Project Euler 68. Magic 5-gon Ring

hiragn

2024年12月26日

1. 問題の概要

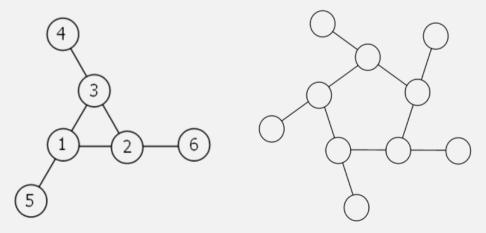
左下図のような図形を magic 3-gon ring と呼ぶことにする。各列の和が 9 になるように 1 から 6 までの数が配置されている。

外側のノードのうち一番小さい数ではじまる列(例では 4, 3, 2)から時計まわりに各列の数を拾うと、この配置は次のように表せる。

これを連結すると9桁の数になる。

$$4, 3, 2; 6, 2, 1; 5, 1, 3 \rightarrow 432621513$$

右下の図に $1\sim10$ を当てはめて各列の数の和が等しくなる magic 5-gon ring を作り、各数を連結してできる 16 桁または 17 桁の数のうち 16 桁のものの最大値を答えよ。注)一番小さい数ではじまる列から時計まわりに各列を連結すること。



https://projecteuler.net/problem=68

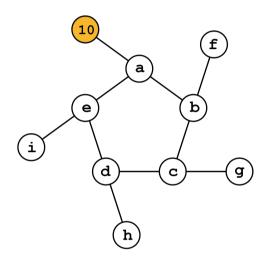
2. 解法

「16 桁または 17 桁の数のうち 16 桁のもの」がヒントになっています。桁数に差が生じるのは 10 を 2 回連結するときと 1 回しか連結しないときがあるからです。

- 10 が五角形の外側にあるときは 2 回連結されて 17 桁になる
- 10 が五角形の頂点にあるときは 1 回しか連結されないので 16 桁になる

この問題では16桁になるので10は五角形の外側にあります。

残り 9 個の数の順列は 9! = 362,880 通りしかないので全探索します。図の位置に 10 を固定して、残りのノードを a から i で表します。



和が等しい条件は次のようになります。

$$10 + a + b = b + c + f = c + d + g = d + e + h = e + a + i$$

この条件をみたす組を抽出すると 4 組しかありませんでした。 次は連結です。f, g, h, i のうち一番小さいものが先頭に来るように

$$\{(10, a, b), (f, b, c), (g, c, d), (h, d, e), (i, e, a)\}$$

を左方向に回転(RotateLeft)させて連結します。最後に最大値を求めて終了です。

```
In[]:= Clear["Global'*"];

RepeatedTiming[
3 (* magic 5-gonを全部作る *)

4 cond[{a_, b_, c_, d_, e_, f_, g_, h_, i_}}] :=

5 (10 + a + b) == (b + c + f) == (c + d + g) == (d + e + h) == (e + a + i);

7 found = Select[Permutations@Range@9, cond];
```

```
(* f,g,h,i のうち一番小さいものが先頭に来るように連結する *)
   solve[{a_, b_, c_, d_, e_, f_, g_, h_, i_}] := Module[{org},
10
     org = \{\{1, 0, a, b\}, \{f, b, c\}, \{g, c, d\}, \{h, d, e\}, \{i, e, a\}\}\};
11
     FromDigits@(Join @@
12
        RotateLeft[org, PositionSmallest[{f, g, h, i}]])];
13
14
   (* 連結で得られた数の最大値が答え *)
15
   ans = Max[solve /@ found]]
16
17
18 Out[]= {0.49167, 6531031914842725}
```