

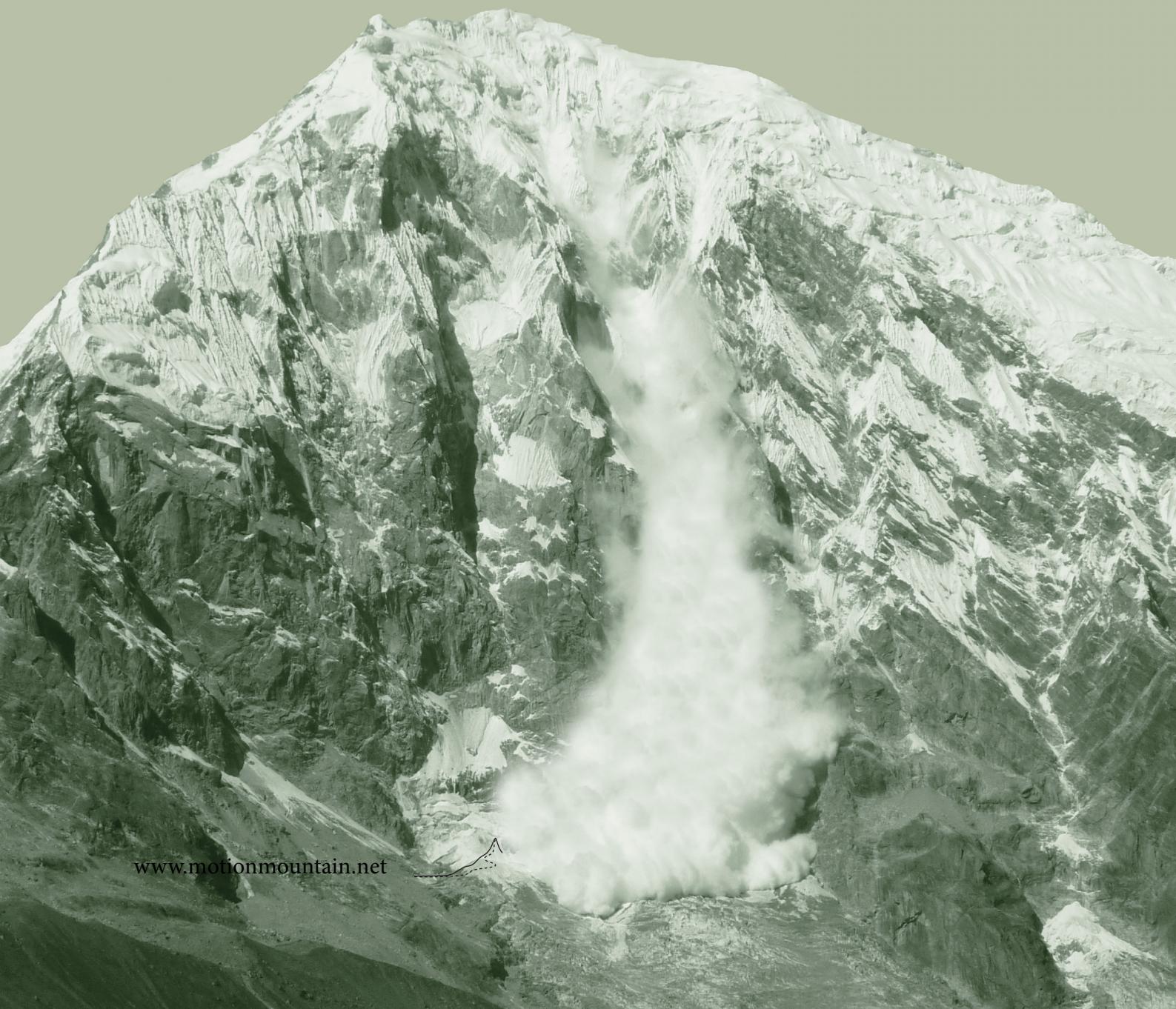
Christoph Schiller

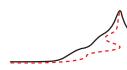
Traducido por José Manuel López López y Jerónimo Hurtado Pérez, revisado por Jorge Enrique García-Farieta

# LA MONTAÑA DEL MOVIMIENTO

LA AVENTURA DE LA FÍSICA – VOL.II

RELATIVIDAD Y COSMOLOGÍA





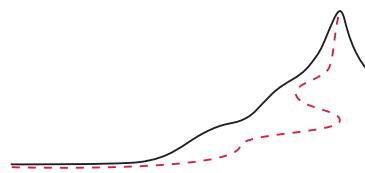
Christoph Schiller

Traducido por José Manuel López López

y Jerónimo Hurtado Pérez,

Revisado por Jorge Enrique García-Farieta

# LA MONTAÑA DEL MOVIMIENTO



La aventura de la física  
Volumen II

Relatividad y Cosmología

Edición 30, disponibilidad libre en formato pdf  
con películas en [www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net)

Editio trigesima.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller  
primo anno Olympiadis trigesimae secundae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.  
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.  
Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae  
partem horum verborum continet; liber  
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Edición Trigésima.

Copyright © 1990–2020 de Christoph Schiller,  
desde el tercer año de la vigésimo cuarta Olimpiada  
hasta el primero año de la trigésimo segunda Olimpiada.

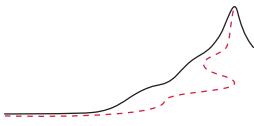


Este fichero pdf ha obtenido licencia bajo la "Creative Commons Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany Licence", cuyo texto completo se puede encontrar en la página web [creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/), con la restricción adicional de que la reproducción, distribución y uso, en todo o en parte, de *cualquier* producto o servicio, ya fuera comercial o de cualquier otro tipo, no está permitida sin el consentimiento escrito del propietario del copyright. El fichero pdf fue y así permanecerá, libre para que todo el mundo pueda leerlo, almacenarlo e imprimirla para uso personal y distribuirlo electrónicamente, pero únicamente sin modificación alguna y solamente de manera no lucrativa.

Para Britta, Esther y Justus Aaron

τῷ ἑμοὶ δαίμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.



## PREFACE

“ Primum movere, deinde docere.\*

Antigüedad

**E**ste libro está escrito para cualquiera que tenga curiosidad sobre la naturaleza. ¿De qué depende el movimiento de las personas, los animales, las imágenes y el espacio vacío?. La respuesta nos conduce a muchas aventuras; este volumen presenta las mejores de ellas sobre el movimiento extremadamente veloz, potente, y distante. En la exploración del movimiento – en física – la relatividad especial y general conforman dos etapas importantes, como se muestra en [Figura 1](#).

*La relatividad especial* es la exploración del límite de velocidad de la naturaleza  $c$ . *La relatividad general* es la exploración del límite de fuerza  $c^4/4G$ . El texto muestra que en ambos dominios, todos los resultados se siguen de estos dos valores límite. En particular, la *cosmología* es la exploración del movimiento cerca del límite de distancia de la naturaleza,  $1/\sqrt{\Lambda}$ . Esta forma simple, intuitiva e inusual de aprender la relatividad debería recompensar la curiosidad de cada lector, ya sea estudiante o profesional.

El presente volumen es el segundo de una descripción general en seis volúmenes sobre una visión general de la física que surgió de un triple objetivo que he perseguido desde 1990: presentar el movimiento de una manera sencilla, actualizada y cautivadora.

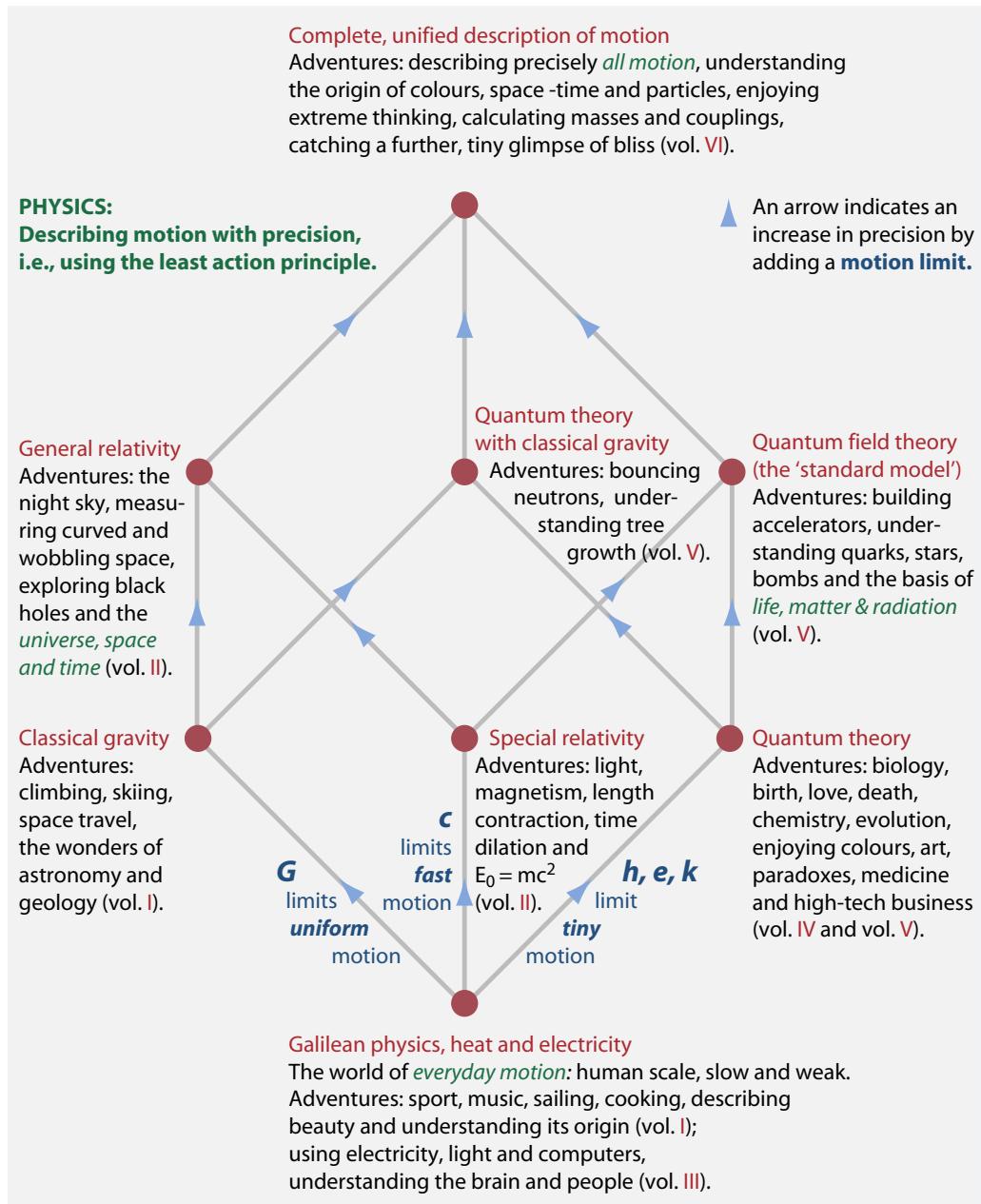
Con el fin de ser *sencillo*, el texto se centra en conceptos, mientras mantiene el uso de las matemáticas en el mínimo necesario. La comprensión de los conceptos de la física tiene prioridad sobre el uso de fórmulas en los cálculos. Todo el texto se encuentra dentro del alcance de un estudiante del primer nivel universitario.

Con el fin de estar *actualizado*, el texto se enriquece con muchas joyas - tanto teóricas como empíricas - que se encuentran dispersas a lo largo de la literatura científica.

Con el fin de ser *cautivador*, es decir para motivar, el texto intenta sorprender al lector tanto como sea posible. La lectura de un libro de física general debe ser como ir a un espectáculo de magia. Miramos, nos sorprendemos, no creemos a nuestros ojos, pensamos, y finalmente entendemos el truco. Cuando nos fijamos en la naturaleza, a menudo tenemos la misma sensación. De hecho, cada página presenta por lo menos una sorpresa o una provocación para poner a prueba la sagacidad del lector. Se proponen numerosos desafíos interesantes.

El lema del texto, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, una frase famosa en pedagogía, se traduce como: 'Para fortalecer a los hombres, aclarar las cosas'. Aclarar las

\* 'Primero mover, después enseñar.' En las lenguas modernas, a la cualidad de *mover* (el corazón) se llama *motivación*; ambas palabras se derivan del mismo origen latino.



**FIGURA 1** Un mapa completo de la física, la ciencia del movimiento, como propuso por primera vez Matvei Bronshtein (b. 1907 Vinnytsia, d. 1938 Leningrad). El cubo de Bronshtein empieza por la parte inferior con el movimiento cotidiano y muestra las conexiones con los campos de la física moderna. Con cada conexión se aumenta la precisión en la descripción y se debe a un límite del movimiento que debe ser tenido en cuenta. Los límites vienen dados para el movimiento uniforme por la constante gravitacional  $G$ , para movimientos veloces por la velocidad de la luz  $c$ , y para los movimientos diminutos por la constante de Planck  $h$ , la carga elemental  $e$  y la constante de Boltzmann  $k$ .

cosas – y adherirse sólo a la verdad – requiere coraje, ya que el cambio de los hábitos de pensamiento produce miedo, a menudo oculto tras la ira. Pero mediante la superación de los miedos, nos volvemos más fuertes. Y experimentamos emociones intensas y hermosas. Todas las grandes aventuras de la vida permiten esto, y la exploración de movimiento es una de ellas. Que lo disfruten!

Christoph Schiller

### UTILIZACIÓN DE ESTE LIBRO

La notas al margen remiten a referencias bibliográficas, a otras páginas o a las soluciones de los desafíos. En la edición en color, las notas marginales que hacen referencia a pies de página y los punteros a sitios web, han sido mecanografiados en verde. Con el tiempo, los enlaces de Internet tienden a desaparecer. La mayoría de ellos pueden ser recuperados vía [www.archive.org](http://www.archive.org), la cual guarda una copia de viejas páginas de Internet-. En la edición libre pdf de este libro, disponible en [www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net), en todos los punteros verdes y enlaces se pueden hacer click para tener acceso al asunto. La edición pdf también contiene todas las películas; éstas pueden ser visualizadas directamente en Adobe Reader.

Las soluciones y consejos para los *desafíos* se presentan en el apéndice. Los Desafíos se clasifican como fácil (e), nivel de estudiante estándar (s), difícil (d) y nivel de investigación (r). Los Desafíos para los que no hay solución todavía, se han incluido, no obstante, en el libro, y están marcados (ny).

### CONSEJO PARA LOS ALUMNOS

El aprendizaje nos permite descubrir qué tipo de persona podemos ser. El aprendizaje amplia el conocimiento, mejora la inteligencia y nos proporciona un sentimiento de logro. Por tanto, un libro para aprender, especialmente uno sobre la naturaleza, debería resultar eficiente y agradable. ¡Evite los malos métodos de aprendizaje como si fuera la peste!. No utilice un marcador o un lápiz para resaltar o subrayar el texto sobre el papel. Es una pérdida de tiempo, proporciona un falso confort y vuelve el texto ilegible. Y nunca aprenda de una pantalla. En particular, nunca, jamás, aprenda de Internet, de vídeos, de juegos o de un smartphone. La mayor parte de Internet, casi todos los videos y todos los juegos son veneno y drogas para el cerebro. Los smartphone son dispensadores de drogas que crean adicción en la gente e impiden el aprendizaje. Nadie poniendo marcas sobre un papel o mirando una pantalla está aprendiendo de manera eficiente o está disfrutando haciendo eso.

De mi experiencia como estudiante y profesor, un método de aprendizaje que nunca fallaba para transformar alumnos sin éxito en los más exitosos concluí: si usted lee un libro para estudiar, resuma cada sección que haya leído, *con sus propias palabras e imágenes, en voz alta*. Si usted es incapaz de hacerlo, lea la sección de nuevo. Repita esto hasta que pueda resumir con claridad lo que lee con sus propias palabras e imágenes en voz alta. ¡Y disfrute la narración en voz alta!. Usted puede hacer esto solo o con amigos, en una habitación o mientras camina. Si hace esto con todo lo que lee, usted reducirá

el tiempo de aprendizaje y de lectura de manera significativa; disfrutará aprendiendo de buenos textos mucho más y odiará los malos textos mucho menos. Los expertos del método pueden utilizarlo incluso mientras escuchan una conferencia, en voz baja, evitando así tener que tomar notas siempre.

#### CONSEJO PARA LOS PROFESORES

A un profesor le gustan sus alumnos y le gusta guiarlos en la exploración del campo de conocimiento que han elegido. Su entusiasmo por el trabajo es la clave para la satisfacción en el trabajo. Si usted es un enseñante, antes del inicio de una lección, imagine, sienta y dígase a sí mismo cómo es su forma de disfrutar el tema de la lección; a continuación, imagine, sienta y dígase a sí mismo cómo va a llevar a cada uno de sus alumnos a deleitarse con ese tema tanto como lo hace usted. Haga este ejercicio de forma consciente, cada vez. Va a minimizar problemas en su clase y maximizar su éxito en la enseñanza.

Este libro no está escrito con los exámenes en la mente; está escrito para que los profesores y estudiantes *entiendan y disfruten* de la física, la ciencia del movimiento.

#### VALORACIÓN Y/O COMENTARIOS

La última edición pdf de este texto es y permanecerá libre para su descarga desde Internet. Estaría encantado de recibir un correo por su parte en la dirección 'fb@motionmountain.net', especialmente sobre los asuntos siguientes:

**Desafío 1** s — ¿Qué historia, tema, misterio, imagen o video hace falta?

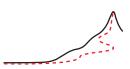
Cualquier ayuda sobre los puntos específicos que figuran en la página web [www.motionmountain.net/help.html](http://www.motionmountain.net/help.html) es especialmente bienvenida. Todos los comentarios se utilizarán para mejorar la próxima edición. Les animamos a que envíen comentarios por correo o enviándonos un pdf con notas añadidas y resaltadas en amarillo, para proveernos de ilustraciones o fotografías, o contribuir a la corrección de erratas en el sitio web. Si desea traducir algún capítulo del libro en su propio idioma, por favor póngase en contacto conmigo.

En nombre de todos los lectores, gracias de antemano por sus comentarios. Por una contribución particularmente útil se le mencionará - si quiere - en los agradecimientos, recibirá una recompensa, o ambas cosas.

#### SOPORTE

Cualquier donación para el beneficio de esta organización sin fines de lucro exenta de impuestos, que produce, traduce y publica esta serie de libros es ¡bienvenida! Para obtener más información, consulte la página web [www.motionmountain.net/donation.html](http://www.motionmountain.net/donation.html). Si lo desea, su nombre quedará incluido en la lista de patrocinadores. Gracias de antemano por su ayuda en nombre de los lectores de todo el mundo.

La edición en papel, en inglés, de este libro está disponible, sea en color o blanco y negro, a través de [www.amazon.com](http://www.amazon.com). Y ahora, disfruten de la lectura.

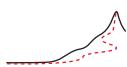


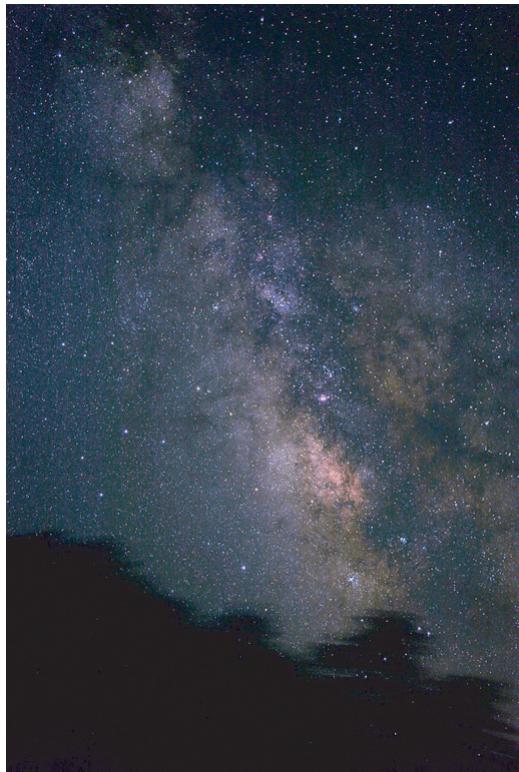
# CONTENTS

16	1	VELOCIDAD MÁXIMA, OBSERVADORES EN REPOSO, Y MOVIMIENTO DE LA LUZ	Aberration and the speed of rain 18 • La velocidad de la luz 20 • ?‘Se puede jugar al tenis utilizando un pulso láser como pelota y dos espejos como raquetas? 23 • Relatividad especial en unas pocas líneas 28 • Aceleración de la luz y efecto Doppler 30 • La diferencia entre luz y sonido 32 • ?‘Puede disparar uno más rápido que su sombra? 33 • Composición de velocidades 35 • Observadores y el principio de la relatividad especial 36 • ?‘Qué es el espacio-tiempo? 41 • ?‘Podemos viajar al pasado? – Tiempo y causalidad 42 • Curiosidades de la relatividad especial 44 • Más rápido que la luz: ?‘Cómo de lejos podemos viajar? 44 • Sincronización y viaje en el tiempo – ?‘Puede una madre permanecer más joven que su propia hija? 45 • Contracción de las longitudes 48 • Películas relativistas – aberración y efecto Doppler 50 • ?‘Cuál es el mejor asiento en un autobús? 51 • ?‘Cómo de rápido podemos andar? 52 • ?‘Es la velocidad de la sombra mayor que la de la luz? 52 • La paralela de la paralela no es paralela – rotación de Thomas 54 • Una historia interminable – temperatura y relatividad 55 • Resumen 56
61	2	MECÁNICA RELATIVISTA	La masa en la relatividad 61 • Por qué el billar relativista es más difícil. 63 • Masa y energía son equivalentes 64 • Colisiones, objetos virtuales y taquiones 67 • Sistemas de partículas – no hay centro de masas 69 • ?‘Por qué la mayoría de los movimientos son tan lentos? 70 • La historia de la fórmula de equivalencia entre masa y energía 70 • 4-vectores 71 • 4-momentum 74 • 4-fuerza – y la naturaleza de la mecánica 76 • La rotación en la relatividad 76 • Movimiento ondulatorio 78 • La acción de una partícula libre – ?‘cómo se mueven las cosas? 78 • Transformaciones conformales – ?‘por qué la velocidad de la luz es constante? 80 • Observadores acelerados 82 • Sistemas de referencia acelerados 83 • Horizontes de eventos 88 • La aceleración cambia los colores 89 • ?‘Se puede mover la luz más rápido que $c$ ? 90 • ?‘Qué es la velocidad de la luz? 90 • Límites a la longitud de los cuerpos sólidos 91
94	3	LA RELATIVIDAD ESPECIAL EN CUATRO FRASES	?‘Puede variar la velocidad de la luz? 94 • ?‘Qué ocurre cerca de la velocidad de la luz? 95
96	4	RELATIVIDAD GENERAL FÁCIL: GRAVITACIÓN, VELOCIDAD MÁXIMA Y FUERZA MÁXIMA	Máxima fuerza – relatividad general en una frase 97 • El significado de los límites de fuerza y potencia 98 • La evidencia experimental 102 • Deducing general relativity 103 • Gravitación, curvatura del espacio-tiempo, horizontes y fuerza máxima 108 • Condiciones de validez de la fuerza y potencia límites 110 • Experimentos pensados (Gedanken) y paradojas acerca de la fuerza límite 111 • Gedanken experiments (experimentos mentales) con la potencia límite y el flujo de masa límite 116 • ?‘Por qué la fuerza máxima ha permanecido sin descubrir durante tanto tiempo? 120 • Una comprensión intuitiva de la relatividad general 121 • Una comprensión intuitiva de la Cosmología 124 • Desafíos experimentales para el tercer milenio 125 • Un

- Motion Mountain – The Adventure of Physics  
copyright © Christoph Schiller June 1990–04–2020 free pdf file available at [www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net)
- resumen de relatividad general – y la fuerza mínima 126
  - 129 5 CÓMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD**
    - Reposo y caída libre 129 • Qué nos dicen los relojes acerca de la gravedad 131
    - Qué nos dicen las mareas acerca de la gravitación 135 • Espacio torcido y colchones 137 • Espaciotiempo curvo 139 • La velocidad de la luz y la constante gravitacional 142 • ¿Por qué una piedra lanzada en el aire cae a la Tierra? – Geodésicas 143 • ¿Puede caer la luz? 146 • Curiosidades y divertidos desafíos acerca de la gravitación 147
    - ¿Qué es el peso? 153 • ¿Por qué caen las manzanas? 154 • Un resumen: las implicaciones de la invariancia de la velocidad de la luz en gravitación 154
  - 156 6 ÓRBITAS ABIERTAS, LUZ CURVADA Y BAMBOLEO DEL VACÍO**
    - Campo débil 156 • Curvatura de la luz y ondas de radio 157 • Tiempo de retardo 159 • Los efectos relativistas en las órbitas 160 • El efecto geodésico 163 • Los efectos Thirring 164 • Gravitomagnetism 167 • Ondas Gravitacionales 171 • Producción y detección de ondas gravitacionales 176 • Curiosidades y divertidos desafíos sobre campos débiles 181 • Un resumen sobre órbitas y ondas 182
  - 183 7 DE LA CURVATURA AL MOVIMIENTO**
    - ¿Cómo medir la curvatura en dos dimensiones? 183 • Tres dimensiones: curvatura del espacio 186 • Curvatura en el espacio-tiempo 188
    - Curvatura promedio y movimiento en relatividad general 190 • Gravitación Universal 191 • La métrica de Schwarzschild 192 • Curiosidades y divertidos desafíos acerca de la curvatura 193 • Curvatura tridimensional: el tensor de Ricci 193 • Curvatura media: el escalar de Ricci 194 • El tensor de Einstein 194 • La descripción de la cantidad de movimiento, masa y energía 195 • Ecuaciones de campo de Einstein 197 • De nuevo la gravitación Universal 198 • Comprendiendo las ecuaciones de campo 199 • La acción de Hilbert– ¿Cómo se curva el espacio? 200 • Las simetrías de la relatividad general 201 • Masa en relatividad general 202 • El límite de fuerza y la constante cosmológica 203 • ¿Es la gravitación una interacción? 203 • ¿Cómo calcular la forma de las geodésicas 204 • Gimnasia de Riemann 206 • Curiosidades y divertidos desafío acerca de la relatividad general 208 • Un resumen acerca de las ecuaciones de campo 209
  - 211 8 ¿POR QUÉ PODEMOS VER LAS ESTRELLAS? - MOVIMIENTO EN EL UNIVERSO**
    - ¿Cuáles estrellas vemos? 211 • ¿Cómo observamos las estrellas? 214 • ¿Qué vemos en la noche? 219 • What is the universe? 223 • El color y el movimiento de las estrellas 225
    - ¿Brillan las estrellas cada noche? 229 • Una breve historia del universo 231 • La historia del espacio-tiempo 235 • ¿Por qué el cielo es oscuro por la noche? 241 • Las variaciones de color del cielo nocturno 244 • ¿Es el universo abierto, cerrado o marginal? 245 • ¿Por qué es transparente el universo? 247 • La gran explosión y sus consecuencias 247 • ¿Fue el big bang un big bang? 248 • ¿Fue la gran explosión un evento? 249 • ¿Fue el big bang un principio? 249 • ¿El big bang implica la creación? 250 • ¿Por qué podemos ver el Sol? 251 • ¿Por qué difieren los colores de las estrellas? 252 • ¿Hay estrellas oscuras? 254 • ¿Son todas las estrellas diferentes? –

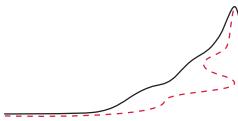
- Lentes gravitacionales 254 • ¿Cuál es la forma del universo? 256 •  
 ¿Qué hay tras el horizonte? 257 • ¿Por qué hay estrellas por todas  
 partes? - Inflación 258 • ¿Por qué hay tan pocas estrellas? - El contenido de ener-  
 gía y entropía del universo 258 • ¿Por qué la materia está agrupada? 260  
 • Why are stars so small compared with the universe? 260 • ¿Las estrellas y las  
 galaxias se están separando o el universo se está expandiendo? 260 • ¿Hay más de  
 un universo? 260 • ¿Por qué están fijas las estrellas? - Brazos, estrellas y principio  
 de Mach 261 • En reposo en el universo 262 • ¿Atrae la luz a la luz? 263  
 • ¿La luz se descompone? 263 • Resumen sobre cosmología 264
- 265 9 AGUJEROS NEGROS - CAYENDO SIEMPRE**  
 • Por qué estudiamos los agujeros negros? 265 • Concentración de masa y hori-  
 zontes 265 • Horizontes de agujeros negros como superficies límites 269  
 • Órbitas alrededor de agujeros negros 270 • Los agujeros negros no tienen  
 cabellos 273 • Agujeros negros como fuentes de energía 275 • Formación  
 y búsqueda de agujeros negros 277 • Singularidades 278 • Curiosidades y  
 divertidos desafíos acerca de agujeros negros 280 • Curiosidades y  
 divertidos desafíos acerca de agujeros negros 280 • Resumen sobre  
 agujeros negros 283 • Un concurso - ¿es el universo de un agujero negro? 283
- 285 10 ¿ES EL ESPACIO DIFERENTE DEL TIEMPO?**  
 • Puede medirse el espacio y el tiempo? 287 • ¿Son necesarios el espacio y el  
 tiempo? 288 • ¿Existen curvas cerradas tipo tiempo? 288 • ¿Es la relatividad  
 general local? - El argumento del agujero 289 • ¿La Tierra es hueca? 290  
 • Un resumen: ¿son independientes el espacio, el tiempo y la masa? 291
- 293 11 RELATIVIDAD GENERAL EN UNA CÁSCARA DE NUEZ - UN RESU-  
 MEN PARA EL LEGO**  
 La precisión de la descripción 295 • Investigación en relatividad general y cos-  
 mológia 297 • ¿Podría ser la relatividad general diferente? 299  
 • Las limitaciones de la relatividad general 300
- 302 12 UNIDADES, MEDIDAS Y CONSTANTES**  
 Unidades del SI 302 • El significado de la medición 305 • Curiosidades y desafíos  
 divertidos acerca de las unidades 305 • La precisión y la exactitud de las medi-  
 ciones 307 • Límites a la precisión 309 • Las constantes físicas 309  
 • NÚMEROS ÚTILES 316
- 318 DESAFÍOS: PISTAS Y SOLUCIONES**
- 330 BIBLIOGRAFÍA**
- 360 CREDITS**  
 Agradecimientos 360 • Créditos de películas 361 • Créditos de imáge-  
 nes 361
- 363 NAME INDEX**
- 371 SUBJECT INDEX**





## RELATIVIDAD

En nuestro afán por aprender cómo se mueven las cosas, la experiencia de caminar y ver nos lleva a descubrir que hay una velocidad de energía máxima en la naturaleza, que dos eventos que ocurren simultáneamente para un observador podrían no serlo para otro, y que la aceleración limita la distancia de observación por un horizonte. Descubrimos que el espacio vacío se puede doblar, oscilar y moverse, experimentamos la fascinación de los agujeros negros, nos encontramos con que hay una fuerza máxima en la naturaleza, y percibimos por qué podemos ver las estrellas y comprendemos por qué el cielo es oscuro por la noche.



## APPENDIX 1

# VELOCIDAD MÁXIMA, OBSERVADORES EN REPOSO, Y MOVIMIENTO DE LA LUZ

“Fama nihil est celerius.”<sup>\*\*</sup>

Antigüedad

**L**a luz es indispensable para una descripción precisa del movimiento. Para comprobar si una línea o una trayectoria de movimiento es recta debemos mirar a lo largo de ella. En otras palabras, utilizamos la luz para definir la rectitud. ?‘Cómo sabemos si una superficie es plana? Mirando a lo largo y ancho de ella,’<sup>\*\*\*</sup> de nuevo utilizando la luz. ?‘Cómo medimos longitudes con gran precisión? Con luz.’ ?‘Cómo medimos el tiempo con gran precisión? Con luz: antiguamente se usaba la luz del Sol; actualmente, la luz de ciertos átomos de cesio.

Página 302

En otras palabras, la luz es importante porque

- ▷ es el modelo *ideal, de un movimiento no perturbado*.

La física habría evolucionado mucho más aprisa si, en algún punto del pasado, se hubiese reconocido que la propagación de la luz es el ejemplo ideal de movimiento.

Pero ?‘es realmente la luz una manifestación de movimiento? Ya en la antigua Grecia se sabía que es así, gracias a un fenómeno cotidiano, la *sombra*. Las sombras prueban que la luz es una entidad que se mueve, que surge de una fuente de luz, y que sigue líneas rectas.’<sup>\*\*\*\*</sup> El pensador griego Empedocles (*c. 490 to c. 430 BCE*) Llegó a la conclusión

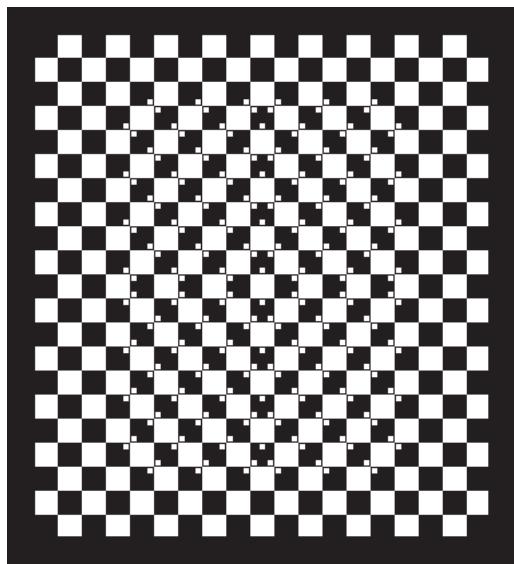
Ref. 1

<sup>\*\*</sup> ‘Nada es más rápido que el rumor.’ Se trata de una versión simplificada del aforismo de Virgilio: *fama, malum qua non aliud velocius ullum*. ‘El rumor, el diablo más rápido de todos.’ De el libro de la *Eneida*, libro IV, versos 173 y 174.

Desafío 2 s

<sup>\*\*\*</sup> Obsérvese que mirar a lo largo de la superficie desde todos los lados no es suficiente, ya que una superficie que toque un rayo de luz a lo largo de toda su longitud en *todas* las direcciones no tiene por qué ser necesariamente plana. ?‘Podrías dar un ejemplo? Se necesitan otros métodos para comprobar que es plana utilizando luz.’ ?‘Podrías especificar uno?’

<sup>\*\*\*\*</sup> Siempre que una fuente produce sombras, las entidades emitidas se llaman *rayos* o *radiación*. Además de la luz, otros ejemplos de radiación descubiertos gracias a las sombras que producen son los *rayos infrarrojos* y los *rayos ultravioletas* que emanan de la mayor parte de las fuentes de luz junto con la luz visible, y los *rayos catódicos*, que se descubrió que correspondían al movimiento de una nueva partícula, el *electrón*. Las sombras también han llevado al descubrimiento de los *rayos X*, que de nuevo resultan ser un tipo de luz, en esta ocasión de alta frecuencia. También los *rayos de canal* fueron descubiertos por sus sombras; resultaron ser átomos ionizados viajando. Los tres tipos de radioactividad, *rayos α* (núcleos de helio), *rayos β* (otra vez electrones), y *rayos γ* (rayos X de alta energía) también producen sombras. Todos estos descubrimientos se hicieron entre 1890 y 1910: estos fueron los ‘días de rayos’ de la Física.



**FIGURA 2** ¿Cómo se verifica si las líneas son curvas rectas?

lógica tarda de que la luz requiere cierta cantidad de tiempo para viajar desde la fuente hasta la superficie que muestra la sombra. Entonces, Empedocles estableció que

- ▷ La velocidad de la luz es *finita*.

Podemos confirmar este resultado con otro argumento, igual de sencillo pero más sutil. La velocidad puede medirse. Por tanto, la *velocidad perfecta*, que se utiliza implícitamente como patrón de medida, debe tener un valor finito. Un patrón de velocidad que fuese infinito no permitiría realizar medidas en absoluto. En la naturaleza, las partículas más ligeras se mueven a velocidades mayores. Como la luz es ‘ligera’,\* es una candidata perfecta para representar el movimiento perfecto pero con velocidad finita. Confirmaremos esto dentro de un minuto.

Una velocidad de la luz finita significa que todo lo que vemos proviene del *pasado*. Cuando miramos las estrellas,\* al Sol o a nuestra pareja, siempre vemos una imagen de su pasado. En cierto sentido, la naturaleza nos impide disfrutar el presente – debemos por tanto aprender a disfrutar el pasado.

La velocidad de la luz es grande; por tanto no se midió hasta 1676, aunque muchos, entre ellos Galileo, habían intentado hacerlo anteriormente.\*\* El primer método de

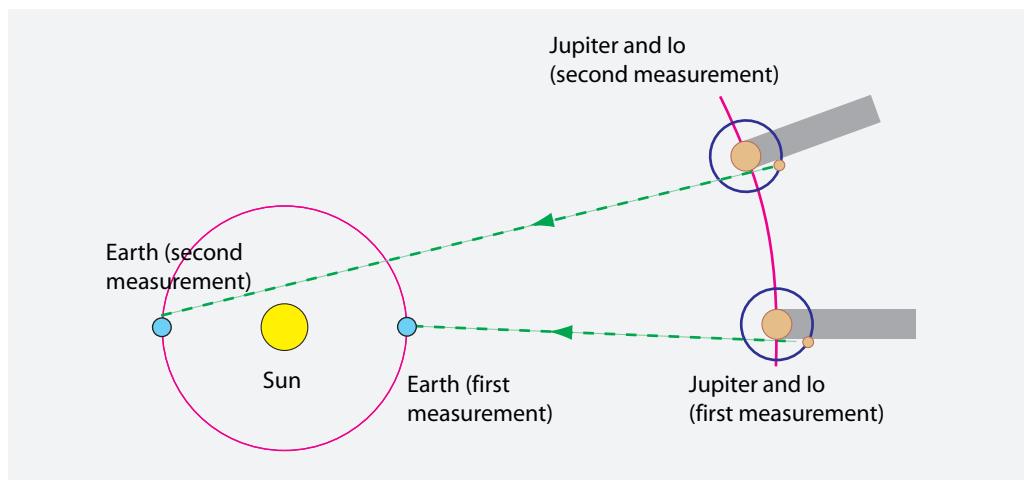
#### Desafío 3 s

---

\* N.T.: En el original: ‘light is indeed light’, juego de palabras sin traducción en castellano que surge del doble significado de la palabra ‘light’: luz y ligero. Obsérvese sin embargo que, gracias principalmente a la publicidad, la mayoría de los hispanohablantes asocian la palabra ‘light’ con el significado de ligero o ‘bajo en calorías’.

\*\* La fotografía del cielo nocturno y la vía Láctea, página 15 es copyright de Anthony Ayiomamitis y se encuentra en su esplendido sitio web [www.perseus.gr](http://www.perseus.gr).

\*\*\* Durante toda su vida, y hasta 1638, René Descartes discutió públicamente que la velocidad de la luz era infinita por razones de principio. Pero en 1637, él mismo asumió un valor finito en su explicación de la ‘ley’ de Snell. Esto muestra que tan confundidos pueden estar los filósofos. De hecho, Descartes le escribió a



**FIGURA 3** Método de Römer para medir la velocidad de la luz.

Ref. 3 medida fue desarrollado por el astrónomo danés Ole Römer \* when he was studying the  
 Vol. I, página ?? órbitas de Io y los demás satélites galileanos de Júpiter. He cuando estaba estudiando las  
 Página ?? órbitas de Io y los demás satélites galileanos de Júpiter. Obtuvo un valor incorrecto de  
 Desafío 4 s la velocidad de la luz porque utilizó un valor erróneo para la distancia entre la Tierra y  
 Página ?? Júpiter. Sin embargo, esto fue rápidamente corregido por sus contemporáneos, incluyendo al propio Newton. Puedes intentar deducir su método de la Figura 3. Desde entonces se sabe que la luz tarda un poco más de 8 minutos en viajar desde el Sol a la Tierra. Esto lo confirmó de una forma elegante el astrónomo James Bradley, cincuenta años más tarde, en 1726. Como era inglés, Bradley pensó en el ‘método de la lluvia’ para medir la  
 Ref. 5 velocidad de la luz.

#### ABERRATION AND THE SPEED OF RAIN

?‘Cómo podemos medir la velocidad de caída de la lluvia? Andamos rápidamente con un paraguas, medimos el ángulo  $\alpha$  al que parece caer la lluvia, y entonces medimos nuestra propia velocidad  $v$ . (Podemos ver claramente el ángulo mientras caminamos si miramos la lluvia a nuestra izquierda o derecha, si es posible contra un fondo oscuro.) Como se muestra en la Figura 4, la velocidad  $c$  de la lluvia viene dada (aproximadamente) por

$$c = v / \tan \alpha . \quad (1)$$

Ref. 2 Beeckman en 1634 que si uno pudiera probar que la velocidad de la luz es finita, él estaría listo para admitir directamente que ‘no sabía nada de filosofía.’ Deberíamos tomarlo por su palabra.

\* Ole (Olaf) Römer (1644 Aarhus – 1710 Copenhagen), astrónomo danés. Fue el tutor del Delfín en París en la época de Luis XIV. La idea de medir la velocidad de la luz de esta forma se debe al astrónomo italiano Giovanni Cassini, de quien Römer fue ayudante. Römer continuó sus mediciones hasta 1681, cuando tuvo que dejar Francia como todos los protestantes (como por ejemplo Christiaan Huygens), dejando su trabajo interrumpido. Al volver a Dinamarca, un incendio destruyó todas sus notas. Como consecuencia, no fue capaz de mejorar la precisión de su método. Más tarde se convirtió en un importante administrador y reformador del estado danés.

