Вовед:

Истражувањето на воздушните простори на Земјата, блиските вселенски тела како Месечината и соседните планети, заедно со воената индустрија се најголемиот двигател за развој на летала кои ќе можат сигурно да транспортираат секаков вид на карго во ниска орбита Земјата. Најголем дел од мисиите се фокусирани на испорака на секаков вид на сателите, телескопи, како и транспорт на луѓе до интернационалната вселенска станица и во блиска иднина, до Месечината.

Основниот проблем на секое летало е неговото управување, кое се остварува со употреба на површини за аеродинамичка контрола. Тие површини се поставуваат на точно определени делови на леталото, со цел да ја променат надворешниот облик на леталото, со што се создаваат аеродинамички сили кои што дејствуваат на леталото и предизвикуваат ротација околу центарот на гравитација. Оваа традиционалната контрола има свои ограничувања, затоа што околностите каде аеродинамичките сили се мали, контролата драстично се намалува, дури и исчезнува. Тие околности се движење на летало со мала брзина, голем нападен агол и мала густина на воздух.

Поради тоа што управувањето на летало надвор од Земјината атмосфера на овој начин е невозможен, развојот на нова метода е неопходен. Покрај аеродинамичките сили, постојат уште два вида на сили кои што влијаат на леталото: тежина и потисок. Секоја сила можеме да ја претставиме како вектор со определена големина, правец и насока. Знаејќи го тоа, можеме да ја користиме потисната сила за управување со менување големината, насоката и правецот на дејствување. Овој вид на управување е познат како контрола со вектор на потисна сила. Дизајнирањето на еден ваков систем за управување е долготраен и тежок процес, кој што започнува со проучување на физичките процеси кои што се јавуваат при атмосферско и вселенско летање.

Оваа дипломска работа, која што можеме да ја поделиме на два дела, е насочена кон изработка на модел за летање и управување на летало при полетување во Земјината атмосфера. Во првиот дел се изработува математички модел на движење на леталото преку дефинирање на референтни системи со кои се опишува положбата на леталото и употреба на равенки за движење со кои се опишуваат кинематичките и динамичките карактеристики на леталото. Во вториот дел се изработува системот за управување кој се состои од микроконтролер, сензор и извршни елемнти, со чија помош се управува леталото. Овие два дела заедно го даваат крајниот резултат на оваа дипломска работа каде што имаме симулација во реално време на леталото и управување на истото со контрола на вектор на потисна сила.

Математички модел:

Референтни системи:

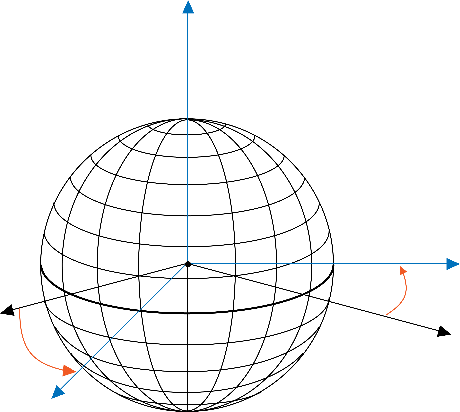
Ориентацијата и позицијата на леталото во простор се дефинира со помош на неколку референтни системи Zipfel (1), каде што ориентацијата во самите референтни системи се зема според Декартов координатен систем. Со зголемувањето на бројот на референтни системи за опишување на ориентација и позиција се зголемуваат и бројот на трансформации кои помеѓу нив, а со тоа и комплицираноста на пресметките. Затоа, одбраните референтни системи се доволни за да се целосно да се карактеризира движењето на леталото.

Централно земјин инерцијален референтен систем :

Доколку сакаме да го опишеме движењето на леталото било каде во Сончевиот систем, хелиоцентричниот систем го претставува инерцијалниот референтен систем. Но, за движења кои што се близу до Земјата, централниот земјен систем е доволен. Го користиме *J2000* системот, со координатниот почеток се наоѓа во тежиштето на Земјата и единечни вектори и , соодветно. Векторот лежи во екваторската рамнина, насочен кон пролетната рамноденица (моментот кога еклиптиката ќе го пресече Земјиниот екватор во пролет) во епохата *J2000* (1, јануари, 2000, 12:00, Земјино време). Векторот е нормален на екваторската рамнина, се совпаѓа со оската на ротација на Земјата и е насочен кон северниот пол. Последниот вектор лежи на екваторската рамнина и зафаќа агол од 90 степени со двете претходни оски, составувајќи го Декартовиот координатен систем.

Централно земјин фиксен референтен систем :

Почетокот на централниот земјин фиксен референтен систем се наоѓа во тежиштето на земјата. Овој референтен систем ќе го опишеме со нови единечни вектори и . Векторот лежи на екваторската рамнина и има правец и насока од тежиштето на Земјата кон пресекот на нултиот меридијан со екваторот. Векторот се совпаѓа со единечниот векторот на , . Последниот вектор лежи на екваторската рамнина и зафаќа агол од 90 со двата претходни единечни вектори.

 Односот помеѓу и се определува со аголот кој што се добива помеѓу тие два референтни системи, со ротација на Земјата околу основниот вектор . Големината на аголот се добива од равенката , каде e аголната брзина на Земјата, е моменталното време и е времето на епохата *J2000*. Да потенцираме дека времето за кое што Земјата прави цела ротација околу својата оска е 23 часа и 56 минути, односно за еден *ѕвезден ден*. Матрицата на ротација односно трансформацијата од во е:

Географски референтен систем :

Овој референтен систем има координатен почеток е на површината на Земјата и ја опишува било која положба, односно географска ширина и должина, каде ширината е позитивна од екваторот кон северниот пол, а должината од меридијанот Гринич кон исток. Единичните вектори се и . За да се поедностави математичкиот модел, ориентацијата на основните вектори на географскиот референтен систем е иста со ориентацијата на основните вектори на референтниот систем на телото. Местото на полетување на леталото, со соодветни географски координати, ќе биде почетокот на координатниот систем, каде основниот вектор ќе биде нормален на Земјината површина и насочен нагоре, векторот е насочен кон северниот пол и векторот е насочен кон исток, со што е комплетиран координатниот систем.

Трансформацијата од до се состои од две ротации. Првата ротација е околу основниот вектор за агол и втората ротација е околу основниот вектор за агол . Вредноста на аголот се зема да биде негативна, со цел да се добие посакуваната ориентација на референтниот систем. Добиената матрица од двете ротации е:

Референтен систем на тело :

Последниот референтен систем ја опишува положбата на телото односно леталото во однос на неговата почетна положба на местото на полетување. Единичните вектори за овој референтен систем се и , а почетокот се наоѓа во тежиштето на леталото. Векторот се совпаѓа со главната оска на симетрија односно со надолжната оска на леталото и е насочен кон носот на истото. Во овој координатниот систем веткорот е паралелен со втората главна оска на инерција и лежи на десното крило на леталото, а веткорот е нормален на векторот и е насочен надолу, со што е комплетиран координатниот систем.

Релативната позиција во однос на местото на полетување може да се опише со матрицата на ротација на референтниот систем на телото во однос на географскиот референтен систем. Таа се состои од три посебни трансформации околу сите три основни вектори, а аглите околу секој од овие вектори односно оски се познати како Ојлерови агли:  и , соодветно.

За ротационата секвенца , со дадените ротациони матрици се добива матрицата на трансформација од географскиот референтен систем во референтниот систем на телото:

, ,

Инерцијалниот референтен систем кој што понатаму ќе го користиме за математичкиот модел ќе биде централно земјин инерцијален референтен систем, каде што иницијална (почетна) положба на леталото ќе биде местото на полетување, а положбата во однос на истото ќе се определува со Ојлеровите агли.

Ротациона кинематика:

Досега ги определивме референтните системи и трансформациите помеѓу нив. Ојлеровите агли, како дел од овие трансформации се доста важни при дефинирањето на положбата на телото. Затоа, добивањето на нивните вредности е важен дел од создавањето на математичкиот модел и нивното добивање ќе биде следната задача.

Аголната брзина на леталото можеме да ја претставиме како извод од Ојлеровите агли, поточно преку диференцијални равенки. Вкупната аголна брзина на телото во однос на географскиот референтен систем е искажана со координати на референтниот систем на телото и може да се претстави со трите основни вектори на истиот:

Доколку сакаме аголанта брзина да ја изразиме како извод од Ојлеровите агли, тогаш тоа можеме да го направиме на следниот начин:

На тој начин ја добиваме аголната брзина преку дифернецијалните равенки. Но, многу покорисно е да ги добиеме кинематичките диференцијални равенки на следниот начин:

Најголемиот проблем кој се појавува при користење на Ојлеровите агли за дефинирање на ориентација на телото е тоа дека кај секоја ротациона секвенца се јавува сингуларитет. Во нашиот случај, таков проблем се јавува за агол каде во делителот, затоа што за таквата вредност, аголот нема да има смисла. Таквиот вид на сингуларитет се нарекува заклучување на жироскоп. Овој механички феномен се јавува кога две оски на ротација се соединуваат во една, при што системот губи еден степен на слобода.

