

Project Euler 84. Monopoly Odds

hiragn

2024 年 12 月 27 日

1. 問題の概要

モノポリーの標準的な盤面は次のようになっている。

GO	A1	CC1	A2	T1	R1	B1	CH1	B2	B3	JAIL
H2										C1
T2										U1
H1										C2
CH3										C3
R4										R2
G3										D1
CC3										CC2
G2										D2
G1										D3
G2J	F3	U2	F2	F1	R3	E3	E2	CH2	E1	FP

各プレイヤーは GO のマスを出発し、2 個の 6 面サイコロを使って時計回りに進んでいく。特に何もなければ各マスに止まる確率はすべて等しく、2.5% である。

G2J (Go To Jail), CC (Community Chest : 共同基金), CH (Chance : チャンス) のマスによってこの確率は変化する。

- G2J に止まると JAIL に飛ばされる
- CC か CH に止まるとカードを 1 枚引く。その結果、プレイヤーは JAIL に飛ばされることもある。
- プレイヤーが連続して 3 回ゼロ目を出すと、3 投目の結果のマスに進むので

はなく直接 JAIL に飛ばされる。(注：モノポリーではゾロ目が出たらもう 1 回サイコロをふる。(6, 6) \rightarrow (2, 1) や (4, 4) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2) なら合計 15 マス進む。(3, 3) \rightarrow (4, 4) \rightarrow (2, 2) の場合は直接 JAIL に飛ばされる)

ゲーム開始前に CC カードと CH カードはシャッフルされる。プレイヤーが CC または CH マスに止まった場合、プレイヤーは CC カードまたは CH カードの山の一番上からカードを 1 枚引く。カードの指示に従った後、そのカードは山の一番下に戻される。それぞれのカードは 16 枚あるが、今回は問題を進み方に限定するため移動の指示があるカードのみを考える。移動の指示がないカードに関しては何もせずカードをそのまま山の下に戻し、プレイヤーはそのまま CC/CH マスに残るものとする。

Community Chest (16 枚中 2 枚が移動カード)

- GO へ進め
- JAIL へ進め

Chance (16 枚中 10 枚が移動カード)

- GO へ進め
- JAIL へ進め
- C1 へ進め
- E3 へ進め
- H2 へ進め
- R1 へ進め
- 次の R へ進め (R = railway company = 鉄道会社)
- 次の R へ進め
- 次の U へ進め (U = utility company = 公共事業会社)
- 3 マス戻れ

この問題で考えるのはどのマスに止まりやすいかである。つまり、サイコロを 1 回振ってカードやマスによる移動を終えた後に各マスに止まる確率を求めたい。G2J に止まる確率は 0 であり、CH マスに止まる確率はその次に少ない (16 枚中 10 枚が移動カードなので移動させられる)。

- JAIL マスにたまたま止まることと JAIL マスに送られることを区別しない
- JAIL マスから抜けるルール (自分のターンにゾロ目を 2 回出す) を無視する。つまり保釈金を払ったものとして一旦、JAIL マス内の「見学」部分に駒を置き、次のターンでは通常通りダイスを振ることができる。

GO マスを 00 として時計回りに各マスに 00~39 の番号を振る。これにより各マスを

2 桁の数で表すことができる。

6 面サイコロを使った場合、止まりやすいマスの上位 3 つは JAIL(6.24%), E3(3.18%), GO(3.09%) であり、これらに対応する数字を並べると 102400 になる。

2 つの 6 面サイコロのかわりに 2 つの 4 面サイコロを使った場合の止まりやすいマスの上位 3 つを 6 桁の数で表せ。

<https://projecteuler.net/problem=84>

2. 解法

問題文のはじめの方に「各マスに止まる確率はすべて等しく」とあることから、「1 回目の試行でどのマスに行きやすいか」ではなく十分多くの試行を行った後の確率を求めます。

「サイコロの目」「ゾロ目の回数」「現在位置」をもとにした条件分岐文をたくさん書きます。JAIL に飛ばされたらゾロ目の回数がリセットされることに注意です。

6 面体のサイコロを使って実験しました。10 万回で問題文通りの結果になったので 4 面体のサイコロに変えて正解しました。

```

1 In[]:= Clear["Global'"];
2 RepeatedTiming[
3   n = 10^5;
4   faces = 4;
5   visited = ConstantArray[0, 40];
6   cur = 0;
7   cntDouble = 0;
8   Do[
9     dice1 = RandomInteger[{1, faces}];
10    dice2 = RandomInteger[{1, faces}];
11    If[dice1 == dice2, cntDouble++, cntDouble = 0];
12    (* ゾロ目 *)
13    If[cntDouble == 3, cur = 10;
14      cntDouble = 0; Continue,
15      cur = Mod[cur + dice1 + dice2, 40, 1]];
16    (* G2J *)
17    If[cur == 30, cur = 10; cntDouble = 0];
18    (* CC *)
19    If[MemberQ[{2, 17, 33}, cur], r = RandomInteger[{1, 16}];
20      Which[r == 1, cur = 40,
21        r == 2, cur = 10; cntDouble = 0]];
22    (* CH *)
23    If[MemberQ[{7, 22, 36}, cur], r = RandomInteger[{1, 16}];

```

```
24 Which[r == 1, cur = 40,
25   r == 2, cur = 10; cntDouble = 0,
26   r == 3, cur = 11,
27   r == 4, cur = 24,
28   r == 5, cur = 39,
29   r == 6, cur = 5];
30 Which[r == 7 && (cur == 7 || cur == 36), cur = 15,
31   r == 7 && cur == 22, cur = 25];
32 Which[r == 8 && (cur == 7 || cur == 36), cur = 12,
33   r == 8 && cur == 22, cur = 28];
34 Which[r == 9, cur = Mod[cur - 3, 40, 1]];
35 visited[[cur]]++, {i, n}];
36 res = Mod[#, 40] & /@ Take[Reverse@Ordering@visited, 3];
37 ans = StringJoin[IntegerString[#, 10, 2] & /@ res]]
38
39 Out[] = {0.346859, "101524"}
```
