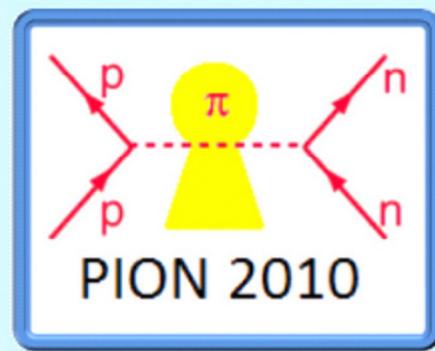


# PION 2010



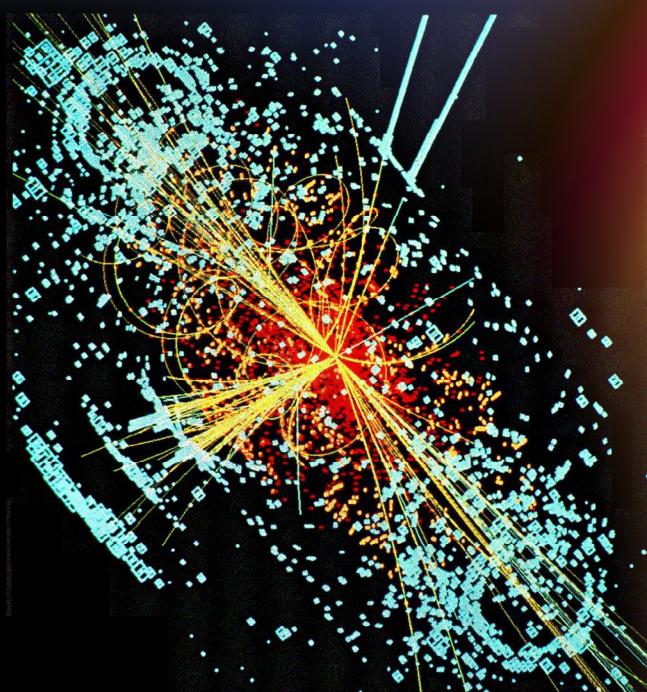
Universiteit Utrecht

pion.a-eskwadraat.nl

pion.a-eskwadraat.nl

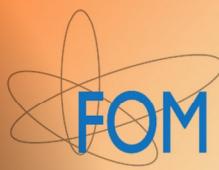
# Opgaven

Succes!



K N A W

Utrechts Universiteitsfonds  
Alumnibureau



vrije Universiteit amsterdam



UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM



Universiteit Leiden

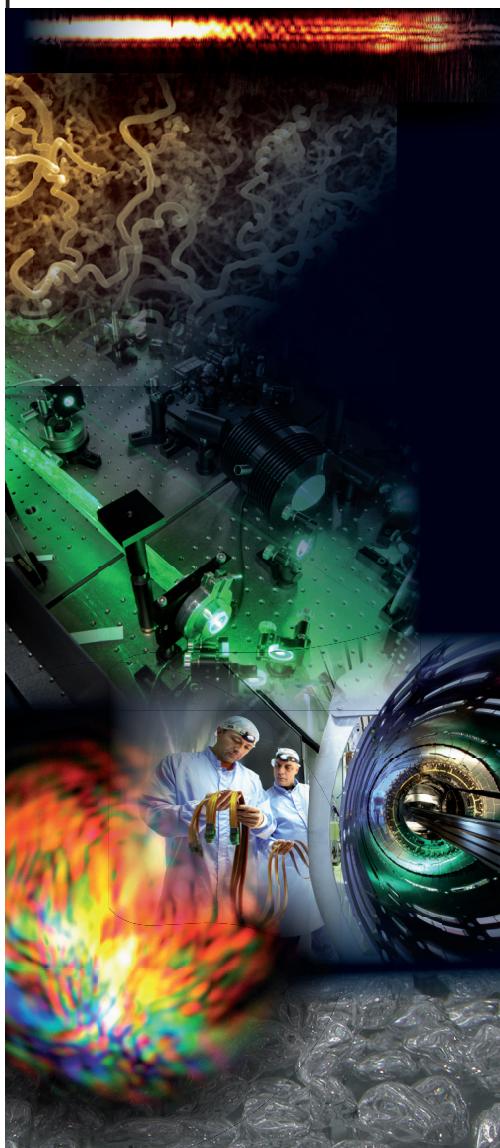


ASML



Leiden Institute of Physics

# Aan het front van de natuurkunde

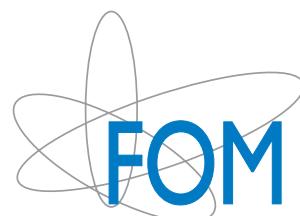


De komende vier jaar onderzoek doen? Aan een onderwerp in de fysica dat je leuk lijkt? Zuiver wetenschappelijk of gericht op een technologisch probleem? In een Nederlandse topgroep? Of zelfs voor een tijdje in een buitenlands laboratorium? En een paar keer naar een congres in het buitenland?

**Het kan allemaal, als onderzoeker in opleiding (oio) bij FOM.**

Oio-plaatsen bij de Stichting voor Fundamenteel Onderzoek der Materie (FOM) zijn meestal gekoppeld aan onderzoeksprojecten waarvoor universitaire hoogleraren bij FOM geld hebben weten te krijgen. Die hoogleraar gaat op zoek naar kandidaten voor zijn oio-plaats of plaatsen. Het is dan handig dat hij weet dat jij belangstelling hebt voor zijn project. Zorg dus dat je contacten hebt met die hoogleraren in je eigen instelling of ergens anders, die dát onderzoek doen dat jou interesseert.

Kijk voor meer informatie over ons werkterrein, vacatures en arbeidsvooraarden op onze website ([www.fom.nl](http://www.fom.nl)) of bel met onze personeelsdienst, telefoon (030) 600 12 62.



