

ВАРНЕНСКИ СВОБОДЕН УНИВЕРСИТЕТ
„ЧЕРНОРИЗЕЦ ХРАБЪР“

ФАКУЛТЕТ „СОЦИАЛНИ, СТОПАНСКИ И КОМПЮТЪРНИ НАУКИ“

КАТЕДРА „КОМПЮТЪРНИ НАУКИ“



КУРСОВА РАБОТА

по дисциплина: Програмиране и Алгоритми

на тема:

Алгоритми за намиране на най-кратък път в граф

Изготвил:

Христо Николаев Иванов
фак. № 257330006, курс първи

Специалност: Софтуерно инженерство и
мениджмънт

Форма на обучение: дистанционно

Проверил:

Научна степен, име и фамилия
/......./

Варна, 2026 г.

СЪДЪРЖАНИЕ

	стр.
Въведение.....	3
1. Теоретична част.....	4
1.1. Представяне на избраните алгоритми.....	4
1.2. Алгоритъм на Дийкстра.....	4
1.3. Алгоритъм A*	5
1.4. Алгоритъм на Белман-Форд.....	6
1.5. Сравнение на алгоритмите	7
1.6. Поглед отблизо към Дийкстра с примерен граф:.....	7
2. Пример за работата на алгоритмите.....	10
3. Програмна реализация	12
3.1. Имплементация на алгоритъма на Дийкстра	12
3.2. Имплементация на A* с евристика.....	13
3.3. Имплементация на Белман-Форд	15
4. Демонстрация на работа	17
5. Тестване на алгоритмите	18
5.1 Кратко разстояние.....	18
5.2 Средно разстояние	19
5.3 Дълго разстояние.....	20
5.4 Обобщена таблица за сравнение	20
5.5 Анализ на резултатите	21
6. Заключение	22
7. Използвана литература	23

Въведение

Алгоритмите за намиране на най-кратък път са едни от най-фундаменталните концепции в теорията на графиките и компютърните науки. Те намират приложение в множество области – от GPS навигация и мрежови протоколи до изкуствен интелект и компютърни игри.

Настоящият курсов проект представя практическа имплементация на три класически алгоритъма за намиране на най-кратък път: алгоритъма на Дийкстра, алгоритъма A* и алгоритъма на Белман-Форд. За демонстрация на тяхната работа е използвана играта **PetWars** – походова стратегическа игра, вдъхновена от класиката *Heroes of Might and Magic*, в която котки се сражават срещу кучета за териториално надмощие.

В играта PetWars алгоритмите се използват за автоматично намиране на оптимален път от текущата позиция на героя до избрано поле на картата. Специалено разработеният за тази курсова работа демо режим позволява визуализация на работата на алгоритмите стъпка по стъпка, което направи проекта подходящ и за образователни цели.



Фигура 1: Начален екран на играта PetWars

1. Теоретична част

1.1 Представяне на избраните алгоритми

В проекта са имплементирани три алгоритъма за намиране на най-кратък път в граф:

- Алгоритъм на Дийкстра – класически алгоритъм за графи с неотрицателни тегла
- Алгоритъм A* – разширение на Дийкстра с евристична функция
- Алгоритъм на Белман-Форд – универсален алгоритъм, работещ и с отрицателни тегла

Тези алгоритми са фундаментални в теорията на графиките и намират широко приложение в компютърните игри, навигационните системи и мрежовите протоколи.

1.2 Алгоритъм на Дийкстра

Алгоритъмът на Дийкстра е класически алгоритъм за намиране на най-кратък път от един източник до всички останали върхове в граф с неотрицателни тегла на ребрата. Разработен е от холандския учен Едсхер Дийкстра през 1956 г.

Основна идея и принцип на работа:

- Поддържа се множество от посетени върхове и приоритетна опашка с непосетени върхове
- За всеки връх се пази текущото най-кратко разстояние от началния връх
- На всяка стъпка се избира непосетеният връх с най-малко разстояние
- Актуализират се разстоянията до съседите на избрания връх

Дефиниции и математически модел:

Нека $G = (V, E)$ е граф с множество от върхове V и множество от ребра E . За всяко ребро $(u, v) \in E$ има тегло $w(u, v) \geq 0$. Алгоритъмът намира $d[v]$ – минималното разстояние от началния връх s до всеки връх $v \in V$.

Приложения:

- GPS навигация и маршрутизиране
- Мрежови протоколи (OSPF)
- Компютърни игри (AI pathfinding)

Сложност: $O((V+E) \log V)$, където V е броят на върховете, а E е броят на ребрата.

1.3 Алгоритъм A*

Алгоритъмът A* е разширение на алгоритъма на Дийкстра, което използва евристична функция за насочване на търсенето към целта. Това го прави значително по-ефективен в практически приложения.

