

**El programa WxMaxima comparado con otros programas
de cálculo matemático orientados a la docencia**

**Documento presentado en la Universidad de Valladolid en
cumplimiento parcial de los requisitos para la titulación del
Máster en profesor de la Universidad de Valladolid**

Carlos Javier Ruiz Sánchez

Junio 2014

Universidad de Valladolid

Copyright notice

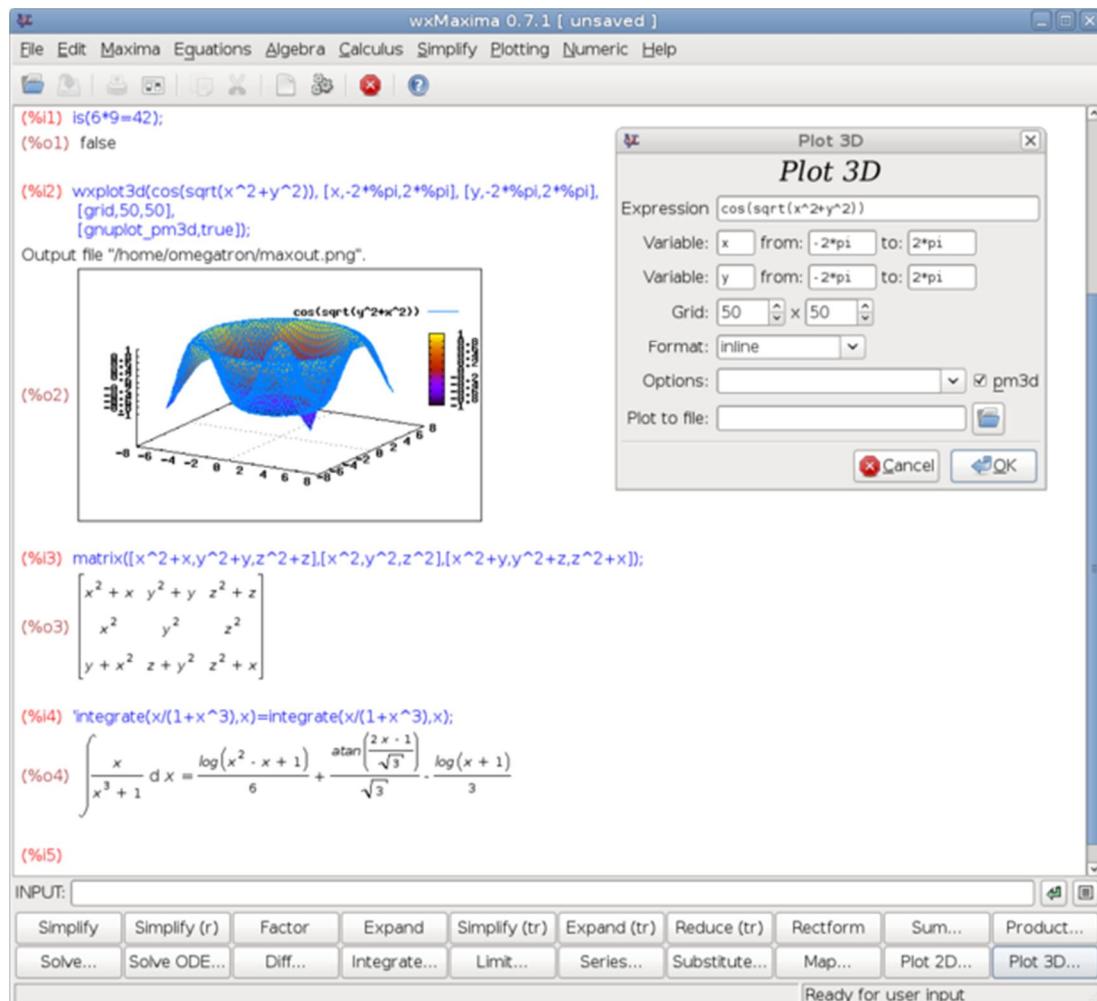
Copyright in the text of this dissertation rests with the author. Copying (by any process) either in full or of extracts may be made only in accordance with the regulations held by the library of the institute for sustainable energy, university of Malta. Details for such authorization may be obtained from the institute. This page must form part of any such copies made. Further copies (by any process) made in accordance with such instructions may only be made with the permission (in writing) by the author.

Ownership of the right over any original intellectual property which may be contained in or derived from the dissertation is vested at the institute for sustainable energy of the university of Malta and may not be made available for use by third parties without the written permission of the institute, which will prescribe the terms and conditions of any such agreement.

Any data appearing in this dissertation remains sole property of the institute for sustainable energy and cannot be used or passed in to third parties for any purpose without prior written permission being obtained from the said institute.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo
matemático orientados a la docencia

Portada



Ventana de trabajo del programa WxMaxima, analizado en este documento.

Contenidos

1.	CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN	8
1.1	JUSTIFICACIÓN	8
1.2	SOFTWARE LIBRE Y EDUCACIÓN	10
1.3	EL PROGRAMA: WXMAXIMA	12
1.4	OTROS PROGRAMAS	15
1.4.1	GEOGEBRA	15
1.4.2	SYMPY GAMMA	17
1.4.3	Microsoft Matemáticas	19
1.5	OBJETIVOS	21
2	CAPITULO 2: INTRODUCCION A WXMAXIMA	23
2.1	PRIMEROS PASOS CON WXMAXIMA	23
2.2	ALGEBRA	27
2.3	GEOMETRIA	31
2.4	FUNCIONES Y GRÁFICAS	32
2.5	ESTADISTICA Y PROBABILIDAD	36
3	CAPITULO 3: COMPARACIONES	39
	Modelo bachillerato ciencias sociales	41
	Modelo bachillerato ciencias y tecnología	42
	Ejercicio 1	43
	Ejercicio 2	47
	Ejercicio 3	51
	Ejercicio 4	55
	Ejercicio 5	58
	Ejercicio 6	61
	Ejercicio 7	65
	Ejercicio 8a	69
	Ejercicio 8b	71
4	CAPITULO 4 : RESULTADOS	75
5	CAPITULO 5 : CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	78
	ORIENTACIONES DIDACTICAS	82
	REFERENCIAS	86

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Frecuencia de uso de las TIC en las aulas	9
Figura 2 Usos educativos de las TIC por parte del profesor.....	9
Figura 3 Usos educativos de las TIC por parte de los alumnos	10
Figura 4 Interfaz del programa GeoGebra.	16
Figura 5 Página web de la aplicación Sympy Gamma.....	18
Figura 6 Interfaz principal del programa Matemática de Microsoft	20
Figura 7 Ventana de inicio de Wxmaxima.....	23
Figura 8 Configuración de Wxmaxima.....	24
Figura 9 Resolución de Operaciones básicas	25
Figura 10 Formato de números en Wxmaxima.....	26
Figura 11 Representación de la forma simbólica	26
Figura 12 Menú de expresiones algebraicas.....	27
Figura 13 Menú de factorización de expresiones.....	29
Figura 14 Ventana de dialogo para factorización de expresiones.....	29
Figura 15 Resolución de ecuaciones.....	30
Figura 16 Menú para resolución de ecuaciones.....	30
Figura 17 Representación y operación de vectores	31
Figura 18 Ventana de dialogo 1 para matrices.....	32
Figura 19 Ventana de dialogo 2 para matrices.....	32
Figura 20 Representación de matrices	32
Figura 21 Menú de Funciones	33
Figura 22 Ventana de dialogo para gráficas.....	34
Figura 23 Representación de funciones.....	35
Figura 24 Operaciones con derivadas.....	35
Figura 25 Operaciones con derivadas	36
Figura 26 Operaciones con datos	37
Figura 27 Representación de gráficos de barras	38
Figura 28 Ejercicio 1 en Wxmaxima.....	44
Figura 29 Ejercicio 1 en Matemática de Microsoft.....	45
Figura 30 Ejercicio 1 en Geogebra	45
Figura 31 Ejercicio 1 en Sympy Gamma.....	46
Figura 32 ejercicio 2 en Wxmaxima.....	47
Figura 33 Ejercicio 2 en Matemática de Microsoft.....	48
Figura 34 Ejercicio 2 en Geogebra	49
Figura 35 Ejercicio 2 en Sympy Gamma.....	50
Figura 36 Ejercicio 3 en Wxmaxima.....	51
Figura 37 Ejercicio 3 en Geogebra	52
Figura 38 Ejercicio 3 en Matemática de Microsoft.....	53
Figura 39 Ejercicio 3 en Sympy Gamma.....	54
Figura 40 Ejercicio 4 en Matemática de Microsoft.....	55
Figura 41 Ejercicio 4 en Wxmaxima.....	56
Figura 42 Ejercicio 4 en Geogebra	56

Figura 43 Ejercicio 4 en Sympy Gamma.....	57
Figura 44 Ejercicio 5 en Matemática de Microsoft.....	58
Figura 45 Ejercicio 5 en Geogebra.....	59
Figura 46 Ejercicio 5 en Wxmaxima.....	60
Figura 47 Ejercicio 5 en Sympy Gamma.....	60
Figura 48 Ejercicio 6 en Matemática de Microsoft.....	62
Figura 49 ejercicio 6 en Wxmaxima.....	63
Figura 50 Ejercicio 6 en Geogebra.....	64
Figura 51 Ejercicio 6 en Sympy Gamma.....	65
Figura 52 Ejercicio 7 en Matemática de Microsoft.....	66
Figura 53 Ejercicio 7 en Geogebra.....	67
Figura 54 Ejercicio 7 en Wxmaxima.....	67
Figura 55 Ejercicio 7 en Sympy Gamma.....	68
Figura 56 Ejercicio 8a en Matemática de Microsoft.....	69
Figura 57 Ejercicio 8a en Wxmaxima.....	70
Figura 58 Ejercicio 8a en Geogebra	70
Figura 59 Ejercicio 8b en matemática de Microsoft.....	72
Figura 60 Ejercicio 8b en Wxmaxima.....	73
Figura 61 Ejercicio 8b en Geogebra	73

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Operaciones básicas de Wxmaxima	24
Tabla 2 Formato de numeros	25
Tabla 3 Funciones frecuentes de Wxmaxima.....	26
Tabla 4 Operaciones con expresiones algebraicas.....	27
Tabla 5 Funciones de expresiones trigonométricas	28
Tabla 6 Factorización de expresiones.....	28
Tabla 7 Descomposición de expresiones	28
Tabla 8 Operaciones para resolución de ecuaciones	29
Tabla 9 Operaciones con matrices	32
Tabla 10 Operaciones con funciones.....	33
Tabla 11 Operaciones para gráficas.....	33
Tabla 12 Operaciones con raíces.....	34
Tabla 13 Operaciones estadísticas 1.....	36
Tabla 14 Operaciones estadísticas 2.....	37
Tabla 15 Operaciones estadísticas 3.....	37
Tabla 16 Representación de diagramas.....	37

1. CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1 JUSTIFICACIÓN

El uso educativo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación¹ durante el periodo de la educación secundaria es uno de los puntos más importantes dentro del campo de la integración de las TIC en la educación y ha supuesto un alto interés tanto por parte de las administraciones educativas como por parte del ámbito académico.

Este interés por parte de las administraciones educativas se puede apreciar mediante iniciáticas tales como la financiación de estudios sobre el uso educativo de las TIC en las aulas. Algunos de los informes publicados en los últimos años a partir de estos estudios dan cuenta del uso educativo de las TIC que se produce en diferentes espacios geográficos: El informe del Ministerio de Educación y Ciencia sobre el uso de las tecnologías de la información y la comunicación en las aulas escolares de España (MEC,2007) [1], el informe sobre las cifras clave de las tecnologías de la información y la comunicación en los centros escolares de Europa (Comisión Europea, 2004) [2], y el estudio sobre el uso del ordenador y de internet en las escuelas de Estados Unidos (DeBell y Chapman, 2006) [3]. También se puede apreciar el interés en el ámbito académico dado el número de publicaciones basadas en el estudio del uso de las TIC en la educación escolar como pueden ser: *Changing how and what children learn in school with computer-based technologies* (Roschelle y otros, 2000) [4], *The Cambridge handbook of multimedia learning* (Kozma, R, & Russell, 2005) [5].

En el estudio realizado por la Universidad Abierta de Cataluña y la Fundación Telefónica [6], cuyo objetivo es la obtención de datos sobre la inclusión y usos de las TIC en las instituciones escolares españolas, se pone de manifiesto el uso que se hace actualmente de las Tic tanto por parte del profesorado en el aula (figura 1.1) como su finalidad por parte del profesorado y del alumnado (figura 1.2 y 1.3).

¹ De ahora en adelante se presentaran como TICs

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

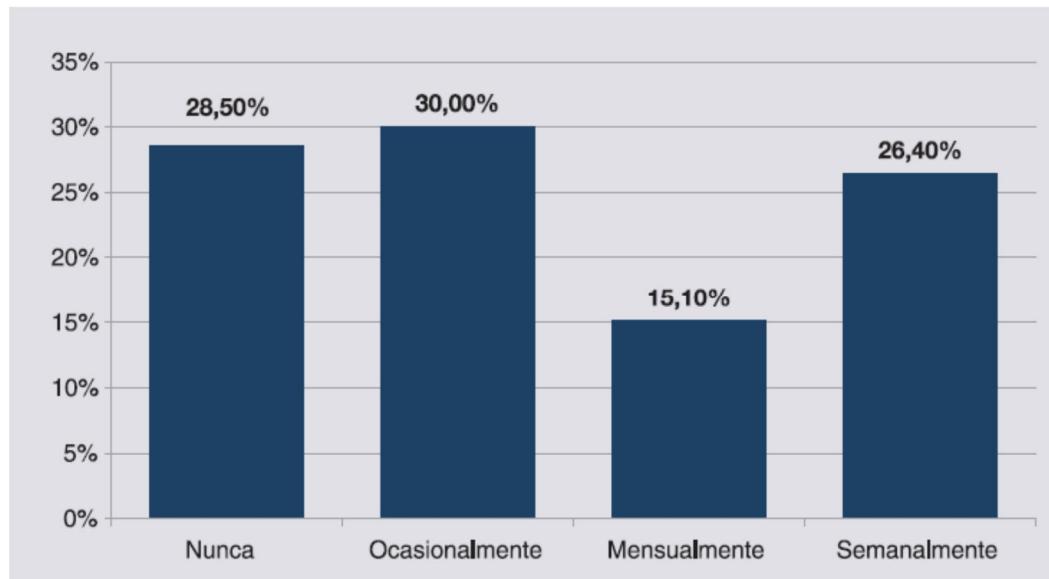


Figura 1 Frecuencia de uso de las TIC en las aulas

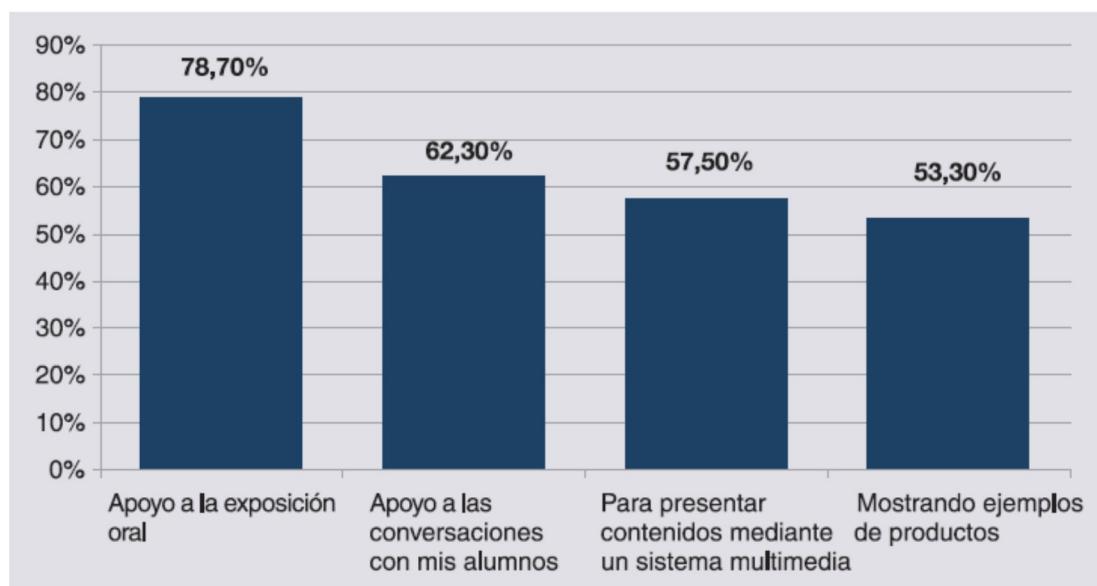


Figura 2 Usos educativos de las TIC por parte del profesor

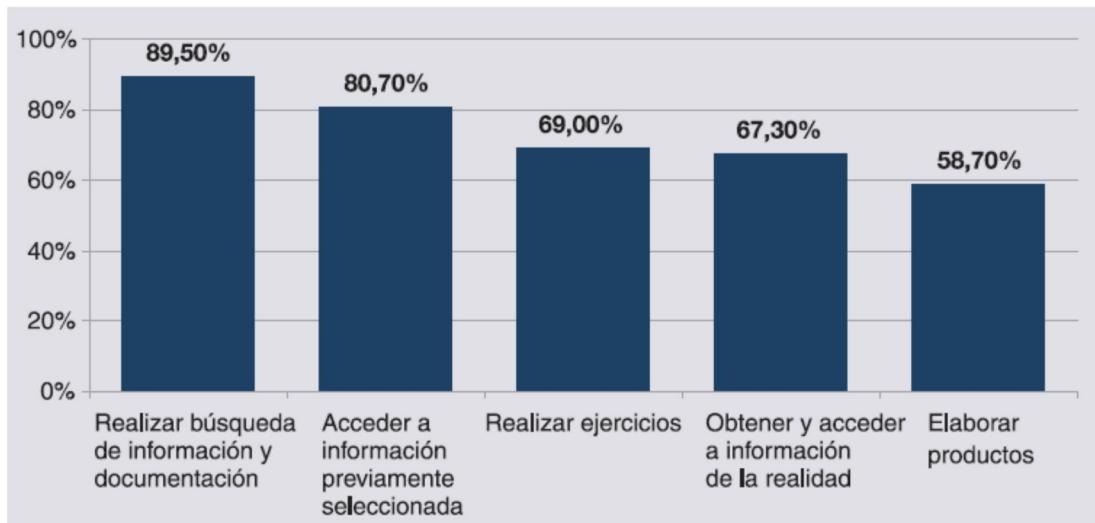


Figura 3 Usos educativos de las TIC por parte de los alumnos

De los resultados obtenidos es posible apreciar que una de las funciones más utilizada para las TIC es la realización de ejercicios, esta función toma más relevancia aun en una materia como pueden ser las matemáticas, donde la resolución de problemas tiene una presencia muy fuerte. El uso de programas informáticos para el cálculo, además de ser una ayuda para los alumnos y un efecto motivador, tiene la finalidad de desarrollar la competencia matemática y además otras competencias como puedan ser la digital y el autoaprendizaje. Este trabajo no pretende mostrar los beneficios de emplear las TIC en la docencia, sino analizar cuál de todas las herramientas disponibles es la más adecuada para la docencia en el ámbito de las matemáticas.

1.2 SOFTWARE LIBRE Y EDUCACIÓN

La elección de un programa para que sirva de apoyo a la docencia no suele ser una tarea fácil debido a la enorme oferta existente hoy en día en el mercado, por ello se deben tener en cuenta una serie de consideraciones previas antes de poder decidir cuál es el software elegido. Algunas de estas consideraciones pueden resultar obvias para cualquier usuario como puedan ser la calidad del programa que se presenta, el nivel de dificultad que puede presentar a la hora de manejarse y la correcta adecuación a la asignatura son requisito previo. No obstante, como profesores responsables en la utilización de las tecnologías que ofrecemos a los alumnos existe una consideración adicional, que muchas veces es pasada por alto y que puede condicionar seriamente la correcta utilización del programa: es la licencia

bajo la que funciona el programa seleccionado. Existen diversos tipos de licencias bajo las que se registran los programas informáticos, que pueden dividirse en dos grandes bloques: las licencias privadas, las cuales llevan asociado un precio que corresponde al coste de poder utilizar ese programa, y las licencias libres, las cuales se pueden emplear gratuitamente. La elección de un tipo de licencia u otro implica ciertas cosas asociadas a tener en cuenta.

El precio del programa: la más evidente de las consideraciones es simplemente la cuestión económica, para poder utilizar de forma correcta el programa es necesario adquirir suficientes licencias para cubrir todos los ordenadores en las aulas de informática, si el programa que se quiere utilizar se encuentra bajo una licencia privada sería necesario pagar cada una de las licencias necesarias para la instalación en cada uno de los ordenadores, además hay que tener en cuenta que estas licencias solo serían efectivas para los programas instalados en los ordenadores del centro, por lo que los alumnos no dispondrían de la herramienta en sus ordenadores personales. Por el contrario, si se considera la utilización de un programa bajo licencia de software libre permitirá la instalación en todos los ordenadores del centro educativo, así como en los ordenadores personales tanto de profesores como de alumnos, proveyéndoles de una herramienta útil sin estar condicionados a emplearla en el aula de informática del centro.

La copia ilegal: en la actualidad el uso de licencias privadas lleva conlleva un precio económico que se debe pagar para poder utilizar el software que lleva esa licencia, por el contrario el no pagar implica que no se puede emplear el software asociado. En la actualidad nos encontramos con un fenómeno relacionado con este tipo de licencias, que es la utilización de licencias privadas sin realizar el pago a través de programas de copia. Este fenómeno también aparece en los centros educativos que en ocasiones provoca que los alumnos dispongan de una herramienta en el centro pero no puedan acceder a ella en casa, lo que provoca que adquieran una copia ilegal para poder avanzar en su aprendizaje. Adicionalmente el uso de programas con licencia privada suele hacer que no sea posible experimentar con diferentes herramientas dado el precio de las mismas, siendo necesaria una general capaz de englobar todas las necesidades del centro educativo en cuanto a docencia en matemáticas. El software libre permite el uso de varias herramientas a la vez, cada

una con sus puntos fuertes a la hora de enfocarlo para un tipo concreto de materia. Incluso si el profesor elige una de ellas, siempre es posible ofrecer el resto de herramientas a los alumnos para que investiguen y experimenten por su cuenta.

Por último si tenemos en cuenta la velocidad con la que cambia la sociedad de la información, es posible que muchos de los programas que se utilizan hoy en día queden obsoletos en poco tiempo, siendo uno de los ejemplos más claros en este ámbito los procesadores de texto. Los estudiantes deberían formarse en habilidades generales adquiridas mediante el uso de diversas herramientas diferentes, y no centrarse en productos concretos que pueden quedar inservibles en poco tiempo. Así se evita crear formas de pensar demasiado estrictas como para poder adaptarse a nuevas herramientas.

En base a estas consideraciones, este trabajo se centrará exclusivamente en aquellos programas que dispongan de una licencia libre con el fin de que sea posible su distribución entre los alumnos y su uso legal en todo tipo de ordenadores, dentro de este grupo nos vamos a centrar en el programa WxMaxima, el cual ofrece una herramienta lo suficientemente simple como para ser empleada en secundaria y a la vez completa para que pueda ser empleada en estudios superiores.

1.3 EL PROGRAMA: WXMAXIMA

Maxima es un sistema de álgebra computacional, está especializado en operaciones simbólicas pero también ofrece otras capacidades tales como cálculo numérico de integrales o racionalización, únicamente limitados por el tamaño de memoria del ordenador. Actualmente se encuentra desarrollado en lenguaje LISP y funciona bajo todo tipo de plataformas como puedan ser MAC OS X, Unix, BSD, GNU/LINUX, Microsoft Windows y Android. Es un software que se distribuye bajo licencia libre bajo los términos de GNU-GPL2[7].

Maxima desciende del sistema Macsyma, desarrollado en el MIT³, entre los años 1968 y 1982 como parte del proyecto MAC⁴. Al finalizar el proyecto en 1982 el MIT entregó una copia del código fuente al DEO⁵, uno de los principales organismos

² Licencia Pública General de GNU

³ Instituto Tecnológico de Massachusetts

⁴ Project on Mathematics and Computation

⁵ Departamento de Energía

que aportaron los fondos económicos para el desarrollo del proyecto, en una versión conocida como DOE-Macsyma. Posteriormente el DOE concede una licencia de explotación del programa a la empresa Symbolics, la cual continúa desarrollando el programa durante unos años. En 1992 el programa sería adquirido por una empresa llamada Macsyma Inc. Y el programa iría perdiendo importancia progresivamente ante la aparición en el mercado de otros programas similares como Maple o Mathematica, ambos inspirados en sus orígenes por la propia Macsyma[8].

Una de estas copias del DOE-Macsyma fue mantenida por el Profesor William F. Schelter de la Universidad de Texas desde el año 1982 hasta su fallecimiento en 2001. Schelter mantenía una versión del programa adaptada al estándar Common LISP, la cual ya se conocía con el nombre de Maxima para diferenciarlo de su versión comercial. Unos años antes de su muerte, en 1998, Schelter había obtenido del DOE un permiso para distribuir el código fuente del programa DOE-Macsyma bajo licencia GNU-GPL, iniciando en el año 2000 el proyecto Maxima en SourceForge con el fin de mantener y seguir desarrollando el programa, ahora con el nombre de Maxima.

Actualmente el proyecto es un programa escrito en lenguaje LISP y está dirigido por un grupo de desarrolladores originarios de varios países, asistidos y ayudados por otras muchas personas interesadas en Maxima y que mantienen un cauce de comunicación a través de una lista de correo <http://maxima.sourceforge.net/maximalist.html>.

