Hàm Heuristic: Trong việc xây dựng các thuật giải Heuristic, người ta thường dùng các hàm Heuristic. Đó là các hàm đánh giá thô, giá trị của hàm phụ thuộc vào trạng thái hiện tại của bài toán tại mỗi bước giải. Nhờ giá trị này, ta có thể chọn được cách hành động tương đối hợp lý trong từng bước của thuật giải.

Bài toán hành trình ngắn nhất – ứng dụng nguyên lý Greedy

Bài toán: Hãy tìm một hành trình cho một người giao hàng đi qua n điểm khác nhau, mỗi điểm đi qua một lần và trở về điểm xuất phát sao cho tổng chiều dài đoạn đường cần đi là ngắn nhất. Giả sử rằng có con đường nối trực tiếp từ giữa hai điểm bất kỳ.

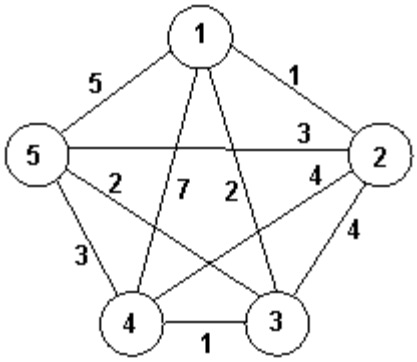
Tất nhiên ta có thể giải bài toán này bằng cách liệt kê tất cả con đường có thể đi, tính chiều dài của mỗi con đường đó rồi tìm con đường có chiều dài ngắn nhất. Tuy nhiên, cách giải này lại có độ phức tạp 0(n!) (một hành trình là một *hoán vị* của n điểm, do đó, tổng số hành trình là số lượng hoán vị của một tập n phần tử là n!). Do đó, khi số đại lý tăng thì số con đường phải xét sẽ tăng lên rất nhanh.

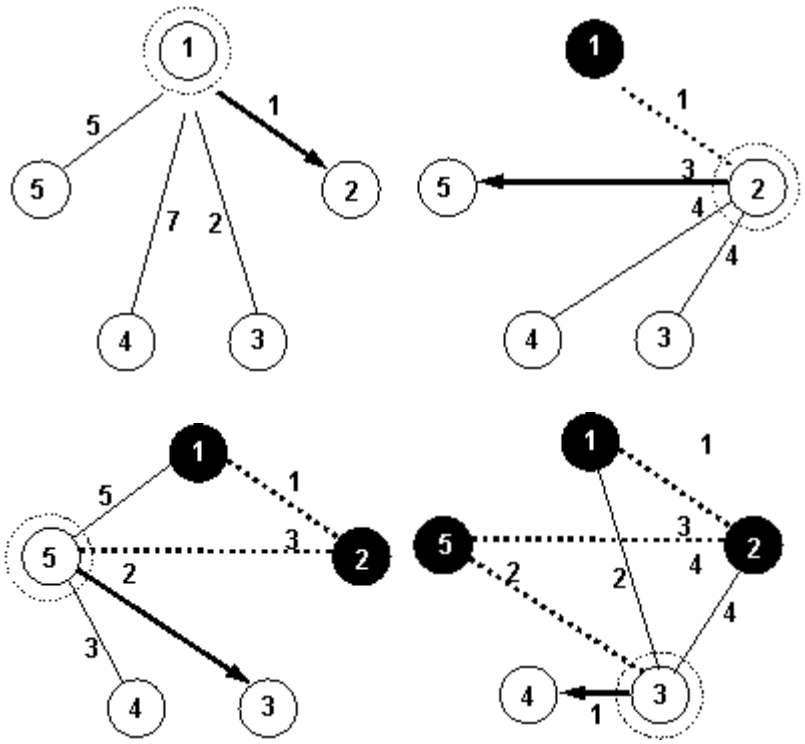
Một cách giải đơn giản hơn nhiều và thường cho kết quả tương đối tốt là dùng một thuật giải Heuristic ứng dụng nguyên lý Greedy. Tư tưởng của thuật giải như sau:

- Từ điểm khởi đầu, ta liệt kê tất cả quãng đường từ điểm xuất phát cho đến n đại lý rồi chọn đi theo con đường ngắn nhất.

- Khi đã đi đến một đại lý, chọn đi đến đại lý kế tiếp cũng theo nguyên tắc trên. Nghĩa là liệt kê tất cả con đường từ đại lý ta đang đứng đến những đại lý chưa đi đến. Chọn con đường ngắn nhất. Lặp lại quá trình này cho đến lúc không còn đại lý nào để đi.

