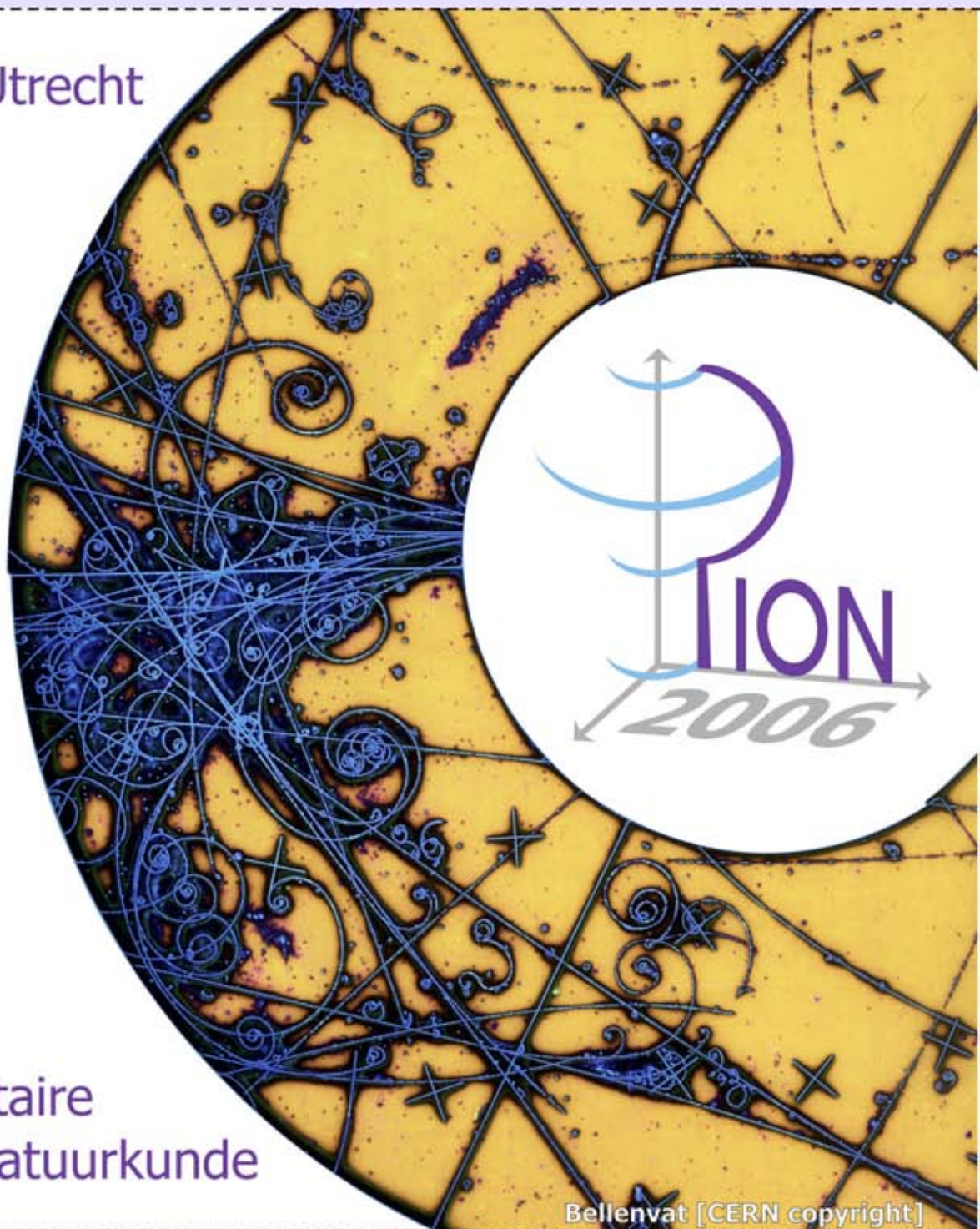


PION 2006: Natuurkunde olympiade voor studenten

Opgaven

Universiteit Utrecht
30 mei 2006



12^e editie
Project
Interuniversitaire
Olympiade Natuurkunde

Bellenvat [CERN copyright]

Hoofdsponsors



PHILIPS



STICHTING PHYSICA



GEOLOGY/GEOPHYSICS
PETROPHYSICS
PRODUCTION TECHNOLOGY
PRODUCT/PROCESS RESEARCH
ENGINEERING:
RESERVOIR/PETROLEUM
WELL
PRODUCTION
PROCESS
ASSET MAINTENANCE
PROJECT/FACILITIES
DISCIPLINE

Innovation is a way of life at Shell. We operate at the leading edge – not only in oil, gas and chemicals, but also in renewables such as wind and solar energy.

But technical leadership begins with technical expertise. Which is why we work so hard to attract and develop people like you – today's talent and tomorrow's leaders.

Great training you can take for granted – along with real responsibility. And within our global business, there will be many opportunities to match your aspirations.

So if you want to achieve more in your career, get together with Shell. You can make your online application right now – just visit our careers website.

Shell is an Equal Opportunity Employer

www.shell.com/careers

Find it

The right
career direction

Achieving more together



LEES DIT EERST!

Voor je liggen de opgaven van PION 2006. De organisatie wenst jullie veel succes met het maken ervan!

Het maken van de opgaven

- Je hebt precies 3 uur de tijd om de 12 opgaven te maken.
- Schrijf duidelijk en vergezel de antwoorden van een duidelijke toelichting en/of berekening.
- Maak iedere opgave op een apart vel.
- Schrijf bovenaan ieder ingeleverd vel de teamnaam en het nummer van de opgave.

Overige regels

- Het is niet toegestaan gebruik te maken van boeken, aantekeningen, etc. anders dan een BINAS.
- Tijdens de wedstrijd is het niet toegestaan over de opgaven te communiceren (spreken, internet, mobiel, etc.) met anderen dan teamgenoten.
- Het gebruik van apparatuur anders dan (grafische) rekenmachine is niet toegestaan.