Puesto que Maxima se distribuye bajo licencia GNU-GPL [9], es posible encontrar de libre acceso el código fuente como los manuales en la página web del proyecto <http://maxima.sourceforge.net>. Gracias a este tipo de licencia se garantizan cierto tipo de libertades que son:

- Libertad para ejecutar el programa en cualquier lugar, en cualquier momento y con cualquier propósito.
- Libertad de estudiar cómo funciona el programa, y adaptarlo a nuestras necesidades
- Libertad para redistribuir copias a cualquier persona.
- Libertad para mejorar el programa y publicar las mejoras.

Maxima dispone de múltiples interfaces gráficos de usuario, siendo la versión WxMaxima una de las más populares debido al uso de herramientas de Windows y librerías que le permiten interactuar con otros programas como pueden ser SAGE, R o Kalgebra. Estas herramientas también proporcionan menús y diálogos para muchos de los comandos de máxima, ayudas de autocompletar, incrustar dibujos en el área de escritura y reproducir animaciones.

Desde el punto de vista de su utilización en la docencia el programa presenta ciertas características destacables, en primer lugar el programa es gratuito, que es uno de los puntos principales para ser considerado en este trabajo, en segundo lugar el programa está disponible en varios idiomas, entre ellos el español, lo cual hacen que sea una herramienta cómoda de usar, adicionalmente toda la documentación que viene con el programa se encuentra en español lo que proporciona una gran ayuda a los alumnos en caso de tener alguna duda con alguna de las operaciones que quieran realizar. De forma paralela existe una gran cantidad de documentación en español en la propia página web del programa que incluyen tutoriales para empezar a utilizar el programa desde la base hasta manuales para su uso en estudios superiores o profesionales. Además existen también diversos videos tutoriales para ilustrar como utilizar el programa en diversos problemas.

El programa presenta la ventaja adicional de que la mayor parte de los comandos que se utilizan pueden ser accedidos desde los menús situados en la parte superior de la ventana. Estos menús presentan una ventana de dialogo en cada caso para poder introducir los datos que sean necesarios, lo cual puede hacer que sea más sencillo de utilizar por parte de un alumno. Adicionalmente el programa no se queda únicamente en el nivel de educación secundaria, el programa dispone de comandos para realizar operaciones elevadas que pueden ser de utilidad en estudios universitarios y de formación profesional superior, el hecho de que el alumno hubiese tenido contacto con este programa en su etapa de educación secundaria podría suponer una gran ayuda para desenvolverse correctamente en sus estudios superiores. Cabe destacar que si bien el uso de los menús hace que sea muy sencilla su utilización, hay que tener en cuenta la competencia tecnológica y matemática de los alumnos que van a utilizarlo. Así pues este programa presenta muchas ventajas para ser utilizado en Bachillerato, en cualquiera de las modalidades donde aparecen

las matemáticas, pero no sería recomendable su uso durante la educación secundaria obligatoria ya que podría convertirse en una herramienta mal utilizada por los alumnos.

Para la realización de este trabajo vamos a utilizar la versión de WxMaxima 13.04 dadas las facilidades que proporciona a la hora de trabajar con el entorno y las posibilidades que nos ofrecen las herramientas adicionales de que dispone.

1.4 OTROS PROGRAMAS

Para llevar a cabo este trabajo se van a comparar el programa WxMaxima con otros programas matemáticos que puedan ser utilizados en secundaria para analizar su adecuación al nivel en el que se utilizan, en este punto daremos una breve descripción de cada programa.

1.4.1 GEOGEBRA

GeoGebra es una aplicación interactiva que reúne geometría, álgebra y cálculo en una sola aplicación, principalmente orientada al ámbito docente más que al uso profesional. Dada la variedad de campos matemáticos que abarca es posible utilizarlo para la realización de problemas de física, proyecciones comerciales y otras disciplinas.

Geogebra es un sistema distribuido con licencia GPL, por lo cual entra en la categoría que comúnmente se denomina software libre, está escrito en lenguaje Java, por lo que es posible encontrarlo para múltiples plataformas, incluido sistemas como iPad, Android, y sistemas móviles.

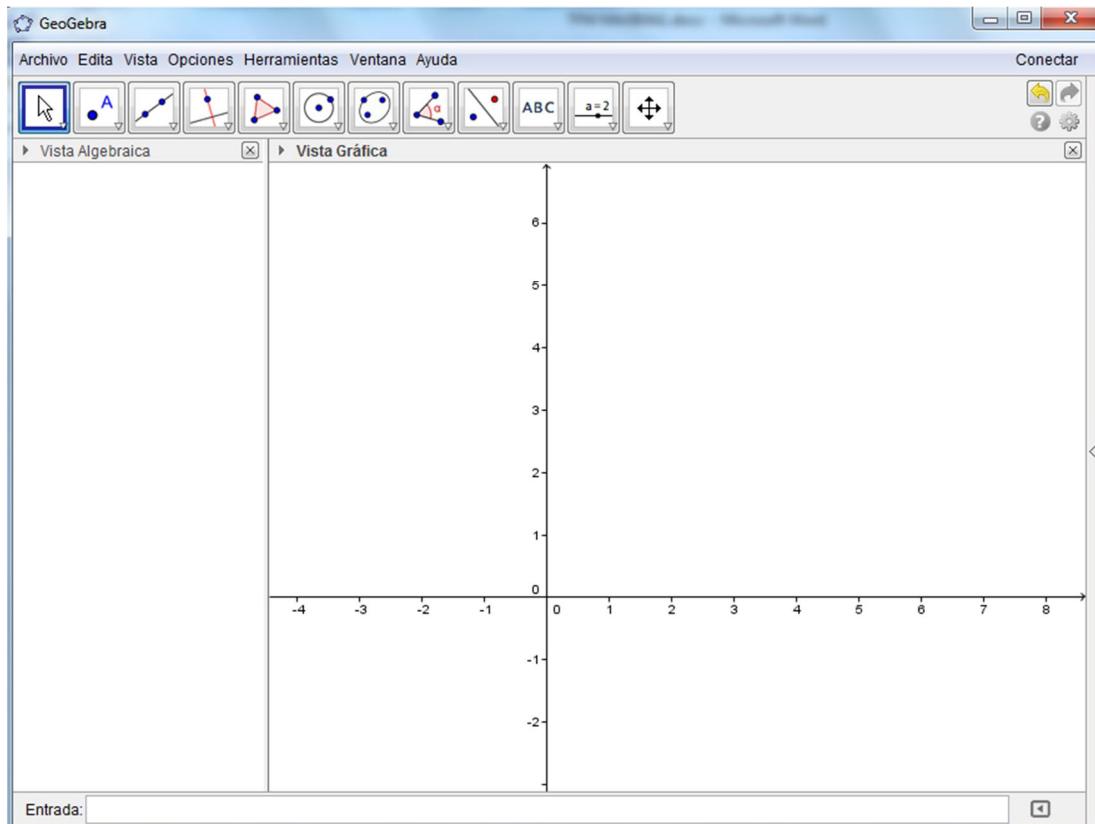


Figura 4 Interfaz del programa GeoGebra.

Geogebra ha sido creado por Markus Hohenwarter en 2001 en la universidad de Salzburg, posteriormente a continuado desarrollando el programa con la ayuda de diversos desarrolladores de programas de código abierto y traductores con el fin de distribuirlo por todo el mundo, en la actualidad el líder del proyecto GeoGebra es Michel Borcherds, un profesor de matemáticas de secundaria .

Actualmente Geogebra se desarrolla en diversos institutos por todo el mundo, en España concretamente existen 8, los cuales tienen como finalidad la difusión y enseñanza del programa, así como la certificación de conocimientos, desarrollar materiales y por norma general apoyar al profesorado para el correcto uso de Geogebra en el contexto educativo.

Desde el punto de vista de su uso en docencia encontramos en este programa características similares a las de Wxmaxima, en primer lugar la distribución del software es gratuito con lo que es posible usarlo en los centros de educación secundaria sin ningún problema, también presenta un interfaz con el usuario disponible en diversos idiomas, incluido el español, así como la ayuda a la que se

puede acceder a través de los menús del programa. Esto hace que el programa sea más sencillo de utilizar, sobre todo teniendo en cuenta que los usuarios a los que está enfocado este tipo de programas aún están adquiriendo las competencias tecnológicas necesarias para poder utilizar este tipo de programas en su totalidad. Adicionalmente Geogebra dispone de una gran cantidad de material en su página web, <http://www.geogebra.org/cms/es/>, así como la página <http://www.geogebra.es> para ayudar a manejar mejor el programa, si bien carece de un menú donde encontrar todo el material, dispone de un buscador que permite realizar búsquedas más efectivas. También existen multitud de videos tutoriales, similares a los presentados en la página web de Wxmaxima, para empezar a usar el programa o para la resolución de problemas típicos.

El programa presenta un interfaz de usuario bastante simple en los que pueden encontrarse de forma intuitiva las diversas construcciones geométricas en la parte superior de la ventana, haciendo que sea posible representar de forma sencilla diversos problemas geométricos sin más complicación que dibujándolos. De forma similar podemos encontrar en la parte de la izquierda una ventana para la resolución de problemas algebraicos y en la parte inferior una línea de comando donde poder introducir las operaciones. A la derecha de esta línea de comandos se encuentra un ícono donde es posible despegar un menú donde podemos encontrar una pequeña selección de los comandos más habituales ordenados según su campo de utilización así como un pequeño ejemplo de uso, de forma que sean fáciles e intuitivas de utilizar.

1.4.2 SYMPY GAMMA

Sympy gamma es una aplicación de cálculo algebraico, está basado en el lenguaje de programación Python, este programa presenta dos formas posibles de ser utilizado, por un lado tenemos la utilización clásica del programa basándose en la descarga de un paquete de instalación que instalará el programa en el ordenador, dicho paquete es posible descargarlo desde la página web del programa:

<https://github.com/sympy/sympy/wiki/Download-Installation>

Otra forma posible es la utilización desde el navegador web, a través de la ventana de escritura que presenta, la cual viene presentada con diversos ejemplos para poder ser utilizada en diversos campos matemáticos.

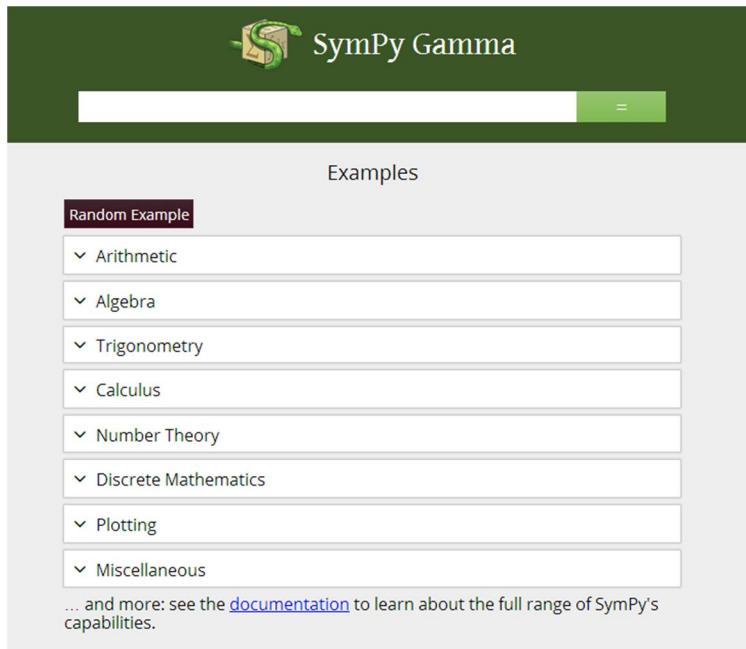


Figura 5 Página web de la aplicación Sympy Gamma

Esta aplicación está distribuida bajo licencia BSD⁶, lo que permite el uso libre y gratuito de la aplicación, y dispone de una ayuda importante a través de la misma página web donde podemos realizar las operaciones. Como inconveniente principal tenemos que la aplicación está enteramente en inglés así como los manuales, y por ahora existen pocas traducciones de los mismos al castellano.

Si consideramos su uso desde el punto de vista de la docencia presenta una características interesantes que son el hecho de no necesitar ningún tipo de instalación, únicamente una conexión a internet, para poder utilizar el programa, y que el uso del programa es gratuito, además en ciertos casos presenta la resolución de las ecuaciones paso a paso desarrollando la teoría asociada a la resolución de forma que los alumnos pueden entender que se hace para resolverlo y no únicamente resolver el problema que se les está pidiendo. Por el contrario el programa el programa presenta también ciertas desventajas para su uso en centros de educación secundaria, el primero de ellos es que el lenguaje del interfaz de usuario esta en

⁶ Licencia para sistemas BSD (Berkeley Software Distribution)

inglés, y aunque el nivel necesario para su utilización es bastante sencillo no se debe olvidar que es para que lo utilicen alumnos de secundaria, lo cual podría implicar que no entendiesen el idioma, igualmente la documentación asociada se encuentra en inglés y puede presentar problemas a la hora de que los alumnos busquen soluciones cuando no entiendan algo, aunque también es cierto que el programa presenta una serie de ejemplos de los comandos más utilizados en los menús desplegables situados en la parte inferior de la línea de comandos, de forma que su utilización es bastante intuitiva. Estas circunstancias provocan que la utilización de este programa no sea recomendable en la etapa de educación secundaria, siendo más indicado para el ciclo de bachillerato o incluso en ciertos grados de formación profesional, dada la ayuda que proporciona a la hora de realizar operaciones relacionándolo con la teoría necesaria para la resolución, ya que puede servir de herramienta para recordar cosas que se hayan estudiado previamente de forma rápida y efectiva.

1.4.3 Microsoft Matemáticas

Microsoft matemáticas es un software educativo, diseñado por Microsoft Windows, el cual está orientado principalmente como herramienta de apoyo a estudiantes. En los últimos años Microsoft ha estado desarrollando diversos paquetes informáticos con el fin de proveer de herramientas a docentes y alumnos en las diferentes especialidades académicas. Ejemplos de estos softwares son Office 365, Google apps y Microsoft Matemáticas. Este programa se ha incluido tras la realización de las prácticas en el centro de educación secundaria de Arca Real, donde se utiliza el libro de texto de la editorial Editex y con el cual viene acompañado un CD con el programa para su uso por los alumnos con una licencia anual. Si bien es cierto que en un inicio no se van a considerar programas de licencia privada debido a la complicación que tendría los alumnos de adquirir las licencias para su uso, también es cierto que los alumnos pueden acceder a este programa durante el curso actual gracias a que viene una copia con el libro de texto junto con una licencia, por lo que se ha considerado interesante su comparación con otros programas que se pueden usar para la docencia en matemáticas.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

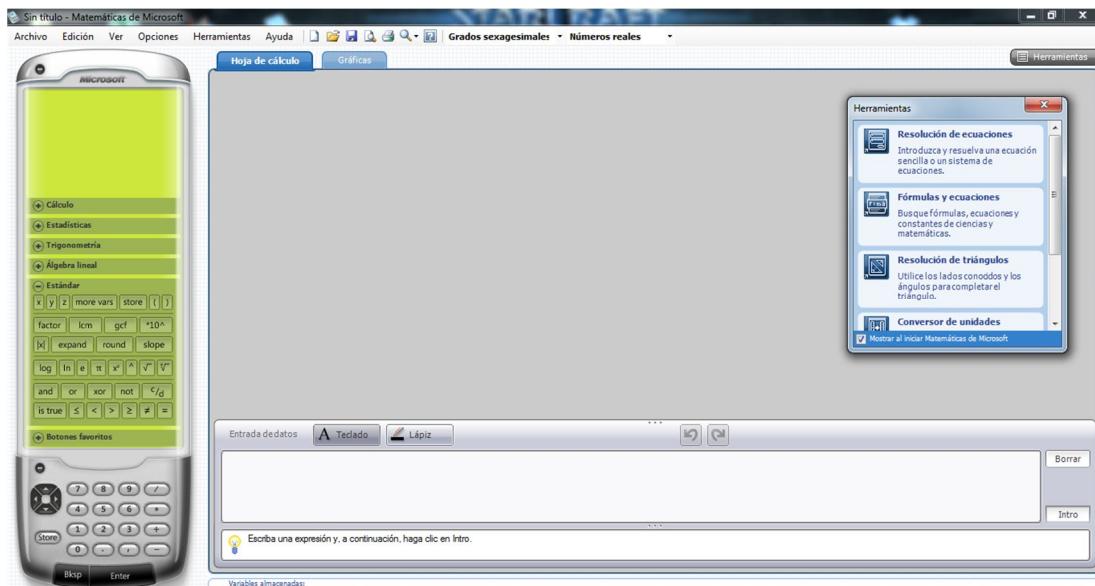


Figura 6 Interfaz principal del programa Matemática de Microsoft

El programa está diseñado para servir de apoyo a los estudiantes en el área de las matemáticas, independientemente de la modalidad de estas, así como para educar al usuario. El programa dispone de herramientas como una calculadora gráfica y un conversor de unidades, así como diversos módulos para el cálculo de triángulos, ecuaciones...

Existe una gran variedad de manuales en inglés para este programa, así como diversos video tutoriales disponibles creados por usuarios, también es posible encontrar manuales en castellano relacionados con este programa pero son menos numerosos aunque están orientados principalmente a la utilización del programa por parte de alumnos.

Considerando su uso desde el punto de vista de la docencia tenemos un programa que presenta una serie de características diferentes al resto de programas presentados. Inicialmente estamos frente a un programa con licencia privada, si bien este programa se provee gratuitamente con el libro de texto, también nos puede condicionar debido a que sería recomendable continuar con el mismo programa para docencia durante todo el ciclo educativo, lo cual nos obligaría a utilizar los libros de texto donde se provee el programa. El programa se provee en español y cuenta con una ayuda para los alumnos instalada, de manera que es fácil acceder a la documentación. El programa presenta un interfaz de usuario muy intuitivo para los alumnos, en primer lugar se tiene un cuadro de texto donde se dan las opciones más

comunes para la resolución de ejercicios como pueda ser resolución de ecuaciones, triángulos..., también se presenta una pequeña interfaz en el lado izquierdo de la pantalla en forma de PDA, donde están localizadas por grupos los comandos más habituales que los alumnos puedan necesitar para la resolución de los ejercicios. La forma de utilización es únicamente pulsando en la orden, y según, sea puede aparecer un cuadro de texto para introducir datos o bien trasladar la barra de escritura a la línea de comandos con el comando ya introducido. La ventana de resolución se presenta de 2 formas diferentes, inicialmente se ve la ventana de la hoja de cálculo donde podemos ver las operaciones que vamos realizando separadas según su orden de introducción. Estas órdenes se pueden modificar una vez introducidas si fuera necesario o incluso borrar, también ofrecen opciones a modo de sugerencia para realizar posibles cálculos en función de los datos introducidos. Por otro lado, también existe la ventana gráfica donde se pueden representar distintas funciones a través de diversas ventanas de dialogo, y permite una resolución gráfica de problemas.

1.5 OBJETIVOS

La finalidad de la educación secundaria es la adquisición de unas competencias que permitan al alumno ser capaz de manejarse de forma efectiva durante la vida adulta, dichas competencias se deben adquirir a lo largo de toda la etapa de educación secundaria, pero en la actualidad no es fácil desarrollar todas las competencias de forma simultánea. Este trabajo intenta presentar de forma práctica la utilización de diversos programas informáticos con el fin de encontrar una herramienta adecuada para desarrollar tanto la competencia matemática, principal competencia que se debe desarrollar en la asignatura de matemáticas, y la competencia informática, la cual no suele ser desarrollada de ninguna forma en gran parte de los programas didácticos.

Para desarrollar este trabajo se han seleccionado diversos programas informáticos de acuerdo a las ideas expuestas durante el capítulo de introducción de este trabajo, como pueden ser Geogebra y Sympy Gamma, también se ha incluido en la comparativa de software el programa de Microsoft matemáticas, ya que durante el periodo de prácticas desarrollado en el Instituto Arca Real, como parte de la

formación presente en el master de profesor en secundaria. Se ha observado, que aun siendo un programa de pago, dicho programa es ofrecido a los alumnos de forma gratuita cuando adquieren los libros de texto de la asignatura con una licencia anual. Por tanto, se ha considerado interesante utilizarlo también en esta comparativa dada la facilidad con la que tanto docentes como alumnos podrían hacer uso de él.

En una primera aproximación para la realización de este trabajo se ha tomado el programa Wxmaxima como programa en el cual se va a centrar el trabajo por ser considerado el más completo de todos ellos, si bien puede no presentar tantas facilidades como otros programas educativos. Dicho programa puede ser empleado tanto en la educación secundaria como en los estudios superiores y la vida laboral, por lo cual se ha considerado que es una herramienta muy interesante para ser empleada para la docencia en matemáticas.

Así pues habiendo fijado los elementos con los cuales se va a desarrollar el trabajo en los puntos anteriores, nos centraremos en los objetivos que queremos lograr con la realización de este trabajo, que son:

- Definir una muestra de ejercicios representativos de los diferentes bloques del currículo en las diversas etapas educativas donde pudieran emplearse estos programas.
- Resolver la muestra de ejercicios planteada mediante los diversos software propuestos.
- Comparar los resultados obtenidos de los programas en función de la utilidad docente.
- Finalmente ofrecer una ayuda a los docentes a la hora de seleccionar un programa informático para complementar la impartición de la asignatura.

2 CAPITULO 2: INTRODUCCION A WXMAXIMA

En este trabajo no se va a utilizar Maxima directamente, en su lugar se va a trabajar en un entorno grafico que se basa en Maxima para la realización de los cálculos, dicho entorno grafico es WxMaxima. Esta opción facilita la utilización del programa ya que proporciona una curva de aprendizaje mucho más suave.

WxMaxima está disponible para su descarga desde su página web

<http://andrejv.github.io/wxmaxima/index.html>

2.1 PRIMEROS PASOS CON WXMAXIMA

Una vez instalado el programa, al ejecutarlo nos encontramos con una ventana similar a la figura.

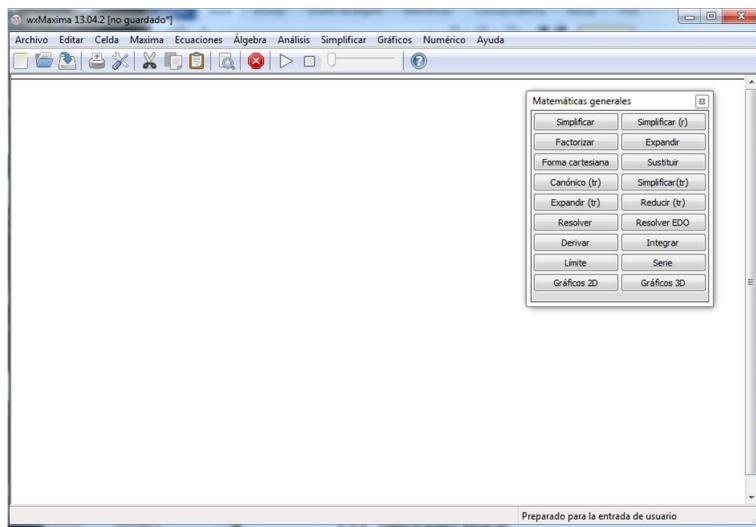


Figura 7 Ventana de inicio de Wxmaxima

Comenzamos familiarizándonos con el entorno de trabajo. En la parte superior se encuentra la barra de herramientas donde encontramos los menús desplegables habituales: Archivo (donde encontramos abrir, guardar, cerrar...), Editar (donde se encuentran copiar, pegar, deshacer...), Celda (donde se encuentra las opciones relacionadas con la escritura en wxMáxima), Maxima (donde se encuentran opciones relacionadas con las funciones de wxMaxima) y otros menús desplegables relacionados con diversas opciones matemáticas.

El panel de comandos que aparece en el lateral derecho presenta algunas de las opciones matemáticas más generales y puede ser útil tenerlo para facilitar el

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

trabajo realizado. Es posible que este panel no aparezca la primera vez que se ejecuta wxMaxima, por lo que tendremos que abrirlo desde el menú Maxima → Paneles → Matemáticas generales. En dicho menú también es posible desplegar un menú similar con funciones relacionadas con la estadística.

Una vez nos familiarizamos con el entorno de trabajo procedemos a realizar las primeras operaciones, las cuales se pueden ver en la siguiente tabla:

+	Suma
*	Producto
/	Cociente
^	Potencia
Sqrt (a)	Raíz cuadrada de a

Tabla 1 Operaciones básicas de Wxmaxima

Para introducir una expresión desplazamos el cursor hasta la zona blanca y escribimos la expresión, por ejemplo $5*8+3$. El programa por defecto al pulsar ENTER nos desplazara a la línea siguiente, pero no evaluará la expresión que hemos escrito, para ello será necesario pulsar la combinación de teclas MAYUSC-ENTER, esto es así debido a que wxMaxima está pensado para introducir grupos de expresiones o pequeños programas con la intención de que sean evaluados todos a la vez, aun así esto es posible modificarlo desde el menú Editar → Preferencias y marcar la casilla donde pone: Tecla retorno evalúa celdas.