Основна идея и принцип на работа:

Използва функция $f(n) = g(n) + h(n)$, където:

- $g(n)$ е реалната цена от началото до текущия връх
- $h(n)$ е евристичната оценка от текущия връх до целта
- В проекта се използва Octile distance като евристика, подходяща за движение в 8 посоки (включително диагонално): $h(n) = D \cdot \max(|dx|, |dy|) + (D_2 - D) \cdot \min(|dx|, |dy|)$, където $D = 2$ (ортогонална цена), $D_2 = 3$ (диагонална цена). Това опростява до: $h(n) = 2 \cdot \max(|dx|, |dy|) + 1 \cdot \min(|dx|, |dy|)$ Алгоритъмът приоритизира върхове, които са по-близо до целта

Дефиниции и математически модел:

Евристичната функция $h(n)$ трябва да бъде допустима (admissible), т.е. никога да не надценява реалното разстояние до целта. Octile distance е допустима евристика за движение в 8 посоки (4 ортогонални + 4 диагонални).

Приложения:

- Компютърни игри (основен алгоритъм за AI pathfinding)
- Роботика и автономни превозни средства
- Планиране на задачи

Сложност: $O((V+E) \log V)$ в най-лошия случай, но практически много по-бърз от Дийкстра.

1.4 Алгоритъм на Белман-Форд

Алгоритъмът на Белман-Форд намира най-кратките пътища от един източник до всички върхове, като може да работи и с отрицателни тегла на ребрата (за разлика от Дийкстра).

Основна идея и принцип на работа:

- Извършва $V-1$ итерации, където V е броят на върховете
- На всяка итерация "релаксира" всички ребра в графа
- Релаксация означава проверка дали пътят през дадено ребро е по-кратък

Дефиниции и математически модел:

Релаксация на ребро (u, v) : ако $d[u] + w(u, v) < d[v]$, тогава $d[v] = d[u] + w(u, v)$. След $V-1$ итерации, ако все още има ребра за релаксация, графът съдържа отрицателен цикъл.

Приложения:

- Мрежови протоколи (RIP, BGP)
- Откриване на отрицателни цикли
- Финансов арбитраж

Сложност: $O(V^*E)$, което е по-бавно от Дийкстра, но по-универсално.

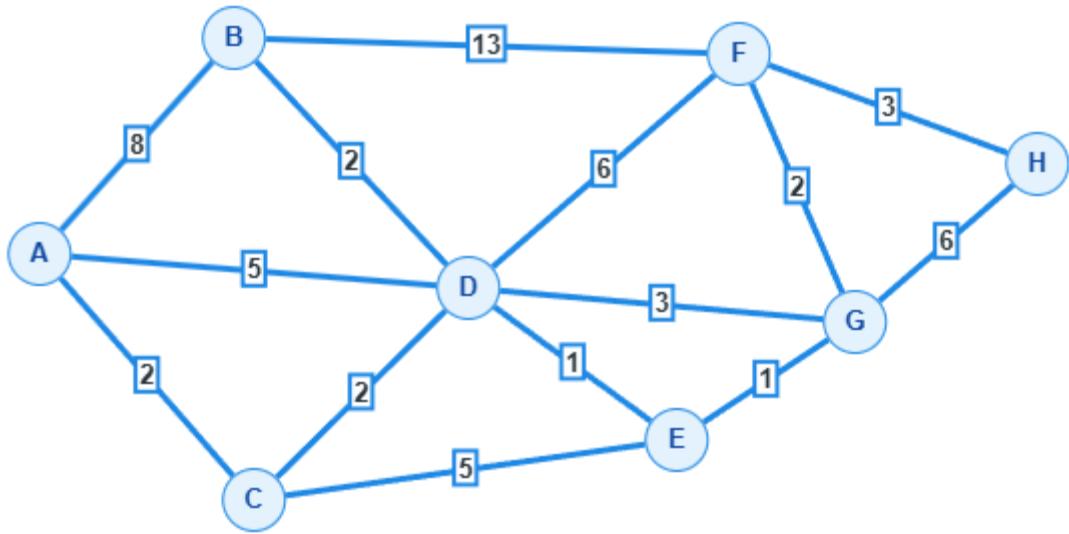
1.5 Сравнение на алгоритмите

Алгоритъм	Сложност	Предимства	Недостатъци
Дийкстра	$O((V+E) \log V)$	Оптимален, надежден	Изследва всички посоки
A*	$O((V+E) \log V)$	Насочено търсене, бърз	Изисква добра евристика
Белман-Форд	$O(V^2E)$	Работи с отрицателни тегла	По-бавен

Таблица 1: Сравнение на алгоритмите

Всички 3 алгоритъма използват движение в 8 посоки с тегло 2 за право и 3 за диагонално движение.

1.6 Поглед отблизо към Дийкстра с примерен граф:



Фигура 2: Примерен граф за демонстрация на алгоритъма на Дийкстра

V	A	B	C	D	E	F	G	H
A	0A	8A	2A	5A	∞	∞	∞	∞
C		8A	2A	4C	7C	∞	∞	∞
D		6D		4C	5D	10D	7D	∞
E		6D			5D	10D	6E	∞
B		6D				10D	6E	∞
G						8G	6E	12G
F						8G		11F
H								11F

Таблица 2: обхождане на графа с алгоритъма на Дийкстра

Описание как работи алгоритъма стъпка по стъпка

Алгоритъмът на Дийкстра работи по следния начин:

1. Започваме от началния връх A и задаваме разстоянието до него равно на 0, а до всички останали върхове - безкрайност.
2. На всяка итерация избираме непосетения връх с най-малко текущо разстояние и го "заключваме" - това разстояние е окончателно.
3. След заключване актуализираме разстоянията до всички съседи на текущия връх: ако пътят през него е по-кратък от досегашния, записваме новата стойност.
4. Повтаряме стъпки 2-3 докато достигнем целевия връх или обходим всички върхове.

Индексът до всяко число в таблицата показва през кой връх минава най-краткият път до момента.

Начален връх: A, Целеви връх: H

Числата в таблицата представляват сумарното разстояние от A до съответния връх.

Итерация 1: Посещаваме A

Разстояние до A = 0

Изчисляваме сумарните разстояния до съседите: B: $0 + 8 = 8$ A C: $0 + 2 = 2$ A D: $0 + 5 = 5$ A E, F, G, H = безкрайност

Заключваме A = 0

Следващ: C (най-малко = 2)

Итерация 2: Посещаваме C

Разстояние до C = 2

Актуализираме сумарните разстояния: D: $\min(5, 2+2) = 4$ C (по-кратък път през C) E: $2 + 5 = 7$ C

Заключваме C = 2

Следващ: D (= 4)

Итерация 3: Посещаваме D

Разстояние до D = 4

Актуализираме сумарните разстояния: B: $\min(8, 4+2) = 6$ D E: $\min(7, 4+1) = 5$ D F: $4 + 6 = 10$ D G: $4 + 3 = 7$ D

Заключваме D = 4

Следващ: E (= 5)

Итерация 4: Посещаваме E

Разстояние до E = 5

Актуализираме сумарните разстояния: G: $\min(7, 5+1) = 6$ E

Заключваме E = 5

Следващ: B (= 6, избираме B преди G)

Итерация 5: Посещаваме B

Разстояние до B = 6

Актуализираме сумарните разстояния: F: $\min(10, 6+13) = 10D$ (без промяна, $19 > 10$)

Заключваме B = 6

Следващ: G (= 6)

Итерация 6: Посещаваме G

Разстояние до G = 6

Актуализираме сумарните разстояния: F: $\min(10, 6+2) = 8G$ (G-F = 2) H: $6 + 6 = 12G$

Заключваме G = 6

Следващ: F (= 8)

Итерация 7: Посещаваме F

Разстояние до F = 8

Актуализираме сумарните разстояния: H: $\min(12, 8+3) = 11F$

Заключваме F = 8

Следващ: H (= 11)

Итерация 8: Посещаваме H

Разстояние до H = 11

Няма непосетени съседи

Заключваме H = 11

КРАЙ

Резултат

Най-кратък път от A до H = 11

Път: A, C, D, E, G, F, H

2. Пример за работата на алгоритмите

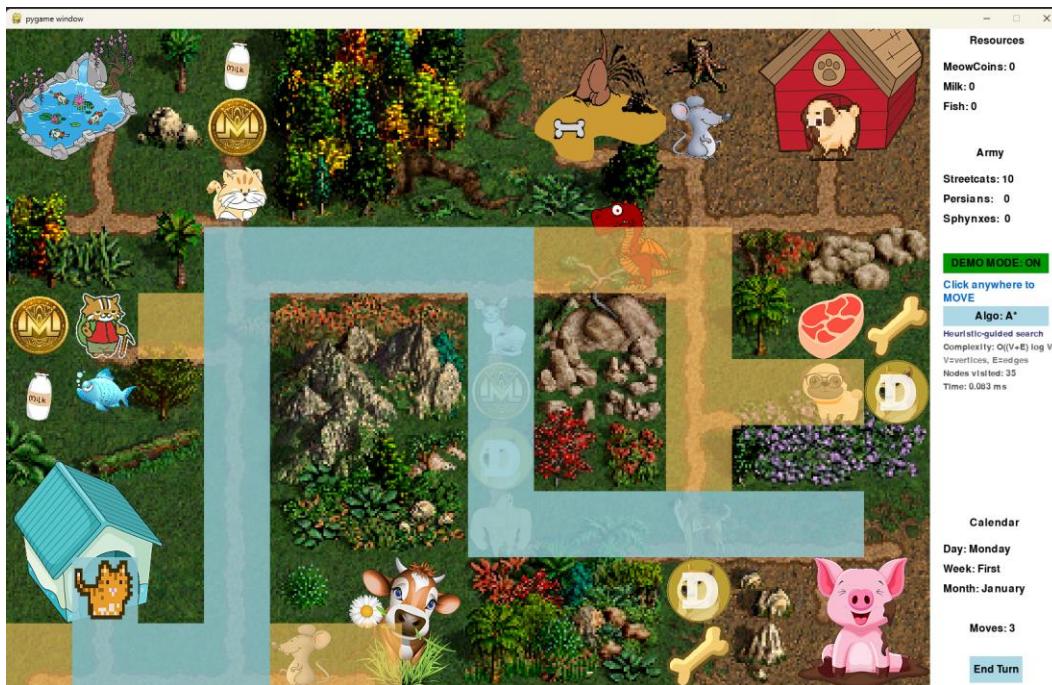
В играта PetWars алгоритмите се използват за намиране на път от текущата позиция на героя до избрана целева клетка на картата. Картата е представена като двумерна решетка (14x10 клетки), където всяка клетка може да бъде проходима (стойност 1) или непроходима (стойност 0).

Стъпки на изпълнение (на примера на Дийкстра):

1. Инициализация: началната позиция получава разстояние 0, всички останали - безкрайност
2. Добавяне на началната позиция в приоритетната опашка
3. Извличане на върха с най-малко разстояние от опашката
4. За всеки съсед (8 посоки: 4 ортогонални + 4 диагонални, с цена 2 за ортогонално и 3 за диагонално движение)
5. Повтаряне докато се достигне целта или опашката се изпразни
6. Възстановяване на пътя чрез обратно проследяване от целта към началото

В демо режима на играта визуализацията показва:

- Оранжеви клетки – посетени върхове (вече изследвани)
- Жълти клетки – върхове в опашката (frontier)
- Червена клетка – текущо разглеждан връх
- Сини клетки – намереният най-кратък път



Фигура 3: Визуализация на алгоритъма в демо режим преди въвеждането на диагонално придвижване

3. Програмна реализация - <https://github.com/hristogwivanov/PetWars>

Проектът е реализиран на Python с използване на библиотеката Pygame за графичния интерфейс. Основните файлове са:

- main.py – главен файл с игровия цикъл и визуализация
- pathfinding.py – имплементация на трите алгоритъма
- gamedata.py – класове за герои, ресурси и AI противник
- constants.py – константи, цветове и карти на терена
- interface.py – UI компоненти (бутони, брояч на ходове)

3.1 Имплементация на алгоритъма на Дийкстра

```
def dijkstra_path(start, goal, terrain_map):  
    """  
    Find shortest path using Dijkstra's algorithm.  
  
    Args:  
        start: Tuple (x, y) - starting position  
        goal: Tuple (x, y) - destination position  
        terrain_map: 2D list where 1 = walkable, 0 = blocked  
  
    Returns:  
        List of (x, y) tuples representing the path, or None if no path exists  
    """  
  
    # Priority queue: (distance, (x, y))  
    open_set = [(0, start)]  
  
    # Track shortest distance to each node  
    g_score = {start: 0}  
  
    # Track path reconstruction  
    came_from = {}  
  
    while open_set:  
        # Get node with smallest distance (greedy choice)  
        current = open_set[0]  
        current_g_score = current[0]  
  
        for neighbor in get_neighbors(terrain_map, current[1]):  
            tentative_g_score = current_g_score + 1  
  
            if neighbor not in open_set:  
                open_set.append((tentative_g_score, neighbor))  
            elif tentative_g_score >= g_score[neighbor]:  
                continue  
  
            g_score[neighbor] = tentative_g_score  
            came_from[neighbor] = current
```

```

current_dist, current = heapq.heappop(open_set)

# Goal reached - reconstruct path

if current == goal:

    path = []

    while current in came_from:

        path.append(current)

        current = came_from[current]

    path.append(start)

    return path[::-1]

# Skip if we've found a better path already

if current_dist > g_score.get(current, float('inf')):

    continue

x, y = current

# Explore all neighbors (orthogonal + diagonal)

for nx, ny, cost in get_neighbors(x, y, terrain_map):

    # Calculate new distance (2 for orthogonal, 3 for diagonal)

    tentative_g = g_score[current] + cost

    # Update if this path is better

    if tentative_g < g_score.get((nx, ny), float('inf')):

        came_from[(nx, ny)] = current

        g_score[(nx, ny)] = tentative_g

        heapq.heappush(open_set, (tentative_g, (nx, ny)))

return None # No path found

