

Project Euler 90. Cube Digit Pairs

hiragn

2024 年 12 月 27 日

1. 問題の概要

各面に 0 以上 9 以下の異なる数が書かれた立方体が 2 つある。これらを並べて様々な 2 桁の数を作ることができる。たとえば平方数である 64 を作ることができる。



両方の立方体の数字をうまく選ぶと 100 未満のすべての平方数 01, 04, 09, 16, 25, 36, 49, 64, 81 を作ることができる。たとえば $\{0, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を片方の立方体に, $\{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$ をもう片方の立方体に配置すればよい。

6 と 9 を逆さまにすることを許すと $\{0, 5, 6, 7, 8, 9\}$ と $\{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ のような組でも 9 つすべての平方数をあらわすことができる。

順番ではなくそれぞれの立方体の数字に着目して配列を区別する。

- $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ は $\{3, 6, 4, 1, 2, 5\}$ と同じものとする
- $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ は $\{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ と異なるものとする

6 と 9 を逆さにすることを許すので, 並べて 2 桁の数を作る上では 2 つ目の例であげた配列は両方とも $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9\}$ という要素数 7 の配列として働く。

100 未満のすべての平方数を表示しうる 2 つの立方体の組は何個あるか。

<https://projecteuler.net/problem=90>

2. 解法

サイコロは次のようにして作ります。

1. 0～9 から 6 個の数を選ぶ
2. 6 と 9 の片方しか含んでいなかったら両方含むようにする

平方数については実際に 2 桁の数を全部作ってみてチェックしました。

100 未満のすべての平方数を作るには 7 以外の 9 種類の数字が必要です。この条件をみたさない場合は早々に False 判定しています。

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   (* サイコロを作る *)
4   makeDice[lst_] :=
5     If[IntersectingQ[lst, {6, 9}] && ! SubsetQ[lst, {6, 9}],
6     Union[lst, {6, 9}], lst];
7   dice = makeDice /@ Subsets[Range[0, 9], {6}];
8
9   (* 平方数を表せるか *)
10  cond[{dice1_, dice2_}] := Module[{nums},
11    If[Length@Union[dice1, dice2] < 9, Return@False];
12    nums =
13      FromDigits /@
14      Union[Tuples[{dice1, dice2}], Tuples[{dice2, dice1}]];
15    SubsetQ[nums, (Range@9)^2];
16  ans = Length@Select[Subsets[dice, {2}], cond]]
17
18 Out[]= {0.528385, 1217}

```