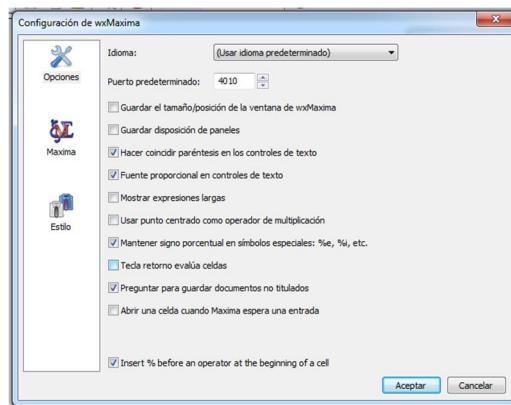


Figura 8 Configuración de Wxmaxima

Una vez se ha evaluado la expresión que hemos introducido encontramos la siguiente figura.

```
(%i1) 5*8+3;  
(%o1) 43
```

Figura 9 Resolución de Operaciones básicas

En la imagen podemos ver cómo trabaja wxMaxima con las celdas, cada vez que el usuario desea introducir una expresión tiene 2 formas de hacerlo, situando el cursor en un espacio en blanco, lo que dará lugar a la creación de una nueva celda como a ocurrido con nuestro ejemplo, o bien situar el cursor en una de las celdas previamente utilizadas, donde se añadiría la nueva expresión, esto permite modificar celdas sin necesidad de tener que rescribirlas por completo. Las celdas vienen delimitadas por un dibujo en el lado izquierdo que delimita la extensión de la celda. Dentro de la celda podemos ver que la expresión introducida esta numerada con una etiqueta, en este caso %i1, esto marca la entrada número 1, igualmente el resultado proporcionado por el programa dispone de una etiqueta similar, en nuestro caso %o1, que marca la salida 1 del programa. Es posible referirnos a estas etiquetas en cualquier momento para no tener que escribir de nuevo la entrada o salida asociada. Igualmente es posible referirse a la última salida del programa mediante el símbolo %.

WxMaxima está orientado principalmente al cálculo simbólico, no obstante también es posible emplearlo para cálculo numéricos, para ello basta con ir al menú Numérico → Comutar salida numérica. Los resultados obtenidos de las operaciones pueden representarse y aproximarse de diversas formas en función de cómo pidamos al programa que nos lo represente, existen 3 modos diferentes de aproximación numérica.

Float (numero)	Expresión decimal de numero
Numero, number	Evaluación decimal de numero
Bfloat (numero)	Expresión decimal larga de numero

Tabla 2 Formato de numeros

Es posible ver los resultados en la siguiente figura donde se aproxima $3\sqrt[2]{2} + 25$.

```
[%i1] float(3*sqrt(2)+25);
[%o1] 29.24264068711928

[%i2] 3*sqrt(2)+25, numer;
[%o2] 29.24264068711928

[%i3] bfloat(3*sqrt(2)+25);
[%o3] 2.924264068711929b1
```

Figura 10 Formato de números en Wxmaxima

La última expresión indica que el número que se encuentra antes de la “b” ha de ser multiplicado por 10 elevado al número que se encuentra después. Es posible cambiar el número de cifras decimales que se muestran a través del menú Numérico → establecer precisión.

Es posible trabajar también de forma simbólica, lo cual nos ofrece una mejor precisión a la hora de devolvernos valores, como se aprecia en el ejemplo de la figura.

```
[%i4] 3*sqrt(2)+25;
[%o4] 3 $\sqrt{2}$ +25
```

Figura 11 Representación de la forma simbólica

WxMaxima también tiene programadas las funciones más usuales en el cálculo numérico.

Sqrt(x)	Raíz cuadrada de x
Exp(x)	Exponencial de x
Log(x)	Logaritmo neperiano de x
Sin(x), cos(x), tan(x)	Seno, coseno, tangente de x en radianes
Csc(x), sec(x), cot(x)	Cosecante, secante, cotangente de x en radianes
Asin(x), acos(x), atan(x)	Arcoseno, arcocoseno, arcotangente
Sinh(x), cosh(x), tanh(x)	Seno, coseno, tangente hiperbólicos
Asinh(x), acosh(x), atanh(x)	Arcoseno, arcocoseno, arcotangente hiperbólicos

Tabla 3 Funciones frecuentes de Wxmaxima

2.2 ALGEBRA

Dentro de este apartado se presentan los comandos que pueden ser más utilizados en este bloque de contenidos, siendo su principal interés para nosotros la simplificación y operación de expresiones algebraicas.

WxMaxima presenta unas funciones para el cálculo de expresiones a través de comandos o a través del menú desplegable de simplificar situado en la parte superior de la ventana de la aplicación.

Expand (expr)	Expande la expresión expr en productos y potencias
Ratexpand (expr)	Expande expr con más eficiencia para polinomios

Tabla 4 Operaciones con expresiones algebraicas

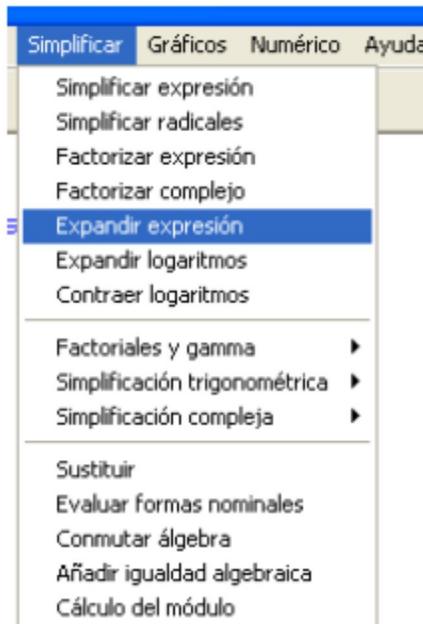


Figura 12 Menú de expresiones algebraicas

De forma similar en el mismo menú desplegable podemos encontrar el menú para la simplificación de ecuaciones trigonométricas, bien sea expandiéndolas a los elementos más simples o reduciéndolas para su posterior calculo. Igual que antes es posible introducir estas órdenes a través de la pantalla escribiendo las siguientes funciones.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

trigexpand (expr)	Desarrolla funciones trigonométricas
trigreduce (expr)	Simplifica funciones trigonométricas
Trigsimp (expr)	Simplifica funciones trigonométricas, usando principalmente potencias

Tabla 5 Funciones de expresiones trigonométricas

También presenta comandos para trabajar con polinomios, no únicamente las operaciones básicas, sino que también es posible la factorización de los mismos, independientemente de que sus raíces sean racionales o complejas, así como la descomposición en factores simples de los cocientes de polinomios.

Para la factorización de un polinomio se utiliza la siguiente expresión.

Factor (expr)	Expresa el polinomio expr como producto de factores más sencillos
---------------	---

Tabla 6 Factorización de expresiones

Para la descomposición de un cociente de polinomios, se puede realizar de 2 formas diferentes, es posible realizarlo introduciendo en la zona de escritura el siguiente comando:

Partfrac (expr, x)	Descompone expr respecto de la variable x
--------------------	---

Tabla 7 Descomposición de expresiones

Otra forma más sencilla de poder hacerlo es a través del menú de wxMaxima, dentro del menú desplegable Análisis → Fracciones simples. Se presenta una ventana donde es posible introducir la expresión que deseamos simplificar.

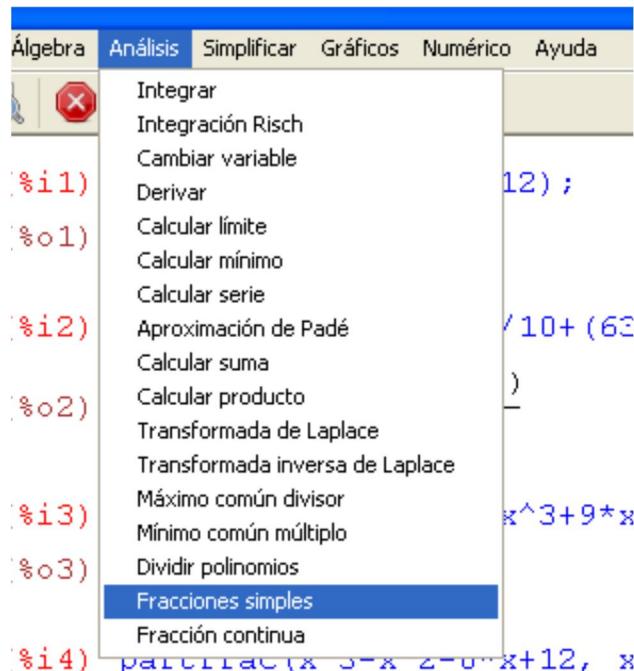


Figura 13 Menú de factorización de expresiones

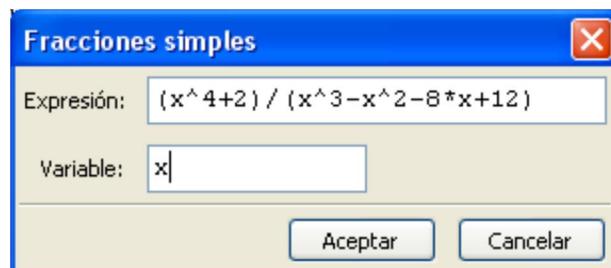


Figura 14 Ventana de dialogo para factorización de expresiones

Wxmaxima ofrece también diversos comandos para la resolución de ecuaciones, que pueden verse a continuación.

<code>solve(ecuación, variable)</code>	Resuelve ecuación respecto a la variable <code>variable</code>
<code>solve([ecuaciones], [variables])</code>	Resuelve el sistema [ecuaciones] respecto a las variables [variables]
<code>multiplicities</code>	Indica la multiplicidad de las variables

Tabla 8 Operaciones para resolución de ecuaciones

Es posible referirse a las ecuaciones que se han empleado previamente mediante la utilización del signo % para referirnos a entradas y salidas previas, igualmente es posible hacer referencia a las ecuaciones por la definición de nombres como podemos ver en el ejemplo:

```
(%i2) solve(x^3-3*x^2+2*x+3,x);
(%o2) [x=2-%i ,x=%i +2 ,x=-1]

(%i5) p:x^2+5*x+2=0;
(%o5) x2+5 x+2=0

(%i6) solve(p,x);
(%o6) [x=- $\frac{\sqrt{17}+5}{2}$ ,x= $\frac{\sqrt{17}-5}{2}$ ]
```

Figura 15 Resolución de ecuaciones

También es posible emplear las opciones que presenta wxMaxima para la resolución de ecuaciones a través del sistema de menús, situado en la parte superior de la ventana.

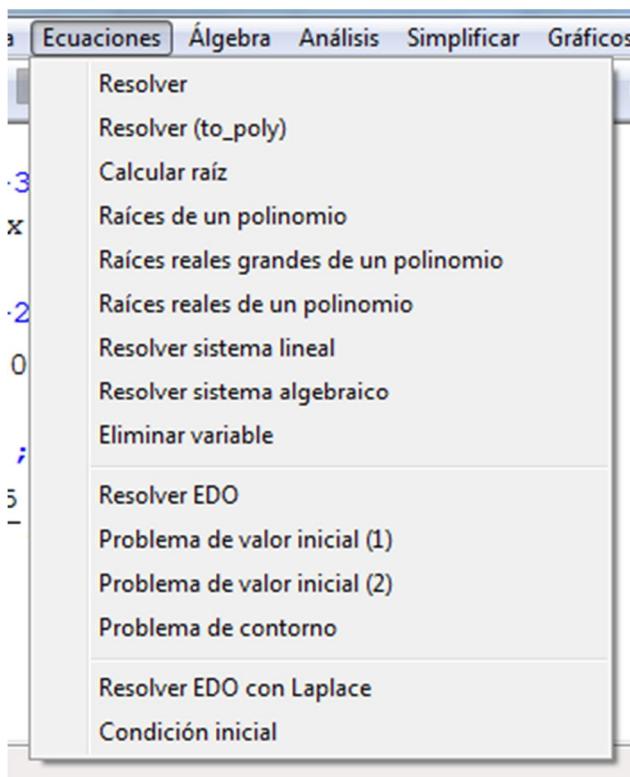


Figura 16 Menú para resolución de ecuaciones

A través de dicho menú se presenta una ventana donde es posible introducir la ecuación que se desea resolver y la variable respecto a la cual queremos resolver. Puede suceder que en caso de resolver ecuaciones donde aparezcan exponenciales, trigonométricas, logarítmicas... la función solve no pueda resolverlo, en dichos casos

puede ser necesaria la utilización de aproximaciones, las cuales, por basarse en el teorema de Bolzano serán tratadas en el punto de Funciones y Graficas.

2.3 GEOMETRIA

Wxmaxima plantea los problemas geométricos a través de la resolución analítica, no existe una pantalla grafica donde dibujar por coordenadas como tal sino que se debería crear por partes las figuras que se quieran representar, en ese sentido Wxmaxima trabaja con vectores y matrices para las representaciones. Para la creación de vectores Wxmaxima utiliza los corchetes para definir los elementos de un vector y comas para diferenciar cada uno de los elementos, igualmente se emplean los signos de operación para realizar las operaciones básicas con los vectores de suma, resta, división, multiplicación. Para esta última operación cabe destacar que es posible aplicar el producto escalar y el producto vectorial, si empleamos únicamente el signo de multiplicación se realiza el producto elemento a elemento, si se emplea el signo de punto se realiza el producto escalar.

```
(%i1) p: [-2,3,5];  
(%o1) [-2,3,5]  
  
(%i2) q:[a,3,-4];  
(%o2) [a,3,-4]  
  
(%i3) s: [-1,7,2/3];  
(%o3) [-1,7,  $\frac{2}{3}$ ]  
  
(%i4) p.s;  
(%o4)  $\frac{79}{3}$   
  
(%i5) p+q;  
(%o5) [a - 2, 6, 1]
```

Figura 17 Representación y operación de vectores

Para definir una matriz, es posible hacerlo mediante el comando matrix(), dando como argumento una serie de vectores, que corresponderían a las filas de la matriz. También existen una serie de comandos relacionados con el análisis de matrices que se presentan a continuación:

Matrix(fila1,fila2...)	Definir la matriz
Rank(matriz)	Calcular el rango de la matriz
Determinant(matriz)	Calcular el determinante de la matriz
Invert(matriz)	Calcular la matriz inversa

Tabla 9 Operaciones con matrices

Es posible efectuar las operaciones habituales sobre las matrices: suma, producto por escalares y producto (usando “.”). También es posible definir una matriz a través de los menus de Wxmaxima, desde el menú de Algebra → Introducir matriz.



Figura 18 Ventana de dialogo 1 para matrices

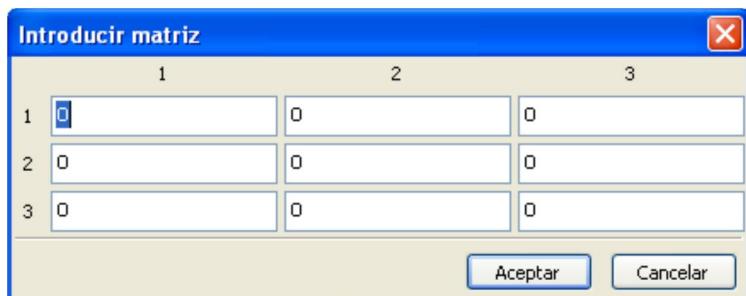


Figura 19 Ventana de dialogo 2 para matrices

```
(%i1) A:matrix([1/2,-3/5,2],[0,-1,2/5],[-2,3,-6]);
```

$$(\%o1) \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{5} & 2 \\ 0 & -1 & \frac{2}{5} \\ -2 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

Figura 20 Representación de matrices

2.4 FUNCIONES Y GRÁFICAS

Para la definición de funciones se usara principalmente el símbolo “:=”. El programa permite definir funciones que presentan cualquier cantidad de variables, e

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

igualmente cualquier cantidad de componentes. En este apartado nos centraremos en las funciones reales de una variable, las cuales podemos definir con los siguientes comandos: graficas

Función (var1,var2,...):=(expr1,expr2,...)	Definición de la función
Define (func, expr)	La función vale expr (forma alternativa de definir una función)
Functions	Lista de funciones definidas por el usuario

Tabla 10 Operaciones con funciones

Desde el menú desplegable Maxima es posible ver que funciones están definidas, cuáles son sus definiciones y borrar funciones que ya no sean necesarias.

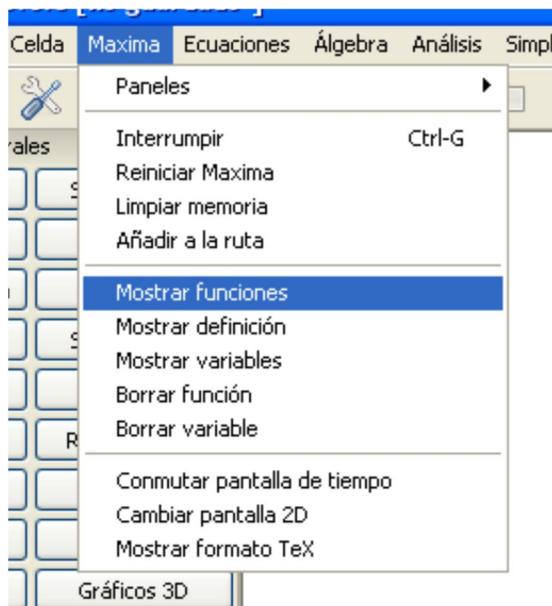


Figura 21 Menú de Funciones

Wxmaxima ofrece también la posibilidad de representar gráficamente las funciones $f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por el usuario. Para ello se emplean los siguientes comandos:

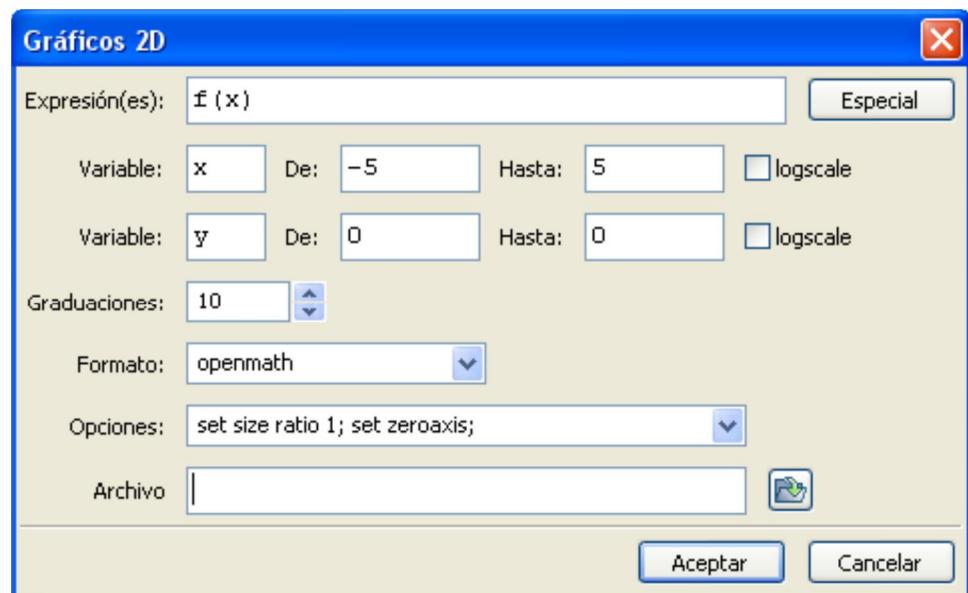
Plot2d (f(x), [x,a,b])	Representa la gráfica de $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$
Plot2d ([f(x),g(x)...], [x,a,b])	Representa, en una misma ventana, las funciones de $f(x)$, $g(x)$,... en el intervalo $[a,b]$

Tabla 11 Operaciones para gráficas

Como es habitual en wxmaxima, también es posible realizar estas operaciones a través de los diversos menús situados en la parte superior de la ventana, en este caso a través del menú Graficos → Graficos2D. Cuando se pulsa Graficos 2D

aparece una ventana de dialogo en la cual se puede completar o modificar diversos campos

- Expresión. campo relacionado con la función que queremos representar, por defecto wxmaxima se refiere a esta en la forma de % para referirse a una entrada o salida anterior.
- Variable x. aquí se puede definir el intervalo de la variable x en la cual queremos representar la función
- Variable y. de la misma forma para acotar el recorrido de los valores de la función



Anteriormente se han visto la resolución de ecuaciones, pero quedo pendiente la resolución de ecuaciones de forma aproximada dada la necesidad de conocer el teorema de Bolzano para su resolución, ahora que disponemos de una herramienta grafica analizamos como resolver dichas ecuaciones. Para ello nos basaremos en los comandos vistos para la representación de funciones y el comando siguiente:

find_root(f(x), x, a, b)	Resuelve $f(x)=0$ en $[a; b]$
--------------------------	-------------------------------

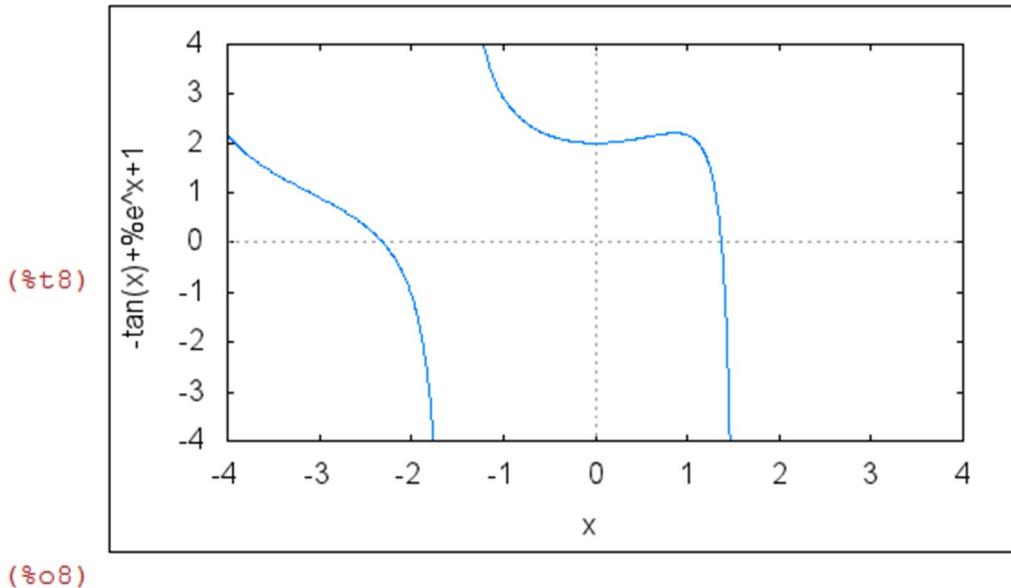
Tabla 12 Operaciones con raíces

En el ejemplo siguiente se muestra cómo se resuelve una aproximación mediante este comando, para ello usaremos la ecuación $e^x + 1 - \tan(x)$, de la cual no obtenemos solución mediante el comando solve. Para hallar una aproximación a

la solución representaremos la función y aplicaremos el comando en los intervalos que veamos que la función corta al eje de abscisas

```
(%i7) f(x):=%e^x+1-tan(x);
(%o7) f(x):=%e^x+1-tan(x)

(%i8) wxplot2d(f(x), [x,-4,4], [y,-4,4]);
plot2d: some values were clipped.
```



```
(%i9) find_root(f(x),x,1,1.5);
(%o9) 1.371045106423148
```

[Figura 23 Representación de funciones](#)

Las últimas partes del bloque de funciones corresponden al cálculo de derivadas e integrales, estos puntos tienen una gran importancia y wxmaxima posee diversos comandos para su cálculo. Para realizar el cálculo de una función real de variable real se utiliza el comando diff, de la forma siguiente

Diff (expr, variable)	Derivada de expr respecto de variable
Diff (expr, variable, n)	Derivada n-esima de expr respecto de variable

[Figura 24 Operaciones con derivadas](#)

```
[%i7] diff(sin(x),x);  
(%o7) cos(x)  
  
[%i8] diff(sin(x),x,2);  
(%o8) -sin(x)
```

Figura 25 Operaciones con derivadas

También es posible realizar esta operación a través de los menús superiores de Wxmaxima

2.5 ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

Wxmaxima dispone de un módulo específico para las operaciones relacionadas con la estadística y la probabilidad el cual viene junto con el programa y es instalado por defecto al realizar la instalación en el ordenador, en este sentido, dado que no forma parte estrictamente del programa, no es posible encontrar los comando a través de las opciones del menú como venía siendo habitual en los puntos anteriores.

Para la realización de operaciones relacionadas con la estadística descriptiva podemos utilizar los siguientes comandos, dichos comandos deben tener como argumento o bien un vector con los datos relativos al problema o bien una matriz, en función del problema que se deseé resolver.

Mean(datos)	Media muestral de los datos
Var(datos)	Varianza muestral de los datos
Var1(datos)	Cuasi varianza muestral de los datos
Std(datos)	Desviación típica de los datos
Std1(datos)	Cuasi desviación de los datos

Tabla 13 Operaciones estadísticas 1

Otros comandos útiles a la hora de tratar con grandes cantidades de datos son los siguientes comandos

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

Range(datos)	Diferencia entre el valor mínimo y máximo de los datos
Smin(datos)	Valor mínimo de los datos
Smax(datos)	Valor máximo de los datos
pearson_skewness(datos)	Coeficiente de Pearson de los datos

Tabla 14 Operaciones estadísticas 2

Para el cálculo de las variables bidimensionales utilizamos los siguientes comandos, hay que tener en cuenta que estos comandos, dada la finalidad que tienen, solo pueden admitir matrices de datos, y no funcionarían con vectores.

Cov(datos)	Covarianza de los datos
Cov1(datos)	Cuasi covarianza de los datos
Cor(datos)	Correlación de los datos

Tabla 15 Operaciones estadísticas 3

```
[%i2] mean([0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]);  
(%o2) 5  
  
[%i6] var([0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]);  
(%o6) 10  
  
[%i5] smin([0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]);  
(%o5) 0
```

Figura 26 Operaciones con datos

Este módulo de wxmaxima también permite diversas representaciones graficas de los datos.

barsplot (datos, opcion_1, opcion_2, ...)	Diagrama de barras
boxplot (datos, opcion_1, opcion_2, ...)	Diagrama de cajas
histogram (datos, opcion_1, opcion_2, ...)	Histograma de los datos
piechart (datos, opcion_1, opcion_2, ...)	Diagrama de sectores
scatterplot (datos, opcion_1, opcion_2, ...)	Diagrama de dispersión de los datos
stemplot (m)	Representación de diagrama de tallos y hojas

Tabla 16 Representación de diagramas

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

En la figura siguiente se puede ver un ejemplo de la utilización de los comandos barsplot para la representación grafica de los datos.

