ARC 117 A - God Sequence

hiragn

2024年12月18日

1. 問題の概要

以下の条件をすべてみたす数列 $E_1, E_2, \cdots, E_{A+B}$ を「神の数列」という。

- $E_1 + E_2 + \dots + E_{A+B} = 0$
- 正の整数はちょうど A 個
- 負の整数はちょうど B 個
- どの2項も相異なる
- $-10^9 \le E_i \le 10^9$

100以下の正の整数 A, B が与えられる。長さ A+B の神の数列を 1 つ構成せよ。

https://atcoder.jp/contests/arc117/tasks/arc117_a

2. 解法

実験する。A=B=1 のとき $E_1=1,\,E_2=-1$ とすればよい。 A=B=2 のときは $E_1=1,\,E_2=2,\,E_3=-1,\,E_4=-2$ とすればよい。 これは一般化できて A=B=n のときは

$$E_i = 1, 2, \dots, n, -1, -2, \dots, -n$$

が条件をみたす。

次に A > B の場合を考える。

$$A=2, B=1$$
 のとき $E_1=1, E_2=x$ (>0), $E_3=y$ (<0) とする。

$$1 + x + y = 0$$

たとえば x=2, y=-3 とすれば条件をみたす。

A=3, B=1 のときは次のようにすればいい。

$$E_1 = 1, E_2 = 2, E_3 = 3, E_4 = -6$$

まとめるとA > Bのときは次のようにすればよい。

- 最初の A 項は 1, 2, · · · , A
- 次の B-1 項は $-1, -2, \cdots, -(B-1)$
- 最後の項は総和が 0 になるような値

同様にA < Bのときは次のようにすればよい。

- 最初の A-1 項は $1, 2, \dots, A-1$
- 次の B 項は $-1, -2, \dots, -B$
- 最後の項は総和が 0 になるような値