## Voorwoord

Voor je ligt het boekje met de opgaven van PION 2010. Als organisatie hebben wij de afgelopen maanden hard gewerkt aan het realiseren van de zestiende editie van het Project Interuniversitaire Olympiade Natuurkunde. Deze wedstrijd is daar het resultaat van.

Wij wensen jullie veel plezier en succes bij het maken van de opgaven. Naast een spannende wedstrijd hopen wij dat vandaag een gezellige dag zal zijn waarop natuurkundestudenten uit heel Nederland met elkaar in contact komen.

Dit boekje had niet tot stand kunnen komen zonder de bijdrage van de opgavenmakers. Wij willen dan ook alle opgavenmakers zeer hartelijk bedanken voor hun bijdrage, zij hebben flink hun best gedaan om jullie stevig aan het denken te zetten. Ook willen wij de sponsoren bedanken voor het financieel mogelijk maken van deze dag.

Veel succes!

Jasper van Abswoude, Nikki Bisschop, Richard Dijk, Jacco Heres, Leslie Molag, Wilke van der Schee (Commissie PION 2010).

## Lees dit eerst!

### Het maken van de opgaven

- De laatste opgave is 15 punten waard, alle andere opgaven elk 10 punten
- Jullie hebben precies 3 uur de tijd om de opgaven te maken
- Schrijf duidelijk en geef bij de antwoorden een duidelijke toelichting en/of berekening
- Maak iedere opgave op een apart vel
- Schrijf bovenaan ieder ingeleverd vel de teamnaam en het nummer van de opgave

### Regels

- Het is niet toegestaan gebruik te maken van boeken, aantekeningen, etc. anders dan een BINAS.
- Tijdens de wedstrijd is het niet toegestaan over de opgaven te communiceren (spreken, internet, mobiel, etc.) met anderen dan teamgenoten.
- Het is niet toegestaan een rekenmachine te gebruiken met meer functies dan een TI-83 of equivalent.

---

## Inhoudsopgave

---

1.	Bowls	2
2.	Veer met Windingen	3
3.	Wat is de lading?	5
4.	IJskapgravitatie	7
5.	Spiegelcoating op een Compact Disk	8
6.	Kwantummechanica in discrete ruimtetijd	12
7.	Zwaartekracht als entropische kracht	14
8.	De Cassini-Huygens ruimtesonde	15
9.	Feynman Opgaven	17
10.	Bepaling van de parasitaire capaciteit van een spoel	18

## Colofon

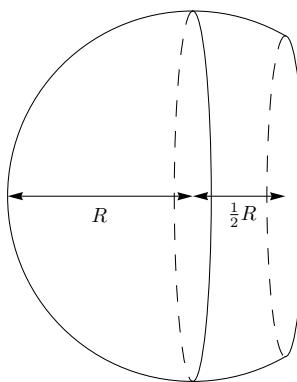
Dit opgavenboekje is een uitgave van de  
PION-commissie 2010.  
*e-mail:* pion0910@a-eskwadraat.nl  
*internet:* www.pion.a-eskwadraat.nl

---

## 1. Bowls

T.G. Budd, Universiteit Utrecht

Bowls is een variant van het bekende jeu de boules dat voornamelijk in het Verenigd Koninkrijk erg populair is. Het is de bedoeling om een enigszins asymmetrische bal, de *bowl*, zo dicht mogelijk bij een doelbal, de *Jack*, te rollen. Als model voor de bowl nemen we een homogene bal van straal  $R$  waarvan een kapje op afstand  $R/2$  van het middelpunt afgesneden is, zie de figuur. Wanneer de bowl gerold wordt, met de symmetrie-as horizontaal, zal hij een gekromde baan beschrijven.



- (a) Bereken het traagheidsmoment  $I$  rond de symmetrie-as van de bowl als functie van  $R$  en de totale massa  $m$ .
- (b) Wanneer de rolwrijving verwaarloosd wordt zal de bowl een cirkelbaan beschrijven. Bereken de straal van deze cirkelbaan als functie van zijn snelheid  $v$  en de valversnelling  $g$ . Neem hierbij aan dat de symmetrie-as van de bowl horizontaal blijft en dat de bowl niet slipt.
- (c) Stel nu dat er een constante rolwrijvingskracht werkt op de bowl. Schets een baan van de bowl (met toelichting) gebruikmakend van het resultaat bij onderdeel (b).

---

## 2. Veer met Windingen

*H. Jordens, Rijksuniversiteit Groningen*

---

Een homogeen veer met een rustlengte  $L$  en massa  $M$  heeft  $N$  windingen.  
De veerconstante is  $C(N/m)$ .

**I.** Men hangt de veer aan een vast ophangpunt en laat deze uitrekken totdat de veer in rust is. Om de positie van elke winding te bepalen wordt een model gehanteerd waarbij elke winding opgevat wordt als een massa  $m$  die hangt aan een veer met veerconstante  $c$ . De totale veer bestaat dan uit een keten van  $N$  massa's  $m$  gekoppeld door  $N$  veren met veerconstante  $c$ . Bepaal de positie van elke winding vanuit het ophangpunt of vanuit de onderste winding.

1. Leid een relatie af voor de lengte van elke winding.
2. Bereken de positie van de  $i$ -de winding uitgedrukt in  $L, M, N$  en  $C$ . Geef aan ten opzichte van welk punt je die posities berekent.
3. Bereken de totale lengte van een homogeen veer met een zeer groot aantal windingen ( $N \rightarrow \infty$ ) als deze opgehangen is en in rust verkeert.



**II.** Nu legt men dezelfde veer op een volkomen gladde, horizontaal opgestelde tafel. De veer wordt met een constante hoeksnelheid  $\omega$  rondgedraaid. De veer blijft hierbij gestrekt.

