

Opgave 1

Een gewichtige vraag

Prof Dr J. van Ruitenbeek

Onderaan een veer die aan de zoldering bevestigd is, hangt een touwtje L met een lengte van 50 cm. Aan het uiteinde daarvan hangt weer een veer, identiek aan de eerste. Aan deze onderste veer hangt een gewicht, dat zo gekozen is dat het elke veer 50 cm uitrekt. Er is nog een tweede touw, dat aan de zoldering en aan het onderste eind van het verbindingstouwtje tuseen beide veren bevestigd is. Dit touw is juist lang genoeg dat het slap hangt (in de tekening is dit slaphangen enigszins overdreven). Op dezelfde manier verbindt een derde touw het bovineind van het verbindingstouwtje met het gewicht onderaan. Ook dit touw hangt dus slap, maar het is vrijwel even lang als de afstand tussen zijn twee bevestigingspunten. We nemen aan dat het gewicht van de veren en touwtjes zelf verwaarloosbaar is en dat de touwtjes niet uitrekken.

Nu knippen we het verbindingstouwtje L tussen beide veren door. Wat gebeurt er?



Opgave 2

Broeikaseffect

Drs H. Jordens

In de atmosfeer rond de Aarde bevinden zich broeikasgassen. Deze laten het inkomende zonlicht door, maar absorberen voor een deel de warmtestraling die door de aarde wordt uitgezonden. De atmosfeer wordt daardoor warm en zendt dus zelf ook weer straling uit. We beschouwen een eenvoudig model van de Aarde met een atmosfeer. In dit model zijn zowel de Aarde als de atmosfeer zwartestralers. We nemen aan dat het broeikaseffect voornamelijk in de - homogene - troposfeer plaats vindt. Deze heeft een gemiddelde temperatuur van 255K. De gemiddelde temperatuur van het aardoppervlak is 288K. Als de concentratie van de broeikasgassen toeneemt, absorbeert de troposfeer meer warmtestraling, waardoor de temperatuur van het aardoppervlak stijgt.

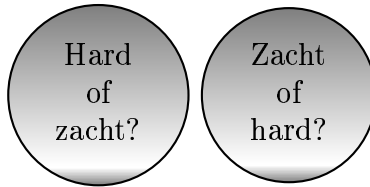
Bereken aan de hand van het gegeven model met welk percentage het deel van de door de Aarde uitgezonden straling dat door de troposfeer geabsorbeerd wordt, moet toenemen opdat de gemiddelde temperatuur op het aardoppervlak met 1K stijgt.

Opgave 3

De Kip met de Ronde Eieren

Prof Dr J. Frenken

Je krijgt twee ‘ideale eieren’ (zie hieronder voor de definitie van een ‘ideaal ei’), waarvan gegeven is dat er één ongekookt is en één hardgekookt. Je weet echter niet welk van de twee gekookt is.



- a) Bedenk een manier om binnen enkele seconden het gekookte ei te identificeren, waarbij je uitsluitend gebruik mag maken van de klassieke mechanica. Je hebt hierbij de beschikking over het typische instrumentarium van de een ‘laboratorium voor klassieke mechanica’: laboratoriumtafel, statieven, veren, slingeropstelling, balans, stopwatch, etc.
- b) Geef in formulevorm een schatting voor het gemeten verschil tussen de twee eieren in de bij a) gebruikte eigenschap.

Voor het ideale hardgekookte ei geldt:

Kleur: wit

Vorm: perfect ronde bol

Straal: a

Massa: m

Inhoud: homogeen (geen verschil in eigenschappen tussen eiwit en eigeel, en geen luchtkamer)

Schaal: - massa verwaarloosbaar

- dikte verwaarloosbaar

- ‘ideale wrijving’ met ondergrond: het ei kan uitsluitend rollen op elke ondergrond, en niet slippen; maar rollen gebeurt verder zonder wrijving.

Voor het ideale ongekookte ei geldt hetzelfde als voor het hardgekookte ei. Maar bovendien geldt:

Inhoud: -verwaarloosbare viscositeit

-verwaarloosbare wrijving met schaal

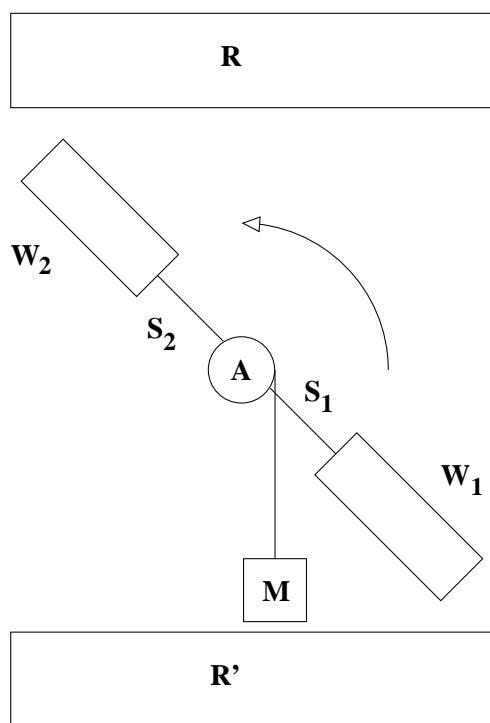
-verwaarloosbaar verschil in dichtheid met gekookte toestand

(N.B. Niet alle genoemde eigenschappen zijn belangrijk voor het oplossen van dit probleem!)

Opgave 4

Perpetuum Mobile

Prof Dr W. Caspers



Een molen heeft twee identieke wieken W_1 en W_2 , gemaakt van een materiaal dat de warmte goed geleidt en een uitzettingscoëfficiënt heeft die groter is dan 0. De wieken zijn verbonden met een as A door twee stangen S_1 en S_2 die de warmte niet geleiden. De wieken maken bij het passeren van de warmtereservoirs R en R' , met temperaturen respectievelijk T en T' , een goed warmtecontact met deze reservoirs. Gegeven is dat $T > T'$.

We kunnen nu een beweging denken van de wieken in de richting van de pijl, waarbij dus de wiek die het laatst contact heeft gehad met reservoir R langer is dan de andere. Er zal dus voortdurend een krachtmoment op de as A werken, dat bovendien steeds hetzelfde teken heeft. Hiermee kan een katrol bediend worden die een massa M kan optrekken.

N.B.: De warmte die in R wordt opgenomen, zal steeds weer in R' worden afgestaan, zodat de wieken steeds een halve periode de temperatuur T hebben en onmiddellijk daarna, in de volgende halve periode, de temperatuur T' , in het geval van oneindig groot warmtegeleidingsvermogen.

Vraag: Hebben we hier te maken met een perpetuum mobile van de eerste soort? Wordt de eerste hoofdwet van de thermodynamica geschonden?

Let op: De zwaartekracht kan een onverwachte invloed hebben op fysische grootheden!

P.S.: Een perpetuum mobile van de eerste soort is een systeem dat de wet van energiebehoud schendt.

Opgave 5

Heisenbergs Potlood

Dr F. Vos

Tijdens de wat saaier momenten van een college hebben velen wel eens geprobeerd een potlood met scherpe punt rechtop op een ruw tafelblad te laten balanceren. Natuurlijk lukte dat maar voor zeer korte tijd, omdat er allerlei externe invloeden zijn die het labiele evenwicht verstoren. Als die klassieke storende invloeden er toch eens niet zouden zijn, dan . . .

. . . blijven er de wetten van de kwantummechanica! De onbepaaldheidrelatie van Heisenberg laat immers niet toe dat een potlood tegelijkertijd een scherp bepaalde positie (hoek met de verticaal $\theta = 0$) en scherp bepaald impulsmoment ($I\dot{\theta}_0 = 0$) heeft.

Leid m.b.v. dit inzicht een formule af die een verband geeft tussen de maximale “balanceertijd” en de fysische parameters (massa, lengte van een dun potlood en de valversnelling t.g.v. de zwaartekracht). Hierbij mag de (ééndimensionale) valbeweging $\theta(t)$ van het potlood klassiek verondersteld worden.

Hints:

De bedoelde (minimale-)onbepaaldheidrelatie luidt: $\theta_0\dot{\theta}_0 \approx \hbar/I$, waarin I het traagheidsmoment van het dunne potlood t.o.v. zijn punt is en θ_0 respectievelijk $\dot{\theta}_0$ de initiële hoek t.o.v. de verticaal respectievelijk de initiële hoeksnelheid zijn.

Bepaal hiermee én met de oplossing $\theta(t)$ van de (klassieke) valbeweging van het potlood de maximale balanceertijd, door de kleinste beginhoek te berekenen die consistent is met de gegeven Heisenberg onbepaaldheidrelatie.

Opgave 6

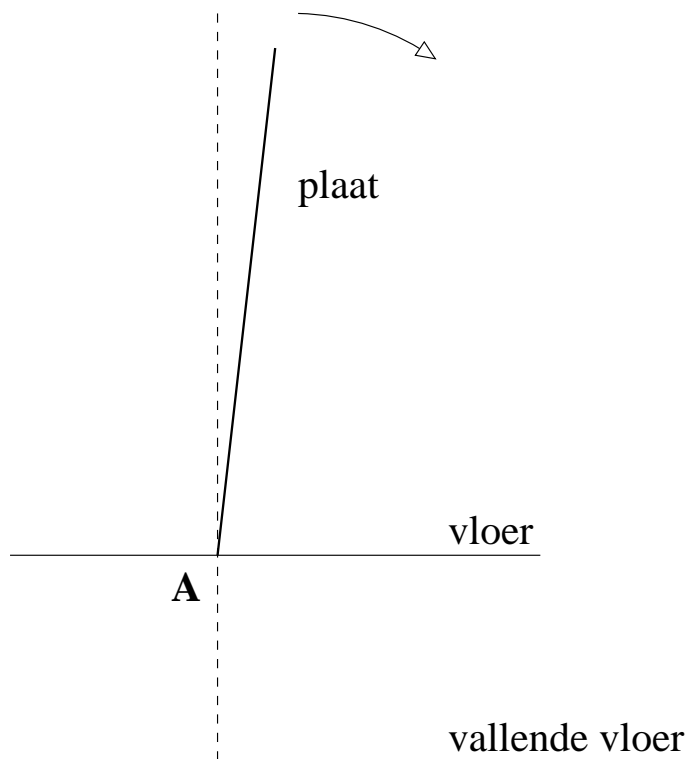
Plaat

Dr R.J. Kooman

Een rechthoekige plaat met lengte $3\frac{1}{3}$ m en breedte 2m staat met zijn smalle kant op een volkomen gladde vloer en staat op het punt om naar één kant om te vallen. De massa van de plaat is 10kg. Zie hieronder voor een schets van de situatie.

Net voor het moment waarop de plaat plat op de vloer terechtkomt wordt de vloer weggeschoven, waardoor de plaat doorvalt en ten slotte terechtkomt op een vaste vloer die lager ligt dan de oorspronkelijke vloer. De plaat raakt de vaste vloer op een punt dat 1 meter rechts ligt van het punt direct onder het punt *A*. (*A* is het midden van het gedeelte van de eerste vloer waar de plaat de vloer raakte voordat hij begon te vallen.)

Hoe diep ligt de vaste vloer onder de eerste vloer? Er zijn meerdere mogelijkheden, maar één antwoord is voldoende. Geef het antwoord in centimeters nauwkeurig.