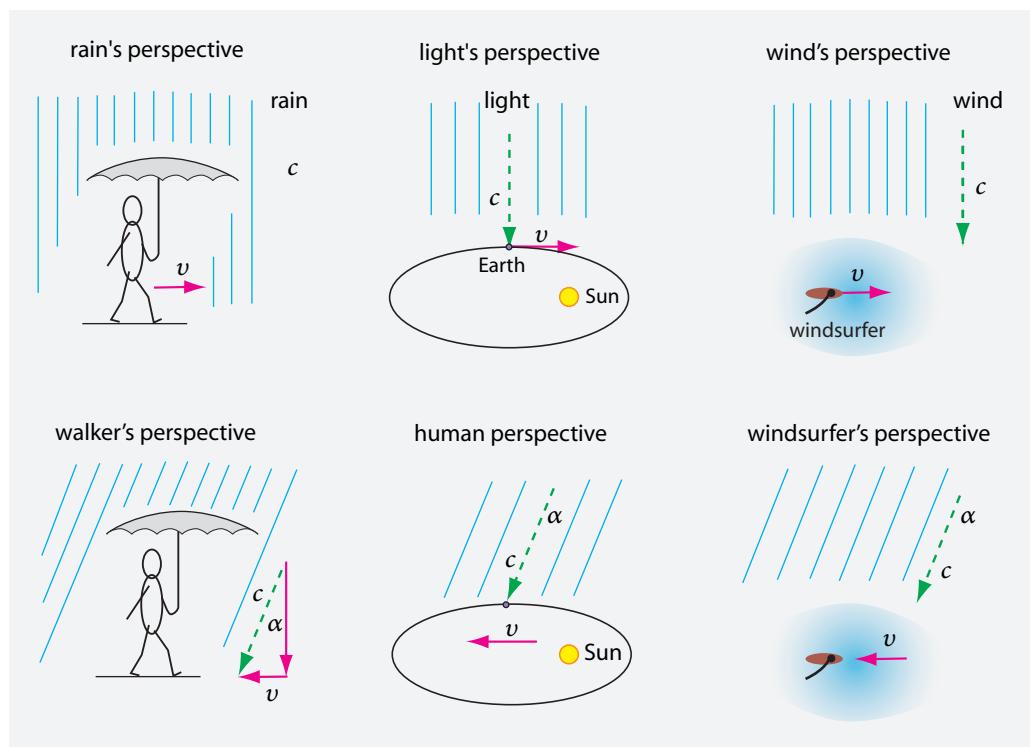


FIGURA 4 Método de la lluvia para medir la velocidad de la luz

De la misma manera podemos medir la velocidad del viento cuando estamos en una tabla de surf o en un barco. El mismo procedimiento puede seguirse para la velocidad de la luz. Figura 4 muestra que sólo se necesita medir el ángulo entre el movimiento de la Tierra y el de la luz que viene de una estrella sobre la órbita Terrestre. Dado que la Tierra esta en movimiento relativo al Sol y por ende respecto a la estrella, el ángulo no es  $90^\circ$ .

**Ref. 7** Esta desviación fue denominada *aberración* de la luz por Eustachio Manfredi. La aberración se determina mediante la comparación de mediciones en el transcurso de un año, en particular, con seis meses de diferencia. La explicación de la aberración fue encontrada por James Bradley, quien de manera independiente, realizó mediciones similares.\* El valor medido del ángulo de aberración para una estrella exactamente por encima de

\* Los paraguas no eran comunes en la Europa de 1719 o 1726; estas se pusieron de moda más tarde. La parte referida a paraguas de esta historia es una invención. Se dice que Bradley tuvo su idea mientras navegaba por el Támesis, cuando notó que desde un barco en movimiento el viento aparente, que ondea una bandera a bordo, tiene una dirección que depende de la dirección de navegación y, por lo tanto, difiere de la de tierra. Durante muchos años, Manfredi y Bradley, de manera independiente, habían observado numerosas estrellas, especialmente Gamma Draconis, y durante todo ese tiempo habían estado intrigados por el *signo* de la aberración, que tenía el efecto *opuesto* al que buscaban, llamado que era el paralaje estelar. Tanto el paralaje como la aberración provocan que una estrella situada sobre la elíptica describa una pequeña elipse a lo largo de un año terrestre, si bien con sentidos de rotación opuestos. ?Puedes ver a qué se debe esto? Hoy se sabe que el paralaje mas grande para una estrella es  $0,77''$ , mientras que el eje mayor de la elipse de aberración es  $20,5''$  para todas las estrellas. El descubrimiento de Bradley y Manfredi convenció incluso a los funcionarios de la iglesia de que la Tierra se mueve alrededor del Sol, y los libros de Galileo finalmente fueron borrados del índice de libros prohibidos. Dado que la iglesia retrasó la publicación del

Desafío 5 s

la eclíptica es  $20,49552(1)'' \approx 0,1$  mrad – un ángulo realmente pequeño. Este valor se conoce como *constante aberración*. Su existencia muestra claramente que la Tierra órbita alrededor del Sol, cuando es observado por un observador distante. Sí, la Tierra se mueve.

Usando el ángulo de aberración, podemos deducir la velocidad de la luz si conocemos la velocidad de la Tierra cuando viaja alrededor del Sol. Para esto, primero se debe determinar su distancia al Sol. El método más sencillo se lo debemos al pensador griego Aristarco de Samos (*c. 310 to c. 230 BCE*). Medimos el ángulo entre la Luna y el Sol en el momento en el que la Luna está precisamente en cuarto creciente. El coseno de ese ángulo nos da el cociente entre la distancia a la Luna (determinada, por ejemplo, por el método descrito en la página ??) y la distancia al Sol. La explicación se deja como ejercicio para el lector.

**Desafío 7 s**

**Ref. 6**

**Página 315**

El ángulo de Aristarco \* es prácticamente un ángulo recto (que correspondería a una distancia infinita), y se necesitan buenos instrumentos para medirlo con precisión, tal y como Hiparcos refirió en una extensa discusión sobre el problema alrededor del año 130 BCE. Hasta finales del siglo diecisiete no fue posible medir este ángulo con precisión, cuando se encontró que vale  $89,86^\circ$ , lo que da un cociente entre distancias de 400, más o menos. Hoy en día, gracias a las mediciones con radar de los planetas, la distancia al Sol se conoce con la asombrosa precisión de 30 metros; \*\* su valor es  $149\,597\,870,691(30)$  km, o aproximadamente 150 millones de kilómetros.

## LA VELOCIDAD DE LA LUZ

Usando la distancia entre la Tierra y el Sol, la velocidad orbital de la Tierra es  $v = 2\pi R/T = 29,7$  km/s. Por lo que, el angulo de aberración da como resultado

- ▷ La velocidad de la luz (en el vacío) es  $c = 0,300$  Gm/s, o  $0,3$  m/ns, o  $0,3$  mm/ps, o 1080 millones de km/h.

Este es un valor asombroso, especialmente cuando lo comparamos con la máxima velocidad alcanzada por objetos hechos por el hombre, los satélites Helios II, que viajan alrededor del Sol a  $253$  Mm/h =  $70,2$  km/s, con la velocidad de crecimiento de un niño, unos  $3$  nm/s, o con la velocidad de crecimiento de las stalagmitas en la cavernas, unos  $0,3$  pm/s. Empezamos a comprender por qué medir la velocidad de la luz es una ciencia con derecho propio.

**Desafío 6 s**

**Ref. 8**

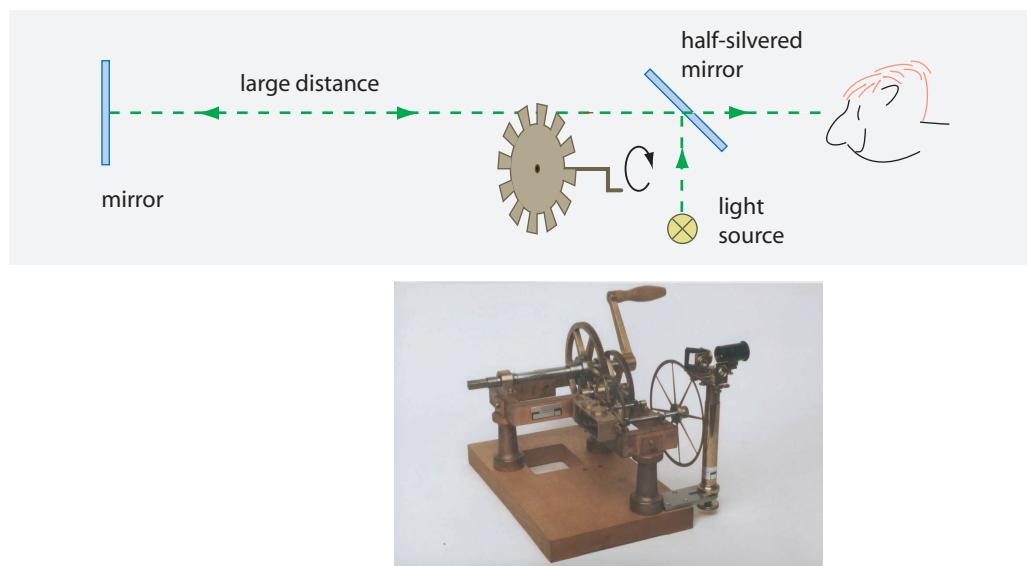
**Desafío 8 s**

---

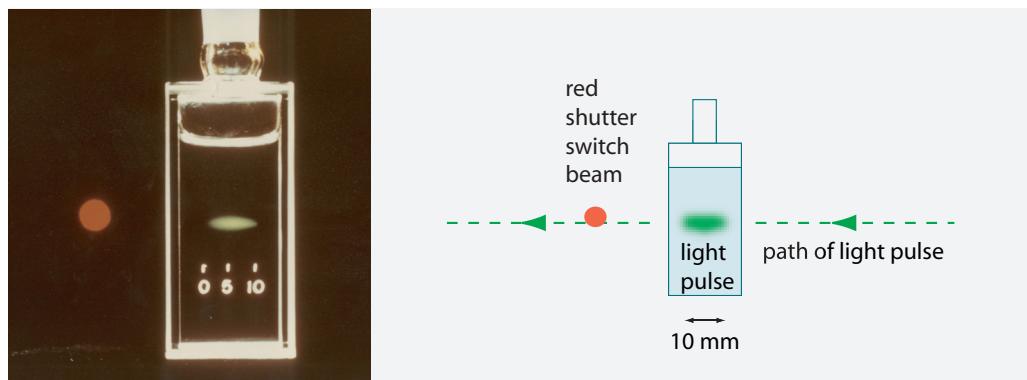
descubrimiento de Manfredi, Bradley es a menudo nombrado como el único descubridor de la aberración. Pero el nombre del efecto recuerda el trabajo de Manfredi, que se convirtió en miembro de la Académie des Sciences and the Royal Society. Por cierto, la versión correcta de la formula (1) para el caso especial es  $c = v/\sin \alpha$ . ¿por qué?

\* Aristarcos también determinó los radios del Sol y de la Luna como múltiplos del radio de la Tierra. Aristarcos fue un pensador impresionante: fue el primero en proponer el sistema heliocéntrico, y tal vez el primero en proponer que las estrellas eran soles lejanos. Por estas ideas, algunos de sus contemporáneos propusieron que fuese condenado a muerte por herejía. Cuando el monje y astrónomo polaco Nicolaus Copernicus (1473-1543) retomó el modelo heliocéntrico dos mil años más tarde, no mencionó a Aristarcos, a pesar de que tomó la idea de él.

\*\* Las variaciones de la distancia a la Luna se pueden medir al centímetro; ?'podrías adivinar cómo se consigue esto?



**FIGURA 5** Montaje experimental de Fizeau para medir la velocidad de la luz (© AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg)



**FIGURA 6** Una fotografía de un pulso de luz moviéndose de derecha a izquierda a través de una botella llena de un líquido lechoso, marcada en milímetros (fotografía © Tom Mattick)

La primera medida *precisa* de la velocidad de la luz la llevó a cabo el físico francés Hippolyte Fizeau (1819–1896) en 1849. Su valor es sólo un 5 % mayor que el moderno. Envió un haz de luz hacia un espejo distante y midió el tiempo que tardaba la luz en volver. ? Cómo pudo Fizeau medir ese tiempo sin utilizar ningún instrumento eléctrico? De hecho, usó las mismas ideas que se utilizan para medir velocidades de balas; parte de la respuesta se desvela en la **Figura 5**. (? Cómo de alejado debe estar el espejo?) Una reconstrucción moderna de este experimento, realizada por Jan Frercks, alcanzó una precisión del 2 %. Hoy, el experimento es mucho más sencillo; en el capítulo sobre electrodinámica descubriremos cómo medir la velocidad de la luz utilizando dos ordenadores UNIX o Linux conectados por un cable, usando el comando ‘ping’.

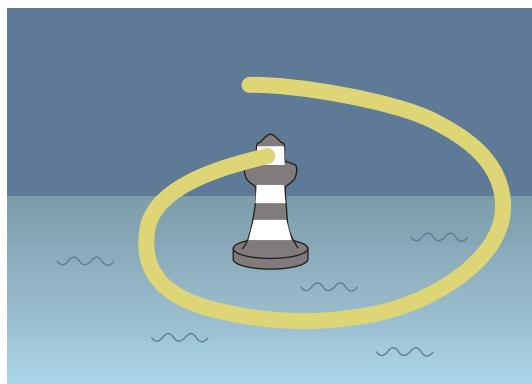
La velocidad de la luz es tan grande que es difícil incluso demostrar que es *finita*. Tal vez el modo más elegante de probarlo es fotografiar un pulso de luz cruzando el

Página ??

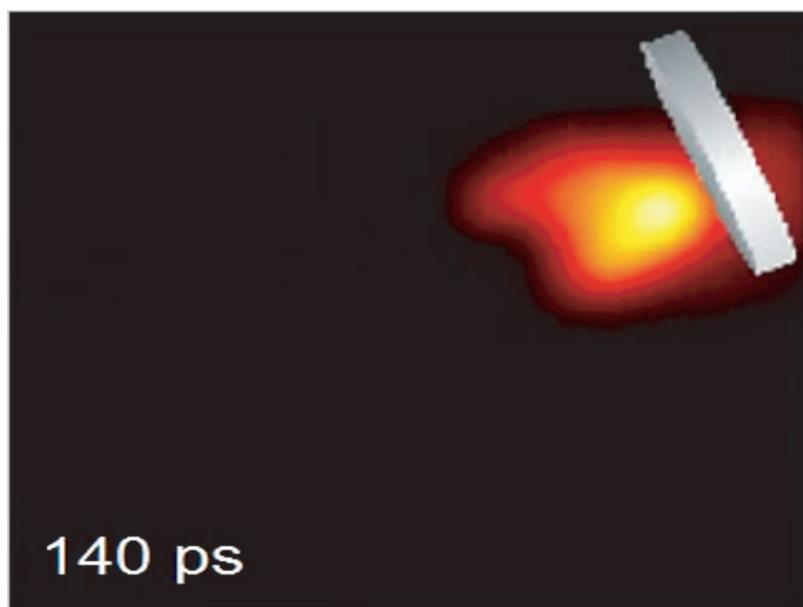
Desafío 9 s

Ref. 9

Página 34



**FIGURA 7** Una consecuencia de que la velocidad de la luz sea finita. Tenga cuidado con los detalles engañosos – la luz *viaja* directamente desde la fuente, no se mueve a lo largo de la línea curva dibujada; Lo mismo ocurre con el agua emitida por un aspersor giratorio.



**FIGURA 8** Un video grabado con una cámara especial ultrarrápida muestra un pulso de luz que rebota sobre un espejo (video QuickTime © Wang Lihong y Washington University en St. Louis).

campo de visión, del mismo modo que uno puede fotografiar la conducción de un coche o el vuelo de una bala por el aire. La [Figura 6](#) muestra la primera fotografía de ese tipo, tomada en 1971 con una cámara reflex normal, un obturador muy rápido inventado por los fotógrafos y, lo más notable, sin usar equipo electrónico. (?‘Cómo de rápido tiene que ser el obturador? ?‘Cómo construirías un obturador así? ?‘Y cómo te asegurarías de que se abre en el instante oportuno?)

Que la velocidad de la luz sea finita implica que los haces de luz que giran rápidamente se comportan como se muestra en la [Figura 7](#). En la vida cotidiana, la velocidad de la luz es tan grande y la velocidad de rotación de los faros tan pequeña, que este efecto apenas es apreciable.

Pero tal vez, un día, ...

Finalmente, en el siglo XXI, los *videos* de haces de luz en movimiento comenzaron a

Ref. 10

Desafío 10 s

**TABLA 1** Propiedades del movimiento de la luz

## Observaciones acerca de la luz

- La luz puede propagarse por el vacío.  
 La luz transporta energía.  
 La luz tiene momento lineal: puede golpear otros cuerpos.  
 La luz tiene momento angular: puede rotar otros cuerpos.  
 La luz se mueve cruzando otra luz sin perturbarse.  
 La luz siempre se mueve más rápido en el vacío de lo que lo hace cualquier cuerpo material.  
 La velocidad de la luz, su auténtica velocidad de señal, es la velocidad del frente de onda. [Página 146](#)  
 Su valor en el vacío es 299 792 458 m/s.  
 La velocidad propia de la luz es infinita. [Página 44](#)  
 Las sombras pueden moverse sin límite de velocidad.  
 La luz se mueve en línea recta cuando está alejada de la materia.  
 La luz de alta intensidad es una onda.  
 Cuando la longitud de onda es despreciable, la luz se aproxima por rayos.  
 En la materia, tanto la velocidad de frente como la velocidad de transmisión de energía son menores que en el vacío.  
 En la materia, la velocidad de grupo de los pulsos de luz puede ser nula, positiva, negativa o infinita.

aparecer. Un hermoso ejemplo se muestra en [Figura 8](#). Tales películas confirman nuevamente que la luz tiene un finito velocidad.

Desafío 11 s

En resumen, la luz se mueve extremadamente rápida. Es mucho más rápida que un relámpago, como puedes comprobar por ti mismo. Un siglo de medidas cada vez más precisas de la velocidad de la luz nos ha llevado a su valor moderno

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s.} \quad (2)$$

De hecho, este valor ha sido fijado *de forma exacta*, por definición, y el metro se ha definido a partir de  $c$  desde 1983. Los valores aproximados 0,3 Gm/s o 0,3  $\mu\text{m}/\text{fs}$  son obviamente fáciles de recordar. La [Tabla 1](#) muestra un resumen de lo que se conoce hoy sobre el movimiento de la luz. Dos de las propiedades más sorprendentes del movimiento de la luz, forman las bases de la relatividad especial, fueron descubiertas al final del siglo diecinueve.

**?‘SE PUEDE JUGAR AL TENIS UTILIZANDO UN PULSO LÁSER COMO PELOTA Y DOS ESPEJOS COMO RAQUETAS?’**

“Et nihil est celerius annis.\*  
 Ovidio, *Metamorfosis*.

Todos los experimentos realizados muestran: la velocidad de la radiación electromagnética en el vacío *no* depende de la frecuencia de la radiación, ni de su polarización, o de

\* ‘Nada es más rápido que el paso de los años.’ libro X, verso 520.

su intensidad.

Ref. 12 Por ejemplo, pulsos electromagnéticos del púlsar de la nebulosa del cangrejo han mostrado tener la misma velocidad durante 13 décadas de frecuencias, desde las ondas de radio hasta los rayos  $\gamma$ . El valor de la velocidad es el mismo con una precisión de 14 dígitos. Las observaciones que utilizan ráfagas de rayos  $\gamma$  han mejorado esta precisión a 20 dígitos. Tras generarse los pulsos de luz con diferentes frecuencias y polarizaciones, estos Ref. 13 viajan juntos durante miles de millones de años a través de todo el Universo, llegando uno al lado del otro.

Ref. 14 La comparación de la velocidad de rayos  $\gamma$  con la velocidad de la luz visible también se ha llevado a cabo en aceleradores. Además se puede comparar la velocidad de las ondas de radio de diferentes frecuencias cuando estas viajan alrededor de la Tierra. Ninguno de estos experimentos encontró cambios detectables de la velocidad de la luz con la frecuencia. Experimentos adicionales muestran que la velocidad de la luz es la misma en todas las direcciones del espacio, con una precisión de al menos 21 dígitos. Ref. 15

La luz de los láseres más potentes, de las lámparas de bolsillo más débiles y de las estrellas más distantes tienen la misma velocidad. Del mismo modo ocurre con la luz polarizada lineal, circular y elípticamente, pero también aquella que es térmica, es decir, la luz no polarizada tiene la misma velocidad.

En resumen,

- ▷ La naturaleza no proporciona ningún *mecanismo* para acelerar o desacelerar el movimiento de la luz en el vacío.

Esto se demuestra al observar las estrellas variables en el cielo. La velocidad de la luz en el vacío es siempre la misma: es *invariante*. Pero esta invariancia es desconcertante.

Todos sabemos que para lanzar una piedra lo más lejos posible debemos correr al mismo tiempo que la lanzamos; sabemos instintivamente la velocidad de la piedra respecto al suelo será mayor si no corremos. También sabemos que si golpeamos velozmente una pelota de tennis la hace más rápida.

Ref. 16 Sin embargo, para sorpresa inicial de todo el mundo, los experimentos muestran que la luz emitida por una lámpara en movimiento tiene *la misma velocidad* que la luz emitida por un lámpara en reposo. La manera más sencilla de probarlo es mirar el cielo. El cielo provee varios ejemplos de *estrellas dobles*: son estrellas que rotan una alrededor describiendo elipses. En algunos de estos sistemas, las elipses se observan (al menos) de perfil, de manera que cada estrella se mueve periódicamente acercándose y alejándose de nosotros. Si la velocidad de la luz variara con la velocidad de la fuente, observaríamos efectos extraños, porque la luz emitida desde algunas posiciones atraparía la luz emitida desde otras posiciones. En particular, no podríamos observar la forma elíptica de las órbitas. Sin embargo, tales efectos extraños no se ven, en cambio se observan elipses perfectas. Willem de Sitter dio este hermoso argumento ya en 1913; él confirmó su validez con una gran cantidad de estrellas dobles.

En otras palabras, la luz en el vacío nunca es más veloz que la luz misma:

- ▷ Todos los haces de luz en el vacío tienen la misma velocidad.

Muchos experimentos especialmente diseñados para ello han confirmado este resultado



**FIGURA 9** Todos los dispositivos basados en motores eléctricos demuestran que la velocidad de la luz es invariante (© Miele, EasyGlide).

**Ref. 13, Ref. 17** con alta precisión. La velocidad de la luz se puede medir con una precisión mayor que 1 m/s; pero no se ha encontrado ninguna diferencia incluso para lámparas que se mueven a más de 290 000 000 m/s. (?‘Sabrías decir qué lámparas se han usado?’)

**Desafío 12 s** En la vida cotidiana, sabemos que una piedra llega antes si corremos hacia ella. De nuevo, para la luz, no se encuentra diferencia. Todos los experimentos muestran que la velocidad de la luz es *la misma* para todos los observadores, incluso aunque se estén moviendo unos respecto a otros o respecto a la fuente de luz.

▷ La velocidad de la luz en el vacío es *invariante*.

**Página 115** La velocidad de la luz es realmente el patrón de medida perfecto. Términos equivalentes al de velocidad de la luz son ‘velocidad de radar’ y ‘velocidad de radio’; veremos más adelante porqué es así.

**Desafío 13 s** La velocidad de la luz también es parecida a la velocidad de los neutrinos. Esto se vio de forma espectacular durante la observación de una supernova en 1987, cuando el flash de luz y el pulso de neutrinos alcanzaron la Tierra separados por tan sólo 12 segundos. (No se sabe si esta diferencia se debe a que los dos flashes tienen velocidades diferentes o a que se iniciaron en puntos distintos.) ?‘Cuál es el primer dígito en el que podrían diferir las dos velocidades, sabiendo que la supernova estaba a  $1,7 \cdot 10^5$  años-luz de distancia?’

**Ref. 19** **Página 58** Hay también un segundo conjunto de evidencias experimentales para la constancia de la velocidad de la luz. Todos los dispositivos electromagnéticos, tales como un cepillo de dientes eléctrico, muestran que la velocidad de la luz es constante. Descubriremos que los campos magnéticos no se formarían a partir de corrientes eléctricas, como lo hacen en cada motor y en cada altavoz del mundo, si la velocidad de la luz no fuese constante. Así fue, de hecho, como varios científicos dedujeron por primera vez la constancia de la velocidad de la luz. Sólo tras comprender esto, pudo el físico germano-suizo Albert Einstein\* mostrar que dicha constancia también está en acuerdo con el movimiento de

---

\* Albert Einstein (b. 1879 Ulm, d. 1955 Princeton); uno de los mayores físicos de la historia. Publicó tres



FIGURA 10 Albert Einstein (1879–1955).

Página 58 Ref. 20 los cuerpos, como veremos en esta sección. La conexión entre cepillos eléctricos y relatividad será descrita en el capítulo sobre electrodinámica. (Para información sobre la influencia directa de la relatividad en el diseño de máquinas, consultar el interesante texto de Van Bladel.) En términos sencillos: si la velocidad de la luz no fuese constante, los observadores podrían moverse a la velocidad de la luz. Puesto que la luz es una onda, tales observadores verían una onda que se mantiene quieta. Pero éste es un fenómeno prohibido por el electromagnetismo, por tanto los observadores no pueden alcanzar la velocidad de la luz.

En resumen, la velocidad  $v$  de cualquier sistema físico (es decir, cualquier masa o energía localizada) está acotada por

$$v \leq c . \quad (3)$$

Ref. 23 Esta relación es la base de la relatividad especial; de hecho, toda la teoría de la relatividad especial está contenida en ella. Einstein a menudo lamentaba que su teoría se llamase ‘Relativitätstheorie’ o ‘teoría de la relatividad’; él prefería el nombre ‘Invarianztheorie’ o ‘teoría de la invarianza’, pero nunca consiguió cambiar el nombre.

La constancia de la velocidad de la luz contrasta completamente con la mecánica galileana, y prueba que ésta es *incorrecta* a grandes velocidades. A bajas velocidades la descripción es buena porque el error es pequeño. Pero si queremos una descripción válida para *todas* las velocidades, tendremos que descartar la mecánica de Galileo. Por ejemplo,

Página 70 importantes artículos en 1905, uno sobre movimiento browniano, uno sobre relatividad especial, y el otro sobre la idea de cuantos de luz. Cada artículo por sí sólo merecía un Premio Nobel, aunque sólo lo ganó por el tercero de ellos. También en 1905 demostró la famosa fórmula  $E_0 = mc^2$  (que publicó a principios de 1906), posiblemente siguiendo una idea de Olinto De Pretto. Aunque Einstein fue uno de los fundadores de la teoría cuántica, más tarde fue contrario a ella. En cualquier caso, sus famosas discusiones con su amigo Niels Bohr ayudaron a clarificar el campo en sus aspectos más contrarios a la intuición. Explicó el efecto Einstein-de Haas que prueba que el magnetismo se debe al movimiento dentro de los materiales. En 1915 y 1916, publicó su mayor éxito: la teoría de la relatividad general, uno de los trabajos más bellos y trascendentales de la ciencia.

Ref. 21 Por ser judío y famoso, Einstein fue objeto de ataques y discriminación por parte del movimiento nacionalsocialista alemán; por ello, en 1933, emigró a EEUU. No sólo fue un gran físico, también un gran pensador; su colección de pensamientos sobre temas distintos de la física merece una lectura.

Aquel que pretenda emular a Einstein debería saber que publicó muchos artículos, y que muchos de ellos estaban equivocados; él mismo corrige los resultados en posteriores artículos, y así una y otra vez. Esto ocurría tan a menudo que el propio Einstein bromeara sobre ello. Einstein definió a un genio como la persona capaz de cometer el mayor número posible de errores en el menor intervalo de tiempo posible.

cuando jugamos al tenis usamos el hecho de que golpeando la pelota de la manera correcta, podemos incrementar o decrementar su velocidad. Pero con la luz no es posible. Incluso si nos subimos en un avión y volamos hacia el haz de luz, éste seguirá moviéndose a la misma velocidad. La luz no se comporta como los coches. Si conducimos un autobús y pisamos el acelerador, los coches del otro sentido de la carretera se cruzan con nosotros a mayor velocidad. Con la luz *no* ocurre esto: la luz siempre nos encuentra a la *misma* velocidad.\*

?Por qué este resultado es tan increíble, incluso cuando las medidas nos lo muestran sin ningún género de duda? Consideremos dos observadores, O y  $\Omega$  (pronunciado ‘ómega’), que se acercan con una velocidad relativa  $v$ , tal que y como lo harían dos coches en sentidos contrarios. Imaginemos que, en el momento en el que se cruzan, un flash de luz se emite desde una lámpara situada en O. El flash de luz se mueve por las posiciones  $x(t)$  visto desde O, y por las posiciones  $\xi(\tau)$  (pronunciado ‘jí de tau’) desde  $\Omega$ . Puesto que la velocidad de la luz es la misma para ambos, tenemos

$$\frac{x}{t} = c = \frac{\xi}{\tau}. \quad (4)$$

Desafío 14 e

Ref. 27

Sin embargo, en la situación descrita, obviamente tenemos que  $x \neq \xi$ . En otras palabras, la constancia de la velocidad de la luz implica que  $t \neq \tau$ , es decir, que *el tiempo es distinto para observadores que se mueven uno respecto del otro*. El tiempo no es único. Este sorprendente resultado, que ha sido confirmado por muchos experimentos, fue establecido por primera vez de forma clara por Albert Einstein en 1905. Aunque otros muchos sabían que  $c$  era invariable, tan sólo el joven Einstein tuvo el coraje de decir que el tiempo depende del observador, y de asumir las consecuencias. Hagámoslo nosotros también.

Ref. 19

Ya en 1895, la discusión acerca de la invarianza del punto de vista había sido llamada *teoría de la relatividad* por Henri Poincaré.\*<sup>\*\*</sup> Einstein llamó teoría de la *relatividad especial* a la descripción del movimiento sin gravedad, y teoría de la *relatividad general* a la descripción del movimiento con gravedad. Ambos campos están llenos de resultados fascinantes y contrarios a la intuición. En particular, muestran que la física galileana es incorrecta a velocidades altas.

La velocidad de la luz es un velocidad límite. Destacamos que no estamos hablando de la situación en la que una partícula se mueve con una velocidad mayor que la que tiene la luz *en la materia*, pero menor que la que tiene la luz *en el vacío*. Moverse en un material más rápido de lo que lo hace la luz es posible. Si la partícula está cargada, esta situación produce lo que se denomina *radiación de Čerenkov*. Es el equivalente a la onda con forma de V creada por una lancha motora en el mar, o a la onda de choque con

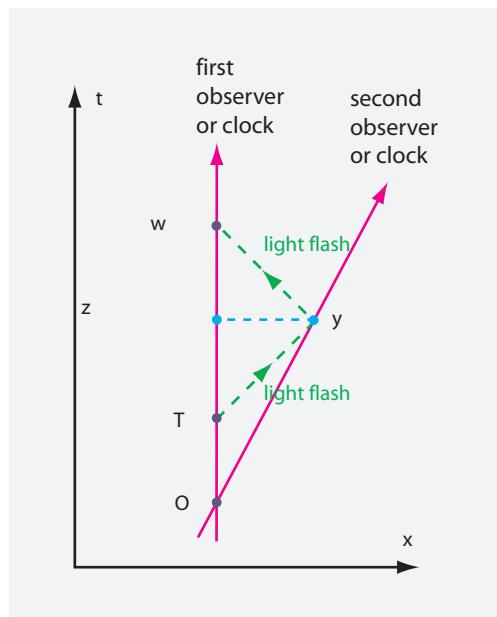
Ref. 15

\* De hecho, no podemos distinguir ningún cambio en la velocidad de la luz con la velocidad del observador, incluso con la precisión actual de  $2 \cdot 10^{-13}$ .

\*\* Henri Poincaré (1854–1912), importante físico y matemático francés. Poincaré fue uno de los hombres más productivos de su tiempo, contribuyendo a la relatividad, la teoría cuántica y muchas ramas de la matemática.

Ref. 25, Ref. 26

La introducción más bella y sencilla a la relatividad continúa siendo la del propio Albert Einstein, por ejemplo in *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917, o en *The Meaning of Relativity*, Methuen, London, 1951. Ha tenido que pasar casi un siglo para que aparezcan libros casi tan bellos, como el texto de Taylor y Wheeler.



**FIGURA 11** Un esquema que contiene casi toda la relatividad especial

Ref. 28, Ref. 29

forma de cono formada alrededor de un avión supersónico. La radiación de Čerenkov se observa de forma rutinaria; por ejemplo, es la causa del brillo azul del agua de los reactores nucleares. Dicho sea de paso, la velocidad de la luz en la materia puede ser bastante baja: en el centro del Sol, la velocidad de la luz se estima que vale alrededor de 10 km/año, e incluso en el laboratorio, para algunos materiales se ha encontrado que vale tan poco como 0,3 m/s. En lo que sigue, cuando usemos el término ‘velocidad de la luz’, se entenderá que nos referimos a la velocidad de la luz en el vacío. La velocidad de la luz en el aire es menor que en el vacío tan sólo en una pequeña fracción de tanto por ciento. En la mayoría de los casos esta diferencia podrá despreciarse.

### RELATIVIDAD ESPECIAL EN UNAS POCAS LÍNEAS

La velocidad de la luz es constante para todos los observadores. Podemos deducir todas las relaciones entre lo que miden dos observadores distintos con la ayuda de la [Figura 11](#). Ref. 30

Se muestran dos observadores en el espacio-tiempo, que se alejan entre sí con velocidad constante. El primero envía un flash de luz al segundo, que lo refleja de nuevo hacia el primero. Puesto que la velocidad de la luz es constante, el uso de luz es el único método con el que poder comparar coordenadas de espacio y tiempo de observadores distantes. Dos relojes separados (igual que dos reglas separadas) tan sólo pueden compararse, o sincronizarse, utilizando pulsos de luz o de radio. Al ser la velocidad de la luz una constante, todas las trayectorias que sigue la luz en la misma dirección son rectas paralelas en los diagramas espacio-tiempo.

La velocidad relativa constante entre los dos observadores implica que hay un factor constante  $k$  relacionando las coordenadas temporales de los eventos. (?Por qué es lineal esta relación?) Si un pulso se emite en el instante  $T$  medido por el primer observador, llegará al segundo observador en el instante  $kT$ , y volverá de nuevo al primero en el

Desafío 15 s

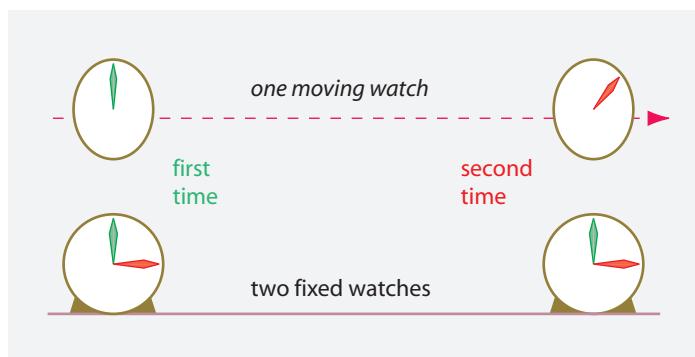


FIGURA 12 Los relojes en movimiento se atrasan

Desafío 16 s instante  $k^2 T$ . El dibujo muestra que

$$k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \text{o} \quad \frac{v}{c} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}. \quad (5)$$

Página 30 Este factor reaparecerá al estudiar el efecto Doppler.\*

La figura también muestra que la coordenada temporal  $t_1$  asignada por el primer observador al momento en el que la luz se refleja es diferente de la coordenada  $t_2$  asignada por el segundo observador. El tiempo es diferente para dos observadores en movimiento relativo. La Figura 12 ilustra este resultado.

El factor de dilatación temporal entre las dos coordenadas temporales se obtiene de la Figura 11 comparando los valores de  $t_1$  y  $t_2$ ; viene dado por

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(v). \quad (6)$$

Los intervalos temporales de un observador en movimiento son *más cortos* en un factor  $\gamma$ ; el factor de dilatación es siempre mayor que 1. En otras palabras, *los relojes en movimiento atrasan*. A las velocidades ordinarias este efecto es minúsculo. Sin embargo, la física galileana no es correcta a velocidades cercanas a la de la luz. El mismo factor  $\gamma$  también aparece en la fórmula  $E = \gamma mc^2$ , que deduciremos más adelante. La expresión (5), o la (6), es la única matemática necesaria en relatividad especial: todos los demás resultados se derivan de ella.

Si el segundo observador envía un pulso de luz hacia el primero y éste se lo refleja, el segundo observador hará la misma afirmación que antes hacía el primero: para él, el primer reloj se está moviendo y, para él, es el primer reloj el que atrasa. *Cada uno de los observadores observa que el otro reloj atrasa*. La situación es similar a la de dos hombres comparando el número de escalones que tienen dos escaleras de mano idénticas, no paralelas. Un hombre siempre dirá que los escalones de *la otra* escalera son más cortos.

\* La explicación de la relatividad utilizando el factor  $k$  se conoce a menudo como *cálculo k*.

Otra analogía: consideremos dos personas alejándose una de la otra. Cada una nota que la otra se hace menor conforme aumenta la distancia entre ellas.

Naturalmente, mucha gente ha tratado de encontrar argumentos que eviten la extraña conclusión de que el tiempo difiere de un observador a otro. Pero nadie ha tenido éxito, y los resultados experimentales confirman esta conclusión. Echemos un vistazo a algunos de ellos.

### ACELERACIÓN DE LA LUZ Y EFECTO DOPPLER

Página 169

Desafío 18 s

La luz *puede* acelerarse. !‘Todos los espejos lo hacen! Veremos en el capítulo sobre electromagnetismo que la materia también tiene el poder de *doblar* la luz y, por tanto, acelerarla. Sin embargo, veremos que todos estos métodos tan sólo cambian la *dirección* de propagación; ninguno tiene la posibilidad de cambiar la *celeridad* de la luz en el vacío. En pocas palabras, la luz es un ejemplo de movimiento que no puede detenerse. Hay sólo unos pocos ejemplos más. ?‘Podrías dar alguno?

?‘Qué pasaría si pudiésemos acelerar la luz a velocidades mayores? Para que esto fuese posible, la luz tendría que estar hecha de partículas con una masa no nula. Los físicos llaman a esas partículas partículas *masivas*. Si la luz tuviese masa, sería necesario distinguir la ‘velocidad de la energía sin masa’  $c$  de la velocidad de la luz  $c_L$ , que sería menor y dependería de la energía cinética de esas partículas masivas. La velocidad de la luz no sería constante, pero la velocidad de las partículas sin masa aún sí lo sería. Las partículas de luz masivas podrían ser capturas , detenidas y almacenadas en una caja. Esas cajas luminosas harían de la iluminación eléctrica algo innecesario; bastaría con almacenar en ellas algo de la luz del Sol durante el día y liberarla lentamente durante la noche – tal vez tras darle una cierta velocidad.\*

Ref. 32, Ref. 18

Los físicos han estudiado la posibilidad de que la luz sea masiva con bastante detalle. Las observaciones actuales establecen que la masa de las partículas de luz es menor que  $1,3 \cdot 10^{-52}$  kg, a partir de experimentos en la Tierra, y menor que  $4 \cdot 10^{-62}$  kg, a partir de deducciones de astrofísica (que son algo menos lapidarias). En otras palabras, la luz no es pesada, la luz es ligera (‘light is light’).

Pero, ?‘qué ocurre cuando la luz golpea un espejo *en movimiento*? Si la velocidad de la luz no cambia, alguna otra cosa deberá hacerlo. La situación es similar a la de una fuente de luz moviéndose con respecto al observador: éste observará un *color distinto* del que observará el emisor. Esto se conoce como *efecto Doppler*. Christian Doppler\*\* fue el primero en estudiar el cambio en la frecuencia en el caso de ondas sonoras – el cambio, bien conocido, en el tono del silbato entre un tren que se acerca y uno que se aleja – y en extender el concepto al caso de ondas lumínicas. Como veremos más adelante, la luz es (también) una onda, y su color está determinado por su frecuencia o, equivalentemente, por su longitud de onda  $\lambda$ . Igual que el cambio de tono de los trenes en movimiento, Doppler se dio cuenta de que una fuente de luz en movimiento produce un color distinto en el que recibe la luz que en la fuente. Simplemente por geometría, y exigiendo que se

\* Por cierto, la luz masiva también tendría modos de polarización *longitudinales*. Esto contradice las observaciones, que muestran que la luz sólo está polarizada *transversalmente* a la dirección de propagación.

\*\* Christian Andreas Doppler (b. 1803 Salzburgo, d. 1853 Venecia), físico austriaco. Doppler estudió el efecto que lleva su nombre tanto en la luz como en el sonido. En 1842 predijo (correctamente) que algún día seríamos capaces de usar este efecto para medir el movimiento de estrellas lejanas a partir de su color.