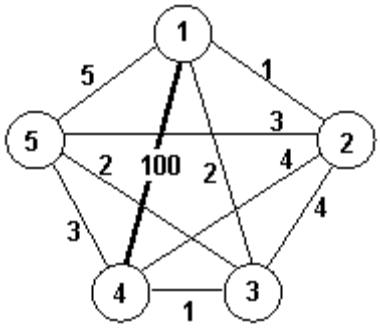
Bạn có thể quan sát hình sau để thấy được quá trình chọn lựa. Theo nguyên lý Greedy, ta lấy tiêu chuẩn hành trình ngắn nhất của bài toán làm tiêu chuẩn cho chọn lựa cục bộ. *Ta hy vọng rằng, khi đi trên n đoạn đường ngắn nhất thì cuối cùng ta sẽ có một hành trình ngắn nhất.* Điều này không phải lúc nào cũng đúng. Với điều kiện trong hình tiếp theo thì thuật giải cho chúng ta một hành trình có chiều dài là 14 trong khi hành trình tối ưu là 13. Kết quả của thuật giải Heuristic trong trường hợp này chỉ lệch 1 đơn vị so với kết quả tối ưu. Trong khi đó, độ phức tạp của thuật giải Heuristic này chỉ là $0(n^2)$.





Hình : Giải bài toán sử dụng nguyên lý Greedy

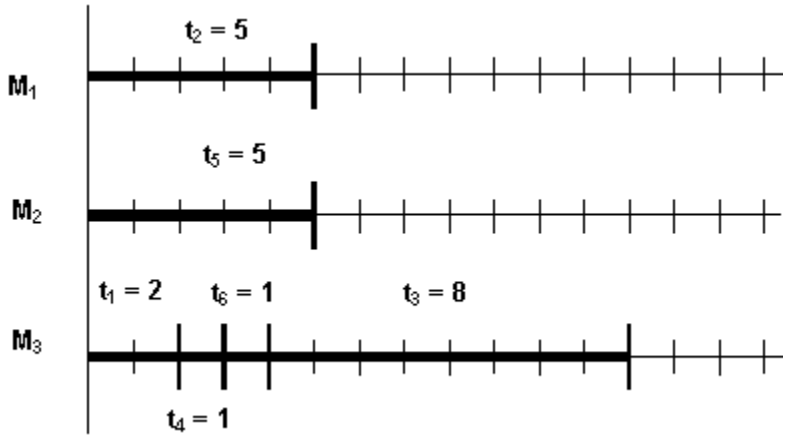
Tất nhiên, thuật giải theo kiểu Heuristic đôi lúc lại đưa ra kết quả không tốt, thậm chí rất tệ như trường hợp ở hình sau.



Bài toán phân việc – ứng dụng của nguyên lý thứ tự

Một công ty nhận được hợp đồng gia công m chi tiết máy J_1, J_2, … Jm. Công ty có n máy gia công lần lượt là P_1, P_2, … Pn. Mọi chi tiết đều có thể được gia công trên bất kỳ máy nào. Một khi đã gia công một chi tiết trên một máy, công việ sẽ tiếp tục cho đến lúc hoàn thành, không thể bị cắt ngang. Để gia công một việc J_1 trên một máy bất kỳ ta cần dùng một thời gian tương ứng là t_1. Nhiệm vụ của công ty là phải làm sao gia công xong toàn bộ n chi tiết trong thời gian sớm nhất.

Chúng ta xét bài toán trong trường hợp có 3 máy P_1, P_2, P_3 và 6 công việc với thời gian là t_1=2, t_2=5, t_3=8, t_4=1, t_5=5, t_6=1. ta có một phương án phân công (L) như hình sau:



Theo hình này, tại thời điểm t=0, ta tiến hành gia công chi tiết J_2 trên máy P_1, J_5 trên P_2 và J_1 tại P_3. Tại thời điểm t=2, công việc J_1 được hoàn thành, trên máy P_3 ta gia công tiếp chi tiết J_4. Trong lúc đó, hai máy P_1 và P2 vẫn đang thực hiện công việc đầu tiên mình … Sơ đồ phân việc theo hình ở trên được gọi là lược đồ GANTT. Theo lược đồ này, ta thấy thời gian để hoàn thành toàn bộ 6 công việc là 12. Nhận xét một cách cảm tính ta thấy rằng phương án (L) vừa thực hiện là một phương án không tốt. Các máy P_1 và P_2 có quá nhiều thời gian rãnh.

Thuật toán tìm phương án tối ưu L_0 cho bài toán này theo kiểu vét cạn có độ phức tạp cỡ O(mn) (với m là số máy và n là số công việc). Bây giờ ta xét đến một thuật giải Heuristic rất đơn giản (độ phức tạp O(n)) để giải bài toán này.

- Sắp xếp các công việc theo thứ tự giảm dần về thời gian gia công.
- Lần lượt sắp xếp các việc theo thứ tự đó vào máy còn dư nhiều thời gian nhất.

Với tư tưởng như vậy, ta sẽ có một phương án L* như sau: