

# Project Euler 72. Counting Fractions

hiragn

2024 年 12 月 24 日

## 1. 問題の概要

$n$  と  $d$  を正の整数として分数  $n/d$  を考える。 $n < d$  かつ  $\gcd(n, d) = 1$  のものを真既約分数と呼ぶ。

$d \leq 8$  の真既約分数を小さい方から順に並べると次のようになる。

$$\frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$$

この集合は 21 個の要素をもつ。 $d \leq 10^6$  の真既約分数の集合は何個の要素をもつか？

<https://projecteuler.net/problem=72>

## 2. 解法

分母が  $d-1$  以下の項のリストに分母  $d$  の項を加えてもダブリは生じません。 $d$  毎に真既約分数の個数を求めて、その和を求めます。

分母が  $d$  の項の個数は  $\phi(d)$  (オイラーの  $\phi$  関数) とあらわせるので、これの総和を求めました。

---

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   ans = ParallelSum[EulerPhi@i, {i, 2, 10^6}]]
4
5 Out[] = {0.791224, 303963552391}
```

---