

ARC 113 A -  $A \times B \times C$ 

hiragn

2024 年 12 月 18 日

## 1. 問題の概要

正の整数  $K$  が与えられる。正の整数の組  $(A, B, C)$  であって  $ABC \leq K$  をみたすものの個数を求めよ。

[https://atcoder.jp/contests/arc113/tasks/arc113\\_a](https://atcoder.jp/contests/arc113/tasks/arc113_a)

## 2. 解法

$A, B$  を固定すると  $C$  の個数は  $\lfloor \frac{K}{AB} \rfloor$  個。

$AB \leq K$  をみたす  $(A, B)$  の個数は調和級数を使うと上から評価できる。

$$\sum_{A=1}^K \left\lfloor \frac{K}{A} \right\rfloor \leq \sum_{A=1}^K \frac{K}{A} < K \sum_{A=1}^{\infty} \frac{1}{A} \approx K \log K$$

$K$  が上限の  $2 \times 10^5$  のとき右辺の値は  $2 \times 10^6$  程度であり、 $A, B$  の二重ループで解ける。

---

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 solve[k_] := Sum[Quotient[k, a*b], {a, 1, k}, {b, 1, Quotient[k, a]}];
3
4 case = {2, 10, 31415};
5 res = {4, 53, 1937281};
6 solve /@ case == res
7
8 Out[] = True

```

---

### 3. 速度比較

mathematica っぽい解答も書いてみた。

$AB = i$  をみたす  $(A, B)$  は  $i$  の約数と同じ個数だけある。これは DivisorSigma で簡単に求められる。仮にこれを  $d(i)$  とおくと答えは次のようになる。

$$\sum_{A,B} \left\lfloor \frac{K}{AB} \right\rfloor = \sum_{i=1}^K \left\lfloor \frac{K}{i} \right\rfloor d(i)$$

---

```
1 solve2[k_] := Sum[DivisorSigma[0, i]*Quotient[k, i], {i, 1, k}];
```

---

最初にした解答の関数を solve1 としてこれらの速度比較をした。

---

```
1 In[] := Clear["Global`*"];
2 solve1[k_] := Sum[Quotient[k, a*b], {a, 1, k}, {b, 1, Quotient[k, a]}];
3 solve2[k_] := Sum[DivisorSigma[0, i]*Quotient[k, i], {i, 1, k}];
4
5 case = {2, 10, 31415};
6 res = {4, 53, 1937281};
7
8 t1 = First@RepeatedTiming[solve1 /@ case == res;];
9 t2 = First@RepeatedTiming[solve2 /@ case == res;];
10 {{t1, t2}, N[Max[t1, t2]/Min[t1, t2]]}
11
12 Out[] = {{0.00691768, 0.0360844}, 5.21626}
```

---

solve1 の方が 5 倍速いという結果になった。約数の個数を求める計算は重かったようだ。