Const}{\sqrt{\rho vt}}$$

(advertentie)

Universiteitsfonds Delft

www.UniversiteitsfondsDelft.nl

Universiteitsfonds
Delft

Subsidies

Het Universiteitsfonds ondersteunt studenten d.m.v. subsidies voor het verrichten van activiteiten buiten het vaste curriculum om.

- subsidies voor activiteiten van studieverenigingen;
- subsidies voor afstudeerstage/-werk in het buitenland;
- subsidies voor symposia, studiereizen, concerten etc.

Prijzen

Verder reikt het Universiteitsfonds Delft jaarlijks prijzen uit:

- UfD-prijs Beste Afstudeerders
- UfD-Leermeesterprijs
- UfD-Ritsema van Eckprijs

Daarnaast wordt ook de UfD-Marina van Damme beurs uitgereikt.

Informatie:

t.a.v. Anja Vink

Aula TU Delft

015-278 6409

ufonds@tudelft.nl

www.universiteitsfondsdelft.nl

Het Universiteitsfonds Delft is een stichting, die zich onafhankelijk van de TU Delft inzet om de studie en het onderzoek aan de TU Delft te bevorderen en te ondersteunen.

Kijk voor meer informatie op de website:

www.Universiteitsfonds.nl
ufonds@tudelft.nl

Met relativistische elektronen kunnen zeer veel nuttige dingen gedaan worden, maar na gebruik worden de elektronen in het algemeen vrij abrupt en onceremonieel gedumpt in een bundelstop, waarbij de kinetische energie irreversibel wordt omgezet in voornamelijk warmte. Bovendien wordt hierbij ongewenste “harde” Röntgen- en gammastraling opgewekt, waardoor zware afscherming nodig is. In deze opgave onderzoeken we een eenvoudig systeem waarmee elektronen versneld kunnen worden en vervolgens ook weer op beschaaft, reversibele wijze afgeremd, zodat de versnellingsenergie wordt teruggewonnen en geen schadelijke harde straling wordt opgewekt. Een essentieel aspect van de versneller is het opwekken van de elektronen door middel van het foto-elektrisch effect. Door gebruik te maken van een gepulste laser kan een gepulste elektronenbundel gerealiseerd worden, met een zeer hoge piekwaarde van de bundelstroom. Op het bijgeleverde formuleblad worden nuttige formules en natuurconstantes gegeven.

Een foto-elektrostatistische elektronenversneller

Beschouw een aluminium bolletje met straal $R_b = 0,02m$, dat hangt aan een zeer dun, niet-geleidend visdraadje in een vacuümruimte met een afmeting veel groter dan R_b . De uittree-energie van de geleidingselektronen in aluminium bedraagt 4 eV. Het metalen bolletje wordt bestraald met ultraviolet laserlicht met een golflengte van $\lambda = 250\text{ nm}$, overeenkomend met een fotonenergie $\hbar\omega = 5\text{ eV}$. Om de door foto-emissie geproduceerde vrije elektronen een extra zetje te geven, wordt het aluminium bolletje opgeladen met een negatieve lading $Q = -4\text{ }\mu\text{C}$.

- a. Hoe groot is de veldsterkte op het oppervlak van het bolletje? Geef een uitdrukking voor de snelheid van het eerste vrijgemaakte elektron als functie van de afstand tot het bolletje. Hoe groot is de eindsnelheid uitgedrukt in eenheden van de lichtsnelheid c ? Hoe groot is uiteindelijk de kinetische energie uitgedrukt in de rustmassa mc^2 van het elektron?

Terug naar af, ...of toch niet?