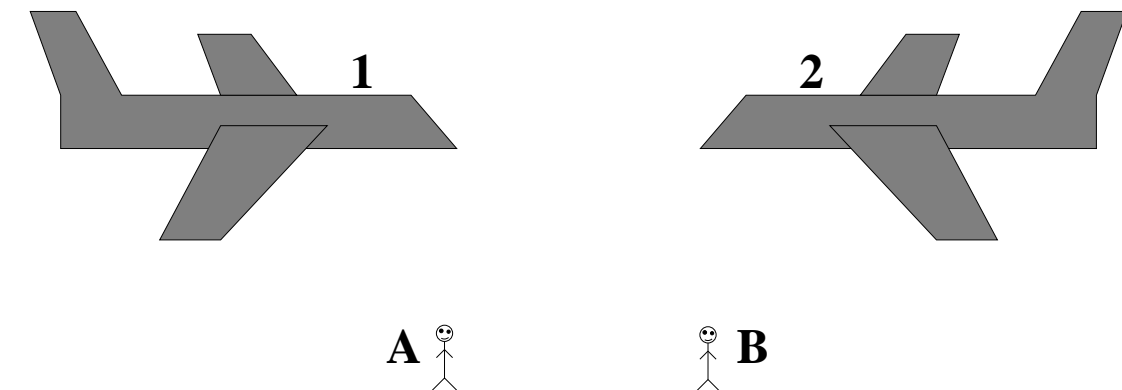
Opgave 7

Vliegtuig

Dr W. Hesselink

We voeren het volgende gedachtenexperiment uit. Twee vliegtuigen, die we vliegtuig-1 en vliegtuig-2 noemen, hebben ten opzichte van de aarde een snelheid van respectievelijk $u = xc$ en $v = yc$; met $u = 4/5$, $y = 3/5$, en c is de lichtsnelheid. We duiden het coördinatensysteem van de aarde aan met S , en dat waarin vliegtuig-1 in rust is met S' . Op het moment dat de waarnemer A op aarde de piloot P in de cockpit van vliegtuig-1 ziet passeren, geeft P een lichtsignaal. Op dat moment ziet de waarnemer B op aarde de punt van vliegtuig-2 passeren. A en P zetten op het moment dat ze elkaar passeren hun klokken gelijk (kies hiervoor $t_A = t'_P = 0$). De klokken van A en B zijn onderling gesynchroniseerd. De afstand AB is $L = 1000m$. Kies de oorsprong van het coördinatensysteem van de aarde in A, en die van het coördinatensysteem waarin vliegtuig-1 in rust is in P. Het lichtsignaal wordt in de punt Q van vliegtuig-2 gereflecteerd. Verwaarloos alle afstanden loodrecht op de bewegingsrichting van de vliegtuigen en het licht.

Druk het tijdsverschil dat P meet tussen het moment dat hij het lichtsignaal uitzendt en weer detecteert uit in x, y, c en L .

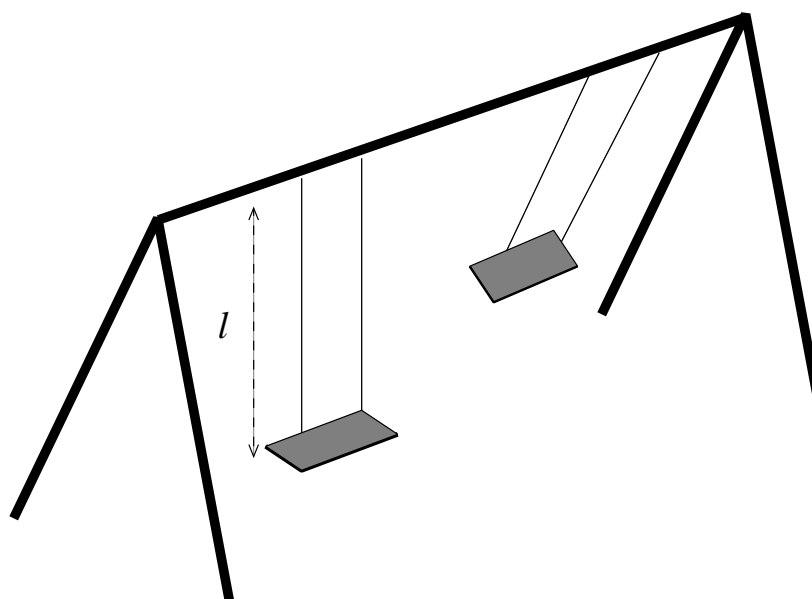


Opgave 8

Baron van Münchhausen op de schommel

Prof Dr J. Frenken

Als je schommelt, kan je amplitude vergroot worden als iemand anders je telkens op het juiste moment een duw geeft. Maar het leuke van schommelen is dat je het ook helemaal zelf kunt doen, zonder hulp van iemand anders. De energie die in het schommelsysteem (schommel + schommelaar) wordt geïnvesteerd is dan uiteraard afkomstig van de schommelaar zelf. Toch heeft schommelen iets weg van het (onmogelijke) ‘Baron van Münchhausen’-effect; tijdens één van zijn avonturen trok de baron zichzelf met paard en al uit een moeras, door zelf met zijn hand hard aan de haren van zijn eigen pruik te trekken...



