

Project Euler 12. Highly Divisible Triangular Number

hiragn

2024 年 12 月 20 日

1. 問題の概要

三角数は 1 から n までの自然数の和であり、 $n = 7$ のときの値は 28 である。

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

この 28 は 5 個より多くの約数をもつ最初の三角数である。500 個より多くの約数をもつ最初の三角数を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=12>

2. 解法

三角数の一般項は $n(n+1)/2$ と簡単に表せますが、`PolygonalNumber` として組み込まれているのでこれを使いました。

約数の個数は `DivisorSigma` を使って「約数の 0 乗の和」として求めます。

`NestWhile` で約数がはじめて 500 個を超える n を探して、対応する三角数を計算します。

```
1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   n = NestWhile[# + 1 &, 1,
4     DivisorSigma[0, PolygonalNumber@#] <= 500 &];
5   ans = {n, PolygonalNumber@n}]
6
7 Out[] = {0.0290555, {12375, 76576500}}
```

結果は $n = 12375$ でした。対応する三角数は次のように素因数分解できて、576 個の約数を持ちます。

$$76576500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$$