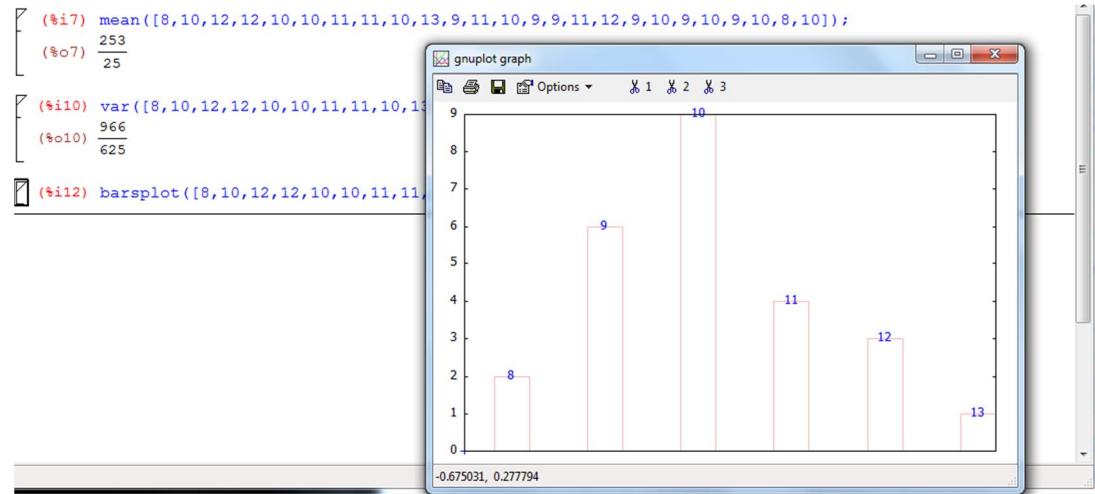


Figura 27 Representación de gráficos de barras

3 CAPITULO 3: COMPARACIONES

En este capítulo vamos a realizar la comparación entre los diversos programas propuestos en el punto de la introducción. Dado que la finalidad no es analizar cuál de los programas ofrece mejor rendimiento sino cual es más útil orientado a la docencia en las diversas etapas educativas primero vamos a definir en qué etapas podría ser interesante utilizarlo y en cuales presentaría más dificultades.

- Educación secundaria obligatoria: Etapa de educación obligatoria que comprende alumnos entre los 12 y los 16 años, es de carácter integral para todos los alumnos y tiene una finalidad de preparación para el mundo laboral y la vida académica adulta. Durante esta etapa se están desarrollando los conceptos básicos matemáticos que se deberán utilizar después así como la competencia matemática, en ese sentido la inclusión de programas informáticos complejos no sería beneficioso ya que no han desarrollado aun la responsabilidad ni las competencias adecuadas para su correcto manejo, por lo tanto queda descartado el uso de gran cantidad de programas, entre ellos Wxmaxima, por lo que no se analizara el uso de los programas en esta etapa.
- Bachillerato: Etapa de educación que comprende alumnos entre los 16 y los 18 años de edad, principalmente tiene un carácter formativo y preparatorio para los Ciclos de Grado Superior o la Universidad. En esta etapa los alumnos ya han adquirido los conocimientos básicos de las matemáticas y las competencias matemáticas y tecnológicas necesarios para la correcta utilización de programas informáticos. Además dado el carácter preparatorio hacia las enseñanzas superiores es muy interesante introducir herramientas que puedan ser útiles posteriormente al alumno. En este punto cabe destacar los diferentes módulos existentes, en este caso aplicaremos la comparación a las matemáticas que se imparten en las modalidades de Ciencias y Tecnología, y Humanidades y Ciencias Sociales.
- Formación Profesional: etapa de formación orientada principalmente al mundo laboral, en este ciclo se pueden encontrar diversas materias relacionadas con las matemáticas, si bien ya son más específicas y se

centran en determinados aspectos por lo que no se podría realizar una correcta comparación de los programas informáticos propuestos para la docencia. En este sentido los programas que se utilizan en estos ciclos son más complejos y presentan mayores dificultades que requieren del alumno una mayor competencia matemática e informática. Debido a esto vamos a considerar en la comparativa de los programas de bachillerato la posible formación y adquisición de competencias que luego puedan serles útiles en las futuras etapas de formación o laborales.

- Formación Universitaria: etapa de formación especializada orientada al mundo laboral, si bien es posible encontrar en muchas de las carreras orientadas a ciencias asignaturas de matemáticas, cada una de ellas requiere ya conocimientos elevados y no es posible la utilización de muchos de los software presentados en este trabajo por carecer de los recursos necesarios para realizar las operaciones pertinentes. Si bien en esta etapa se utilizan programas informáticos, estos son más elevados y piden una mayor competencia matemática e informática a los alumnos, en este sentido lo tendremos en cuenta en la valoración final de los programas que se van a comparar en el ciclo de bachillerato con el fin de ver cuales podrían preparar mejor a los alumnos para futuras etapas de formación o laborales.

Dado que la finalidad de este trabajo no es la comparación del software sino la aplicabilidad dentro del campo de la docencia, no se va a realizar una comparación en cuanto al rendimiento de los programas propuestos. En vez de eso se van a realizar una serie de ejercicios representativos de cada uno de los bloques de contenidos presentes en los currículos de bachillerato, concretamente en las modalidades de Ciencias y Tecnología, y Humanidades y Ciencias Sociales. Estos ejercicios provienen de los libros de texto utilizados en el Instituto de educación secundaria Arca Real, en los cuales se proponen diversas actividades para realizar mediante nuevas tecnologías.

Modelo bachillerato ciencias sociales

Bloque de álgebra

Ejercicio 1 Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 2x + 5$, $B(x) = 2x^4 + x^3$, $C(x) = 2x - 5$.

Calcular:

$$A - [B - C]$$

$$A - 2B$$

$$B * C$$

$$B^2$$

$$C * [B + A]$$

Ejercicio 2 Descomponer en factores los siguientes polinomios:

- $X^4 - 25x^2 + 144$
- $X^3 + 2x^2 + x$
- $X^3 - x^2 - x + 1$
- $8x^3 - 2x^2 - 13x + 3$
- $X^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$
- $X^3 + 8x^2 + 16x$

Ejercicio 3 Resolución de ecuaciones

- $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$
- $9x^4 + 5x^2 = 4$
- $\sqrt[2]{x^2 - 5} = 2$
- $\sqrt[2]{2x - 1} - \sqrt[2]{2x - 4} = 3$

Ejercicio 4 Resolución de sistemas de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 4y - z &= 3 \\ 6x - 6y + 2z &= -16 \\ x - y + 2z &= -6 \end{aligned}$$

Bloque de funciones

Ejercicio 5 Representación gráfica de funciones y análisis

- $\frac{x^3}{x^2 + 4}$
- $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$
- xe^{x^2}
- $|x^2 - 8x + 12|$

Ejercicio 6 Calculo de límites

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x-2} - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x^{x-3}}{5 - 3x}$

Ejercicio 7 cálculo de derivadas

- $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 + 5x)$
- $g(x) = 5e^{x^2+3x}$
- $h(x) = (x^2 - \sqrt{x} + \operatorname{sen}x)^4$

Bloque de estadística

Ejercicio 8A Las dianas logradas en un campeonato por 25 jugadores han sido

8,10,12,12,10,10,11,11,10,13,9,11,10,9,9,11,12,9,10,9,10,9,10,8,10

Representar los datos anteriores en una tabla de frecuencias absolutas y relativas y gráficamente y calcular la media, moda, varianza y desviación

Modelo bachillerato ciencias y tecnología

Bloque de álgebra

Ejercicio 1 Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 2x + 5$, $B(x) = 2x^4 + x^3$, $C(x) = 2x - 5$.

Calcular:

$$A-[B-C]$$

$$A-2B$$

$$B*C$$

$$B^2$$

$$C*[B+A]$$

Ejercicio 2 Descomponer en factores los siguientes polinomios:

- $X^4 - 25x^2 + 144$
- $X^3 + 2x^2 + x$
- $X^3 - x^2 - x + 1$
- $8x^3 - 2x^2 - 13x + 3$
- $X^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$
- $X^3 + 8x^2 + 16x$

Ejercicio 3 Resolución de ecuaciones

- $(x^2-5)(x^2-3)=-1$
- $9x^4 + 5x^2 = 4$
- $\sqrt[2]{x^2 - 5} = 2$
- $\sqrt[2]{2x - 1} - \sqrt[2]{2x - 4} = 3$

Ejercicio 4 Resolución de sistemas de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 4y - z &= 3 \\ 6x - 6y + 2z &= -16 \end{aligned}$$

$$x - y + 2z = -6$$

Bloque de funciones

Ejercicio 5 Representación gráfica de funciones y análisis

- $\frac{x^3}{x^2+4}$
- $\frac{x^2-4}{x^2-1}$
- xe^{x^2}
- $|x^2 - 8x + 12|$

Ejercicio 6 Calculo de límites

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{\sqrt{x-2}-2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-3x}{5-3x} x^{-3}$

Ejercicio 7 cálculo de derivadas

- $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 + 5x)$
- $g(x) = 5e^{x^2+3x}$
- $h(x) = (x^2 - \sqrt{x} + \operatorname{sen}x)^4$

Bloque de geometría

Ejercicio 8B

Desde dos puntos A y B situados en la misma orilla de un río y distantes entre sí 80m, se observa un punto C, situado en la orilla opuesta, bajo ángulos de 60 y 45 respectivamente. Calcular las distancias desde los puntos A y B hasta el punto C.

Una vez presentados los modelos de los ejercicios que pueden encontrarse para realizar con programas informáticos, se procederá a la resolución de los mismos con el fin de comparar los diversos programas informáticos con vistas a la utilización por los alumnos y la interpretación de los resultados, así como la dificultad que puede haber para obtenerlos.

Ejercicio 1

Dados los polinomios $A(x) = x^3 - 2x + 5$, $B(x) = 2x^4 + x^3$, $C(x) = 2x - 5$.
Calcular:

$$A - [B - C] \quad A - 2B \quad B^*C \quad B^2 \quad C^*[B + A]$$

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

Para la resolución de este ejercicio se intentaran introducir las ecuaciones tal y como se presentan en el enunciado del ejercicio de forma que después de ello solo tengamos que operar con las asignaciones de A, B, y C, mucho más fácil que teniendo que introducir todas las ecuaciones y calcular previamente los cambios de signo, además de introducir la idea en los alumnos de la utilización de los nombres de las variables en vez de las mismas ecuaciones.

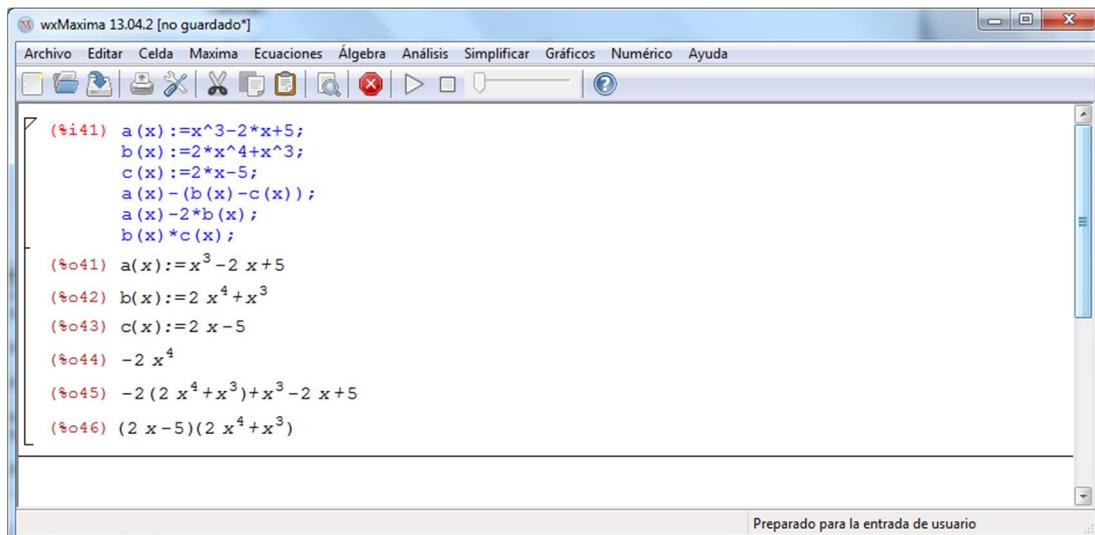


Figura 28 Ejercicio 1 en Wxmaxima

Para la resolución por medio de Wxmaxima se deben tener en cuenta que las asignaciones entre el nombre del polinomio y el polinomio deben realizarse mediante el conjunto de signos ‘:=’. La solución que nos presenta máxima es inicialmente las ecuaciones introducidas a través de la línea de comandos dado que se han introducido estas ecuaciones como datos y posteriormente los resultados de las operaciones que se le ha pedido. Cabe destacar que cada conjunto de operaciones se engloba dentro de un corchete de forma que se puede ver para cada grupo de comando introducido la solución asignada.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

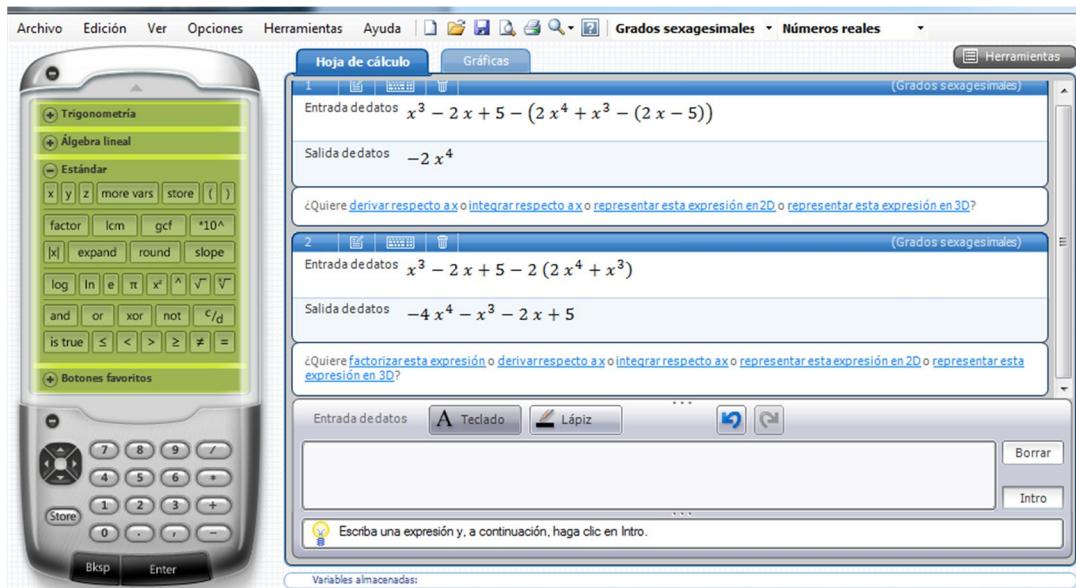


Figura 29 Ejercicio 1 en Matemática de Microsoft

El programa de matemáticas de Microsoft no reconoce realmente las asignaciones por lo que resulta necesario introducir los polinomios directamente sustituyendo en las ecuaciones, no es pues posible ver la posibilidad de operar con los nombres de los polinomios. Por otra parte cabe destacar las sugerencias que realiza el programa en cuanto a representaciones gráficas o derivabilidad que pueden ser muy interesantes posteriormente.

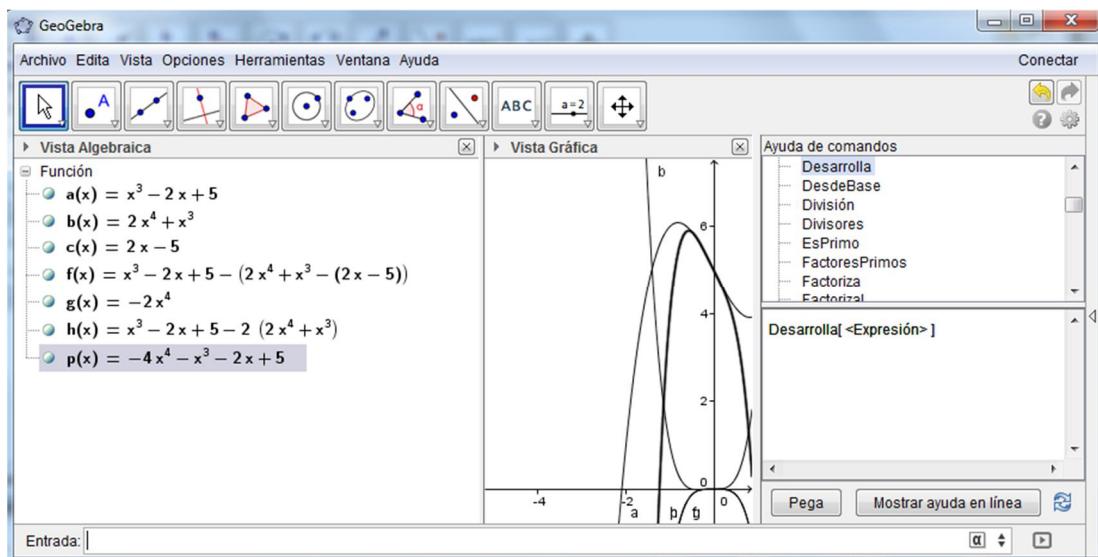


Figura 30 Ejercicio 1 en Geogebra

Geogebra permite realizar las asignaciones de nombres a los polinomios sin ningún problema copiando directamente del enunciado del ejercicios, sin embargo

para poder ver la solución deseada es necesario buscar en el menú de ayuda de comandos la orden de desarrollar para poder ver el resultado de la operación, ya que, en otro caso, simplemente lo deja indicado sustituyendo los nombres por la ecuación asignada, además el programa nos representa en la ventana grafica las funciones asociadas a estos polinomios. El programa presenta los resultados asignándoles un nombre de forma que sea más sencilla la realización de futuras operaciones con ellas, el problema de esta asignación es que los resultados luego ser ordenan alfabéticamente de forma que no hay una relación clara entre las ecuaciones introducidas y las soluciones aportadas. Además en la ventana algebraica no queda constancia inmediata de la operación que estas realizando, únicamente el resultado y es necesaria la examinación con el ratón de los diversos resultados para ver a que operaciones corresponden los resultados.

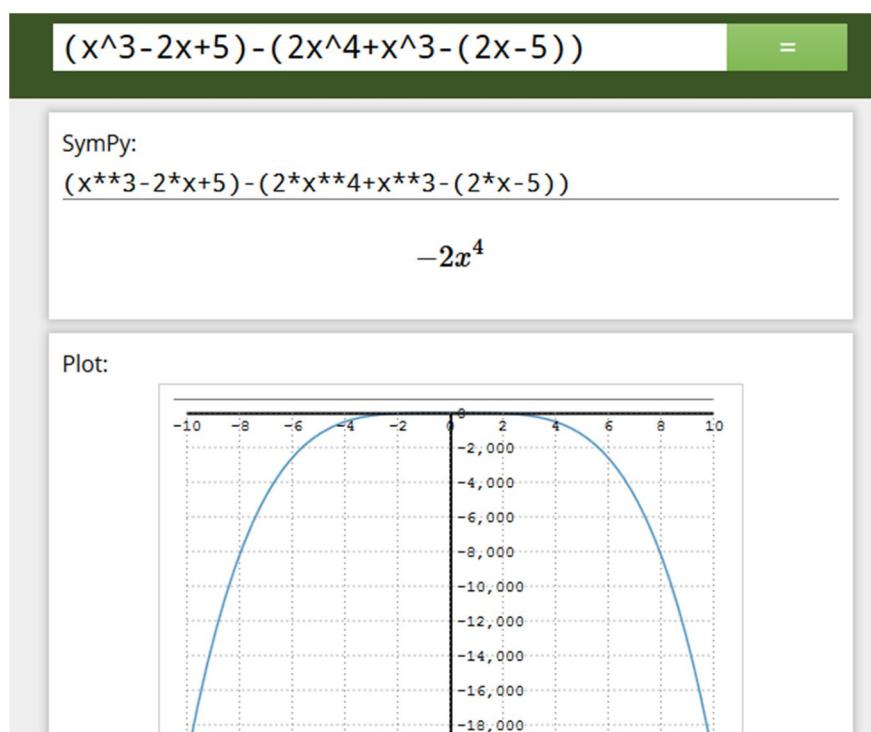


Figura 31 Ejercicio 1 en Sympy Gamma

Sympy gama tiene la limitación inherente de que solo es capaz de trabajar con una línea de comando, lo cual significa que no se pueden realizar asignaciones para realizar varios apartados, igualmente no representa las ecuaciones de una forma intuitiva como pueden hacerlo geogebra o wxmaxima.

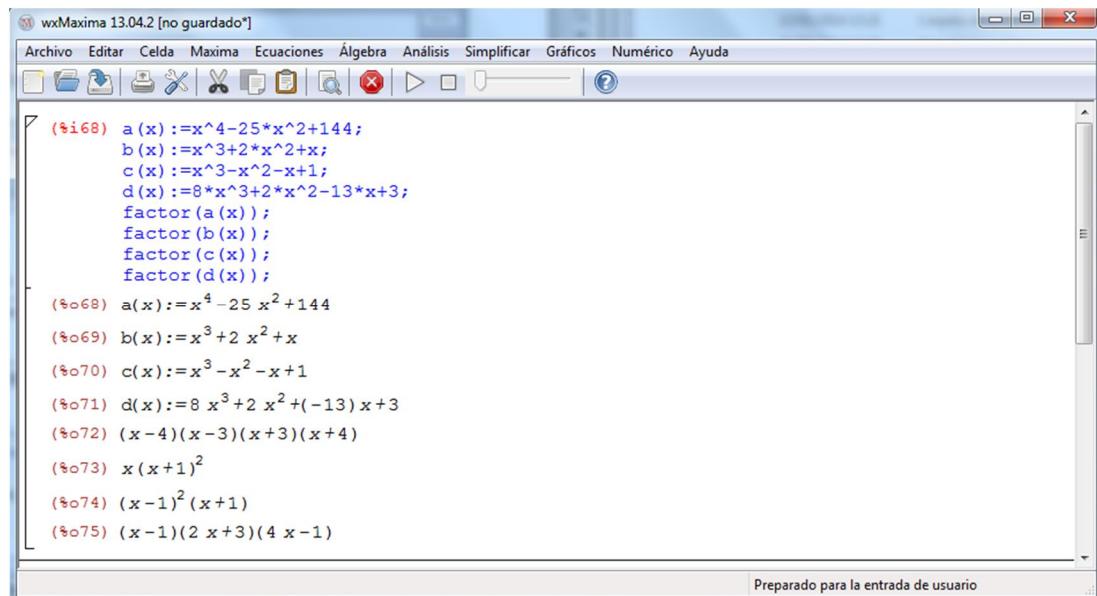
Comparando los resultados obtenidos para la realización de este ejercicio vemos que los programas más deseables para la resolución serían wxmaxima. Dado que no es necesaria la utilización de ningún comando, solo el conocimiento de cómo asignar nombres a las funciones, y el hecho de que todas las operaciones se engloban juntas en forma de corchete de manera que se deja claro que solución corresponde a cada ecuación. También Geogebra con el que únicamente necesitaríamos conocer el comando desarrollar, si bien este último presenta un cierto desorden a la hora de devolvernos los resultados de las ecuaciones.

Ejercicio 2

Descomponer en factores los siguientes polinomios:

- $X^4 - 25x^2 + 144$
- $X^3 + 2x^2 + x$
- $X^3 - x^2 - x + 1$
- $8x^3 - 2x^2 - 13x + 3$
- $X^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$
- $X^3 + 8x^2 + 16x$

Para la realización del ejercicio se introducirán los polinomios a través del nombre que les asignemos, de forma que después pudiéramos operar con ellos si quisiéramos.



The screenshot shows the wxMaxima 13.04.2 software window. The menu bar includes Archivo, Editar, Celda, Maxima, Ecuaciones, Álgebra, Análisis, Simplificar, Gráficos, Numérico, and Ayuda. The toolbar includes icons for file operations like Open, Save, Print, and a magnifying glass. The main window displays a command-line interface with the following input and output history:

```
(%i68) a(x):=x^4-25*x^2+144;
(%o68) b(x):=x^3+2*x^2+x;
(%o69) c(x):=x^3-x^2-x+1;
(%o70) d(x):=8*x^3+2*x^2-13*x+3;
(%o71) factor(a(x));
(%o72) factor(b(x));
(%o73) factor(c(x));
(%o74) factor(d(x));
(%o75) a(x):=x^4 - 25 x^2 + 144
(%o76) b(x):=x^3 + 2 x^2 + x
(%o77) c(x):=x^3 - x^2 - x + 1
(%o78) d(x):=8 x^3 + 2 x^2 + (-13) x + 3
(%o79) (x-4)(x-3)(x+3)(x+4)
(%o80) x(x+1)^2
(%o81) (x-1)^2 (x+1)
(%o82) (x-1)(2 x+3)(4 x-1)
```

The status bar at the bottom right says "Preparado para la entrada de usuario".

Figura 32 ejercicio 2 en Wxmaxima

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

Para la realización de este ejercicio tenemos que asignar de igual forma que el ejercicio anterior, además para la realización del problema podemos elegir dos opciones, utilizar el comando factor para poder realizar las operaciones todas en un mismo bloque de operaciones o bien utilizar los menús desplegables de wxmaxima para poder factorizar las expresiones. La presentación de los resultados se relaciona con la operación que se ha indicado a través de los corchetes presentes en el lado izquierdo de la ventana de comandos.

