

Project Euler 39. Integer Right Triangles

hiragn

2024 年 12 月 23 日

1. 問題の概要

辺の長さが整数 3 つの組 $\{a, b, c\}$ の直角三角形を考えて、その周囲の長さを p とする。 $p = 120$ のときには 3 つの解が存在する。

$$\{20, 48, 52\}, \{24, 45, 51\}, \{30, 40, 50\}$$

$p \leq 1000$ のとき解の個数が最大になる p を求めよ。

<https://projecteuler.net/problem=39>

2. 三重ループ

for ループで $a^2 + b^2 = (p - a - b)^2$ をみたす組を探します。

a, b, c の偶奇に注目すると p が偶数であることがわかるのでループ回数を半分にできますが、それでも 20 秒かかります。

```

1 In[] := Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   cnt = Table[0, 1000];
4   For[p = 12, p <= 1000, p += 2,
5     For[a = 1, 3 a < p, a++,
6       For[b = a + 1, c = p - a - b; b < c, b++,
7         If[a^2 + b^2 == c^2, cnt[[p]]++]]];
8   ans = First@Position[cnt, Max@cnt]
9
10 Out[] = {20.2716, {840}}
```

3. ピタゴラス数の一般形を利用

ピタゴラス数は自然数 k, m, n ($m > n$) を用いて次のようにあらわせます。 m と n は互いに素な自然数で、偶奇は異なります。

$$\{a, b, c\} = \{k(m^2 - n^2), 2kmn, k(m^2 + n^2)\}$$

3 辺の長さの和が p 以下になる条件は $2km(m+n) \leq p$ です。

この解法だと一瞬で終わります。

```

1 In[]:= Clear["Global`*"];
2 RepeatedTiming[
3   p = 1000;
4   cnt = Table[0, p];
5   For[m = 2, 2 m^2 < p, m++,
6     For[n = 1, n < m, n++,
7       If[CoprimeQ[m, n] && OddQ[m - n],
8         t = 2 m*(m + n);
9         Do[cnt[[k*t]]++, {k, 1, Quotient[p, t]}]]];
10  ans = First@Position[cnt, Max@cnt]
11
12 Out[] = {0.000583812, {840}}
```
