

# 約数は12個で、小さい方から7番目は12

hiragn

2024 年 12 月 11 日

「算数にチャレンジ!!」第 1319 回の問題を解いた\*1。

次の条件をみたす正の整数をすべて求めよ。

- 12 個の約数をもつ
- 約数の 1 つは 12 で、それは小さい方から 7 番目

<http://www.sansu.org/used-html/index1319.html>

mathematica で解いたあと、手計算で解く方法を考えた。

## 1. mathematica で解く

整数  $n$  の約数を小さい方から順に  $d_1, d_2, \dots, d_{12}$  とおく。

$d_7 = 12$  から  $n$  の上限がわかる。

$$n = d_6 d_7 \leq 11 \times 12 = 132$$

あとは適当に抽出条件を書くと解ける。条件をみたす整数は 4 個あった。

---

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   cond[n_] := Module[{divs = Divisors@n},
4     Length@divs == 12 && divs[[7]] == 12];
5   ans = Select[Range[11*12], cond]]
6
7 Out[] = {0.000312586, {84, 96, 108, 132}}
```

---



---

\*1 この問題文は原題を適当に書き換えたもの。

## 2. 手計算で解く

「12 個」の条件から  $n$  の形を限定できる。

$12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3$  より  $p, q, r$  を相異なる素数として  $n$  は次のいずれかの形をしている。

$$n = p^{11}, pq^5, p^2q^3, pqr^2 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$n$  が 12 の倍数であることと  $11 \times 12$  以下であることを考えると次の手順で解ける。

1.  $n = 12m$  ( $1 \leq m \leq 11$ ) を素因数分解して①の形のものを抽出する (条件 1)
2. 抽出された  $n$  の約数を求めて小さい方から 7 番目が 12 かどうか調べる (条件 2)

条件 1 をみtus数は 6 個。これらの約数を求めるのは現実的な計算量でしょう。

$m$	素因数分解	条件 1	$n = 12m$	条件 2
1	$2^2 \times 3$			
2	$2^3 \times 3$			
3	$2^2 \times 3^2$			
4	$2^4 \times 3$			
5	$2^2 \times 3 \times 5$	✓	60	
6	$2^3 \times 3^2$	✓	72	
7	$2^2 \times 3 \times 7$	✓	84	✓
8	$2^5 \times 3$	✓	96	✓
9	$2^2 \times 3^3$	✓	108	✓
10	$2^3 \times 3 \times 5$			
11	$2^2 \times 3 \times 11$	✓	132	✓