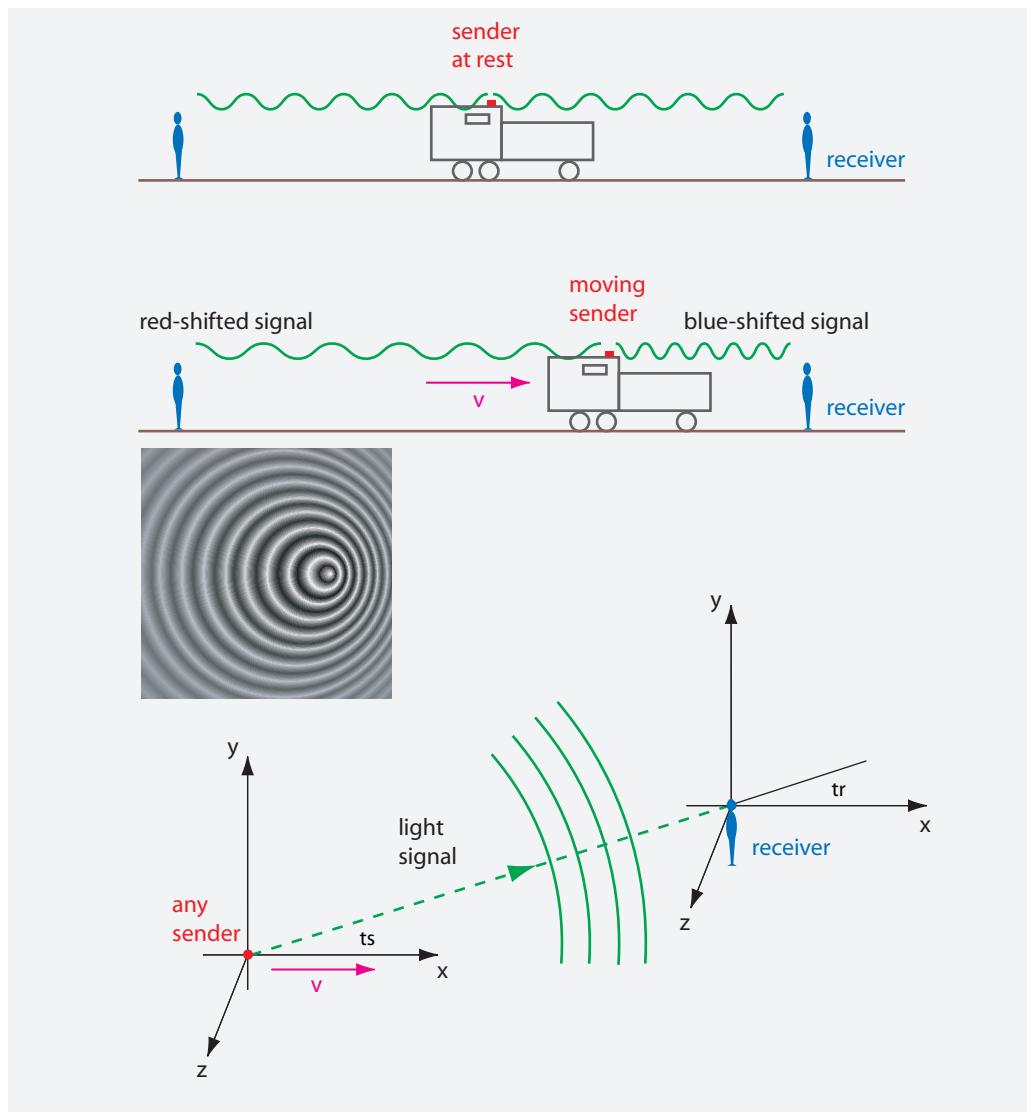


FIGURA 13 Montaje para la observación del efecto Doppler

Desafío 19 e conserve el número de máximos y mínimos, llegamos al resultado

$$\frac{\lambda_r}{\lambda_s} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right) = \gamma \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_r\right). \quad (7)$$

Las variables  $v$  y  $\theta_r$  de esta expresión están definidas en la Figura 13. La luz proveniente de una fuente que se acerca será, por tanto, corrida al azul, mientras que la luz de una fuente que se aleja será corrida al rojo. La primera observación del efecto Doppler para la luz fue hecha por Johannes Stark\* en 1905, cuando estudiaba la luz emitida por átomos

\* Johannes Stark (1874–1957), descubrió en 1905 el efecto Doppler óptico en los rayos de canal y, en 1913,

en movimiento. Todas las medidas desde entonces han confirmado el cambio en color dentro del margen de error; las últimas pruebas han encontrado un acuerdo de dos partes por millón. Al contrario que con las ondas sonoras, el cambio de color también se encuentra cuando el movimiento es *transversal* a la señal lumínica. Así, una barra amarilla en rápido movimiento a lo largo de nuestro campo de visión tendrá su extremo de avance azul y su extremo de retroceso rojo, justo en el momento en el que se encuentre más cerca del observador. Los colores resultan de una combinación del desplazamiento Doppler longitudinal (de primer orden) y transversal (de segundo orden). A cierto ángulo  $\theta_{\text{unshifted}}$  los colores serán los mismos. (?‘Cómo cambia la longitud de onda in el caso puramente transversal? ?‘Cuál es expresión de  $\theta_{\text{unshifted}}$  en función de  $v$ ?)

Desafío 20 s

Página 115

El cambio de color se usa en muchas aplicaciones. Casi todos los cuerpos sólidos se comportan como espejos para las ondas de radio. Muchos edificios tienen puertas que se abren automáticamente cuando uno se aproxima. Un pequeño sensor situado sobre la puerta detecta una persona que se acerca. Normalmente lo hace midiendo el efecto Doppler sobre ondas de radio emitidas por el sensor y reflejadas por la persona. (Veremos más adelante que las ondas de radio y la luz son manifestaciones del mismo fenómeno.) Así, las puertas se abren cuando algo se acerca a ellas. Los radares de la policía también usan el efecto Doppler, en este caso para medir la velocidad de los coches.\*

El efecto Doppler también posibilita medir la velocidad de las fuentes de luz. De hecho, se usa comúnmente para medir la velocidad de estrellas distantes. En estos casos, el desplazamiento Doppler es a menudo caracterizado por el *corrimiento al rojo*  $z$ , definido con la ayuda de la longitud de onda  $\lambda$  o la frecuencia  $f$  como

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_r} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 . \quad (8)$$

Desafío 22 s

Desafío 23 s

Página ??

Desafío 24 s

?‘Te imaginas como se determina el número  $z$ ? Los valores típicos de  $z$  para fuentes de luz en el cielo varían entre  $-0,1$  y  $3,5$ , pero se han encontrado valores mayores, de hasta  $10$  o más. ?‘Podrías determinar las velocidades correspondientes a estos valores de corrimiento al rojo? ?‘Cómo pueden ser tan altas?

En resumen, siempre que tratamos de cambiar la *velocidad* de la luz, tan sólo conseguimos cambiar su *color*. Eso es el efecto Doppler.

Sabemos de la física clásica que cuando la luz pasa cerca de una masa grande, como una estrella, cambia su dirección de propagación. ?‘Produce desplazamiento Doppler este cambio de dirección?

### LA DIFERENCIA ENTRE LUZ Y SONIDO

El efecto Doppler es mucho más importante para la luz que para el sonido. Incluso sin saber que la velocidad de la luz es una constante, este efecto por sí sólo prueba que el

---

el desdoblamiento de las líneas espectrales en los campos eléctricos, hoy en día llamado efecto Stark. Por estas dos contribuciones recibió en 1919 el Premio Nobel de física. Dejó su cátedra en 1922 y se convirtió en un seguidor a ultranza del nacionalsocialismo. Como miembro del NSDAP desde 1930 en adelante, fue conocido por criticar agresivamente las afirmaciones de otras personas sobre la naturaleza simplemente por motivos ideológicos; tras lo que fue rechazado por la comunidad académica internacional.

Desafío 21 s

\* Por cierto, ?‘a qué velocidad se ve verde la luz de un semáforo en rojo?

Ref. 38

Desafío 25 s

Página ??

Ref. 39

Desafío 26 e

tiempo es distinto para observadores que se mueven unos respecto de otros. ?'Por qué? El tiempo es lo que medimos con un reloj. Para determinar si otro reloj está sincronizado con el nuestro, miramos a ambos relojes. En pocas palabras, necesitamos usar señales lumínicas para sincronizar relojes. Ahora bien, cualquier cambio en el color de la luz que se mueve de un observador a otro necesariamente implica que sus relojes funcionan de manera diferente y que, por tanto, el tiempo mismo es *distinto* para cada uno de ellos dos. Una manera de ver esto es darse cuenta de que la propia luz es un reloj – con un ‘tictac’ muy rápido. Así que si dos observadores ven que la luz de una misma fuente tiene dos colores distintos, medirán un número distinto de oscilaciones del mismo reloj. En otras palabras, el tiempo es distinto para observadores que se mueven unos respecto de otros. De hecho, la ecuación (5) implica que toda la relatividad se deduce del efecto Doppler para la luz. (?'Puedes confirmar que la conexión entre frecuencias que dependen del observador y tiempos que dependen del observador no se da en el caso del efecto Doppler para el sonido?)

?'Por qué el comportamiento de la luz implica la relatividad especial, mientras que el del sonido en el aire no lo hace? La respuesta es que la luz es un límite para el movimiento de energía. La experiencia nos muestra que hay aviones supersónicos, pero no hay cohetes “superlumínicos”. En otras palabras, el límite  $v \leq c$  se cumple sólo si  $c$  es la velocidad de la luz, no si  $c$  es la velocidad del sonido en el aire.

Ahora bien, hay al menos un sistema en la naturaleza en el que la velocidad del sonido es realmente un límite para la velocidad de la energía: la velocidad del sonido es la velocidad límite del movimiento de *dislocaciones* en sólidos cristalinos. (Discutiremos esto en detalle más adelante.) Como consecuencia, la teoría de la relatividad especial también es válida para esas dislocaciones, !siempre y cuando la velocidad de la luz se sustituya en todas partes por la del sonido! Las dislocaciones cumplen las transformaciones de Lorentz, muestran contracciones de longitudes y obedecen la famosa fórmula para la energía  $E = \gamma mc^2$ . En todos estos efectos la velocidad del sonido  $c$  juega el mismo papel para las dislocaciones que la velocidad de la luz para los sistemas físicos generales.

Si la relatividad especial se basa en la afirmación de que nada puede moverse más rápido que la luz, esto tiene que comprobarse con mucho cuidado.

### ?'PUEDE DISPARAR UNO MÁS RÁPIDO QUE SU SOMBRA?

“Quid celerius umbra?\*

Para que Lucky Luke consiga hacer lo que se muestra en la Figura 14, su bala tiene que moverse más rápido que la luz. (?'Qué hay sobre la velocidad de su mano?) Para emular a Lucky Luke, podríamos coger la mayor cantidad posible de energía disponible, tomándola directamente de una estación generadora de electricidad, y acelerar las ‘balas’ más ligeras que podemos manejar: los electrones. Este experimento se lleva a cabo todos los días en aceleradores de partículas como el LEP, (Large Electron Positron ring). El LEP, con 27 km de circunferencia, se encuentra parte en Francia y parte en Suiza, cerca de Ginebra. Allí, 40 MW de potencia eléctrica (la misma cantidad que consume una ciudad pequeña) se consumen para acelerar electrones y positrones a energías por encima de

\* ?'Qué es más rápido que la sombra?' Un dicho que se encuentra a menudo en los relojes de sol.

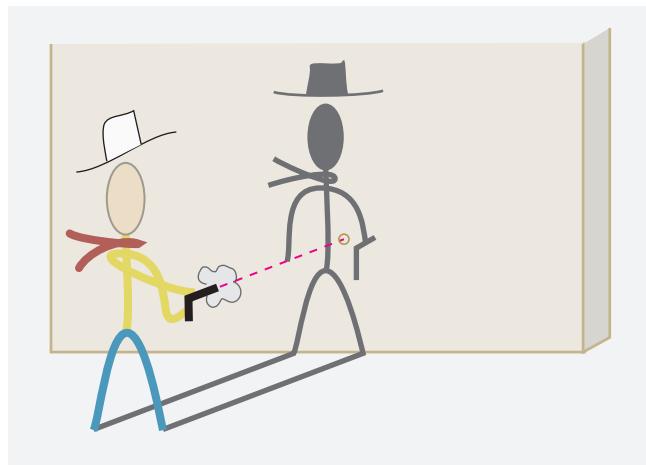


FIGURA 14 Lucky Luke

Desafío 27 e  
Página 64

16 nJ (104,5 GeV) cada uno, y se miden sus velocidades. El resultado se muestra en la [Figura 15](#): incluso con estos impresionantes medios no es posible hacer que los electrones se muevan más rápido que la luz. (?'Puedes imaginar un modo de medir la velocidad y la energía de forma independiente?) La relación velocidad–energía de la [Figura 15](#) es una consecuencia de la velocidad máxima, y se deduce más adelante. Estas observaciones, y otras parecidas, nos muestran que hay un *límite* a la velocidad de los objetos. Los cuerpos (y la radiación) no se pueden mover a velocidad mayores que la de la luz.\* La precisión de la mecánica galileana no se discutió durante más de tres siglos, así que nadie pensó en ponerla a prueba; pero cuando finalmente se hizo, como en la [Figura 15](#), se encontró que era incorrecta.

Las personas más fastidiadas por este límite son los ingenieros de computadoras: si la velocidad límite fuese mayor, sería posible hacer microprocesadores más rápidos y, por tanto, ordenadores más rápidos; esto permitiría, por ejemplo, un avance en la construcción de ordenadores que entiendan y utilicen el lenguaje.

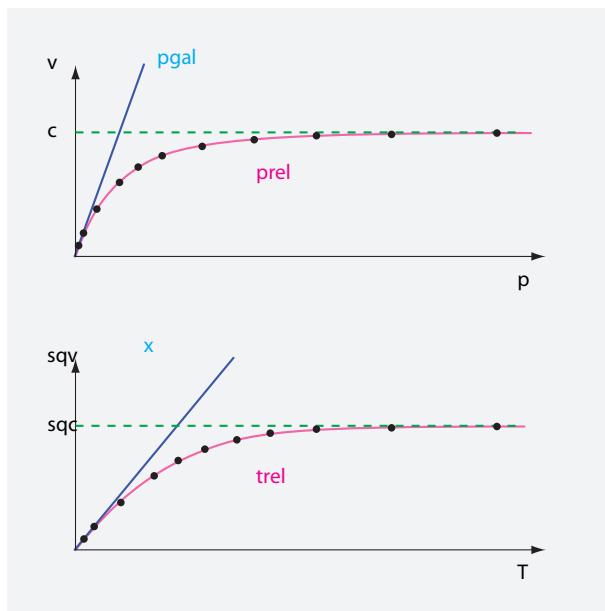
Desafío 28 s

La existencia de una velocidad límite contradice la mecánica galileana. De hecho, eso significa que para velocidades cercanas a la de la luz, digamos unos 15 000 km/s o más, la expresión  $mv^2/2$  no puede ser la velocidad cinética  $T$  de la partícula. De hecho, esas velocidades altas son bastante comunes: muchas familias tienen un ejemplo en sus casas. Simplemente calcula la velocidad de los electrones dentro de un aparato de televisión, sabiendo que el transformador de su interior produce 30 kV.

La observación de que la velocidad de la luz es una velocidad *límite* para los objetos se ve fácilmente que es una consecuencia de que sea *constante*. Los cuerpos que pueden estar en reposo en un marco de referencia obviamente se mueven más lentamente que la

Ref. 42

\* Aún hay gente que se niega a aceptar estos resultados, así como toda la teoría de la relatividad. Todo físico debería disfrutar la experiencia, al menos una vez en la vida, de conversar con uno de estos hombres. (Curiosamente, nadie ha visto a ninguna mujer entre esa gente.) Esto se puede hacer, por ejemplo, gracias a Internet, en el grupo de noticias de sci.physics.relativity Visite también <http://www.crank.net>. Estos chalados son una gente fascinante, especialmente porque insisten en la importancia de la *precisión* en el lenguaje y el razonamiento, que todos ellos, sin excepción, ignoran. Los encuentros con algunos de ellos me inspiraron para escribir este capítulo.



**FIGURA 15** Valores experimentales (puntos) de la velocidad  $v$  de un electrón en función de su energía cinética  $T$ , comparados con la predicción de la física galileana (azul) y la de la relatividad especial (rojo).

Desafío 29 d

velocidad máxima (la de la luz) en ese marco de referencia. Ahora bien, si algo se mueve más despacio que otra cosa para *un* observador, también lo hará así para cualquier otro observador. (Intentar imaginar un mundo en el que esto no fuese así es interesante: cosas divertidas pasarían, tales como objetos que se interpenetran unos a otros.) Puesto que la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, ningún objeto se puede mover más rápido que la luz, para ningún observador.

Ref. 44

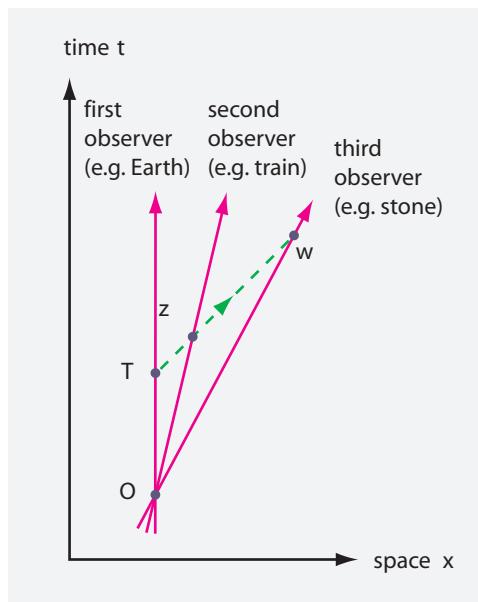
Concluimos que la velocidad máxima es la velocidad de las entidades *sin masa*. Las ondas electromagnéticas, incluyendo la luz, son las únicas entidades conocidas que pueden viajar a la velocidad máxima. Se ha predicho que las ondas gravitacionales también alcanzan la velocidad máxima. A pesar de que la velocidad del neutrino no puede distinguirse experimentalmente de la velocidad máxima, algunos experimentos recientes sugieren que tienen masa, aunque minúscula.

Desafío 30 e  
Desafío 31 r

Recíprocamente, si un existe un fenómeno cuya velocidad es la velocidad límite para un observador, entonces esa velocidad límite necesariamente debe ser la misma para todos los observadores. ?La conexión entre propiedades límite e invariancia respecto al observador es válida en general en la naturaleza?

### COMPOSICIÓN DE VELOCIDADES

Si la velocidad de la luz es un límite, ningún intento por superarla puede triunfar. Esto implica que cuando se componen velocidades, como cuando uno arroja una piedra mientras corre, los valores no pueden sumarse sin más. Si un tren está viajando a una velocidad  $v_{te}$  respecto a la Tierra, y alguien lanza una piedra en su interior con velocidad  $v_{st}$  respecto al tren, y en la misma dirección, normalmente se asume que como evidente que la velocidad de la piedra respecto a la Tierra será  $v_{se} = v_{st} + v_{te}$ . De hecho, tanto el razonamiento como el experimento muestran un resultado diferente.



**FIGURA 16** Cómo deducir la composición de velocidades.

Desafío 32 e

La existencia de una velocidad máxima, junto con la [Figura 16](#), implica que los factores  $k$  deben satisfacer  $k_{se} = k_{st}k_{te}$ .<sup>\*</sup> Entonces sólo tenemos que insertar la relación (5) entre cada factor  $k$  y su respectiva velocidad para obtener

$$v_{se} = \frac{v_{st} + v_{te}}{1 + v_{st}v_{te}/c^2}. \quad (9)$$

Desafío 33 e  
Page 63, page 58

Ref. 18

Esta expresión se llama *fórmula de composición de velocidades*. El resultado nunca supera a  $c$  y siempre es menor que la (ingenua) suma directa de velocidades.<sup>\*\*</sup> La expresión (9) se ha confirmado en todos los millones de casos en los que se ha puesto a prueba. Puedes comprobar que se reduce a la suma directa para valores pequeños de velocidad.

### OBSERVADORES Y EL PRINCIPIO DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

La relatividad especial se construye a partir de un sólo principio:

▷ *La velocidad máxima a la que se puede transportar la energía es la misma para todos los observadores.*

Ref. 46

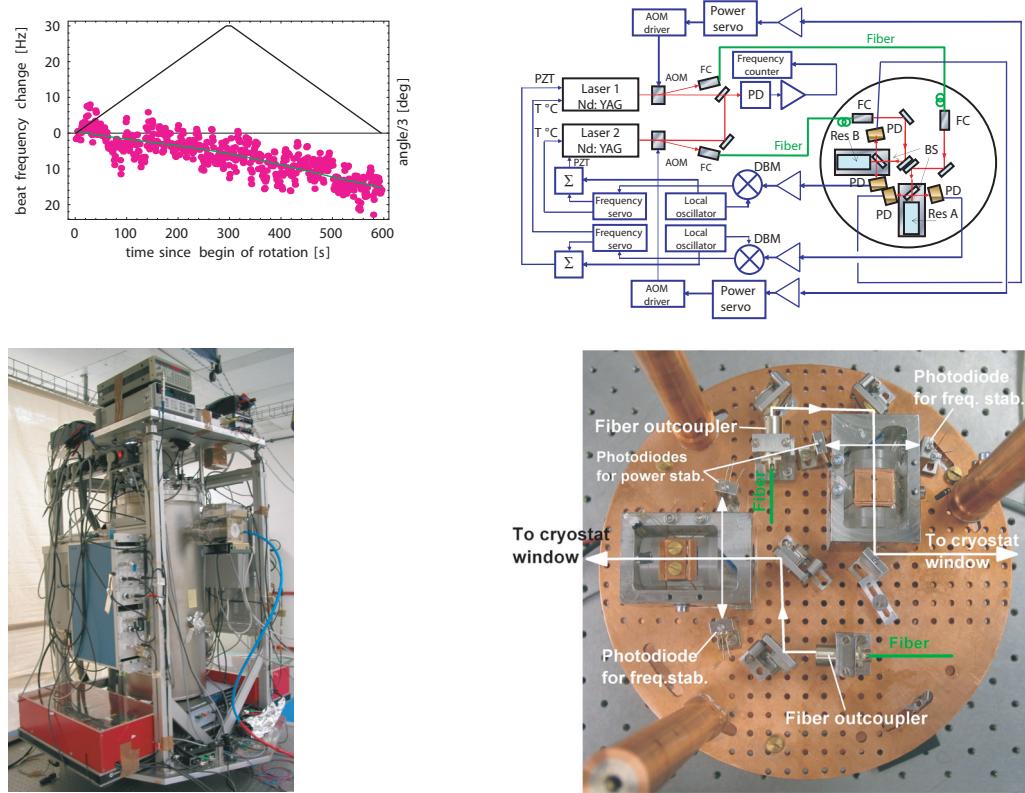
O, como le gustaba decir a Hendrik Lorentz:<sup>\*\*\*</sup>

\* Tomando el logaritmo neperiano de esta ecuación, se puede definir una magnitud, la *rapidez*, que mide la velocidad y que es aditiva.

Ref. 45

\*\* Se puede deducir la transformación de Lorentz directamente de esta expresión.

\*\*\* Hendrik Antoon Lorentz (b. 1853 Arnhem, d. 1928 Haarlem) fue, junto con Boltzmann y Kelvin, uno de los físicos más importantes de su época. Dedujo la transformación de Lorentz y la contracción de Lorentz a partir de las ecuaciones para el campo electromagnético de Maxwell. Fue el primero en entender, mucho antes de que la teoría cuántica confirmara la idea, que las ecuaciones de Maxwell para el vacío también describían la materia y todas sus propiedades, siempre y cuando se incluyeran partículas puntuales, cargadas y



**FIGURA 17** Resultados, esquema y montaje del experimento tipo Michelson-Morley más preciso realizado hasta la fecha (© Stephan Schiller).

▷ La velocidad  $v$  de un sistema físico está limitada por

$$v \leq c \quad (10)$$

para todos los observadores, donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Ref. 48 Esta independencia de la velocidad de la luz respecto al observador fue comprobada con gran precisión por Michelson y Morley\* en los años 1887 y siguientes. En todos los experimentos realizados desde entonces, se ha confirmado igualmente con gran precisión. El Ref. 49 más preciso hasta la fecha, con una precisión de  $10^{-14}$  se muestra en la Figura 17.

en movimiento – los electrones. En particular, demostró esto para la dispersión de la luz, el efecto Zeeman, el efecto Hall y el efecto Faraday. Propuso la descripción correcta de la fuerza de Lorentz. En 1902 recibió el Premio Nobel de física, junto con Pieter Zeeman. Aparte de su trabajo en la Física, fue un gran activista en la internacionalización de las colaboraciones científicas. También participó en la creación de las mayores estructuras construidas por el hombre en la Tierra: los “polders” de Zuyder Zee.

\* Albert-Abraham Michelson (b. 1852 Strelno, d. 1931 Pasadena), físico pruso-polaco-estadounidense, ganador del Premio Nobel de física en 1907. Michelson llamó *interferómetro* al instrumento que diseñó, un término aún en uso actualmente. Edward William Morley (1838–1923), químico estadounidense, era amigo de Michelson y su colaborador durante mucho tiempo.

Página 58

De hecho, la relatividad especial también se había confirmado por todos los experimentos precisos que se realizaron *antes* de que fuese formulada. Incluso puedes confirmarla tú mismo en casa. La forma de hacerlo se muestra en la sección sobre electrodinámica.

La existencia de un límite a la velocidad tiene varias consecuencias interesantes. Para explorarlas, dejemos el resto de la física galileana intacta.\* La velocidad límite es la velocidad de la luz. Es constante para todos los observadores. Esta invariancia implica:

- Desde dentro de una habitación cerrada, que flota libremente, no hay ninguna manera de medir la velocidad de la habitación.
- No existe el reposo absoluto (ni el espacio absoluto): el reposo (como el espacio) es un concepto que depende del observador.\*\*
- El tiempo depende del observador; el tiempo no es absoluto.

Conclusiones más interesantes y específicas se pueden extraer cuando se asumen dos condiciones adicionales. Primera, estudiamos situaciones donde la gravedad puede despreciarse. (Si este no es el caso, necesitamos la relatividad *general* para describir el sistema.) Segunda, asumimos también que los datos sobre los cuerpos bajo estudio – sus velocidades, posiciones, etc. – pueden determinarse sin perturbarlos. (Si este no es el caso, necesitamos la *teoría cuántica* para describir el sistema.)

Si se observa que un cuerpo en ausencia de fuerzas viaja en línea recta con una velocidad constante (o permanecer en reposo), decimos que el observador es *inercial*, y su sistema de referencia es un *sistema inercial de referencia*. Todos los observadores inerciales son a su vez ejemplos de movimiento no perturbado. Ejemplos de observadores inerciales, por tanto, incluyen – en *dos* dimensiones – aquellos que se deslizan sin rozamiento sobre una superficie de hielo o están viajando en un tren o barco que se mueve en linea recta muy suavemente; para un ejemplo en las *tres* dimensiones espaciales podemos pensar en un cosmonauta viajando en una nave espacial con el motor apagado. Los observadores inerciales en tres dimensiones también conocen como observadores que *flotan libremente*. No son muy comunes. Los observadores no inerciales son mucho más numerosos. ?Podrías confirmarlo? Los observadores inerciales son los más sencillos, y forman un conjunto especial:

- Dos observadores inerciales cualesquiera se mueven siempre con velocidad relativa constante uno respecto del otro (siempre y cuando la gravedad sea despreciable, como se asumió anteriormente).
- Todos los observadores inerciales son equivalentes: describen el mundo con las mismas ecuaciones. Como esto implica que no existen ni espacio ni tiempos absolutos,

Desafío 35 e

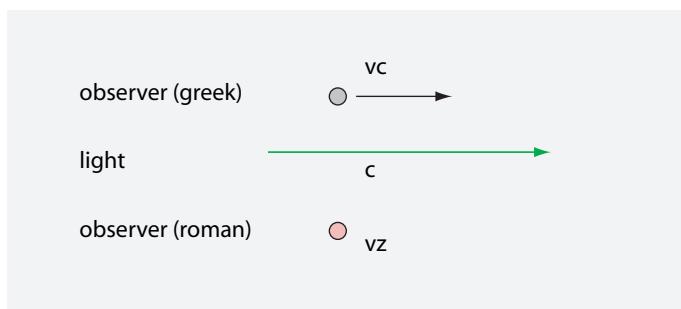
Página ??

\* Este punto es esencial. Por ejemplo, la física galileana establece que sólo el movimiento *relativo* tiene significado físico. La física galileana también excluye varias formas matemáticamente posibles de conseguir una velocidad de la luz constante que contradiría la experiencia cotidiana.

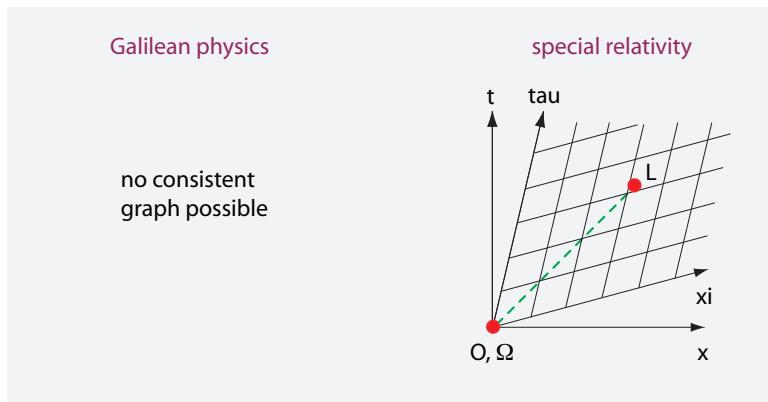
El artículo original de Einstein de 1905 parte de dos principios: la constancia de la velocidad de la luz y la equivalencia de todos los observadores inerciales. El segundo principio ya fue establecido por Galileo en 1632; sólo la afirmación de que la velocidad de la luz es constante era nueva. A pesar de esto, la nueva teoría fue bautizada – por Poincaré – según el viejo principio, en lugar de llamarse ‘teoría de la invariancia’, que es lo que el propio Einstein hubiese preferido.

Ref. 23  
Desafío 34 s

\*\* ?Podrías dar el argumento que lleva a esta deducción?



**FIGURA 18** Dos observadores inerciales y un rayo de luz.



**FIGURA 19** Diagramas espacio-tiempo para la luz vista desde dos observadores distintos, que utilizan las coordenadas  $(t, x)$  y  $(\tau, \xi)$ .

esta afirmación fue llamada el *principio de la relatividad* por Henri Poincaré. Sin embargo, la *esencia* de la relatividad es la existencia de una velocidad límite.

Para ver cómo las medidas de longitudes e intervalos de tiempo cambian de un observador a otro, asumamos que hay dos observadores inerciales, un romano que usa coordenadas  $x, y, z$  y  $t$ , y un griego que usa  $\xi, v, \zeta$  y  $\tau$ ,<sup>\*</sup> que se mueven con una velocidad relativa  $v$  uno respecto del otro. Los ejes se eligen de tal forma que la velocidad apunte en la dirección  $x$ . La constancia de la velocidad de la luz en cualquier dirección para cualquier par de observadores implica que el diferencial de las coordenadas cumple

$$0 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cd\tau)^2 - (d\xi)^2 - (dv)^2 - (d\zeta)^2. \quad (11)$$

Asumamos también que hay un ‘flash’ en reposo respecto al observador griego, por tanto con  $d\xi = 0$ , que produce dos fogonazos separados por un intervalo de tiempo  $d\tau$ . Para el observador romano, el ‘flash’ se mueve con velocidad  $v$ , así que  $dx = vdt$ . Insertando esta igualdad en la expresión anterior, y asumiendo linealidad e independencia de la dirección de la velocidad para el caso general, encontramos que los intervalos se

\* Los nombres, correspondencia con letras latinas, y pronunciación de todas las letras griegas se explican en el apéndice ??.

Desafío 36 e relacionan mediante

$$\begin{aligned} dt &= \gamma(d\tau + vd\xi/c^2) = \frac{d\tau + vd\xi/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{con } v = dx/dt \\ dx &= \gamma(d\xi + vdt) = \frac{d\xi + vdt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ dy &= dv \\ dz &= d\xi . \end{aligned} \tag{12}$$

Estas expresiones describen cómo se relacionan las medidas de longitud e intervalos de tiempo de distintos observadores. A velocidades relativas  $v$  pequeñas respecto a la de la luz, como ocurre en la vida cotidiana, los intervalos de tiempo son esencialmente iguales; el *factor de dilatación* o la *corrección relativista* o la *contracción relativista*  $\gamma$  es esencialmente 1 para todos los casos prácticos. Sin embargo, para velocidades cercanas a la de la luz las medidas de dos observadores son distintas. En esos casos, el espacio y el tiempo se *mezclan*, como muestra la [Figura 19](#).

Las expresiones (12) también son extrañas en otro aspecto. Cuando dos observadores se miran uno a otro, cada uno de ellos afirma que mide intervalos más cortos que el otro. En otras palabras, la relatividad especial nos dice que el césped del otro lado de la valla es siempre *más corto* – si uno recorre la valla en bicicleta y el césped está inclinado. Exploraremos este extraño resultado en más detalle en breve.

Desafío 37 s

El factor de dilatación  $\gamma$  es igual a 1 para la mayoría de casos prácticos de la vida cotidiana. El mayor valor que han alcanzado los humanos es de unos  $2 \cdot 10^5$ ; el mayor valor observado en la naturaleza supera  $10^{12}$ .<sup>5</sup> Podrías imaginar dónde se encuentran?

Desafío 38 s

Una vez que sabemos cómo cambian los *intervalos* de espacio y tiempo, podemos deducir fácilmente cómo cambian las *coordenadas*. La [Figura 18](#) y la [Figura 19](#) muestran que la coordenada  $x$  de un evento L es la suma de dos intervalos: la coordenada  $\xi$  y la distancia entre los dos orígenes. En otras palabras, tenemos

$$\xi = \gamma(x - vt) \quad y \quad v = \frac{dx}{dt} . \tag{13}$$

Usando la invariancia del espacio-tiempo, llegamos a

$$\tau = \gamma(t - xv/c^2) . \tag{14}$$

Ref. 50  
Página 82

Henri Poincaré llamó a estas dos relaciones las *transformaciones de Lorentz del espacio y el tiempo* por su descubridor, el físico holandés Hendrik Antoon Lorentz.<sup>\*</sup> En uno de los más bellos descubrimientos de la Física, en 1892 y 1904, Lorentz dedujo estas relaciones de las ecuaciones de la electrodinámica, donde habían estado tranquilamente esperando ser descubiertas desde 1865.<sup>\*\*</sup> En ese año James Clerk Maxwell había publicado las ecua-

<sup>\*</sup> Para más información sobre Hendrik Antoon Lorentz, ver la página 36.

<sup>\*\*</sup> El mismo descubrimiento fue publicado por primera vez en 1887 por el físico alemán Woldemar Voigt

ciones para describir todo sobre electricidad y magnetismo. Sin embargo, fue Einstein quien primero entendió que  $t$  y  $\tau$ , igual que  $x$  y  $\xi$ , son igualmente correctas y por tanto igualmente válidas para describir el espacio y el tiempo.

La transformación de Lorentz describen el cambio de punto de vista de un sistema de referencia inercial a otro. Este cambio de punto de vista se conoce como *boost* (de Lorentz). Las fórmulas (13) y (14) para el boost son fundamentales para las teorías de la relatividad, tanto la especial como la general. De hecho, las matemáticas de la relatividad especial no son más difíciles que esto: si sabes lo que es una raíz cuadrada, puedes estudiar relatividad especial en todo su esplendor.

Ref. 51 Se han explorado muchas formulaciones alternativas para el boost, tales como expresiones en las que se incluyen las aceleraciones de los dos observadores, además de la velocidad relativa. Sin embargo, todas ellas deben descartarse cuando se comparan sus predicciones con los experimentos. Antes de echar un vistazo a esos experimentos, continuemos con unas pocas deducciones lógicas de las relaciones del boost.

### ? ‘QUÉ ES EL ESPACIO-TIEMPO?

“ Von Stund’ an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbstständigkeit bewaren.\* ”

Hermann Minkowski.

Desafío 39 s

Las transformaciones de Lorentz nos dicen algo importante: que el espacio y el tiempo son dos aspectos de la misma entidad básica. Ambos ‘se mezclan’ de diferente manera para observadores distintos. Este hecho se expresa comúnmente afirmando que el tiempo es la *cuarta dimensión*. Esto tiene sentido porque la entidad básica común – llamada *espacio-tiempo* – puede definirse como el conjunto de todos los eventos, *eventos* que se describen con cuatro coordenadas en el tiempo y el espacio, y porque el conjunto de todos los eventos tiene las propiedades de una variedad.\*\* (?‘Puedes confirmar esto?’)

Ref. 52

En otras palabras, la existencia de una velocidad máxima en la naturaleza nos obliga a introducir una variedad para el espacio-tiempo en nuestra descripción de la naturaleza. En la teoría de la relatividad especial, la variedad del espacio-tiempo se caracteriza por una propiedad sencilla: el *intervalo espacio-temporal* di entre dos eventos cercanos, definido como

$$dt^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \quad (15)$$

es independiente del observador (inercial). Un espacio-tiempo con esta propiedad se conoce también como espacio-tiempo de Minkowski, en honor a Hermann Minkowski,\*\*\*

(1850–1919); Voigt – se pronuncia ‘Fot’ – también fue el descubridor del efecto Voigt y del tensor de Voigt. El físico irlandés George F. Fitzgerald también encontró este resultado, en 1889, de forma independiente.

\* ‘De ahora en adelante el espacio en sí mismo y el tiempo en sí mismo caerán completamente en las sombras y sólo una especie de unión de los dos mantendrá su autonomía.’ Esta famosa cita fue la frase con la que Minkowski inició su charla en la reunión de la Gesellschaft für Naturforschern und Ärzte de 1908.

Vol. V, página ??

\*\* El término matemático ‘variedad’ se define en el en todos detalles matemáticos más adelante en nuestra caminata.

\*\*\* Hermann Minkowski (1864–1909), matemático alemán. Desarrolló ideas similares a las de Einstein,

el profesor de Albert Einstein. Minkowski fue el primero, en 1904, en definir el concepto de espacio-tiempo y en entender la su utilidad e importancia.

El intervalo espacio-temporal  $di$  de la ecuación (15) tiene una interpretación sencilla. Es el tiempo medido por un observador que se mueve desde el evento  $(t, x)$  al evento  $(t + dt, x + dx)$ , el llamado *tiempo propio*, multiplicado por  $c$ . Si ignoramos el factor  $c$ , podemos llamarlo simplemente tiempo ‘de reloj’.

Vivimos en un espacio-tiempo de Minkowski, para entendernos. El espacio-tiempo de Minkowski existe independientemente de las cosas. E incluso aunque un sistema de referencia puede ser distinto de un observador a otro, la entidad subyacente, el espacio-tiempo, sigue siendo único, incluso aunque el espacio y el tiempo mismos no lo sean.

?En qué se distingue el espacio-tiempo de Minkowski del espacio-tiempo de Galileo, la combinación del tiempo y el espacio cotidianos? Ambos espacio-tiempos son variedades matemáticas – es decir, conjuntos continuos de puntos – con una dimensión temporal y tres espaciales, y ambas variedades tienen la topología de una esfera perforada. (?‘Puedes confirmar esto último?’) Ambas variedades son planas, es decir con curvatura cero. En ambos casos, el espacio es lo que medimos con una regla o con un rayo de luz, y el tiempo es lo que leemos en un reloj. En ambos casos el espacio-tiempo es fundamental; es y será el fondo y el contenedor de las cosas y los eventos.

La principal diferencia, de hecho la única, es que el espacio-tiempo de Minkowski, a diferencia del galileano, mezcla espacio y tiempo y, en particular, lo hace de manera distinta para observadores con diferente velocidad, como muestra la Figura 19. Por esto es por lo que decimos que el tiempo es un concepto que depende del observador.

La velocidad máxima en la naturaleza nos fuerza a describir el movimiento con el espacio-tiempo. Esto es interesante, porque en el espacio-tiempo, hablando en términos sencillos, el movimiento no existe. El movimiento sólo existe en el espacio. En el espacio-tiempo nada se mueve. El espacio-tiempo contiene una línea de universo para cada partícula puntual. En otras palabras, en lugar de preguntarnos por qué existe el movimiento, debemos preguntarnos por qué el espacio-tiempo está surcado de líneas de universo. En este punto estamos lejos de poder responder ninguna de estas preguntas. Lo que sí podemos hacer es explorar cómo tiene lugar el movimiento.

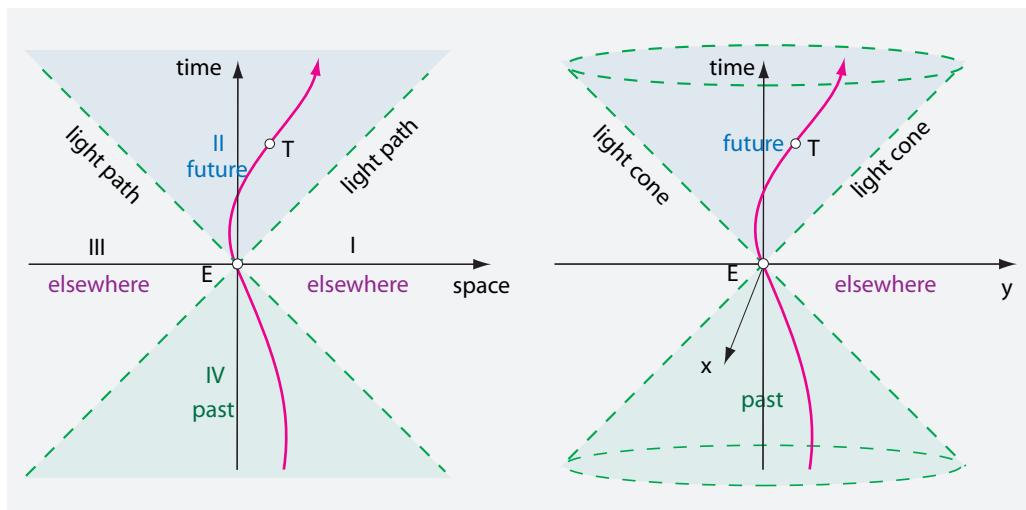
### ?‘PODEMOS VIAJAR AL PASADO? – TIEMPO Y CAUSALIDAD

Sabemos que el tiempo es distinto para observadores diferentes. ?‘Ordena el tiempo los eventos en secuencias? La respuesta dada por la relatividad es un claro ‘sí y no’. Ciertos conjuntos de eventos no están ordenados de forma natural en el tiempo; otros sí lo están. Esto se ve mejor en un diagrama espacio-temporal.

