

Project Euler 74. Digit Factorial Chains

hiragn

2024 年 12 月 24 日

1. 問題の概要

145 は各桁の階乗の和が自分自身に一致することで有名である。

$$1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145$$

169 の性質はあまり知られていない。これは自分自身に戻る数の中で最長の列をなす。このように他の数を経て自分自身に戻るループは 3 つしか存在しない。

- $169 \rightarrow 363601 \rightarrow 1454 \rightarrow 169$
- $871 \rightarrow 45361 \rightarrow 871$
- $872 \rightarrow 45362 \rightarrow 872$

どのような数からスタートしてもループに入ることが示せる。例を見てみよう。

- $69 \rightarrow 363600 \rightarrow 1454 \rightarrow 169 \rightarrow 363601(\rightarrow 1454)$
- $78 \rightarrow 45360 \rightarrow 871 \rightarrow 45361(\rightarrow 871)$
- $540 \rightarrow 145(\rightarrow 145)$

69 からはじまる鎖（チェーン）は 5 つの循環しない項をもつ。

100 万未満の数からはじまる鎖は最大で 60 個の循環しない項をもつことが知られている。その始点となる数の個数を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=74>

2. 解法

素直にループに入るまでの回数を数えました。

DuplicateFreeQ で重複をチェックしつつ n から始まるリストを作って、その長さを調べます。同じ数が何度も出てくるのでメモ化が有効でした。

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   f[n_] := f[n] = Total[IntegerDigits[n]!];
4   g[n_] := g[n] = Module[{lst = {}, x = n, cnt = 0},
5     While[DuplicateFreeQ[lst],
6       AppendTo[lst, f[x]];
7       x = f[x];
8       cnt++;
9       If[x < n, Return[cnt + g[x]]];
10    cnt];
11 ans = Length@Parallelize@Select[Range[10^6 - 1], g[#] == 60 &]]
12
13 Out[] = {2.4921, 402}

```
