

Project Euler 15. Lattice Paths

hiragn

2024 年 12 月 22 日

1. 問題の概要

2×2 のマス目の左上からスタートした場合、引き返しなしで右下に行くルートは 6 つある。では、 20×20 のマス目ではいくつのルートがあるか。

<https://projecteuler.net/problem=15>

2. 二項係数

二項係数を使うだけ。答えは $C(40, 20)$ です。

```
1 In[] := Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   ans = Binomial[40, 20]]
4
5 Out[] = {3.49971*10^-7, 137846528820}
```

3. 動的計画法

スタート地点を $(0, 0)$ として (x, y) までの経路数を $dp[x, y]$ とおきます。

$x \geq 1, y \geq 1$ のとき次の漸化式が成立します。

$$dp[x, y] = dp[x - 1, y] + dp[x, y - 1]$$

$x = 0$ または $y = 0$ のときは $dp[x, y] = 1$ で、答えは $dp[20, 20]$ です。

```
1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   dp[0, y_] := dp[0, y] = 1;
4   dp[x_, 0] := dp[x, 0] = 1;
5   dp[x_, y_] := dp[x, y] = dp[x - 1, y] + dp[x, y - 1];
6   ans = dp[20, 20]]
7
8 Out[] = {4.053*10^-6, 137846528820}
```
