

Project Euler 50. Consecutive Prime Sum

hiragn

2024 年 12 月 22 日

1. 問題の概要

素数 41 は 6 個の連続する素数の和として表せる。

$$41 = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13$$

100 未満の素数を連続する素数の和で表したときはこれが最長である。

同様に連続する素数の和で 1000 未満の素数を表したときに最長になるのは 953 で、21 項の和である。

100 万未満の素数を連続する素数の和で表したときに最長になるのはどの素数か？

<https://projecteuler.net/problem=50>

2. 解法

100 万未満の素数は 78498 個ありますが、相手にする素数はずっと少ない数ですみます。

問題文から条件をみたら最長の素数列の長さは 21 以上です。大きい方から順に 21 個とったときの和が 100 万未満であるが必要で、ここから素数を 4898 個にしばらくこめます。

これくらいの個数だと i 個目の素数から j 個目の素数までの和を二重ループで求めて調べてもよさそうですが、無駄なことはしたくないので上から順に調べました。

n 個目の素数から足していくとします。

- 「和が 10^6 未満」の条件だけ考えたとき最大何個先の素数まで足せるかを調べ、 t_1 個先とする
- 素数になるかどうかを t_1 個先、 $t_1 - 1$ 個先、……と上から順に調べ、 t_2 個先とする
- n 個目から $n + t_2$ 個目までの素数の和の最大値が答え

```
1 In[] := AbsoluteTiming[
2   nmax = 10^6;
3   acc = Accumulate@Prime@Range@PrimePi@nMax;
4   f[x_, y_] := acc[[x]] - acc[[y - 1]];
5   imax = NestWhile[# + 1 &, 2, f[# + 20, #] < nmax &] - 1;
6   g[n_] := Module[{t1, t2},
7     t1 = NestWhile[# + 1 &, 20, f[n + #, n] < nmax &] - 1;
8     t2 = SelectFirst[Range[t1, 1, -1], PrimeQ@f[n + #, n] &, -1];
9     If[t2 >= 20, {t2 + 1, Prime[n], Prime[n + t2], f[n + t2, n]},
10      {0, 0, 0, 0}];
11   ans = Flatten@MaximalBy[g /@ Range@imax, First]]
12
13 Out[] = {0.662438, {543, 7, 3931, 997651}}
```

答えは 7 から 3931 までの連続する 543 個の素数を足したときの 997651 でした。