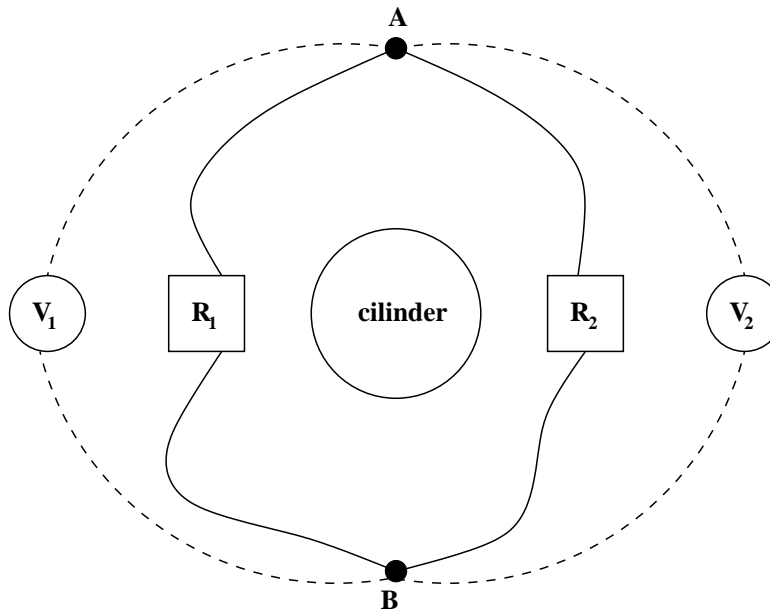
- Analyseer de beweging die je tijdens het schommelen maakt, en leg uit (in fysische termen) hoe je hiermee de schommel aandrijft.
- Is deze beweging niet in strijd met de wet van behoud van impulsmoment.
- Geef een schatting van de maximale toename van de schommelamplitude over 1 schommelperiode, voor iemand die op een schommel zit met lengte $l = 3m$ (zie tekening), en die al een amplitude van 45° bereikt heeft. Eventueel ontbrekende gegevens kunnen zelf worden geschat.

Opgave 9

Cilinder

Dr H. Blok

Een weekijzeren cilinder wordt omsloten door een stroomkring bestaande uit een weerstand R_1 van 10Ω en een weerstand R_2 van 20Ω . (De weerstanden van de verbindingsdraden zijn te verwaarlozen.) Met behulp van een primaire winding wordt in de cilinder een wisselend magnetisch veld en daarmee een wisselstroom in de geschetste stroomkring opgewekt. Men meet met een voltmeter met oneindig hoge inwendige weerstand de middelbare waarde van de wisselspanning tussen de punten A en B : eerst met een voltmeter in positie 1 (aflezing V_1), daarna in positie 2 (aflezing V_2). Hieronder staat een situatieschets. Hoe verhouden de gemeten spanningen zich?



- a) $V_1 = V_2 = 0$, want de opgewekte inductiespanning valt geheel weg tegen de “Ohmse” spanning over de weerstanden.
- b) $V_1 : V_2 = 1 : 1$, want je meet in wezen de spanning tussen de twee punten A en B .
- c) $V_1 : V_2 = 2 : 1$, want in positie 1 meet je de spanning over R_2 (de klemspanning van de bron R_1).
- d) $V_1 : V_2 = 1 : 2$, want in positie 1 meet je juist de spanning over R_1 .

Motiveer je keuze en de afwijzing van de andere mogelijkheden.

Bij de beantwoording mag je aannemen dat de ‘heengaande’ flux zich geheel in de cilinder bevindt, en dat de flux terugkeert op grote afstand van het getekende, zodat de weerstanden en de meter zich in een veldvrij gebied bevinden.

