

# Project Euler 78. Coin Partitions

hiragn

2025 年 5 月 23 日

## 1. 問題の概要

$n$  枚のコインを異なった方法で山に分ける場合の数を  $p(n)$  で表す。たとえば 5 枚のコインを山に分ける方法は 7 通りなので  $p(5) = 7$  である。

$\{5\}, \{4, 1\}, \{3, 2\}, \{3, 1, 1\}, \{2, 2, 1\}, \{2, 1, 1, 1\}, \{1, 1, 1, 1, 1\}$

$p(n)$  が 100 万で割り切れるような  $n$  の最小値を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=78>

## 2. 解法

第 76 問「Counting Summations」の類題。 $p(100)$  を求めるだけの第 76 問とは違って、こちらは PartitionsP では解ききれない。

wikipedia に載っていた公式<sup>\*1</sup>を使う。

$$p(n) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \left\{ p\left(n - \frac{k(3k-1)}{2}\right) + p\left(n - \frac{k(3k+1)}{2}\right) \right\}$$

カッコ内の  $k(3k-1)/2$ ,  $k(3k+1)/2$  は五角数  $P(n) = n(3n-1)/2$  で表せる。<sup>\*2</sup>

$$p(n) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \{p(n - P(k)) + p(n - P(-k))\}$$

これが  $10^6$  で割り切れるような  $n$  の最小値が答え。

<sup>\*1</sup> <https://en.wikipedia.org/w/index.php?curid=312250>

<sup>\*2</sup> 組み込み関数の PolygonalNumber[5, k] を使うよりも陽に書いた方が速かった。

---

```
1 In[] := Clear["Global`*"];
2 AbsoluteTiming[
3   pentagonal[k_] := pentagonal[k] = Quotient[k (3 k - 1), 2];
4   p[0] := 1;
5   p[_?Negative] := 0;
6   p[n_] := p[n] = Mod[
7     Sum[Cos[(k + 1) Pi] (p[n - pentagonal[k]] + p[n - pentagonal[-k]]),
8     {k, 1, Quotient[1 + Sqrt[1 + 24 n], 6]}], 10^6];
9   ans = NestWhile[# + 1 &, 1, p@# != 0 &]]
10
11 Out[] = {15.1316, 55374}
```

---