COLOFON

datum: 30 mei 2006
oplage: 140
typesetting: L^AT_EX2_ε
reproductie: Document Diensten Centrum Utrecht

correspondentieadres: A-Eskwadraat
t.a.v. Pion commissie 2006
Princetonplein 5
3584 CA Utrecht

e-mail: pion@a-eskwadraat.nl

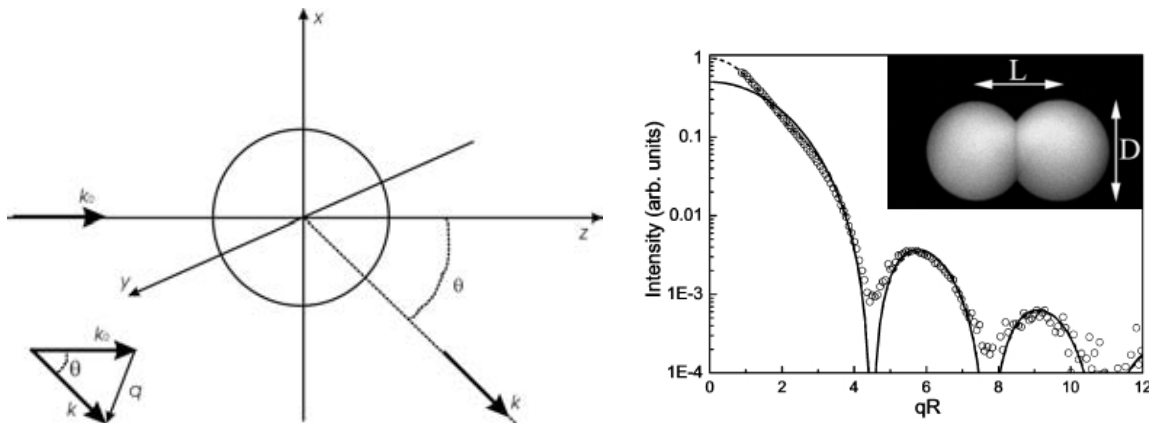
Pion commissie 2006: Timothy Budd
Robin van der Leeuw
Miriam Loois
Niels Boon
Arjon van Lange

OPGAVE 1: STATISCHE LICHTVERSTROOIING

Job Thijssen

Colloïden zijn deeltjes met een afmeting tussen 10 nm en 10 μm . In veel gevallen bevinden ze zich in dispersies, waarin ze zich als vaste deeltjes in een vloeistof bevinden. Alledaagse voorbeelden van dispersies zijn bloed, inkt en verf. Dispersies worden ook gebruikt voor fundamenteel onderzoek, als modelsysteem voor atomaire en moleculaire processen. Colloïden gedragen zich thermodynamisch namelijk hetzelfde als atomen en moleculen. Ze zijn echter 1000x groter, waardoor ze experimenteel veel toegankelijker zijn.

Bij de synthese van colloïdale bollen ontstaan nagenoeg gladde bollen die bijna allemaal even groot zijn. Een manier om de gemiddelde straal \bar{R} te bepalen is statische lichtverstrooiing (SLV). Hierbij wordt de hoekafhankelijkheid van de verstrooiing van licht door de colloïden gemeten (zie figuur (1)). Een inkomende, vlakke golf met golfvector \vec{k}_0 en golflengte λ wordt door de colloïden in een dispersie elastisch verstrooid. De uitgaande golf \vec{k} maakt een hoek θ met de inkomende golf \vec{k}_0 .



Figuur 1: Links, schematische tekening van de opstelling voor statische lichtverstrooiing. Rechts, de vormfactor voor colloïdale bollen (doorgetrokken lijn) en die voor colloïdale halters (stippellijn); de open rondjes geven meetpunten van een röntgen-diffractiemeting aan colloïdale halters weer. Het plaatje rechtsboven is een elektronen-microscopopname van zo'n halter.

In de Rayleigh-Gans-Debye (RGD) benadering, waarin uitgegaan wordt van enkelvoudige verstrooiing, kan aange- toond worden dat vergelijking (1) geldt voor een verzameling van N identieke deeltjes die alle dezelfde oriëntatie en een uniforme brekingsindex n hebben.

$$I_s(q) \propto N \cdot S(q) \cdot F(q) \quad (1)$$

In vergelijking (1) staat I_s voor de intensiteit van het verstrooide licht, \vec{q} is de verstrooiingsvector, $S(q)$ is de structuurfactor en $F(q)$ is de vormfactor (vergelijking (2)).

$$\begin{aligned} S(q) &= \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}_k - \vec{r}_j)} \\ F(q) &= \left| \frac{\int_{V_p} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r}}{\int_{V_p} d\vec{r}} \right|^2 \\ &\propto \left[3 \frac{\sin(qR) - (qR) \cdot \cos(qR)}{(qR)^3} \right]^2 \quad \text{voor bollen} \end{aligned} \quad (2)$$

waarin \vec{r}_j de positie van deeltje j is. De gemiddelde straal \bar{R} kan bepaald worden door de functie $F(q)$ te fitten aan een SLV meting (figuur (1)).

In de onderstaande opgave gaan we uit van een perfect monodispers systeem, dwz dat alle colloïdale bollen precies dezelfde straal R hebben.

- (a) De verstrooiingshoek θ is gerelateerd aan de verstrooiingsvector $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}_0$. Toon aan dat vergelijking (3) geldt voor de lengte van \vec{q} .

$$q = |\vec{q}| = \left(\frac{4\pi}{\lambda}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

- (b) Bij een SLV meting wordt gebruik gemaakt van een goed gehomogeniseerde dispersie. Leg uit waarom in dat geval $S(q) = 1$. Leg ook uit waarom de gebruikte dispersie een lage concentratie aan colloïden moet hebben.
- (c) Leg uit waarom het in de RGD benadering voor de bepaling van de straal handig is om q tegen $(q^4 \cdot I_s(q))$ uit te zetten in een zogenaamde Porod plot. Schets de Porod plot van een monodispers systeem van bollen met straal R .

Onlangs is een artikel gepubliceerd (Johnson, Van Kats en Van Blaaderen, *Synthesis of Colloidal Silica Dumbbells*, *Langmuir* **21** (2005), p11510) waarin een recept gepresenteerd wordt om colloïdale halters te synthetiseren. Deze deeltjes zijn ontstaan doordat twee bollen aan elkaar gegroeid zijn. Als de bollen pas laat in de synthese aan elkaar gegroeid zijn, dan bestaan de halters als het ware uit aan elkaar gelijmde bollen ($L/D = 1$ in figuur (1)).

- (d) Toon in de RGD benadering aan dat de vormfactor van een verdunde dispersie van monodisperse halters, zoals die gemeten kan worden dmv SLV (figuur (1)), geschreven kan worden als in vergelijking (4). Ga er hierbij vanuit dat de halters bestaan uit elkaar rakende bollen.

$$F_{\text{halters}}(q) \propto F_{\text{bollen}}(q) \cdot \left(1 + \frac{\sin(2qR)}{(2qR)}\right) \quad (4)$$

Hint: reken eerst de vormfactor voor één enkele halter uit!