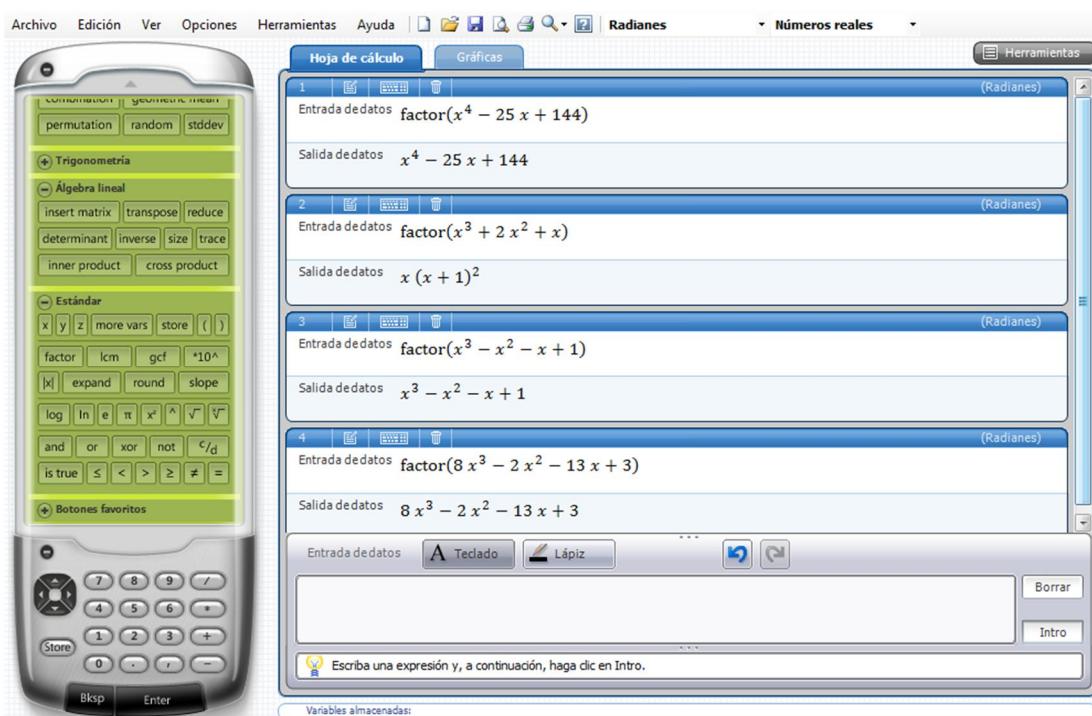


Figura 33 Ejercicio 2 en Matemática de Microsoft

De forma similar al ejercicio anterior, no es posible nombrar los polinomios que deseamos resolver para futuras operaciones, además para la realización del ejercicio es necesario conocer el comando factor o bien emplear el interfaz en forma de móvil situado a la izquierda para buscar el comando en el bloque de estándar. Como ventaja se puede ver en la ventana gráfica la representación de los polinomios y observas que los factores corresponden a los lugares de corte de la gráfica con el eje de abscisas.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

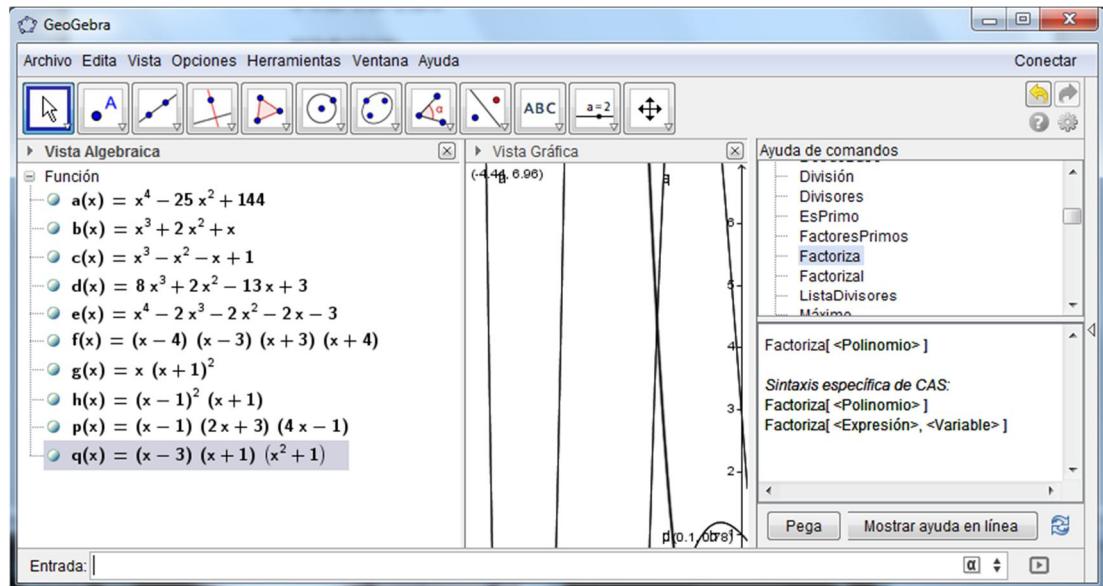


Figura 34 Ejercicio 2 en Geogebra

Como se vio anteriormente la asignación de nombres en Geogebra es directa y no presenta dificultades para utilizarse, además como ocurre en el resto de programas presentados para resolver el ejercicio es necesaria la utilización de un comando que en este caso es factoriza. La solución que se presenta tiene el inconveniente de que no se muestra la operación que se realiza, sino únicamente el resultado y este además es ordenado según el nombre que le da el programa a la solución, por otro lado la ventana grafica permite ver la solución de un modo grafico observando los cortes de las funciones con el eje de abscisas.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

The screenshot shows the SymPy Gamma interface. At the top, there is a navigation bar with links for 'Main', 'About', 'SymPy Live', and 'Login'. The main area has a dark green header with the SymPy logo and the text 'SymPy Gamma'. Below this, a search bar contains the command 'factor(x**4 - 25*x**2 + 144)'. To the right of the search bar is an equals sign (=). The results are displayed in three sections: 1) A 'SymPy:' section showing the input command and its output: 'factor (x**4-25*x**2+144)' followed by 'Factorization of $x^4 - 25x^2 + 144$ '. 2) A 'Result:' section showing the factored form of the polynomial: $(x - 4)(x - 3)(x + 3)(x + 4)$. 3) A 'Plot:' section showing a graph of the polynomial function $y = x^4 - 25x^2 + 144$ on a Cartesian coordinate system. The x-axis ranges from approximately -10 to 10, and the y-axis ranges from 3,000 to 7,000. The graph shows a symmetric U-shape with four distinct points where it intersects the x-axis at x = -4, x = -3, x = 3, and x = 4.

Figura 35 Ejercicio 2 en Sympy Gamma

Para la resolución en sympy gamma nos basaríamos en uno de los ejemplos que muestra el programa en el desplegable de álgebra, en el cual se utiliza el comando factor y es fácil relacionarlo de forma intuitiva con la función que cumple. Como ventaja de la resolución mediante este programa es que devuelve la factorización del polinomio, los resultados del mismo y una representación gráfica del polinomio, de forma que se pueden ver diversas representaciones de la solución, lo que puede servir para afianzar los conocimientos de los alumnos en el tema. Como parte negativa tenemos que la introducción de datos se tiene que hacer a través de la línea de comandos y únicamente se puede introducir una cada vez lo cual hace que sea muy largo y tedioso para la resolución de ejercicios, si bien puede ser muy útil para resoluciones puntuales.

Comparando los resultados obtenidos se ve que el programa más deseable para la resolución de ejercicios de factorización sería Wxmaxima dado que es posible introducir de forma fácil los datos bien a través del menú desplegable, o bien a través de la línea de comandos, y ver qué resultado corresponde a cada entrada. Geogebra también es un programa deseable si bien solo tiene un método de entrada de datos y la presentación de los resultados queda condicionada a como se vayan asignando los nombres de las variables. Matemáticas de Microsoft presenta problemas a la hora de

resolver polinomios cuyo grado sea mayor que 2 lo cual hace que no sea válido y sympy gamma tiene el inconveniente de que solo puedes trabajar con una ecuación en cada momento, si bien la forma en que devuelve los resultados hace que sea muy útil para exposiciones teóricas.

Ejercicio 3

Resolución de ecuaciones.

- $(x^2-5)(x^2-3)=-1$
- $9x^4 + 5x^2 = 4$
- $\sqrt[2]{x^2 - 5} = 2$
- $\sqrt[2]{2x - 1} - \sqrt[2]{2x - 4} = 3$

Para este ejercicio se busca introducir las expresiones tal como se muestra en el enunciado del ejercicio, y ver como presenta la solución en cada caso.

```
Archivo Editar Celda Maxima Ecuaciones Álgebra Análisis Simplificar Gráficos Numérico Ayuda
[File] [Edit] [Cell] [Maxima] [Equations] [Algebra] [Analysis] [Simplify] [Graphics] [Numerical] [Help]
(%i1) solve([(x^2-5)*(x^2-3)=-1], [x]);
(%o1) [x=-2, x=2]

(%i2) multiplicities;
(%o2) [2, 2]

(%i3) solve([9*x^4+5*x^2=4], [x]);
(%o3) [x=-%i, x=%i, x=-2/3, x=2/3]

(%i4) solve([sqrt(x^2-5)=2], [x]);
(%o4) [x=-3, x=3]

(%i5) solve([sqrt(2*x-1)-sqrt(2*x-4)=3], [x]);
(%o5) [-sqrt(2)*x-1=sqrt(2)*x-4+3]
```

Figura 36 Ejercicio 3 en Wxmaxima

Para la resolución del ejercicio se ha realizado de dos formas diferentes, en primer lugar se han introducido las primeras ecuaciones a través de los menús de Wxmaxima pues sería la opción más sencilla y no se requiere de ningún conocimiento adicional, gracias a que Wxmaxima presenta los comandos utilizados es sencillo copiar la forma en que se presentan los comandos y emplearlos para realizar el resto de ecuaciones. Cabe destacar que en la primera expresión es necesario utilizar el comando multiplicities pues el programa no deja claro que la

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

multiplicidad de los resultados sea 2 para cada caso, también se muestra que la última ecuación es demasiado compleja para el programa así pues realiza una operación para intentar despejar y dejarlo de forma más clara.

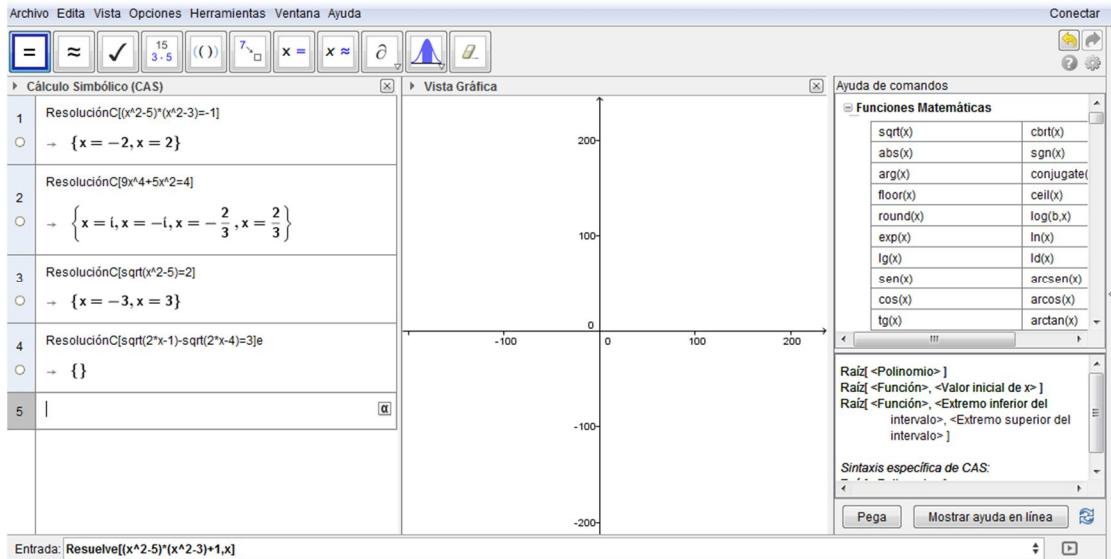


Figura 37 Ejercicio 3 en Geogebra

Para la resolución en geogebra es necesario trasladarse a la ventana de cálculo simbólico, dentro de la cual se emplea el comando resolución, en este sentido el programa presenta en la interfaz un desplegable que ofrece sugerencias para autocompletar los comandos y presenta una ayuda para introducir los datos necesarios. En este caso tampoco se presenta de forma clara que la multiplicidad de las respuestas para la primera ecuación sean dobles y tampoco le es posible operar la última de las ecuaciones, por lo que presenta un conjunto vacío. Cabe destacar que en esta forma tenemos diversos comandos en la parte superior de la ventana algebraica para el cálculo de expresiones aproximadas o desarrollos.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

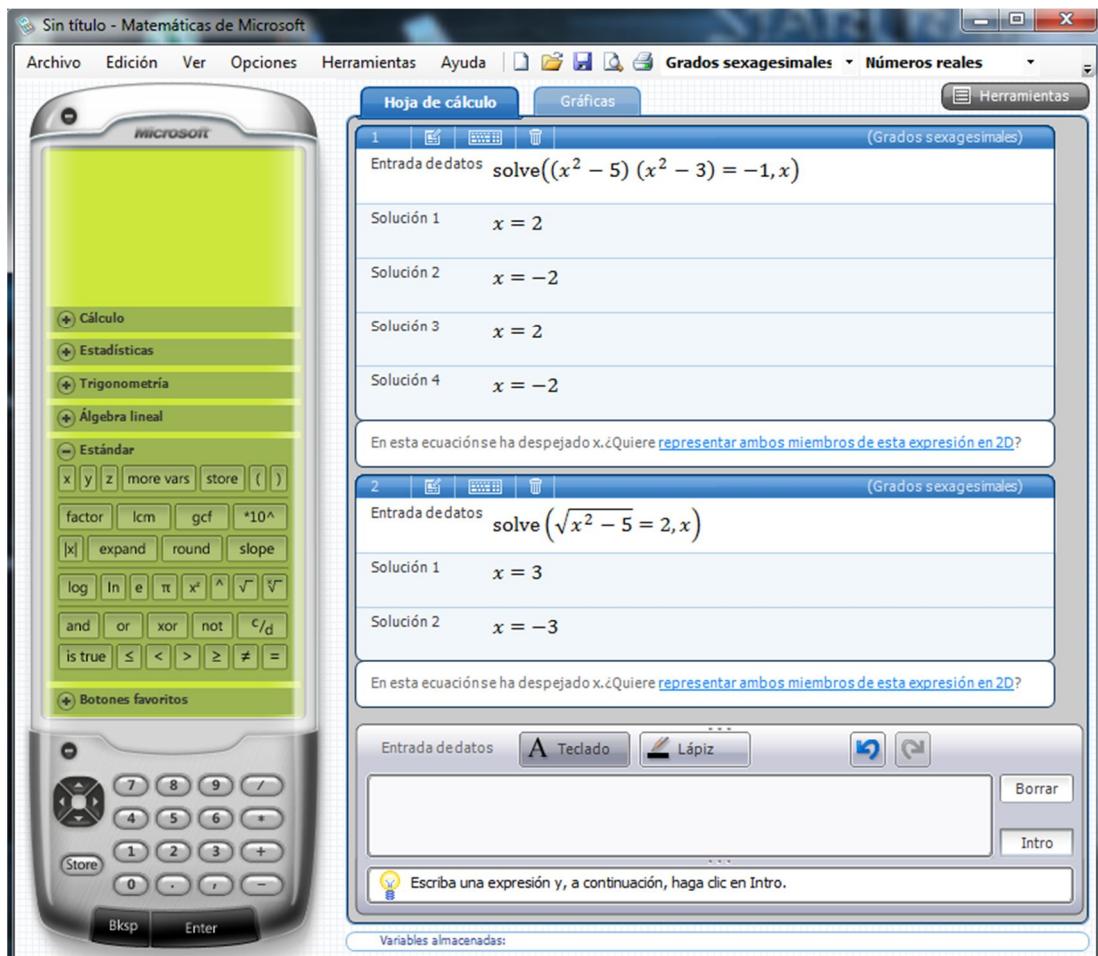


Figura 38 Ejercicio 3 en Matemática de Microsoft

En la aplicación de matemáticas de Microsoft vemos que se pueden introducir las ecuaciones a través de la línea de comando con el comando solve, o bien podemos utilizar el menú de herramientas situado en la parte superior derecha de la pantalla, donde una de las opciones que aparece es la resolución de ecuaciones. En dicha opción nos aparece un cuadro de dialogo donde podemos introducir las expresiones tal y como se muestran en el enunciado del problema y únicamente queda pulsar al botón de resolver, en este programa los resultados se muestran repetidos si la multiplicidad de las respuestas es mayor que 1, como ocurre en la primera ecuación. La última ecuación es demasiado compleja para ser resuelta por matemáticas de Microsoft y así te lo indica cuando intenta resolverla.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

The screenshot shows a web-based interface for SymPy Gamma. At the top, there's a navigation bar with links for 'Main', 'About', 'SymPy Live', and 'Login'. The main area has a dark green header with the SymPy Gamma logo and a search bar containing the command `solve((x**2 - 5)*(x**2 - 3)+1)`. Below the search bar, the output is displayed in two sections: 'SymPy:' and 'Result:'. The 'SymPy:' section shows the input command and the algebraic form $\text{solve } (x^2 - 5)(x^2 - 3) + 1 = 0$. The 'Result:' section shows the numerical solutions -2 and 2 . At the bottom of the page, there are links to 'Wolfram | Alpha' and 'SymPy Live', and some footer text about the version and source code.

Figura 39 Ejercicio 3 en Sympy Gamma

La aplicación de sympy gamma tiene la limitación de que solo puede trabajar con una ecuación en cada momento como ya vimos en los ejercicios pasados, en este caso se emplea el comando solve de forma intuitiva a través del ejemplo que se muestra a través del menú desplegable de álgebra en el menú principal. Para la resolución se observa que no es capaz de resolver la ecuación tal y como se presenta en el enunciado siendo necesaria reordenarla para que uno de los miembros de la igualdad sea 0, además en la resolución se presentan los resultados numéricos pero no es posible conocer la multiplicidad de cada uno de ellos.

En conjunto el programa de matemáticas de Microsoft está mejor preparado para la resolución de ecuaciones dado que es posible introducir las ecuaciones de forma simple a través de la herramienta de resolución de ecuaciones que tiene y los resultados que devuelve se ve claramente la multiplicidad de las raíces, en wxmaxima también tenemos la opción de introducir las ecuaciones a través de menús o a través de línea de comandos si bien es necesaria ordenes adicionales si deseamos saber la multiplicidad de los resultados, por otro lado tanto geogebra como sympy gamma resuelven el ejercicios pero no dan pie a saber cuál es la multiplicidad de las raíces que devuelven como resultados.

Ejercicio 4

Resolución de sistemas de ecuaciones.

$$\begin{aligned}3x + 4y - z &= 3 \\6x - 6y + 2z &= -16 \\x - y + 2z &= -6\end{aligned}$$

Para la resolución del sistema de ecuaciones se buscara alguna forma de que se pueda obtener de forma intuitiva los resultados obtenidos ya que se supone que la resolución ya se sabe realizar con la resolución de ecuaciones.

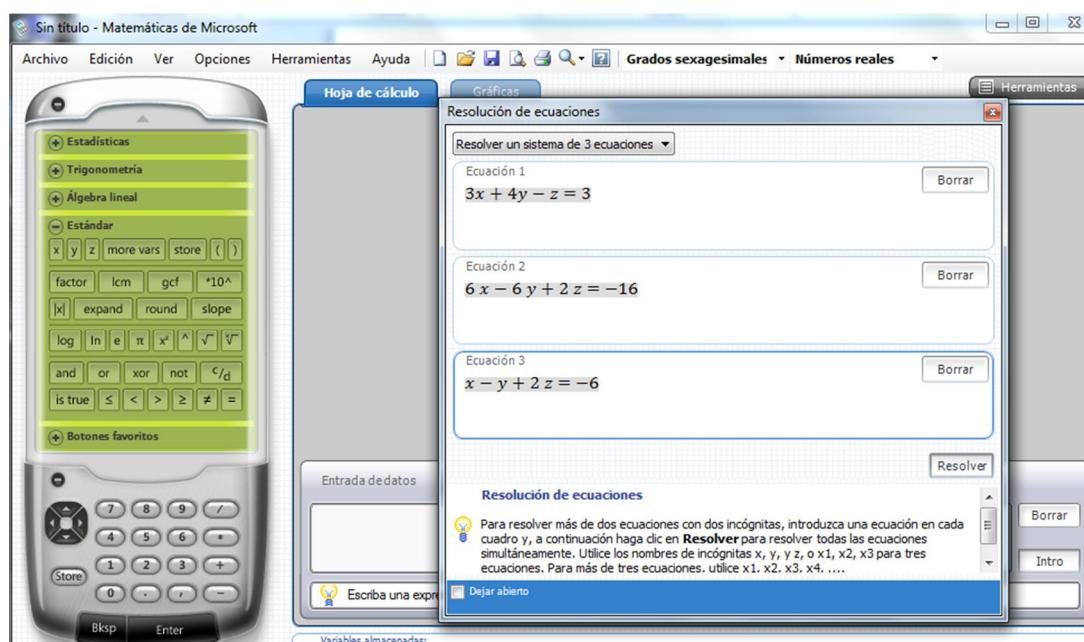


Figura 40 Ejercicio 4 en Matemática de Microsoft

Para la resolución del sistema de ecuaciones se emplea la ventana de herramientas situada en la parte superior derecha de la interfaz de usuario. En la ventana que se despliega se puede seleccionar resolución de ecuaciones y en dicha ventana se muestra una pestaña desplegable donde es posible seleccionar diversos sistemas de ecuaciones, en este caso sería 3, y se introducen las ecuaciones donde corresponde, pulsando finalmente resolver. La forma de representar la solución en pantalla muestra los comandos que se emplean para la resolución así como los resultados correspondientes a cada variable.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

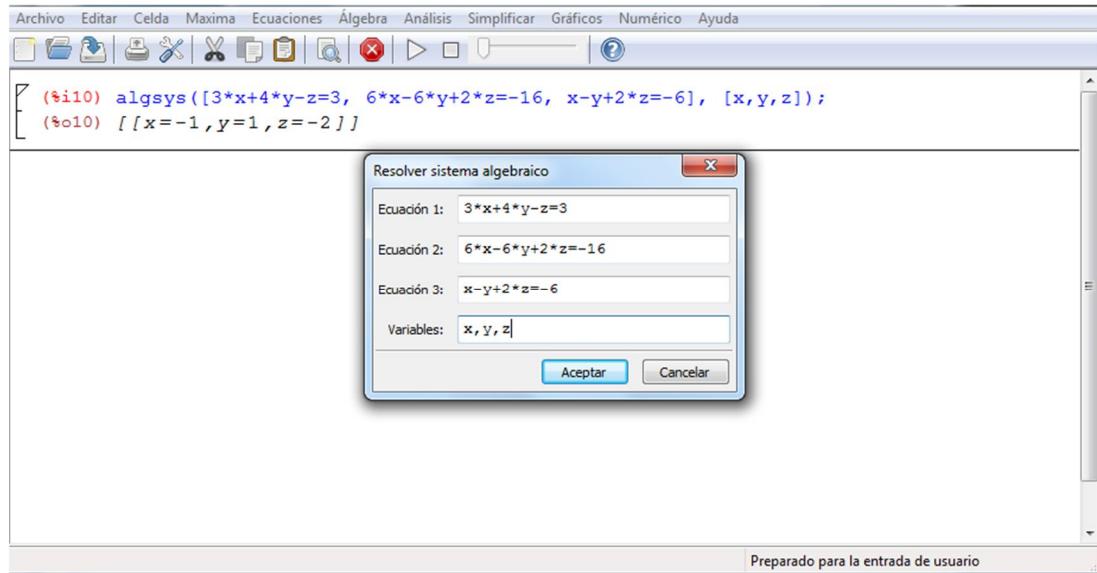


Figura 41 Ejercicio 4 en Wxmaxima

Para la resolución en Wxmaxima se puede proceder de dos formas diferentes , en primer lugar se puede recurrir al empleo del comando `algsys` que permite la resolución de un sistema de ecuaciones, introduciendo las ecuaciones en la línea de comandos. La segunda opción es a través de los menús desplegables de Wxmaxima, en este caso en el menú `Ecuaciones` donde podemos encontrar `resolver sistema algebraico`, en esta ventana se pueden introducir las ecuaciones y las variables que deseamos despejar, de forma sencilla. Los resultados se presentan en forma simple relacionando cada variable con el valor correspondiente.

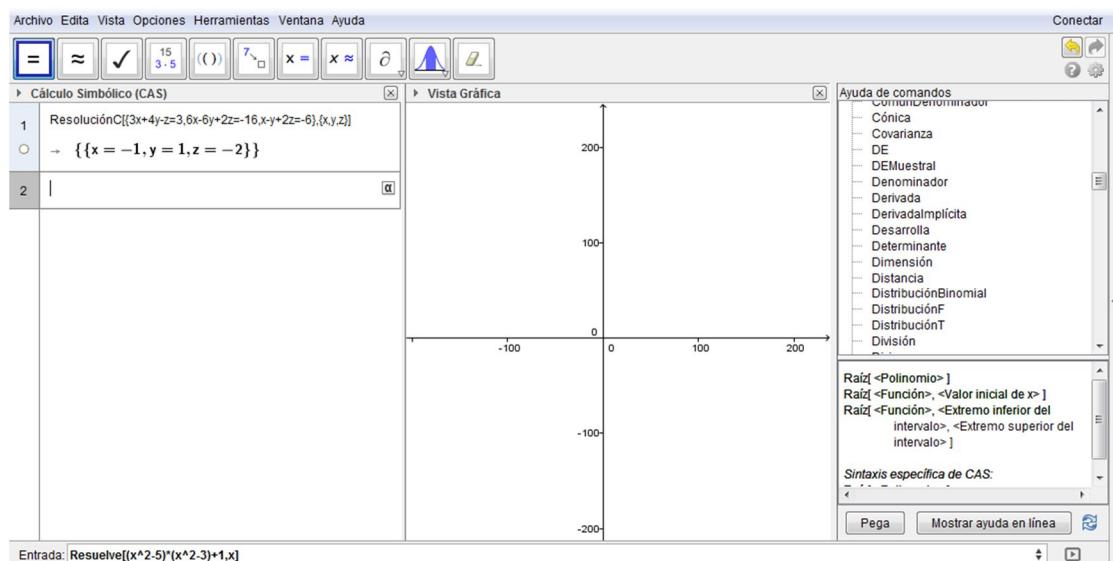


Figura 42 Ejercicio 4 en Geogebra

Para la resolución en geogebra del sistema de ecuaciones tenemos que recurrir a la ventana de cálculo simbólico. En esta ventana debemos emplear el comando de resolución, introduciendo las ecuaciones del sistema entre corchetes y posteriormente decir cuáles son las variables que se desean despejar del sistema, aquí tenemos la ventaja que en la barra de herramientas superior tenemos diversos métodos de resolución que pueden ser interesantes para diversos ejercicios.

