

Project Euler 62. Cubic Permutations

hiragn

2024 年 12 月 24 日

1. 問題の概要

立方数 $41063625 (= 345^3)$ は各位の数字を並び替えると 2 つの立方数になる。

$$56623104 = 384^3, 66430125 = 405^3$$

41063625 は立方数を与える桁置換をちょうど 3 つもつ最小の立方数である。

立方数を与える桁置換をちょうど 5 つもつ最小の立方数を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=62>

2. 解法

ちょうど 3 つの桁置換をもつ最小の立方数が 41063625 であることを言うには「7 桁以下の立方数はすべて不適」「8 桁の立方数で条件をみたすものの最小値は 41063625」の両方を示す必要があります。

これは次の手順でできます。桁置換しても桁数は一定であることを利用しています*1。

1. n 桁の立方数のリストを作る
2. 桁数字をソートしたものをもとにしてグループ分け
3. 大きさ 3 のグループを探す。あったらその最初の要素が答え。なかったら n を 1 増やして再計算

同じ方法で大きさ 5 のグループを探すと解けます。

*1 問題文には明記されていませんが、leading zero な数は考えないものとしています。

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   calc[n_] := Module[{lst, res},
4     lst = Table[k^3, {k, Ceiling@Power[10^(n - 1), 1/3],
5       Floor@Power[10^n - 1, 1/3]}}];
6     res = SelectFirst[GatherBy[lst, Sort@IntegerDigits@# &],
7       Length@# == 5 &];
8     If[MissingQ@res, False, Throw@Min@res]];
9   ans = Catch@NestWhile[# + 1 &, 1, ! calc@# &]]
10
11 Out[] = {0.00769218, 127035954683}

```

ちなみに桁置換をちょうど5つもつ12桁の立方数の組は2つありました。

```

In[] := n = 12;
lst = Table[k^3, {k, Floor[10^((n - 1)/3)] + 1, Floor[10^(n/3)]}];
res = Select[GatherBy[lst, Sort@IntegerDigits@# &], Length@# == 5 &]

Out[] = {
{127035954683, 352045367981, 373559126408, 569310543872, 589323567104},
{140283769536, 536178930624, 613258407936, 913237656408, 936302451687}}

```
