

Project Euler 38. Pandigital Multiples

hiragn

2024 年 12 月 21 日

1. 問題の概要

192 に 1, 2, 3 をかけてみよう。

$$192 \times 1 = 192$$

$$192 \times 2 = 384$$

$$192 \times 3 = 576$$

積を連結すると 1 から 9 のパンドigital 数 192384576 が得られる。この数を 192 と (1, 2, 3) の連結積と呼ぶことにする。

同じように 9 を 1, 2, 3, 4, 5 とかけて連結するとパンドigital 数 918273645 が得られる。これは 9 と (1, 2, 3, 4, 5) の連結積である。

整数と $(1, 2, \dots, n)$ ($n > 1$) の連結積として得られる 9 桁のパンドigital 数の中で最大のものはいくつか？

<https://projecteuler.net/problem=38>

2. 解法

候補のしぼりこみが有効な問題でした。

a 桁の数 x と $(1, 2, \dots, n)$ の連続積が 9 桁のパンドigital 数になるとします。

918273645 以上の数を求めたいので x の首位の数字は 9。 x は 2 倍以上すると繰り上がって $a + 1$ 桁になります。

連結した数の桁数に注目します。

$$a + (a + 1)(n - 1) = 9$$

この方程式の解は $(a, n) = (1, 5), (4, 2)$ の 2 つです。

```

1 In[]:= eqn = {a + (a + 1) (n - 1) == 9, a > 0, n > 1};
2 sol = Values@Solve[eqn, {a, n}, Integers]
3
4 Out[] = {{1, 5}, {4, 2}}
```

このうち (1, 5) の数は問題文中の 918273645 しかありません。 $x = 9$ と $2x = 18$ の間などに仕切りを入れてみると分かりやすいでしょう。

$$918273645 = 9|18|27|36|45$$

(4, 2) の数について調べます。9 ではじまる 4 桁の数 x に対して x と $2x$ を連結した数は

$$x \times 10^5 + 2x$$

この形のパンデジタル数を探しました。

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   f[n_] := n*10^5 + 2 n;
4   cond[n_] := Sort@IntegerDigits@f@n == Range@9;
5   ans = f@SelectFirst[Range[9876, 9123, -1], cond];
6   ans = Max[918273645, ans]]
7
8 Out[] = {0.000859807, 932718654}
```

ちなみにこの操作でできる 9 桁のパンデジタル数は次の 4 つでした。

$$918273645, 926718534, 927318546, 932718654$$