

Project Euler 58. Spiral Primes

hiragn

2024 年 12 月 23 日

1. 問題の概要

1 からはじめて以下のように反時計回りに数字を並べていくと、一辺の長さが 7 の渦巻きができる。

37	36	35	34	33	32	31
38	17	16	15	14	13	30
39	18	5	4	3	12	29
40	19	6	1	2	11	28
41	20	7	8	9	10	27
42	21	22	23	24	25	26
43	44	45	46	47	48	49

面白いことに奇平方数が右下の対角線上に出現する。もっと面白いことに、対角線上の 13 個の数字のうち 8 個が素数である。割合は $8/13 \approx 62\%$ である。

渦巻きに新しい層を付け加えると一辺の長さが 9 の渦巻きができる。以下、この操作を繰り返していく。対角線上の素数の割合が 10% 未満になる最初の辺の長さを求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=58>

2. 解法

k 個目の渦巻きの右下は $(2k+1)^2$ 。これから $2k, 4k, 6k$ を引いたものが左下、左上、右上の数です。 $(2k+1)^2$ は素数でないことは明らか。他の 3 つのうち素数が何個あるか調べて足しあわせると素数の個数 $f(n)$ がわかります。

渦巻きが n 個あるとき、対角線上の数は $4n+1$ 個です。「10% 未満」の条件は次のように

なります。

$$\frac{f(n)}{4n+1} < \frac{1}{10} \quad \therefore 10f(n) < 4n+1$$

これをみたす最小の n に対する $2n+1$ が答えです。

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   f[1] = 3;
4   f[n_] := f[n] = f[n - 1] +
5     Length@Select[Table[(2 n + 1)^2 - 2 n*i, {i, 1, 3}], PrimeQ];
6   ans = 2*NestWhile[# + 1 &, 1, 10*f@# >= 4 # + 1 &] + 1]
7
8 Out[] = {0.0130031, 26241}

```