OPGAVE 2: ZEESLAG

Timothy Budd

Een slagschip vaart met snelheid V in de x -richting en bevindt zich op $t = 0$ op positie $(x, y) = (0, h)$. Een vijandig schip op positie $(0, 0)$ schiet op $t = 0$ een hittezoekende torpedo af die met een constante snelheid v achter het slagschip aan snelt.

- (a) Laat zien dat voor de snelheid in de y -richting van de torpedo geldt

$$\dot{y} = \frac{2v}{\left(1 - \frac{y}{h}\right)^{\frac{V}{v}} + \left(1 - \frac{y}{h}\right)^{-\frac{V}{v}}}$$

Hint: Gebruik $\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dy}\dot{y}$ en

$$\int \frac{dr}{r\sqrt{1-r^2}} = -\operatorname{arccosh} \frac{1}{r}$$

- (b) Bereken de positie (h, x_*) van impact in termen van h , v en V , voor het geval $v > V$.
 (c) Tot hoe dicht benadert de torpedo het schip (voor $t \rightarrow \infty$) in het geval $V = v$?

OPGAVE 3: DE ROLLENDE LOPER

Hans Jordens

Een loper met een lengte L en een dikte D ($D \ll L$) is keurig opgerold. Iemand geeft de loper een klein zetje waarna deze zich verder uitrolt. Veronderstel dat er tijdens het uitrollen geen energieverliezen optreden. Bereken de tijd die voor het uitrollen nodig is. Geef een numerieke waarde voor deze tijd voor het geval dat $L = 25$ m en $D = 0.5$ cm. Becommentarieer het realiteitsgehalte van het gebruikte model.

(Advertentie)

Aan het front van de natuurkunde



De komende vier jaar onderzoek doen? Aan een onderwerp waar ook in de fysica dat je leuk lijkt? Zuiver wetenschappelijk of gericht op een technologisch probleem? In een Nederlandse topgroep? Of zelfs voor een tijdje in een buitenlands laboratorium? En een paar keer naar een congres in het buitenland?

Het kan allemaal, als onderzoeker in opleiding (oio) bij FOM.

Oio-plaatsen bij FOM zijn meestal gekoppeld aan onderzoekprojecten waarvoor universitaire hoogleraren bij FOM geld hebben weten te krijgen. Die hoogleraar gaat op zoek naar kandidaten voor zijn oio-plaats of plaatsen. Het is dan handig dat hij weet dat jij belangstelling hebt voor zijn project. Zorg dus dat je contacten hebt met die hoogleraren in je eigen instelling of ergens anders, die dát onderzoek doen dat jou interesseert.

Kijk voor meer informatie over ons werkterrein, vacatures en arbeidsvoorwaarden op onze website (<http://www.fom.nl>) of bel met onze personeelsdienst, telefoon (030) 600 12 62.



STICHTING FOM, POSTBUS 3021, 3502 GA UTRECHT

OPGAVE 4: MISTDRUPPELTJES

Jo Hermans

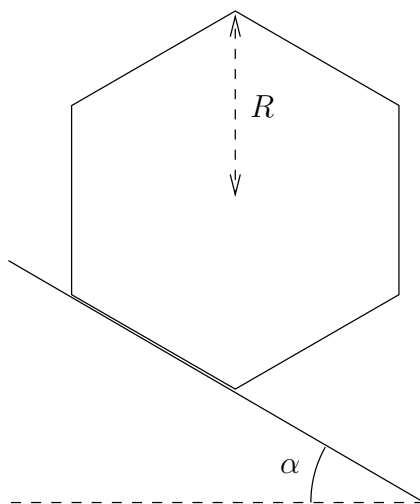
Het is grappig dat mist blijft hangen: mistdruppeltjes vallen dus ófwel niet (net zoals de lucht), ófwel buitengewoon langzaam. Dit in tegenstelling tot regendruppels. We willen nagaan hoe dat komt.

- (a) Volgens de barometrische hoogteverdeling (die in wezen een Boltzmann-verdeling is) zullen clusters van H_2O -molekulen door de thermische beweging in de lucht blijven, mits ze licht genoeg zijn. Ga na uit hoeveel moleculen dergelijke clusters mogen bestaan om een karakteristieke dikte van de mistlaag te hebben van 8 meter (de karakteristieke dikte van de *echte* dampkring is, zoals bekend, ca. 8 km).
- (b) Bereken de diameter van die druppeltjes, gebruikmakend van de bekende gegevens van H_2O , en aannemend dat ze bolvormig zijn.
- (c) Ga nu na of de gebruikelijke mist inderdaad uit dergelijke kleine druppeltjes bestaat, en dit mechanisme dus de verklaring is van het zweven; bedenk daarbij dat mist *wit* is.
- (d) Zo niet, welke alternatieve verklaringen kunt u dan bedenken?

Gegeven: de massa van een stikstofmolekuul is $28 \times 1.7 \times 10^{-27}$ kg; het getal van Avogadro is $N_A = 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

OPGAVE 5: EEN ROLLENDE n -HOEK*Jaap Eldering, Jan Kuipers & Gerben Stavenga*

We beschouwen in 2 dimensies een regelmatige n -hoek. De totale massa hiervan is m en deze is homogeen verdeeld. De lengte van het middelpunt tot een hoekpunt noemen we R .



Figuur 1: Een n -hoek op een helling voor $n = 6$.

- (a) Wat is het traagheidsmoment I van deze n -hoek (om het massamiddelpunt)?
- (b) We zetten de n -hoek op een helling met een constante hoek α . Stel dat we de n -hoek een zet geven, zodat hij begint met rollen. De n -hoek rolt slipvrij en de botsing van een zijde op de helling vindt volledig inelastisch plaats. We geven de n -hoek vanaf het moment dat hij met een zijde op de helling ligt, een hoeksnelheid ω om het laagste hoekpunt wat tegen de helling aan ligt. Wat is dan de afstand die de n -hoek af zal leggen voordat hij stilstaat (als functie van α)?
- (c) Als we van de helling een willekeurige baan mogen maken met een maximaal hoogteverschil h , wat is dan de vorm van de helling waarvoor de n -hoek de grootste afstand aflegt en wat is deze afstand?