Om de elektronenbundel te kunnen hergebruiken en tevens op een zachte manier tot stilstand te brengen, wordt in de ruimte rond het geladen bolletje een homogeen magneetveld aangelegd, met verticale veldrichting (evenwijdig aan het ophangdraadje) en met een veldsterkte $B = 0,01\text{ T}$. Als we het ophangpunt de “noordpool” noemen, dan wordt de laserbundel gericht op de “evenaar”. Hierdoor zullen de versnelde elektronen in een cirkelbaan worden gebracht, die ze weer terug voert naar het boloppervlak, waar ze weer keurig afgeremd worden. We veronderstellen in de rest van deze opgave dat de straling die de elektronen uitzenden in hun baan een verwaarloosbare invloed heeft.

- b. Leid af dat de hoekfrequentie van de cirkelbaan van een elektron in een homogeen mag-

$$\omega = \frac{eB}{\gamma m}.$$

neetveld gegeven wordt door

Het gemakkelijkste gaat dit op basis van een beschouwing van de centripetale kracht, gebruik makend van het feit dat het magneetveld geen arbeid verricht, zodat alleen de richting, en niet de grootte van de snelheid verandert. Bereken de omlooptijd T en de straal van de cirkelbaan R_c voor een elektron met snelheid gelijk aan de eindsnelheid berekend in a, dat zich beweegt in een homogeen magneetveld met sterkte $B = 0,01\text{ T}$. Beredeneer dat de baanbeweging van een elektron in ons systeem in goede benadering beschreven wordt door deze cirkelbaan.

De exacte baanbeweging is door de combinatie van het elektrostatische veld van het aluminium bolletje en het homogene magneetveld natuurlijk veel ingewikkelder, maar vanwege de extra energie meegekregen in het foto-emissieproces, heeft het in principe voldoende kinetische energie om het oppervlak van het bolletje te bereiken en weer opgenomen te worden.

- c. Leg uit waarom het niet vanzelfsprekend is dat de elektronen het oppervlak weer bereiken. Maak hierbij onderscheid tussen elektronen die precies in het horizontale vlak op de evenaar gelanceerd worden en elektronen die met een kleine verticale snelheidscomponent of niet precies op de evenaar starten. Is er dan nog sprake van een recirculerende versneller? Licht één en ander toe met een schets van de baanbeweging.

Een elektronenpuls korter dan zijn schaduw

Het laserlicht wordt uitgezonden in flitsen met een energie van $50 \mu\text{J}$ en een duur van 1 ps , zodat de elektronen gecreëerd worden in korte pulsen met een hoge ladingsdichtheid. Het foto-emissieproces kan als instantaan beschouwd worden en de quantum-efficiency voor foto-emissie (het aantal elektronen dat uitgezonden wordt per foton dat het metaaloppervlak raakt) bedraagt 1×10^{-4} . In eerste instantie veronderstellen we voor het gemak dat onderlinge afstoting tussen de elektronen verwaarloosbaar is.

- d. Bereneer dat de bundelstroom, gedefinieerd als de hoeveelheid lading die per tijdseenheid een oppervlak loodrecht op de baan passeert, overal in de baan gelijk is. Bereken de bundelstroom.

In het algemeen leidt de onderlinge afstoting tot verlenging van de elektronenpuls en daardoor tot een lagere bundelstroom. Om een schatting te kunnen maken van het effect van de onderlinge afstoting van de elektronen, veronderstellen we dat de bunch gecreëerd wordt op het oppervlak van het aluminium bolletje in de vorm van een bolvormige, homogene ladingsverdeling met straal $R_b = 1 \text{ mm}$ (dit is strikt genomen niet juist, de initiële verdeling is een plat schijfje van elektronen op het metaaloppervlak, maar deze vereenvoudiging leidt wel tot een goede schatting).

- e. Leg uit dat voor onze versneller de onderlinge afstoting juist tot *kortere* elektronenpulsen kan leiden. Kan een elektronenpuls korter duren dan de laserpuls waardoor hij gecreëerd is? Bereken het maximale verschil in kinetische energie tussen het voorste en het achterste elektron in de puls. Bepaal het punt in de baan waar de bundelstroom maximaal is.



