Inférence bayésienne adaptative pour la reconstruction de source en dispersion atmosphérique

Harizo Rajaona

Directeurs de thèse: Yves Delignon, François Septier

Lille
21 novembre 2016

Contexte

Les rejets **NRBC**[1] dans l'atmosphère peuvent être d'origine :

- accidentelle (fuite ou explosion sur un site industriel),
- malveillante (actes terroristes)

Fukushima (2011)

Igualada (2015)

Los Angeles (2015)

Durant de tels événements, les priorités sont alors :

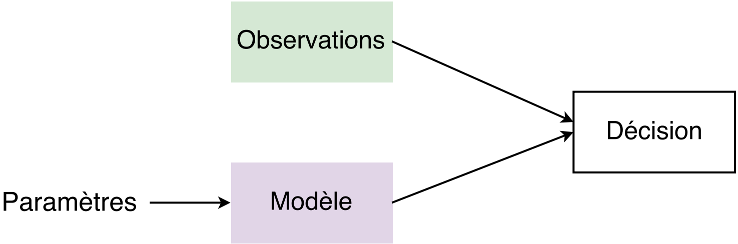
- la mise en sécurité des populations,
- l'action des premiers secours pour atténuer/neutraliser le risque.

1. Nucléaires, Radiologiques, Biologiques, Chimiques

Contexte

Outils pour détecter et évaluer le risque :

- données d'observation (capteurs mesurant la concentration de polluant)
- outils de modélisation des phénomènes atmosphériques



Modèle de dispersion

Outil de calcul numérique permettant de simuler la propagation dans l'atmosphère d'un rejet de polluant.

Typologie des modèles selon :

- l'échelle (locale, régionale, synoptique),
- le degré de simplification des équations de la mécanique des fluides

Paramètres d'entrée :

- données météorologiques : vent (direction + vitesse), température, humidité, nébulosité, flux de rayonnement...
- terme source : position, quantités émises, durée, substance émise...

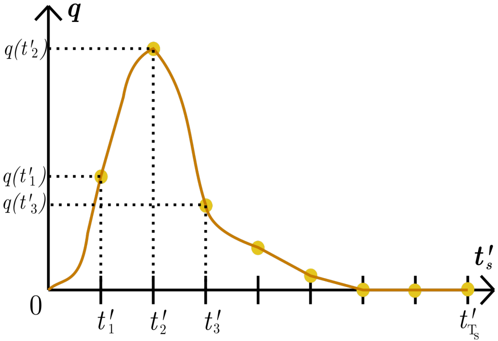
Terme source : définitions

Ici, on formule l'hypothèse d'une source :

- localisée (représentée par un point géographique $\boldsymbol{x_s} \in \mathbb{R}^2$),
- unique (un seul point d'émission),
- non-instantanée (émission sur $T_s > 1$ intervalles de temps).

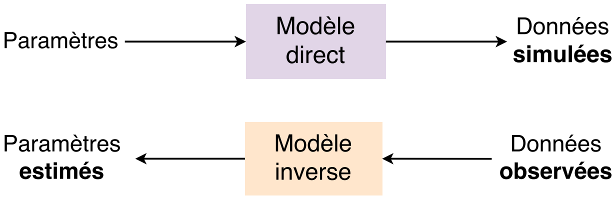
Profil d'émission : vecteur $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^{T_s}$:

$$\boldsymbol{q} = \left(q(t'_1), q(t'_2), \cdots, q(t'_{T_s})\right)$$



Terme source : estimation

Reconstruire les paramètres d'un terme source à partir des observations est un problème inverse.



Plusieurs approches de résolution possibles :

- rétro-transport,
- résolution d'un système linéaire,
- algorithmes évolutionnaires,
- méthodes bayésiennes et simulation stochastique.

Problématique de recherche

On se concentre sur les méthodes bayésiennes :

- formalisme rigoureux pour estimation et quantification de l'incertitude,
- exploitation d'un nombre limité de mesures (régularisation),
- temps de calcul potentiellement élevés,
- estimation disjointe de la position et du profil d'émission.

Problématique :

- Développer une méthode bayésienne pour estimer la localisation **et** le profil d'émission d'une source.
- Coupler cette méthode avec un modèle de dispersion atmosphérique dans une chaîne de calcul opérationnelle.

Le choix bayésien

Inférence bayésienne

Estimation probabiliste des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ d'un système ayant généré un ensemble d'observations $\boldsymbol{\eta}$.

- $\boldsymbol{\theta}$: paramètres du terme source
- $\boldsymbol{\eta}$: mesures de concentration observées

Règle de Bayes :

$$\pi(\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta}) = \frac{p(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\eta}|\boldsymbol{\theta})}{p(\boldsymbol{\eta})} \propto p(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\eta}|\boldsymbol{\theta})$$

- loi a posteriori $\pi(\boldsymbol{\theta})$: information sur $\boldsymbol{\theta}$ après acquisition de $\boldsymbol{\eta}$,
- loi a priori $p(\boldsymbol{\theta})$: information préalable sur $\boldsymbol{\theta}$,
- fonction de vraisemblance $p(\boldsymbol{\eta}|\boldsymbol{\theta})$: probabilité d'observer $\boldsymbol{\eta}$ pour $\boldsymbol{\theta}$ fixé.