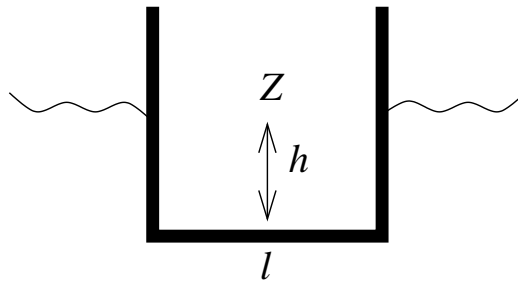


**Een Master's bij Natuur- en Sterrenkunde in Utrecht?
Kijk op www.phys.uu.nl/masters,
ook voor het aanbod aan
Zomerscholen in Augustus 2006 !!**

Astrophysics
Chemistry and Physics
Experimental Physics
Meteorology, Oceanography and Climate
Theoretical Physics
History and Philosophy of Science

OPGAVE 6: SCHIP OK?*Kareljan Schoutens*

Een futuristisch cruise schip heeft als dwarsdoorsnede de vorm van een ‘open’ vierkant, zie figuur. De zijde van het vierkant is l , de lengte van het schip L , met $L \gg l$. De massa is M_S en het massazwaartepunt Z bevindt zich op hoogte $h = l/2$ boven het midden van de bodem. Het water heeft dichtheid ρ ; we veronderstellen dat $M_S < \rho Ll^2$.



Vraag is nu of de ontwerpers van het schip voldoende hebben nagedacht over de stabiliteit t.o.v. kapseizen (d.w.z. voor rotatie rond de lange as van het schip).

- (a) Ga na voor welke waarden van de massa M_S , in het bereik $0 < M_S < \rho Ll^2$, het schip stabiel is en dus niet kapseist.
- (b) Stel nu dat het schip leeg een massa heeft van $\frac{1}{10}(\rho Ll^2)$. Door het toevoegen van lading wordt de massa verhoogd tot $\frac{9}{10}(\rho Ll^2)$, waarbij de positie van het zwaartepunt t.o.v. het schip niet verandert. Loopt er tijdens dit proces water over de rand?

OPGAVE 7: TANK OF WIEL OP IJS

Rinke Wijngaarden

- (a) Een cilindrisch massaloos vat met diameter D staat op het (wrijvingsloze) ijs. Het vat is gevuld met een niet-samendrukbare vloeistof met dichtheid ρ . Aan de onderkant van het vat stroomt deze vloeistof eruit via een horizontale buis met diameter d (NB. $d \ll D$).

Bereken de versnelling a die de tank krijgt door het uitstromende water.

- (b) Een dienaar is op weg met een massief houten wiel naar de kapotte koets van de koning. Hij steekt af via een bevroren meer. Om zo snel mogelijk op te schieten laat hij het wiel rollen door er horizontaal met een stok tegenaan te slaan (op de manier waarop je een hoepel laat voortrollen). Op welke hoogte moet hij het wiel met de stok raken opdat het wiel gegarandeerd zonder slippen over het gladde ijs rolt?

Veronderstel dat het wiel een uniforme schijf is met alleen een centrisch gat voor de as, ter grootte van $\frac{1}{10}$ van de diameter van het wiel.

(Advertentie)

Hart voor alumni, studenten en medewerkers

Utrechts Universiteitsfonds

Het Utrechts Universiteitsfonds – opgericht 1886 – is met ruim 7.500 begunstigers de oudste en grootste begunstigersorganisatie van alumni, (oud)medewerkers en studenten in Utrecht. Dankzij hun bijdragen kan het Utrechts Universiteitsfonds al meer dan honderd jaar onder andere wetenschappelijke, culturele en sportieve activiteiten van Utrechtse studentenverenigingen ondersteunen.

Wordt ook begunstiger!

Neem contact met ons op via internet, email of telefoon. Of kom lang op ons bureau.



Universiteit Utrecht

Utrecht University Foundation

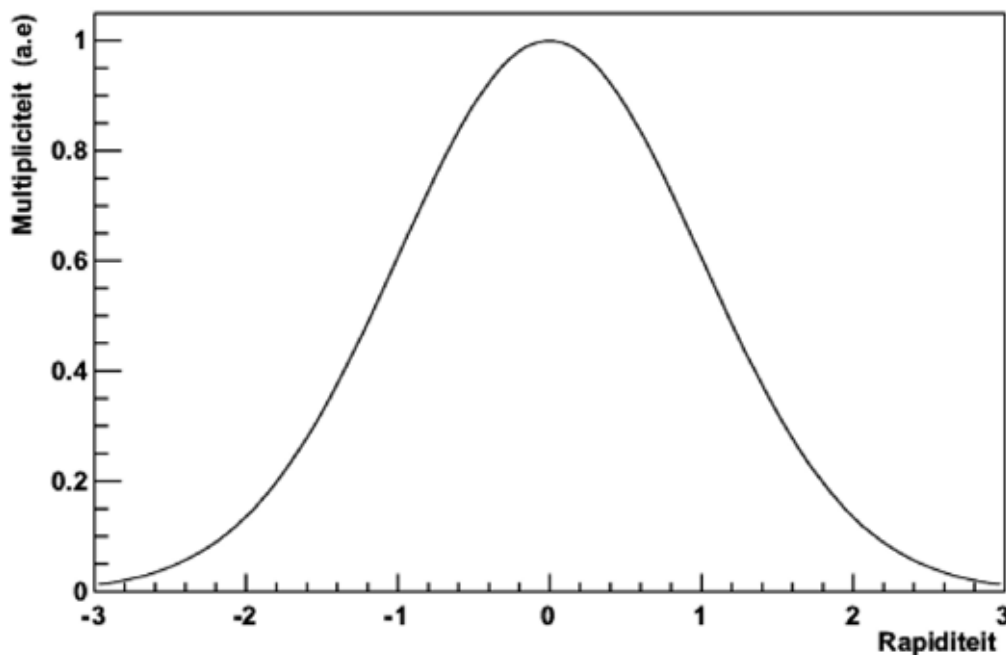
Heidelberglaan 8, Utrecht
Postbus 80125, 3508 TC Utrecht
Telefoon: (030) 253 8025
E-mail: ufonds@ufonds.uu.nl
Website: www.ufonds.uu.nl

OPGAVE 8: DEELTJES SCHIETEN*Nick van Eijndhoven*

(Let op: Op de volgende pagina staan enkele belangrijke formules!)

Beschouw de CERN-SPS versneller faciliteit waar een bundel van ^{32}S kernen met een impuls van 200 GeV/c per nucleon op een trefplaatje van ^{32}S valt. Het trefplaatje bevindt zich in rust in het lab systeem.

In de figuur hieronder is de rapiditeit verdeling voor pionen in het nucleon-nucleon CMS weergegeven.



