

Project Euler 28. Number Spiral Diagonals

hiragn

2024 年 12 月 23 日

1. 問題の概要

1 から右方向に進んで時計まわりに数を並べていくと 5×5 のらせんができる。両対角線上の数の合計は 101 である。

$$21 + 25 + 7 + 9 + 1 + 5 + 3 + 17 + 13 = 101$$

1001×1001 のらせんを同じ方法で作ると、両対角線上の数の和はいくつになるか？

21	22	23	24	25
20	7	8	9	10
19	6	1	2	11
18	5	4	3	12
17	16	15	14	13

<https://projecteuler.net/problem=28>

2. 解法

受験算数でよくある問題です。対角線上にある平方数に注目します。

1 の周りの四角形を内側から順に 1 周目, 2 周目, ……として, 右上隅に $(2k+1)^2$ 型の平方数がある周に注目します。

この週の左上隅は右上隅から $2k$ 引いた数, 左下隅は $4k$ 引いた数, 右下隅は $6k$ 引いた数で, 合計は次のようになります。

$$4 \cdot (2k+1)^2 - 2k - 4k - 6k = 16k^2 + 4k + 4$$

これらの和を求めて中央の 1 を加えれば完成です。

```
1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   ans = 1 + Sum[16 k^2 + 4 k + 4, {k, 500}]]
4
5 Out[] = {0.0000416038, 669171001}
```