1. Leid een relatie af voor het verschil in lengte van twee opeenvolgende windingen.
2. Bereken de positie van de  $i$ -de winding uitgedrukt in  $L, M, N$  en  $C$ .
3. Bereken de totale lengte van een homogene veer met een zeer groot aantal windingen ( $N \rightarrow \infty$ ) als deze met een constante hoeksnelheid wordt rondgedraaid.

Bij het tweede deel kun je gebruiken dat de vergelijking  $x_{i+2} = ax_{i+1} + bx_i$  opgelost wordt door

$$x_n = A \left( \frac{a - \sqrt{a^2 + 4b}}{2} \right)^n + B \left( \frac{a + \sqrt{a^2 + 4b}}{2} \right)^n \quad (2.1)$$

Met  $A$  en  $B$  constantes.

---

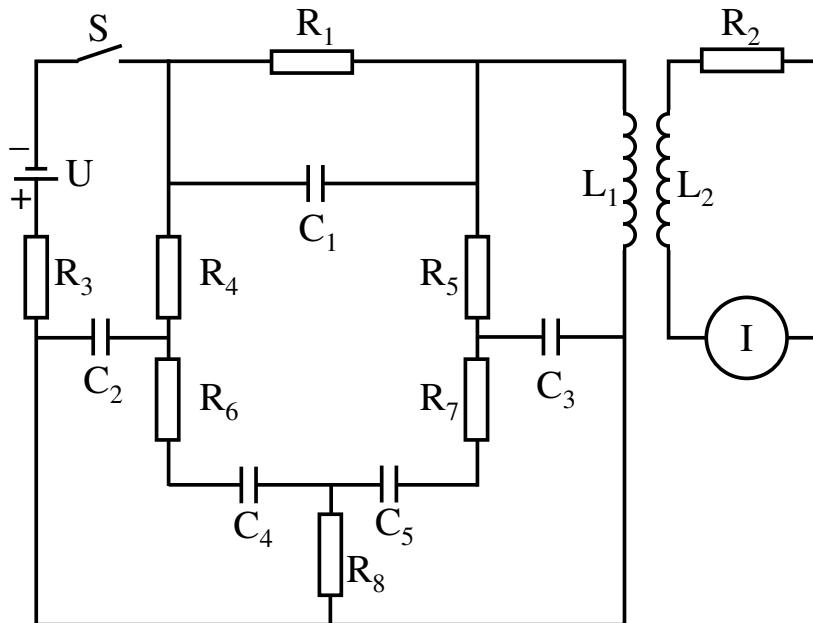
### 3. Wat is de lading?

R.J. Wijngaarden, Vrije Universiteit

---

In onderstaand schema is aanvankelijk de schakelaar  $S$  geopend en zijn alle condensatoren ongeladen. De batterij levert een spanning  $U$ . Alle componenten zijn ideale componenten. De spoelen met zelfinducties  $L_1$  en  $L_2$  zijn magnetisch gekoppeld, en hun wederzijdse inductie is  $M$ .

Bereken de totale lading die door de ideale stroommeter  $I$  is gestroomd op een tijdstip lange tijd na het sluiten van de schakelaar  $S$ .



# Masteropleiding Physics



**van Natuurkunde van het leven  
tot deeltjesfysica, van energie tot  
ultrasnelle lasers**

**Voorbeelden van onderwerpen die je bij ons kunt  
bestuderen:**

- Toepassingen van schakelbare spiegels in hernieuwbare energie
- Het bepalen van de fysische eigenschappen van DNA, eiwitten en cellen
- Aanpassingen aan het Standaard Model om de massa van neutrinos te verklaren
- Het ontwikkelen van zonnecellen gebaseerd op fotosynthese
- Hoe constant zijn de natuurconstanten
- De eigenschappen van materie vlakbij 0 Kelvin
- Een kaart van het heelal met behulp van zwaartekrachtsgolven
- Het ontwikkelen van nieuwe microscopie technieken voor in het lab en het ziekenhuis

**Meer informatie? [www.vu.nl/physics](http://www.vu.nl/physics)**



---

## 4. IJskapgravitatie

*M.J. Renne, Universiteit Utrecht*

---

In populaire berichten over het effect van het afsmelten van de ijskappen op (voornamelijk) Groenland en Antarctica werd tot voor kort alleen de stijging van het zeeniveau vermeld. De geweldige ijskappen, kilometers dik, hebben echter ook invloed op de verdeling van de zwaartekracht. Het zeewater zal zich als gevolg daarvan zo verdelen dat een volumelementje aan het oppervlak overal op aarde dezelfde gravitatiepotentiaal ondervindt. Dit effect is al in 1886 door Woodward en in 1887 door Von Drygalski bestudeerd, maar is daarna vergeten en pas in 1976 opnieuw ontdekt.

U kunt het verschijnsel aan een eenvoudig model kwalitatief onderzoeken. Veronderstel dat de aarde een perfecte bol is met een bolsymmetrische massaverdeling. Neem verder aan dat de aarde helemaal bedekt is met water. De gravitatiepotentiaal van de aarde ter hoogte van het wateroppervlak is  $\Phi_0$ . Op een kleine afstand  $s$  in een richting loodrecht op dit oppervlak is de gravitatiepotentiaal dan  $\Phi_0 + gs$  met  $g$  de gravitatieconstante. We leggen nu een blok ijs van  $M\text{kg}$ , voorlopig op te vatten als een puntmassa, *op* het water (en veronderstellen dat het niet meteen smelt).