Едно од решенијата во оваа ситуација е да се користат кватерниони, со чија помош заклучувањето на жироскопот се избегнува и времето за пресметување на истите се намалува со намалувањето на тригонометриските изрази.

Ротационите кватерниони за нашата ротациона секвенца е опишана од *Deibel* како

каде е скалар и и формираат вектор . За вкупната аголна брзина на леталото во однос на географскиот референтен систем, равенката за ротационата кинематика изразена преку кватерниони е

Секоја ротациона матрица може да биде изразена преку кватерниони со помош на равенката

каде е антисиметрична матрица која е векторски производ. Ако со помош на горенаведената равенка ја изразиме матрицата на трансформација од географскиот референтен систем во референтниот систем на телото се добива

Ојлеровите агли ги добиваме од матрицата на трансформација

Равенки на движење

Динамиката на движење на леталото се опишува преку усвојување на шест степени на слобода, Wu. Транслацијата и ротацијата ќе бидат разгледани посебно.

Транслаторна динамика

Првите три степени на слобода се транслаторни движење. Основата на овие движења е вториот Њутнов закон изразен во форма

Положбата на леталото се разгледува во однос на инерцијалниот земјен референтен систем и истата може да ја претставиме како

Брзината и забрзувањето разгледува во однос на инерцијалниот земјен референтен систем се

Забрзувањето изразено на овој начин ја претставува левата страна на равенката на вториот Њутнов закон. Десната страна е збир на сите сили кои дејствуваат на леталото: атмосферска, гравитациона и погонска сила. Атмосферската и погонската сила се изразуваат преку референтниот систем на телото. Гравитационата сила се разликува во секоја точка на Земјата па затоа таа ќе биде изразена преку инерцијалниот земјен референтен систем. Вториот Њутнов закон, земајќи ги предвид горенаведените сили, ќе го има обликот

Ротациона динамика

Доколку леталото го разгледуваме како точка во просторот, тогаш претходните три транслаторни степени на слобода се доволни да ја опишеме положбата на истиот. Но, во нашиот случај, ориентацијата е потребна, па затоа потребни се уште три степени на слобода. За разлика од позицијата која што ја пресметувавме во однос на инерцијалниот земјен референтен систем, ориентацијата ќе ја разгледуваме во однос на местото на полетување односно во однос на географски референтен систем. На тој начин, Ојлеровите агли ќе бидам целосно дефинирани.

Вториот Ојлеров закон можеме да го изразиме како

каде е збирот на сите надворешни моменти кои што влијаат на леталото, а го претставува аголниот момент, кој се јавува во однос на тежиштето.

Аголниот момент можеме да го изразиме како

каде е вкупната аголната брзина на леталото и е моментот на инерција кој што покажува колкав момент е потребен за леталото да ја достигне посакуваната аголна брзина. Моментот на инерција го добиеме како интегрирање на вториот масен момент на сите точки од леталото во однос на растојанието од оската на ротација.

Инерцијалниот тензор , разложувајќи го по трите главни оски на телото и , се добиваат три моменти на инерција, за секоја оска соодветно

Равенката за движење на тело, кое се разгледува како круто тело, го има обликот

Следниот дел од равенката, односно левиот, е збирот на сите надворешни моменти кои што влијаат на леталото. Тие моменти доаѓаат од атмосферската и погонската сила. Гравитационата сила дејствува во тежиштето на леталото, па затоа не создава никаков момент. Референтниот систем во кој се разгледува дејството на овие две сили е референтниот систем на телото во однос на инерцијалниот тензор. Од претходната равенка за движење на тело може да се добие вкупниот момент кој дејствува на леталото и заедно со равенката за ротационата кинематика на вкупната аголна брзина, се добиваат останатите равенки за движење

Под системи:

Досега ги добивме сите равенки на движење на леталото. Во првиот дел ги разгледавме силите и транслаторното движење на леталото, а во вториот дел со силите и моментите кои тие ги предизвикуваат и ротационото движење на леталото, со што се добива точно дефинирана позиција и ориентација на леталото во просторот. Пред на разгледување во овој дел ќе бидат силите кои дејствуваат на леталото.