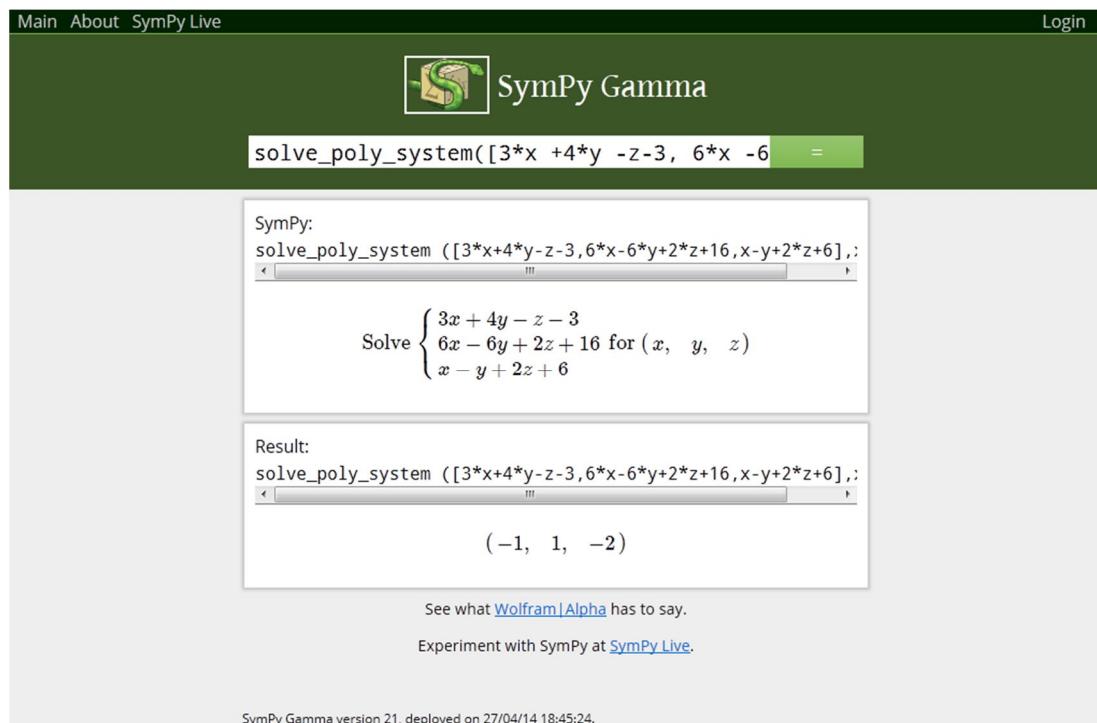


Figura 43 Ejercicio 4 en Sympy Gamma

Para la resolución en sympy gamma del sistema de ecuaciones tenemos que fijarnos en cómo se emplea el comando `solve_poly_system` que podemos encontrar desplegando el menú de álgebra en la pantalla principal. En este comando se introducen los elementos del sistema entre corchetes y posteriormente tenemos que indicar las variables que se pretenden despejar, el programa devuelve el sistema que se quiere resolver y posteriormente devuelve los valores que se le asigna a cada variable en el mismo orden que se introducen en el comando.

Para la resolución de sistemas de ecuaciones vemos que la herramienta de matemáticas de Microsoft sigue siendo igual que para la resolución de ecuaciones, a través del menú de herramientas, de la misma forma Wxmaxima también presenta un cuadro de diálogo a través del cual se pueden introducir el sistema de ecuaciones y

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

ambos devuelven los valores para las variables. Por otro lado, geogebra y sympy gamma presentan la necesidad de recurrir a la línea de comandos para poder introducir el sistema de ecuaciones y dan los resultados de la misma forma que los otros programas. En conjunto no hay ningún programa que destaque en este punto sobre los demás, si acaso matemáticas de Microsoft y Wxmaxima debido a la ventana de dialogo que hace que sea más sencilla la introducción de datos.

Ejercicio 5

Representación gráfica de funciones.

- $\frac{x^3}{x^2+4}$
- $\frac{x^2-4}{x^2-1}$
- xe^{x^2}
- $|x^2 - 8x + 12|$

Para la representación gráfica buscaremos cuál de los programas ofrece más opciones y cuales son más sencillos de utilizar e introducir los datos.

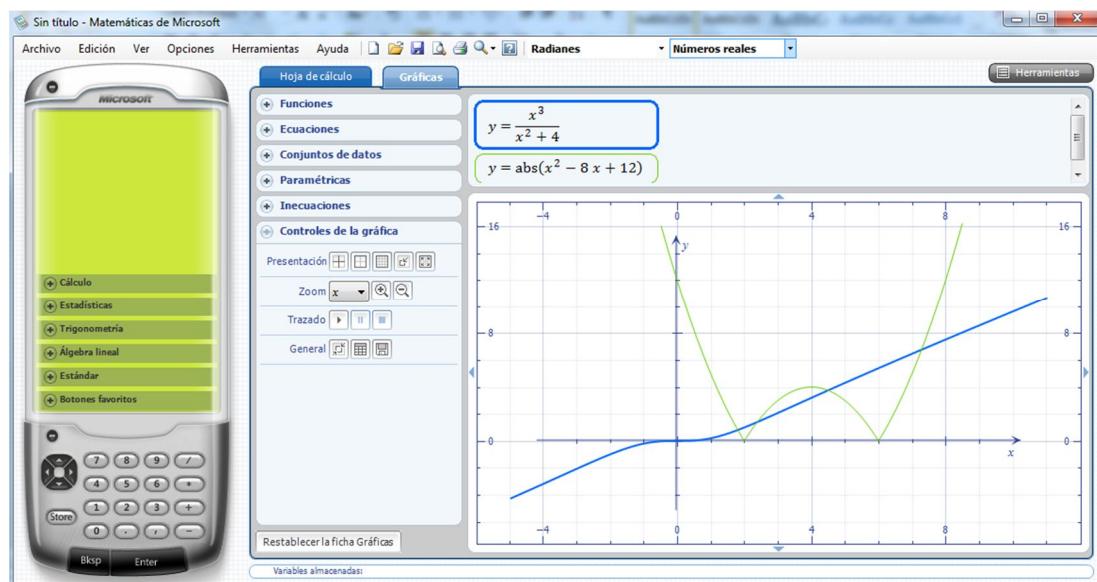


Figura 44 Ejercicio 5 en Matemática de Microsoft

La representación de funciones en matemáticas de Microsoft puede realizarse de dos formas diferentes, la primera consiste en introducir la función que se desea representar a través de la línea de comandos de forma que aparezca en el interfaz y el

propio programa te muestre diversas opciones que puede realizar con ella, siendo una de las mismas la representación gráfica, la otra opción es trabajar directamente en la ventana gráfica, para ello únicamente es necesario pulsar la pestaña Graficas en la parte superior de la ventana y se accede a ella, en esta ventana es posible representar diversas funciones, ecuaciones o conjuntos de datos, así como diversas opciones de representación.

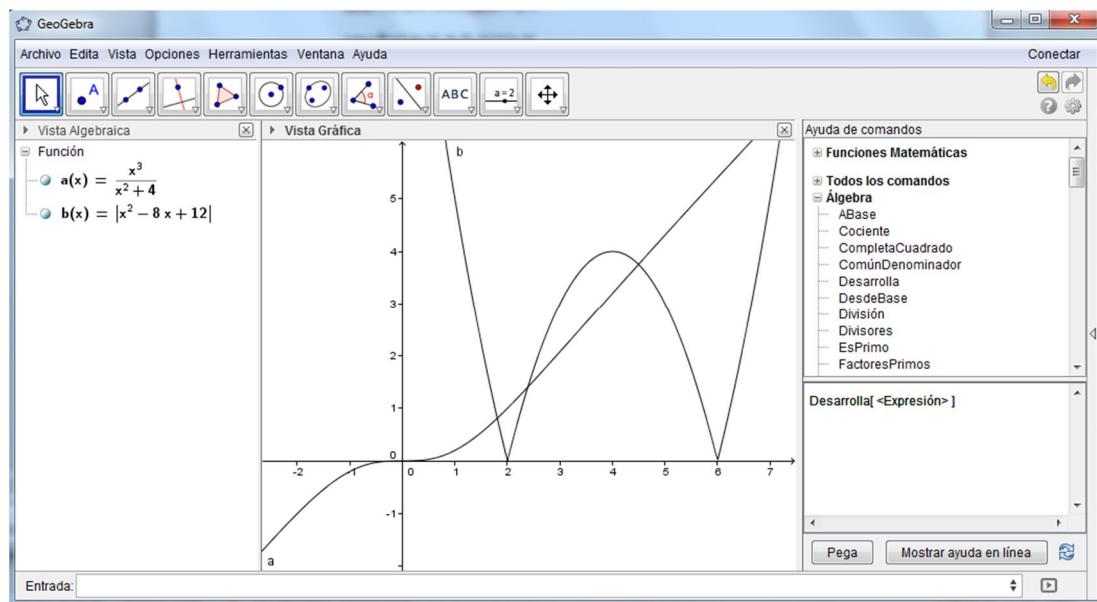


Figura 45 Ejercicio 5 en Geogebra

La representación gráfica en geogebra se hace de manera simple, siendo necesaria únicamente tener abierta la vista gráfica y la vista algebraica, que es como por defecto aparece geogebra. Para lograr la gráfica se introducen en la vista algebraica las funciones, siendo posible asignarles un nombre o bien que se lo asigne geogebra, y automáticamente se representan en la vista gráfica. Es posible ocultar las gráficas pulsando en el círculo verde a la izquierda de las funciones.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

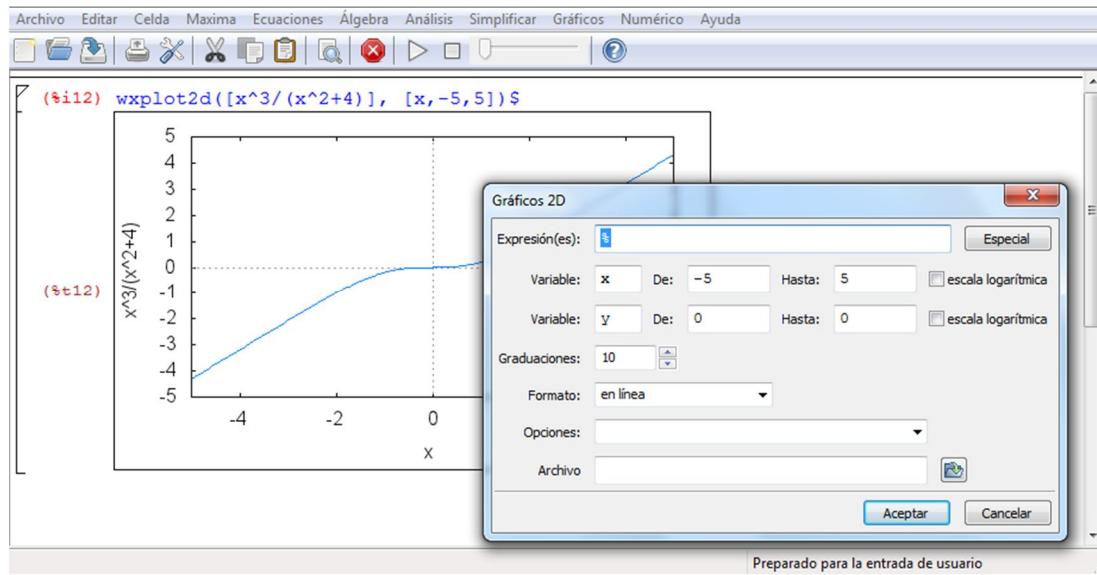


Figura 46 Ejercicio 5 en Wxmaxima

Para la representación gráfica en Wxmaxima disponemos de dos opciones diferentes como es la tónica habitual en este programa, en primer lugar es posible la creación de la gráfica a través de la línea de comandos mediante distintas órdenes, siendo la más simple `wxplot2d`, que nos crea una pequeña ventana auxiliar donde se representa la función. También es posible a través de los menús de Wxmaxima introducir la función y definir cuáles son rangos de visualización y otras opciones de formato.

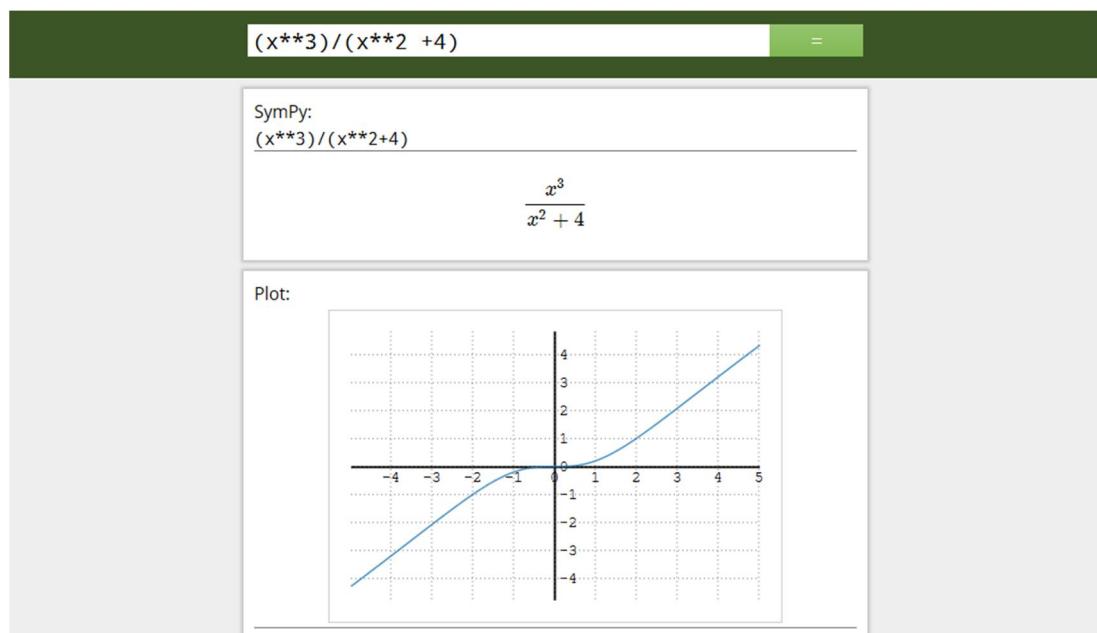


Figura 47 Ejercicio 5 en Sympy Gamma

La representación gráfica en sympy gamma se realiza simplemente introduciendo la función en la línea de comandos de la ventana principal, de esta forma el programa devuelve la función representada en una ventana grafica que se puede manipular, así como información que puede ser interesante como las raíces de la función o el cálculo de sus derivadas o integrales.

En conjunto vemos que si únicamente buscamos la representación de funciones el programa más completo es sympy gamma, donde únicamente es necesario introducir la función y además aporta mucha información adicional, si lo que se busca es resolver problemas con funciones vemos que la represenacion grafica de geogebra es mucho mas útil dado que permite la creación de mas elementos y te devuelve los valores de las funciones creadas.

Ejercicio 6

Calculo de límites

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2} - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x^{x-3}}{5 - 3x}$

Para el cálculo de los límites buscaremos la forma que sea más sencilla el operar e introducir los datos.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

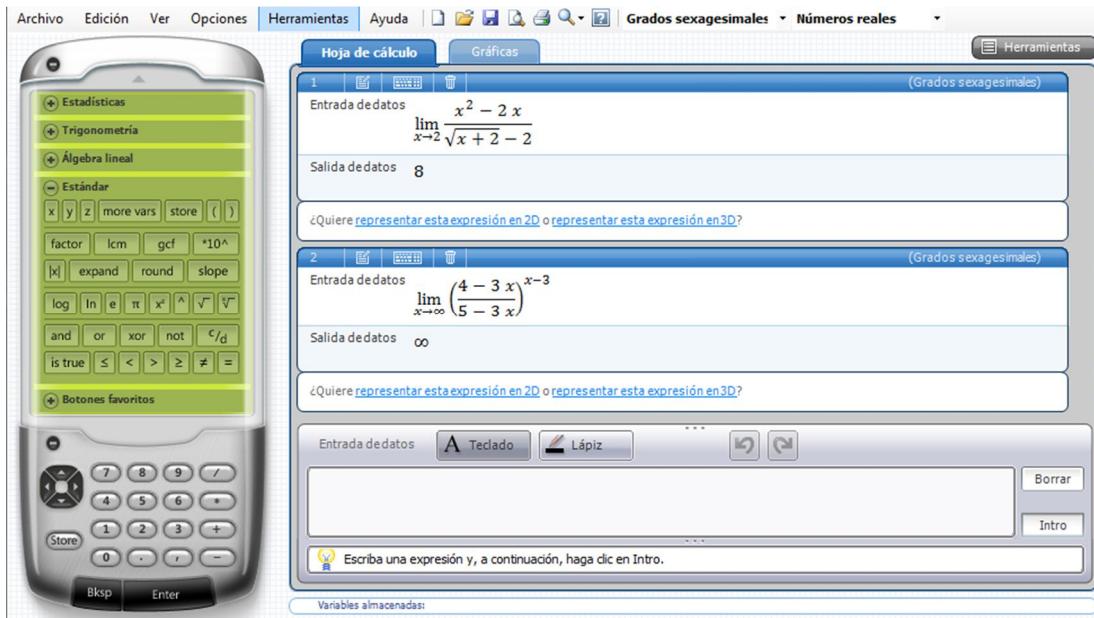


Figura 48 Ejercicio 6 en Matemática de Microsoft

Para resolver el cálculo de límites en matemáticas de Microsoft se puede hacer de dos formas diferentes, introduciendo el comando `limite` en la línea de comandos o bien a través del interfaz en forma de PDA situada a la izquierda de la pantalla, en ambos caso es necesario introducir por la línea de comandos la función que se quiere analizar y que valor queremos dar a la variable. Durante las pruebas realizadas se ha observado que el programa no es capaz de resolver bien los límites en el infinito de algunas funciones exponenciales.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

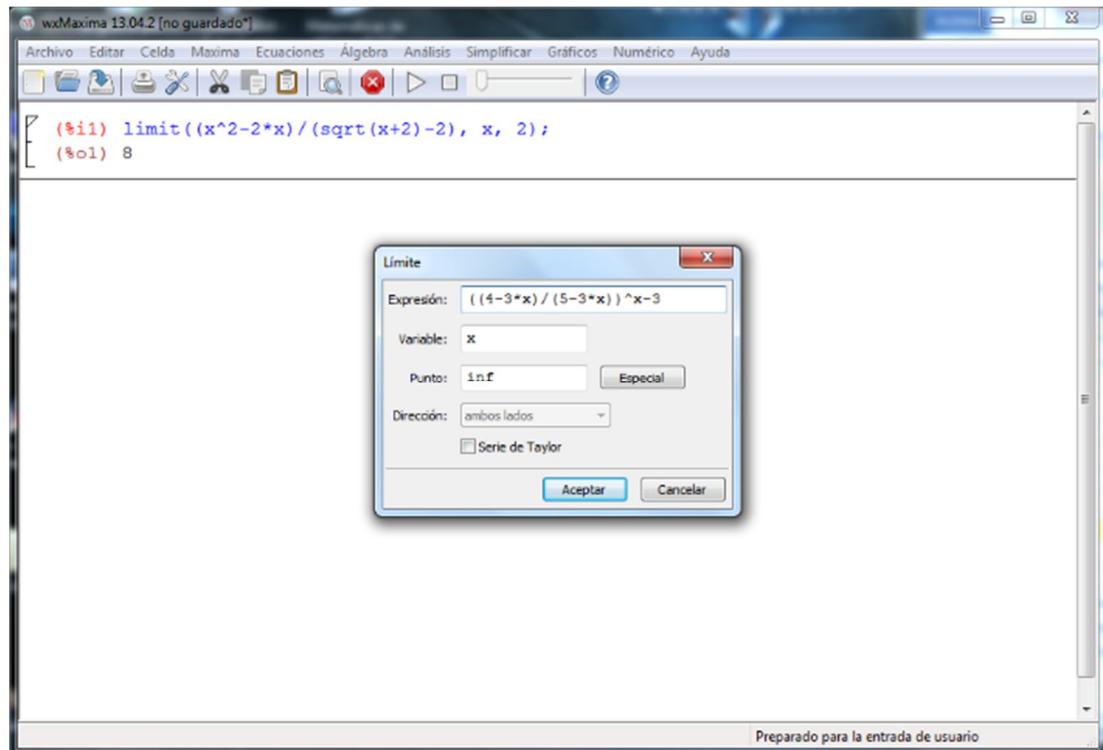


Figura 49 ejercicio 6 en Wxmaxima

Para la resolución den Wxmaxima se puede emplear la línea de comandos para la introducción de los datos o bien utilizar los menús situados en la parte superior de la ventana. Los menús ofrecen un cuadro de dialogo donde se introduce la expresión a analizar, que variable es la que se analiza y en qué valor.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

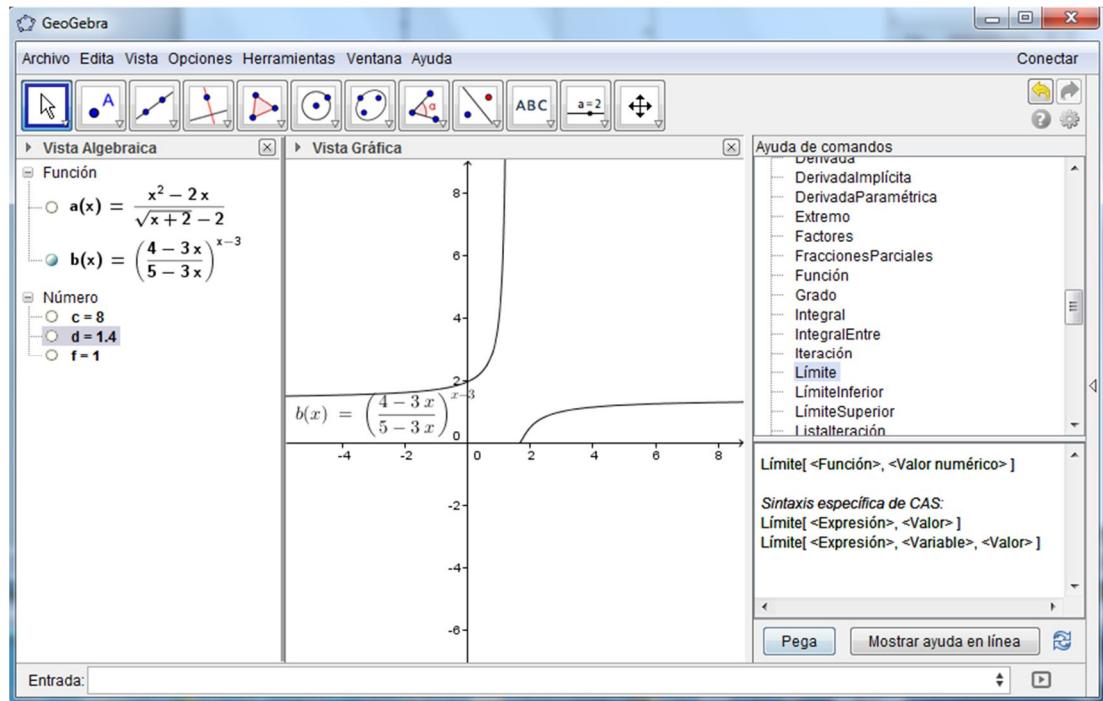


Figura 50 Ejercicio 6 en Geogebra

Para el cálculo de los límites en Geogebra es necesario definir inicialmente las funciones que se quieren analizar, las cuales el programa representa lo que nos puede ya dar una idea intuitiva de lo que buscamos, después se emplea el comando límite para analizar la función en el punto deseado, en este caso el programa no deja indicada la operación que realiza, únicamente la solución del límite. Al igual que ocurría con el programa matemática de Microsoft tampoco resuelve bien algunos límites de funciones exponenciales.

Main About SymPy Live Login

Sympy Gamma

limit((x**2 - 2*x)/(sqrt(x+2)-2), x, 2) =

Sympy:
limit ((x**2-2*x)/(sqrt (x+2)-2),x,2)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2} - 2} \right)$$

Result:

8

Digits in base-10 expansion of number:
len(str(8))

1

Figura 51 Ejercicio 6 en Sympy Gamma

Para la resolución en sympy gamma nos guiamos por el ejemplo que se encuentra en el menú desplegable de cálculo, donde vemos que se utiliza el comando limit, y como datos se necesita la función que se quiere analizar, la variable respecto a la cual queremos evaluar y el valor donde queremos evaluar, el programa devuelve el valor del límite en el punto evaluado. Tampoco es capaz de calcular límites en el infinito.