- (a) Bereken de gravitatiepotentiaal  $\varphi$  ten gevolge van dit blok ijs ter hoogte van het oorspronkelijke wateroppervlak in een punt  $P$  dat vanuit het middelpunt van de aarde gezien een hoek  $\theta$  maakt met de positie van het blok ijs.  
Bereken vervolgens als functie van  $\theta$  de stijging of daling  $s$  van het wateroppervlak ten opzichte van de oorspronkelijke waterstand, rekening houdend met het constant blijven van de totale hoeveelheid zeewater. De verandering in waterstand mag u zo klein veronderstellen dat de afhankelijkheid van  $\varphi$  van  $s$  verwaarloosd kan worden.
- (b) We geven het blok ijs nu zijn werkelijke volume en laten het smelten; het smeltwater zal zich uniform over het aardoppervlak verspreiden. Hoeveel stijgt het zeeniveau als gevolg van dit smeltwater (verwaarloos het verschil in massadichtheid tussen ijs en water)? Voor welke waarde van  $\theta$  maakt het geen verschil of het ijs al dan niet is gesmolten? Schets in een grafiek de uitkomsten van a) en b).
- (c) Groenland is voor 80% bedekt met een ijskap van gemiddeld ongeveer 1,6km dik. Neem voor onderstaande berekening aan dat al dit ijs is geconcentreerd in een punt midden op het eiland. Dat zal geen goede benadering zijn vlak bij Groenland, maar op enige afstand daarvan zal het kwalitatief niet zoveel uitmaken. Bereken de effecten van de in a) en b) beschreven verschijnselen op het zeewaterniveau voor een plaats waar nu de Nederlandse kust ligt.

Gegevens: De gravitatiepotentiaal van een massa op afstand  $r$ :

$$-G \frac{m}{r}$$

waarin  $G$  Newtons constante is:  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ;  $g = 9,8\text{m/s}^2$ . De straal van de aarde:  $a = 6,4 \cdot 10^6 \text{m}$ , oppervlakte Groenland:  $2,18 \cdot 10^6 \text{km}^2$ ; hoek tussen het centrum van Groenland en de Nederlandse kust:  $28^\circ$ .

---

---

## 5. Spiegelcoating op een Compact Disk

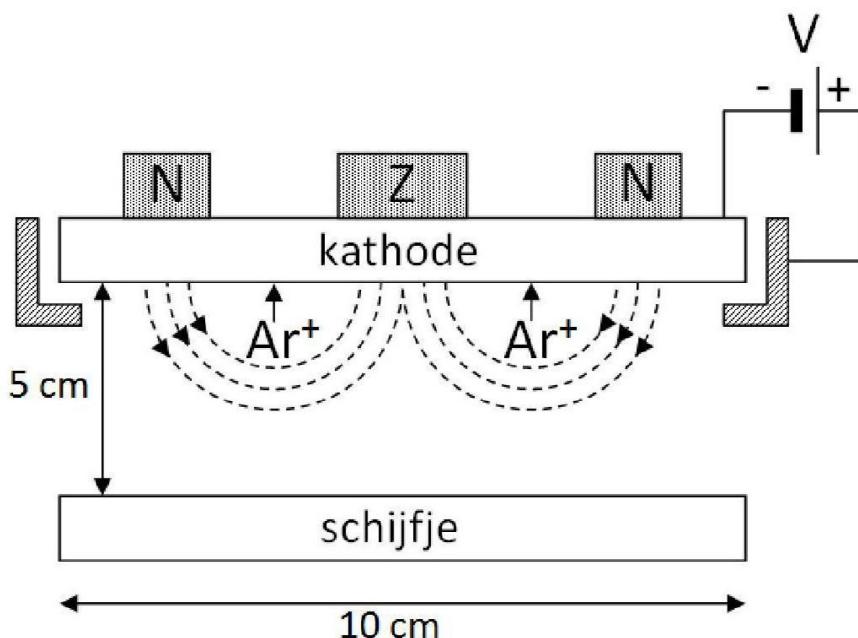
H. van Zon, Philips Research Laboratories Eindhoven

---

We kennen allemaal de Compact Disk (vaak afgekort tot 'CD'), dat ronde schijfje met zijn reflecterende coating. Maar hoe wordt zo'n spiegelende coating eigenlijk gemaakt? Aan de hand van dit vraagstuk gaan we kennis maken met een aantal facetten van dit productieproces. Na afloop zul je anderen redelijk goed kunnen uitleggen waarom wij ons in een CD kunnen "spiegelen".

De spiegelende metalen coating wordt opgebracht door middel van zgn. 'magnetronsputteren'. Daarvoor nemen we een plaat van het materiaal waarvan de coating moet worden gemaakt, bijvoorbeeld een plaat van dik aluminium. Wanneer zo'n aluminium plaat wordt gebombardeerd met edelgasionen van voldoende kinetische energie, dan zullen er aluminiumatomen uit de plaat worden vrijgemaakt. In feite vindt er via een cascadeproces in het materiaal een overdracht van de kinetische energie van het edelgas op de aluminiumatomen plaats. Omdat de vrijgemaakte aluminiumatomen zich van de plaat af bewegen, zullen ze condenseren op een tegenoverliggend substraat. In ons geval is dat een plastic CD-schijfje.

De edelgasionen worden geleverd door een gasontlading. Daartoe wordt de aluminiumplaat (= kathode) op een negatieve gelijkspanning van ongeveer -500 V gezet. Als aarde (= anode) kan een rand rondom de aluminiumplaat of de wand van de reactorkamer dienst doen. De naam 'magnetron'-ontlading is afkomstig van de magneten (N,Z) die achter de kathode worden geplaatst. Een en ander is getekend in onderstaande doorsnede van een cilindergeometrie. De aluminiumkathode en het plastic CD-schijfje zijn beide cirkelvormige platen met een diameter van 10 cm.