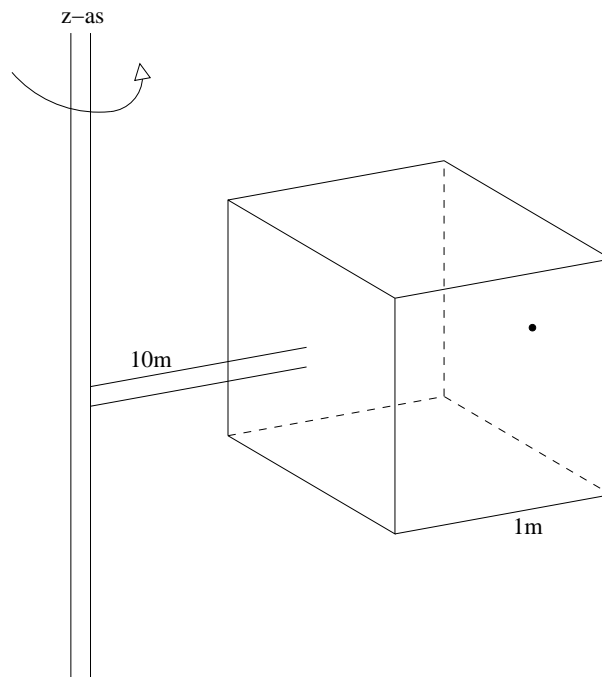
Opgave 10

Kubus

Dr R.J. Kooman

Een holle kubus met ribben van 1m is ten dele gevuld met water. De kubus is door middel van een rechte metalen staaf aan een verticale as bevestigd en draait met een hoeksnelheid van $\frac{1}{10}$ radiaal per seconde om de as. De staaf staat loodrecht op de as en is 10m lang. De bevestiging van de staaf aan de kubus bevindt zich in het midden van een van de zijvlakken van de kubus. In het midden van het tegenoverliggende zijvlak is een kijkgaatje bevestigd. De waterspiegel blijkt precies op de hoogte van het kijkgaatje te vallen.

Bereken de hoeveelheid water in de kubus in liters nauwkeurig.



Opgave 12

Ambulance

Prof Dr G. Nienhuis

Een ambulance A rijdt met snelheid v naar het ziekenhuis, terwijl de sirene een signaal uitzendt met frequentie f . De geluidssnelheid bedraagt g . Het geluid wordt gehoord zowel door een stilstaande waarnemer Z voor het ziekenhuis, als door een voor de ambulance uitrijdende waarnemer R (met dezelfde snelheid v). Bovendien wordt het geluid van de ambulance weerkaatst door de gevel van het ziekenhuis. Neem aan dat de bewegingsrichting van A en R loodrecht staat op het vlak van de gevel.

- a) Bereken de golflengte van het directe signaal en van het teruggekaatste signaal.
- b) Bereken de waargenomen frequentie van het directe signaal, zowel voor Z als voor R.
- c) Bereken de waargenomen frequentie van het teruggekaatste signaal, zowel voor Z als voor R.

Toelichting: Uiteraard is v/g kleiner dan 1. Geef exacte antwoorden, dus zonder aan te nemen dat v/g veel kleiner is dan 1.

Opgave 13

Buckyball

Prof Dr P. van Baal

Jarenlang hebben natuur- en scheikundigen gedacht dat koolstof alleen in platte, twee dimensionale verbindingen voorkomt, als in grafiet of diamant. In 1984 kwamen de eerste aanwijzingen voor het bestaan van een nieuwe koolstofverbinding die uit 60 atomen moest bestaan.

Na enige tijd werd het duidelijk dat het om een driedimensionale structuur gaat met de vorm van een bol! Deze nieuwe koolstofverbinding kreeg de naam ‘Buckminsterfullereen’ naar R. Buckminster Fuller, een bekende architect die in de zestiger jaren experimenteerde met zulke vormen in de bouwkunst.

De bolvormige koolstofmolekulen zijn opgebouwd uit vijf- en zeshoeken, zodat ieder koolstofatoom (hoekpunt) twee enkele en een dubbele binding heeft en dus precies drie burens heeft. Ze worden in het algemeen aangeduid met de naam ‘Buckyball’. C60 is de meest stabiele van deze bolvormige verbindingen. De vorm van deze C60 buckyball is precies die van een voetbal.