- (a) Laat zien hoe de rapiditeit (y) transformeert onder een Lorentz transformatie met $\hat{\beta}$ in de bundel richting.
- (b) Teken bovenstaande rapiditeit verdeling zoals deze wordt waargenomen in het lab systeem en geef de y -waarde van de piek positie in het lab systeem (je mag gebruiken dat de nucleonmassa $m_p \approx m_n \approx 1\text{GeV}/c^2$).
- (c) Bereken de totale energie van een nucleon-nucleon botsing in het CMS systeem bij dit experiment.
- (d) Laat zien dat de massa m van een relativistisch deeltje kan worden bepaald door meting van de impuls (p), de vluchttijd (t) en de afgelegde afstand (S) van het interactie punt tot aan de locatie van detectie. (i.e. geef de uitdrukking voor m in termen van p , t en S).
- (e) Bepaal de massa m als gegeven is : $S = 10\text{m}$, $p = 2\text{GeV}/c$ en $t = 33.42\text{ns}$.

Bij de toekomstige LHC collider zullen $Pb + Pb$ botsingen plaatsvinden bij een energie van $\sqrt{s} = 5.8\text{ TeV}$ per nucleon-nucleon botsing. Deze botsingen zullen worden bestudeerd met de ALICE detector en teneinde deze detector te ontwerpen is het noodzakelijk de deeltjesdichtheid voor de verschillende detector onderdelen te bepalen.

Ga uit van een vlakke deeltjes dichtheid verdeling $\frac{dN}{d\eta} = 8000$, waarbij η de pseudo-rapiditeit in het CMS is. Verwaarloos ook de invloed van secundaire interacties.

- (f) Laat zien dat : $\eta = -\ln[\tan(\frac{1}{2}\theta)]$ waarbij θ de hoek met de bundel-as is.
- (g) Geef een formule voor het aantal deeltjes per oppervlakte als functie van θ voor het oppervlak van een cylinder met straal R , waarvan de as samenvalt met de bundel-as. Wat is het aantal deeltjes per cm^2 voor $\eta = 0$ en $R = 100 \text{ cm}$?

ENKELE BELANGRIJKE FORMULES

Rapiditeit : $y \equiv \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{\parallel}}{E - p_{\parallel}} \right)$ met $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ en $p_{\parallel} = p \cos(\theta)$

Pseudo-rapiditeit : $\eta \equiv \lim_{p \gg m} y$

Transversale massa : $m_{\perp} \equiv \sqrt{p_{\perp}^2 + m^2}$ met $p_{\perp} = p \sin(\theta)$

$p_{\parallel} = m_{\perp} \sinh(y)$ en $E = m_{\perp} \cosh(y)$ Let op : $E_T = E \sin(\theta)$

Mandelstam variabele (p_1 en p_2 zijn de 4-momenta van de inkomende deeltjes) : $s = -(p_1 + p_2)^2$

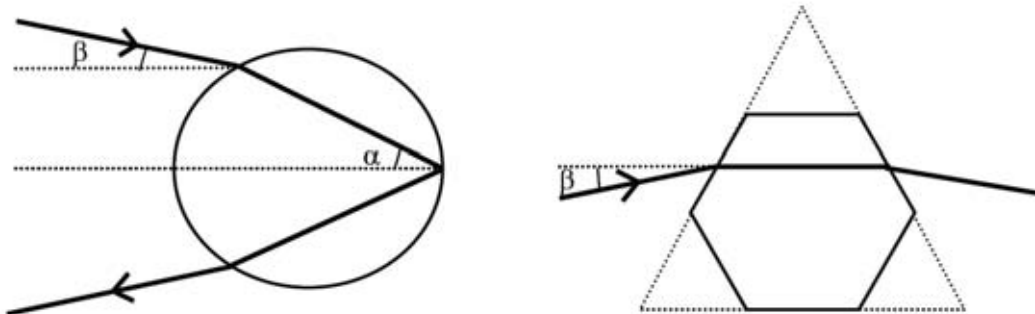
Lorentz transformaties : $x^{\mu} = (x^0, \vec{x})$ $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$ en $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

$$(x^0)' = \gamma(x^0 - \vec{\beta} \cdot \vec{x})$$

$$(\vec{x})' = \vec{x} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta^2} (\vec{\beta} \cdot \vec{x}) \cdot \vec{\beta} - \gamma x^0 \vec{\beta}$$

OPGAVE 9: REGENBOGEN EN IJSRINGEN

Martin van Exter



Regenbogen ontstaan door breking van zonlicht in regendruppels. Ze zijn zichtbaar als je met je rug naar de zon staat en zijn gecentreerd rond een punt recht tegenover de zon. De linker figuur toont een typische stralengang van licht in een regendruppel in een spiegelsymmetrisch plaatje (met gestippelde hulplijnen). Hoewel de precieze stralengang natuurlijk afhangt van het punt waar de druppel wordt geraakt, blijkt bij berekening dat de afbuighoek 2β eerst toeneemt en dan weer afneemt als we vanaf loodrechte inval naar scherpende inval gaan. De concentratie van stralen rond de maximale afbuighoek zorgt voor de verhoogde lichtintensiteit en de golflengte-afhankelijkheid van dit maximum zorgt voor de kleurscheiding binnen de regenboog.

- Bereken de maximale afbuighoek 2β als functie van de brekingsindex n van de druppel.
- Bereken met behulp de onderstaande tabel welk hoektraject wordt opgespannen door de regenboog tussen de kleuren blauw (golflengte $\lambda = 400$ nm) en rood (golflengte $\lambda = 700$ nm).

Behalve regenbogen, bestaan er ook een soort “ijsbogen” die ontstaan door breking van zonlicht aan zeshoekige ijskristallen in de lucht [1]. Een ijsboog of ijsring is juist zichtbaar als je in de richting de zon kijkt. Ook in dit geval ontstaat de ijsring doordat afgebogen zonlicht zich concentreert rond een extreme afbuighoek. In dit geval is er sprake van een minimum in de afbuighoek 2β als functie van de oriëntatie van de zeshoekige ijskristallen. De rechterfiguur toont deze extreme stralengang, die optreedt voor de geschetste symmetrische oriëntatie van het ijskristal.

