

Project Euler 34. Digit Factorials

hiragn

2024 年 12 月 21 日

1. 問題の概要

145 は面白い数である。各位の数の階乗の和が自分自身になっている。

$$1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145$$

各位の数の階乗の和が自分自身と一致する数の和を求めよ。

注) $1! = 1$ と $2! = 2$ は和に含めない。

<https://projecteuler.net/problem=34>

2. 解法

まず何桁まで考えればいいのか調べます。 k 桁の数 n を考えると

- 各位の数の階乗の和は $k \times 1!$ 以上 $k \times 9!$ 以下
- n は 10^{k-1} 以上 10^k 未満

まとめると

$$10^{k-1} \leq n \leq \min\{k \times 9!, 10^k - 1\}$$

これをみたす n が存在する条件は $10^{k-1} \leq k \times 9!$ です。

k の最大値は 7 で、 n として $7 \times 9! = 2540160$ まで調べればよいことがわかりました。

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 kmax = NestWhile[# + 1 &, 1, Power[10, # - 1] <= #*9! &] - 1;
3 nmax = Min[10^kmax - 1, kmax*9!];
4 {kmax, nmax}
5
6 Out[] = {7, 2540160}

```

あとは問題文通りの抽出条件を書けば解けます。条件をみたす数は 145 と 40585 の 2 個だけでした。

```
1 Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   kmax = NestWhile[# + 1 &, 1, Power[10, # - 1] <= #*9! &] - 1;
4   nmax = Min[10^kmax - 1, kmax*9!];
5   cond[n_] := Total[IntegerDigits[n]!] == n;
6   lst = Parallelize@Select[Range[3, nmax], cond];
7   ans = {Total@lst, lst}]
8
9 {2.12145, {40730, {145, 40585}}}
```