De stelling van Euler zegt dat ieder gesloten oppervlak met een gegeven vorm, opgebouwd uit veelhoeken, een Euler karakteristiek E heeft, gegeven wordt door de som van alle vlakken en hoekpunten min de som van alle ribben en dat E alleen afhangt van de vorm van het oppervlak. Twee oppervlakken hebben dezelfde vorm, indien ze door rekken en krimpen, maar niet door knippen en plakken, identiek aan elkaar gemaakt kunnen worden. Zo heeft bijvoorbeeld een kubus de vorm van een bol. Voor een bol vindt men $E = 2$, voor een torus (tulband) $E = 0$, terwijl alle andere oppervlakken $E < 0$ hebben ($E = 2(1 - \# \text{ gaten})$).

a) Ga na dat voor de kubus $E = 2$. We kunnen ook eenvoudig een torus maken uit meerdere kubussen. Ga na dat voor de torus inderdaad $E = 0$.

b) Bewijs dat *iedere* buckyball precies 12 vijfvlakken heeft.

c) Laat zien dat voor C60 alle dubbele bindingen (om en om in de vorm van een benzeenring) zitten op de zeshoeken.

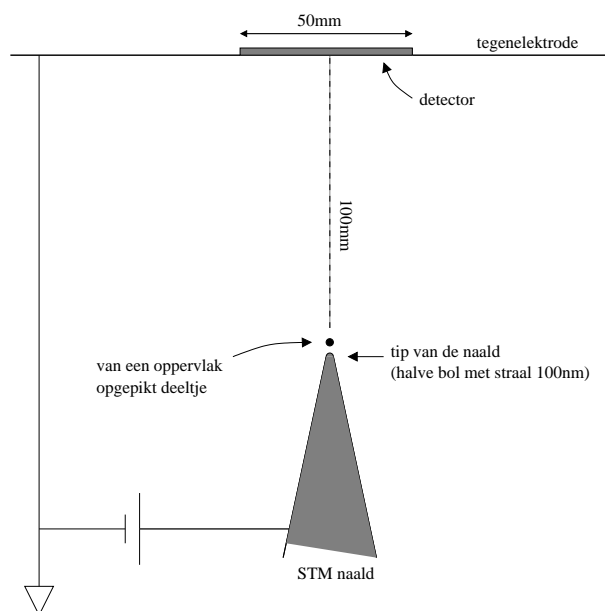
Opgave 14

Chemische analyse met atomaire plaatsresolutie

Dr P. Alkemade

Met een scanning tunneling microscoop (STM) kan men de topografie van een oppervlak met atomaire plaatsresolutie meten; de hoogteresolutie bedraagt zelfs 0.1 Angström.¹

Het bepalen van de soort (=het chemisch element) van de atomen die men met een STM ziet, kan niet. Een aantal jaren geleden is aangetoond dat men via een spanningspuls van -10V atomen kan overbrengen van het oppervlak naar de tip van een STM. Dit leidde tot het idee om chemische analyse van de opgepikte atomen te doen. Figuur 1 toont het principe van een instrument dat voor dit doel ontwikkeld is.



Figuur 1.

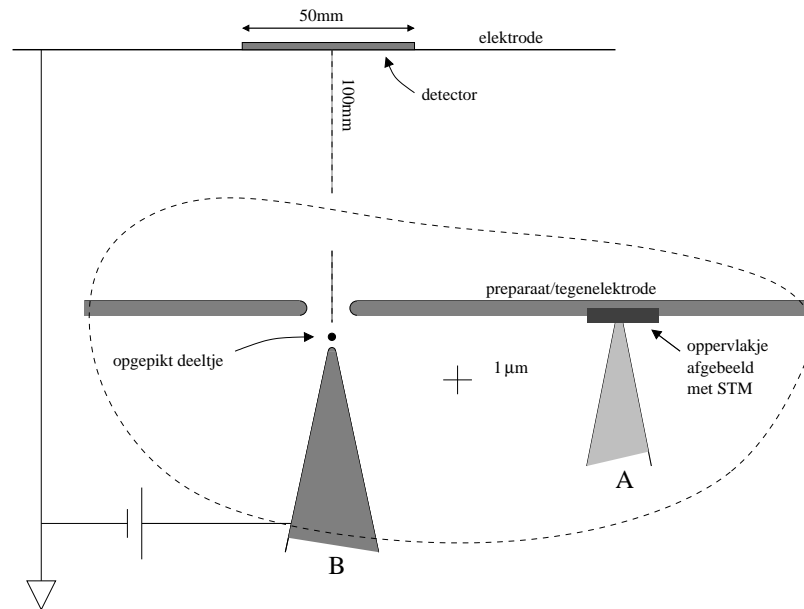
De tip van de metalen naald heeft de vorm van een halve bol met een straal van 100 nanometer. De naald zelf is ~ 10 mm lang. De afstand tussen de tip van de STM naald en de tegenelektrode met een deeltjesdetector is 100mm.