Claramente, dos eventos pueden ordenarse en una secuencia sólo si un evento es la causa del otro. Pero esta conexión sólo puede aplicarse a eventos en los que hay un intercambio de energía (por ejemplo mediante una señal). En otras palabras, una relación de causa y efecto entre dos eventos implica que energía o señales viajan de uno a otro; en consecuencia, la velocidad que conecta los dos eventos no puede mayor que la velocidad de la luz. La Figura 20 muestra que el evento E en el origen de coordenadas sólo puede ser

---

pero no fue tan rápido como él. Minkowski entonces desarrolló el concepto de espacio-tiempo. Minkowski murió repentinamente a la edad de 44 años.



**FIGURA 20** Un diagrama espacio-temporal de un objeto móvil T visto desde un observador inercial O en los casos con una y dos dimensiones espaciales.

influenciado por los eventos del cuadrante IV (el *cono de luz del pasado*, cuando se incluyen todas las dimensiones espaciales), y a su vez sólo puede influenciar aquellos eventos situados en el cuadrante II (el *cono de luz del futuro*). Los eventos de los cuadrantes I y III ni influyen ni son afectados por el evento E. El cono de luz define la frontera entre los eventos que *pueden* ordenarse con respecto a su origen – aquellos dentro del cono – y aquellos que *no pueden* – los que están fuera de los conos, que ocurren en otro lugar para todos los observadores. (Alguna gente llama a todos los eventos que suceden en algún otro lugar para todos los observadores *presente*.) Así, el tiempo ordena los eventos sólo *parcialmente*. Por ejemplo, para dos eventos que no están conectados causalmente, !‘su orden temporal (o su simultaneidad) depende del observador!

El particular, el cono de luz del pasado proporciona el conjunto completo de los eventos que pueden influenciar lo que ocurre en el origen. Se dice que el origen está *conectado causalmente* sólo con el cono de luz del pasado. Ten en cuenta que la conexión causal es un concepto invariante: todos los observadores están de acuerdo sobre si se aplica o no a un par dado de eventos. ?‘Puedes confirmar esto?

Un vector dentro del cono de luz se dice que es de *tipo temporal*; uno en el propio cono de luz se dice de *tipo luz o nulo*; y uno fuera del cono se dice de *tipo espacial*. Por ejemplo, la *línea del universo* de un observador, es decir el conjunto de todos los eventos que forman su pasado y su futuro, consiste tan sólo de eventos de tipo temporal. El tiempo es la cuarta dimensión; expande el espacio a espacio-tiempo y ‘completa’ el espacio-tiempo. Esta es la relevancia de la cuarta dimensión para la teoría de la relatividad especial, ni más ni menos.

La relatividad especial nos enseña que la causalidad y el tiempo pueden definirse *sólo* porque existen los conos de luz. Si el transporte de energía a velocidades mayores que la de luz fuese posible, el tiempo no podría definirse. La Causalidad, es decir la posibilidad de ordenar (parcialmente) los eventos para todos los observadores, se debe a la existencia de una velocidad máxima.

Desafío 41 s

**Desafío 42 s** Si la velocidad de la luz pudiese sobrepasarse de alguna manera, el futuro podría influenciar al pasado. ?'Puedes confirmar esto? En tal situación, observaríamos efectos *acausales*. Sin embargo, hay un fenómeno cotidiano que nos dice que la velocidad de la luz es realmente maximal: nuestra memoria. Si el futuro pudiese influenciar al pasado, podríamos también *recordar* el futuro. Para decirlo con otras palabras, si el futuro pudiese influenciar al pasado, el segundo principio de la termodinámica no sería válido y nuestra memoria no funcionaría.\* Ningún dato de la vida cotidiana ni de los experimentos proporciona ninguna evidencia de que el futuro pueda influenciar al pasado. En otras palabras, *viajar por el tiempo al pasado es imposible*. Más adelante veremos de qué manera cambia la situación en la teoría cuántica. Curiosamente, viajar por el tiempo hacia el futuro *sí* es posible, como veremos pronto.

### CURIOSIDADES DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

#### MÁS RÁPIDO QUE LA LUZ: ?'CÓMO DE LEJOS PODEMOS VIAJAR?

**Desafío 43 e**

?'Cómo de lejos de la Tierra podemos viajar, teniendo en cuenta que el viaje no debe durar más que una vida humana – digamos 80 años – y que se nos permite utilizar un cohete cuya velocidad puede acercarse a la de la luz tanto como queramos? Dado el tiempo  $t$  que vamos a pasar en el cohete, dada su velocidad  $v$  y asumiendo con optimismo que el cohete puede acelerar y frenar en un lapso despreciable de tiempo, la distancia  $d$  que podemos alejarnos viene dada por

$$d = \frac{vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \quad (16)$$

La distancia  $d$  es mayor que  $ct$  cuando  $v > 0,71c$  y, si  $v$  se elige suficientemente grande, !'crece sin ningún límite! En otras palabras, la relatividad *no* limita la distancia que podemos viajar en una vida humana, ni siquiera la que podemos viajar en un sólo segundo. Podríamos, en principio, viajar por todo el universo en menos de un segundo. En situaciones tales como estas tiene sentido introducir el concepto de *velocidad propia*  $w$ , definida como

$$w = d/t = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma v . \quad (17)$$

---

\* Hay otro resultado relacionado con éste que poco a poco se está convirtiendo en conocimiento común. Incluso aunque el espacio-tiempo tuviera una forma no trivial, tal y como una topología cilíndrica con curvas tipo temporal cerradas, aún sería imposible viajar al pasado, al contrario de como sugieren muchas novelas de ciencia-ficción. Stephen Blau ha dejado esto claro en un artículo pedagógico reciente.

Como acabamos de ver, la velocidad propia *no* está limitada por la velocidad de la luz; de hecho la velocidad propia de la luz es infinita.\*

### SINCRONIZACIÓN Y VIAJE EN EL TIEMPO – ?'PUEDE UNA MADRE PERMANECER MÁS JOVEN QUE SU PROPIA HIJA?

Una velocidad máxima implica que el tiempo es diferente para observadores que se mueven unos respecto de otros. Por tanto, tenemos que ser cuidadosos a la hora de sincronizar relojes que están separados, incluso aunque estén en reposo uno respecto al otro en un sistema de coordenadas inercial. Por ejemplo, si tenemos dos relojes similares que muestran la misma hora, y llevamos uno de ellos durante un paseo de ida y vuelta, mostrarán horas distintas a la vuelta del paseo. Este experimento se ha realizado varias veces y ha confirmado totalmente la predicción de la relatividad especial. La diferencia de tiempo de una persona o un reloj viajando en un avión que da una vuelta a la Tierra a unos 900 km/h se del orden de 100 ns – no muy apreciable en la vida cotidiana- De hecho, el retraso puede calcularse fácilmente de la expresión

$$\frac{t}{t'} = \gamma . \quad (19)$$

Los seres humanos son relojes; muestran el tiempo transcurrido, normalmente llamado *edad*, mediante diversos cambios en su forma, peso, color de pelo, etc. si una persona hace un viaje largo y muy rápido, a su regreso habrá envejecido *menos* que otra persona que haya permanecido en su casa (inercial).

El ejemplo más famoso de esto es la *paradoja de los gemelos* (o *paradoja de los relojes*). Un joven deseoso de aventura sube a un cohete relativista que deja la Tierra y viaja durante muchos años. Lejos de la Tierra, salta sobre otro cohete relativista que viaja en sentido contrario y regresa a la Tierra. El viaje se ilustra en la Figura 21. A su regreso, descubre que su hermano gemelo, que ha quedado en la Tierra, es mucho más viejo que él. ?'Puedes explicar este resultado, especialmente la asimetría entre los dos hermanos?

Este resultado también ha sido confirmado por muchos experimentos.

La relatividad especial confirma, de una manera sorprendente, la observación bien sabida de que aquellos que viajan se mantienen más jóvenes. El precio pagado por la juventud es, sin embargo, que todo alrededor de uno cambia mucho más rápidamente que si uno se quedase en reposo con su entorno.

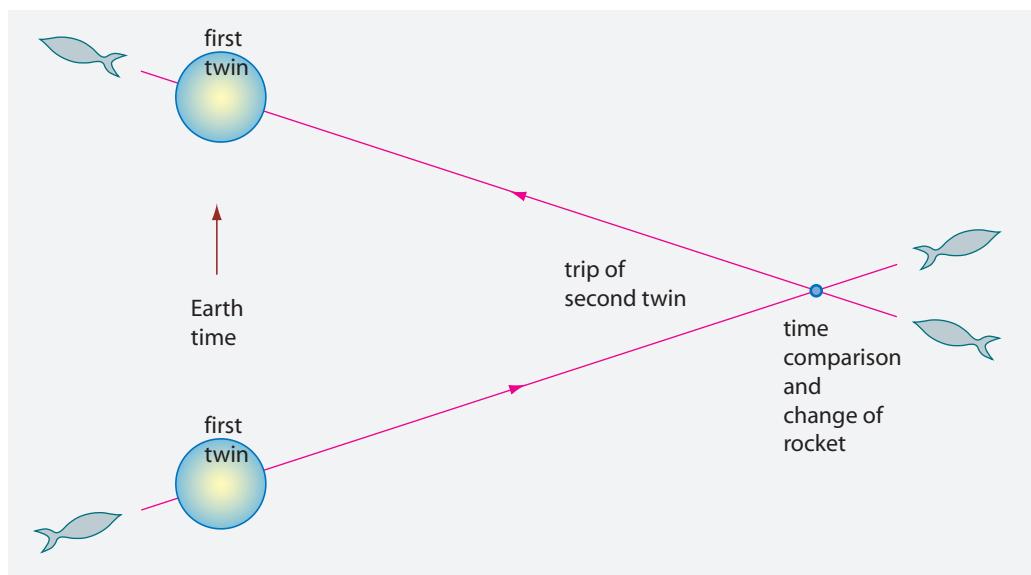
La paradoja de los gemelos también puede verse como una confirmación de la posibilidad de viajar por el tiempo hacia el futuro. Con la ayuda de un cohete rápido que vuelva a su punto de partida, podemos llegar a horas locales que nunca hubiésemos alcanzado con nuestra vida permaneciendo en casa. Eso sí, *nunca* podremos volver al pasado.\*\*

Desafío 44 e \* Utilizando la velocidad propia, la relación dada por la ecuación (9) para la superposición de dos velocidades  $\mathbf{w}_a = \gamma_a \mathbf{v}_a$  y  $\mathbf{w}_b = \gamma_b \mathbf{v}_b$  se simplifica a

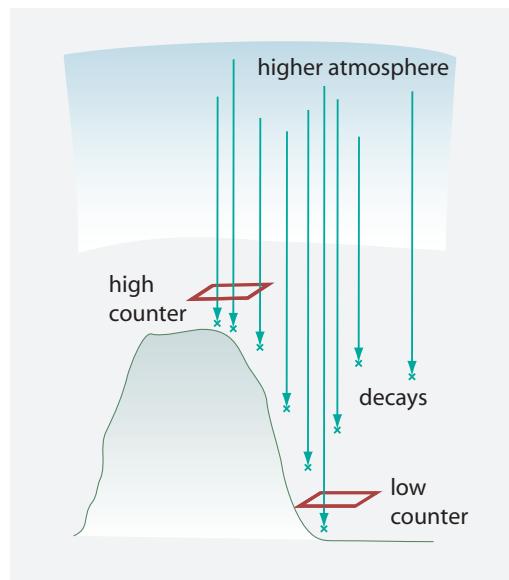
$$w_{s\parallel} = \gamma_a \gamma_b (v_a + v_{b\parallel}) \quad y \quad w_{s\perp} = w_{b\perp}, \quad (18)$$

Ref. 54 donde los signos  $\parallel$  y  $\perp$  designan las componentes paralela y perpendicular a la dirección de  $\mathbf{v}_a$ , respectivamente. De hecho, podemos expresar toda la relatividad especial en términos de magnitudes 'propias'.

Ref. 58 \*\* Hay incluso libros especializados en el viaje en el tiempo, tales como el bien documentado texto de Nahin. Nótese que el concepto de viaje en el tiempo tiene que definirse con claridad; de lo contrario nos quedamos



**FIGURA 21** La paradoja de los gemelos



**FIGURA 22** Más muones de los esperados llegan al suelo debido a que al viajar muy rápido se mantienen jóvenes.

Uno de los experimentos más sencillos que confirman la juventud prolongada de los viajeros rápidos tiene que ver con contar muones. Los muones son partículas que se forman continuamente en las capas altas de la atmósfera debido a la radiación cósmica. Los muones *en reposo* (con respecto al reloj de medida) tienen una vida media de  $2,2 \mu\text{s}$  (o, a la velocidad de la luz, 660 m). Después de este lapso de tiempo, la mitad de los

Página ??

sin respuestas frente a un oficinista que dice que su sillón de oficina es una *máquina del tiempo*, ya que al sentarse sobre él viaja al futuro.

muones se ha desintegrado. Esta vida media puede medirse utilizando un sencillo contador de muones. Además, existen contadores de muones que sólo cuentan aquellos que viajan con una velocidad dentro de un determinado intervalo, digamos entre  $0,9950c$  y  $0,9954c$ . Podemos poner uno de esos contadores especiales en la cima de una montaña y otro en un valle cercano, como muestra la Figura 22. La primera vez que se realizó este experimento, la diferencia de altura fue de 1,9 km. Viajar 1,9 km a través de la atmósfera a la velocidad mencionada toma alrededor de 6,4  $\mu$ s. Con la vida media indicada anteriormente, un primer cálculo nos da que sólo un 13 % de los muones observados en la cima llegarán al valle. Sin embargo, se observa que alrededor del 82 % de los muones llegan abajo. El motivo de este resultado es la dilatación temporal relativista. De hecho, a la velocidad mencionada, los muones experimentan una diferencia temporal de sólo 0,62  $\mu$ s durante su viaje desde la cima de la montaña al fondo del valle. Este tiempo tan corto da un número de desintegraciones muónicas mucho menor que el que se tendría sin dilatación temporal; más aún, el porcentaje medido confirma el valor predicho por el factor de dilatación  $\gamma$  dentro de los márgenes de error experimentales, como puedes comprobar. Un efecto similar se observa cuando los muones relativistas se producen en aceleradores de laboratorio.

Ref. 59

Desafío 45 s

Desafío 46 s

Ref. 18

Ref. 61

Desafío 47 s

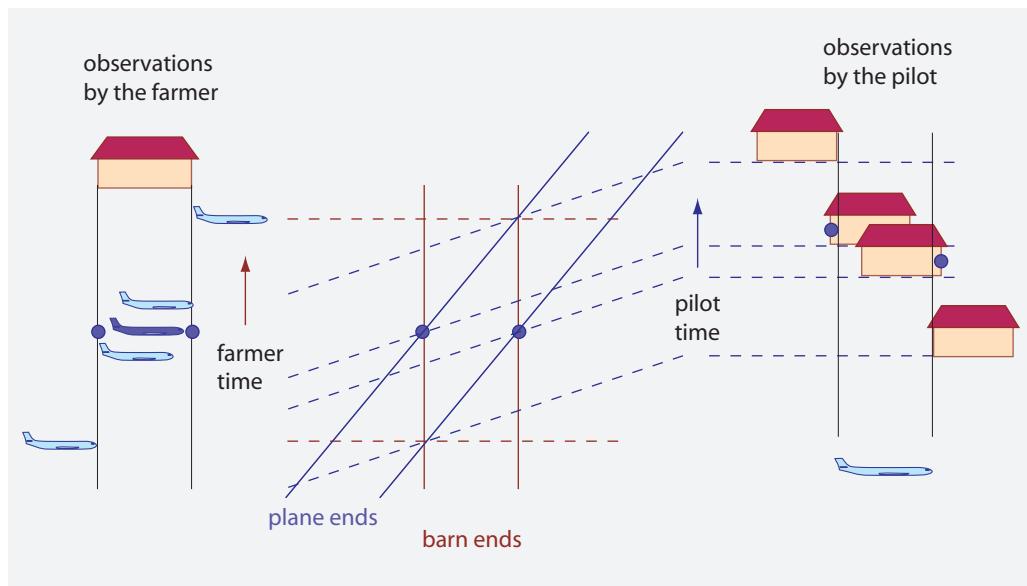
El aumento de la vida media también se ha encontrado en otros muchos sistemas inestables, tales como los piones, átomos de hidrógeno, átomos de neón y varios núcleos, siempre confirmando las predicciones de la relatividad especial. Puesto que todos los cuerpos en la naturaleza están compuestos por partículas, el ‘efecto rejuvenecedor’ de las velocidades elevadas (normalmente llamado ‘dilatación temporal’) se aplica a cuerpos de todos los tamaños; de hecho, no sólo se ha observado para partículas, también para lasers, transmisores de radio y relojes.

Si el movimiento lleva a la dilatación temporal, un reloj en el Ecuador, constantemente girando alrededor de la Tierra, debería ir más lento que uno situado en los polos. Sin embargo, esta predicción, que fue hecha por el propio Einstein, es incorrecta. La aceleración centrífuga lleva a una reducción de la aceleración de la gravedad que cancela exactamente el incremento en la velocidad. Esta historia sirve como recordatorio de que hay que ser cuidadoso cuando se aplica la relatividad especial a situaciones en las que aparece la gravedad. La relatividad especial sólo es aplicable cuando el espacio-tiempo es plano, no cuando la gravedad está presente.

Resumiendo, una madre *puede* permanecer más joven que su hija. También podemos concluir que no podemos sincronizar relojes en reposo uno respecto del otro simplemente andando, con el reloj en la mano, de un lugar al otro. La forma correcta de hacerlo es mediante un intercambio de señales luminosas. ?‘Puedes describir cómo?’

Una definición precisa de la sincronización nos permite llamar simultáneos a dos eventos distantes entre sí. Además, la relatividad especial nos muestra que la simultaneidad depende del observador. Esto ha sido confirmado por todos los experimentos realizados hasta ahora.

Sin embargo, el deseo de la madre no es fácil de satisfacer. Imaginemos que una mujer es acelerada en una nave espacial alejándose de la Tierra a  $10 \text{ m/s}^2$  durante diez años, después frena a  $10 \text{ m/s}^2$  durante otros diez años, entonces acelera otros diez años hacia la Tierra y, finalmente, frena durante diez años más hasta aterrizar suavemente de nuevo en nuestro planeta. La mujer ha estado viajando durante cuarenta años, llegando a estar a 22 000 años-luz de la Tierra. A su regreso, han pasado 44 000 años. Todo esto parece



**FIGURA 23** Las apreciaciones del piloto y del dueño del establo.

Desafío 48 e

bien, hasta que nos damos cuenta de que la cantidad de combustible necesaria, incluso para el más eficiente de los motores imaginables, es tan grande que la masa que puede regresar de este viaje es sólo una parte entre  $2 \cdot 10^{19}$ . Semejante cantidad de combustible no existe en la Tierra.

Desafío 49 e

### CONTRACCIÓN DE LAS LONGITUDES

La longitud de un objeto medida por un observador solidario al objeto se llama longitud propia. Según la relatividad especial, la longitud medida por un observador inercial en movimiento siempre es menor que la longitud propia. Este resultado es una consecuencia directa de las transformaciones de Lorentz.

Para un Ferrari que marcha a 300 km/h o 83 m/s, la longitud se contrae en 0,15 pm: menos que el diámetro de un protón. Vista desde el Sol, la Tierra se mueve a 30 km/s; lo que nos da una contracción en longitud de 6 cm. Ninguno de estos efectos se ha medido jamás. Pero otros efectos mayores podrían medirse. Veamos algunos ejemplos.

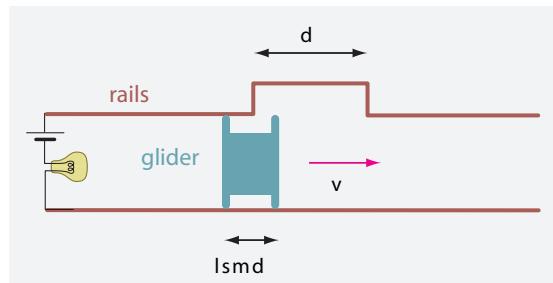
Desafío 50 s

Imagina un piloto volando a través de un establo con dos puertas, una a cada extremo. El avión es ligeramente más largo que el establo, pero se mueve tan rápido que su longitud es relativísticamente contraída hasta ser menor que la longitud del establo. ?'Puede cerrar el granjero el establo (al menos durante un breve lapso de tiempo) con el avión completamente en su interior? La respuesta es afirmativa. Pero, ?'por qué no puede decir el piloto lo siguiente: respecto a él, el establo se ha contraído; por tanto el avión no cabe dentro? La respuesta se muestra en la [Figura 23](#). Para el granjero, las puertas se cierran (y vuelven a abrir) al mismo tiempo. Para el piloto, no. Para el granjero, el piloto está a oscuras durante un corto periodo de tiempo; para el piloto, el establo nunca está a oscuras. (Esto no es completamente cierto: ?'podrías revelar los detalles?)

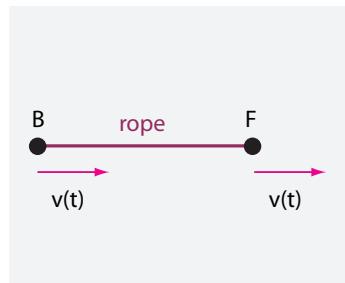
Exploraremos ahora algunas variaciones del caso general. ?'Puede un hombre haciendo



**FIGURA 24** Las apreciaciones de un cavador de agujeros y de un hombre haciendo snowboard, tal y como (equivocadamente) se han publicado en otros textos.



**FIGURA 25** ?'Mantiene la lámpara encendida el conector móvil a altas velocidades?



**FIGURA 26** ?'Qué le ocurre a la cuerda?

snowboard muy rápido caer dentro de un agujero que sea un poco más corto que su tabla? Imaginemos que baja tan rápido que el factor de contracción en longitud es  $\gamma = d/d'$  es 4.\* Para un observador en el suelo, la tabla de snowboard es cuatro veces más corta, y cuando pasa sobre el agujero, caerá dentro de él. Sin embargo, para el esquiador, es el agujero el que es cuatro veces más corto; parece que la tabla no podrá caer dentro.

Ref. 63

Un análisis más cuidadoso muestra que, a diferencia de lo que observa el cavador de agujeros, el esquiador no aprecia que la forma de la tabla sea fija: mientras pasa sobre el agujero, el esquiador observa que la tabla toma una forma parabólica y cae dentro del agujero, como muestra la [Figura 24](#). ?'Puedes confirmar esto? En otras palabras, la forma no es un concepto independiente del observador. (Sin embargo, la rigidez *sí* es independiente del observador, si se define adecuadamente; ?'puedes confirmar esto?)

Desafío 52 e

Desafío 53 s

Ref. 64

Esta explicación, aunque publicada, no es correcta, como Harald van Lintel y Christian Gruber han apuntado. Uno no debería olvidar estimar el tamaño del efecto. A velocidades relativistas, el tiempo que requiere el agujero para afectar a todo el grosor de la tabla no es despreciable. El esquiador sólo ve que su tabla adopta una forma parabólica si ésta es extremadamente fina y flexible. Para una tabla normal a velocidades relativistas, el esquiador no tiene tiempo de caer ninguna altura  $h$  apreciable ni de entrar en el agujero antes de sobrepasarlo. La [Figura 24](#) está tan exagerada que es incorrecta. El esquiador simplemente pasará volando sobre el agujero.

Ref. 66

Las paradojas acerca de la contracción de longitudes resultan incluso más interesantes en el caso de conductores móviles que hacen contacto entre dos rieles, como muestra la [Figura 25](#). Los dos rieles son paralelos, pero uno de ellos tiene un hueco más largo que el conector. ?'Puedes determinar si una lámpara conectada en serie se mantendrá

Desafío 51 s

\* Incluso la Tierra se contrae en la dirección de su movimiento de traslación alrededor del Sol. ?'Se puede medir este efecto?

**Desafío 54 s** encendida cuando el conector desliza sobre los raíles a una velocidad relativista? (Haz la simplificación no muy realista de que la corriente eléctrica fluye en el mismo instante en el que el conector toca los raíles.) ?'Obtienes el mismo resultado para todos los observadores? Y, ?'qué ocurre cuando el conector es más largo que el hueco? ?'O cuando se acerca a la lámpara desde el otro lado? (Aviso: !'este problema suscita debates *acalorados!*) ?'Qué no es realista en este experimento?

**Ref. 67** Otro ejemplo de contracción de longitudes aparece cuando dos objetos, digamos dos coches, están conectados a una distancia  $d$  por una cuerda, como se muestra en la [Figura 26](#). Imagina que ambos están en reposo en el instante  $t = 0$  y entonces son acelerados juntos y de la misma manera. El observador en reposo mantendrá que los dos coches permanecen separados por la misma distancia. Por otra parte, la cuerda necesita expandirse a una distancia  $d' = d/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  y, por tanto, tiene que expandirse mientras los coches están acelerando. En otras palabras, la cuerda se romperá. ?'Se confirma esta predicción para los observadores situados en cada uno de los dos coches?

**Desafío 55 s** Un ejemplo divertido – pero bastante poco realista – de contracción de longitudes es el de un submarino relativista que se mueve horizontalmente. Imagina que el submarino en reposo ha elegido su peso para mantenerse sumergido en el agua sin ninguna tendencia ni a flotar ni a hundirse. Ahora el submarino se mueve (posiblemente con velocidad relativista). El capitán observa que el agua del exterior se contrae según las relaciones de Lorentz; por tanto ahora es más densa y deduce que el submarino flotará. Un pez cercano ve que el submarino se ha contraído y, por tanto, es más denso que el agua, así que deduce que se hundirá. ?'Quién está equivocado, y cuál es la fuerza de flotación aquí? Una pregunta alternativa: ?'por qué es imposible que un submarino se mueva velocidades relativistas?

**Desafío 56 s** Resumiendo, la contracción de longitudes casi nunca puede observarse en situaciones realistas en cuerpos macroscópicos. Sin embargo, juega un papel importante para las *imágenes*.

### PELÍCULAS RELATIVISTAS – ABERRACIÓN Y EFECTO DOPPLER

Hemos encontrado varias formas en las que cambian las observaciones cuando un observador se mueve a gran velocidad. En primer lugar, la contracción de Lorentz y la aberración dan lugar a imágenes *distorsionadas*. En segundo lugar, la aberración aumenta el ángulo de visión más allá de los 180 grados a los que los humanos estamos acostumbrados en el día a día. Un observador relativista que mira en la dirección de su movimiento ve luz que es invisible para un observador en reposo porque, para este último, viene desde atrás. En tercer lugar, el efecto Doppler produce un *corrimiento en el color* de las imágenes. En cuarto lugar, el movimiento rápido cambia el *brillo* y el *contraste* de la imagen: es el llamado *efecto foco*. Cada uno de estos cambios depende de la dirección a la que miramos; se muestran en la [Figura 28](#).

Los ordenadores modernos nos permiten simular las observaciones que harían observadores relativistas con calidad fotográfica e, incluso, producir películas simuladas.\* Las

\* Ver, por ejemplo, las imágenes y películas en <http://www.anu.edu.au/Physics/Searle> de Anthony Searle, en <http://www.tat.physik.uni-tuebingen.de/~weiskopf/gallery/index.html> por Daniel Weiskopf, en <http://www.itp.uni-hannover.de/~dragon/stonehenge/stone1.htm> por Norbert Dragon y Nicolai Mokros, o en <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de> por el grupo de Hanns Ruder.

imágenes de la Figura 27 nos son especialmente útiles para entender la distorsión de las imágenes. Muestran el ángulo de visión, el círculo que distingue los objetos en frente del observador de los que están tras él, las coordenadas de los pies del observador y el punto en el horizonte hacia el que el observador se está moviendo. Añadir mentalmente estas marcas al mirar otras películas o dibujos puede ayudarte a entender más claramente lo que muestran.

Debemos destacar que la forma de las imágenes vistas por un observador en movimiento son una versión *distorsionada* de lo que vería uno en reposo en ese mismo punto. Un observador en movimiento, sin embargo, no ve cosas distintas que las que vería uno en reposo en el mismo punto. De hecho, los conos de luz son independientes del movimiento del observador.

La contracción de Lorentz se puede medir; sin embargo, no se puede fotografiar. Esta Ref. 69 distinción tan sorprendente no fue descubierta hasta 1959. Medir implica simultaneidad con la posición del observador. En una fotografía, la contracción de Lorentz se modifica por los efectos debidos a los distintos tiempos que necesita la luz para llegar a distintas partes del objeto; el resultado es un cambio en la forma que recuerda a una rotación, pero no es exactamente eso. La deformación total es una aberración que depende del ángulo. Discutimos las aberraciones al principio de esta sección. La aberración transforma circunferencias en circunferencias: una transformación así se llama *conformal*.

Página 19

Las imágenes de la Figura 29, producidas por Daniel Weiskopf, también incluyen el efecto Doppler y los cambios de brillo. Muestran que estos efectos son al menos tan importantes como la distorsión debida a la aberración.

Desafío 58 s

Esto lleva a la 'paradoja del collar de perlas'. Si el movimiento relativista transforma esferas en esferas, y cilindros en cilindros más cortos, ?'qué ocurre con un collar de perlas que se mueve sobre su propio eje longitudinal? ?'Se hace más corto?

Desafío 59 r

Hay mucho más que explorar usando películas relativistas. Por ejemplo, el autor predice que las películas de esferas rotando rápidamente en movimiento revelarán efectos interesantes. También en este caso, la observación óptica y la medida llevarán a resultados diferentes. Para cierta combinación de rotaciones relativistas y acelerones relativistas, se predijo\* que el sentido de rotación (en sentido de las agujas del reloj, o el contrario) será *diferente* para observadores diferentes. Este efecto jugará un papel interesante en la discusión de la unificación.

### ?'CUÁL ES EL MEJOR ASIENTO EN UN AUTOBÚS?

Desafío 60 e

Ref. 67 Exploraremos otra sorpresa de la relatividad especial. Imagine dos gemelos dentro de dos coches que aceleran de la misma forma, uno en frente del otro, empezando desde el reposo en el instante  $t = 0$ , descrito por un observador en reposo respecto a ambos. (Ahora no hay ninguna cuerda entre ellos.) Ambos coches contienen la misma cantidad de combustible. Fácilmente deducimos que la aceleración de los gemelos se detiene cuando se acaba el combustible, en el mismo instante en el sistema de referencia del observador exterior. Además, la distancia entre los coches se ha mantenido inalterada para el observador exterior, y los dos coches continúan corriendo con la misma velocidad constante  $v$ , siempre y cuando despreciamos la fricción. Si llamamos a los eventos en los que el

---

\* En julio de 2005.

Desafío 61 e

coche de delante y el de detrás apagan sus motores  $f$  y  $b$ , sus coordenadas temporales en el sistema de referencia exterior están relacionados simplemente por  $t_f = t_b$ . Usando las transformaciones de Lorentz podemos deducir que en sistema de referencia de los gemelos la relación es

$$t_b = \gamma \Delta x v/c^2 + t_f , \quad (20)$$

lo que significa que !‘el gemelo del coche de delante a envejecido *más* que el de detrás! Así, en sistemas acelerados, envejecer depende de la posición.

Para elegir un asiento en un autobús, sin embargo, este resultado no ayuda. Es verdad que el mejor asiento en un autobús que está acelerando es el de detrás, pero cuando está frenando, es el de delante. Al terminar el viaje, la elección de asiento no importa.

Desafío 62 s

?‘Es correcto deducir que la gente que vive en montañas altas envejece más rápido que la que vive en valles, de manera que vivir en un valle ayuda a posponer las canas?’

### ?‘CÓMO DE RÁPIDO PODEMOS ANDAR?

Andar significa mover los pies de tal manera que en todo momento al menos uno de ellos esté en contacto con el suelo. Esta es una de las reglas que los atletas tienen que seguir en las competiciones de marcha olímpica; son descalificados si la incumplen. Un estudiante atleta estaba pensando acerca de cuál es la máxima velocidad que se podría conseguir en unos Juegos Olímpicos. Lo ideal sería que cada pie acelerara casi instantáneamente hasta (casi) la velocidad de la luz. La máxima velocidad de marcha se conseguiría separando el segundo pie del suelo exactamente en el mismo instante en el que el primero tocarse el suelo. Por ‘mismo instante’, el estudiante originariamente quería decir ‘visto por el juez de la competición, que está en reposo respecto a la Tierra’. El movimiento del pie se muestra en el diagrama de la izquierda de la Figura 30; nos da un límite a la velocidad de marcha de la mitad de la velocidad de la luz. Pero entonces el estudiante se dio cuenta de que un juez *en movimiento* vería ambos pies separados del suelo y, por tanto, descalificaría al atleta por correr. Para evitar la descalificación por *cualquier* juez, el segundo pie tiene que esperar a que una señal de luz viaje desde el primer pie. La velocidad máxima de la marcha olímpica es, por tanto, un tercio de la de la luz.

Ref. 70

### ?‘ES LA VELOCIDAD DE LA SOMBRA MAYOR QUE LA DE LA LUZ?

Página 44  
Desafío 63 s

En realidad, movimientos más rápido que el de la luz existen y son incluso bastante comunes. La relatividad especial sólo restringe el movimiento de la masa y la energía. Sin embargo, los puntos no materiales, los fenómenos que no transportan energía y las imágenes *sí* pueden moverse más rápido que la luz. Hay varios ejemplos sencillos. Para aclararnos, no estamos hablando de la velocidad *propia* que, en estos casos, ni tan si quiera puede definirse. (?‘Por qué?’)

Los siguientes ejemplos muestran velocidades que son genuinamente mayores que la velocidad de la luz en el vacío.

Considera el punto marcado con una X en la Figura 31, el punto en el que las tijeras cortan el papel. Si las tijeras se cierran suficientemente rápido, este punto se mueve más rápido que la luz. Ejemplos similares se pueden encontrar en todos los marcos de ventana y, de hecho, en cualquier dispositivo que tenga partes giratorias.

Otro ejemplo de movimiento superlumínico es una grabación musical – un LP pasado de moda – desapareciendo en su cartón, como muestra la [Figura 32](#). El punto en el que el borde del disco coincide con el borde del cartón puede viajar más rápido que la luz.

Otro ejemplo se sugiere a sí mismo cuando recordamos que vivimos en un planeta esférico. Imagina que te tumbas en el suelo y te levantas. ?Puedes mostrar que la velocidad inicial con la que se aleja el horizonte de ti puede ser mayor que la de la luz?

**Desafío 64 s**

Finalmente, un ejemplo clásico es el del movimiento de un punto de luz producido por un haz laser sobre la Luna. Si se mueve el laser, el punto fácilmente puede desplazarse sobre la superficie de la Luna más rápido que la luz. Lo mismo se aplica al punto de luz en la pantalla de un osciloscopio cuando se aplica una señal de una frecuencia suficientemente alta en su entrada.

Todos estos son ejemplos típicos de *movimiento de sombras*, a veces también llamado la *velocidad de la oscuridad*. Tanto sombras como oscuridad pueden realmente moverse más rápido que la luz. De hecho, no hay límite para su velocidad. ?Puedes encontrar otro ejemplo?

**Desafío 65 s**

Además, hay un número siempre creciente de dispositivos experimentales en los que la velocidad de fase o incluso la velocidad de grupo de la luz es mayor que  $c$ . Estos experimentos aparecen en los titulares de los periódicos de vez en cuando, junto con afirmaciones del tipo ‘la luz se mueve más rápido que la luz’. Discutiremos este sorprendente fenómeno en más detalle más adelante. De hecho, estos casos también pueden verse – con algo de imaginación – como casos especiales del fenómeno de la ‘velocidad de las sombras’.

Para un ejemplo diferente, imaginemos que estamos parados a la salida de un túnel de longitud  $l$ . Vemos un coche, cuya velocidad sabemos que es  $v$ , entrando por el otro extremo del túnel y dirigiéndose hacia nosotros. Sabemos que ha entrado en el túnel porque el coche ya no está al sol o porque encendió los faros en ese momento. ?En qué instante  $t$ , tras que veamos que entra en el túnel, se cruza con nosotros? Un razonamiento sencillo nos muestra que  $t$  está dado por

$$t = l/v - l/c . \quad (21)$$

En otras palabras, el coche que se acerca parece tener una velocidad  $v_{\text{appr}}$  de

$$v_{\text{appr}} = \frac{l}{t} = \frac{vc}{c-v} , \quad (22)$$

que es mayor que  $c$  para cualquier velocidad del coche  $v$  mayor que  $c/2$ . Para los coches esto no debe ocurrir muy a menudo, pero los astrónomos conocen un tipo de objeto brillante llamado *quasar* (una contracción de ‘objeto cuasi-estelar’), que algunas veces emite chorros de gas a gran velocidad. Si la emisión ocurre en una dirección cercana a la Tierra, su velocidad aparente – incluso la componente puramente transversal – es mayor que  $c$ . Tales situaciones se observan regularmente con telescopios.

**Ref. 72**

Destaquemos que, para un segundo observador en la *entrada* del túnel, la velocidad

aparente del coche que *se aleja* viene dada por

$$v_{\text{leav}} = \frac{vc}{c+v}, \quad (23)$$

que *nunca* es mayor que  $c/2$ . En otras palabras, los objetos nunca se ven alejarse a más de la mitad de la velocidad de la luz.

La historia tiene un giro final. Acabamos de ver que el movimiento más rápido que la luz puede observarse de varias maneras. Pero, ?'podría un *objeto* que se mueve más rápido que la luz ser observado en absoluto? Sorprendentemente, sólo podría observarse de una manera muy inusual. En primer lugar, puesto que tal objeto imaginario – normalmente llamado *taquíon* – se mueve más rápido que la luz, nunca podremos verlo acercándose. Si pudiésemos ver un taquíon sería sólo al alejarse. Ver un taquíon sería similar a escuchar un reactor supersónico. Sólo *después* de que el *taquíon* haya pasado cerca, asumiendo que sea visible a la luz del día, podríamos darnos cuenta de él. Primero veríamos un flash de luz, que corresponde al ‘bang’ de un avión rompiendo la barrera del sonido. Entonces veríamos *dos* imágenes del taquíon, apareciendo en algún lugar del espacio y alejándose en sentidos opuestos, como puede deducirse de la Figura 33. Incluso si una de las imágenes estuviese aproximándose a nosotros, sería cada vez más pequeña y lejana. Este es, cuando menos, un comportamiento bastante inusual. Más aún, si quisieras ver un taquíon de noche, iluminándolo con una linterna, !‘tendrías que girar la cabeza en la dirección opuesta al brazo con la linterna! Este requerimiento también se deduce del diagrama espacio-tiempo: ?‘ves cómo? Nadie ha visto nunca un fenómeno así. Los taquiones, si existen, son objetos muy extraños: ellos se acelerarían cuando pierden energía, un taquíon sin energía sería el más rápido de todos, con una velocidad infinita. Por si esto fuera poco, la dirección del movimiento del taquíon depende del movimiento del observador. Nunca se ha observado un objeto con estas propiedades. Peor aún, como acabamos de decir, los taquiones parecerían aparecer de la nada, desafiando las leyes de conservación; y como los taquiones no se pueden ver en el sentido usual de la palabra, no pueden tocarse tampoco, ya que ambos procesos se deben a interacciones electromagnéticas, como veremos más adelante en nuestro ascenso a la Montaña del Movimiento. Por tanto, los taquiones no pueden ser objetos en el sentido usual del término. En la segunda parte de nuestra aventura veremos que la teoría cuántica realmente *prohibe* la existencia de taquiones (reales). Sin embargo, la teoría cuántica también necesita de la existencia de taquiones ‘virtuales’, como descubriremos.

Desafío 66 e

Ref. 74

Página 68

### LA PARALELA DE LA PARALELA NO ES PARALELA – ROTACIÓN DE THOMAS

La relatividad tiene consecuencias realmente extrañas. Dos observadores cualesquiera pueden mantener una vara paralela a la del otro, incluso aunque ellos estén en movimiento relativo. Pero, extrañamente, en una cadena de varas en la que dos varas adyacentes sean siempre paralelas, la primera y la última varas *no* serán paralelas en general. En particular, *nunca* lo serán si el movimiento de los distintos observadores se produce en direcciones diferentes, como sucede cuando los vectores de velocidad forman un bucle.

El montaje más sencillo se muestra en la Figura 34. En la relatividad especial, una

concatenación general de ‘‘boots’’ no da lugar a un ‘‘boost’’ puro, sino a un ‘‘boost’’ más una rotación. Como resultado, las varas situadas en los extremos de una cadena de varas paralelas normalmente no serán paralelas entre sí.

Un ejemplo de este efecto aparece en el movimiento de rotación. Si andamos rápidamente en círculos sujetando una vara, manteniéndola siempre paralela a la dirección que acaba de tener, al finalizar el círculo la vara formará un cierto ángulo con respecto a su orientación original. De forma similar, el eje de rotación de un cuerpo que orbita alrededor de un segundo cuerpo *no* estará apuntando en la misma dirección tras una vuelta. Este efecto se llama *precesión de Thomas*, por Llewellyn Thomas, que lo descubrió en 1925, 20 años después del nacimiento de la relatividad especial. Había escapado a la atención de docenas de otros físicos famosos. La precesión de Thomas es importante para el funcionamiento interno de los átomos; volveremos sobre esto en una sección posterior de nuestra aventura. Estos sorprendentes fenómenos son puramente relativistas y, por tanto, sólo se pueden medir en el caso de velocidades comparables a la de la luz.