De wil om beter
te zijn, geeft al een
voorsprong

HUNTSMAN

Bel voor meer informatie met de afdeling P & O, telefoon: (0181) 29 2118
of kijk op www.huntsman.nl

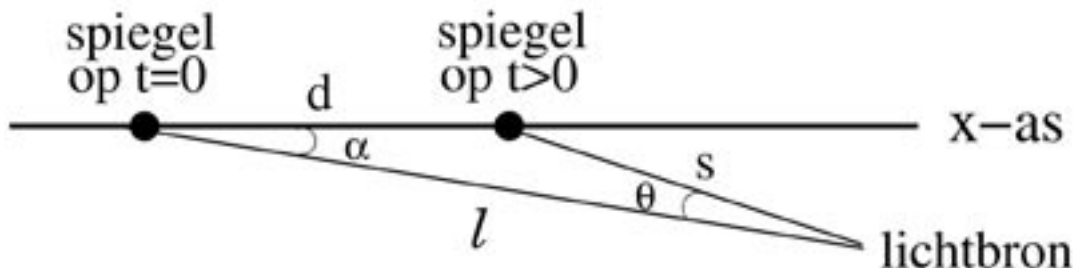
Beschouw een kleine spiegel met massa m tussen eveneens kleine rails. Onder invloed van botsingen met lucht moleculen schuift het spiegeltje heen en weer langs de rails. Een lichtstraal wordt op de spiegel gericht en gereflecteerd op een schaal S , zie de figuur. Op tijdstip $t = 0$ bevindt het spiegeltje zich op $x = 0$, is de afstand tussen spiegel en lichtbron l en geeft de schaal een hoek $\theta = 0$ aan.

- Beschouw de verwachtingswaarde van de afstand in het kwadraat $\langle x_N^2 \rangle$ die het spiegeltje na N botsingen afgelegd heeft als iedere botsing de spiegel een vast stukje L in willekeurige richting langs de x -as op laat schuiven. Laat met behulp van inductie zien dat $\langle x_N^2 \rangle = N L^2$.
- Beredeneer vervolgens dat $N \sim t$ zodat $\langle x_N^2 \rangle \sim At$ en leid uit de bewegingsvergelijking van het spiegeltje af dat $A = \frac{2k_B T}{\gamma}$. Neem hierbij aan dat het spiegeltje naast de kracht F_{mol} die de moleculen op de spiegel uitoefenen een dempingskracht t.g.v. de botsingen ondervindt die evenredig is met zijn snelheid, $F_{\text{damping}} = -\gamma \frac{dx}{dt}$. Verwaarloos verder de wrijving tussen spiegel en rails en de kracht die de lichtbron op de spiegel uitoefent. *Hint:* Beschouw het spiegeltje als een deeltje met massa m , vermenigvuldig de bewegingsvergelijking met x en beschouw dan de verwachtingswaarde van iedere term in deze vergelijking.
- We meten nu gedurende een tijd t , die lang is vergeleken met de gemiddelde tijd tussen twee botsingen, de hoek θ die de schaal aangeeft. Laat zien dat de verwachtingswaarde van deze hoek in het kwadraat $\langle \theta^2(t) \rangle$ die we op tijdstip t op de schaal aflezen voor kleine invalshoeken α van de lichtstraal en grote afstand l gegeven wordt door

$$\langle \theta^2(t) \rangle = Ct$$

en bepaal de constante C .

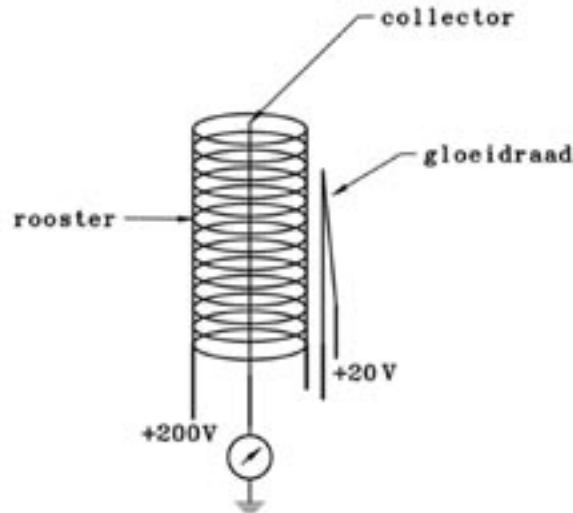
Antwoord c.: $\langle \theta^2(t) \rangle = \frac{6k_B T}{\gamma l^2} t$



