Project Euler 14. Longest Collatz Sequence

hiragn

2024年12月22日

1. 問題の概要

正の整数に対して以下の式で生成される数列を定義する。

- n が偶数のとき $n \rightarrow n/2$
- n が奇数のとき $n \rightarrow 3n+1$

13からはじめると、この数列は以下のようになる。

$$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

この数列はどのような数からはじめても最終的には1になると考えられているが、証明はされていない(コラッツ問題)。

100万未満の数字の中でどの数字からはじめれば最長の数列を生成するか求めよ。

https://projecteuler.net/problem=14

2. 解法

動的計画法です。 $\lceil n \rceil$ からはじまる数列は n/2 や 3n+1 からはじまるものよりも 1 長い」を漸化式にして計算します。

```
In[]:= Clear["Global'*"];
RepeatedTiming[
   nmax = 10^6 - 1;
   dp[1] = 1;
   dp[n_] := dp[n] = If[EvenQ@n, dp@Quotient[n, 2], dp[3 n + 1]] + 1;
   ans = MaximalBy[Range@nmax, dp]]

Out[]= {0.533814, {837799}}
```