Гравитација

Честопати Земјата е претставена како сфера која е совршена, но реалноста е далеку од тоа. Таа повеќе личи на елипса, каде половите се поблиску до центарот отколку екваторот. Најдобрите претпоставки и модели кои постојат за обликот на Земјата е моделот *„Земјин геодетски систем 1984“* (*World Geodetic System 1984)*, кој што модел ќе го користиме понатаму. Елипсоидата која што е опишана во овој модел е дефинирана од неколкуте константи наведени подолу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Константа | Ознака | Вредност |
| мала полуоска |  |  |
| просечен радиус |  |  |
| порамнување |  |  |
| ексцентричност |  |  |
| гравитациона константа |  |  |

Во географски референтен систем работиме со геоцентрична географска ширина . За да можеме да го определиме гравитационото забрзување преку моделот на Земјата кој што го воведовме, ќе ни биде потребна геодетска географска широчина . Геоцентричната географска широчина е аголот помеѓу екваторската рамнина и местоположбата на површината на сферична Земја. Геодетската географска широчина е аголот помеѓу екваторската рамнина и рамнината која што е нормална на површината на елипсоидна Земја. Односот помеѓу тие два агли е

Референтниот радиус на елипсоидата, со точност до 1 метар

Векторот на гравитационото забрзување во централниот земјин инерцијален референтен систем го има обликот

а секоја од компонентите на векторот се пресметуваат според

каде е коефициент на неправилност на елипсоидот и има вредност . Вкупното гравитационо забрзување, за пониски височини над земјината површина е директно пропорционално со висината над земјината површина.

Вкупната сила која што дејствува на леталото како резултат на гравитационото забрзување има вредност

Атмосфера:

Фокусот на овој труд е создавање модел на летало при фазата на полетување, кое што ќе треба да лета низ Земјината атмосфера за да ја постигне посакуваната дестинација, што значи дека треба да ја земаме предвид атмосферата и нејзиното дејствие врз истото.

Како што леталото се движи нагоре, тоа минува низ неколку различни слоеви на атмосферата, кои што слоеви имаат различни параметри. Со менување на висината, се менуваат притисокот, температурата и густината на воздухот. Пресметките кои што ќе се користат се поедноставени и се базирани на моделот *„Стандардна Атмосфера 1976“ (U.S. Standar Atmosphere 1976)*. Овој модел користи широк спектар на равенки и табели кои што точно ја опишуваат и дефинираат атмосферата, кои што равенки и табели се надвор од нашите потреби за моделот. Затоа, тие се поедноставени.

Притисокот на воздухот се пресметува според равенката

каде е притисокот на воздухот на морско ниво, е градиент на молекуларна скала на температурата, е висината над морското ниво, е температурата на воздухот на морско ниво, е гравитационото забрзување, добиено од гравитациониот модел, е моларната маса на воздухот и е универзалната гасна константа. Сите овие теоретски вредности се разликуваат од реалните и варираат со промена на надморската висина. Но, за нашиот модел, овие вредности се доволни.

Зависноста на густината на воздухот од надморската височина со просечната вредност на гравитационото забрзување е дадено подолу.

Температурата исто така се менува со зголемување на надморската висина. До висина од , температурата минува низ неколку осцилации, а потоа следи експоненцијална крива.

* За надморска височина од морско ниво до , температурата се пресметува по равенката

каде се одбира од подолната табела во зависност од висината и е температурата помеѓу слоевите; за температурата помеѓу слоевите е .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

* За надморска височина од до , температурата е константа и има вредност
* За надморска височина од до , температурата има вредност приближна на елипсоидната крива пресметана според равенката подолу, каде секоја од вредностите е дефинирана како константа

Целосниот опис и дефинирање на моделот на температурата не е цел на овој труд, но затоа може да се најде во моделот *„Стандардна Атмосфера 1976“ (U.S. Standar Atmosphere 1976)*.

Густината на воздухот во зависност од надморската висина, се пресметува преку притисокот и температурата за одредената висина

Зависноста на густината од надморската висина, со генерализирана вредност на земјиното забрзување , е прикажана подолу.

Со дефинирање на густината на воздухот, аеродинамичките сили односно силите кои што се јавуваат како резултат на движењето на леталото низ воздухот, можеме да ги разгледаме. Постојат две аеродинамички сили: сила на подигање и сила на отпор. Силата на подигање дејствува нагоре, нормално на насоката на движење. Силата на отпорот дејствува назад, спротивно на насоката на движење. Но кога се работи со тела кои што се симетрични по главната оска на ротација, може да се имплементираат други сили со кои што пресметките ќе бидат полесни. Тие сили се нормалната и аксиалната и се дефинирани во референтниот систем на телото. Нормалната сила дејствува нагоре, нормално на оската на телото . Аксиалната оска има насока назад, паралелна на оската на телото . Овде се јавува уште една сила, странична сила , која што е нормална на претходните две, но таа не се менува во текот на летот.