- Bereken de openingshoek van de ijsboog, d.w.z. de extreme afbuighoek 2β , als functie van de brekingsindex van het ijskristal.
- Ijsbogen zijn vaak vrijwel wit van kleur en vertonen zelden de kleurscheiding die regenbogen zo mooi maakt. Verklaar dit met behulp van onderstaande tabel en ondersteun je verklaring met een berekening.
- Welke andere redenen zouden er kunnen zijn voor het kleurverschil tussen een typische regenboog en een ijsring.

| Golflengte λ (nm) | Brekingsindex water $n(\lambda)$ [2] | Brekingsindex ijs $n(\lambda)$ [3] |
|---------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| 400 | 1.3442 | 1.3194 |
| 500 | 1.3374 | 1.3130 |
| 600 | 1.3336 | 1.3094 |
| 700 | 1.3311 | 1.3049 |

- [1] R.Greenler, *Rainbows, halos, and glories* (Cambridge Univ. Press, 1980)
- [2] P.D.T. Huiberts, *Models for the wavelength dependence of the index of refraction of water*, Applied Optics 36 (1997), p. 3785-3787.
- [3] S.G. Warren, *Optical constants of ice from the ultraviolet to the microwave*, Applied Optics 23 (1984), p. 1206-1225.

(Advertentie)



De Nederlandse Natuurkundige Vereniging komt op voor de positie van de natuurkunde en behartigt de belangen van natuurkundigen en natuurkundestudenten. De NNV steunt activiteiten van studenten, zoals buitenlandse reizen en symposia, maar ook PION. In deze tijd waarin bijvoorbeeld het natuurkundeonderwijs op de middelbare school onder druk staat, is een sterke vereniging van natuurkundigen geen overbodige luxe. Wordt daarom lid!!!

Meld je aan via het webformulier op www.nnv.nl.

Studenten betalen slechts 10 euro per jaar en als je tweedejaars student bent, is het lidmaatschap zelfs 1 jaar gratis. Als lid van de NNV ontvang je elke maand het Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde (NTvN). Daarnaast krijg je bijvoorbeeld korting op de deelnemersbijdrage voor FYSICA, het jaarlijkse symposium van de NNV, waarbij nieuwe ontwikkelingen binnen de natuurkunde op een, ook voor studenten, begrijpelijke manier gepresenteerd worden. Door lid te worden van de NNV blijf je dus goed op de hoogte van wat er zich in de wereld van de natuurkunde afspeelt.

Kijk voor meer informatie op: www.nnv.nl
www.ntvn.nl

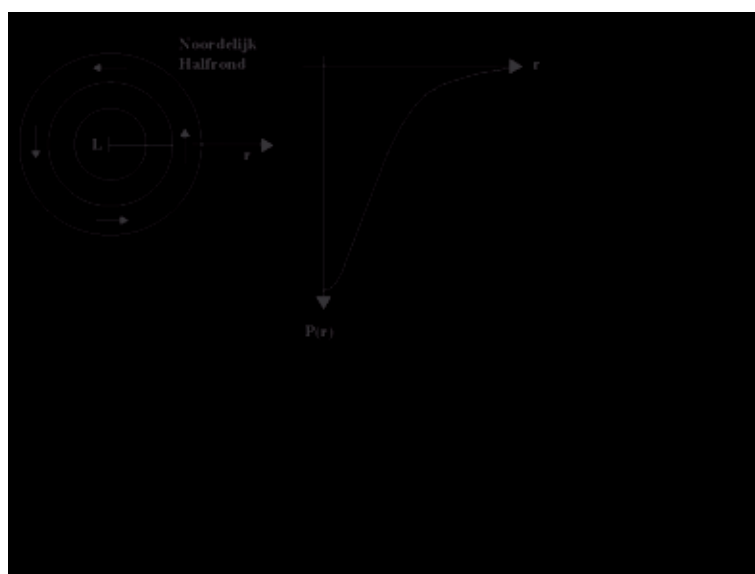
OPGAVE 10: TROPISCHE CYCLOON

Carleen Tijn-Reijmer

De kapitein van een vrachtschip in de Caribische Zee krijgt bericht dat een tropische cycloon koers zet naar het gebied waarin hij vaart. De drukverdeling aan de grond luidt:

$$p(r) = p_0 - p_1 \exp \left\{ - \left(\frac{r}{L} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

met r positief gedefinieerd vanuit het centrum van de cycloon:



De parameters p_0 , p_1 , L en de verplaatsing van de cycloon zullen later worden doorgegeven. De kapitein, die wil weten of hij de cycloon moet vermijden, schrijft alvast een uitdrukking op voor de maximale geostrofische windsnelheid die hij kan verwachten.

- (a) Op welke uitdrukking komt hij uit?

De parameters van de cycloon worden doorgegeven en hij vult ze in zijn formule in. Hoewel de cycloon recht op hem af komt, besluit hij dat het geen kwaad kan. Maar later komt de twijfel: moet je bij een cycloon niet ook met de centrifugale kracht rekening houden? Hij weet het niet meer en besluit bij de geostrofische wind te blijven.

- (b) Loopt het schip gevaar? Geef een gedegen motivatie van het antwoord.

INFORMATIE:

De *geostrofe wind balans* in de atmosfeer is de balans tussen de drukgradient kracht en de coriolis kracht, de schijnkracht ten gevolge van de rotatie van de aarde. In natuurlijke coördinaten wordt deze balans gegeven door:

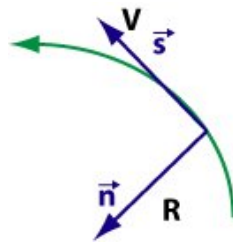
$$fV + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

met f de *coriolis parameter* ($f = 2\Omega \sin\theta$, Ω de hoeksnelheid van de aarde, ϕ = breedtegraad, positief op het noordelijk halfrond en negatief op het zuidelijk halfrond), V de windsnelheid langs een isobaar (lijnen van gelijke druk), ρ de luchtdichtheid en p de luchtdruk.