N.B. Overal waar in deze opgave gebruik wordt gemaakt van “ \sim ” wordt hiermee een recht-evenredige verhouding bedoeld.

Voor drukmeting in geëvacueerde ruimtes is een veelheid aan meetsystemen ontwikkeld. Een veelgebruikte drukmeter voor het meten van drukken beneden ca. 10^{-1} Pa ($= 10^{-6}$ atmosfeer) is de *ionisatiemanometer met hete kathode* volgens het ontwerp van de onderzoekers Bayard & Alpert, kortweg B&A genoemd.

In ionisatiemanometers worden gasdeeltjes door energetische elektronen geïoniseerd. Bij voldoende lage druk is het aantal gevormde (positieve) ionen een maat voor de druk p (Pa). Onderstaande figuur toont een prinsipschets van een B&A meetcel.



De meetcel bestaat uit een ‘haarspeld’ (Engels: hairpin) gloeidraad, een cilindervormig rooster en een centraal opgestelde penvormige collector. Elektronen geëmitteerd uit de hete gloeidraad worden versneld naar het cilindervormige rooster op een positieve potentiaal. Door de open structuur zullen de meeste elektronen niet in één keer op het rooster terechtkomen, maar tussen de roosterdraden door schieten. Omdat de collectorpen enigszins negatief is gemaakt t.o.v. de kathode (ca. 20 V), zullen de elektronen de collector niet kunnen bereiken, van richting omkeren en opnieuw naar het rooster worden versneld. Wederom kan het rooster worden gepasseerd. Gemiddeld genomen zal een elektron op deze wijze enkele malen het rooster passeren, alvorens uiteindelijk hierop terecht te komen. Op hun weg zullen de elektronen gasdeeltjes ioniseren.

- a. In welk gedeelte van de meetcel moet een (positief) ion zijn gevormd om door de collector te worden ingevangen en zo bij te dragen aan een elektrische stroom in de collectorleiding?

Bij voldoende lage druk is de ionenstroom i^+ (A) op de collector evenredig met de gasdichtheid n (deeltjes/m³) en de elektronenstroom i^- (A) op het rooster: $i^+ = C_0 n i^-$ (C_0 = evenredigheidsconstante)

- b. Laat m.b.v. de ideale gaswet zien dat geldt: $i^+ = C p i^-$; C = evenredigheidsfactor

C staat bekend onder de naam buisfactor. Aangezien de kans op ionisatie afhangt van het te meten gas, is C gassoortafhankelijk. Verder is C alleen constant zolang de temperatuur niet verandert. Standaard wordt een B&A door de leverancier geijkt voor stikstof bij kamertemperatuur ($T = 300$ K), d.w.z. de drukschaal op de meegeleverde voedingseenheid is correct wanneer we meten aan stikstof bij kamertemperatuur.

- c. Bij een zekere temperatuur $T' \neq T$ heerst in een ruimte een druk p' . Druk p' uit in de met de B&A afgelezen drukwaarde p_{af} en de temperaturen T en T' .

Bij drukmeting in een ander gas dan stikstof vinden we de *heersende* druk door de stikstofa-equivalente *drukaanwijzing* van de B&A te corrigeren voor het verschil in ionisatiekans voor

stikstof en het beschouwde gas. We definiëren een correctiefactor $g_{\text{gas}} = \frac{\text{ionisatiekans stikstof}}{\text{ionisatiekans gas}}$.

- d. Druk de heersende druk van het betreffende gas m.b.v. de correctiefactor g_{gas} uit in de afgelezen druk p_{af} .