```

3.2 Имплементация на A* с евристика

```
def octile_heuristic(a, b):
```

```
    dx = abs(a[0] - b[0])
```

```

dy = abs(a[1] - b[1])

D = 2      # orthogonal cost

D2 = SQRT2 # diagonal cost

return D * max(dx, dy) + (D2 - D) * min(dx, dy)

def astar_path(start, goal, terrain_map):
    """
    Find shortest path using A* algorithm (instant version).

    Uses octile heuristic for diagonal movement.
    """

    open_set = [(octile_heuristic(start, goal), start)]
    open_set_lookup = {start}
    g_score = {start: 0}
    came_from = {}
    visited = set()

    while open_set:
        _, current = heapq.heappop(open_set)
        open_set_lookup.discard(current)

        if current in visited:
            continue

        visited.add(current)

        if current == goal:
            path = []
            node = current
            while node in came_from:
                path.append(node)
                node = came_from[node]
            path.append(start)

```

```

        return path[::-1]

    x, y = current

    # Explore all neighbors (orthogonal + diagonal)
    for nx, ny, cost in get_neighbors(x, y, terrain_map):
        if (nx, ny) in visited:
            continue

        tentative_g = g_score[current] + cost

        if tentative_g < g_score.get((nx, ny), float('inf')):
            came_from[(nx, ny)] = current
            g_score[(nx, ny)] = tentative_g
            f_score = tentative_g + octile_heuristic((nx, ny), goal)

            if (nx, ny) not in open_set_lookup:
                heapq.heappush(open_set, (f_score, (nx, ny)))
                open_set_lookup.add((nx, ny))

    return None

```

3.3 Имплементация на Белман-Форд

```

def bellman_ford_path(start, goal, terrain_map):
    """
    Find shortest path using Bellman-Ford algorithm (instant version).

    Bellman-Ford relaxes all edges V-1 times.

    Supports diagonal movement (orthogonal cost 2, diagonal cost 3). """
    # Build list of all edges from walkable tiles (including diagonals)
    edges = []
    vertices = set()

    for y in range(MAP_HEIGHT):
        for x in range(MAP_WIDTH):

```

```

        if terrain_map[y][x] == 1:

            vertices.add((x, y))

            for nx, ny, cost in get_neighbors(x, y, terrain_map):

                edges.append(((x, y), (nx, ny), cost))

    # Initialize distances

    dist = {v: float('inf') for v in vertices}

    dist[start] = 0

    came_from = {}

    # Relax all edges V-1 times

    for _ in range(len(vertices) - 1):

        updated = False

        for u, v, w in edges:

            if dist[u] + w < dist[v]:

                dist[v] = dist[u] + w

                came_from[v] = u

                updated = True

        if not updated:

            break

    # Reconstruct path

    if dist[goal] == float('inf'):

        return None

    path = []

    node = goal

    while node != start:

        path.append(node)

        node = came_from[node]

    path.append(start)

    return path[::-1]

```

4. Демонстрация на работа

Входни данни:

- Карта на терена (14x10 клетки) – дефинирана в constants.py
- Начална позиция на героя – долн ляв ъгъл (1, 8)
- Целева позиция – избрана с клик на мишката

Изходни данни:

- Визуализация на процеса на търсене в реално време
- Намереният най-кратък път (показан в синьо)
- Брой посетени върхове
- Време за изпълнение (в милисекунди)

Демо режимът се активира с бутона "DEMO MODE" или клавиш D. В този режим алгоритъмът се визуализира стъпка по стъпка с настройваема скорост (200ms между стъпките). Потребителят може да избира между трите алгоритъма чрез бутона "Algo".

Контроли на играта:

- Стрелки – движение на героя в 4 посоки
- Клик с мишката – автоматично намиране на път до избраната клетка
- D – превключване на демо режим, E – край на хода