#### UNA HISTORIA INTERMINABLE – TEMPERATURA Y RELATIVIDAD

La bibliografía sobre la temperatura es confusa. Albert Einstein y Wolfgang Pauli estaban de acuerdo sobre el siguiente resultado: la temperatura  $T$  vista por un observador que se mueve con velocidad  $v$  se relaciona con la temperatura  $T_0$  medida por un observador en reposo con respecto al baño térmico mediante

$$T = T_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (24)$$

Un observador en movimiento siempre mide valores menores que uno en reposo.

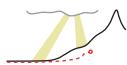
En 1908, Max Planck utilizó esta expresión, junto con la correspondiente transformación para el calor, para deducir que la entropía es invariante frente a las transformaciones de Lorentz. Al ser el descubridor de la constante de Boltzmann  $k$ , Planck probó de esta manera que la constante es un invariante relativista.

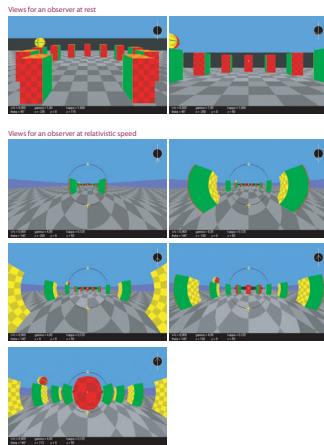
No todos los investigadores están de acuerdo con la expresión. Otros mantienen que  $T$  y  $T_0$  deberían intercambiarse en la transformación de la temperatura. También se han propuesto otras potencias distintas de la sencilla raíz cuadrada de esta expresión. El origen de estas discrepancias es sencillo: la temperatura sólo está definida en situaciones de equilibrio, es decir, para baños térmicos. Pero un baño para un observador no lo es para otro. Para velocidades pequeñas, un observador en movimiento ve una situación que es *casi* un baño térmico; pero a velocidades mayores el asunto se vuelve complejo. La temperatura se deduce de la velocidad de las partículas materiales, tales como las moléculas y los átomos. Para un observador en movimiento, no hay una manera adecuada de medir la temperatura. La temperatura medida en un primer intento depende incluso !‘del intervalo de energías de las partículas materiales que se midan! En pocas palabras, el equilibrio térmico no es un concepto independiente del observador. Por tanto, no hay *ninguna* fórmula correcta para la transformación de la temperatura. (Con algunas suposiciones adicionales la expresión de Planck parece que es correcta.) De hecho, ni siquiera hay observaciones experimentales que pudieran utilizarse para validar las fórmulas propuestas. Realizar una medida así es un desafío para futuros experimentadores – pero no

para la relatividad en sí misma.

#### RESUMEN

Para todos los sistemas físicos, la medida local de velocidad energía, la velocidad del observador y la velocidad de la señal medida están limitadas por  $c = 299\,782\,458 \text{ m/s}$ , la velocidad de la luz en el vacío. Como resultado, el tiempo, la edad, la distancia, la longitud, el color, la orientación espacial, los ángulos y la temperatura, siempre que se pueda definir, dependen del observador. Por el contrario, la velocidad de la luz en el vacío  $c$  es invariable.





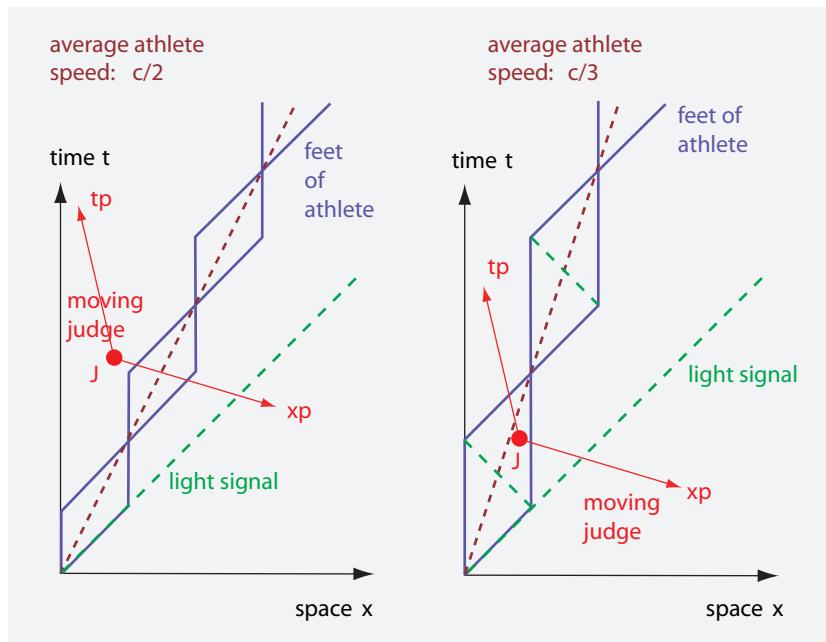
**FIGURA 27** Vuelo a través de doce columnas verticales (mostradas en las dos imágenes de arriba) a una velocidad 0.9 veces la de la luz, según Nicolai Mokros and Norbert Dragon, que muestra el efecto de la velocidad y la posición en las distorsiones (© Nicolai Mokros)



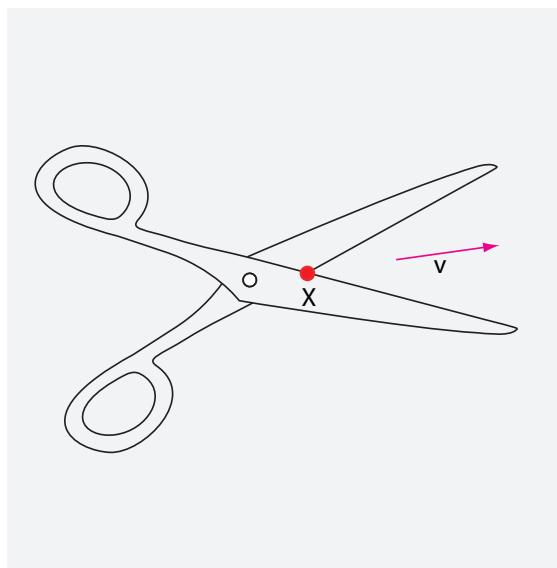
**FIGURA 28** Vuelo a través de tres columnas rectas y verticales a 0.9 veces la velocidad de la luz, según Daniel Weiskopf: a la izquierda con sus colores originales; en el centro incluyendo el efecto Doppler; y a la derecha incluyendo los efectos de cambio de brillo, es decir, mostrando lo que un observador vería realmente (© Daniel Weiskopf)



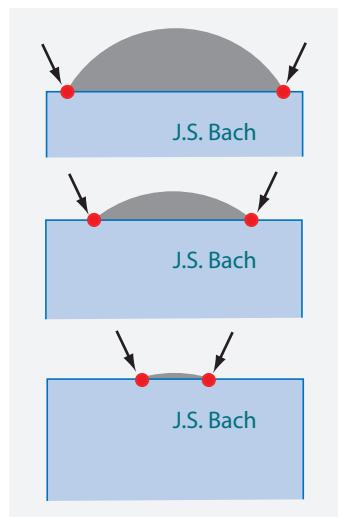
**FIGURA 29** Lo que observan un investigador en reposo y otro corriendo rápidamente por un corredor (ignorando los efectos de color) (© Daniel Weiskopf)



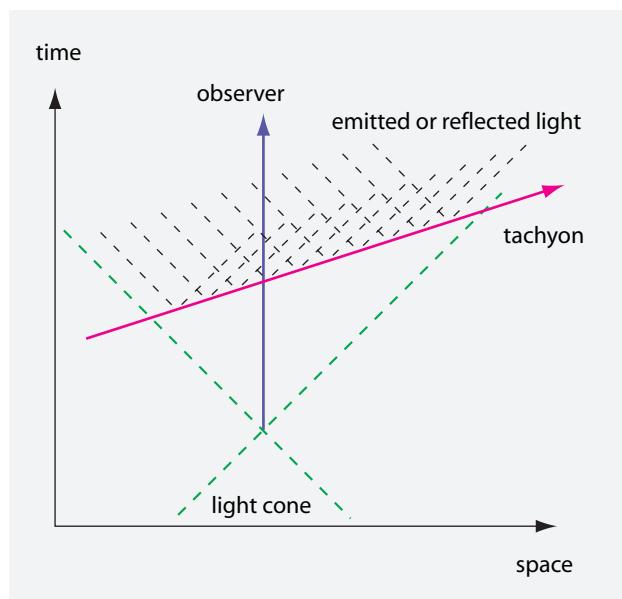
**FIGURA 30** Para el atleta de la izquierda, el juez en movimiento en el sentido contrario ve ambos pies separados del suelo en algunos instantes, pero no para el atleta de la derecha.



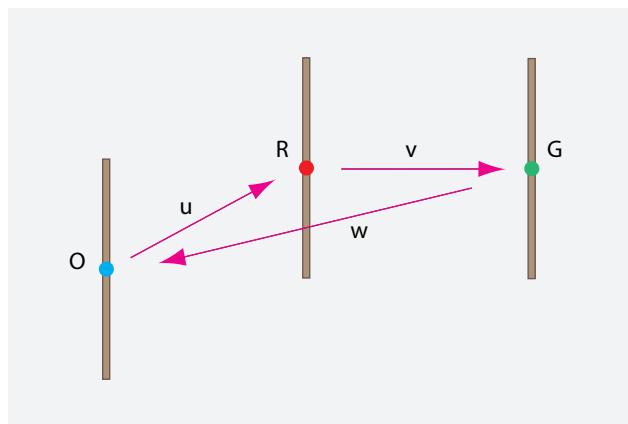
**FIGURA 31** Un ejemplo sencillo de un movimiento que es más rápido que el de la luz.



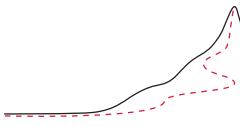
**FIGURA 32** Otro ejemplo de movimiento más rápido que la luz.



**FIGURA 33** Diagrama espacio-tiempo de una hipotética observación de un taquíon.



**FIGURA 34** Si la vara de O es paralela a la de R y esta a su vez es paralela a la de G, entonces las varas de O y de G no son paralelas.



## APPENDIX 2

# MECÁNICA RELATIVISTA

Dado que la velocidad de la luz es constante y que las velocidades no se suman, necesitamos replantearnos la definición de masa, momento y energía. Necesitamos, por tanto, reelaborar la mecánica desde el principio.

### LA MASA EN LA RELATIVIDAD

En la física galileana, la razón entre las masas de dos cuerpos se definió utilizando

Página ??

colisiones; venía dada por el inverso de la razón entre cambios de velocidad

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}. \quad (25)$$

Sin embargo, los experimentos muestran que la expresión debe ser diferente para velocidades cercanas a la de la luz. De hecho, los experimentos no son necesarios: usando tan sólo el raciocinio se puede mostrar esto. ?Puedes hacerlo tú?

Desafío 67 ny

Ref. 80

Sólo hay una solución a este problema. Los dos teoremas de conservación galileanos,  $\sum_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const}$  para el momento y  $\sum_i m_i = \text{const}$  para la masa, tienen que cambiarse a

$$\sum_i \gamma_i m_i \mathbf{v}_i = \text{const} \quad (26)$$

y

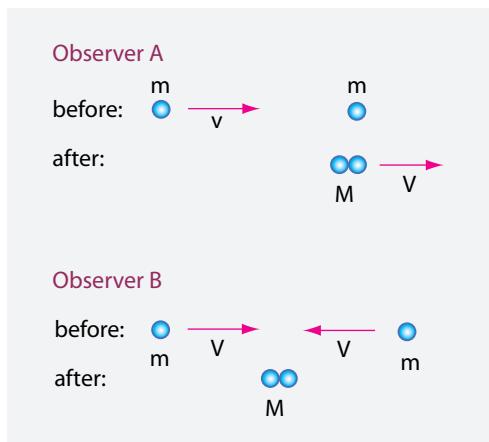
$$\sum_i \gamma_i m_i = \text{const}. \quad (27)$$

Desafío 68 s

Estas expresiones, que se mantendrán válidas durante todo lo que nos queda de ascenso a la Montaña del Movimiento, implican, entre otras cosas, que la teletransportación *no* es posible en la naturaleza. (?Podrías confirmar esto?) Para recuperar la física galileana, obviamente, los factores de corrección relativistas  $\gamma_i$  tienen que ser prácticamente iguales a 1 para velocidades cotidianas, es decir, para velocidades mucho menores que la de la luz.

Incluso si no supiéramos el valor del factor de corrección relativista, podemos deducirlo de la colisión mostrada en la Figura 35.

En el primer sistema de referencia (A) tenemos  $\gamma_v m v = \gamma_V M V$  y  $\gamma_v m + m = \gamma_V M$ . De las observaciones desde el segundo sistema de referencia (B) deducimos que  $V$  com-



**FIGURA 35** Una colisión inelástica vista desde dos sistemas de referencia inerciales distintos.

Desafío 69 e puesto con  $V$  da  $v$ , en otras palabras, que

$$v = \frac{2V}{1 + V^2/c^2}. \quad (28)$$

Cuando se combinan estas ecuaciones, se encuentra que la corrección relativista  $\gamma$  depende de la magnitud de la velocidad  $v$  mediante

$$\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (29)$$

Con esta expresión, y una generalización de la situación de la física galileana, la razón entre las masas de dos partículas que colisionan se define como la razón

$$\frac{m_1}{m_2} = -\frac{\Delta(\gamma_2 v_2)}{\Delta(\gamma_1 v_1)}. \quad (30)$$

(Aquí no damos la definición generalizada de masa mencionada en el capítulo sobre [Página ??](#) mecánica galileana, que se basa en los cocientes entre aceleraciones, que descubriremos pronto.) Los factores de corrección  $\gamma_i$  nos aseguran que la masa definida por esta ecuación sea la misma que la definida en la mecánica galileana, y que sea la misma para todos los tipos de colisión que pueda tener un cuerpo.\* De este modo, la masa continúa siendo una magnitud que caracteriza la dificultad de acelerar un cuerpo y puede utilizarse también para *sistemas* de cuerpos.

Siguiendo el ejemplo de la física galileana, llamaremos a la magnitud

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (31)$$

Desafío 70 e

---

\* Los resultados de más adelante también muestran que  $\gamma = 1 + T/mc^2$ , donde  $T$  es la energía cinética de la partícula.

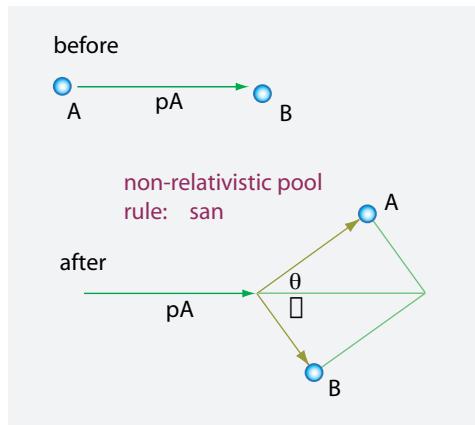


FIGURA 36 Una útil regla para jugar al billar no relativista.

el momento (lineal) relativista (tridimensional) de una partícula. De nuevo, el momento total se conserva en un sistema que no esté sujeto a influencias externas, y esta conservación es una consecuencia directa de la manera en que la masa se ha definido.

Para velocidades bajas, o  $\gamma \approx 1$ , el momento relativista es el mismo que en la física galileana, y es proporcional a la velocidad. Pero para velocidades mayores, el momento aumenta más rápidamente que la velocidad, tendiendo a infinito cuando nos aproximamos a la velocidad de la luz.

#### POR QUÉ EL BILLAR RELATIVISTA ES MÁS DIFÍCIL.

Hay una propiedad bien conocida de las colisiones entre una esfera o partícula en movimiento y una en reposo de *la misma* masa que es importante cuando se juega al billar. Tras una colisión así, las dos esferas se alejarán formando un *ángulo recto* entre ellas, como se muestra en la Figura 36.

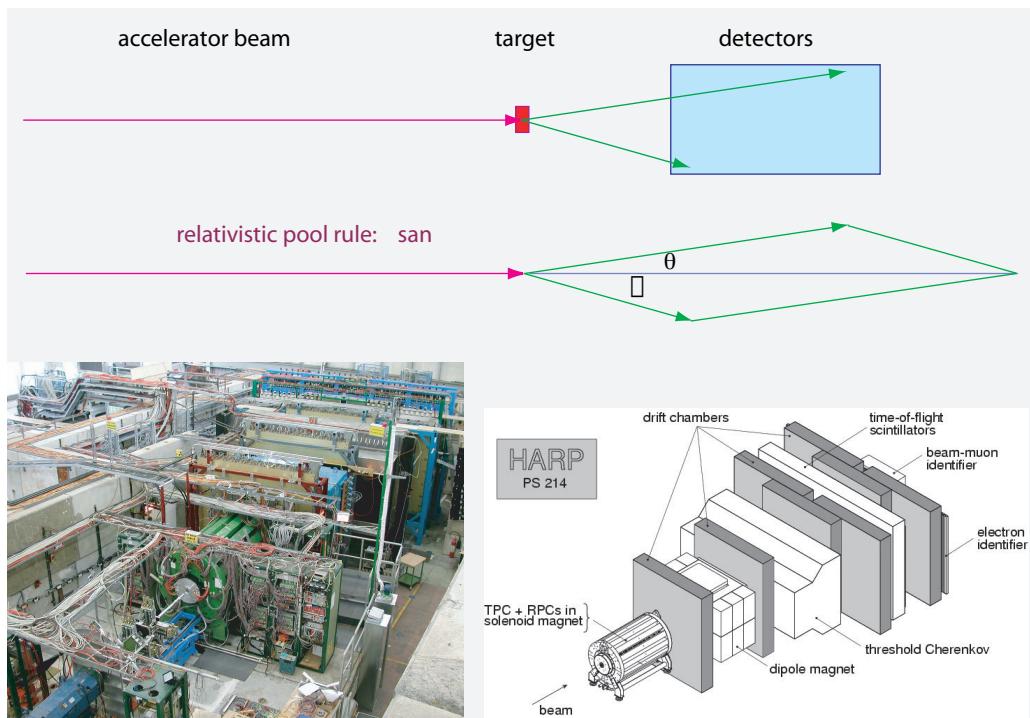
Sin embargo, los experimentos muestran que la regla del ángulo recto *no* es válida para las colisiones relativistas. De hecho, utilizando la conservación del momento y un poco de destreza puedes calcular que

$$\tan \theta \tan \varphi = \frac{2}{\gamma + 1}, \quad (32)$$

donde los ángulos están definidos en la Figura 37. De ahí obtenemos que la suma  $\varphi + \theta$  es *menor* que un ángulo recto en el caso relativista. Las velocidades relativistas, por tanto, cambian completamente el juego del billar. De hecho, todos los físicos que trabajan con aceleradores de partículas saben esto: para electrones o protones, estos ángulos pueden deducirse fácilmente de las fotografías tomadas en las cámaras de niebla, que muestran los trazos dejados por las partículas cuando se mueven a través de ellas. Todas esas fotografías confirman la expresión de arriba. De hecho, las formas de los detectores se eligen de acuerdo a la expresión (32), como se esquematiza en la Figura 37. Si la fórmula – y la relatividad – estuviese equivocada, la mayoría de estos detectores no funcionarían, ya que dejarían sin detectar a la mayoría de las partículas tras la colisión. De hecho, estos

Desafío 71 e

Ref. 18



**FIGURA 37** Las dimensiones de los detectores en los aceleradores de partículas se basan en la regla de ángulos del billar relativista.

Desafío 72 ny

experimentos también prueban la fórmula para la composición de velocidades. ?Puedes confirmar esto?

### MASA Y ENERGÍA SON EQUIVALENTES

Desafío 73 s

Volvamos a la colisión inelástica y colineal de la [Figura 35](#). ?Cuál es la masa  $M$  del sistema final? Los cálculos muestran que

$$M/m = \sqrt{2(1 + \gamma_v)} > 2 . \quad (33)$$

En otras palabras, la masa del sistema final es *mayor* que la suma de las dos masas originales  $m$ . En contraste con la mecánica galileana, la suma de todas las masas de un sistema *no* es una magnitud conservada. Sólo la suma  $\sum_i \gamma_i m_i$  de las masas corregidas lo es.

La relatividad proporciona una solución a este puzzle. Todo queda aclarado si la *energía*  $E$  de un objeto de masa  $m$  y velocidad  $v$  viene dada por la expresión

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} , \quad (34)$$

tanto para el sistema total como para cada componente. La conservación de la masa corregida puede interpretarse entonces como la conservación de la energía, simplemente

sin el factor  $c^2$ . En el ejemplo de dos masas idénticas que colisionan, las dos partículas están descritas por su masa y energía, y el sistema final tiene la energía  $E$  dada por la suma de las energías de los dos cuerpos. En particular, la energía  $E_0$  de un cuerpo *en reposo* y con masa  $m$  es

$$E_0 = mc^2 , \quad (35)$$

que es quizás el más bello y famoso descubrimiento de la física moderna. Como  $c^2$  es tan grande, podemos decir que *la masa es energía concentrada*. En otras palabras, la relatividad especial dice que toda masa tiene energía, y que toda forma de energía de un sistema tiene masa. Incrementar la energía de un sistema incrementa su masa, y reducir su energía reduce su masa. Si una bomba explota dentro de una caja cerrada, la masa, el peso y el momento de la caja es el mismo antes y después de la explosión, pero la masa combinada de todos los residuos de la explosión será *menor* que antes. Todas las bombas – no sólo las nucleares – toman su energía de su reducción de masa. Además, toda acción sobre un sistema – tal y como una caricia, una sonrisa o una mirada – toma su energía de una reducción de su masa.

La energía cinética  $T$  está dada por

$$T = \gamma mc^2 - mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}m\frac{v^4}{c^2} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}m\frac{v^6}{c^4} + \dots \quad (36)$$

Desafío 74 e

(utilizando el teorema del binomio) que se reduce al valor galileano sólo para velocidades pequeñas.

La equivalencia entre masa y energía  $E = \gamma mc^2$  implica que tomar *cualquier* cantidad de energía de la materia resulta en una reducción de su masa. Cuando una persona toca el piano, piensa o corre, su masa disminuye. Cuando una taza de té se enfriá o cuando una estrella brilla, su masa disminuye. La equivalencia entre masa y energía penetra en toda la naturaleza.

Por cierto, deberíamos distinguir cuidadosamente la transformación de *masa* en energía de la transformación de *materia* en energía. Lo segundo es mucho más raro. ?'Puedes dar algunos ejemplos?

Desafío 75 s

La relación entre masa y energía (34) implica la muerte de muchas fantasías de la ciencia-ficción. Implica que *no hay* fuentes de energía desconocidas en las proximidades de la Tierra. Si tales fuentes de energía existieran, podríamos medirlas a partir del efecto de+ su masa. Muchos experimentos han buscado, y continúan haciéndolo, tales efectos con un resultado negativo. No hay energía libre en la naturaleza.\*

La relación entre masa y energía  $m = E_0/c^2$  también implica que uno necesita alrededor de noventa mil millones de kilojulios (o ventiun mil millones de kilocalorías) para incrementar la masa en un único gramo. Por supuesto !'los dietistas tendrán una opinión ligeramente diferente sobre este asunto! De hecho, los humanos toman cada día su energía del material que comen, beben y respiran reduciendo su masa combinada antes de expelerlos de nuevo. Sin embargo, este *defecto químico de masa* que aparece cuando se

Página 219

---

\* Podría haber dos formas de energía extremadamente diluidas y aún no descubiertas, llamadas *materia oscura* y (pudiendo llevar a confusión) *energía oscura*, distribuidas por el universo. Se han deducido de medidas de masa bastante difíciles. El asunto aún no está resuelto definitivamente.

quema combustible no puede medirse aún pesando los materiales antes y después de la reacción: la diferencia es demasiado pequeña debido al factor de conversión tan grande que está implicado. De hecho, las energías involucradas en las reacciones químicas son del orden de 1 aJ (6 eV) por enlace; lo que nos da una diferencia de masa del orden de una parte en  $10^{10}$ , demasiado pequeña para ser medida pesando gente o determinando diferencias de masa entre comida y excremento. Por tanto, para los procesos químicos del día a día la masa puede considerarse constante, en acuerdo con la física de Galileo.

La equivalencia entre masa y energía se ha confirmado por todos los experimentos realizados hasta ahora. La medida es sencilla para el *defecto de masa nuclear*. El experimento más preciso, de 2005, confirmó la relación entre masa y energía con más de seis dígitos significativos, al comparar la diferencia de masas de núcleos atómicos antes y después de capturar un neutrón por una parte, y la energía de los rayos gamma emitidos, por otra parte.

Ref. 81

Ref. 82

Los métodos modernos de medir la masa de moléculas individuales han hecho posible medir el defecto de masa *químico*, comparando la masa de una única molécula con la que tienen los átomos que la componen. El grupo de David Pritchard ha desarrollado lo que denominan *trampas de Penning*, que permiten determinar masas a partir de medidas de frecuencias; la precisión obtenible en estos experimentos de resonancia ciclotrón es suficiente como para confirmar que en los enlaces químicos  $\Delta E_0 = \Delta mc^2$ . En el futuro, la precisión cada vez mayor podrá permitir medir las energías de enlace de esta manera. Puesto que la energía de enlace es emitida a menudo como luz, podemos decir que estas técnicas modernas hacen posible *pesar la luz*.

Desafío 76 e

Pensar sobre la luz y su masa fue la base para la primera deducción de la relación de masa y energía de Einstein. Cuando un objeto emite dos haces de luz iguales en direcciones opuestas, su energía disminuye en la cantidad emitida. Puesto que los dos haces de luz son iguales en energía y momento, el cuerpo no se mueve. Si describimos la situación desde el punto de vista de un observador en movimiento, vemos de nuevo que la *energía en reposo* del objeto es

$$E_0 = mc^2 . \quad (37)$$

En resumen, todos los procesos físicos, incluyendo las colisiones, necesitan un tratamiento relativista siempre que la energía involucrada sea una fracción apreciable de la energía en reposo.

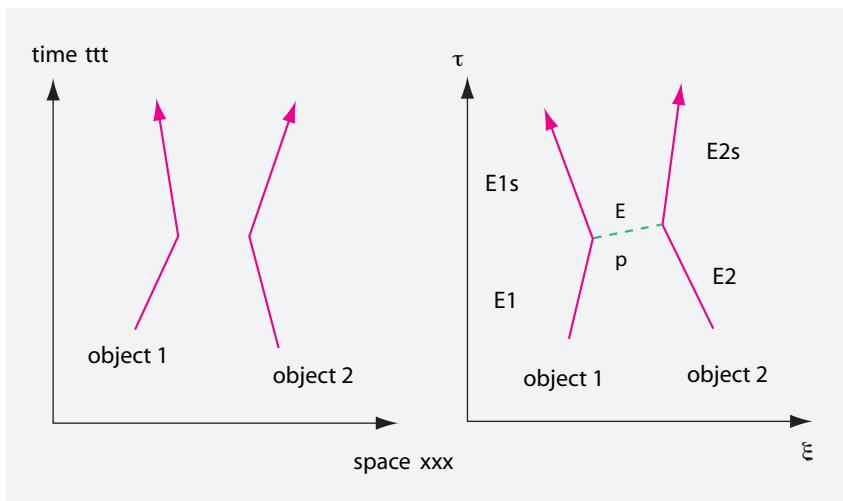
Todos los incrementos de energía producen un incremento de masa. Por tanto, calentar un cuerpo lo hace más pesado. Sin embargo, este efecto es tan débil que nadie ha podido medirlo hasta el día de hoy. Es un desafío para los científicos experimentales llegar a hacerlo algún día.

Desafío 77 e

?‘Cómo se relacionan la energía y el momento? Las definiciones de momento (31) y energía (34) llevan a dos relaciones básicas. En primer lugar, sus magnitudes están relacionadas por

$$m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2 \quad (38)$$

para todos los sistemas relativistas, sean objetos o – como veremos más abajo – radiación.



**FIGURA 38** Diagrama espacio-tiempo de una colisión para dos observadores.

Para el *vector* momento tenemos la otra relación importante

$$\mathbf{p} = \frac{E}{c^2} \mathbf{v}, \quad (39)$$

que es igualmente válida para *cualquier* tipo de energía en movimiento, sea de un objeto o de un pulso de radiación.\* Usaremos ambas relaciones a menudo en lo que nos queda de ascenso a la Montaña Movimiento, incluyendo la siguiente discusión.

#### COLISIONES, OBJETOS VIRTUALES Y TAQUIONES

Acabamos de ver que en las colisiones relativistas la conservación de la energía total y el momento es una consecuencia intrínseca de la definición de masa. Echemos ahora un vistazo a las colisiones con mayor detalle, utilizando estos nuevos conceptos. Una *colisión* es un proceso, es decir, una serie de eventos para los que

- el momento total antes de la interacción y tras la interacción es el mismo;
- el momento cambia en una pequeña región del espacio-tiempo;
- para velocidades pequeñas es válida la descripción galileana.

En la vida cotidiana, un *impacto*, es decir, una interacción de corta distancia, es el evento en el que ambos objetos cambian momento. Pero los dos objetos que colisionan están localizados en puntos *diferentes* cuando esto ocurre. Una colisión, por tanto, se describe mediante un diagrama espacio-tiempo tal y como el de la izquierda de la **Figura 38**, que nos recuerda a la constelación de Orion. Es fácil comprobar que el proceso descrito por un diagrama así es una colisión de acuerdo con la definición dada anteriormente.

La mitad derecha de la **Figura 38** muestra el mismo proceso visto por otro sistema de referencia. El observador griego dice que el primer objeto ha cambiado su momento

Desafío 78 e

Ref. 83

Desafío 79 e

\* En la notación de tetravectores, podemos escribir que  $v/c = \mathbf{P}/P_0$ , donde  $P_0 = E/c$ .

antes que el segundo. Esto significaría que !'hay un corto intervalo de tiempo en el que ni el momento ni la energía se conservan!'

La única manera de entender esta situación es asumiendo que hay un tercer objeto, dibujado con una línea puntuada. Busquemos las propiedades de ese objeto. Si damos subíndices numéricos a las masas, energías y momentos de los dos cuerpos, y les ponemos una prima ('') tras la colisión, la masa desconocida  $m$  obedece

$$m^2 c^4 = (E_1 - E'_1)^2 - (p_1 - p'_1)^2 c^2 = 2m_1^2 c^4 - 2E_1 E'_1 \left( \frac{1 - v_1 v'_1}{c^2} \right) < 0 . \quad (40)$$

Este es un resultado extraño, ya que implica que la masa desconocida !'es un *número imaginario*!!\* Además de todo esto, vemos directamente del segundo gráfico que el objeto intercambiado se mueve más rápido que la luz. Es un *taquíon*, del griego ταχύς 'veloz'. En otras palabras, !'las colisiones involucran movimiento más rápido que la luz! Varemos más tarde que las colisiones son, de hecho, los *únicos* procesos donde los taquiones juegan un papel en la naturaleza. Puesto que los objetos intercambiados aparecen sólo durante las colisiones, nunca por sí mismos, se llaman *objetos virtuales*, para distinguirlos de los usuales *objetos reales*, que pueden moverse libremente sin restricciones.\*\* Estudiaremos sus propiedades más adelante, cuando discutamos la teoría cuántica.

En la naturaleza, un taquíon es siempre un objeto virtual. Los objetos reales son siempre *bradiónes* – del griego βραδύς 'lento' – u objetos que se mueven más despacio que la luz. Nótese que los taquiones, a pesar de su gran velocidad, no permiten transportar energía más rápido que la luz; y que no violan la causalidad si, y sólo si, son emitidos y absorbidos con la misma probabilidad. ?'Podrías confirmar esto?

Cuando estudiemos teoría cuántica, descubriremos que una interacción general de contacto entre objetos se describe no mediante el intercambio de unos *únicos* objetos virtuales, sino mediante un *flujo* continuo de partículas virtuales. En las colisiones normales del día a día, la interacción resulta ser electromagnética. En ese caso, las partículas intercambiadas son fotones virtuales. En otras palabras, cuando una mano toca a otra, cuando empuja una piedra, o cuando una montaña soporta los árboles sobre ella, se intercambian continuamente chorros de fotones virtuales.

Hay un secreto más escondido en las colisiones. En la parte de la derecha de la Figura 38, el taquíon es emitido por el primer objeto y absorbido por el segundo. Sin embargo, es fácil imaginar un observador para el que ocurra lo contrario. Es decir, !'el sentido en el que viaja el taquíon depende del observador! De hecho esto es una pista de la existencia de la *antimateria*. En los diagramas espacio-tiempo la materia y la antimateria viajan

\* Es usual cambiar la relación entre masa y energía y la relación entre masa y momento de los taquiones a  $E = \pm mc^2 / \sqrt{v^2/c^2 - 1}$  y  $p = \pm mv / \sqrt{v^2/c^2 - 1}$ ; esto lleva a una redefinición de  $m$ . Tras la redefinición, los taquiones tienen masas *reales*. Las relaciones entre energía y momento muestran que los taquiones pierden energía cuando ganan velocidad. (Una afirmación provocativa: un único taquíon en una caja nos daría toda la energía que pudiésemos necesitar.) Ambos signos para la energía y el momento deben mantenerse, porque en caso contrario la equivalencia de todos los observadores inerciales no sería generada. Los taquiones no tienen ni energía ni momento mínimos.

\*\* Con más precisión, una partícula virtual no obedece la relación  $m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$ , válida para partículas reales.

Desafío 80 e

Desafío 81 ny

Página ??

Desafío 82 s

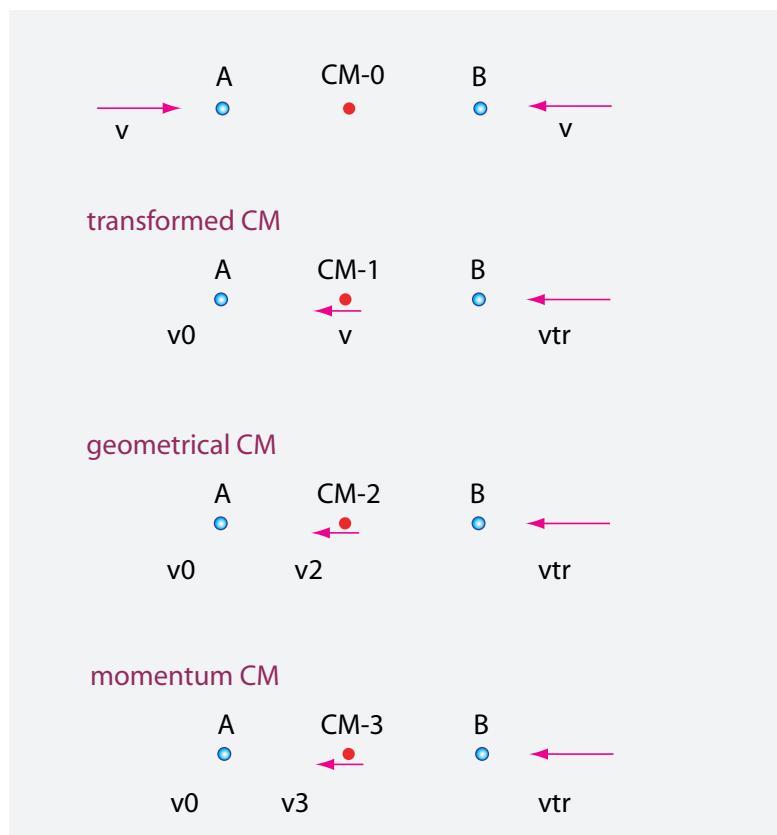


FIGURA 39 No hay manera de definir un centro de masas relativista.

en sentidos opuestos. La relación entre relatividad y antimateria será más evidente en la Página ?? teoría cuántica.

#### SISTEMAS DE PARTÍCULAS – NO HAY CENTRO DE MASAS

La relatividad también nos fuerza a eliminar el valioso concepto de *centro de masas*. Podemos ver esto ya en el caso más simple posible: aquel en el que dos objetos iguales chocan.

Ref. 85 La Figura 39 muestra que desde el punto de vista en el que una de las dos partículas que colisionan está en reposo, hay al menos tres formas distintas de definir el centro de masas. En otras palabras, el centro de masas no es un concepto independiente del observador. Podemos deducir de la figura que el concepto sólo tiene sentido para aquellos sistemas cuyos componentes se muevan con velocidades relativas *pequeñas*. Para un sistema más general, el centro de masas no está definido de forma única. ?'Nos molesta esto en nuestro ascenso a la Montaña Movimiento? No. Estamos más interesados en el movimiento de partículas individuales que en objetos compuestos o sistemas.

### ?‘POR QUÉ LA MAYORÍA DE LOS MOVIMIENTOS SON TAN LENTOS?’

Para la mayoría de los sistemas cotidianos, los intervalos de tiempo medidos por dos observadores diferentes son prácticamente iguales; sólo a grandes velocidades relativas, típicamente mayores que un tanto por ciento de la velocidad de la luz, hay diferencias significativas. La mayoría de tales situaciones son microscópicas. Ya hemos mencionado a los electrones dentro de un tubo de televisor o en un acelerador de partículas. Las partículas que componen la radiación cósmica son otro ejemplo: su alta energía ha producido muchas de las mutaciones que son la base de la evolución de animales y plantas de este planeta. Más tarde descubriremos que las partículas que aparecen en la radioactividad son también relativistas.

Pero, ?‘por qué no observamos ningún cuerpo rápido *macroscópico*? Los cuerpos en movimiento, incluyendo a los observadores, con velocidades relativistas tienen unas propiedades que no se encuentran en la vida cotidiana: cuando se ven envueltos en una colisión, parte de su energía se convierte en nueva materia mediante  $E = \gamma mc^2$ . En la historia del universo esto ha ocurrido tantas veces que prácticamente todos los cuerpos que aún tienen velocidades relativistas son microscópicos.

Un segundo motivo por el que desaparece el movimiento relativo rápido es el amortiguamiento por radiación. ?‘Imaginas que ocurre a las cargas eléctricas durante las colisiones, o en un baño de luz?

Desafío 83 s

Página 231

En definitiva, casi toda la materia del universo se mueve con una velocidad relativa pequeña con respecto a otra materia. Los pocos contraejemplos conocidos, o son muy antiguos, como los chorros de los cuásar mencionados anteriormente, o se detienen tras un corto periodo de tiempo. Las enormes cantidades de energía necesarias para conseguir movimiento relativista de cuerpos macroscópicos aún se encuentran en explosiones de supernova, pero dejan de existir tras unas pocas semanas. El universo está lleno principalmente de movimiento lento porque es *viejo*. Determinaremos su edad en breve.

### LA HISTORIA DE LA FÓRMULA DE EQUIVALENCIA ENTRE MASA Y ENERGÍA

A Albert Einstein le llevó varios meses tras la publicación de su primer artículo sobre relatividad especial deducir la expresión

$$E = \gamma mc^2 \quad (41)$$

Ref. 19 que es llamada a menudo la fórmula más famosa de la Física. La publicó en un segundo artículo, al final de 1905. La fórmula pudo haberse descubierto perfectamente treinta años antes, de la teoría del electromagnetismo.

De hecho, al menos una persona dedujo el resultado antes que Einstein. En 1903 y 1904, *antes* del primer artículo de Einstein sobre relatividad, un ingeniero italiano poco conocido, Olinto De Pretto, fue el primero en calcular, discutir y publicar la fórmula  $E = mc^2$ .<sup>\*</sup> Es perfectamente posible que Einstein tomara la idea de la fórmula de De

---

\* Umberto Bartocci, profesor de matemáticas de la Universidad de Perugia, en Italia, publicó los detalles de esta sorprendente historia en varios artículos. El relato completo se encuentra en su libro UMBERTO BARTOCCHI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ultreja, 1998.

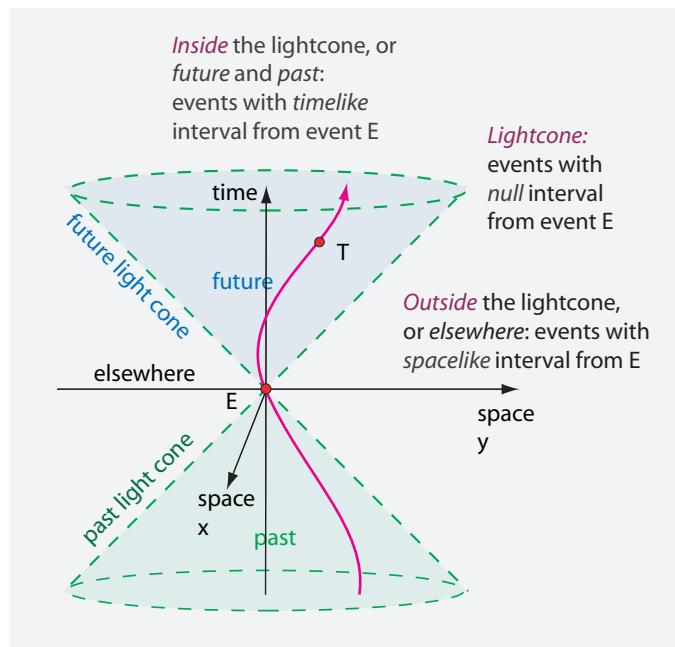


FIGURA 40 El diagrama espacio-tiempo de un objeto móvil T.

Pretto, posiblemente a través del amigo de Einstein Michele Besso u otro de los amigos italoparlantes que conoció cuando visitó a sus padres, o que estaban viviendo en Italia en ese tiempo. Por supuesto, el valor de los esfuerzos de Einstein no disminuye por esto.

