

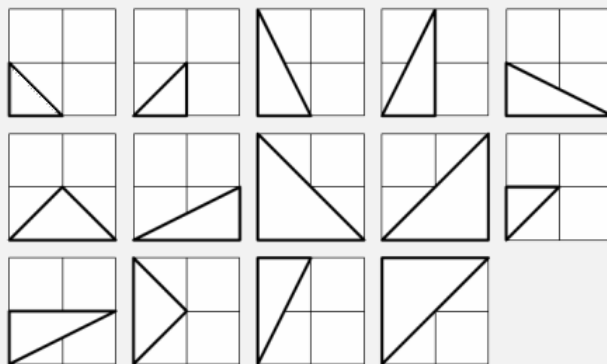
Project Euler 91. Right Triangles with Integer Coordinates

hiragn

2024 年 12 月 27 日

1. 問題の概要

格子点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ と原点 O を結んで三角形を作る。 P, Q の各座標が 0 以上 2 以下のとき、直角三角形は 14 個できる。



P, Q の各座標が 0 以上 50 以下のとき、直角三角形は何個作れるか？

<https://projecteuler.net/problem=91>

2. 解法

直角条件は $\vec{p} \cdot \vec{q} = 0$, $\vec{p} \cdot (\vec{p} - \vec{q}) = 0$, $\vec{q} \cdot (\vec{p} - \vec{q}) = 0$ のいずれかが成立することです。
要するに $\vec{p} \cdot \vec{q} \in \{0, |\vec{p}|^2, |\vec{q}|^2\}$ です。

これを調べる解法は $O(n^4)$ ですが、 (\vec{p}, \vec{q}) が $50^4 \approx 6 \times 10^6$ 個しかないのですぐ終わります。この問題にはこの解法で十分だと思います。

$y = x$ に関する対称性を利用してみたら、漏れやダブリを防ぐのが面倒でした。

```
1 In[] := ClearAll["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   n = 50;
4   cond[{p_, q_}] := MemberQ[{0, p . p, q . q}, p . q];
5   tpl = Subsets[Rest@Tuples[Range[0, n], 2], {2}];
6   ans = Length[Select[tpl, cond]]]
7
8 Out[] = {3.88022, 14234}
```