Om de ontlading en het depositieproces goed te laten verlopen, speelt het gehele proces zich af in een vacuüm. Daartoe wordt de ruimte, waarin het magnetronsputtersysteem is geplaatst (de reactorkamer), eerst leeggepompt om storende gassen zoals waterdamp en zuurstof te verwijderen. Daarna wordt een edelgas, meestal argon, ingelaten waarbij een constante Ar-druk van 0,1 Pascal wordt gerealiseerd. Wanneer nu de hoogspanning wordt ingeschakeld (kathode op 500V), dan komt de gasontlading op gang. We zeggen ook wel, dat het 'plasma' ontsteekt. De gevormde ionen beginnen het aluminium te bombarderen en op het plastic schijfje begint een aluminiumlaag aan te groeien.

**Vraag 1:** Als de Ar-ionen op de kathode vallen, komen niet alleen atomen maar ook secundaire elektronen uit het aluminium vrij. Deze secundaire elektronen zijn belangrijk om het argon te ioniseren en zo de gasontlading in stand te houden. Maar welk proces genereert nu de eerste Ar-ionen? Eigenlijk is dit een typisch kip-ei probleem: Ar-ionen maken elektronen, elektronen maken Ar-ionen?

**Vraag 2:** De magneten achter de aluminiumplaat zorgen voor het in de figuur aangegeven magneetveld en zijn daarom essentieel voor het in stand houden van de ontlading. Beschrijf in het kort die essentiële functie(s).

**Vraag 3:** Magnetronsputteren is een heel elegante methode om metalen met een hoge snelheid op een substraat te deponeren, maar materialen zoals ijzer, nikkel of cobalt geven moeilijkheden. Leg kort uit waarom.

**Vraag 4:** De vrijgemaakte (ook wel: gesputterde) aluminiumatomen hebben een kinetische energie van ongeveer 5 eV. Deze energie is veel groter dan de thermische energie van de Ar-atomen die in de reactorkamer worden ingelaten. Daardoor lijkt het voor de aluminiumatomen alsof de Ar-atomen in het gas stilstaan. Wanneer we de aluminium- en argonatomen beschouwen als harde bollen met diameter  $D$  (neem  $D = 3$  Ångstrom), maak dan een eenvoudige afschatting van de gemiddelde vrije weglengte van de aluminiumatomen bij de heersende argondruk (0,1 Pa). De gemiddelde vrije weglengte  $\lambda$  is de door de aluminiumatomen afgelegde afstand tussen twee opeenvolgende botsingen met Ar-atomen. Gegeven: De gemiddelde temperatuur van het argongas bedraagt 350 K.

Constante van Boltzmann  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.

**Vraag 5:** Een praktische afstand tussen de kathode en het CD-schijfje is 5 cm. Waarom is het belangrijk dat de gemiddelde vrije weglengte groter is dan deze afstand?

**Vraag 6:** Het aantal vrijgemaakte aluminiumatomen per invallend Ar-ion wordt de sputteropbrengst genoemd. Veronderstel de sputteropbrengst gelijk aan 2. Wanneer de totale ontladingsstroom aan Ar-ionen 5 Ampère is, maak dan een schatting van de snelheid waarmee het aluminium op het schijfje aangroeit (= depositiesnelheid), uitgedrukt in Ångstrom/s. Neem tevens aan dat de vrijgemaakte aluminiumatomen uniform worden verdeeld over het CD-schijfje.

**Vraag 7:** In de praktijk is de verdeling van het aluminium over het CD-plaatje niet zo uniform; het meeste komt namelijk onder het ringvormige magneetveld (de zgn. plasma-ring) terecht. Wat zou je kunnen doen om de verdeling van de aluminiumatomen over het CD-

schijfje uniformer te maken?

**Vraag 8:** Het aluminium wil graag reageren met zuurstof. Dat moeten we voorkomen, omdat oxidatie de aluminiumspiegel (melkachtig) mat maakt, hetgeen de afspeelkwaliteit nadelig beïnvloedt. De zuurstofdruk in de reactorkamer moet dus laag zijn. Maak een schatting van deze zuurstofdruk wanneer maximaal 5% van het aluminium geoxideerd mag worden. Omwille van de eenvoud gaan we ervan uit dat de reactiekans (ook wel sticking coefficient genoemd) van een zuurstofmolecuul bij botsing met het aluminiumoppervlak gelijk aan 1 is. Bij deze afschatting heb je de gemiddelde thermische snelheid van een gasatoom nodig. Deze wordt gegeven door de uitdrukking:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

waarbij  $k$  de constante van Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K),  $T$  de absolute temperatuur en  $m$  de massa van het zuurstofmolecuul is. Het molaire gewicht van  $O_2$  is 32 gram/mol.

Gegeven: De invalsdichtheid van gasdeeltjes op een vast oppervlak is gelijk aan  $\frac{1}{4}n\bar{v}$  met  $n$  = deeltjesdichtheid in de gasfase.



# Physics MSc programmes

- Mathematical Physics
- Particle and Astroparticle Physics
- Physical Sciences
- Theoretical Physics



---

## 6. Kwantummechanica in discrete ruimtetijd

*L.D. Molag, Universiteit Utrecht*

---

Er zijn momenteel veel potentiële theoriën van de kwantumzwaartekracht. Deze theoriën zijn vrij uiteenlopend maar wat ze bijna allen met elkaar eens zijn is dat de ruimtetijd discreet is. In dit vraagstuk onderzoek je een toy model over kwantummechanica in discrete ruimtetijd.