Iedere ionisatiemanometer vertoont een min of meer constante ionenpompwerking evenredig met de collectorstroom i^+ . Dit als gevolg van het feit dat de ionen de collector met aanzienlijke snelheden bereiken en in het collectoroppervlak worden geïmplaneerd.

We beschouwen een B&A die is geijkt voor stikstof. De meetcel bezit een buisfactor $C = 10^{-1} \text{ Pa}^{-1}$ bij kamertemperatuur ($T = 300 \text{ K}$) en wordt bedreven met een elektronenstroom $i^- = 10 \text{ mA}$. Neem aan dat uitsluitend enkelvoudig geladen moleculaire stikstofionen (N_2^+) worden gevormd.

- e. Druk het aantal stikstofionen dat per seconde in de collector wordt ingevangen, uit in de heersende druk p (Pa).
Gegeven: een ionenstroom van 1 A correspondeert met $6 \cdot 10^{18}$ enkelvoudig geladen ionen per seconde.
- f. Met welk pV -debiet, uitgedrukt in $\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{s}$, correspondeert dit aantal?

Het begrip ‘pompsnelheid’ is in de vacuümtechniek gedefinieerd als het volume aan gas dat per tijdseenheid wordt verpompt bij de heersende druk.

- g. Bereken vanuit het resultaat bij f. de ionenpompsnelheid S_{ion} in m^3/s van de meetbuis onder de gegeven omstandigheden.
- h. Is de onder g. berekende waarde al dan niet afhankelijk van de heersende temperatuur? Licht uw antwoord toe.

De meetcel is aangesloten op een ovenruimte. De ruimte bevindt zich aanvankelijk op kamertemperatuur (300 K). In de ovenruimte wordt voor reductiedoeleinden via een inlaatventiel een gasmengsel ingelaten bestaande uit 75% waterstof en 25% stikstof. De druk wordt met het inlaatventiel zo ingesteld dat de B&A $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ aanwijst. De correctiefactor voor waterstof bedraagt $g_{\text{H}_2} = 2,5$. De druk voorafgaande aan het openen van het ventiel is verwaarloosbaar klein.

- i. Bereken de heersende drukken voor stikstof en waterstof.

De gehele ovenruimte (inclusief de B&A meetcel) wordt vervolgens verhit tot 600 K . De gasinlaat blijft ongewijzigd en bepalend voor de druk in de ovenruimte.

- j. Wat wordt de B&A-aanwijzing bij 600 K ?
- k. Welke druk heerst nu in de ovenruimte?





NanoScience
Life Science and Technology
Applied Physics
Chemical Engineering
Biochemical Engineering
Industrial Ecology
Science Education and Communication


MSc Programmes in Engineering Sciences

**2 year MSc taught/research degree
programmes, conducted in English**

**TU Delft, a first class university of Engineering Science,
is located in the picturesque city of Delft,
The Netherlands.**

For more information visit our faculty website: <http://www.tnw.tudelft.nl/msc>

Or Contact Mrs. Bryony Blinman, International Graduate Admissions Officer, Faculty of Applied Sciences,
Delft University of Technology, Lorentzweg 1, 2628 CJ Delft, Netherlands
E-mail b.e.blinman@tnw.tudelft.nl, Phone +31 15 27 88180, Fax +31 15 27 82655



you'll help her share the latest news

touch lives every day

Elke dag weer komen miljoenen mensen over de hele wereld in aanraking met Philips producten. Of het nu gaat om de imposante verlichting in een vol voetbalstadion, de echo waarmee een moeder kennismaakt met haar nog ongeboren kindje, of de mobiele telefoon voor uitwisseling van de laatste nieuwtjes. Philips biedt alle kansen aan studenten die ook de drive hebben om het dagelijks leven van mensen positief te beïnvloeden.

Check daarom voor informatie over stages en banen www.philips.nl/werken

PHILIPS
sense and simplicity