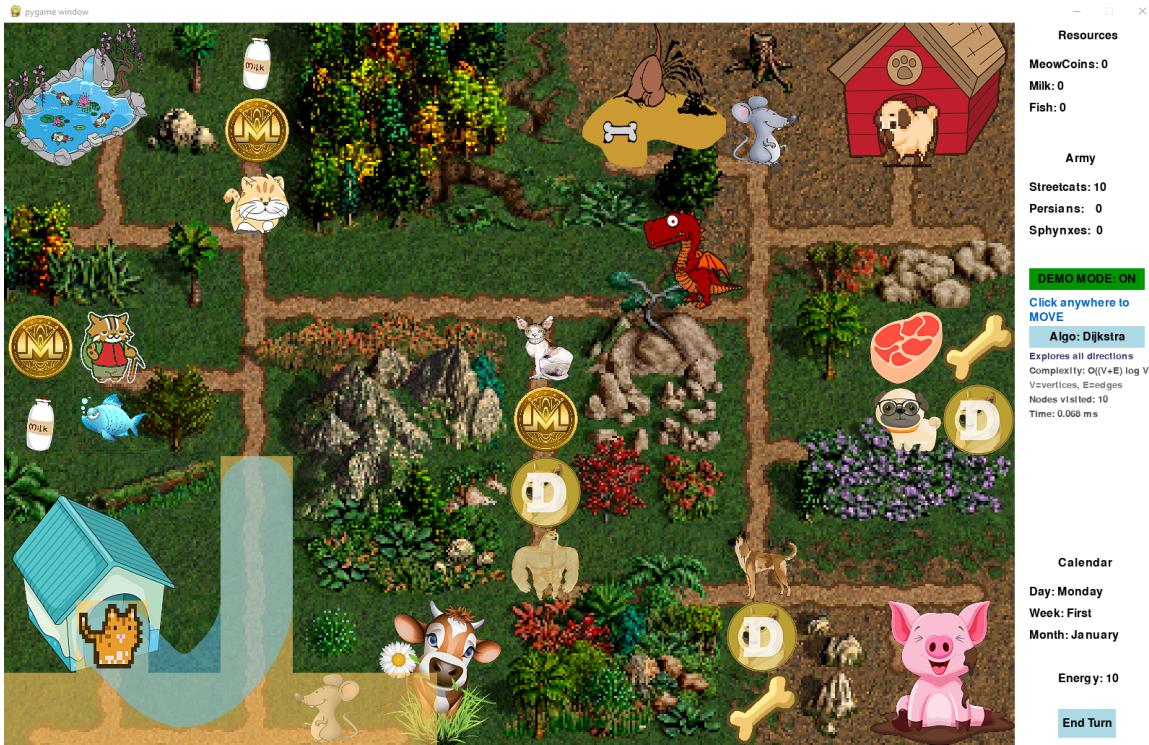
Нови функции добавени по време на курсовия проект:

- Система за точки на движение - героят има 10 точки на ход (ортогонално = 2, диагонално = 3)
- Гладка визуализация на пътя - пътят се изчертава с алгоритъма на Chaikin за изглаждане на ъглите (corner-cutting), което създава плавни дъги вместо остри завои
- Диагонално движение - героят може да се движи в 8 посоки

5. Тестване на алгоритмите

За сравнение на трите алгоритъма са проведени тестове с три различни разстояния: кратко, средно и дълго. За всеки тест са измерени времето за изпълнение и броят на посетените върхове.

5.1 Кратко разстояние



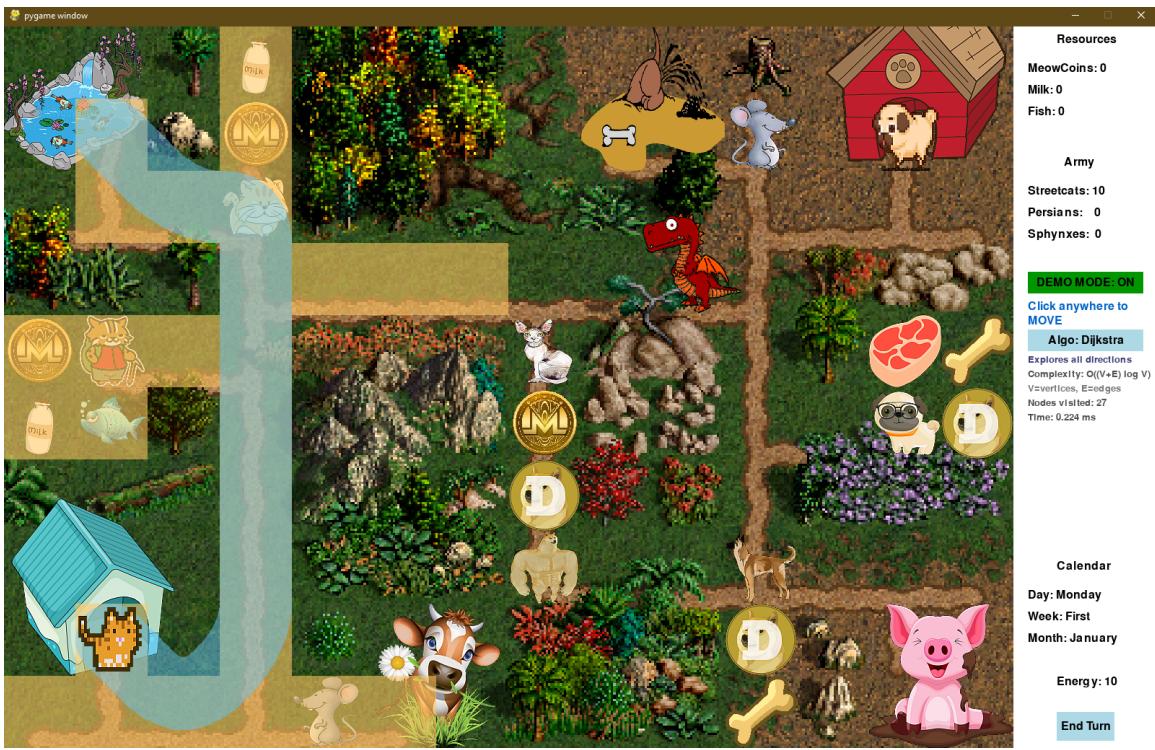
Фигура 4: Визуализация на алгоритъма дийкстра при кратко разстояние

