

Софийски университет "Свети Климент Охридски"
Факултет по математика и информатика

Държавен изпит
за получаване на ОКС "Бакалавър
специалност "Статистика", дата: 11.07.2017 г.

Задача 1.

Пресметнете лицето на фигурата, заградена от абцисата, вертикалните прави $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 0\}$, $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = \frac{\pi}{2}\}$ и графиката на функцията

$$f(x) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{4 - \cos^4 x}}.$$

Задача 2.

Непрекъснатата случайна величина (сл.в.) X наричаме експоненциално разпределена с параметър λ , $X \in \text{Exp}(\lambda)$, $\lambda > 0$, ако има плътност:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

а) Ако $X_1 \in \text{Exp}(\lambda_1)$, $X_2 \in \text{Exp}(\lambda_2)$ и са независими сл.в., каква е вероятността $P(X_2 < X_1)$?

б) Ако $X_1 \in \text{Exp}(\lambda_1)$, намерете вероятността X_1 да е по-малка от математическото си очакване.

в) Нека $X \in \text{Exp}(\lambda)$. Намерете плътността и математическото очакване на сл. в. $Y = X^2 + 3X$.

г) Намерете критичната област в задачата за проверка на хипотези: $H_0 : \lambda = 2$ срещу алтернативата $H_1 : \lambda = 4$ с ниво на значимост $\alpha = 0.025$ по $n = 7$ независими наблюдения над X .

Таблица за χ^2 разпределение

d.f.	2,50%	5%	10%	90%	95%	97,50%
1	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02
2	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38
3	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35
4	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14
5	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83
6	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45
7	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01
8	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53
9	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02
10	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48
11	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92
12	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34
13	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74
14	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12
15	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49
16	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85
17	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19
18	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53
19	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85
20	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17