

# ARC 109 A - Hands

hiragn

2024 年 12 月 17 日

## 1. 問題の概要

100 階建ての建物 A, B がある。

- A の  $i$  階と B の  $i$  階は廊下でつながっている ( $i = 1, \dots, 100$ )
- A の  $i + 1$  階と B の  $i$  階は廊下でつながっている ( $i = 1, \dots, 99$ )

これらの廊下の移動には  $x$  分かかる。

また, A, B どちらの建物にも階段があり, 移動には 1 階あたり  $y$  分かかる。

建物 A の  $a$  階から建物 B の  $b$  階に移動するのにかかる最短時間を求めよ。

[https://atcoder.jp/contests/arc109/tasks/arc109\\_a](https://atcoder.jp/contests/arc109/tasks/arc109_a)

## 2. 解法 1 casework

移動時間を  $t$  とする。  $a = b$  のとき  $t = x$  であることはあきらめ。

A の 1 つ上の階に移動するのにかかる時間は「A 内で 1 つ上の階に移動 ( $y$  分)」と「B の同じ階に移動してから A に移動 ( $x + x = 2x$  分)」の短い方であり, これを  $y'$  とする。

$$y' = \min\{y, 2x\} \leq y$$

同じように考えると A でも B でも階を 1 つ上下するのにかかる最短時間は  $y'$  分であることがわかる。

A から B への移動が  $a < b$  のときは横移動で,  $a > b$  のときは 1 つ下の階への移動であることを考えると  $t$  は次のようになる。

$$t = \begin{cases} x + (b - a)y' & (a \leq b) \\ x + (a - b - 1)y' & (a > b) \end{cases}$$

---

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 solve[{a_, b_, x_, y_}] := Module[{z = Min[y, 2 x]},
3   If[a <= b, x + (b - a) z, x + (a - b - 1) z]];
4
5 case1 = {2, 1, 1, 5};
6 case2 = {1, 2, 100, 1};
7 case3 = {1, 100, 1, 100};
8 res = {1, 101, 199};
9 solve /@ {case1, case2, case3} == res
10
11 Out[] = True

```

---

### 3. 解法2 グラフ

各階を頂点とするグラフを作って解く。

A の各階を 1~100 であらわし, B の各階を 101~200 であらわす。

隣接行列からグラフを作って GraphDistance に渡すと解ける。

---

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 solve[{a_, b_, x_, y_}] := Module[{d = 100, m, tbl, g},
3   m[i_, j_] := Infinity;
4   Do[m[i, i + 1] = y;
5     m[i + d, i + d + 1] = y, {i, 1, d - 1}];
6   Do[m[i, i + d] = x, {i, 1, d}];
7   Do[m[i, i + d - 1] = x, {i, 2, d}];
8   tbl = Table[m[i, j], {i, 2 d}, {j, 2 d}];
9   g = WeightedAdjacencyGraph[tbl, DirectedEdges -> False];
10  Floor@GraphDistance[g, a, b + d];
11
12 case1 = {2, 1, 1, 5};
13 case2 = {1, 2, 100, 1};
14 case3 = {1, 100, 1, 100};
15 res = {1, 101, 199};
16 solve /@ {case1, case2, case3} == res
17
18 Out[] = True

```

---