

ARC 112 A.  $A - B = C$ 

hiragn

2024 年 12 月 18 日

## 1. 問題の概要

$L$  以上  $R$  以下の整数  $A, B, C$  の組で  $A - B = C$  をみたすものは何通りあるか？

[https://atcoder.jp/contests/arc112/tasks/arc112\\_a](https://atcoder.jp/contests/arc112/tasks/arc112_a)

## 2. 解法

$A = y, B = x, C = k$  と置き換えて直線上の格子点を数える問題として解く。

$y = x + k$  であり  $L \leq x \leq R, L \leq y = x + k \leq R$  を整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \max\{L, L - k\} &\leq x \leq \min\{R, R - k\} \\ \therefore L &\leq x \leq R - k \end{aligned}$$

これをみたす  $x$  の個数は  $(R - k) - L + 1 = R - L + 1 - k$  個。

これが 1 個以上になる条件は  $k \leq R - L$  なので  $k$  の範囲は

$$L \leq k \leq \min\{R, R - L\} = R - L$$

$R - L < L$  つまり  $R < 2L$  のとき格子点は 0 個。

$R \geq 2L$  のときの個数は次のようになる。

$$\sum_{k=L}^{R-L} (R - L + 1 - k) = \frac{1}{2}(2L - R - 2)(2L - R - 1)$$

---

```
1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 solve[{l_, r_}] := If[r < 2 l, 0, 1/2 (-2 + 2 l - r) (-1 + 2 l - r)];
3
4 case = {{2, 6}, {0, 0}, {1000000, 1000000}, {12345, 67890},
5         {0, 1000000}};
6 res = {6, 1, 0, 933184801, 500001500001};
7 solve /@ case == res
8
9 Out[] = True
```

---