**1.** In het model dat we beschouwen is de ruimtetijd een 2-dimensionaal  $(x, t)$ -rooster. De positie  $x$  is een veelvoud van  $dx > 0$  en de tijd  $t$  is een veelvoud van  $dt > 0$ . Elk punt  $(x, t)$  in onze ruimtetijd is dus van de vorm  $(k dx, l dt)$ , met  $k$  en  $l$  gehele getallen. We nemen nu aan dat in deze ruimtetijd differentiëren overeenkomt met:

$$f'(x) = \frac{f(x + dx) - f(x)}{dx} \text{ en } g'(t) = \frac{g(t + dt) - g(t)}{dt}$$

Toon aan dat de Schrödinger vergelijking in dit model de volgende vorm aanneemt:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Psi(x + 2dx, t) - 2\Psi(x + dx, t) + \Psi(x, t)}{dx^2} + V(x)\Psi(x, t) = i\hbar \frac{\Psi(x, t + dt) - \Psi(x, t)}{dt}$$

voor alle  $(x, t)$  op het rooster. Neem nu aan dat  $\Psi(x, t) = \psi(x)\phi(t)$  en toon aan dat we met de methode van scheiding van variabelen het volgende stelsel van vergelijkingen krijgen:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\psi(x + 2dx) - 2\psi(x + dx) + \psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) &= E\psi(x) \text{ en} \\ i\hbar \frac{\phi(t + dt) - \phi(t)}{dt} &= E\phi(dt) \end{aligned}$$

voor alle  $(x, t)$  op het rooster. Hier is  $E$  een constante die wordt geïnterpreteerd als de energie.

**2.** Neem  $a = Ndx$  voor een positief geheel getal  $N$  en beschouw de oneindige potentiaalput:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } 0 < x < a \\ \infty & \text{anders} \end{cases}$$

Vind de oplossingen  $\Psi_n(x, t) = \psi_n(x)\phi_n(t)$  van bovenstaand stelsel van vergelijkingen (je hoeft ze *niet* te normaliseren) en toon aan dat de volgende energien voorkomen, voor  $0 < n < N/2$ :

$$E_n = \frac{\hbar^2 N^2 \tan^2(\pi n/N)}{2ma^2}$$

*Er is een extra eis: het stelsel hoeft niet waar te zijn voor  $x < 0$  en  $x + 2dx > a$  (de discrete manier om te zeggen dat een afgeleide discontinu mag zijn waar de potentiaal oneindig is). Onderstaand lemma (dat je zonder bewijs mag gebruiken) kan handig zijn:*

**Lemma:** *Zij  $a_n$  een rij van complexe getallen die voldoet aan  $a_n = u_1 a_{n-1} + u_2 a_{n-2}$  voor  $n \geq 0$ . Neem aan dat  $T^2 - u_1 T - u_2 = (T - \alpha)(T - \beta)$  en  $\alpha \neq \beta$ . Dan bestaan er complexe getallen  $A$  en  $B$  zodat  $a_n = A\alpha^n + B\beta^n$ .*

**3.** Wat gebeurt er met de energien  $E_n$  in de limiet  $dx \rightarrow 0$ ?

---

“During my master’s in Leiden I developed a broad view of IT.”



Jorge Osorio,  
IT management  
trainee at KLM,  
studied for  
his master's in Leiden.



Universiteit Leiden  
The Netherlands

**Got your bachelor's degree?**  
Take a Master of Science and  
improve your career prospects.

**[mastersinleiden.nl](http://mastersinleiden.nl)**

Leiden University. The university to discover.

---

## 7. Zwaartekracht als entropische kracht

*W. van der Schee, Universiteit Utrecht*

Recentelijk heeft prof. Erik Verlinde een artikel gepubliceerd waarin hij poneert dat zwaartekracht een entropische kracht is (lees het artikel op <http://arxiv.org/abs/1001.0785>). Dat wil zeggen dat er een fundamentele microscopische theorie bestaat die we niet kennen en dat deeltjes dan 'vallen' naar de meest waarschijnlijke configuratie (in de microscopische theorie, dus een plek die 'lager' ligt is waarschijnlijker). Deze microscopische theorie heeft een notie van energie en toestanden, zodat het ook een temperatuur heeft. Deze temperatuur heeft overigens weinig te maken heeft met onze 'normale' temperatuur.

Erik Verlinde begint zijn artikel met de volgende aannames, die gelden voor een scherm (gesloten oppervlak in de ruimte) op een equipotentiaalvlak. Deze aannames zijn in hoge mate geïnspireerd door theorie over zwarte gaten (het holografisch principe) en onderdelen van de snaartheorie:

- De microscopische theorie geeft een beschrijving van alles wat zich binnen een scherm bevindt.
- Een deeltje dat door een scherm valt over één Compton golflengte ( $\hbar/mc$ , met  $m$  de massa van het deeltje) verandert daardoor zijn entropie met  $2\pi k_b$ .
- Een scherm bevat een energie  $Mc^2$  opgeslagen, met  $M$  de ingesloten massa.
- Een scherm heeft  $\frac{c^3}{G\hbar} A$  vrijheidsgraden (met  $A$  de oppervlakte) en elk van deze vrijheidsgraden heeft een energie van  $\frac{1}{2}k_bT$  met  $T$  de temperatuur van de microscopische theorie (een soort equipartitie van energie).

1. Toon onderstaande formule aan, met  $\vec{F}_{ent}$  de entropische kracht,  $T$  de temperatuur en  $S$  de entropie van het deeltje als functie van de plaats (neem aan dat het proces quasistatisch is).

$$\vec{F}_{ent} = T \vec{\nabla} S \quad (7.1)$$

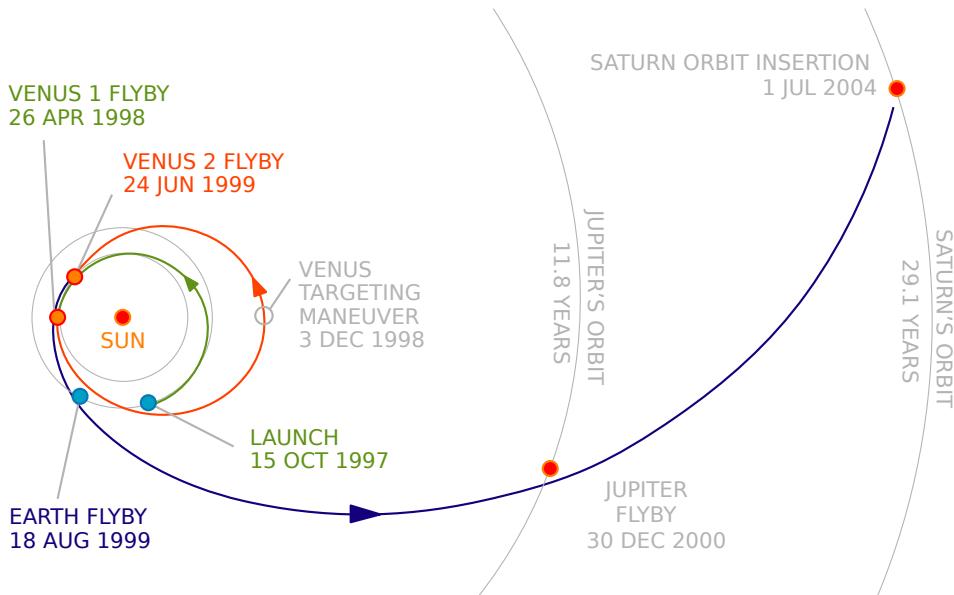
2. Leid voor een bolvormig scherm de gravitatiewet van Newton af voor een deeltje net buiten het scherm.
3. Leg uit waarom de kracht ook voor willekeurige massaverdelingen in de goede richting staat.
4. Newtoniaanse zwaartekracht is een conservatieve kracht. Waar moet de microscopische theorie aan voldoen zodat zwaartekracht conservatief is? Vind je dat realistisch?

---

## 8. De Cassini-Huygens ruimtesonde

*J. Eldering en J. Kuipers, Universiteit Utrecht*

De Cassini-Huygens sonde is in 1997 gelanceerd om onderzoek te doen naar de planeet Saturnus en zijn manen. Hij bevindt zich nu in een stabiele baan om Saturnus. Om daar te komen is meerdere malen gebruik gemaakt van het zogenaamde ‘slingshot-effect’ of ‘gravitational assist’: de sonde is twee keer langs Venus, één keer langs de Aarde en één keer langs Jupiter geslingerd<sup>1</sup>.



Figuur 8.1: Baan van de Cassini-Huygens sonde. Bron: Wikipedia/NASA.

Dit slingshot-effect houdt in dat de sonde in een baan vlak langs een planeet wordt gestuurd. Daarbij wordt de sonde van richting verbogen door de zwaartekracht van de planeet en krijgt ook *een zwiep mee*. Deze manier van sondes lanceren naar de buitenste regionen van het zonnestelsel wordt in de praktijk altijd toegepast. Het rechtstreeks lanceren met een raket zou veel te veel brandstof kosten en is daardoor praktisch gezien onmogelijk.

In deze opgave zullen we dit effect wat nader bestuderen. Hier volgen nog verschillende gegevens die mogelijk nuttig zijn bij het oplossen van dit vraagstuk. De gravitatieconstante van Newton is  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ .

---

<sup>1</sup>Bron: [http://en.wikipedia.org/wiki/Cassini\\_probe](http://en.wikipedia.org/wiki/Cassini_probe)

object	massa (kg)	straal (m)	omlooptijd (s)	afstand zon (m)
Zon	$1.989 \times 10^{30}$	$6.960 \times 10^8$	-	-
Venus	$4.868 \times 10^{24}$	$6.052 \times 10^6$	$1.894 \times 10^7$	$1.082 \times 10^{11}$
Aarde	$5.974 \times 10^{24}$	$6.371 \times 10^6$	$3.156 \times 10^7$	$1.496 \times 10^{11}$
Jupiter	$1.899 \times 10^{27}$	$5.823 \times 10^7$	$3.651 \times 10^8$	$7.783 \times 10^{11}$
Saturnus	$5.685 \times 10^{26}$	$6.991 \times 10^7$	$9.064 \times 10^8$	$1.429 \times 10^{12}$

Tabel 1: Gegevens van de zon en relevante planeten.

## Onderdeel A

Bereken de snelheid die de sonde nodig heeft om van de Aarde te ontsnappen tot in het *oneindige*, de zogenaamde *ontsnappingssnelheid*. Je hoeft hierbij uiteraard enkel rekening te houden met het zwaartekrachtsveld van de aarde.

## Onderdeel B

Bereken welke beginsnelheid de sonde bij lancering minimaal nodig zou hebben om Saturnus te bereiken als *niet* gebruikt gemaakt wordt van het slingshot-effect. Je hoeft geen rekening te houden met de eindsnelheid waarmee Saturnus bereikt wordt, maar kies wel een geschikte locatie om de sonde te lanceren.

Hint: de afstand waarop het zwaartekrachtsveld van de Aarde verwaarloosbaar wordt is klein op interplanetaire schaal. Beschouw deze processen in geschikte (rust)stelsels.

## Onderdeel C

Leid met een simpele beschouwing een formule af voor de maximale snelheidsverandering (*de zwiep*) die de satelliet kan opdoen bij het raketings passeren van een planeet.

Zonder van dit slingshot-effect gebruik te maken, zou het onmogelijk zijn de Cassini–Huygens satelliet in een baan om Saturnus te krijgen, doordat er te veel brandstof meegenomen zou moeten worden.

---

## 9. Feynman Opgaven

*R.P. Feynman, California Institute of Technology*

---

### 1. Anker in het water

Een visser roeit met zijn boot op een heel klein meer en gooit het anker uit. Stijgt het waterniveau, daalt het waterniveau of blijft het waterniveau hetzelfde?

### 2. Pion, muon en neutrino

Een pion ( $m_\pi = 139\text{MeV}/c^2$ ) in rust vervalt in een muon ( $m_\mu = 106\text{MeV}/c^2$ ) en een neutrino ( $m_\nu = 0$ ). Vind de kinetische energie en de impuls van het muon en het neutrino.

### 3. Deeltje op een bol

Een deeltje begint vanuit rust op de top van een wrijvingsloze bol met straal  $R$  en glijdt over de bol als gevolg van de zwaartekracht. Hoe ver is het deeltje onder het beginpunt op het moment dat het van de bol afvliegt?

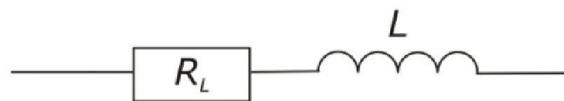
---

## 10. Bepaling van de parasitaire capaciteit van een spoel

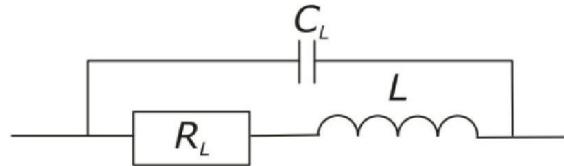
*J. van Hoof, Universiteit Utrecht*

---

Meestal kun je de werking van een spoel goed beschrijven door aan te nemen dat hij een bepaalde coëfficiënt van zelfinductie  $L$  heeft en eventueel ook een ohmse weerstand  $R_L$ . Schematisch wordt een spoel dan als volgt voorgesteld:

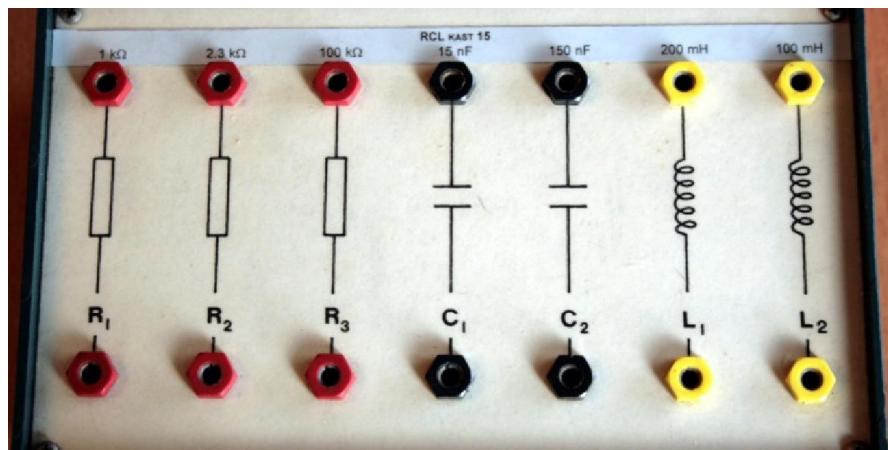


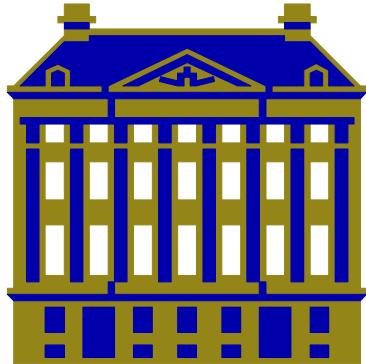
Soms blijkt dat deze beschrijving niet adequaat genoeg is, vooral bij hoge frequenties. Je moet er dan rekening mee houden dat een spoel ook nog een, meestal kleine, capaciteit  $C_L$  heeft. Als je daar rekening mee wilt houden in de theoretische beschrijving moet je de spoel als volgt tekenen:



De bedoeling van dit experiment is de grootte van  $C_L$  van een spoel van 200 mH te bepalen. Je hebt daarvoor de beschikking over een kastje met drie weerstanden, twee condensatoren en twee spoelen. Het gaat dus om de linker van de twee spoelen, genaamd  $L_1$  (zie foto op de volgende pagina). Verder beschik je over een digitale oscilloscoop en een toongenerator. Er zijn een handleiding voor de oscilloscoop en een theoretische inleiding over het onderwerp aanwezig in je zaaltje. Je moet zelf een strategie ontwerpen voor dit experiment.

Succes!





# K N A W

*De Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (KNAW) is het forum, geweten en de stem van de Nederlandse wetenschap. Zij ontleent haar gezag aan haar op kwaliteit geselecteerde leden. Vanuit een onafhankelijke positie bewaakt zij de kwaliteit en de belangen van de wetenschap en adviseert zij de regering. Bovendien is zij verantwoordelijk voor negentien instituten die met hun onderzoek en collecties tot de voorhoede van de Nederlandse wetenschap behoren en internationale faam genieten. De KNAW geldt daarmee als de autoriteit voor en van de Nederlandse wetenschap.*

# Jij en de Nederlandse Natuurkundige Vereniging?

De Nederlandse Natuurkundige Vereniging (NNV) is de beroepsvereniging voor fysici in Nederland. Leden zijn werkzaam in onderwijs, onderzoek of bedrijfsleven. Ook veel studenten zijn lid van de NNV. De NNV subsidieert voor leden studentenactiviteiten als reizen, symposia en PION.

Voor slechts € 11 per jaar kun je als student NNV-lid worden. Voor tweedejaars studenten is het lidmaatschap zelfs 1 jaar gratis. Als NNV-lid ontvang je elke maand het Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde (NTvN). Je kunt ook tegen gereduceerd tarief naar het jaarlijkse symposium FYSICA. Zo blijf je op de hoogte van ontwikkelingen in natuurkundig Nederland. Bovendien krijg je, als natuurkundige in spe, een beeld van jouw mogelijkheden in de toekomst.

Kijk voor meer informatie over de NNV en het NTvN op [www.nnv.nl](http://www.nnv.nl) op [www.ntvn.nl](http://www.ntvn.nl)

Meld je aan als lid van de NNV via het webformulier op [www.nnv.nl](http://www.nnv.nl)