

Project Euler 92. Smallest Multiple

hiragn

2024 年 12 月 24 日

1. 問題の概要

各位の数の 2 乗を足しあわせて新たな数を作ることを同じ数があらわれるまで繰り返す。たとえば次のような列を作る。

$$44 \rightarrow 32 \rightarrow 13 \rightarrow 10 \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{1}$$

$$85 \rightarrow \boxed{89} \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow \boxed{89}$$

どちらも 1 か 89 で無限ループにおちいつている。驚くことに、どの数からはじめても最終的に 1 か 89 に到達する。

10^7 より小さい数で 89 に到達する数の個数を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=92>

2. 解法

「ある条件をみたすまで同じ操作を繰り返す」は `NestWhile` でできます。途中経過は `NestWhileList` で見られます。44 と 85 でためてみましょう。

```

1 In[] := f[n_] := Total[IntegerDigits[n]^2];
2 NestWhileList[f, 44, # != 1 && # != 89 &]
3 Out[] = {44, 32, 13, 10, 1}
4
5 In[] := NestWhileList[f, 85, # != 1 && # != 89 &]
6 Out[] = {85, 89}

```

この $f(n)$ を n の一の位とその他に分けて求める形に直したものを使って `NestWhile` の結果が 89 になるものを数えました。

```
1 In[] := ClearAll["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   nmax = 10^7 - 1;
4   f[n_ /; n < 10] := f[n] = n^2;
5   f[n_] := f[n] = Total[f /@ QuotientRemainder[n, 10]];
6   cond[n_] := NestWhile[f, n, # != 1 && # != 89 &] == 1;
7   ans = nmax - Length@Parallelize@Select[Range@nmax, cond]]
8
9 Out[] = {28.1742, 8581146}
```