De hecho, una fórmula similar había sido deducida también en 1904 por Friedrich Ref. 86 Hasenöhrl y publicada en Annalen der Physik en 1905, antes que Einstein, aunque con un factor numérico incorrecto debido a un error de cálculo. La fórmula  $E = mc^2$  también forma parte de varias expresiones en dos publicaciones de 1900 de Henri Poincaré. El auténtico héroe de esta historia podría ser Toliver Preston, que discutió la equivalencia entre masa y energía ya en 1875, en su libro *Physics of the Ether*. La equivalencia entre masa y energía estaba ya flotando en el aire, tan sólo esperando a ser descubierta.

En los años 70 del siglo pasado ocurrió una historia similar: se descubrió una sencilla relación entre la aceleración gravitacional y la temperatura del vacío. El resultado había estado esperando ser descubierto más de 50 años. De hecho, se encontró un cierto número de resultados anteriores similares en las bibliotecas. ¿Podría haber otras relaciones sencillas ocultas en la física moderna esperando a ser descubiertas?

Desafío 84 s

#### 4-VECTORES

Para describir el movimiento de forma consistente para *todos* los observadores, tenemos que introducir algunas magnitudes nuevas. En primer lugar, el movimiento de las partículas se ve como una secuencia de eventos. Para describir los eventos con precisión, usamos coordenadas de eventos, también llamadas *tetracoordenadas*. Se escriben como

$$\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x}) = (ct, x, y, z) = X^i . \quad (42)$$

De esta manera, un evento es un punto de el espacio-tiempo tetradimensional y es descrito por cuatro coordenadas. Las coordenadas son una temporal  $X^0 = ct$ , y tres espaciales, normalmente llamadas  $X^1 = x$ ,  $X^2 = y$  y  $X^3 = z$ . Podemos definir la *distancia d* entre dos eventos como la longitud de el vector diferencia. De hecho, normalmente se usa el cuadrado de la longitud, para evitar tantas raíces cuadradas. En la relatividad especial, la norma ('longitud al cuadrado') de un vector se define siempre mediante

$$\mathbf{XX} = X_0^2 - X_1^2 - X_2^2 - X_3^2 = ct^2 - x^2 - y^2 - z^2 = X_a X^a = \eta_{ab} X^a X^b = \eta^{ab} X_a X_b . \quad (43)$$

En esta ecuación hemos introducido por primera vez dos notaciones que son útiles en relatividad. La primera consiste en sumar automáticamente sobre los índices repetidos. Así,  $X_a X^a$  significa suma de todos los productos  $X_a X^a$  con  $a$  corriendo sobre todos los índices. La segunda, para todo tetravector (o 4-vector)  $\mathbf{X}$  distinguimos dos formas de escribir sus coordenadas, con superíndices y con subíndices. (En tres dimensiones sólo usamos subíndices.) Se relacionan mediante la siguiente relación general

$$X_a = \eta_{ab} X^b = (ct, -x, -y, -z) , \quad (44)$$

donde hemos introducido la *métrica*  $\eta^{ab}$ , una abreviatura de la matriz\*

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (45)$$

!‘Calma, eso es todo, no será más difícil! Volvamos ahora a la física.

El módulo de una posición o vector distancia, también llamado intervalo espacio-temporal, es, esencialmente, el tiempo propio multiplicado por  $c$ . El *tiempo propio* es el tiempo que muestra un reloj que se mueve en linea recta y con velocidad constante desde el punto inicial al final en el espacio-tiempo. La diferencia con respecto a los 3-vectores usuales es que el módulo del intervalo puede ser positivo, negativo o incluso cero. Por ejemplo, si los puntos inicial y final requieren un movimiento con la velocidad de la luz, el tiempo propio es cero (esto es requerido por los vectores nulos). Si el movimiento es más lento que el de la luz, el tiempo propio al cuadrado es positivo y la distancia es tipo temporal. Para intervalos negativos y, por tanto, tiempos propios imaginarios, la distancia es tipo espacial.\*\* La Figura 40 muestra un resumen simplificado.

Ahora ya estamos listos para calcular y medir el movimiento en cuatro dimensiones. Las medidas se basan en una idea central. No podemos definir la velocidad de una partícula como la derivada de sus coordenadas con respecto del tiempo, ya que las secuencias temporal y espacial dependen del observador. La solución consiste en definir todos los

Página 43

\* El 30 % de todos los libros de texto de física utiliza el opuesto de  $\eta$  como métrica, la llamada *convención espacial* y, por tanto, tienen signos opuestos en su definición. En este texto, como en el 70 % de todos los textos de física, usamos la *convención temporal*.

\*\* En el último caso, el opuesto del módulo, que es un número positivo, se llama *distancia propia* al cuadrado. La distancia propia es la longitud medida con un odómetro mientras el objeto se mueve.

observables con respecto al *tiempo propio*  $\tau$ , que se define como el tiempo mostrado por un reloj unido al objeto. En relatividad, el movimiento y el cambio están siempre medidos con respecto a relojes solidarios con el sistema móvil. En particular, la *velocidad relativista* o *tetravelocidad*  $\mathbf{U}$  de un cuerpo es definida como el ritmo al que cambia sus tetracoordenadas  $\mathbf{X} = (ct, \mathbf{x})$  con respecto al tiempo propio, es decir,

$$\mathbf{U} = d\mathbf{X}/d\tau . \quad (46)$$

Las coordenadas  $\mathbf{X}$  se miden en el sistema de coordenadas definido por el observador inercial elegido. El valor de la velocidad  $\mathbf{U}$  depende del observador o sistema de coordenadas elegido; por tanto la velocidad depende del observador a diferencia de lo que ocurre en la física galileana. Usando que  $dt = \gamma d\tau$  y así

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \gamma \frac{dx}{dt} \quad , \text{ donde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} , \quad (47)$$

obtenemos la relación con la velocidad usual  $\mathbf{v} = dx/dt$ :

$$u^0 = \gamma c , u^i = \gamma v_i \quad \text{o} \quad \mathbf{U} = (\gamma c, \gamma \mathbf{v}) . \quad (48)$$

Para velocidades pequeñas, tenemos  $\gamma \approx 1$ , y entonces las tres últimas componentes de la tetravelocidad son justamente las de la velocidad galileana. Para el módulo de la tetravelocidad  $\mathbf{U}$  encontramos  $\mathbf{U}\mathbf{U} = U_a U^a = \eta_{ab} U^a U^b = c^2$ , que es independiente del módulo de la velocidad trivector  $\mathbf{v}$  y lo convierte en un vector tipo temporal, es decir, en un vector *dentro* del cono de luz.\*

El módulo de un tetravector puede ser cero incluso aunque todas sus componentes sean distintas de cero. Un vector así se llama *nulo*. ?Qué movimientos tienen vectores de velocidad nulos?

Desafío 86 s

De forma similar, la *aceleración relativista* o *tetraaceleración*  $\mathbf{B}$  de un cuerpo se define como

$$\mathbf{B} = d\mathbf{U}/d\tau = d^2\mathbf{X}/d\tau^2 . \quad (50)$$

Usando que  $d\gamma/d\tau = \gamma d\gamma/dt = \gamma^4 \mathbf{v} \cdot \mathbf{a} / c^2$ , tenemos las siguientes relaciones entre las cuatro

---

\* En general, un tetravector se define como una magnitud  $(h_0, h_1, h_2, h_3)$ , que se transforma como

$$\begin{aligned} h'_0 &= \gamma_V (h_0 - h_1 V/c) \\ h'_1 &= \gamma_V (h_1 - h_0 V/c) \\ h'_2 &= h_2 \\ h'_3 &= h_3 \end{aligned} \quad (49)$$

cuando cambiamos de un observador inercial a otro que se mueve con velocidad relativa  $V$  en la dirección  $\mathbf{x}$ ; las correspondientes generalizaciones para las otras coordenadas son evidentes. Esta relación nos permite deducir las leyes de transformación de cualquier trivector. ?Podrías deducir la fórmula de composición de velocidades (9) de esta definición, aplicándola a la tetravelocidad?

Desafío 85 s

Ref. 89 componentes de  $\mathbf{B}$  y la aceleración trivector  $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ :

$$B^0 = \gamma^4 \frac{\mathbf{v}\mathbf{a}}{c} , \quad B^i = \gamma^2 a_i + \gamma^4 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})v_i}{c^2} . \quad (51)$$

El módulo  $b$  de la tetraaceleración se encuentra fácilmente usando  $\mathbf{B}\mathbf{B} = \eta_{cd}B^cB^d = -\gamma^4(a^2 + \gamma^2(\mathbf{v}\mathbf{a})^2/c^2) = -\gamma^6(a^2 - (\mathbf{v} \times \mathbf{a})^2/c^2)$ . Depende del valor de la aceleración  $\mathbf{a}$ . El módulo de la tetraaceleración se conoce también como *aceleración propia* porque  $\mathbf{B}^2 = -a^2$  si  $v = 0$ . (?Cuál es la conexión entre la tetraaceleración y la aceleración para un observador que se mueve con la misma velocidad que el objeto?) Nótese que la tetraaceleración cae *fuerza* del cono de luz, es decir, que es vector de tipo espacial, y que  $\mathbf{B}\mathbf{U} = \eta_{cd}B^cU^d = 0$ , lo que significa que la tetraaceleración siempre es perpendicular a la tavelocidad.\* También destacamos que las aceleraciones, a diferencia de las velocidades, no pueden llamarse relativistas: la diferencia entre  $b_i$  y  $a_i$ , o entre sus módulos, no depende del valor de  $a_i$ , sino sólo del valor de la velocidad  $v$ . En otras palabras, las aceleraciones sólo requieren un tratamiento relativista cuando las velocidades que aparecen son relativistas. Si las velocidades involucradas son pequeñas, incluso la mayor de las aceleraciones puede tratarse con los métodos galileanos.

Cuando la aceleración  $\mathbf{a}$  es paralela a la velocidad  $\mathbf{v}$ , tenemos que  $B = \gamma^3 a$ ; cuando  $\mathbf{a}$  es perpendicular a  $\mathbf{v}$ , como en un movimiento circular, tenemos que  $B = \gamma^2 a$ . Usaremos este resultado más abajo.

#### 4 - MOMENTUM

Para describir el movimiento, también necesitamos el concepto de momento. El *tetramomento* se define como

$$\mathbf{P} = m\mathbf{U} \quad (54)$$

y, por tanto, se relaciona con el momento trivector  $\mathbf{p}$  mediante

$$\mathbf{P} = (\gamma mc, \gamma mv) = (E/c, \mathbf{p}) . \quad (55)$$

Por esta razón, el tetramomento también se denomina *tetravector energía-momento*. Podemos decir que el *tetramomento de un cuerpo viene dado por su masa multiplicada por su tetradesplazamiento por unidad de tiempo propio*. Esta es la definición más simple posible del momento y la energía. El concepto fue introducido por Max Planck en 1906. El tetravector energía-momento, también llamado *momenergía*, como la tavelocidad, es

---

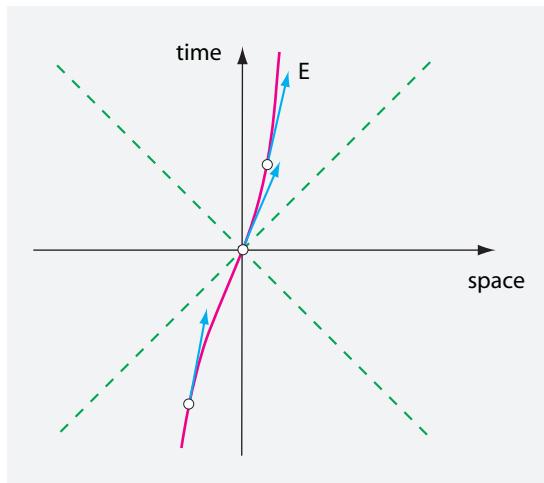
\* De forma similar, el “*jerk*” relativista o “*tetrajerk*”  $\mathbf{J}$  de un cuerpo se define como

$$\mathbf{J} = d\mathbf{B}/d\tau = d^2\mathbf{U}/d\tau^2 . \quad (52)$$

Desafío 88 e De la relación con el “*jerk*” trivector  $\mathbf{j} = da/dt$  obtenemos que

$$\mathbf{J} = (J^0, J^i) = \left( \frac{\gamma^5}{c} (\mathbf{j}\mathbf{v} + a^2 + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2}{c^2}), \gamma^3 j_i + \frac{\gamma^5}{c^2} ((\mathbf{j}\mathbf{v})v_i + a^2 v_i + 4\gamma^2 \frac{(\mathbf{v}\mathbf{a})^2 v_i}{c^2} + 3(\mathbf{v}\mathbf{a})a_i) \right) \quad (53)$$

Desafío 89 ny lo que usaremos más adelante. Sorprendentemente,  $\mathbf{J}$  no se anula cuando  $\mathbf{j}$  se anula. ?Por qué no?



**FIGURA 41** El tetravector energía-momento es tangente a la línea de universo.

tangente a la linea de universo de la partícula. Esta conexión, mostrada en la [Figura 41](#), sigue directamente de la definición, ya que

$$(E/c, \mathbf{p}) = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v}) = m(\gamma c, \gamma \mathbf{v}) = m(dt/d\tau, dx/d\tau) . \quad (56)$$

La longitud (al cuadrado) de la momenergía,  $\mathbf{P}\mathbf{P} = \eta_{ab}P^aP^b$ , es, por definición, la misma para todos los observadores inerciales,

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2c^2 , \quad (57)$$

Ya hemos mencionado que las energías o situaciones se denominan *relativistas* cuando la energía cinética  $T = E - E_0$  no es despreciable frente a la energía en reposo  $E_0 = mc^2$ . Una partícula cuya energía cinética es mucho mayor que su masa en reposo se denomina *ultrarelativista*. Las partículas en un acelerador o en los rayos cósmicos pertenecen a esta categoría. (?‘Cuál es su relación energía-momento?

Desafío 90 s

A diferencia de la mecánica galileana, la relatividad implica un cero absoluto para la energía. Uno no puede extraer más energía que  $mc^2$  de un sistema de masa  $m$ . En particular, de esta forma se fija un valor cero para la energía potencial. En resumen, la relatividad nos muestra que la energía está acotada inferiormente.

Nótese que con el término ‘masa’  $m$  siempre indicamos algo que a veces se llama *masa en reposo*. Este nombre deriva del mal hábito de muchos libros de ciencia-ficción y de secundaria de llamar al producto  $\gamma m$  *masa relativista*. Los que trabajan en este campo generalmente (pero no unánimemente) rechazan este concepto, como hizo el propio Einstein, y también rechazan la expresión tantas veces oída de que la ‘masa (relativista) aumenta con la velocidad’. La masa relativista y la energía serían entonces dos palabras para el mismo concepto: esta manera de hablar está al nivel de la prensa amarilla.

No toda la energía galileana contribuye a la masa. La energía potencial en un campo externo no lo hace. La relatividad nos fuerza a llevar un registro preciso de la energía. La ‘energía potencial’ en relatividad es una forma abreviada de ‘reducción de la energía del

Ref. 92

'campo externo'.

**Desafío 91 s** ?'Puedes mostrar que para dos partículas con momentos  $P_1$  y  $P_2$ , se tiene que  $P_1 P_2 = m_1 E_2 = M_2 E_1 = c^2 \gamma v_{12} m_1 m_2$ , donde  $v_{12}$  es su velocidad relativa?

#### 4-FUERZA – Y LA NATURALEZA DE LA MECÁNICA

La tetrafuerza  $\mathbf{K}$  se define como

$$\mathbf{K} = d\mathbf{P}/d\tau = m\mathbf{B} . \quad (58)$$

Por tanto, la fuerza continua siendo igual a la masa multiplicada por la aceleración en relatividad. De la definición de  $\mathbf{K}$  deducimos la relación con la fuerza trivector  $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt = md(\gamma\mathbf{v})/dt$ , es decir\*

$$\mathbf{K} = (K^0, K^i) = (\gamma^4 m\mathbf{v}\mathbf{a}/c, \gamma^2 m\mathbf{a}_i + \gamma^4 v_i \frac{m\mathbf{v}\mathbf{a}}{c^2}) = \left( \frac{\gamma}{c} \frac{dE}{dt}, \gamma \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right) = \left( \gamma \frac{\mathbf{f}\mathbf{v}}{c}, \gamma\mathbf{f} \right) . \quad (59)$$

**Desafío 93 e** La tetrafuerza, como la tetraaceleración, es ortogonal a la ttravelocidad. El significado de la componente temporal de la tetrafuerza puede discernirse fácilmente: es la *potencia* necesaria para acelerar el objeto. Se tiene que  $\mathbf{K}\mathbf{U} = c^2 dm/dt = \gamma^2(dE/dt - \mathbf{f}\mathbf{v})$ : es el ritmo propio al que la energía interna de un sistema disminuye. El producto  $\mathbf{K}\mathbf{U}$  se hace cero tan sólo para fuerzas que conservan la masa en reposo. Las colisiones de partículas que llevan a reacciones no pertenecen a esta clase. En la vida cotidiana, la masa en reposo se conserva y, entonces, uno lleva a la expresión galileana  $\mathbf{f}\mathbf{v} = dE/dt$ .

#### LA ROTACIÓN EN LA RELATIVIDAD

Si una noche giramos alrededor de nuestro propio eje mientras miramos el cielo, las estrellas empiezan a moverse con velocidades mucho mayores que la de la luz. La mayoría de las estrellas son masas, no imágenes. Su velocidad debería estar limitada por la de la luz. ?'Cómo encaja esto con la relatividad especial?

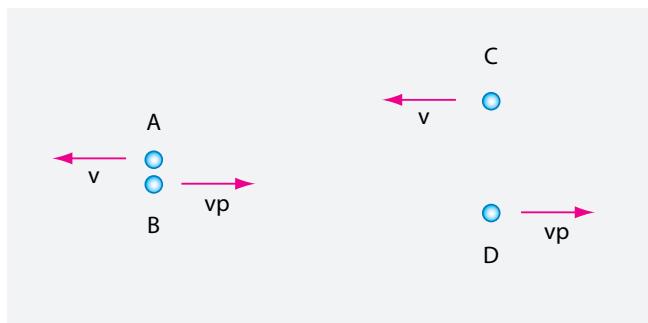
Este ejemplo nos ayuda a aclarar de otra manera que es realmente la velocidad límite. Desde el punto de vista físico, un cielo en rotación *no* permite transporte de energía a velocidades superlumínicas y, por tanto, no contradice el concepto de velocidad límite. Desde el punto de vista matemático, la velocidad de la luz limita las velocidades relativas *sólo* cuando los objetos están *cerca* unos de otros, como se muestra en la mitad izquierda de la Figura 42. Sólo es posible comparar velocidades de objetos distantes si todas las velocidades involucradas son constantes en el tiempo; lo que no ocurre en el ejemplo presente. La versión diferencial de las transformaciones de Lorentz clarifica particularmente este punto. En muchos casos generales, las velocidades relativas de objetos *distantes* pueden ser mayores que la de la luz. Encontramos un ejemplo anteriormente, cuando discutímos el caso de un coche dentro de un túnel, y encontraremos más

**Página 53**

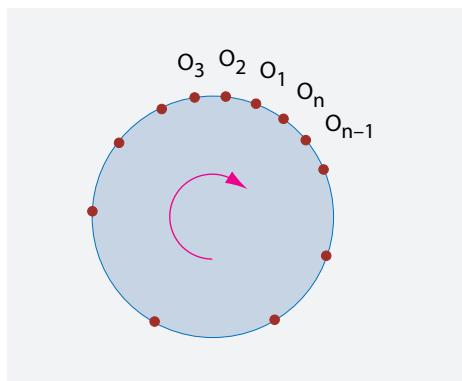
---

\* Algunos autores definen la fuerza trivector como  $d\mathbf{p}/d\tau$ ; entonces el aspecto de  $\mathbf{K}$  es ligeramente diferente. En cualquier caso, es importante tener en cuenta que en relatividad la fuerza  $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt$  es proporcional a la aceleración  $\mathbf{a}$ ; sin embargo, fuerza y aceleración no son paralelas entre sí. De hecho, para fuerzas que mantienen la masa en reposo se tiene que  $\mathbf{f} = \gamma m\mathbf{a} + (\mathbf{f}\mathbf{v})\mathbf{v}/c^2$ . En relatividad, por el contrario, el momento *no* es proporcional a la velocidad, aunque sí paralela a ella.

**Desafío 92 s**



**FIGURA 42** Sobre la definición de velocidad relativa.



**FIGURA 43** Observadores sobre un objeto en rotación

Página 90 ejemplos pronto.

Desafío 94 e  
Ref. 95

Con estas aclaraciones, podemos considerar ahora brevemente la *rotación* en relatividad. La primera cuestión es cómo cambian el tiempo y las distancias en un sistema de referencia en rotación. Podrías querer comprobar que un observador en un sistema de referencia en rotación está de acuerdo con uno en un sistema que no rota en el radio de un cuerpo en rotación; sin embargo, ambos encuentran que el cuerpo en rotación, incluso aunque sea rígido, tiene una circunferencia *distinta* a la que tenía antes de que empezase a rotar. Hablando de forma poco rigurosa, el valor de  $\pi$  *cambia* para observadores en rotación. La razón entre la circunferencia  $c$  y el radio  $r$  resulta ser  $c/r = 2\pi\gamma$ : aumenta con la velocidad de rotación. Este resultado contrario a la intuición se denomina a menudo *paradoja de Ehrenfest*. Entre otras cosas, muestra que el espacio-tiempo para un observador sobre un disco en rotación *no* es el espacio-tiempo de Minkowski de la relatividad especial.

Los cuerpos en rotación se comportan de manera extraña de varias maneras. Por ejemplo, se encuentran problemas cuando uno trata de sincronizar relojes montados sobre un disco en rotación, como muestra la Figura 43. Si uno inicia la sincronización del reloj en  $O_2$  con el de  $O_1$ , y continúa así hasta el reloj  $O_n$ , encuentra que el último reloj *no* está sincronizado con el primero. Este resultado refleja el cambio en la circunferencia mencionado anteriormente. De hecho, un estudio cuidadoso muestra que las medidas de longitud y tiempo llevan a todos los observadores  $O_k$  a concluir que viven en un espacio-tiempo que rota. Los discos en rotación pueden usarse, por tanto, como

una introducción a la relatividad general, donde la curvatura y sus efectos forman el tema central. En el próximo capítulo veremos más sobre esto.

?'Está limitada la velocidad angular? Si: La velocidad tangencial en un sistema de referencia inercial no puede superar la velocidad de la luz. El límite depende del *tamaño* del cuerpo en cuestión. Esto nos lleva a un nuevo acertijo: ?'se pueden ver los objetos que rotan muy rápidamente?

Desafío 95 ny

El tetramomento angular se define de forma natural como

$$l^{ab} = x^a p^b - x^b p^a . \quad (60)$$

Desafío 96 ny

En otras palabras, el tetramomento angular es un *tensor*, no un vector, como muestran sus dos índices. El momento angular se conserva en relatividad especial. El momento de inercia se define igualmente como el factor de proporcionalidad entre la velocidad angular y el momento angular

Desafío 97 ny

Obviamente, para una partícula en rotación, la energía rotacional es parte de su masa en reposo. Puedes calcular la fracción para la Tierra y el Sol. No es grande. Por cierto, ?'cómo determinarías si una partícula microscópica, demasiado pequeña para ser vista, está rotando?

Desafío 98 ny

En relatividad, la rotación y la traslación se combinan de manera extraña. Imagina un cilindro en rotación uniforme sobre su eje, visto desde un observador en reposo. Como ha revelado Max von Laue, el cilindro aparecerá *retorcido* a un observador que se mueva a lo largo de su eje de rotación. ?'Puedes confirmar esto?

Desafío 99 e

He aquí el último acertijo respecto a la rotación. La velocidad es relativa; esto significa que el valor medido depende del observador. ?'Es así también para la velocidad angular?

Desafío 100 ny

### MOVIMIENTO ONDULATORIO

En física galileana, una onda se describe mediante un vector de onda y una frecuencia. En relatividad especial, ambos se combinan en un tetravector de onda, dado por

$$\mathbf{L} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\omega}{c}, \mathbf{n} \right) , \quad (61)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda,  $\omega$  la velocidad de onda, y  $\mathbf{n}$  el versor de dirección. Supongamos que un observador con tetravelocidad  $\mathbf{U}$  encuentra una onda  $\mathbf{L}$  cuya frecuencia es  $\nu$ . Entonces se cumple

$$\nu = \mathbf{L} \mathbf{U} \quad (62)$$

Desafío 101 ny

Interesantemente, la velocidad de onda  $\omega$  se transforma de distinta manera que la velocidad de partícula excepto en el caso  $\omega = c$ . También la fórmula de aberración para el movimiento ondulatorio es distinto que para partículas, excepto en el caso  $\omega = c$ .

Ref. 25  
Desafío 102 ny

### LA ACCIÓN DE UNA PARTÍCULA LIBRE – ?'CÓMO SE MUEVEN LAS COSAS?

Si queremos describir el movimiento relativista de una partícula libre en términos de un principio de extremos, necesitamos una definición de acción. Ya sabemos que la acción

Página ??

física es una medida del cambio que ocurre en un sistema. Para un partícula libre, el único cambio que se da es el paso del tiempo en su reloj propio. Por tanto, la acción de una partícula libre será proporcional al tiempo propio transcurrido. Para que la acción tenga las unidades usuales de energía multiplicada por tiempo (Js), un primer intento de definición de la acción de una partícula libre sería

$$S = -mc^2 \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau , \quad (63)$$

donde  $\tau$  es el tiempo propio a lo largo de su trayectoria. Esta es realmente la expresión correcta. Implica la conservación de la energía (relativista) y del momento, ya que el cambio del tiempo propio es maximal para un movimiento en línea recta con velocidad constante. ?Podrías confirmar esto?

Desafío 103 ny

De hecho, en la naturaleza, todas las partículas se mueven de tal forma que su tiempo propio es maximal. En otras palabras, de nuevo encontramos que la naturaleza cambia tan poco como sea posible. La naturaleza es como un viejo sabio: sus movimientos son tan lentos como sea posible. Otra forma de verlo: todo cambio es efectivo al máximo. Como se mencionó anteriormente, Bertrand Russell llamó a esto la *ley de la vagancia cósmica*.

La expresión (63) para la acción se debe a Max Planck. En 1906, al explorarla en detalle, encontró que el cuanto de acción  $\hbar$ , que ya había descubierto junto con la constante de Boltzmann ,es un invariante relativista (como la propia constante de Boltzmann  $k$ ). ?Imaginas cómo puedo hacer esta demostración?

Desafío 104 ny

La acción también se puede escribir de maneras más complejas y que resultan más amedrentadoras. Estas maneras equivalentes de escribirla son particularmente adecuadas para prepararnos para la relatividad general:

$$S = \int L dt = -mc^2 \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\gamma} dt = -mc \int_{\tau_1}^{\tau_2} \sqrt{u_a u^a} d\tau = -mc \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{\eta^{ab} \frac{dx_a}{ds} \frac{dx_b}{ds}} ds , \quad (64)$$

donde  $s$  es alguna función arbitraria, monótonamente creciente, de  $\tau$ , como la propia identidad  $s = \tau$ . Como suele hacerse, la *métrica*  $\eta^{\alpha\beta}$  de la relatividad especial es

$$\eta^{ab} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \quad (65)$$

Puedes confirmar fácilmente la expresión (64) para la acción deduciendo la ecuación del movimiento de la forma usual.

Desafío 105 ny

En definitiva, la naturaleza no tiene prisa: todos los objetos se mueven de tal forma que su propio reloj muestra el retraso *más grande* posible, comparado con cualquier otro movimiento alternativo.\* Este principio general también es válido para partículas bajo la

Desafío 106 ny

---

\* Si los neutrinos tuviesen masa nula, la acción (64) no sería aplicable para ellos. ?Por qué? ?Puedes encontrar una forma alternativa para este caso (que admitimos que sólo tiene interés como ejercicio)?

Desafío 107 ny

influencia de la gravedad, como veremos en la sección sobre relatividad general, y para partículas bajo la influencia de interacciones eléctricas y magnéticas. De hecho, es válida para todos los casos de movimiento (macroscópico) que se encuentran en la naturaleza. Por el momento, notemos simplemente que el tiempo propio más largo se consigue cuando la diferencia entre las energías cinética y potencial es mínima. (?'Podrías confirmar esto?') Para el caso galileano, el tiempo propio más largo también implica la menor diferencia entre los dos tipos de energía. De esta forma recuperamos el principio de mínima acción en su formulación galileana.

Página ??

Anteriormente vimos que la acción mide los cambios que se dan en el sistema. La relatividad especial nos muestra que la naturaleza minimiza este cambio maximizando el tiempo propio. En la naturaleza, *el tiempo propio es siempre maximal*. En otras palabras, las cosas se mueven a lo largo de trayectorias de *envejecimiento máximo*. ?'Podrías explicar por qué el 'envejecimiento máximo' y la 'vagancia cósmica' son equivalentes?

Desafío 108 ny

De nuevo encontramos que la naturaleza hace lo contrario que una película de Hollywood: la naturaleza cambia del modo más económico posible. Dejamos el significado más profundo de este resultado para tu reflexión personal: !'qué lo disfrutes!

### TRANSFORMACIONES CONFORMALES – ?'POR QUÉ LA VELOCIDAD DE LA LUZ ES CONSTANTE?

La diferencia entre espacio y tiempo en la relatividad especial depende del observador. Por otra parte, todos los observadores inerciales están de acuerdo en la posición, forma y orientación del cono de luz en un punto. Por tanto, en la teoría de la relatividad, los conos de luz son los 'objetos' físicos básicos. Debido a la importancia de los conos de luz, podemos preguntar si los observadores inerciales son los únicos que observan los mismos conos de luz. Interesantemente, resulta que hay otros observadores para los que ocurre lo mismo.

La primera categoría de tales observadores corresponde a aquellos que usan unidades de medida en las que los intervalos temporales y espaciales están multiplicados por un *factor de escala*  $\lambda$ . Las transformaciones a lo largo de estos puntos de vista vienen dadas por

$$x_a \mapsto \lambda x_a \quad (66)$$

y se llaman *dilataciones*.

Una segunda categoría de observadores adicionales se encuentra aplicando las llamadas *transformaciones conformales especiales*. Se componen de una *inversión*

$$x_a \mapsto \frac{x_a}{x^2} \quad (67)$$

junto con una *translación* por un vector  $b_a$ , es decir

$$x_a \mapsto x_a + b_a , \quad (68)$$

y una segunda inversión. Por tanto las transformaciones conformales especiales son

$$x_a \mapsto \frac{x_a + b_a x^2}{1 + 2b_a x^a + b^2 x^2} \quad \text{o} \quad \frac{x_a}{x^2} \mapsto \frac{x_a}{x^2} + b_a . \quad (69)$$

Desafío 109 ny

Estas transformaciones se llaman *conformales* porque no cambian los ángulos de las formas (infinitesimalmente) pequeñas, como puedes comprobar. Dejan, por tanto, la *forma* (de objetos infinitesimalmente pequeños) sin cambiar. Por ejemplo, transforman circunferencias infinitesimales en circunferencias infinitesimales. Se denominan *especiales* porque el grupo conformal *completo* incluye también a las dilataciones y las transformaciones de Lorentz no homogéneas.\*

Desafío 111 ny

Nótese que la manera en la que las transformaciones conformales especiales dejan los conos de luz invariantes es bastante sutil.

Puesto que las dilataciones no comutan con las translaciones en el tiempo, no hay ninguna magnitud que se conserve asociada con esta simetría. (Lo mismo ocurre con los “boosts” de Lorentz) Por el contrario, las rotaciones y las translaciones espaciales sí comutan con las translaciones temporales y por tanto dan lugar a magnitudes que se conservan.

Resumiendo, el vacío es conformalmente invariante – en el sentido especial que se acaba de mencionar – y por tanto también invariante frente a dilataciones. Esta es otra manera de decir que el vacío por sí sólo no es suficiente para definir las distancias, ya que no fija ningún factor de escala. Como sería esperable, se necesita a la materia para ello. De hecho, las transformaciones conformales (especiales) no son simetrías de situaciones que contienen materia. Tan sólo el vacío es conformalmente invariante; la naturaleza en su conjunto no lo es.

Sin embargo, la invariancia conformal, o la invariancia de los conos de luz, es suficiente para permitir mediciones de velocidad. Más aún, la invariancia conformal es *necesaria* para hacer medidas de velocidad, como puedes comprobar.

Hemos visto que la invariancia conformal implica la simetría de inversión: es decir, que las escalas grandes y pequeñas del vacío están relacionadas. Esto nos sugiere que la constancia de la velocidad de la luz está relacionada con la existencia de la simetría de inversión. Esta misteriosa conexión nos da una pista sobre las aventuras que encontraremos en la tercera parte de nuestro ascenso a la Montaña Movimiento. La invariancia conformal resulta ser una propiedad importante que nos llevará a revelaciones increíbles.\*\*

Desafío 112 ny

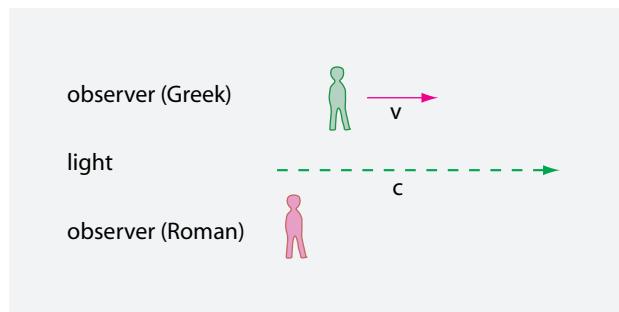
---

\* El conjunto de todas las transformaciones conformales *especiales* forma un grupo con cuatro parámetros; al añadir las dilataciones y las transformaciones de Lorentz no homogéneas se obtienen quince parámetros para el grupo conformal completo. El grupo conformal es localmente isomórfico a  $SU(2,2)$  y al grupo simple  $SO(4,2)$ : estos conceptos se explican más adelante. Nótese que todo esto es cierto sólo para *cuatro* dimensiones de espacio-tiempo; en *dos* dimensiones – el otro caso importante, especialmente en la teoría de cuerdas – el grupo conformal es isomórfico al grupo de transformaciones analíticas arbitrarias de coordenadas y, por tanto, tiene dimensión infinita.

Desafío 110 ny

Vol. V, página ??

\*\* El grupo conformal no aparece sólo en la cinética de la relatividad especial: es el grupo de simetría de todas las interacciones físicas, como el electromagnetismo, siempre y cuando todas las partículas involucradas tengan masa nula, como es el caso del fotón. Un campo que tenga masa no es conformalmente invariante; por consiguiente la invariancia conformal no es una simetría exacta de toda la naturaleza. ?Podrías confir-



**FIGURA 44** La situación más simple para un observador inercial y uno acelerado.

### OBSERVADORES ACCELERADOS

Hasta ahora sólo hemos estudiado qué pueden decirse entre ellos los observadores inerciales cuando hablan sobre una misma observación. Por ejemplo, vimos que los relojes en movimiento siempre corren más despacio. La historia se vuelve más interesante aún cuando uno o ambos observadores están acelerando.

Algunas veces se oye que la relatividad especial no se puede usar para describir observadores acelerados. Eso es incorrecto, tanto como lo es decir que la física galileana no puede usarse para observadores acelerados. La única limitación de la relatividad especial es que no puede usarse en espacio-tiempos que no sean planos. Existen cuerpos acelerados en espacio-tiempos planos que, por tanto, se pueden estudiar dentro de la relatividad especial.

Como aperitivo, veamos qué dice un observador acelerado, griego, sobre el reloj de uno inercial, romano, y viceversa. Asumamos que el observador griego, mostrado en la Figura 44, se mueve a lo largo de la trayectoria  $x(t)$ , en coordenadas del observador inercial. En general, la razón entre los relojes romano y griego vendrá dada por  $\Delta\tau/\Delta t = (\tau_2 - \tau_1)/(t_2 - t_1)$ . Las coordenadas griegas aquí se construyen con un procedimiento sencillo: tomamos los dos conjuntos de eventos definidos por  $t = t_1$  y  $t = t_2$ , y establecemos que  $\tau_1$  y  $\tau_2$  sean los puntos donde estos conjuntos intersectan con el eje temporal del observador griego.\* Asumamos que el observador griego es inercial y se mueve con velocidad  $v$  visto por el observador romano. La razón entre los relojes estaría entonces dada por

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{\gamma_v}, \quad (70)$$

Desafío 114 ny

una fórmula a la que ahora estamos acostumbrados. De nuevo encontramos que los relojes en movimiento corren más despacio.

Desafío 113 ny

mar que el término de masa  $m\rho^2$  de una lagrangiana no es conformalmente invariante?

Sin embargo, puesto que todas las partículas observadas hasta ahora tienen masa que son muchos órdenes de magnitud menores que la masa de Planck, se puede decir que prácticamente tienen masa nula; la simetría conformal se puede ver como una simetría *aproximada* de la naturaleza. Con este punto de vista, todas las partículas masivas se deberían ver como pequeñas correcciones, o perturbaciones, de un campo sin masa (y por tanto conformalmente invariante). Por tanto, para la construcción de una teoría fundamental, las lagrangianas que son invariantes conformalmente proporcionan una buena aproximación de partida.

\* Estos conjuntos forman los que los matemáticos llaman una *hipersuperficie*.

Para movimientos acelerados se necesita la versión diferencial del razonamiento Ref. 96 anterior. La razón entre los relojes romano y griego es, de nuevo,  $d\tau/dt$ , y  $\tau$  y  $\tau + d\tau$  se calculan de la misma manera para los tiempos  $t$  y  $t + dt$ . Asumimos una vez más que el observador griego se mueve a lo largo de la trayectoria  $\mathbf{x}(t)$ , medida por el observador romano. Encontramos directamente que

$$\tau = t - \mathbf{x}(t)\mathbf{v}(t)/c^2 \quad (71)$$

y, por tanto,

$$\tau + d\tau = (t + dt) - [\mathbf{x}(t) - dt\mathbf{v}(t)][\mathbf{v}(t) + dt\mathbf{a}(t)]/c^2. \quad (72)$$

Estas ecuaciones juntas llevan a que

$$'d\tau/dt' = \gamma_v(1 - \mathbf{v}\mathbf{v}/c^2 - \mathbf{x}\mathbf{a}/c^2). \quad (73)$$

Esto nos muestra que los relojes acelerados pueden correr más *rápido* o más lento, dependiendo de su posición  $\mathbf{x}$  y del signo de su aceleración  $\mathbf{a}$ . Hemos puesto comillas en la ecuación de arriba porque podemos ver directamente que el observador griego nota

$$'dt/d\tau' = \gamma_v, \quad (74)$$

que *no* es la inversa de la ecuación (73). Esta diferencia resulta más evidente en el sencillo caso de dos relojes con la misma velocidad, uno con una aceleración constante  $g$  hacia el origen, mientras que el otro se mueve inercialmente. Entonces tenemos

$$'d\tau/dt' = 1 + gx/c^2 \quad (75)$$

y

$$'dt/d\tau' = 1. \quad (76)$$

Discutiremos esta situación en breve. Pero primero debemos aclarar el concepto de aceleración.

### SISTEMAS DE REFERENCIA ACCELERADOS

?‘Cómo comprobamos si vivimos en un sistema de referencia inercial? Definamos primero el término. Un *sistema de referencia inercial* tiene dos propiedades que lo definen. Primera propiedad: las longitudes y distancias medidas con una regla se describen mediante la geometría de Euclides. En otras palabras, las reglas se comportan como lo hacen en la vida cotidiana. En particular, las distancias medidas contando cuántas reglas (varas) se tienen que tumbar una a continuación de la otra para, empezando en un punto, alcanzar el otro – las llamadas *distancias en varas* – se comportan como en la vida cotidiana. Por ejemplo, obedecen el teorema de Pitágoras en el caso de triángulos rectángulos. Segunda propiedad: la velocidad de la luz es constante. En otras palabras, dos observadores cualesquiera en ese sistema, independientemente de sus tiempos y posiciones, hacen la siguiente observación: el cociente  $c$  entre el doble de la distancia en varas entre dos pun-

tos y el tiempo que necesita la luz para viajar de un punto al otro y volver, es siempre el mismo.

De forma equivalente, un sistema inercial es aquel en el que todos los relojes permanecen siempre sincronizados y en el que la geometría es euclídea. En particular, en un sistema inercial todos los observadores con coordenadas fijas permanecen siempre en reposo unos respecto a los otros. Esta última condición, sin embargo, es más general. Hay otras situaciones, no iniciales, donde también se satisface.

El sistema no inercial, o *sistema de referencia acelerado*, es un concepto útil en relatividad especial. De hecho, todos vivimos en un sistema así. Podemos usar la relatividad especial para describirlo de la misma manera que usamos la física galileana para describirlo al comienzo de nuestro viaje.

Un *sistema de referencia* en general es un conjunto continuo de observadores que permanecen en reposo unos con respecto a los otros. Aquí, ‘en reposo con respecto a los otros’ significa que el tiempo que necesita una señal luminosa para ir de un observador a otro y volver es constante en el tiempo o, de forma equivalente, que la distancia en varias entre los dos observadores es constante. Así, cualquier sistema de referencia puede llamarse también una colección *rígida* de observadores. Vemos por tanto que un sistema de referencia general *no* es lo mismo que un sistema de coordenadas, ya que lo segundo normalmente *no* es rígido. Si todos los observadores conectados de forma rígida tienen valores de coordenadas constantes, decimos que es un *sistema rígido de coordenadas*. Obviamente, estos son los más útiles cuando queremos describir sistemas de referencia acelerados.\*

Ref. 97

Desafío 115 ny

Debemos notar que si dos observadores se mueven con una velocidad  $\mathbf{v}$ , medida en algún sistema *inercial*, observan que están en reposo uno respecto del otro *sólo* si su velocidad es *constante*. De nuevo, como anteriormente, dos personas atadas con una cuerda a una distancia tal que la cuerda esté tensa, verán que se rompe la cuerda (o cuelga destensada) cuando aceleran (o frenan) exactamente de la misma manera partiendo de una velocidad relativista. La aceleración relativista requiere pensar con cuidado.