Le choix bayésien

- **Problème** : $p(\boldsymbol{\eta}|\boldsymbol{\theta})$ trop coûteuse (ou impossible) à calculer
  $\Rightarrow$ pas d'expression analytique pour $p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\eta})$!
  $\Rightarrow$ recours à des méthodes d'approximation numérique

Méthodes de Monte-Carlo

Permettent d'approximer l'espérance de toute fonction d'une variable aléatoire de loi π :

$$\mathbb{E}_\pi[\psi(\boldsymbol{\theta})] = \int \psi(\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} \simeq \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\psi(\theta^{(i)}), \quad \theta^{(i)} \sim \pi$$

- Estimateur bayésien MMSE : s'obtient en posant $\psi(\boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\theta}$.

MCMC

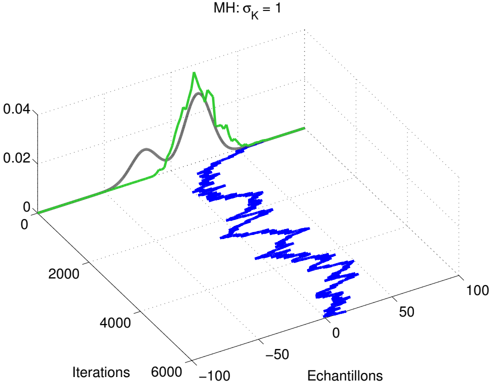
Markov Chain Monte-Carlo (MCMC)

Méthodes de construction d'une chaîne de Markov dont la distribution stationnaire est la loi cible π.

Exemple 1 : algorithme de Metropolis-Hastings (MH)
Initialiser la chaîne à $\boldsymbol{\theta}^{(0)}$ et choisir un noyau de transition $\mathcal{K}(\cdot, \cdot)$.
A la i-ème itération et jusqu'à convergence :

1. Tirer $\boldsymbol{\theta}^* \sim \mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)}, \boldsymbol{\theta}^*)$
2. Calculer $r = \min \left\{ 1, \dfrac{\pi(\boldsymbol{\theta}^*)\mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\theta}^{(i-1)})}{\pi(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)})\mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^{(i-1)}, \boldsymbol{\theta})} \right\}$
3. Accepter $\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}$ avec la probabilité r. Si rejet, garder $\boldsymbol{\theta}^{(i)} = \boldsymbol{\theta}^{(i-1)}$

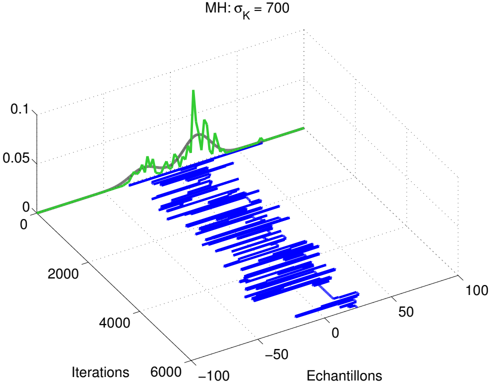
MH sur un mélange de gaussiennes :
$\pi(\boldsymbol{\theta}) = \gamma\mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_1, \sigma_1^2) + (1-\gamma)\mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_2, \sigma_2^2)$



$\gamma = 0.3$
$\mu_1 = -20$
$\sigma_1 = 10$
$\mu_2 = 20$
$\sigma_2 = 10$

MCMC

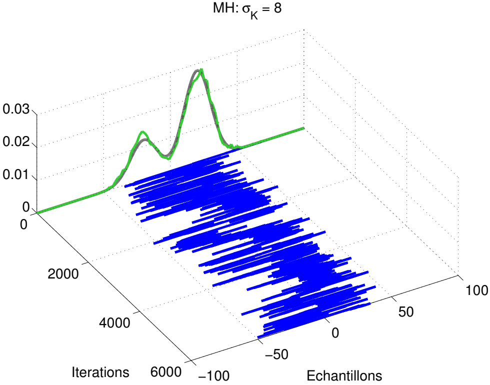
MH sur un mélange de gaussiennes :
$\pi(\boldsymbol{\theta}) = \gamma \mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_1, \sigma_1^2) + (1-\gamma)\mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_2, \sigma_2^2)$



$$\gamma = 0.3$$
$$\mu_1 = -20$$
$$\sigma_1 = 10$$
$$\mu_2 = 20$$
$$\sigma_2 = 10$$

MCMC

MH sur un mélange de gaussiennes :
$\pi(\boldsymbol{\theta}) = \gamma\mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_1, \sigma_1^2) + (1-\gamma)\mathcal{N}(\boldsymbol{\theta}|\mu_2, \sigma_2^2)$



$$\gamma = 0.3$$
$$\mu_1 = -20$$
$$\sigma_1 = 10$$
$$\mu_2 = 20$$
$$\sigma_2 = 10$$

- Performances liées aux choix du noyau et de l'initialisation !

MCMC

(vide)

(vide)

(vide)