Na het oppikken van een atoom van het preparaatoppervlak, verwijdert men het preparaat in zijn geheel. Er is nu een vrije ruimte tussen de naald van de STM en een deeltjesdetector. Men legt vervolgens een hoge en korte (1 nanoseconde) spanningspuls aan tussen de naald en de tegenelektrode met detector. Door veldde-sorptie zal het opgepikte atoom aan of nabij het uiteinde van de naald als ion van de naald wegvliegen naar de detector.

¹Achtergrond informatie: Dit geschiedt door een metalen naald met een zeer scherpe tip enkele Angströms boven een oppervlak te rasteren ('scannen'). Tussen de tip en het oppervlak is een spanning van ~ 1 V aangelegd. De hoogte van de tip wordt tijdens het rasteren zo bijgesteld dat de tunnelstroom tussen tip en oppervlak constant is.

De detector geeft met 1 nanoseconde resolutie een puls af wanneer het een deeltje opvangt. Uit het tijdsverschil tussen de aangelegde en de gedetecteerde puls en uit de bekende afstand tussen tip en detector, volgt de massa van het deeltje. (Aangenomen wordt dat het ion éénwaardig positief geladen is.) Uit de massa volgt het soort (=chemische element) van het opgepikte deeltje.

- 1) Geef een schatting van de veldsterkte aan het oppervlak van de tip van de naald tijdens de aangelegde puls van +10 kV. [N.B. Weerstanden en capaciteiten kunnen verwaarloosd worden. Dus $V_{tip} = 10kV$ voor $t = 0$ tot $t = 1ns$, anders $V_{tip} = 0$. $V_{tegenelektrode}$ is altijd 0.]
- 2) Geef een formule die het verloop benadert van de potentiaal langs de gestreepte as tussen de tip en de detector als functie van de afstand, z , top de tip.
- 3) Kan men met dit instrument de isotopen ^{58}Ni en ^{59}Co van elkaar onderscheiden?



Figuur 2.

Figuur 2 toont de opzet van een instrument dat momenteel aan de Technische Universiteit van Delft wordt gebouwd. Het deel binnen de streepjeskromme is op schaal getekend, zie kruis met maatstreepjes. Het essentiële verschil met figuur 1 is de dubbele functie van het preparaat: de topografie van het oppervlak ervan wordt met de STM in kaart gebracht (STM-naald in positie A). Daarnaast dient het preparaat als tegenelektrode voor de veld-desorptie vanaf de tip (STM-naald in positie B). De spanningspuls wordt aangelegd tussen de naald en het preparaat nadat de naald tegenover het gat in het preparaat is geplaatst. Het gedesorbeerde ion passeert het preparaat via het gat.

- 4) Noem voordelen en nadelen van het instrument van figuur 2 t.o.v. het instrument van figuur 1.

BONUS Opgave

Nat worden

Prof Dr W. Caspers

Het regent al urenlang in Zuid-Holland. Met constante intensiteit, maar het is daarbij windstil. Een bekende schrijver spoed zich per fiets van Sassenheim naar de binnenstad van Leiden. Zijn baan kan in goede benadering als een rechte lijn worden beschouwd. Hij draagt, vanwege zijn kaalhoofdigheid, een waterdicht petje.

Vraag: Met welke snelheid moet hij fietsen om zo droog mogelijk aan te komen?