Un observador que siempre *sienta la misma* fuerza en su cuerpo se denomina *uniformemente acelerado*. Con más precisión, un observador uniformemente acelerado es un observador cuya aceleración en cada instante, medida desde un sistema de referencia inercial con respecto al cual el observador esté en reposo *en ese momento*, siempre tiene el mismo valor  $\mathbf{B}$ . Es importante destacar que la aceleración uniforme *no* acelera de forma uniforme cuando se observa siempre desde el *mismo* sistema inercial. Se trata de una diferencia importante respecto al caso galileano.

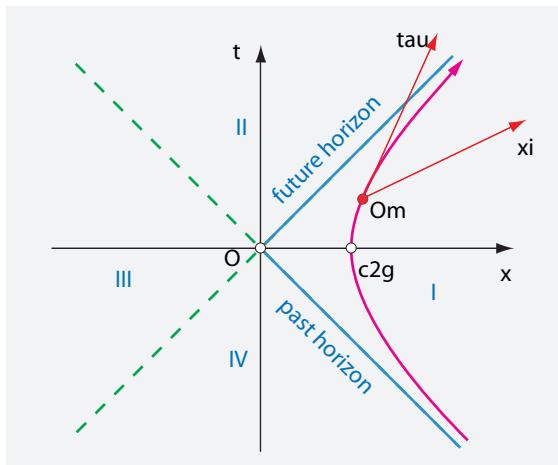
Para tener movimiento uniformemente acelerado, en el sentido que se acaba de definir, necesitamos que

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = -g^2 \quad (77)$$

Ref. 98

\* Sólo hay esencialmente dos tipos de sistemas de coordenadas rígidos, aparte de los sistemas iniciales:

- El sistema  $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 (1 + g_k x_k/c^2)^2$  con una aceleración en el origen arbitraria pero constante. La aceleración es  $\mathbf{a} = -\mathbf{g}(1 + gx/c^2)$ .
- El sistema en rotación uniforme  $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + 2\omega(-y dx + x dy)dt - (1 - r^2 \omega^2/c^2)dt$ . En este caso el eje  $z$  es el eje de rotación y  $r^2 = x^2 + y^2$ .



**FIGURA 45** El movimiento hiperbólico de un observador  $\Omega$  uniformemente acelerado y rectilíneo.

Ref. 99

donde  $g$  es una constante independiente de  $t$ . El caso más simple es el movimiento uniformemente acelerado que es también *rectilíneo*, es decir, para el cual la aceleración  $\mathbf{a}$  es paralela a  $\mathbf{v}$  en un instante de tiempo y (por tanto) también en cualquier otro instante de tiempo. En ese caso podemos escribir, usando trivectores,

$$\gamma^3 \mathbf{a} = \mathbf{g} \quad \text{o} \quad \frac{d\gamma \mathbf{v}}{dt} = \mathbf{g}. \quad (78)$$

Desafío 116 ny

Haciendo que la dirección de la que hablamos sea el eje  $x$ , y resolviendo para  $v(t)$ , tenemos

$$v = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad (79)$$

Desafío 117 ny

donde hemos asumido que  $v(0) = 0$ . Notemos que a tiempos cortos tenemos  $v = gt$  y a tiempos largos  $v = c$ , ambos resultados esperables. El momento del observador acelerado aumenta linealmente en el tiempo, de nuevo como era de esperar. Mediante una integración encontramos que el observador acelerado se mueve a lo largo de la trayectoria

$$x(t) = \frac{c^2}{g} \sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}, \quad (80)$$

donde se ha elegido  $x(0) = c^2/g$ , para mantener la expresión sencilla. Debido a este resultado, visualizado en la Figura 45, un observador uniforme y rectilíneamente acelerado se dice que realiza un movimiento *hiperbólico*. Para tiempos cortos, la línea del universo se simplifica al usual  $x = gt^2/2 + x_0$ , mientras que para tiempos largos se tiene  $x = ct$ , como era de esperar. Por tanto el movimiento es uniformemente acelerado sólo para el cuerpo en sí, *no* para un observador externo.

El tiempo propio  $\tau$  del observador acelerado se relaciona con el tiempo  $t$  del sistema inercial de la forma usual,  $dt = \gamma d\tau$ . Usando la expresión para la velocidad  $v(t)$  de la

Ref. 99, Ref. 100 ecuación (79), obtenemos\*

$$t = \frac{c}{g} \sinh \frac{g\tau}{c} \quad y \quad x = \frac{c^2}{g} \cosh \frac{g\tau}{c} \quad (81)$$

para la relación entre el tiempo propio  $\tau$  y el tiempo  $t$  y la posición  $x$  medidas por el observador inercial externo (romano). Encontraremos esta relación de nuevo en nuestro estudio de los agujeros negros.

?‘Te suena esto algo aburrido? Simplemente imagina que vas en una motocicleta que acelera a  $g = 10 \text{ m/s}^2$  durante un tiempo propio  $\tau$  de 25 años. !‘Eso te llevaría más allá del límite del universo conocido! ?‘No merece la pena un intento? Desafortunadamente, no existen ni motocicletas ni misiles que puedan acelerar de esa manera, ya que sus tanques de combustible serían gigantescos. ?‘Podrías confirmar esto?

Desafío 118 s

En la aceleración uniforme, las coordenadas se transforman según

$$\begin{aligned} t &= \left( \frac{c}{g} + \frac{\xi}{c} \right) \sinh \frac{g\tau}{c} \\ x &= \left( \frac{c^2}{g} + \xi \right) \cosh \frac{g\tau}{c} \\ y &= v \\ z &= \zeta , \end{aligned} \quad (82)$$

donde  $\tau$  ahora es la coordenada temporal del sistema griego. Notemos que intervalo espacio-tiempo  $d\sigma$  satisface

$$d\sigma^2 = (1 + g\xi/c^2)^2 c^2 d\tau^2 - d\xi^2 - dv^2 - d\zeta^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 , \quad (83)$$

y puesto que  $d\tau = 0$ , las distancias vienen dadas por el teorema de Pitágoras, el sistema griego es realmente rígido.

Desafío 119 e

Ref. 103

Tras este bosque de fórmulas, abordemos una cuestión sencilla, mostrada en la Figura 45. El observador romano, inercial, O ve al observador griego  $\Omega$  alejarse con una aceleración  $g$ , siguiendo la ecuación (80). ?‘Qué dirá el observador griego de su colega romano? Con todo lo que sabemos hasta ahora, es fácil responder. En cada punto de su trayectoria  $\Omega$  ve que O tiene la coordenada  $\tau = 0$  (?‘Podrías confirmar esto?), lo que significa que la distancia al observador romano, vista desde el griego, es la misma que el intervalo espacio-tiempo  $O\Omega$ . Usando la expresión (80), vemos que éste es

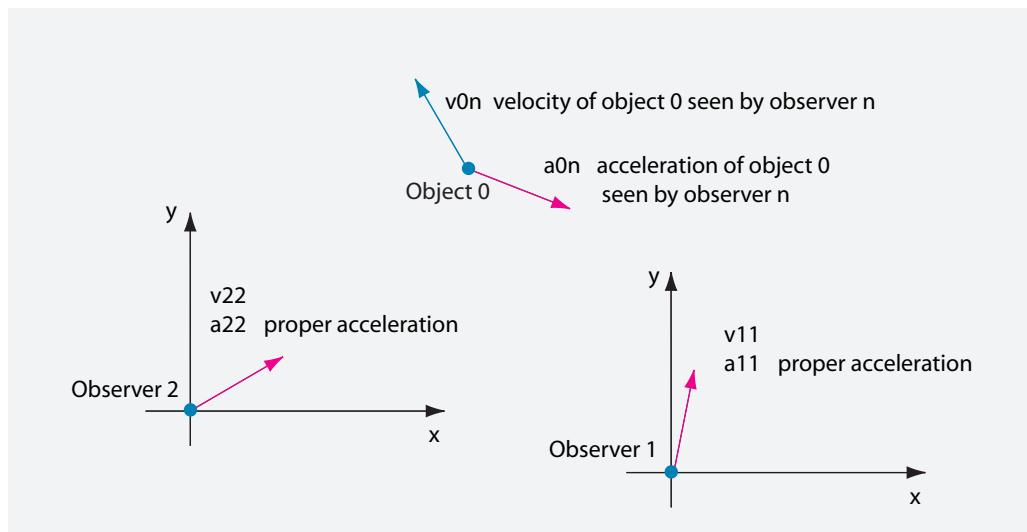
$$d_{O\Omega} = \sqrt{\xi^2} = \sqrt{x^2 - c^2 t^2} = c^2/g , \quad (84)$$

que, sorprendentemente, !‘es constante en el tiempo! En otras palabras, el observador

Ref. 101

---

\* Utiliza tu colección favorita de fórmulas – todo estudiante debería tener una – para deducir esto. El *seno hiperbólico* y el *coseno hiperbólico* se definen como  $\sinh y = (e^y - e^{-y})/2$  y  $\cosh y = (e^y + e^{-y})/2$ , respectivamente. Implican que  $\int dy / \sqrt{y^2 + a^2} = \operatorname{arsinh} y/a = \operatorname{Arsh} y/a = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2})$ .



**FIGURA 46** Las definiciones necesarias para deducir el comportamiento de la composición de aceleraciones.

griego verá que él siempre está a una distancia constante del observador romano, en flagrante contradicción con lo que dice el observador romano. Tómate tu tiempo para comprobar este extraño resultado de otra manera. Lo necesitaremos más adelante, para explicar por qué la Tierra no explota. (?Te puedes imaginar de qué manera se relaciona esto con este resultado?)

Desafío 120 s

Ref. 105

Desafío 121 e

El *teorema de composición de aceleraciones* es mucho más complejo que el de velocidades. La mejor explicación para esto la publicó Mishra. Si llamamos  $a_{nm}$  a la aceleración del sistema  $n$  vista por el observador  $m$ , estamos buscando la expresión de la aceleración del objeto  $a_{01}$  en función del valor  $a_{02}$  medido por el otro observador, la aceleración relativa  $a_{12}$ , y la aceleración propia  $a_{22}$  del otro observador: ver Figura 46. Aquí sólo estudiaremos las situaciones en una dimensión, donde todos los observadores y todos los objetos se mueven a lo largo del mismo eje. (Además, por claridad, escribiremos  $v_{11} = v$  y  $v_{02} = u$ .) En la física galileana tenemos la conexión general

$$a_{01} = a_{02} - a_{12} + a_{22} \quad (85)$$

porque las aceleraciones se comportan de forma sencilla. En la relatividad especial, se obtiene

$$a_{01} = a_{02} \frac{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} - a_{12} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{-1/2}}{(1 - uv/c^2)^2} + a_{22} \frac{(1 - u^2/c^2)(1 - v^2/c^2)^{3/2}}{(1 - uv/c^2)^3} \quad (86)$$

Desafío 122 ny

Página ??

Desafío 123 ny

como puede comprobar el lector.

Podrías dilucidar cómo entra el cociente entre aceleraciones en la definición de masa en la relatividad especial?

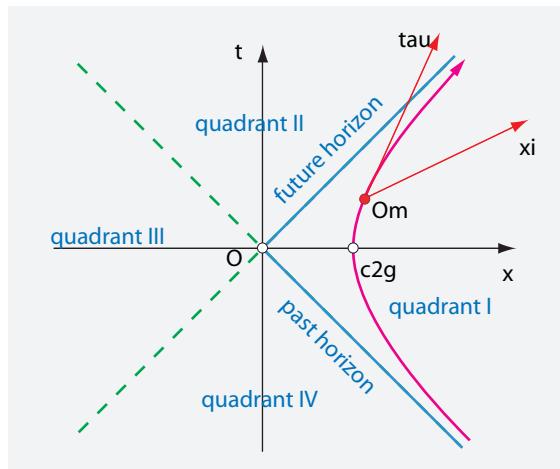


FIGURA 47 Movimiento hiperbólico y horizonte de eventos.

### HORIZONTES DE EVENTOS

Desafío 124 ny

Hay muchas propiedades sorprendentes del movimiento acelerado. Tiene especial interés la trayectoria, en las coordenadas  $\xi$  y  $\tau$  del sistema rígido acelerado, de un objeto que se sitúa en  $x = x_0 = c^2/g$  para cualquier tiempo  $t$ . Se obtienen las relaciones\*

$$\begin{aligned}\xi &= -\frac{c^2}{g}(1 - \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c}) \\ d\xi/d\tau &= -c \operatorname{sech} \frac{g\tau}{c} \tanh \frac{g\tau}{c}.\end{aligned}\quad (88)$$

Estas ecuaciones son extrañas. A tiempos  $\tau$  largos la coordenada  $\xi$  se acerca al valor límite  $-c^2/g$  y  $d\xi/d\tau$  tiende a cero. La situación es parecida a la de un coche que acelera alejándose de una mujer que está en el arcén de una recta de carretera muy larga. Vista desde el coche, la mujer se aleja; sin embargo, tras un rato, la única cosa que se nota es que ella se acerca lentamente al horizonte. En la física galileana, tanto el conductor del coche como la mujer del arcén ven que la otra persona se acerca al horizonte; en la relatividad especial, sólo el observador acelerado tiene esta apreciación.

Un esquema de la situación ayuda a aclarar el concepto. En la Figura 47 vemos que la luz emitida por un evento en las regiones II y III no puede alcanzar al observador griego. Estos eventos están escondidos para él y no puede observarlos. Sin embargo, la luz procedente del observador griego sí que puede alcanzar la región II. La frontera entre la parte del espacio-tiempo que puede ser observada y la que no se llama *horizonte de eventos*. En relatividad, el horizonte de eventos actúa como una puerta de único sentido para

\* Las funciones que aparecen arriba, la *secante hiperbólica* y la *tangente hiperbólica*, se definen a partir de las expresiones de la nota al pie de la página 85:

$$\operatorname{sech} y = \frac{1}{\cosh y} \quad y \quad \tanh y = \frac{\sinh y}{\cosh y}.\quad (87)$$

Desafío 125 ny

la luz y otras señales. Para completar la descripción, el esquema también nos muestra el horizonte de eventos pasados. ?'Podrías confirmar que los horizontes de eventos son negros?

Por tanto, no todos los eventos observados en un sistema de referencia inercial pueden observarse desde un sistema de referencia acelerado uniformemente. Los sistemas de referencia uniformemente acelerados producen horizontes de eventos a una distancia  $-c^2/g$ . Por ejemplo, una persona que está de pie no puede ver más allá que esa distancia por debajo de sus pies.

Desafío 126 s

Por cierto, ?'es verdad que un haz de luz no puede alcanzar a un observador en movimiento hiperbólico si éste empieza con suficiente ventaja?

Desafío 127 s

He aquí un desafío más complicado, que nos preparará para la relatividad general. ?'Cuál es la *forma* del horizonte visto por un observador uniformemente acelerado?

Ref. 99, Ref. 104

### LA ACELERACIÓN CAMBIA LOS COLORES

Ya vimos que un observador en movimiento ve colores distintos que el emisor. Hasta ahora hemos discutido este corrimiento de color, o efecto Doppler, sólo para movimiento inercial. Para sistemas acelerados la situación es incluso más extraña: el emisor y el receptor no se ponen de acuerdo en el color ni siquiera cuando ambos están en *reposo* uno con respecto del otro. De hecho, si la luz se emite en la dirección de la aceleración, la fórmula para el intervalo espacio-tiempo da

$$d\sigma^2 = \left(1 + \frac{g_0 x}{c^2}\right)^2 c^2 dt^2 \quad (89)$$

Desafío 128 ny

en donde  $g_0$  es la aceleración propia de un observador situado en  $x = 0$ . Podemos deducir de forma directa que

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{g_r h}{c^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{g_s h}{c^2}\right)} \quad (90)$$

Desafío 129 s

donde  $h$  es la distancia en varas entre la fuente y el receptor, y donde  $g_s = g_0/(1+g_0 x_s/c^2)$  y  $g_r = g_0/(1+g_0 x_r/c^2)$  son las aceleraciones propias medidas en la fuente y en el detector. En resumen, la frecuencia de la luz disminuye cuando la luz se mueve en el sentido de la aceleración. Por cierto, ?'tiene esto algún efecto en el color de los árboles a lo largo de su extensión vertical?

La fórmula que suele darse,

$$\frac{f_r}{f_s} = 1 - \frac{gh}{c^2}, \quad (91)$$

Desafío 130 ny

sólo es correcta como primera aproximación. En sistemas de referencia acelerados tenemos que tener cuidado con el significado de todas las magnitudes. Para las aceleraciones cotidianas, sin embargo, la diferencia entre las dos fórmulas es despreciable. ?'Podrías confirmar esto?

### ?‘SE PUEDE MOVER LA LUZ MÁS RÁPIDO QUE $c$ ?

?‘Cuál es la velocidad de la luz medida por un observador acelerado? Usando la expresión (91), un observador acelerado deduciría que

$$v_{\text{light}} = c \left(1 + \frac{gh}{c^2}\right) \quad (92)$$

que es mayor que  $c$  para la luz que se mueve delante o ‘encima’ de él, y menor que  $c$  para la que se mueve detrás o ‘debajo’ de él. Este extraño resultado es consecuencia de una propiedad básica de cualquier sistema de referencia acelerado. Incluso aunque todos los observadores estén en reposo unos respecto de los otros, los relojes *no* se mantienen sincronizados. Este cambio en la velocidad de la luz se ha confirmado también en los experimentos.\* Por tanto, la velocidad de la luz sólo es constante cuando se define como  $c = dx/dt$ , y si  $dx$  se mide con la regla situada en un punto *dentro* del intervalo  $dx$  y  $dt$  con un reloj *durante* el intervalo  $dt$ . Si la velocidad de la luz se define como  $\Delta x/\Delta t$ , o si la regla o el reloj están alejados de la luz, !la velocidad de la luz es distinta de  $c$  para observadores acelerados! Este es el mismo efecto que experimentas cuando giras alrededor de tu eje vertical durante la noche: la velocidad de las estrellas que observas es mucho mayor que la de la luz.

**Desafío 131 s** Obsérvese que este resultado no implica que las señales o la energía puedan moverse más rápido que  $c$ , como puedes comprobar por ti mismo.

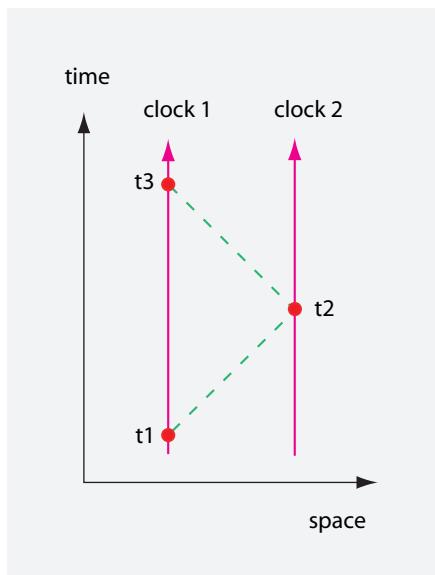
De hecho, todos estos efectos son despreciables a distancias  $l$  mucho menores que  $c^2/a$ . Para una aceleración de  $9,5 \text{ m/s}^2$  (más o menos la que tiene un árbol que cae), las distancias tendrían que ser del orden de un año-luz, o  $9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$ , para que tuvieran un efecto apreciable. En resumen,  $c$  es la velocidad de la luz relativa a la materia cercana *tan sólo*.

**Desafío 132 s** Por cierto, la gravedad de todos los días es equivalente a una aceleración. Por tanto, ?‘por qué los objetos distantes, como las estrellas, no se mueven más rápido que la luz, de acuerdo con la expresión (92)?

### ?‘QUÉ ES LA VELOCIDAD DE LA LUZ?

Hemos visto que la velocidad de la luz, tal y como suele definirse, es  $c$  sólo si el observador es inercial o si mide la velocidad de una luz que pasa cerca de él (no de una luz que pasa a gran distancia). En resumen, la velocidad de la luz tiene que medirse localmente. Pero esta conclusión no elimina todas las sutilezas.

A menudo se olvida un punto adicional. Normalmente, la longitud se mide a partir del tiempo que necesita la luz para recorrer esa distancia. En tal caso la velocidad de la luz tiene que ser obviamente constante. Pero, ?‘cómo comprobamos la constancia? Necesitamos eliminar las medidas de longitud. La manera más sencilla de hacer esto es reflejar la luz en un espejo, como se muestra en la Figura 48. La constancia de la velocidad de la luz implica que si la luz recorre hacia adelante y hacia detrás una linea recta, entonces



**FIGURA 48** Los relojes y la medida de la velocidad de la luz como velocidad de doble camino.

los relojes de los extremos medirán tiempos dados por

$$t_3 - t_1 = 2(t_2 - t_1). \quad (93)$$

Aquí hemos asumido que los relojes han sido sincronizados de acuerdo con el procedimiento descrito en la página 47. Si el factor no fuese exactamente dos, la velocidad de la luz no sería constante. De hecho, todos los experimentos realizados hasta ahora han dado un factor de dos, dentro de los márgenes de error experimentales.\*

Este resultado a veces se expresa diciendo que es imposible medir la velocidad de la luz en un único camino; sólo se puede medir la velocidad de la luz en doble camino. ?Estás de acuerdo?

Desafío 133 s

#### LÍMITES A LA LONGITUD DE LOS CUERPOS SÓLIDOS

Un objeto sólido cotidiano se rompe cuando alguna de sus partes se mueve con respecto a alguna otra de sus partes con una velocidad mayor que la del sonido  $c$  en ese material.\*\* Por ejemplo, cuando un objeto golpea el suelo y su extremo frontal se detiene a una

\* Las sutilezas de la velocidad de la luz en un camino y en dos caminos permanecerán como tema de discusión por largo tiempo. Muchos experimentos se explican y discuten en Ref. 18. Zhang dice en su resumen de la página 171, que la velocidad de la luz en un camino es independiente de la fuente de luz; sin embargo, ningún experimento muestra realmente que sea igual que la velocidad en doble camino. Más aún, la mayoría de los experimentos que se denominan ‘de un camino’ son, en realidad, experimentos de ‘doble camino’ (ver página 150, de Zhang).

\*\* La velocidad del sonido (longitudinal) es alrededor de 5,9 km/s para vidrio, hierro o acero; alrededor de 4,5 km/s para el oro; y alrededor de 2 km/s para el plomo. Otros valores de velocidad del sonido se dan en la página ??.

distancia  $d$ , el objeto se rompe si

$$\frac{v^2}{c^2} \geq \frac{2d}{l}. \quad (94)$$

De esta manera, vemos que podemos evitar la rotura de objetos frágiles rodeándolos de espuma plástica – lo que incrementa la distancia de frenado – con más o menos el mismo grosor que el tamaño del objeto. !Esto explicaría porqué la caja que contiene un regalo normalmente es mucho más grande que el contenido!

El límite de fractura también puede escribirse de una manera distinta. Para evitar la rotura, la aceleración  $a$  de un cuerpo sólido con longitud  $l$  debe obedecer

$$la < c^2, \quad (95)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido, que es la velocidad límite para las partes materiales de los sólidos. Repitamos este argumento en relatividad, usando la velocidad de la luz en lugar de la del sonido. Imaginemos que aceleramos un extremo de un cuerpo sólido con una aceleración *propia*  $a$ . El otro extremo no se puede mover con una aceleración  $\alpha$  ilimitada o, equivalentemente, no se puede mover a una velocidad mayor que la de la luz. Una comprobación rápida nos muestra que la longitud  $l$  de un cuerpo sólido debe obedecer

$$l\alpha < c^2/2, \quad (96)$$

donde  $c$  es ahora la velocidad de la luz. La velocidad de la luz por tanto limita el tamaño de los cuerpos sólidos. Por ejemplo, para  $9,8 \text{ m/s}^2$ , la aceleración de una buena motocicleta, esta expresión da un límite de  $9,2 \text{ Pm}$ , alrededor de un año-luz. No se puede decir que sea una restricción muy grande: la mayoría de las motos son mucho menores.

Desafío 135 ny

Sin embargo, hay otras situaciones más interesantes. Las aceleraciones más grandes que se consiguen hoy en día se producen en los aceleradores de partículas. Los núcleos atómicos tienen un tamaño de unos pocos femtómetros. ?Puedes deducir a qué energía se rompen cuando chocan en un acelerador? De hecho, los nucleones dentro del núcleo se mueven con aceleraciones del orden de  $v^2/r \approx \hbar^2/m^2r^3 \approx 10^{31} \text{ m/s}^2$ ; uno de los valores más altos que se encuentran en la naturaleza.

Obsérvese que la física galileana llega a una conclusión parecida: una velocidad límite, sea la del sonido o la de la luz, imposibilita que los cuerpos sólidos sean *rígidos*. Cuando tiramos de un extremo de un cuerpo, el otro extremo siempre se empieza a mover un poco más tarde.

Un acertijo: ?‘implica la velocidad límite una ‘relación de incertidumbre’ relativista

$$\Delta l \Delta a \leq c^2 \quad (97)$$

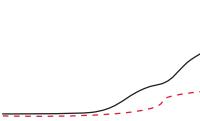
Página ?? para las incertidumbres de la longitud y la aceleración?

?Qué implica todo esto para el tamaño de las partículas elementales? Consideremos dos electrones separados una distancia  $d$ , y sea su tamaño  $l$ . La aceleración debida a la

Desafío 136 ny repulsión electrostática que les lleva a su límite de rotura viene dada por

$$l < \frac{4\pi\epsilon_0 c^2 d^2 m}{e^2}. \quad (98)$$

Cuanto más cerca están los electrones, más pequeños deben ser. El límite experimental actual da un tamaño menor que  $10^{-19}$  m. ?Podrían los electrones ser exactamente puntuales? Volveremos más adelante sobre esta cuestión, durante el estudio de la relatividad general y la teoría cuántica.



## APPENDIX 3

# LA RELATIVIDAD ESPECIAL EN CUATRO FRASES

Esta sección de nuestro ascenso a la Montaña Movimiento se puede resumir rápidamente.

- Todos los observadores (que flotan libremente) encuentran que hay una única velocidad perfecta en la naturaleza, que es la velocidad máxima de transporte de energía, a la que viaja la radiación sin masa, como la luz o las señales de radio, pero que no pueden alcanzar los sistemas materiales.
- Por tanto, aunque el espacio-tiempo es el mismo para todo observador, las longitudes y los tiempos varían de un observador a otro en la forma que describen las transformaciones de Lorentz (13) y (14), que han sido confirmadas por los experimentos.
- Las colisiones nos muestran que una velocidad máxima implica que la masa es energía concentrada, y que la energía total de un cuerpo viene dada por  $E = \gamma mc^2$ , lo que de nuevo confirman los experimentos.
- Aplicados a objetos acelerados, estos resultados llevan a numerosas consecuencias contrarias a la intuición, como la paradoja de los gemelos, la aparición de horizontes de eventos y la aparición de taquiones de vida breve en las colisiones.

La relatividad especial nos muestra que el movimiento, aunque limitado en velocidad, es relativo, se define utilizando la propagación de la luz, se conserva, y es reversible y determinista.

### ?‘PUEDE VARIAR LA VELOCIDAD DE LA LUZ?

La velocidad de la luz sin masa es la velocidad límite. Si asumimos que toda la luz es luz sin masa, ?‘podría aún así cambiar la velocidad de la luz de un lugar a otro, o conforme transcurre el tiempo? Esta delicada cuestión aún deja embobados a muchos físicos. La primera respuesta normalmente es un claro: !‘sí, por supuesto! Tan sólo mira lo que ocurre cuando el valor de  $c$  cambia en las fórmulas.’ (De hecho, hay incluso intentos de construir ‘teorías de la velocidad de la luz variable’.) Sin embargo, esta afirmación oída tan a menudo es falsa.

Puesto que la velocidad de la luz entra en nuestra definición de tiempo y espacio, también entra, aunque no nos demos cuenta, en la construcción de todas las reglas, todos los patrones de medida y todos los instrumentos de medida. Por tanto no hay ninguna manera de detectar si su valor cambia. Ningún experimento imaginable podría detectar una variación de la velocidad límite, ya que esa velocidad límite es la vase de todas las medidas. !‘Eso es una crueldad intelectual!’, podrías decir. ‘Todos los experimen-

tos muestran que la velocidad de la luz es invariante; nos hemos tenido que tragar un resultado contraintuitivo tras otro para aceptar la constancia de la velocidad de la luz, ?‘y ahora se supone que tenemos que admitir que no hay otra elección posible?’ Así es. Esta es la ironía del progreso de la física. La invariabilidad respecto al observador de la velocidad de la luz es contraria a la intuición y desconcertante cuando la comparamos la variabilidad respecto al observador de las velocidades cotidianas, las de galileo. Pero si hubiésemos tenido en cuenta que todas las medidas son – lo queramos o no – una comparación con la velocidad de la luz, no nos habríamos sorprendido por la constancia de la velocidad de la luz; más aún, nos habríamos sorprendido por las extrañas propiedades que tienen las velocidades *pequeñas*.

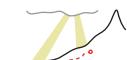
En pocas palabras, no hay en principio ninguna manera de comprobar la invariabilidad de un patrón. Dicho de otra manera, el aspecto realmente sorprendente de la relatividad no es la invariabilidad de  $c$ ; es la desaparición de  $c$  de las fórmulas del movimiento del día a día.

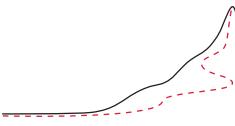
### ?‘QUÉ OCURRE CERCA DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ?

Conforme uno se acerca a la velocidad de la luz, las magnitudes en las transformaciones de Lorentz divergen. La división por cero es imposible: de hecho, ni las masas ni los observadores se pueden mover a la velocidad de la luz. Sin embargo, esta es sólo la mitad de la historia.

Ningún observable diverge realmente en la naturaleza. Si acercarse a la velocidad de la luz tanto como queramos fuese posible, la relatividad especial fallaría. Cuando la contracción de Lorentz es extremadamente grande, no hay manera de ignorar la curvatura del espacio-tiempo; de hecho, la gravedad tiene que tenerse en cuenta en esos casos. Cerca de un horizonte no hay manera de ignorar las fluctuaciones de la velocidad y la posición; la teoría cuántica tiene que tenerse en cuenta para estos casos. La exploración de estas dos limitaciones definen las siguientes dos etapas de nuestro ascenso a la Montaña Movimiento.

Cuando empezamos nuestra aventura, durante nuestra exploración de la física galileana, una vez que habíamos definido los conceptos básicos de velocidad, espacio y tiempo, fijamos nuestra atención en la gravedad. La invariabilidad de la velocidad de la luz nos ha forzado a cambiar estos conceptos básicos. Volvamos ahora al estudio de la gravedad a la luz de esta invariabilidad.





## APPENDIX 4

# RELATIVIDAD GENERAL FÁCIL: GRAVITACIÓN, VELOCIDAD MÁXIMA Y FUERZA MÁXIMA

**L**a relatividad general es *fácil*. Hoy en día, puede hacerse tan intuitiva como la gravedad universal y su ley de la inversa del cuadrado, de modo que las principales ideas de la relatividad general, como las de la relatividad especial, son accesibles a los estudiantes de escuelas secundarias. En particular, los agujeros negros, las ondas gravitacionales, la curvatura del espacio-tiempo y los límites del universo pueden entenderse entonces tan fácilmente como la paradoja de los gemelos. En las siguientes páginas descubriremos que, así como la relatividad especial se basa en y se deriva de una *velocidad máxima*  $c$ ,

- ▷ La relatividad general se basa y se deriva de un cambio de cantidad de movimiento máximo, o una *fuerza máxima*  $c^4/4G$  – o, equivalentemente, de una *potencia máxima*  $c^5/4G$ .

Primero demostramos que todos los datos experimentales conocidos son consistentes con estos límites. Luego nos encontraremos con que la fuerza máxima y la potencia máxima se alcanzan sólo en superficies límite insuperables.

- ▷ Las superficies que realizan la fuerza máxima – o el máximo flujo de cantidad de movimiento – y la potencia máxima – o flujo máximo de energía – se denominan **horizontes**.

Los Horizontes son simples generalizaciones de los horizontes que nos encontramos en la relatividad especial. Pronto sabremos por qué los valores máximos están relacionados con ellos. Los Horizontes juegan en la relatividad general el papel que juegan los haces de luz en la relatividad especial: son los sistemas que *dan cuenta* del límite. Un horizonte es la razón por la que el cielo es oscuro por la noche y que el universo es de tamaño finito. Los Horizontes nos dicen que, en general, el espacio-tiempo es curvo. Y los horizontes nos permitirán deducir las ecuaciones de campo de la relatividad general.

También discutiremos los principales argumentos en contra y las paradojas que surgen de los límites de fuerza y de potencia. Las resoluciones de las paradojas aclaran por qué los límites han permanecido latentes durante tanto tiempo, tanto en experimentos como en la enseñanza.

Después de esta introducción, estudiaremos los efectos de la gravedad relativista en detalle. Exploraremos las consecuencias de la curvatura del espacio-tiempo para los mo-



**FIGURA 49** Efectos de la gravedad: una estalactita goteando (© Richard Cindric) y los anillos de Saturno, fotografiado cuando el Sol se oculta detrás del planeta (cortesía CICLOPS, JPL, ESA, NASA).

Desafío 138 s

vimientos de los cuerpos y de la luz en nuestro entorno cotidiano. Por ejemplo, se modificará la ley de la inversa del cuadrado. (¿Puede explicar por qué esto es necesario en vista de lo que hemos aprendido hasta ahora?) Lo más fascinante de todo, vamos a descubrir cómo mover y doblar el vacío. A continuación estudiaremos el universo en general. Por último, exploraremos la forma más extrema de la gravedad: los agujeros negros.

Ref. 108

Ref. 109

“One of the principal objects of theoretical research in any department of knowledge is to find the point of view from which the subject appears in its greatest simplicity.

Willard Gibbs

Acabamos de ver que la teoría de la relatividad *especial* aparece cuando reconocemos el límite de velocidad  $c$  en la naturaleza y tomamos este límite como un principio básico. Al comienzo del siglo XXI, se demostró que la relatividad *general* se puede abordar mediante el uso de un principio básico parecido:

▷ Existe en la naturaleza una *fuerza máxima*, o una variación temporal de la *cantidad de movimiento máxima*:

$$F \leq \frac{c^4}{4G} = 3,0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N}. \quad (99)$$

En la naturaleza, no hay fuerza en cualquier músculo, máquina o sistema que pueda superar este valor. Para los curiosos, el valor de la fuerza límite es la energía de un agujero negro (de Schwarzschild) dividido por dos veces su radio. El límite de la fuerza se puede entender intuitivamente observando que los agujeros negros (de Schwarzschild) son los cuerpos más densos posibles para una masa dada. Dado que existe un límite respecto a cuánto puede comprimirse un cuerpo, las fuerzas – ya sean gravitatorias, eléctricas, centrípetas o de cualquier otro tipo – no puede ser arbitrariamente grandes.

Alternativamente, es posible utilizar otra enunciación equivalente como principio básico:

▷ Hay una *potencia máxima*, o cambio de energía por unidad de tiempo máximo, en

la naturaleza:

$$P \leq \frac{c^5}{4G} = 9,071(1) \cdot 10^{51} \text{ W}. \quad (100)$$

No hay potencia de cualquier lámpara, motor o explosión que pueda exceder de este valor. Es equivalente a  $1,2 \cdot 10^{49}$  HP. Una forma de visualizar el valor es la siguiente: la potencia máxima corresponde a convertir 50 masas solares en radiación sin masa en un milisegundo. La potencia máxima tiene lugar cuando un agujero negro (de Schwarzschild) radia durante el tiempo que la luz tarda en viajar a lo largo de una longitud que corresponde a su diámetro. Veremos a continuación precisamente lo que son los agujeros negros y por qué están conectados a estos límites.

Aún aparece otro límite equivalente cuando la potencia máxima se divide por  $c^2$ .

▷ Hay un ritmo de *cambio en masa máximo* en la naturaleza:

$$\frac{dm}{dt} \leq \frac{c^3}{4G} = 1,000\,93(1) \cdot 10^{35} \text{ kg/s}. \quad (101)$$

Este límite en el flujo de masa impone un límite a las bombas, motores a reacción y comedores rápidos. En efecto, la velocidad del flujo de agua o de cualquier otro material a través de los tuberías es limitada. El límite de flujo de masa es obviamente equivalente al límite de fuerza o de potencia.

Página ??

La existencia de una fuerza, potencia o flujo de masa máxima implica toda la teoría de la relatividad general. Con el fin de demostrar la corrección y la utilidad de este enfoque, se requiere una secuencia de argumentos. Dicha secuencia de argumentos, listada en la Tabla 2, es la misma que la que se utilizó para el establecimiento de la velocidad límite en la relatividad especial. El fundamento es reconocer que el valor de la fuerza máxima es *invariante*. Esto se deduce de la invariancia de  $c$  y  $G$ . Para el primer argumento, necesitamos reunir toda la evidencia observacional para el límite reivindicado y demostrar que es válido en *todos los casos*. En segundo lugar, tenemos que demostrar que el límite se aplica en todas las situaciones posibles e imaginables; las paradojas aparentes tendrán que ser resueltas. Por último, a fin de establecer el límite como un principio de la naturaleza, deberemos mostrar que la *relatividad general se deduce* de él.

Estos tres pasos estructuran esta introducción a la relatividad general. Comenzamos la historia explicando el origen de la idea de un valor límite.

### EL SIGNIFICADO DE LOS LÍMITES DE FUERZA Y POTENCIA

En los siglos XIX y XX muchos físicos se esforzaron en evitar el concepto de fuerza. Heinrich Hertz hizo que fuera un principio rector de su trabajo, y escribió un libro de texto influyente en la mecánica clásica sin tener que utilizar el concepto. Los padres de la teoría cuántica, que conocían este texto, abandonaron por completo el término “fuerza” del vocabulario de la física microscópica. Mientras tanto, el concepto de “fuerza gravitacional” fue eliminado de la relatividad general al reducirlo a una “pseudofuerza”. La Fuerza había pasado de moda.

Sin embargo, el principio de fuerza máxima tiene sentido, siempre que lo visualicemos por medio de la definición de la fuerza:

**TABLA 2** Cómo convencerse a sí mismo y a los demás de que hay una fuerza máxima  $c^4/4G$  o una potencia máxima  $c^5/4G$  en la naturaleza. Compare esta tabla con la tabla sobre velocidad máxima, en la página ??, y con la tabla acerca de una acción más pequeña, en el volumen IV.

Premisa	Método
El valor de fuerza $c^4/4G$ es invariante respecto del observador.	Comprobar todas las observaciones.
Los valores de fuerza $> c^4/4G$ no se han observado.	Comprobar todas las observaciones.
Los valores de fuerza $> c^4/4G$ no son locales o no se deben al transporte de energía	Comprobar todas las observaciones
No se pueden producir valores de fuerza $> c^4/4G$ .	Comprobar todos los intentos.
No se pueden imaginar valores de fuerza $> c^4/4G$ .	Resolver todas las paradojas.
Un valor de fuerza máximo $c^4/4G$ es un principio de la naturaleza	deducir de ella la teoría de la relatividad general y comprobarla. mostrar que todas las consecuencias, por extrañas que sean, son confirmadas por la observación.

- ▷ *Fuerza* es el flujo de cantidad de movimiento por unidad de tiempo.

En la naturaleza, la cantidad de movimiento no puede ser creada ni destruida. Utilizamos el término “flujo” para recordarnos que la cantidad de movimiento, siendo una cantidad que se conserva, sólo se puede cambiar mediante entrada o salida de flujo. En otras palabras,

- ▷ El cambio de cantidad de movimiento, y por lo tanto la fuerza, siempre tiene lugar a través de alguna *superficie frontera*.

Este hecho es de importancia capital. Siempre que pensamos en fuerza en un punto, lo que *realmente* queremos decir es que la cantidad de movimiento ‘fluye’ a través de una superficie en ese punto. Y que la cantidad está limitada.

- ▷ *Fuerza* es un concepto relativo.

Cualquier medida de fuerza es relativa a una superficie. Cualquier medición de flujo de la cantidad de movimiento es relativa. En relatividad especial, la velocidad es relativa; sin embargo, la velocidad está limitada. En relatividad general, la fuerza es relativa; sin embargo, la fuerza está limitada. Esa es la fascinación del límite de la fuerza.

La relatividad general explica esta idea habitualmente de la siguiente manera: Las fuerzas mantienen a los cuerpos siguiendo las geodésicas. (Una geodésica es una trayectoria seguida por una partícula en caída libre) El mecanismo subyacente a una fuerza medida no es importante; con el fin de tener un ejemplo concreto para guiar la discusión puede ser útil imaginar la fuerza como de origen electromagnético. Sin embargo, cualquier tipo de fuerza o flujo de cantidad de movimiento está limitado, relativo a cualquier superficie. No es importante si la superficie, es decir, el observador o el cuerpo no siguen geodésicas.

El principio de fuerza máxima se reduce a la siguiente proposición: si imaginamos cualquier superficie física (y se cubre con observadores), la integral de flujo de momento a través de la superficie (medida por todos esos observadores) nunca sobrepasa el valor límite  $c^4/4G$ . No importa cómo se elija la superficie, siempre que sea física:

- ▷ Una *superficie es física* siempre que podamos fijar observadores sobre ella.

