

# 上2桁と下3桁を入れ替えると5:8

hiragn

2024 年 12 月 12 日

「算数にチャレンジ!!」第 1294 回の問題<sup>\*1</sup>を解いた。

5 桁の自然数  $n = \overline{abcde}$  ( $a \sim e$  は各位の数) がある。この数に対して上 2 桁と下 3 桁を入れ替える作業を 2 回行ったところ、次のようになった。

- $\overline{abcde} : \overline{cdeab} = 5 : 8$
- $\overline{cdeab} : \overline{eabcd} = 5 : 8$

$\overline{abcde}$ ,  $\overline{cdeab}$ ,  $\overline{eabcd}$  はすべて 5 桁の数である。もとの数  $n$  を求めよ。

<http://www.sansu.org/used-html/index1294.html>

## 1. brute force 解

桁数字を入れ替えた後の数は  $n$  を  $10^2$  と 10 で割ったときの商と余りと使うと作れる。  
愚直に計算すると計算時間は約 0.09 秒。答えは 20325。

```
1 In[] := Clear["Global`*"];
2 AbsoluteTiming[
3   cond[n_] := Module[{q1, r1, q2, r2, num1, num2},
4     {q1, r1} = QuotientRemainder[n, 10^3];
5     num1 = 100 r1 + q1;
6     {q2, r2} = QuotientRemainder[n, 10];
7     num2 = 10000 r2 + q2;
8     IntegerLength@num1 == 5 && IntegerLength@num2 == 5 &&
9     8 n == 5*num1 && 8*num1 == 5*num2];
10  ans = SelectFirst[Range[10000, 99999], cond]]
11
12 Out[] = {0.088776, 20325}
```

<sup>\*1</sup> この問題文は原題を適当に書き換えたもの。

## 2. 桁数字の候補を絞り込む

次に桁数字の候補をある程度絞り込んだ上で調べる解法を書く。与えられた条件から次のことがわかる。

- 桁数の条件から  $a, c, e$  は 0 ではない
- 5 の倍数の条件から  $b$  と  $e$  は 0 か 5
- 8 の倍数の条件から  $\overline{eab}, \overline{bcd}$  は 8 の倍数

まず  $e = 5$  は確定。

$\overline{eab} = \overline{5a0}, \overline{5a5}$  は 8 の倍数。5 ではじまる 3 桁の 8 の倍数は次の通り。

504, 512, 520, 528, 536, 544, 552, 560, 568, 576, 584, 592

$\overline{eab} = 520, 560$  から  $a = 2, 6$  と  $b = 0$  がわかる。

$\overline{bcd} = \overline{cd}$  は 8 の倍数。  $c \neq 0$  もわかっているので  $\overline{cd}$  の候補は次のとおり。

$\overline{cd} = 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96$

まとめるとこうなる。

- $a$  は 2 か 6
- $b = 0$
- $\overline{cd} = 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96$
- $e = 5$

これをみたす  $(a, b, c, d, e)$  を Tuples で作る。条件をみたす組は 22 個だった。

---

```

1 In[] := lst =
2 Flatten /@
3 Tuples[{{2, 6}, {0}, IntegerDigits /@ Range[16, 99, 8], {5}}]
4
5 Out[] = {{2, 0, 1, 6, 5}, {2, 0, 2, 4, 5}, {2, 0, 3, 2, 5},
6 {2, 0, 4, 0, 5}, {2, 0, 4, 8, 5}, {2, 0, 5, 6, 5}, {2, 0, 6, 4, 5},
7 {2, 0, 7, 2, 5}, {2, 0, 8, 0, 5}, {2, 0, 8, 8, 5}, {2, 0, 9, 6, 5},
8 {6, 0, 1, 6, 5}, {6, 0, 2, 4, 5}, {6, 0, 3, 2, 5}, {6, 0, 4, 0, 5},
9 {6, 0, 4, 8, 5}, {6, 0, 5, 6, 5}, {6, 0, 6, 4, 5}, {6, 0, 7, 2, 5},
10 {6, 0, 8, 0, 5}, {6, 0, 8, 8, 5}, {6, 0, 9, 6, 5}}

```

---

ここまで絞り込んだうえで調べると約 0.0003 秒で解ける。約 300 倍の速さになった。

---

```
1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 AbsoluteTiming[
3   lst = Flatten /@ Tuples[{{2, 6}, {0},
4     IntegerDigits /@ Range[16, 99, 8], {5}}];
5   cond[lst_] := Module[{n = FromDigits@lst, num1, num2},
6     num1 = FromDigits@RotateLeft[lst, 2];
7     num2 = FromDigits@RotateRight[lst, 1];
8     8 n == 5*num1 && 8*num1 == 5*num2];
9   ans = FromDigits /@ Select[lst, cond]]
10
11 Out[] = {0.000311, {20325}}
```

---