Ejercicio 7

Cálculo de derivadas

- $f(x) = \operatorname{sen}(x^2 + 5x)$
- $g(x) = 5e^{x^2+3x}$
- $h(x) = (x^2 - \sqrt{x} + \operatorname{sen}x)^4$

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

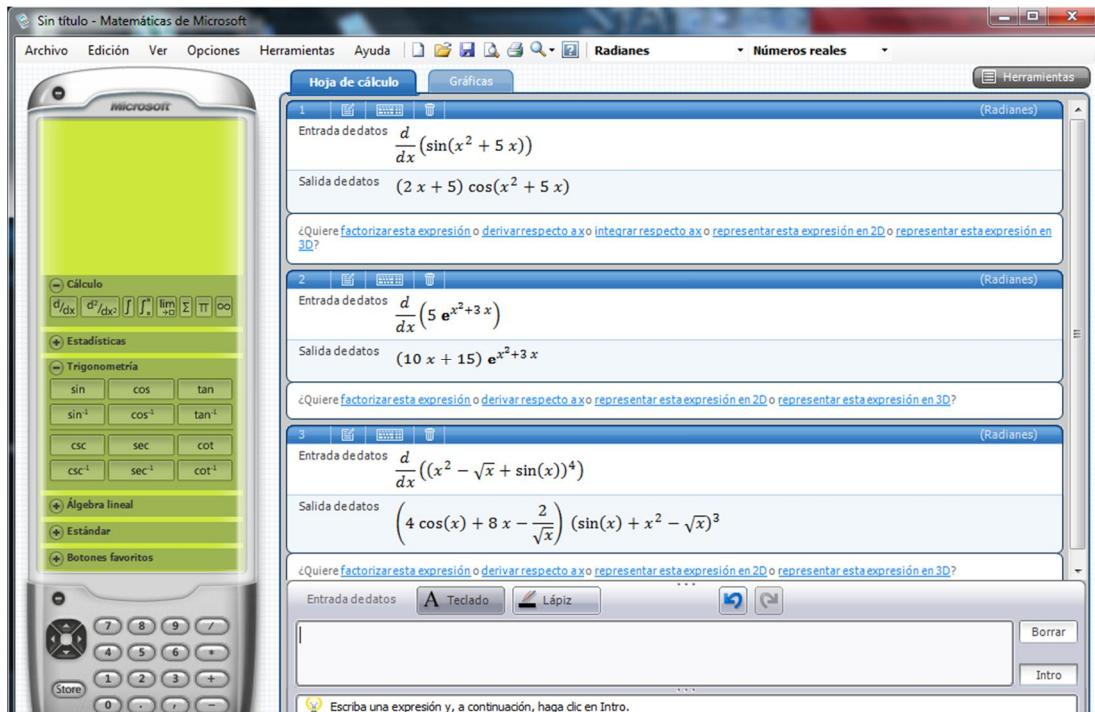


Figura 52 Ejercicio 7 en Matemática de Microsoft

Para el cálculo de derivadas con matemáticas de Microsoft podemos hacerlo de dos formas diferentes, mediante la introducción del comando en la línea de comandos, o bien buscar la tecla de derivada en el menú situado a la izquierda con forma de PDA, en ambos caso después es necesario introducir la función en la línea de comandos para que calcule lo que buscamos. Para el cálculo de integrales el proceso es el mismo, lo único que cambiaría seria el comando que empleamos.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

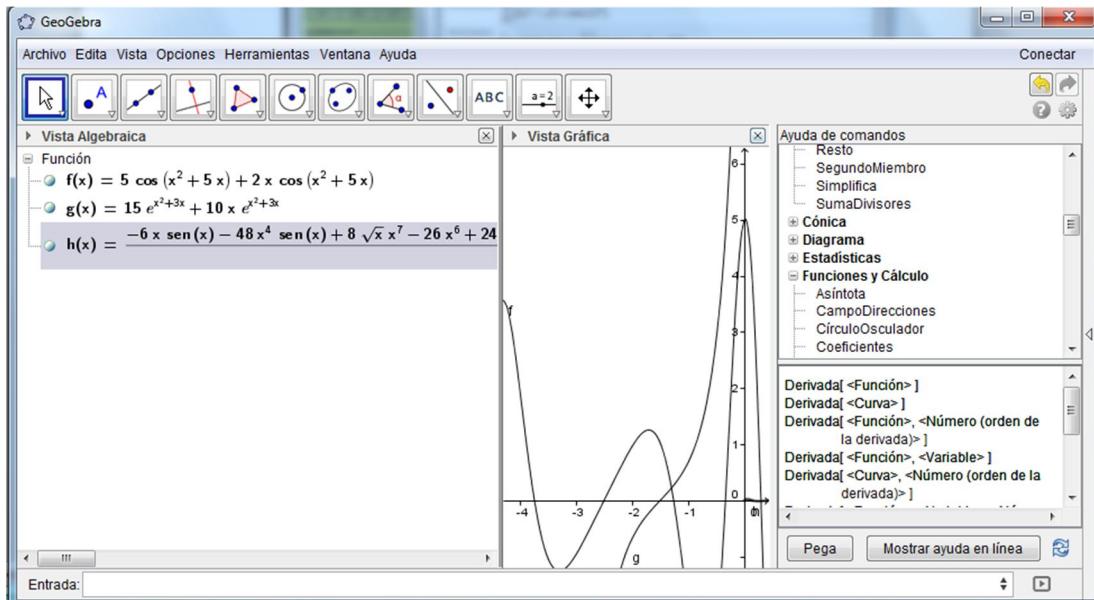


Figura 53 Ejercicio 7 en Geogebra

Para el cálculo de derivadas en Geogebra se emplea el comando derivada, el cual se busca en la ayuda de comandos situado a la derecha de la línea de comandos, solo es necesario proporcionar la función que se quiere derivar si esta solo tiene una variable, si tiene más debemos decir respecto de que variable queremos derivar. El programa presenta la ventaja de representar la función derivada en la ventana grafica pero no muestra en la ventana algebraica ni la función sin derivar ni el comando que se aplica.

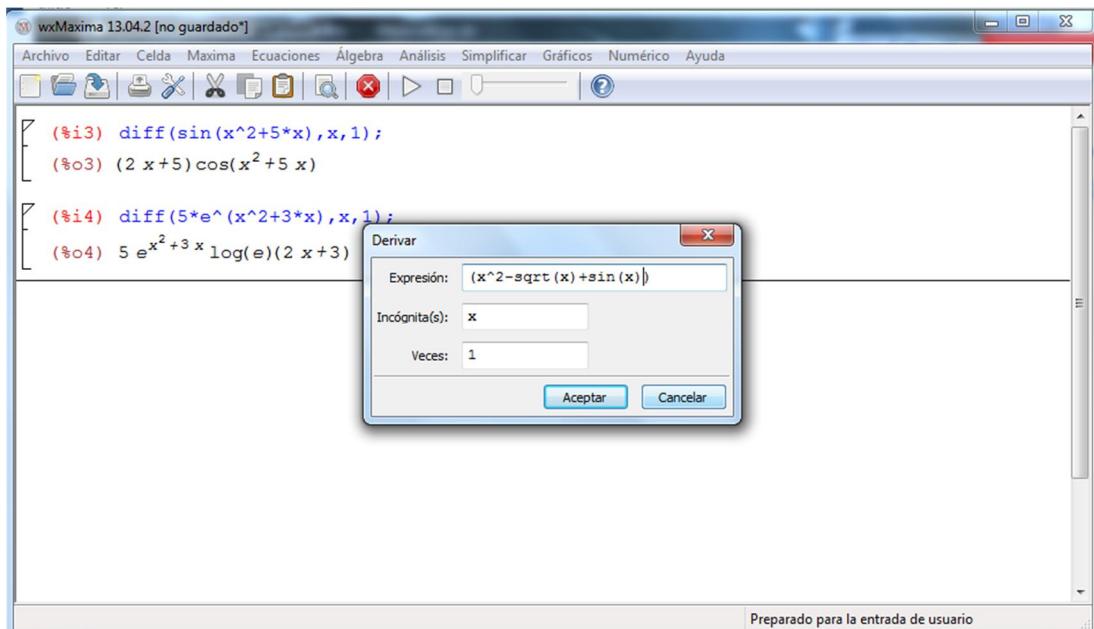


Figura 54 Ejercicio 7 en Wxmaxima

Para la resolución de derivadas en Wxmaxima se puede realizar de dos formas diferentes, en primer lugar podemos hacerlo a través de los menús desplegables con la opción derivar, donde nos aparece la ventana de dialogo que se ve en la imagen donde podemos introducir la función que queremos derivar y el número de veces que queremos derivarla, también podemos realizar esta operación a través de la línea de comandos con la orden diff.

The screenshot shows the Sympy Gamma interface. At the top, it displays the derivative calculation:

```
Derivative:  
diff(sin(x**2 + 5*x), x)  

$$\frac{d}{dx} \sin(x^2 + 5x) =$$

$$(2x + 5) \cos(x^2 + 5x)$$

```

Below this, under "Derivative steps:", it shows the following steps:

1. Let $u = x^2 + 5x$.
2. The derivative of sine is cosine:

$$\frac{d}{du} \sin(u) = \cos(u)$$

3. Then, apply the chain rule. Multiply by $\frac{d}{dx}(x^2 + 5x)$:
 - A. Differentiate $x^2 + 5x$ term by term:
 - I. Apply the power rule: x^2 goes to $2x$
 - II. The derivative of a constant times a function is the constant times the derivative of the function.
 - a. Apply the power rule: x goes to 1

So, the result is: 5

The result is: $2x + 5$

The result of the chain rule is:

$$(2x + 5) \cos(x^2 + 5x)$$
 4. Now simplify:
$$(2x + 5) \cos(x(x + 5))$$

Figura 55 Ejercicio 7 en Sympy Gamma

Para la derivación en sympy gamma únicamente es necesario introducir la función que queremos derivar o integrar en la línea de comandos y el programa nos devuelve la solución, además de explicar cómo ha obtenido el resultado.

En este sentido el mejor programa para la resolución de derivadas e integrales es el programa de sympy gamma dada la forma que tiene de devolver los resultados y la explicación que ofrece a los alumnos, así como el fácil acceso que se tiene a este

resultado y la información adicional que se obtiene con la gráfica, de forma que se aprecia el sentido físico de las operaciones que se realizan. Para la resolución de problemas donde se incluya la derivada el mejor programa sería Wxmaxima dada la facilidad de introducir la derivada así como la variable respecto a la cual se quiere derivar.

Ejercicio 8a

Las dianas logradas en un campeonato por 25 jugadores han sido
8,10,12,12,10,10,11,11,10,13,9,11,10,9,9,11,12,9,10,9,10,9,10,8,10
Representar los datos anteriores gráficamente y calcular la media, moda, varianza
y desviación

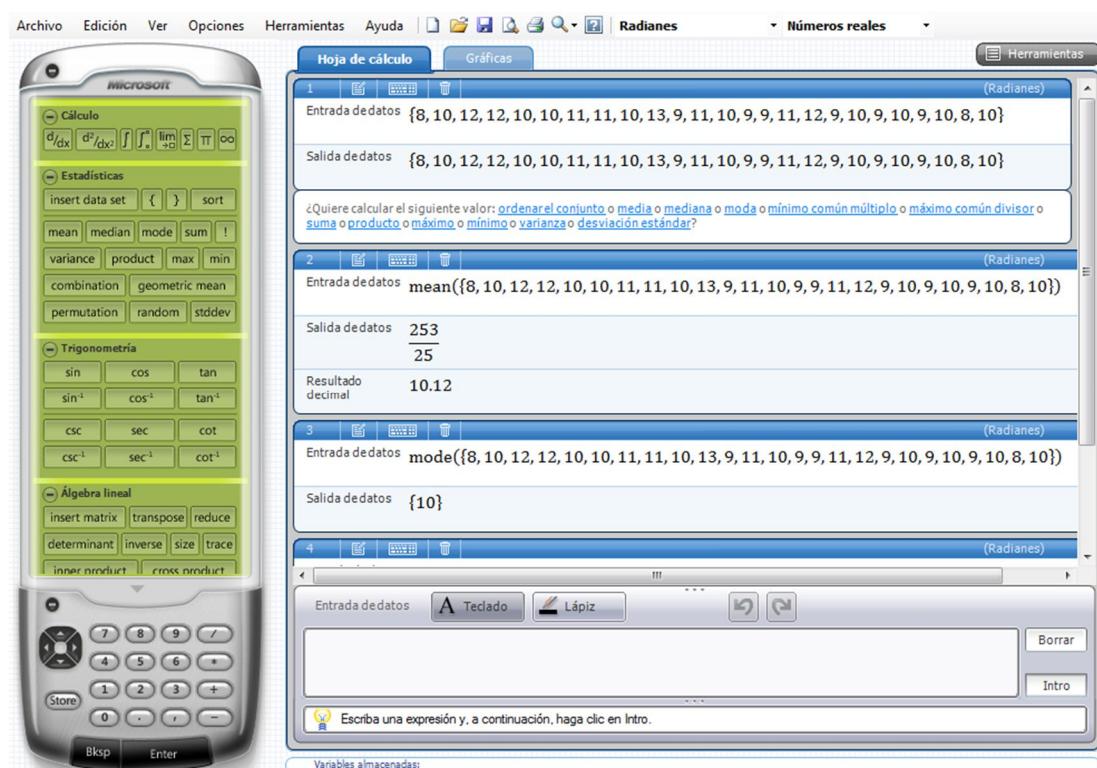


Figura 56 Ejercicio 8a en Matemática de Microsoft

Para la introducción de los datos en matemática de Microsoft se puede realizar mediante la línea de comandos o bien a través de los menús que ofrece, de forma que introducimos los datos en forma de tabla. Después podemos calcular los datos que nos pide a través de los comandos correspondientes o bien a través de las opciones que nos ofrece el programa una vez nos ha dado el conjunto de datos. Hay que señalar que no dispone de una representación gráfica adecuada para los datos.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

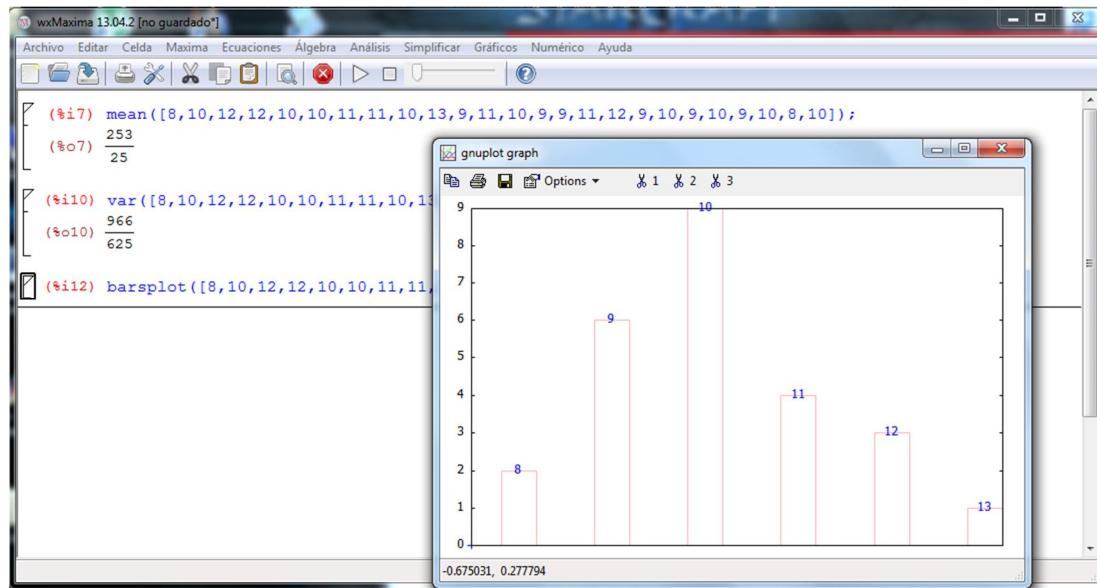


Figura 57 Ejercicio 8a en Wxmaxima

Wxmaxima no dispone de un menú de estadística a diferencia de lo que ocurría anteriormente en otros ejercicios, siendo necesaria la introducción de los datos y la orden a través de la línea de comandos, para la representación de datos dispone de varias funciones diferentes y al ejecutarse aparecen en otra ventana donde es posible exportar la imagen.

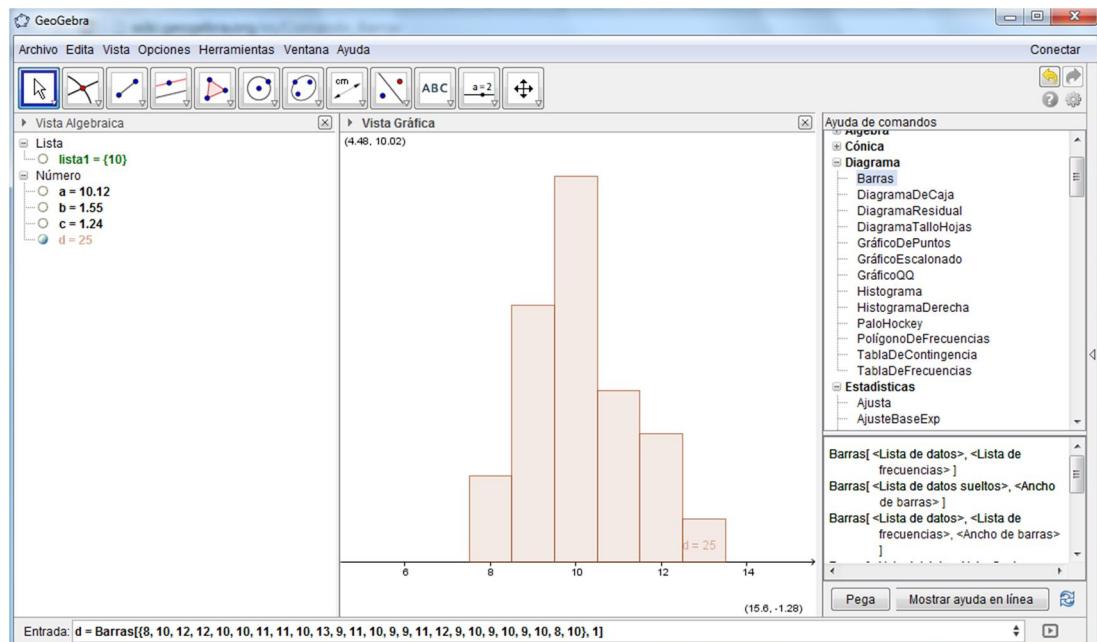


Figura 58 Ejercicio 8a en Geogebra

Geogebra necesita que se le introduzcan los datos a través de la línea de comandos, como ocurría en los ejercicios anteriores no queda registro visual de las

operaciones que se han llevado a cabo y únicamente se proporcionan los resultados, también dispone de diversas opciones diferentes para la representación grafica de los datos que representa en la ventana gráfica.

La utilización de sympy gamma en este tipo de ejercicios queda descartada debido a la limitación que tiene de trabajar únicamente con una sola orden, de forma que no es posible guardar los datos con los que trabajar ni es posible representar los datos proporcionados.

Para la representación grafica así como el análisis de datos tenemos que no existe un programa que destaque de forma adecuada, siendo tanto Geogebra como Wxmaxima igual de útiles para la representación de los datos , así como el análisis de los datos por lo que sería posible utilizar cualquiera de ellos. Sería recomendable la utilización de programas propios para el estudio de datos estadísticos.

Ejercicio 8b

Desde dos puntos A y B situados en la misma orilla de un río y distantes entre sí 80m, se observa un punto C, situado en la orilla opuesta, bajo ángulos de 60 y 45 respectivamente. Calcular las distancias desde los puntos A y B hasta el punto C.

Para la resolución del ejercicio veremos cual ofrece la posibilidad de resolverlo gráficamente y cuales analíticamente y la forma de devolver los resultados obtenidos.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

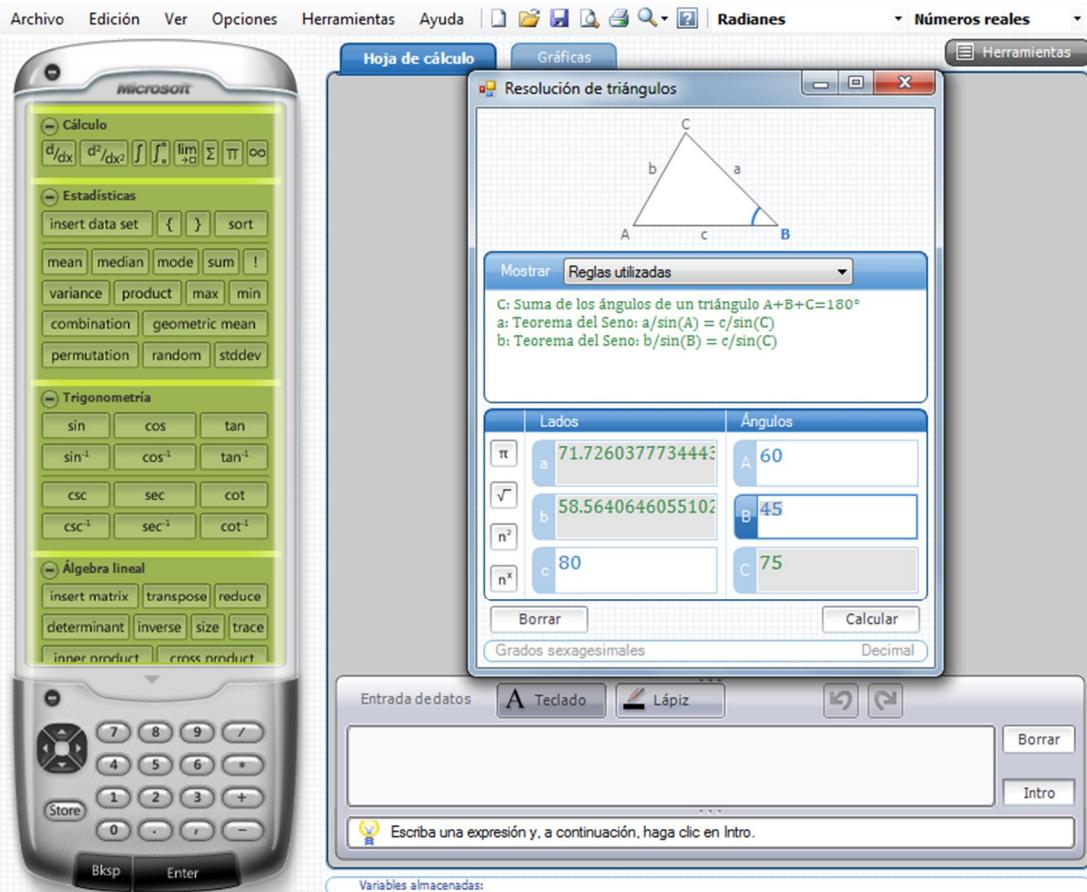


Figura 59 Ejercicio 8b en matemática de Microsoft

El programa de matemática de Microsoft está muy bien preparado para la resolución de ejercicios en los cuales se trabaje con triángulos. Ya que se realiza la representación grafica del problema, se da la opción de introducir los datos a través de un cuadro de dialogo y te muestra las operaciones que se realizan para la resolución. El programa presenta ya dificultades para la resolución de otras figuras ya que la resolución se tendría que realizar a través de línea de comandos asemejándolo a otros programas.

El programa WxMaxima comparado con otros programas de cálculo matemático orientados a la docencia

The screenshot shows the wxMaxima 13.04.2 interface. The menu bar includes Archivo, Editar, Celda, Maxima, Ecuaciones, Álgebra, Análisis, Simplificar, Gráficos, Numérico, and Ayuda. The toolbar includes icons for file operations, cut, copy, paste, and zoom. Two input cells are shown:

```
(%i1) (80*sin(pi/4))/sin(pi*5/12);  
(%o1) 
$$\frac{80 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)}$$

```

```
(%i2) (80*sin(pi*4/6))/sin(pi*5/12);  
(%o2) 
$$\frac{80 \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)}{\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)}$$

```

The status bar at the bottom right says "Preparado para la entrada de usuario".

Figura 60 Ejercicio 8b en Wxmaxima

La resolución de problemas geométricos en Wxmaxima se debe realizar a través de la línea de comandos, siendo la información que aporta limitada y no ofrece una ayuda visual. En conjunto se puede resolver los problemas pero no son el programa más indicado para este tipo de ejercicios.

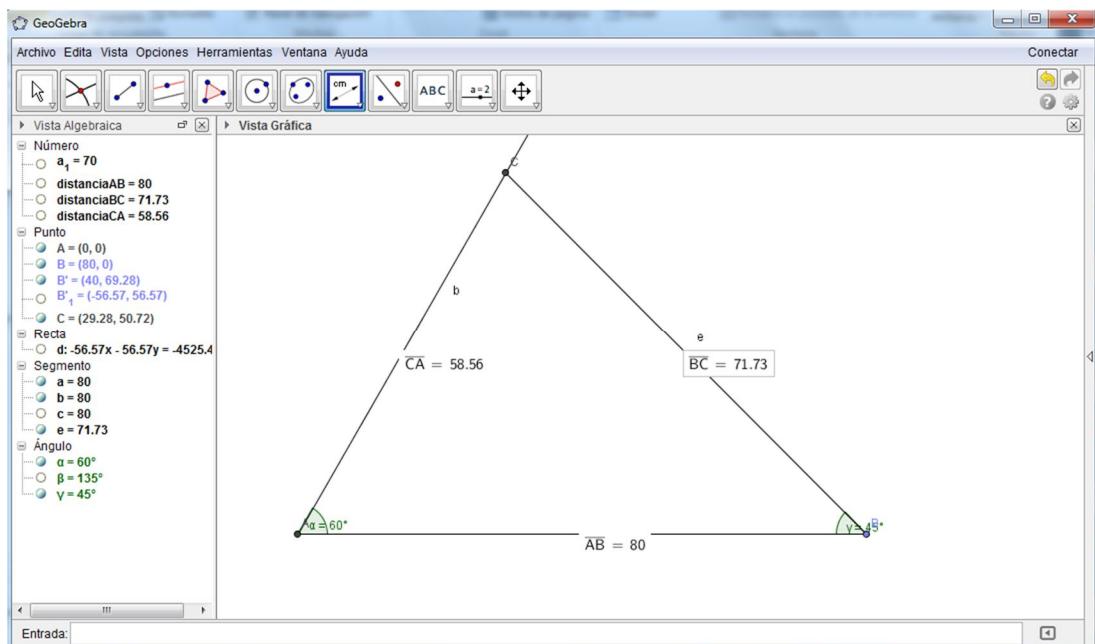


Figura 61 Ejercicio 8b en Geogebra

Geogebra es el programa que mejor responde a las necesidades docentes en la resolución de ejercicios geométricos, dado que es posible resolverlo tanto con la línea de comandos como gráficamente a través de la ventana gráfica y analizar el

resultado. Además tiene muchas opciones para el tratamiento gráfico que ayudan al alumno en su resolución y están relacionados los resultados ofrecidos en la vista algebraica con los de la vista gráfica.