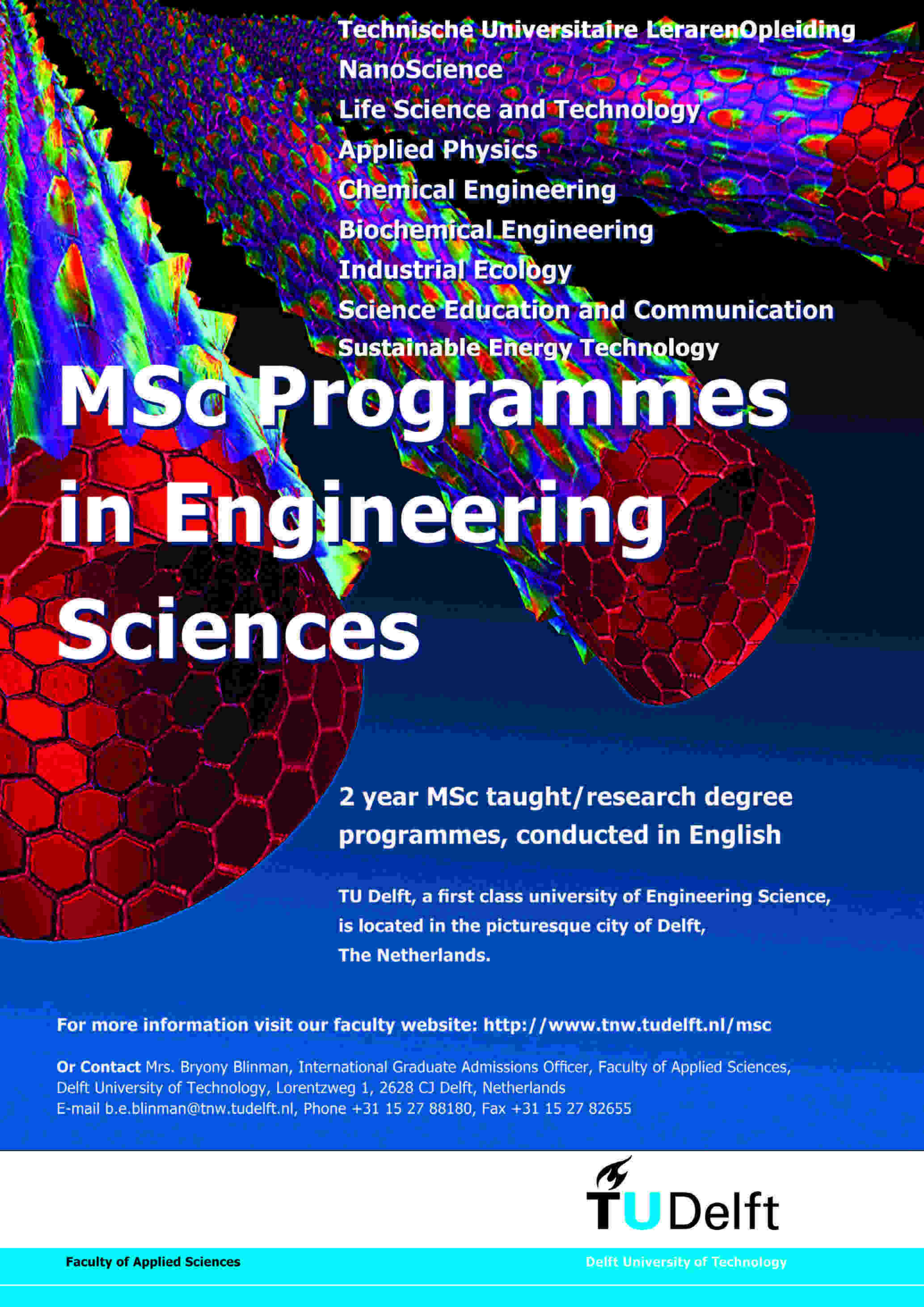
De *gradient wind balans* in de atmosfeer is de balans tussen de drukgradient kracht, de coriolis kracht en de centrifugaal kracht. In natuurlijke coördinaten wordt deze balans gegeven door:

$$fV + \frac{V^2}{R} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (3)$$

waarin R de straal van de kromming van de baan is.



Natuurlijke coördinaten: In dit frame beweegt het coördinaten stelsel mee met de beweging. s is de coördinaat parallel aan de beweging positief in de richting van de beweging, n is de coördinaat loodrecht op de beweging, positief naar links. V is de absolute snelheid langs de baan en R is de straal van de kromming van de baan positief in de positive n -richting.



Technische Universitaire LerarenOpleiding
NanoScience
Life Science and Technology
Applied Physics
Chemical Engineering
Biochemical Engineering
Industrial Ecology
Science Education and Communication
Sustainable Energy Technology

MSc Programmes in Engineering Sciences

**2 year MSc taught/research degree
programmes, conducted in English**

**TU Delft, a first class university of Engineering Science,
is located in the picturesque city of Delft,
The Netherlands.**

For more information visit our faculty website: <http://www.tnw.tudelft.nl/msc>

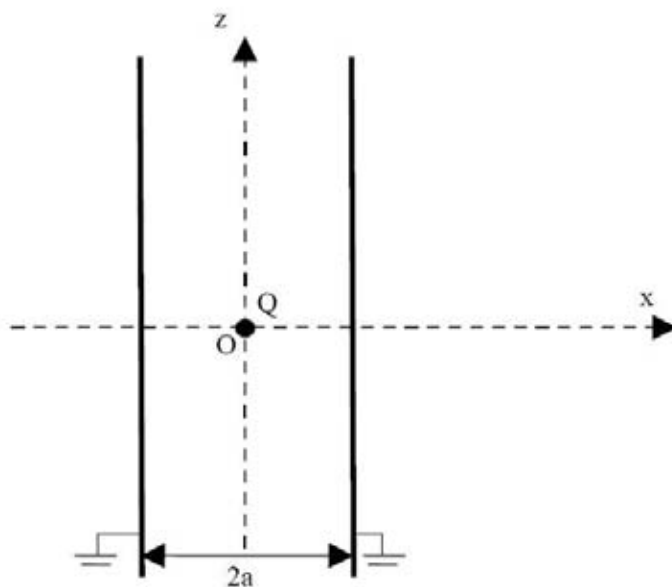
Or Contact Mrs. Bryony Blinman, International Graduate Admissions Officer, Faculty of Applied Sciences,
Delft University of Technology, Lorentzweg 1, 2628 CJ Delft, Netherlands
E-mail b.e.blinman@tnw.tudelft.nl, Phone +31 15 27 88180, Fax +31 15 27 82655



OPGAVE 11: PUNTLADING TUSSEN PLATEN*Pedro Zeijlmans van Emmichoven*

Een positieve puntlading Q bevindt zich precies tussen 2 parallelle, oneindig grote, goed geleidende, geaarde platen. De afstand tussen de platen is $2a$. Een dwarsdoorsnede van de situatie is weergegeven in de figuur. De oorsprong O wordt gekozen ter plaatse van de puntlading Q , de x - en z -assen zoals weergegeven in de figuur. De y -as staat loodrecht op het vlak van tekening (de tekening in gericht) en gaat uiteraard door O .