Начална позиция: $(9, 2) \rightarrow$ Целева позиция: $(7, 4)$

Алгоритъм	Време (ms)	Посетени върхове	Дължина на пътя
Дийкстра 1	0.068	10	10
Дийкстра 2	0.090	10	10
Дийкстра 3	0.073	10	10
A* 1	0.088	6	10
A* 2	0.077	6	10
A* 3	0.062	6	10
Белман-Форд 1	0.617	59	10
Белман-Форд 2	0.678	59	10
Белман-Форд 3	0.792	59	10

Таблица 3: Тестови резултати при кратко разстояние

5.2 Средно разстояние



Фигура 5: Визуализация на алгоритъма дийкстра при средно разстояние

Начална позиция: $(9, 2) \rightarrow$ Целева позиция: $(2, 2)$

Алгоритъм	Време (ms)	Посетени върхове	Дължина на пътя
Дийкстра 1	0.224	27	22
Дийкстра 2	0.185	27	22
Дийкстра 3	0.203	27	22
A* 1	0.161	16	22
A* 2	0.135	16	22
A* 3	0.131	16	22
Белман-Форд 1	0,559	59	22
Белман-Форд 2	0,564	59	22
Белман-Форд 3	0,832	59	22

Таблица 4: Тестови резултати при средно разстояние

5.3 Дълго разстояние



Фигура 6: Визуализация на алгоритъма дийкстра при дълго разстояние

Начална позиция: $(9, 2) \rightarrow$ Целева позиция: $(2, 13)$

Алгоритъм	Време (ms)	Посетени върхове	Дължина на пътя
Дийкстра 1	0,387	48	35
Дийкстра 2	0,509	48	35
Дийкстра 3	0,383	48	35
A* 1	0,171	22	35
A* 2	0,168	22	35
A* 3	0,182	22	35
Белман-Форд 1	0,825	59	35
Белман-Форд 2	0,817	59	35
Белман-Форд 3	0,639	59	35

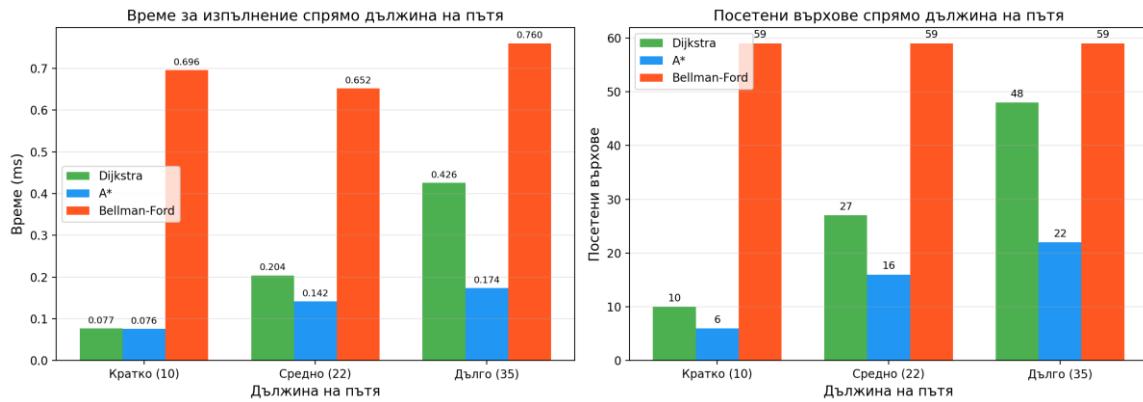
Таблица 5: Тестови резултати при дълго разстояние