La utilización de sympy gamma en este tipo de ejercicios queda descartada debido a la limitación que tiene de trabajar únicamente con una sola orden, así como la limitación que tiene para la representación gráfica.

En conjunto el mejor programa para la resolución de problemas geométricos es Geogebra, dada la vista algebraica y las herramientas que proporciona. Es posible resolver los ejercicios en otro programa del estilo de matemática de Microsoft pero la limitación de figuras hace que sean inútiles para problemas contextualizados.

4 CAPITULO 4 : RESULTADOS

En este capítulo nos centraremos en los resultados obtenidos durante la resolución de los ejercicios propuestos, principalmente centrándonos en cómo se muestran la resolución de los ejercicios para que los alumnos puedan entenderlo y de qué forma es más fácil para ellos.

Wxmaxima

Wxmaxima presenta las operaciones en bloques a medida que se hacen, y nos permite tener un registro ordenado de todas las operaciones que vamos realizando, de igual forma que los alumnos realizarían las operaciones en su cuaderno. Además, tal y como se devuelven las respuestas, se puedan utilizar posteriormente sin tener que volver a escribir las expresiones. Los resultados suelen expresarse de forma a como se muestran en clase relacionando las posibles variables con sus resultados.

Si tenemos en cuenta la resolución de los ejercicios realizados en el capítulo anterior vemos que el programa puede emplearse de manera eficaz para la resolución de problemas algebraicos, así como el análisis de funciones, gracias a la presentación que tienen los menús que hace que sean muy intuitivos para los alumnos. Por otro lado la utilización de este programa queda muy limitada para una resolución adecuada de geometría en comparación con el programa de Geogebra y su representación gráfica. Como valor añadido a esas resoluciones el programa nos ofrece en pantalla las órdenes que se utilizarían para la resolución a través de la línea de comandos, de forma que los alumnos se van familiarizando con esa forma y pueden pasar de resolver los ejercicios planteados mediante los menús a resolverlos mediante la línea de comandos, de forma que en el futuro puedan integrar esa resolución en programas informáticos con propósitos diversos.

Geogebra

La principal fuerza de geogebra es la ventana gráfica que presenta en el interfaz de forma que se representan todas las cosas posibles en ella, así como la posibilidad de dibujar en esa pantalla y que te devuelva las funciones de lo que representa. Aun así también cumple adecuadamente para otro tipo de funciones de cálculo y análisis. El principal inconveniente que presenta el programa es la

presentación de resultados y la asignación de nombres para las soluciones, en primer lugar el programa devuelve resultados pero no representa los comandos a los que está dando respuesta por lo que no es intuitivo lo que devuelve. En segundo lugar debido a la forma que tiene de asignación de nombres a los resultados que va obteniendo no hay tampoco relación en el orden en el que se presentan los resultados en la ventana algebraica.

Si consideramos la resolución de los ejercicios realizados vemos que este programa destaca en la resolución de problemas de carácter geométrico y todos aquellos que tengan algún tipo de representación gráfica. Además dispone de un sistema de cálculo simbólico que permite la resolución de problemas de cálculo de ecuaciones. Si bien el programa tiene implementados gran cantidad de comandos y funciones es posible apreciar que si se quisiera emplear en estudios superiores se quedaría más limitado dado que carece de un sistema de programación tradicional, si bien tiene un sistema de creación de nuevas herramientas para desarrollar problemas, aunque el visor grafico puede seguir siendo de gran utilidad.

SYMPY GAMMA

La principal ventaja de este programa es la posibilidad de utilizarlo en cualquier dispositivo conectado a internet y que ofrece mucha información diversa con solo introducir un polinomio o una ecuación, además de explicar paso a paso como se realizan las operaciones de integración y derivación que es uno de los puntos que más difíciles encuentran los alumnos en bachillerato, esto le hace que sea un programa muy interesante para la docencia en el aula y para comprobaciones o representaciones pero carece de una estructura sobre la cual se pueda desarrollar una clase en el laboratorio de matemáticas. Además la curva de aprendizaje del programa es mucho más difícil que otros programas y carece de ciertos módulos para realizar problemas de otros bloques de la asignatura como pueda ser el de estadística.

MATEMÁTICAS DE MICROSOFT

Matemáticas de Microsoft es un programa que está orientado claramente a la resolución de los ejercicios propuestos por los libros de texto, su forma de presentar los resultados agrupándolos en bloques según las operaciones realizadas ayuda a los alumnos en el proceso de resolución, de igual forma presenta los posibles comandos

que se pueden emplear en el lado izquierdo en la forma de una PDA y agrupado según el bloque de conocimientos que se está desarrollando en ese momento.

En conjunto el programa es simplemente una herramienta para la resolución de los ejercicios propuestos pero carece de una utilidad práctica para la resolución de problemas y para poder educar a los alumnos en la adquisición de la competencia tecnológica adecuada.

En conjunto todos los programas presentados tienen ciertas ventajas en según qué situaciones se presente en el ámbito de la clase, si tenemos en cuenta únicamente la resolución de ejercicios de los libros de texto podemos apreciar que todos los programas cumplen en mayor o menor grado salvo el programa sympy gamma, el cual presenta muchas limitaciones a la hora de introducir los datos. Si consideramos la inclusión de problemas vemos que el programa de matemáticas de Microsoft presenta ciertas limitaciones pues el planteamiento que tiene el mismo es la resolución exclusiva de ejercicios de los libros de texto, este planteamiento no ayuda a que los alumnos desarrolle correctamente sus habilidades por lo que no se podría considerar un buen programa para aprender matemáticas. Así pues los programas que encontramos que pueden ser más útiles en bachillerato, que es el ciclo donde se han comparado, serían Geogebra y Wxmaxima. Geogebra presenta una gran ventaja para la resolución de problemas en los cuales se incluya la representación gráfica, mientras que Wxmaxima tiene una gran facilidad de manejarse gracias a los menús desplegables que dispone.

5 CAPITULO 5 : CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Actualmente nos encontramos en un mundo de constante cambio y evolución, especialmente en los últimos años con la inclusión de nuevas formas de tecnología y de comunicación en la vida cotidiana, laboral..., en este sentido la educación no es una excepción a la regla, atrás quedaron ya los años en los que el concepto de clase se refería a una sala en la cual podía encontrarse una mesa para el profesor, mesas más pequeñas para los alumnos y una pizarra donde exponer la materia correspondiente a la asignatura, en la actualidad se busca que las aulas reflejen la sociedad cambiante que sufrimos hoy en día y se aprecian los esfuerzos que las administraciones públicas realizan con el fin de poder adaptar los centros a esta nueva forma. De forma similar existe una voluntad desde el profesorado de incluir la tecnología en la práctica docente, si bien no resulta tan sencillo como pudiera parecer. En muchos casos presenta un gran reto la inclusión de las TICs en el aula, en primer lugar por la obligación de realizar un uso apropiado de las mismas para la enseñanza y el aprendizaje, en segundo lugar hay que ser conscientes del hecho de que la mayor parte de los docentes y de los alumnos no poseen las competencias informáticas básicas.

Para desarrollar estas competencias los alumnos deben relacionarse con la tecnología de forma habitual y con aquellas que les permitan hacerlo de una forma sencilla e intuitiva, además hay que tener en cuenta que no es aceptable el sacrificar el desarrollo de las competencias planificadas en el desarrollo de la asignatura con el fin de adquirir esta, que debe realizarse de forma simultánea. Encontrar un equilibrio en este punto es una tarea complicada que requiere un gran esfuerzo por parte del docente en la búsqueda de herramientas con las que lograrlo. Aun así es complicado introducir estos elementos a los alumnos, en mi experiencia durante el periodo de prácticas he podido apreciar la visión que tienen los alumnos de la tecnología y el uso que se puede hacer de ella. Para los alumnos el uso de tecnología solo es una atajo para la resolución de problemas y ejercicios, algo que se utiliza de manera puntual con el fin de resolver el problema que tienen en ese momento, sin preocuparse de la utilidad que pueda tener en un futuro o en otro tipo de problemas, en este caso concreto se les presento a los alumnos el programa de sympy gamma dada la facilidad de acceso a través de internet y a no ser necesaria la utilización de

comandos para la representación gráfica de funciones que eran el tema que se estaba desarrollando en ese momento, dado que el programa muestra más información aparte de la representación gráfica, como por ejemplo la derivada y la integral de la función representada, se aprovechó para indicarles simplemente que esa información podría serles útil en el futuro pero la visión de los alumnos era que no era algo útil dado que no tenían que resolver nada en el momento en el que se les presenta el problema. Este detalle puede hacer que sea difícil introducir a los alumnos la idea de que la tecnología es una herramienta útil y no simplemente algo que es posible utilizar en vez de sus propias habilidades mentales.

Tal como se planteó en el objetivo de este trabajo se han analizado diversos ejercicios representativos de los diferentes bloques de matemáticas que se desarrollan en bachillerato, ciclo en el cual este trabajo tiene cabida dado que he considerado que los programas que se proponían aquí eran de un nivel demasiado elevado como para poderse desarrollar correctamente en la ESO. Dichos ejercicios provienen del libro de texto utilizado durante mi periodo de prácticas en el instituto Arca Real y corresponden a las modalidades de Ciencias y Tecnología y a Humanidades y Ciencias Sociales. Si bien en un principio se había planteado la posibilidad de crear unos ejercicios que se pudieran resolver mediante programas informáticos se descartó la idea debido que los resultados no serían realistas con la realidad que tenemos actualmente en las aulas, por ello se decidió cambiar los ejercicios propuestos por aquellos que provenían del libro, con el fin de que los alumnos pudiesen relacionar de forma práctica los ejercicios que se realizan de forma tradicional en el aula con los ejercicios resueltos mediante nuevas tecnologías. Fue en este punto además cuando se decidió la incorporación del programa de matemática de Microsoft a la comparativa de programas, si bien no responde a ninguno de los requisitos que nos habíamos impuesto al inicio del trabajo, no podía negarse el hecho de que los alumnos tienen un acceso muy fácil a él, pues se provee de una copia del programa cuando se compra el libro de texto así como una licencia de un año para poder emplearlo. Este programa, que si bien venía de forma gratuita para los alumnos con la compra del libro, presenta algunos inconvenientes. El principal inconveniente es que la licencia que se provee está limitada a un año de uso, lo cual significa que si el alumno repite o quiere usar el programa en cursos

posteriores debería seguir adquiriendo el mismo libro para poder emplear la licencia. Además está muy enfocado a la resolución de los ejercicios presentados en el libro y da poca libertad para emplearlo en problemas más abiertos que es lo que puede interesarnos.

Vistos pues una muestra real de los ejercicios planteados por el libro de texto para su resolución mediante nuevas tecnologías y la posterior comparación con los resultados obtenidos a través de este trabajo se puede decir sin mucha equivocación que no existe un programa solo perfecto para la docencia en matemáticas. Como se puede ver en los resultados obtenidos la solución a la que se puede llegar con todos ellos es la misma y sería correcta, pero la forma en la que se puede llegar a esa solución y como se presenta esa solución es muy diferente en función del programa que se esté utilizando. Hay que tener muy presente esta forma de presentar las soluciones a la hora de seleccionar un programa informático para la docencia, pues no queremos que consideren simplemente el ordenador como algo que puede solucionar problemas sino como una herramienta que puede ayudarles tanto en la etapa educativa en la que están, como en futuras etapas educativas o en la vida profesional misma. Teniendo eso en cuenta creo que la inclusión de Wxmaxima como programa para la docencia en bachillerato sería muy recomendable por diversos motivos:

- El programa Wxmaxima presenta una ventana de interfaz de usuario y una línea de comandos muy semejantes a programas de alto nivel que se pueden emplear en los estudios superiores así como en la vida laboral, esto permite a los alumnos irse familiarizando con este tipo de entornos de una forma cómoda. De hecho hay universidades que trabajan ya con este programa de forma habitual como herramienta de cálculo.
- Wxmaxima tienen unos menús desplegables que tienen la misma función que muchos de los comandos que se emplean para la resolución por lo que los alumnos pueden emplear cualquiera de las formas, comandos o menús desplegables.
- Wxmaxima presenta los menús de forma clara agrupados según el campo en el que se emplean, de forma que es muy intuitivo para los

alumnos la utilización de las ordenes, además se presentan en forma de ventana de dialogo lo que permite una mayor comodidad.

- A pesar de que el programa se pueda emplear en bachillerato, posee herramientas de alto nivel que permitirían una utilización sin problemas en los estudios superiores.
- El lenguaje de programación que se utiliza es muy similar a otros tipos de programas, por lo que no solo se estarían formando para poder usar este programa sino también otros del mismo género.
- Hay que tener en cuenta que la asignatura de matemáticas no es la única que puede beneficiarse de este programa, también es posible adecuar su uso para las asignaturas de física, informática... dentro de la informática Wxmaxima permite realizar una programación de forma sencilla a través de la línea de comandos.

Estos motivos no son excluyentes para la utilización de otros programas, de hecho los programas presentados en este trabajo pueden ser muy interesantes para su utilización de forma puntual en algunos temas del currículo, como pueda ser por ejemplo el uso de Geogebra para la resolución de problemas geométricos donde la representación gráfica puede ser muy intuitiva para hallar una solución o el programa sympy gamma para la resolución de problemas de integración y derivación, los cuales suelen ser algunos de los problemas más difíciles para los alumnos de bachillerato. En este sentido sería recomendable para lograr un aprendizaje más completo y desarrollado la inclusión de diversos programas para que sean los propios alumnos los que puedan decidir que herramientas les gustan más o cuales utilizar.

Otro punto interesante que se ha podido apreciar durante el desarrollo de este trabajo es que los libros de texto que sirven de referencia a los alumnos, si bien presentan actividades para poderse realizar con nuevas tecnologías, no presentan realmente problemas donde puedan desarrollar una competencia matemática y tecnología adecuada, sino más bien un conjunto de ejercicios mecánicos, similares a los que se podrían realizar en clase pero con un nivel de operaciones mayor del que se podría resolver por el alumnos con sus capacidades. En mi opinión este tipo de actividades no son las correctas para realizar con las TIC's, ya que se muestran las

TIC's a los alumnos como herramientas que simplemente suplen las carencias que ellos tienen en cuanto a cálculo matemático, dando una impresión errónea. La utilización de las TIC's debería ser para la resolución de problemas donde los alumnos pongan en práctica los conocimientos adquiridos durante las clases teóricas y el ordenador debería ser una herramienta que les ayude a resolver dichos problemas. Este punto podría ser tratado en futuros trabajos que se realicen en el máster de secundaria para buscar problemas que realmente ayuden a adquirir una correcta competencia matemática. De la misma forma, este trabajo se ha centrado en la utilización de los programas presentados en el ciclo de bachillerato, siendo posible también analizar el uso que podría hacerse de los mismos en otros ciclos como pueda ser el ciclo de secundaria obligatoria o los ciclos de formación profesional.

Como recomendación final, tras la realización de este trabajo, sería animar a los docentes a la utilización de las nuevas tecnologías en el aula pero no cerrándose a una sola herramienta, como se ha podido ver en este trabajo cada uno de los programas presenta características que lo pueden hacer muy interesante para su utilización en el aula y la pereza o dificultad que pueda entrañar el cambiar de herramienta no debería ser impedimento para su utilización, en este sentido además ayudaríamos a los alumnos a no quedarse estancados en la utilización de una herramienta, sino que sean capaces de adaptarse a los cambios y puedan emplear la herramienta que mejor se adapte a las situaciones a las que se tienen que enfrentar en vez de tener que trabajar con una sola herramienta cuya utilidad pueda estar limitada en función de la situación a la que tiene que hacer frente. Con el fin de orientar a los docentes en la utilización de estas tecnologías se hace una propuesta didáctica en el último capítulo de este trabajo con la cual se espera que pueda ayudar en la utilización de estas tecnologías en clase.

ORIENTACIONES DIDACTICAS

En la actualidad muchos profesores están comenzando a emplear las nuevas tecnologías en el aula, como puedan ser los ordenadores e internet. No obstante, en muchas situaciones se desarrollan actividades dentro de los colegios e institutos con estas tecnologías sin tener realmente una idea clara de que objetivos se quieren lograr, ni se tiene claro cómo organizar las clases para apoyarse en el uso de estas

tecnologías. En este aspecto muchas veces los profesores recurren a una forma de “ensayo y error”, probando cuales son los resultados de que los alumnos realicen actividades en la sala de informática.

Desde varios grupos se han intentado desarrollar guiones o directrices para ayudar a los docentes a enfocar de forma correcta el uso de las TIC’s en el aula sin tener que recurrir a este método de pruebas sucesivas para descubrir que pueden hacer los alumnos en el aula de informática y que actividades se pueden desarrollar. Algunas de las líneas que más se repiten en este grupo de directrices son las siguientes, las cuales se deberían tener muy en cuenta para poder llevar a buen término la inclusión de las TIC’s en el desarrollo habitual de la asignatura, y desde esta propuesta se invita a considerarlas a la hora de manejar las TIC’s.

Cuando se realizan alguna actividad con nuevas tecnologías hay que tener en cuenta que lo que se busca es lo educativo, no lo tecnológico, es muy fácil desde la posición del docente dejarse influenciar por la idea de que las cosas más nuevas y recientes tienen necesariamente que ser mejores. En muchos casos las tecnologías que se van a emplear en el aula deberían ser fáciles de manejar e intuitivas, centrándose principalmente en lo que se desea que aprendan los alumnos, antes que lo moderno o actual sea la herramienta.

El uso de las TIC’s, aunque motivadoras para los alumnos, no deben considerarse como sustitutos del proceso de aprendizaje sino como una herramienta para ayudarlos a aprender más y mejor a través de prácticas que ayuden a tal fin.

La utilización de las TIC’s busca que el alumnado aprenda “haciendo cosas” con la tecnología. Parte de la labor del profesor a la hora de seleccionar una herramienta es pensar en las posibles experiencias de trabajo que se pueden realizar para que el alumnado desarrolle con las TIC’s.

Por último es necesario tener presente que la utilización de las nuevas tecnologías no sustituye a las clases tradicionales. Debe evitarse a toda costa el improvisar sobre la marcha cuando se desarrolle clases en el aula de informática, dado el carácter novedoso, y debido precisamente al uso que hacen los alumnos de las nuevas tecnologías, puede ser necesario tener una preparación aun mayor de este

tipo de clases, y tener planificado las tareas y actividades que queremos desarrollar y cómo queremos desarrollarlas con las herramientas que disponemos.

Con estos criterios en mente se presenta la siguiente propuesta didáctica. La idea es poder utilizar los programas adecuados dentro de la docencia de la forma que los alumnos más puedan aprender y les resulte más sencilla la adquisición de las competencias y habilidades que se espera de ellos.

Teniendo en cuenta el currículo actual de bachillerato podemos decir que hay diversos bloques donde aplicar los programas que aquí se han analizado. Algebra, geometría, funciones y estadísticas y probabilidad.

Para la docencia en el bloque de algebra se propone la utilización del programa de Wxmaxima dada la facilidades que da para los alumnos con los menús desplegables y para la introducción de datos. Para poder aprovechar el máximo potencial de esta herramienta sería necesario enfocar la realización de clases de laboratorio de forma más continuada para que los alumnos sientan que están manejando una herramienta útil y las tareas que se quieran resolver sean problemas donde deban aplicar los conocimientos que han adquirido durante las clases teóricas y el ordenador les ayude en la resolución. Con el fin de facilitar la enseñanza de esta herramienta se puede proveer a los alumnos de manuales con los que seguir el desarrollo de las clases de laboratorio y repasar la información proporcionada, como ejemplo puede usarse el manual presente en este trabajo en el capítulo 2. El bloque de álgebra en bachillerato está dividido en 2 partes, la resolución de sistemas de ecuaciones y la resolución de matrices. En ambos casos el programa máxima ofrece posibilidades a través de los menús de forma que es fácil para los alumnos realizar una primera aproximación a la resolución de problemas, pudiendo resolverlos más adelante a través de la línea de comandos y desarrollando la competencia matemática y tecnológica.

Para el desarrollo del bloque de geometría que puede encontrarse en la modalidad del bachillerato de ciencias y tecnología creo que la mejor opción es la utilización del software de geogebra debido principalmente a la representación gráfica intuitiva que hace ver a los alumnos más fácilmente la cosas y que puede ser una herramienta muy interesante para llevar a cabo demostraciones, además que

permite la creación de muchos problemas que se apartan de los ejercicios tradicionales de los libros.

El bloque de análisis comprende todo el estudio de las funciones, su representación y las operaciones relacionadas con su estudio, en este capítulo es donde los programas presentados en este trabajo cobran más protagonismo, y donde es más difícil decir cual programa es mejor que otro, en mi opinión los tres programas presentados tienen unas ventajas claras sobre los otros y por tanto deben ser aprovechados los tres en cada punto. En primer lugar el programa geogebra permite representar de forma sencilla la representación de funciones y la representación de las operaciones que se pueden querer realizar, lo cual es una muy buena herramienta para plantear problemas a los alumnos y mostrarles gráficamente cual puede ser la solución, como herramienta para que los alumnos trabajen.

El bloque de estadística comprende todo el estudio de la probabilidad y análisis de datos, la utilización de programas proporciona una herramienta con la cual se pueden llevar a cabo rápidamente las operaciones rutinarias de forma que los alumnos puedan dedicar más tiempo al análisis de los datos y a pensar sobre los resultados obtenidos, así mismo ofrecen diversas formas para la representación grafica que pueden ayudarlos a entender mejor esos datos que tienen que analizar. En conjunto ninguno de los programas responde bien a estas necesidades como lo han hecho en los anteriores bloques. Aun así el programa Wmaxima cumple de forma satisfactoria la resolución de los problemas, así como la representación gráfica. Geogebra también tiene una buena representación gráfica pero tiene el inconveniente de que no muestra en la ventana los comandos que se están ejecutando.

REFERENCIAS

- [1] INFORME SOBRE LA IMPLANTACIÓN Y EL USO DE LAS TIC EN LOS CENTROS DOCENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA Y SECUNDARIA (CURSO 2005-2006), NIPO: 651-07-143-X, Depósito legal: M-20240-2007
- [2] Informe sobre las cifras clave de las tecnologías de la información y la comunicación en los centros escolares de Europa (Comisión Europea, 2004)
- [3] Estudio sobre el uso del ordenador y de internet en las escuelas de Estados Unidos (DeBell y Chapman, 2006)
- [4] Roschelle, J. M., Pea, R. D., Hoadley, C. M., Gordin, D. N., & Means, B. M. (2000). Changing how and what children learn in school with computer-based technologies. *The Future of Children*, 10(2), 76-101.
- [5] Kozma, R, & Russell J. (2005). Multimedia learning of chemistry. In R. E. Mayer (Ed.), *The Cambridge handbook of multimedia learning*, 409-428. New York: Cambridge University Press.
- [6] La integración de internet en la educación escolar española: situación actual y perspectivas de futuro.
http://www.uoc.edu/in3/integracion_internet_educacion_escolar/esp/informe.html
- [7] Manual de Wxmaxima de la página web.
<http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/es/maxima.html> (Mario Rodríguez Riotorto).
- [8] Wxmaxima en Wikipedia.
[http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_\(software\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_(software)) . Ultimo acceso 19/05/2014
- [9] Licencia GNU en Wikipedia.
http://en.wikipedia.org/wiki/GNU_General_Public_License. Ultimo acceso 19/05/2014
- [10] Página web de Geogebra. <http://www.geogebra.org/cms/es/>

- [11] Geogebra en Wikipedia. <http://en.wikipedia.org/wiki/GeoGebra> Ultimo acceso 19/05/2014
- [12] Instituto geogebra de Cantabria. <http://geogebra.es/>
- [13] Página web del programa sympy gamma.
<https://github.com/sympy/sympy/wiki/Download-Installation>.
- [14] Matemáticas de Microsoft.
http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Mathematics
- [15] Manuales de Wxmaxima en la pagina web
<http://andrejv.github.io/wxmaxima/help.html>
- [16] libro de texto EDITEX, 1º bachillerato de las modalidades de Ciencias sociales y Humanidades.
- [17] libro de texto EDITEX, 1º bachillerato de las modalidades de Ciencias y Tecnología.
- [18] Neglected critical issues of effectives CAS. Djordje M. Kadijevich.
Journal of Symbolic Computation 61-62 (2014) 85-99. Abril 2013.
- [19] Changing assessment methods: New rules, new roles. Alfonsa García, Francisco García, Ángel Martín del Rey, Gerardo Rodríguez, Agustín de la Villa.
Journal of Symbolic Computation 61-62 (2014) 70-84. Abril 2013.