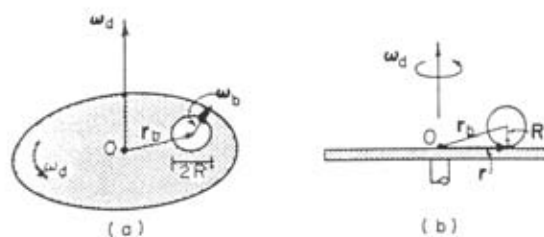
- (a) In de getekende situatie is de kracht op de puntlading Q gelijk aan 0. Bevindt Q zich in een stabiel of in een labiel evenwicht?
- (b) Met behulp van welke puntladingen (grootte, teken en waar geplaatst) kan het elektrische veld overal tussen de platen worden berekend? Bedenk dat beide platen op aardpotentiaal staan.
- (c) Bereken in eerste orde (in $\frac{b}{a}$) de kracht op de puntlading Q wanneer deze over een afstand b (met $b < a$) langs de x -as in de positieve x -richting wordt verschoven.



OPGAVE 12: BAL OP DRAAITAFEL

Niels Boon

In het midden van de jaren 50 (terwijl hij nog in de knoop lag met zijn verenigde velden theorie) werd Albert Einstein gevraagd naar de beweging van een bal op een draaiende schijf. Hij antwoordde dat het effect niet groot zou zijn en dat 'the analysis of such a secondary influency would be complicated an seems... not interesting to spend time on it.' Toch zijn er veel natuurkundigen geweest die vonden dat de vraag wel aandacht verdiende. Weltner, die bij wijze van college demonstratie, allerlei ballen op draaitafels plaatste, ontdekte dat deze stabiele circulaire banen beschreven. In deze vraag gaan we de observaties van Weltner nader onderzoeken en trekken we uiteindelijk de analogie naar geladen deeltjes in een magnetisch veld. Het ziet er naar uit, in contrast tot wat Einstein beweerde, dat het effect toch wel interessant genoeg is om tijd aan te besteden. Oordeel zelf.



Figuur 1: (a) Bal met straal R rolt vrij op een draaitafel die roteert met ω_d . (b) Zijaanzicht. ω_b is de hoeksnelheid van de bal.

We nemen de radius van de bal R , de massa m en het traagheidsmoment $I = mk^2 R^2$. Zoals te zien is in Fig. 1, is de onderkant van de bal gepositioneerd op \vec{r} relatief tot O , de oorsprong van het inertiaal referentie systeem welke samenvalt met het midden van de draaiende schijf die ronddraait met een constante hoeksnelheid ω_d . \vec{R} is de vector die van het midden van de bal naar beneden wijst en lengte R heeft. Verder draait de bal rond zijn middelpunt met een hoeksnelheid ω_b en nemen we aan dat de bal zonder slippen over de schijf rolt. Dit betekent dat er een wrijvingskracht aangrijpt op de onderkant van de bal die zorgt dat er niet geslipt wordt. De andere krachten die op de bal werken zijn het gewicht van de bal op de tafel en daarbij behorende normaalkracht. Aangezien de bal in het horizontale vlak beweegt zijn deze twee gelijk aan elkaar.

- Wat is de relatie tussen de (wrijvings-)kracht die onder op de bal werkt, \vec{F} , en $\vec{\omega}_b$
- Vind een vergelijking die het niet slippen van de bal beschrijft en differentieër deze om tot een uitdrukking voor \vec{r} te komen
- Leidt hieruit af dat $\vec{F} = \eta(\vec{\omega}_d \times \vec{r})$ en vind $\eta(m, k)$. Gebruik $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{B}(\vec{C} \cdot \vec{A}) - \vec{A}(\vec{C} \cdot \vec{B})$
- Als je in de vorige vraag de constante η niet hebt kunnen bepalen neem dan $\eta = k^2/(1+k)^2$. Waarom is de baan van de bal cirkelvormig? Vind de straal ρ van deze cirkelbaan en de baansnelheid $\omega_c = v/\rho$
- Er is een analogie te vinden met geladen deeltjes die in een constant magnetisch veld bewegen en als gevolg van een Lorentzkracht cirkelbanen gaan beschrijven. Neem ζ een positieve constante. Als we $\vec{\omega}_d$ identificeren met $\zeta \vec{B}$, moeten we de bal dan identificeren met een positief of negatief geladen deeltje? Waarom? Wat zullen we moeten kiezen voor de lading om dezelfde beweging te krijgen?
- In de volgende drie vragen onderzoeken we wat er gebeurt als we de draaitafel heel langzaam versnellen, dus $0 < \dot{\omega}_d \ll (\omega_d)^2$. Wat wordt de uitdrukking voor \vec{r} ?

- (g) Merk op dat er nu een kracht in de bewegingsrichting van de bal werkt, laat zien dat voor de snelheid van de bal geldt:

$$\frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt} = \vec{r} \cdot (\vec{\omega}_c \times \vec{r}) \quad (1)$$

- (h) Laat zien dat gemiddeld over een hele cirkel geldt $\frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt} = \rho v \omega_c$. Zal de straal van de cirkelbaan toenemen, gelijk blijven of afnemen bij een toenemende draaisnelheid van de draaitafel?
- (i) Wat gebeurt er als een bal zo op de draaitafel gelegd wordt dat zonder slippen geldt $\vec{r}(t_0) = r_0$ en $\vec{\dot{r}}(t_0) = 0$ op moment t_0 van loslaten.
- (j) We hebben nu dezelfde situatie als in de vorige vraag, echter nu kantelen we de draaitafel een aantal graden. Welk effect dat we ook kennen uit de wereld van de geladen deeltjes treedt nu op? Waarmee kunnen we het kantelen van de draaitafel dus identificeren?

Naar het artikel van Joseph A. Burns, Am. J. Phys. 49(1), Jan 1981

ORGANISATIE PION 2006.....



....GELOOFT NIET IN QUANTUMGRAVITATIE.





You'll help her share the latest news

Touch lives every day • Bij Philips zijn we ervan overtuigd dat technologie zowel geavanceerd als eenvoudig kan zijn. Technologie die zinvol is en gemakkelijk te ervaren. Zoals de imposante en energiezuinige verlichting van voetbalstadions of de mobiele telefoons voor uitwisseling van de laatste nieuwtjes. Philips biedt ook jou alle kansen om je gedachten en ideeën in te zetten voor het verbeteren van het leven van mensen overal ter wereld.

Kijk daarom voor informatie over stages en banen op onze website.

www.philips.nl/werken

PHILIPS
sense **and** simplicity