

# 和が6以下の5数の個数を dp で求める

hiragn

2024 年 12 月 16 日

「算数にチャレンジ!!」第 1142 回の問題<sup>\*1</sup>を解いた。

0 以上の 5 つの整数  $a, b, c, d, e$  がある。 $a + b + c + d + e$  は 6 以下であるとき,  
( $a, b, c, d, e$ ) は何通りあるか。

<http://www.sansu.org/used-html/index1142.html>

## 1. ボールと仕切りの順列

$a + b + c + d + e = k$  ( $0 \leq k \leq 6$ ) のとき, ( $a, b, c, d, e$ ) は  $k$  個のボールと 4 個の仕切りの順列と同じ数だけあって  ${}_{k+4}C_4$  通り。これの和を求めて答えは 462 通り。

$$ans = \sum_{k=0}^6 {}_{k+4}C_4 = 462$$

$f = 6 - (a + b + c + d + e)$  において「〇〇以下」を等式に直すこともできる。

$$\begin{cases} a + b + c + d + e + f = 6 \\ a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0, d \geq 0, e \geq 0, f \geq 0 \end{cases}$$

( $a, b, c, d, e, f$ ) は 6 個のボールと 5 個の仕切りの順列と同じ数だけある。

$$ans = {}_{6+5}C_5 = {}_{11}C_5 = 462$$

<sup>\*1</sup> この問題文は原題を適当に書き換えたもの。

## 2. 動的計画法

おおげさかもしれないが、動的計画法でも解ける。

$n$  個の非負整数の組で和が  $s$  のものが  $dp[n][s]$  個あるとする。

$n - 1$  個目の数までの和が  $i$  ( $0 \leq i \leq s$ ) の組は  $dp[n - 1][i]$  個で、 $n$  個目の数は  $s - i$  と一意に定まるので

$$dp[n][s] = \sum_{i=0}^s dp[n - 1][i]$$

求める個数は  $\sum_{i=0}^6 dp[5][i] = dp[6][6]$ 。mathematica で計算した。

---

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   dp[1, s_] = 1;
4   dp[n_, s_] := dp[n, s] = Sum[dp[n - 1, i], {i, 0, s}];
5   ans = dp[6, 6]]
6
7 Out[] = {2.6064*10^-6, 462}
```

---