Односот помеѓу двата сета на сили се наоѓа со помош на два агли. Аголот на напад е аголот помеѓу векторот на релативната брзина на воздушната маса и главната оска на телото . Вториот е агол на дејство од страна , кој што ја дефинира ориентацијата на леталото во однос на векторот на релативната брзина на воздушната маса.

Аголот на напад се пресметува како

Аголот на дејство од страна се пресметува како

Ако претпоставиме дека воздушната маса која се наоѓа околу леталото не се движи во однос на земјината површина и дека било какви надворешни влијанија од ветар се занемарат, тогаш релативната брзина на воздушната маса е еднаква со брзината на леталото

Трансформацијата од силите и во силите и е со помош на равенките

Обратната трансформација на силите е преку равенките

Аеродинамичките сили дејствуваат во центарот на притисок на леталото и можат да бидат изразени на следниот начин

каде и се аксиален коефициент, нормален коефициент и страничен коефициент, соодветно, е густината на воздухот за дадената надморска височина, е референтната површина на леталото и е релативната брзина на леталото во однос на воздухот.

Во реалноста, аеродинамичките коефициенти не се константни и варираат. Нивната зависност од бројот на Мах, аголот на напад и аголот на дејство од страна се добива експериментално или со симулација преку користење на компјутерска динамика на флуид. За овој труд, тие се дефинирани како

Константните вредности на и се занемаруваат понатаму во пресметките.

Атмосферските аеродинамични сили може да се изразат во координати на референтниот систем на телото како

За да ги одредиме моментите кои се јавуваат од дејството на аеродинамичките сили на леталото, местоположбата на центарот на притисок треба да се одреди. Центарот на референтниот систем на телото се наоѓа во тежиштето на леталото и за леталото да биде стабилно, центарот на притисокот треба да се наоѓа зад тежиштето. Позицијата на центарот на притисок во координати на референтниот систем на телото е , а моментите кои се јавуваат имаат облик

Моментите може да се изразат и на следниот начин

каде е референтната должина на леталото, а коефициентите зависат од аголот на напад, аголот на дејство од страна и аголната брзина. Тие може да се пресметаат како

Погонска сила:

Силата која што го придвижува леталото за да оди нагоре е погонската сила. Силата има неколку различни извори од каде може да се добие: мотори на течни горива, мотори со цврсти горива и сите тие се користат, некои повеќе, некои помалку, за движење на леталото. Иако различни, сите тие работат на ист принцип со експанзија на гасови под висок притисок преку конвергирачка – дивергирачка млазница со што гасовите се забрзуваат до хиперсонични брзини.

Погонската сила на таквите видови на мотори се пресметува според равенката

каде е погонската сила, е протокот на горивото низ млазницата, е брзината на гасовите на излезот на млазницата, е притисокот на гасовите на излезот на млазницата, е притисокот во вакум и е површината на излезот на млазницата, која што најчесто е константа.

Погонската сила не е константа. Таа се менува со зголемувањето на висината. Колку леталото се наоѓа на поголема надморска висина, толку повеќе се зголемува погонската сила, со одредени ограничувања. Специфичниот импулс на моторот е примарниот начин за одредување на перформансот на леталото и тој секогаш се наоѓа во сепцификациите на моторот.

каде е вредноста на гравитационото забрзување при надморкса висина на морско ниво.

Контролата со векторот на погонската сила е главниот начин на управување на леталото. Млазницата на моторот се поставува на зглобен механизам кој што овозможува ротација околу две оски. Ротацијата околу двете оски се опишува со два агли - е аголот на ротација околу оската и е аголот на ротација околу оската. Можеме да видиме дека со овој начин на управување, леталото можеме да го управуваме само околу две оски на ротација.

Погонската сила има точка во која што таа дејствува и таа точка се наоѓа во местото каде што зглобниот механизам се спојува со останатиот дел од леталото. Позицијата на таа точка, изразена преку координатите на референтниот систем на телото, е . Моментот, предизвикан од погонската сила, доколку немаме механизам за контрола на векторот на погонската сила, не постои. Во спротивно, тој има вредност

Систем за контрола на векторот на погонската сила

Како што веќе беше кажано, главниот фокус на оваа дипломска работа е управување на летало со контрола на векторот на погонската сила. Системот се состои од над