5.4 Обобщена таблица за сравнение

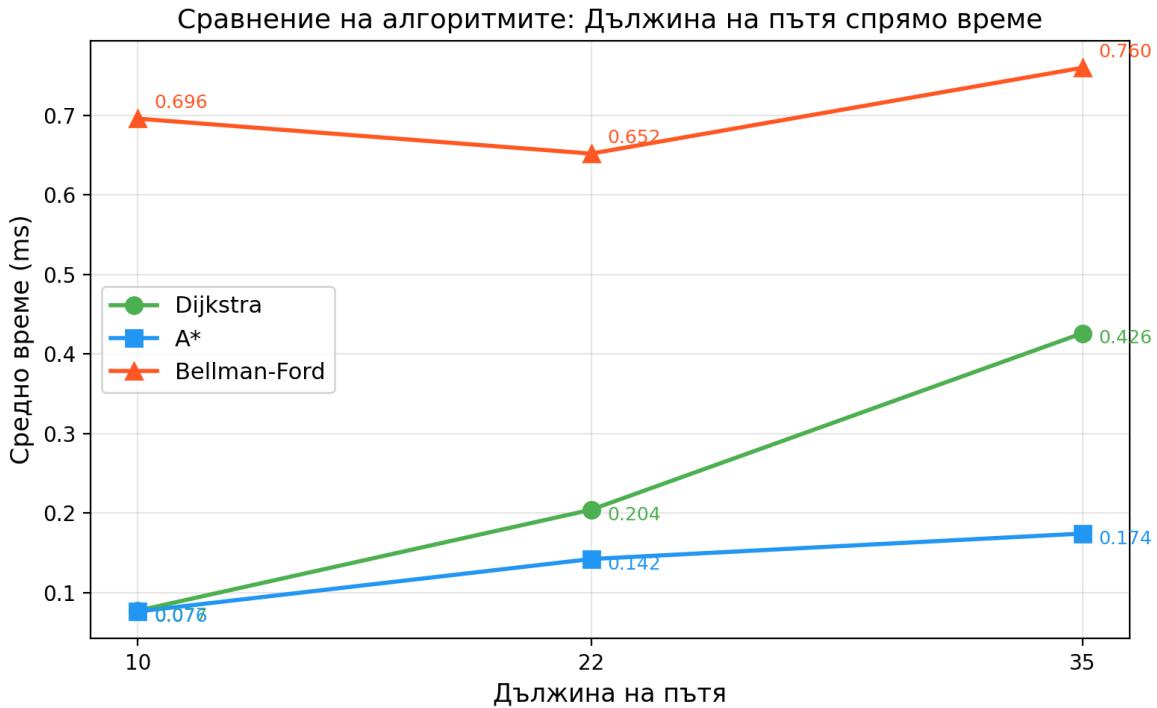
Алгоритъм	Кратко Време (ms)	Кратко Върхове	Средно Време (ms)	Средно Върхове	Дълго Време (ms)	Дълго Върхове
Дийкстра	0,077	10	0,204	27	0,426	48
A*	0,076	6	0,142	16	0,174	22
Белман-Форд	0,696	59	0,652	59	0,760	59

Таблица 6: Обобщени тестови резултати

5.5 Анализ на резултатите



Фигура 7: Обобщение на тестовите резултати



Фигура 8: Линейна диаграма на тестовите резултати

От проведените тестове се наблюдават следните закономерности:

A^* е най-бързият алгоритъм във всички тестови сценарии. При кратко разстояние времето му (0.076 ms) е сравнимо с Дийкстра (0.077 ms), но при дълго разстояние разликата става значителна — A^* (0.174 ms) е над 2 пъти по-бърз от Дийкстра (0.426 ms). Това се дължи на евристичната функция (Octile distance), която насочва търсенето към целта и избягва излишното изследване на върхове.

Дийкстра показва стабилна работа, но броят на посетените върхове нараства пропорционално на разстоянието (от 10 до 48), тъй като алгоритъмът изследва равномерно във всички посоки. При кратко разстояние разликата с A* е пренебрежима, но при по-дълги пътища неефективността става видима.

Белман-Форд е най-бавният алгоритъм с време между 0.652 и 0.760 ms. Характерно за него е, че броят на посетените върхове остава константен (59) независимо от разстоянието, тъй като алгоритъмът винаги обхожда всички ребра в графа. Въпреки по-бавната работа, той е единственият от трите, който може да обработва графи с отрицателни тегла.

И трите алгоритъма намират еднакво оптимален път (еднаква дължина), което потвърждава коректността на имплементациите. За конкретното приложение A* категорично е най-подходящият избор, особено при бъдещо имплементиране на по-големи карти.

6. Заключение

В проекта успешно са имплементирани три алгоритъма за намиране на най-кратък път: Дийкстра, A* и Белман-Форд. Визуализацията в контекста на играта PetWars позволява да се наблюдава работата на алгоритмите в реално време и да се сравни тяхната ефективност.

Основни резултати:

- A* е най-бърз за насочено търсене към конкретна цел благодарение на евристичната функция
- Дийкстра изследва по-голяма област, но гарантира оптималност във всички случаи
- Белман-Форд е по-бавен поради O(V*E) сложност, но работи с по-общи случаи

Възможности за бъдещи разработки:

- Добавяне на различни тегла на терена (вода, планини, пътища)
- Имплементация на Jump Point Search за още по-бързо търсене в решетки
- Паралелизация на алгоритмите за по-големи карти

7. Използвана литература

1. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., Stein, C. "Introduction to Algorithms", 3rd Edition, MIT Press, 2009
2. Russell, S., Norvig, P. "Artificial Intelligence: A Modern Approach", 4th Edition, Pearson, 2020
3. Pygame Documentation - <https://www.pygame.org/docs/>
4. Red Blob Games - Introduction to A* - <https://www.redblobgames.com/pathfinding/a-star/>
5. Dijkstra, E. W. "A note on two problems in connexion with graphs", Numerische Mathematik, 1959