Hacemos hincapié en que los observadores en relatividad general, como en la relatividad especial, son sistemas físicos masivos que son lo suficientemente pequeños para que su influencia en el sistema bajo observación sea insignificante.

El principio de la fuerza máxima impone un límite en los músculos, en el efecto de martillos, en el flujo de material, en la aceleración de los cuerpos masivos, y mucho más. Ningún sistema puede crear, medir o experimentar una fuerza por encima del límite. Ninguna partícula, ningún bulldozer y ninguna galaxia pueden excederlo.

La existencia de una fuerza límite tiene una consecuencia atractiva. En la naturaleza, las fuerzas pueden ser medidas. Cada medición es una comparación con un patrón estándar.

- ▷ La fuerza límite proporciona una *unidad natural* de fuerza: la *fuerza de Planck*.

La unidad de fuerza encaja dentro del sistema de *unidades naturales* que Max Planck derivó de  $c$ ,  $G$  y  $\hbar$  (hoy en día se prefiere  $\hbar = h/2\pi$ ).<sup>\*</sup> Por lo tanto la fuerza máxima proporciona un *estándar de medida* de la fuerza que válido en cada lugar y en cada instante de tiempo.

El valor límite de la fuerza máxima  $c^4/4G$  difiere de la unidad originalmente propuesta de Planck de dos maneras. En primer lugar, el factor numérico es diferente (Planck tuvo en cuenta el valor  $c^4/G$ ). En segundo lugar, la fuerza unidad es un *valor límite*. A este respecto, la fuerza máxima juega el mismo papel que la velocidad máxima. Como veremos más adelante, esta propiedad límite es válida para todas las demás unidades de Planck, una vez que los factores numéricos se han corregido adecuadamente. El factor 1/4 no tiene un significado más profundo: es sólo el valor que conduce a la forma correcta de las ecuaciones de campo de la relatividad general. El factor 1/4 en el límite también se

Ref. 111  
Vol. VI, página ??

---

\* Cuando Planck descubrió el cuanto de acción, se dio cuenta de la posibilidad de definir *unidades naturales* para todas las magnitudes observables. De hecho, en un paseo con su hijo de siete años, Erwin, en un bosque de los alrededores de Berlín, le dijo que había hecho un descubrimiento tan importante como el descubrimiento de la gravedad universal.

**Página 121** requiere para recuperar, en situaciones cotidianas, la ley de la inversa del cuadrado de la gravitación universal. Cuando el factor se toma en cuenta adecuadamente, la fuerza máxima (o potencia) viene dada simplemente por la energía de Planck (corregida) dividido por la longitud de Planck (corregida) o tiempo de Planck.

La expresión  $c^4/4G$  para la fuerza máxima implica la velocidad de la luz  $c$  y la constante gravitacional  $G$ ; por lo tanto, la califica como una proposición sobre la *gravitación relativista*. El principio fundamental de la relatividad especial establece que  $v$  obedece  $v \leq c$  para todos los observadores. Análogamente, el principio básico de la relatividad general afirma que en todos los casos la fuerza  $F$  y la potencia  $P$  obedecen a  $F \leq c^4/4G$  y  $P \leq c^5/4G$ . No importa si el observador mide la fuerza o la potencia mientras se mueve a alta velocidad con respecto al sistema bajo observación, durante la caída libre, o mientras se está acelerando fuertemente. Sin embargo, veremos que es esencial que el observador registre los valores medidos en su *propia ubicación* y que el observador sea *realista*, es decir, hecho de materia y no separado del sistema por un horizonte. Estas condiciones son las mismas que deben ser obedecidas por los observadores que miden la velocidad en la relatividad especial.

El límite de fuerza se refiere a 3-fuerza (el 3 hace referencia al número de coordenadas), o lo que llamamos "fuerza" en la vida cotidiana, y que el límite de potencia se refiere a lo que llamamos "potencia"<sup>en</sup> la vida cotidiana. En otras palabras, en la naturaleza, tanto la 3-velocidad como la 3-fuerza son limitadas.

**Página 76**

**Página 113** Puesto que la potencia física es la fuerza multiplicada por la velocidad, y dado que la naturaleza proporciona un límite de velocidad, la fuerza límite y la potencia límite son equivalentes. Ya hemos visto que la fuerza y la potencia aparecen juntos en la definición de la 4-fuerza. La afirmación de una 3-fuerza máxima es válida para cada componente de la 3-fuerza, así como para su magnitud. (Como veremos más adelante, un impulso a un observador con alto valor de  $\gamma$  no puede ser usado para superar los límites de fuerza o potencia). El límite de potencia limita la producción de motores de automóviles y motocicletas, lámparas, láseres, estrellas, fuentes de radiación gravitatoria y galaxias. El principio de potencia máxima afirma que no hay manera de mover la energía o deshacerse de ella más rápidamente que eso.

El límite de potencia se puede entender intuitivamente haciendo notar que cada motor produce *escapes*, es decir, que un poco de materia o energía se quedan atrás. Para una lámpara, una estrella o un agujero negro que se evapora, los escapes son la radiación emitida; para un coche o motor a reacción son gases calientes; para una turbina de agua el escape es el agua que se mueve lentamente cuando abandona la turbina; para un cohete es la materia expulsada en su extremo posterior; para un cohete de fotones o un motor eléctrico es la energía electromagnética. Siempre que la potencia de un motor se acerca al valor límite, los escapes aumentan dramáticamente en masa-energía. Para masas de escape extremadamente altas, la atracción gravitatoria de estos escapes - incluso si son sólo de radiación - impide una mayor aceleración del motor con respecto a ellos.

- ▷ El principio de la máxima potencia expresa de este modo que hay un mecanismo de frenado integrado en la naturaleza; este mecanismo de frenado es la gravedad.

La afirmación de una fuerza, potencia o de cambio masa máximos en la naturaleza

parece casi demasiado fantástico para ser verdad. Por lo tanto, nuestra primera tarea es comprobarlo empíricamente tan a fondo como sea posible.

#### LA EVIDENCIA EXPERIMENTAL

Al igual que el principio de máxima velocidad, el principio de fuerza máxima debe ser comprobado experimentalmente en primer lugar. Recordemos que Michelson pasó gran parte de su vida de investigador en busca de posibles variaciones en el valor de la velocidad de la luz. Sin embargo, nadie ha dedicado mucho esfuerzo a probar la fuerza o potencia máxima. Sin embargo, es sencillo confirmar que ningún experimento, ya sea microscópico, macroscópico o astronómico, ha medido nunca valores de fuerza mayores que el límite indicado. Muchas personas han afirmado haber producido velocidades mayores que la de la luz. Hasta el momento, nadie ha reivindicado que jamás haya producido u observado una fuerza superior al valor límite.

**Desafío 139 s**

Las grandes aceleraciones que las partículas sufren en las colisiones en el interior del Sol, en los aceleradores más potentes o en las reacciones debidas a los rayos cósmicos corresponden a la valores de fuerza mucho menores que la fuerza límite. Lo mismo es cierto para los neutrones en las estrellas de neutrones, para quarks dentro de los protones, y para toda la materia que se ha observado cayendo hacia los agujeros negros. Por otra parte, la búsqueda de singularidades espacio-temporales, que permitiría a las fuerzas alcanzar o exceder el límite de la fuerza, ha sido infructuosa.

**Página 118**

**Desafío 140 s**

En el dominio astronómico, todas las fuerzas entre las estrellas o galaxias están por debajo del valor límite, como lo están las fuerzas en su interior. Ni siquiera las interacciones entre las dos mitades del universo exceden el límite, cualquiera que sea la división física razonable entre las dos mitades. (Se definirá el significado de 'división física razonable' a continuación; para las divisiones que *no* son razonables, se pueden construir excepciones a la afirmación de fuerza máxima. Usted puede disfrutar de la búsqueda de tal excepción.)

**Ref. 113**

**Ref. 112**

Los astrónomos también han fracasado en detectar cualquier región del espacio-tiempo cuya curvatura (un concepto que se introduce a continuación) sea lo suficientemente grande como para permitir que las fuerzas excedan la fuerza límite. De hecho, ninguna de las numerosas observaciones recientes de los agujeros negros ha sacado a la luz fuerzas más grandes que el valor límite u objetos más pequeños que el correspondiente radio del agujero negro.

El límite de potencia también se puede comprobar experimentalmente. Resulta que la potencia – o la luminosidad – de estrellas, cuásares, púlsares binarios, estallidos de rayos gamma, galaxias o cúmulos de galaxias efectivamente puede ser una fracción considerable de la potencia límite. Sin embargo, nunca se ha observado ninguna violación del límite. De hecho, la suma de toda la salida de luz de todas las estrellas en el universo no excede del límite. Del mismo modo, incluso las más brillantes fuentes de ondas gravitacionales, la fusión de agujeros negros, no exceden el límite de potencia. Por ejemplo, la fusión de agujeros negros publicada en 2016, posiblemente el evento más poderoso observado hasta el momento, transformó aproximadamente 3 masas solares en radiación en 0,2 s. Por lo tanto, su potencia era aproximadamente tres mil veces menor que el límite de potencia  $c^5/4G$ , la potencia máxima posiblemente era alrededor de trescientas veces menor que el límite. Sólo el brillo de la evaporación de agujeros negros en su fase final

Página 119 Podría ser igual a la potencia límite. Pero hasta ahora, nunca se ha observado ninguna. (Dado que varias fuentes localizadas cercanas pueden aproximarse al límite de potencia, surge la llamada *paradoja de la potencia*, que será discutida más adelante).

Ref. 114 Del mismo modo, todas las tasas de flujo de masa observadas están órdenes de magnitud por debajo del límite correspondiente. También los sistemas físicos que son análogos matemáticos de los agujeros negros – por ejemplo, los agujeros negros acústicos silenciosos o agujeros negros ópticos – no invalidan los límites de fuerza y de potencia que se mantienen en los sistemas correspondientes.

Página 125 En resumen, la situación experimental es algo decepcionante. Los experimentos no contradicen los valores límite. Pero tampoco los datos hacen mucho por confirmarlos. La razón es la falta de horizontes en la vida cotidiana y en los sistemas experimentalmente accesibles. La velocidad máxima en la base de la relatividad especial se encuentra en casi todas partes; la fuerza máxima y la potencia máxima no se encuentran casi en ninguna parte. A continuación vamos a proponer algunas pruebas destinadas a los límites que podrían realizarse en el futuro.

### DEDUCIENDO LA RELATIVIDAD GENERAL\*

Página 108 A fin de establecer los límites de la fuerza y la potencia máximas como principios físicos fundamentales, no es suficiente mostrar que son consistentes con lo que observamos en la naturaleza. Es necesario demostrar que implican la teoría completa de la relatividad general. (Esta sección es solamente para lectores que ya conozcan las ecuaciones de campo de la relatividad general. Otros lectores pueden saltar a la próxima sección).

Ref. 109, Ref. 111 Con el fin de derivar la teoría de la relatividad necesitamos estudiar aquellos sistemas que cumplen el límite bajo escrutinio. En el caso de la teoría especial de la relatividad, el principal sistema que cumple el límite de velocidad es la luz. Por esta razón, la luz es central para la exploración de la relatividad especial. En el caso de relatividad general, los sistemas que cumplen el límite son menos evidentes. Advierta primero que una fuerza máxima (o potencia) no puede ser realizadas a través de un *volumen* del espacio. Si fuera posible, un simple boost,\*\* podría transformar la fuerza (o potencia) en un valor más elevado. Por lo tanto, la naturaleza puede dar cuenta de fuerza y potencia máxima únicamente sobre superficies, no sobre volúmenes. Además, esas superficies deben ser inalcanzables. Estas superficies inalcanzables son básica en la relatividad general; se llaman *horizontes*.

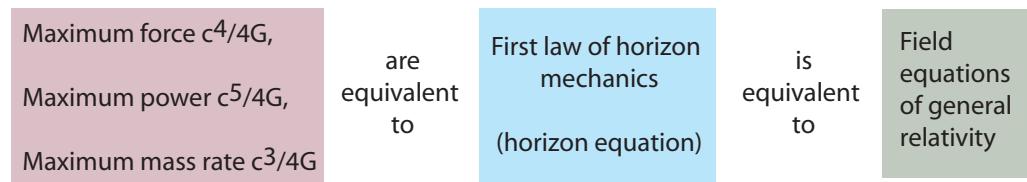
- ▷ La fuerza y la potencia máxima sólo aparecen en los horizontes.

Página 88 Nos hemos encontrado con horizontes en la relatividad especial, en el que se definieron como las superficies que imponen límites a la observación. (Note el contraste con la vida cotidiana, donde un horizonte es sólo una línea, no una superficie.) La presente definición de un horizonte como una superficie de fuerza máxima (o potencia) es equivalente a la definición de como una superficie más allá del cual no puede recibirse ninguna señal.

---

\* Esta sección puede omitirse en primera lectura. (Las pruebas mencionadas datan de diciembre 2003.)

\*\* Un *boost* se definió en la relatividad especial como un cambio de punto de vista a un segundo observador que se mueve en relación con el primero. Es una transformación en el eje-x, conocida como un *boost* (*empuje*) en la dirección del eje-x.



**FIGURA 50** Mostrando la equivalencia de la fuerza o potencia máxima con las ecuaciones de campo de la relatividad general.

En ambos casos, un horizonte es una superficie más allá de la cual cualquier interacción es imposible.

La conexión entre los horizontes y la fuerza máxima es un punto central de la gravedad relativista. Es tan importante como la conexión entre la luz y la velocidad máxima en la relatividad especial. En la relatividad especial, hemos demostrado que el hecho de que la velocidad de la luz sea la velocidad máxima en la naturaleza implica las transformaciones de Lorentz. En la relatividad general, ahora vamos a demostrar que la fuerza máxima en la naturaleza, que podemos llamar la *fuerza del horizonte*, implica las ecuaciones de campo de la relatividad general. Para lograr este objetivo, se comienza con la comprensión de que todos los horizontes tienen un flujo de energía a través de ellos. El flujo depende de la curvatura del horizonte, como veremos más adelante. Esta conexión implica que los horizontes no pueden ser planos, ya que un plano infinitamente extenso implicaría un flujo de energía infinito.

La deducción de las ecuaciones de la relatividad general tiene sólo dos pasos, como se muestra en la [Figura 50](#). En el primer paso, se muestra que el principio de fuerza o potencia máxima implica la primera “ley” de la mecánica horizonte. En el segundo paso, se muestra que la primera “ley” implica las ecuaciones de campo de la relatividad general.

El horizonte finito más simple es una esfera estática, lo que corresponde a un agujero negro de Schwarzschild. Un horizonte esférico se caracteriza por su radio de curvatura  $R$ , o equivalentemente, por su gravedad superficial  $a$ ; las dos cantidades están relacionadas por  $2aR = c^2$ . Ahora, la energía fluyente a través de cualquier horizonte es siempre finita en extensión, cuando se mide a lo largo de la dirección de propagación. Así, podemos hablar más específicamente de un pulso de energía. Cualquier pulso de energía a través de un horizonte está de este modo caracterizado por una energía  $E$  y una longitud propia  $L$ . Cuando el pulso de energía fluye perpendicularmente a través de un horizonte, la relación del cambio de la cantidad de movimiento, o fuerza, para un observador en el horizonte es

$$F = \frac{E}{L} . \quad (102)$$

Nuestra meta es mostrar que la existencia de una fuerza máxima implica la relatividad general. Ahora, la fuerza máxima se realiza en horizontes. Por lo tanto necesitamos insertar los valores máximos posibles en ambos lados de la ecuación (102) y demostrar que surge la relatividad general.

Usando el valor máximo de la fuerza y el área  $4\pi R^2$  para un horizonte esférico tenemos

$$\frac{c^4}{4G} = \frac{E}{LA} 4\pi R^2. \quad (103)$$

La fracción  $E/A$  es la energía por área que fluye a través de cualquier área  $A$  que es parte de un horizonte. La inserción de valores máximos está completa cuando notamos que la longitud  $L$  del pulso de energía está limitada por el radio  $R$ . El límite  $L \leq R$  se sigue de consideraciones geométricas: visto desde el lado cóncavo del horizonte, el pulso debe ser más corto que el radio de curvatura. Un argumento independiente es el siguiente. La longitud  $L$  de un objeto acelerado por  $a$  está limitada, por la relatividad especial, por  $L \leq c^2/2a$ . Ref. 115 La relatividad especial ya muestra que este límite está relacionado con la aparición de un horizonte. Junto con la relación (103), la afirmación de que los horizontes son superficies de fuerza máxima conduce a la siguiente relación importante para horizontes esféricos estáticos:

$$E = \frac{c^2}{8\pi G} a A. \quad (104)$$

Ref. 116 Esta ecuación del horizonte establece el flujo de energía  $E$  a través de un área  $A$  de un horizonte esférico con gravedad superficial  $a$ . Establece que la energía que fluye a través de un horizonte está limitada, que esta energía es proporcional al área del horizonte, y que el flujo de energía es proporcional a la gravedad de la superficie. La ecuación del horizonte se llama también la primera ley de la mecánica del agujero negro o la primera ley de la mecánica del horizonte.

La derivación anterior también produce el resultado intermedio

$$E \leq \frac{c^4}{16\pi G} \frac{A}{L}. \quad (105)$$

Esta forma de ecuación del horizonte expresa más claramente que ninguna otra superficie distinta de un horizonte puede lograr el flujo de energía máximo, cuando se dan el área y longitud de pulso (o gravedad de la superficie). *La gravedad limita el flujo de energía.* Ningún otro dominio de la física hace aseveraciones comparables: son intrínsecos a la teoría de la gravedad.

Una derivación alternativa de la ecuación horizonte comienza con el énfasis en la potencia en lugar de en la fuerza, usando  $P = E/T$  como ecuación inicial.

Es importante hacer hincapié en que las ecuaciones de horizonte (104) y (105) se derivan de sólo dos supuestos: primero, hay una velocidad máxima en la naturaleza, y en segundo lugar, hay una fuerza máxima (o potencia) en la naturaleza. No se asume ninguna teoría específica de gravedad. La ecuación del horizonte incluso podría ser comprobable experimentalmente, como se argumenta más adelante.

A continuación, tenemos que generalizar la ecuación del horizonte desde horizontes estáticos y esféricos a horizontes generales. Puesto que la fuerza máxima se supone que es válida para *todos* los observadores, ya sea por inercia o aceleración, la generalización es sencilla. Para un horizonte que se curva de forma irregular o variable en el tiempo la

ecuación del horizonte se convierte en

$$\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A . \quad (106)$$

Esta relación diferencial -puede llamarse la *ecuación general del horizonte* – es válida para cualquier horizonte. Se puede aplicar por separado para cada trozo  $\delta A$  de un horizonte dinámico o espacialmente variable.

Ref. 117

Se ha sabido que la ecuación de horizonte general (106) es equivalente a la relatividad general al menos desde 1995, cuando esta equivalencia fue (implícitamente) demostrada por Jacobson. Mostraremos que la ecuación diferencial del horizonte desempeña el mismo papel para la relatividad general que la ecuación  $dx = c dt$  tiene para la relatividad especial. De ahora en adelante, cuando hablamos de la ecuación del horizonte, nos referimos a la forma diferencial general (106) de la relación.

Resulta instructivo replantear el comportamiento de pulsos de energía de longitud  $L$  de manera que se mantenga para cualquier superficie, incluso una que no sea un horizonte. Repitiendo la derivación anterior, obtenemos el límite de energía

$$\frac{\delta E}{\delta A} \leq \frac{c^4}{16\pi G} \frac{1}{L} . \quad (107)$$

La igualdad sólo se tiene lugar cuando la superficie  $A$  es un horizonte. En otras palabras, cada vez que el valor  $\delta E/\delta A$  en un sistema físico se approxima al lado derecho, comienza a formarse un horizonte. Esta conexión será esencial en nuestra discusión de aparentes contraejemplos a los principios límite.

Si tenemos en cuenta que en un horizonte la longitud  $L$  del pulso obedece a  $L \leq c^2/2a$ , queda claro que la ecuación general del horizonte es una consecuencia de la fuerza máxima  $c^4/4G$  o de la potencia máxima  $c^5/4G$ . Además, la ecuación del horizonte también tiene en cuenta la velocidad máxima, que está en el origen de la relación  $L \leq c^2/2a$ . Por lo tanto la ecuación del horizonte se sigue únicamente a partir de estos dos límites de la naturaleza. Observemos también que la ecuación del horizonte – o, equivalentemente, la fuerza o potencia límite – implica una razón de cambio de masa máxima en la naturaleza dada por  $dm/dt \leq c^3/4G$ .

Ref. 117

Lo restante, segunda etapa del argumento, es la derivación de la relatividad general de la ecuación general del horizonte. Esta derivación fue proporcionada por Jacobson, y se dan los puntos esenciales en los siguientes párrafos. Para ver la conexión entre la ecuación general horizonte (106) y las ecuaciones de campo, sólo necesitamos generalizar la ecuación general del horizonte a los sistemas de coordenadas generales y a las direcciones generales del flujo de energía-cantidad de movimiento. Esto se logra mediante la introducción de la notación tensorial que está adaptada para el espacio-tiempo curvo.

Para generalizar la ecuación general del horizonte, se introduce el elemento de superficie general  $d\Sigma$  y el campo vectorial local “boost” de Killing  $k$  que genera el horizonte (con la norma adecuada). Jacobson utiliza estas dos cantidades para volver a escribir la

parte izquierda de la ecuación general del horizonte (106) como

$$\delta E = \int T_{ab} k^a d\Sigma^b , \quad (108)$$

donde  $T_{ab}$  es el tensor de energía-cantidad de movimiento\*. Esta expresión obviamente da la energía en el horizonte para sistemas de coordenadas arbitrarias y direcciones de flujo de energía arbitrarias.

El principal resultado de Jacobson es que el factor  $a \delta A$  en el lado derecho de la ecuación general del horizonte (106) puede ser reescrita, haciendo uso de la ecuación (pura-mente geométrica) de Raychaudhuri, como

$$a \delta A = c^2 \int R_{ab} k^a d\Sigma^b , \quad (109)$$

donde  $R_{ab}$  es el tensor de Ricci que describe la curvatura del espacio-tiempo. Esta relación describe cómo las propiedades locales del horizonte dependen de la curvatura local.

Combinando estos dos pasos, la ecuación de horizonte general (106) se convierte en

$$\int T_{ab} k^a d\Sigma^b = \frac{c^4}{8\pi G} \int R_{ab} k^a d\Sigma^b . \quad (110)$$

Jacobson muestra que esta ecuación, junto con la conservación de la energía local (es decir, la anulación de la divergencia del tensor energía-cantidad de movimiento) sólo puede satisfacerse si

$$T_{ab} = \frac{c^4}{8\pi G} \left( R_{ab} - \left( \frac{R}{2} + \Lambda \right) g_{ab} \right) , \quad (111)$$

Donde  $R$  es el escalar de Ricci y  $\Lambda$  es una constante de integración cuyo valor no está determinado por el problema. Las ecuaciones anteriores son las ecuaciones de campo completo de la relatividad general, incluyendo la constante cosmológica  $\Lambda$ . Las ecuaciones de campo se derivan de la ecuación del horizonte. Por lo tanto, se demuestra que son válidas en los horizontes.

Dado que es posible, al elegir una transformación de coordenadas adecuada, posicionar un horizonte en cualquier punto espacio-tiempo deseado, las ecuaciones de campo deben ser válidas sobre todo el espacio-tiempo. Esta observación completa el argumento de Jacobson. Puesto que las ecuaciones de campo se siguen, a través de la ecuación del horizonte, del principio de fuerza máxima, también hemos demostrado que en cada punto espacio-tiempo en la naturaleza se aplica la misma fuerza máxima: el valor de la fuerza máxima es una invariante y una constante de la naturaleza.

En otras palabras, las ecuaciones de campo de la relatividad general son una consecuencia directa del límite del flujo de energía en los horizontes, que a su vez se debe a la existencia de una fuerza máxima (o potencia). En realidad, la derivación de Jacob-

---

\* Nota del traductor: En la literatura es más frecuente verlo escrito como tensor energía-impulso o incluso tensor energía-momento sin especificar que se trata del momento lineal. Aunque es un nombre más largo, preferimos cantidad de movimiento que es lo que cuantifica la masa en movimiento.

son demuestra que el argumento funciona en ambas direcciones. *En resumen, la fuerza máxima (o potencia), la ecuación del horizonte y la relatividad general son equivalentes.*

Observamos que la deducción de las ecuaciones de campo de la relatividad general a partir de la máxima potencia o fuerza es correcta sólo bajo el supuesto de que la gravedad es puramente geométrica. Esta es la afirmación esencial de la relatividad general. Si el mecanismo de la gravedad estuviera basado en otros campos, tales como partículas hasta ahora desconocidas, no se daría la equivalencia entre la gravedad y la fuerza máxima.

Desde el momento que la derivación de la relatividad general a partir del *principio de fuerza máxima* o del *principio de potencia máxima* está ahora establecida, podemos llamar correctamente a estos límites la fuerza del horizonte y la potencia del horizonte. Cada confirmación experimental o teórica de las ecuaciones de campo confirma indirectamente su existencia.

### GRAVITACIÓN, CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO, HORIZONTES Y FUERZA MÁXIMA

Desafío 141 s

Permítanos repetir los resultados de la sección anterior en términos simples. Imagíñese dos observadores que comienzan a moverse libremente y paralelos entre sí. Ambos continúan hacia adelante en línea recta. Si después de un tiempo descubren que ya no se mueven paralelos entre sí, entonces pueden deducir que se han movido sobre una superficie curva (¡inténtelo para creerlo!) o en un espacio curvo. Tales desviaciones del movimiento libre paralelo se observan cerca de masas y otras energías localizadas. Concluimos que el espacio-tiempo se curva cerca de las masas. O, simplemente: la gravitación curva el espacio.

La gravedad conduce a la aceleración. Y la aceleración lleva a un horizonte a la distancia  $c^2/a$ . Ningún horizonte existe en la vida cotidiana, porque las distancias resultantes no son perceptibles; pero los horizontes existen alrededor de cuerpos cuya masa se concentra en una esfera de radio  $r = 2Gm/c^2$ . Tales cuerpos se llaman *agujeros negros* (Schwarzschild). La curvatura espacial alrededor de un agujero negro de masa  $m$  es la curvatura máxima posible alrededor de un cuerpo de esa masa.

Página 265

Los agujeros negros se pueden ver como materia en caída libre permanente. Estudiaremos los agujeros negros en detalle a continuación. En el caso de un agujero negro, como en cualquier horizonte, es imposible detectar lo que está ‘tras’ el límite.\*

Los agujeros negros se caracterizan por una gravedad superficial  $a$  y un flujo de energía  $E$ .

- ▷ El principio de fuerza máxima es una manera simple de indicar que, en los horizontes, el flujo de energía es proporcional al área y a la gravedad de la superficie.

Esta conexión permite deducir la teoría completa de la relatividad general. En particular, un valor máximo de la fuerza es suficiente para contar el espacio-tiempo cómo curvarse. Exploraremos los detalles de esta relación en breve.

---

\* Análogamente, en la relatividad especial es imposible detectar qué se mueve más rápido que la barrera de luz.

Página 268

Si no existiera un límite de fuerza en la naturaleza, sería posible “bombar” cualquier cantidad de energía deseada a través de una superficie determinada, incluido cualquier horizonte. En este caso, el flujo de energía no sería proporcional al área, los horizontes no tendrían las propiedades que tienen, y la relatividad general no se sostendría. Así tenemos una idea de cómo el flujo máximo de energía, el flujo máximo de cantidad de movimiento y el flujo máximo de masa están todos conectados a horizontes. La conexión es más obvia para agujeros negros, donde la energía, cantidad de movimiento o masa son aquellos que caen en el agujero negro.

La analogía entre la relatividad especial y la relatividad general puede así llevarse más allá. En relatividad especial, la velocidad máxima implica  $dx = c dt$ , y que el tiempo depende del observador. En la relatividad general, la fuerza máxima (o potencia) implica la ecuación del horizonte  $\delta E = \frac{c^2}{8\pi G} a \delta A$  y la observación de que el espacio-tiempo está curvado. La ecuación del horizonte implica las ecuaciones de campo de la relatividad general. Dicho brevemente:

- ▷ La existencia de una fuerza máxima implica que el espacio-tiempo está curvado en las cercanías de las masas e implica *cómo* se curva.

Ref. 109

La fuerza máxima (o potencia) tiene así el mismo doble papel en la relatividad general que la velocidad máxima tiene en la relatividad especial. En relatividad especial, la velocidad de la luz es la velocidad máxima; es también la constante de proporcionalidad que conecta espacio y tiempo, como la ecuación  $dx = c dt$  hace evidente. En la relatividad general, la fuerza del horizonte es la fuerza máxima; también aparece (con un factor  $2\pi$ ) en las ecuaciones de campo como la constante de proporcionalidad que conecta la energía y la curvatura. La fuerza máxima describe así la elasticidad del espacio-tiempo y – si utilizamos la imagen simple del espacio-tiempo como un medio – la tensión máxima a la que puede estar sometido el espacio-tiempo. Este doble papel de una constante material como factor de proporcionalidad y como valor límite es bien conocido en la ciencia de los materiales.

¿Por qué la fuerza máxima es también el factor de proporcionalidad entre la curvatura y la energía? Imagine el espacio como un material elástico. \* La elasticidad de un material es descrita por una constante material numérica. La definición más simple de esta constante material es la relación entre la tensión (fuerza por área) y la deformación (el cambio proporcional de la longitud). Una definición exacta tiene que tener en cuenta la geometría de la situación. Por ejemplo, el *módulo de cizalladura*  $G$  (o  $\mu$ ) describe lo difícil que es mover dos superficies paralelas de un material entre sí. Si  $F$  es la fuerza necesaria para mover dos superficies paralelas de área  $A$  y longitud  $l$  una contra otra una distancia  $\Delta l$ , definimos el módulo de cizalladura o del esfuerzo cortante  $G$  por

$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta l}{l} . \quad (112)$$

El módulo de cizalladura  $G$  para metales y aleaciones oscila entre 25 y 80 GPa. La teoría

Vol. III, página 147

\* ¿Esta analogía le hace pensar en éter? No se preocupe: la física no tiene necesidad del concepto de éter, porque es indistinguible del vacío. La relatividad general describe el vacío como una clase de material que se puede deformar y mover – pero no necesita ni introduce el éter.

del continuo de sólidos muestra que para cualquier sólido cristalino sin ningún defecto (un sólido “perfecto”) existe una llamada tensión de cizalladura teórica: cuando se aplican tensiones superiores a este valor, el material se rompe. La *tensión de cizalladura teórica*, es decir, la tensión máxima en un material, está dada por

$$G_{\text{tss}} = \frac{G}{2\pi} . \quad (113)$$

La tensión máxima está, pues, esencialmente dada por el módulo de cizalladura. Esta conexión es similar a la que encontramos para el vacío. En realidad, imaginar el vacío como un material que puede doblarse es una manera útil de entender la relatividad general. Lo usaremos regularmente en lo que sigue.

Ref. 118 Vol. VI, página ??

¿Qué sucede cuando el vacío es presionado con la fuerza máxima? ¿También se desgarra como un sólido? Casi: de hecho, cuando el vacío se desgarra, aparecen partículas. Más adelante veremos más sobre esta conexión: puesto que las partículas son entidades cuánticas, necesitamos estudiar primero la teoría cuántica, antes de poder describir el efecto en la última parte de nuestro ascenso a la Montaña.

### CONDICIONES DE VALIDEZ DE LA FUERZA Y POTENCIA LÍMITES

El valor de la fuerza máxima sólo es válido bajo ciertas condiciones. Para aclarar este punto, podemos comparar la situación con la velocidad máxima. Hay tres condiciones para la validez de la velocidad máxima.

Página 52

En primer lugar, la velocidad de la luz (en el vacío) es un límite superior para el movimiento de los sistemas con *cantidad de momento* o *energía* solamente. Sin embargo, puede ser excedido para movimientos de puntos no materiales. En efecto, el punto de corte de un par de tijeras, un punto de luz láser en la Luna, las sombras o la velocidad de grupo o velocidad de fase de los grupos de ondas pueden exceder la velocidad de la luz. La velocidad límite es válida para *movimientos de energía solamente*.

Ref. 119

En segundo lugar, la velocidad de la luz es un límite sólo si se mide *cerca* de la masa o la energía móvil: la Luna se mueve más rápido que la luz si uno gira alrededor de su propio eje en un segundo; puntos distantes en un universo de Friedmann se separan unos de otros con velocidades mayores que la velocidad de la luz. La velocidad límite es solamente un límite *local*.

En tercer lugar, el observador que mide las velocidades deben ser un *observador físico*: debe estar hecho de materia y energía, por lo tanto debe moverse más lentamente que la luz, y debe ser capaz de observar el sistema. Ningún sistema que se mueva a la velocidad de la luz o por encima de ella puede ser un observador. La velocidad límite es solamente para *observadores físicos*.

Desafío 142 s

Las mismas tres condiciones se aplican en la relatividad general para la validez de la fuerza y la potencia máxima. El tercer punto es especialmente importante. En particular, la gravedad relativista prohíbe *observadores puntuales* y *masas de prueba puntuales*: no son físicas. Las superficies que se mueven más rápido que la luz tampoco son físicas. En tales casos, se pueden encontrar contraejemplos para la reivindicación del límite máximo de la fuerza. Trate de encontrar uno – hay muchos que son posibles, y todos son fascinantes. Ahora exploramos algunos de los más importantes.

### EXPERIMENTOS PENSADOS (GEDANKEN) Y PARADOJAS ACERCA DE LA FUERZA LÍMITE

“ Wenn eine Idee am Horizonte eben aufgeht, ist gewöhnlich die Temperatur der Seele dabei sehr kalt. Erst allmählich entwickelt die Idee ihre Wärme, und am heissten ist diese (das heisst sie tut ihre grössten Wirkungen), wenn der Glaube an die Idee schon wieder im Sinken ist.

Friedrich Nietzsche\*

El último paso, pero central, en nuestra discusión de la fuerza límite es el mismo que en la discusión de la velocidad límite. Dijimos que no hay experimentos reales que siempre conduzcan a un valor de fuerza más grande que la fuerza límite. Pero también necesitamos demostrar que no puede haber experimentos imaginados que sobrepasen la fuerza límite. Siguiendo una tradición que data de los comienzos del siglo XX tales *experimentos imaginados* se llaman experimentos Gedanken, del alemán Gedankenexperiment, que significa ‘experimento pensado’.

Un límite a la velocidad es sorprendente al principio, porque la velocidad es relativa, y por lo tanto debería ser posible dejar que la velocidad tome cualquier valor imaginable. La situación para la fuerza es similar: la fuerza es relativa, y por lo tanto debería ser posible dejar que la fuerza tomara cualquier valor imaginable.

Con el fin de descartar todos los intentos imaginables para superar la velocidad máxima, era suficiente estudiar las propiedades de la suma de velocidades y la divergencia de la energía cinética cerca de la velocidad de la luz. En el caso de la fuerza máxima, la tarea es más complicada. De hecho, indicando una fuerza máxima, una potencia máxima y una variación máxima del cambio de masa provoca fácilmente numerosos intentos para contradecirlos.

\* \*

El intento de la fuerza bruta. La tentativa más simple para exceder la fuerza límite es tratar de acelerar un objeto con una fuerza más grande que el valor máximo. Ahora bien, la aceleración implica la transferencia de energía. Esta transferencia está limitada por la ecuación de horizonte (106) o el límite (107). Para cualquier intento de superar la fuerza límite, el flujo de energía lleva a la aparición de un horizonte. Pero un horizonte evita que la fuerza exceda el límite, porque impone un límite a la interacción.

Página 91 Podemos explorar la interacción límite. En la relatividad especial, se encontró que la aceleración de un objeto está limitada por su longitud. En efecto, a una distancia dada por  $c^2/2a$  en la dirección opuesta a la aceleración  $a$ , aparece un *horizonte*. En otras palabras, un cuerpo acelerado se rompe, a más tardar, en ese punto. La fuerza  $F$  sobre un cuerpo

\* ‘Cuando una idea se está levantando en el horizonte, la temperatura del alma con respecto a ella es generalmente muy fría. Sólo poco a poco la idea desarrolla su calidez, y es más caliente (es decir, ejerciendo su mayor influencia) cuando la creencia en la idea ya está de nuevo en declive.’ Friedrich Nietzsche (1844–1900), filosofo y académico. Este es el aforismo 207 – *Sonnenbahn der Idee* – del texto *Menschliches Allzumenschliches – Der Wanderer und sein Schatten*.

de masa  $M$  y radio  $R$  está limitada por

$$F \leq \frac{M}{2R} c^2 . \quad (114)$$

Es sencillo añadir los (generalmente pequeños) efectos de la gravedad. Para ser observable, un cuerpo acelerado debe seguir siendo *más grande* que un agujero negro; insertando el radio correspondiente  $R = 2GM/c^2$  obtenemos el límite de la fuerza (99). Las tentativas *dinámicas* de exceder el límite de la fuerza, por lo tanto fallan.

\* \*

**La tentativa de la cuerda.** También podemos probar a generar una fuerza superior en una situación *estática*, por ejemplo tirando de los dos extremos de una cuerda en direcciones opuestas. Asumimos por sencillez que existe una cuerda irrompible. Cualquier cuerda funciona porque la energía potencial entre sus átomos puede producir grandes fuerzas entre ellos. Para producir fuerza en un cuerda que excede el valor límite, necesitamos almacenar gran cantidad de energía (elástica) en la cuerda. Esta energía debe entrar desde los extremos. Cuando se aumenta la tensión en la cuerda con valores más y más altos, más y más energía (elástica) se debe almacenar en distancias cada vez más pequeñas. Para superar la fuerza límite, tendríamos que agregar más energía por distancia y área de la que está permitida por la ecuación del horizonte. Un horizonte aparece así, inevitablemente. Pero *no hay manera* de estirar una cuerda a través de un horizonte, incluso si es irrompible. Un horizonte conduce o bien a la rotura de la cuerda o a su separación del sistema de arrastre.

- ▷ Por lo tanto los horizontes hacen que sea imposible generar fuerzas mayores que el límite de la fuerza.

En realidad, la suposición de la resistencia infinita de la cuerda es innecesaria: el límite de la fuerza no se puede superar incluso si la fuerza del hilo sólo es finita.

Observamos que no es importante si una fuerza aplicada *tira* – como para las cuerdas o cables – o *empuja*. En el caso de empujar dos objetos uno contra el otro, un intento de aumentar el valor de la fuerza sin fin conducirá igualmente a la formación de un horizonte, debido al límite proporcionado por la ecuación del horizonte. Por definición, esto sucede precisamente en el límite de la fuerza. Como no hay manera de utilizar un horizonte para empujar (o tirar de) algo, el intento de obtener una fuerza superior termina una vez que se forma un horizonte. Dicho brevemente, las fuerzas *estáticas* no pueden superar el valor límite.

\* \*

**El intento de la frenada.** Un límite de la fuerza proporciona un cambio máximo de la cantidad de movimiento por unidad de tiempo. Podemos así investigar una manera para *detener* un sistema físico en movimiento tan abruptamente que la fuerza máxima pudiera ser sobrepassada. La no existencia de cuerpos rígidos en la naturaleza, ya sabido de la relatividad especial, hace imposible una detención repentina completa; pero la relatividad especial en sí misma no ofrece ningún límite inferior para el tiempo de parada. Sin embargo, la inclusión de la gravedad lo hace. Detener un sistema de movimiento impli-

ca una transferencia de energía. El flujo de energía por unidad de superficie no puede exceder el valor dado por la ecuación del horizonte. Por lo tanto no podemos superar la fuerza límite al detener un objeto.

Del mismo modo, si un sistema rápido se *refleja* en lugar de pararse, una cierta cantidad de energía necesita ser transferida y almacenada por un breve período de tiempo. Por ejemplo, cuando una pelota de tenis se refleja desde una pared grande cambia su cantidad de movimiento y se aplica una fuerza. Si muchas de estas bolas se reflejan al mismo tiempo, ¿se puede realizar una fuerza seguramente mayor que la límite?

Resulta que esto es imposible. Si lo intentamos, el flujo de cantidad de movimiento en la pared alcanzaría el límite dado por la ecuación horizonte y así crearía un horizonte. En ese caso, ya no es posible ninguna reflexión. Por lo que el límite no puede sobrepasarse a través de reflexión.

\* \*

La prueba clásica de la radiación. En lugar de sistemas que tiran, empujan, detienen o reflejan *materia*, podemos explorar sistemas donde esté involucrada la *radiación*. Sin embargo, los argumentos rigen exactamente de la misma manera, si los fotones, gravitones u otras partículas están involucrados. En particular, los espejos, como las paredes, están limitados en sus capacidades: es imposible utilizar la luz y los espejos para producir un cambio de cantidad de movimiento mayor que  $c^4/4G$ .

También es imposible crear una fuerza mayor que la fuerza máxima mediante la concentración de una gran cantidad de luz sobre una superficie. Se presenta la misma situación que para pelotas de tenis: cuando se alcanza el valor límite de  $E/A$  dada por la ecuación horizonte (107), aparece un horizonte que evita que el límite se rompa.

\* \*

El intento de ladrillo. Los límites de fuerza y de potencia también se pueden probar con experimentos Gedanken más concretos. Podemos tratar de superar el límite de la fuerza mediante el apilamiento de peso. Pero incluso la construcción de una torre de ladrillo infinitamente alta, no genera una fuerza lo suficientemente fuerte sobre sus cimientos: al integrar el peso, teniendo en cuenta su disminución con la altura, se obtiene un valor finito que no puede llegar a la fuerza límite. Si continuamente se aumenta la densidad de la masa de los ladrillos, tenemos que tener en cuenta que la torre y la Tierra van a cambiar en un agujero negro. Y los agujeros negros, como se mencionó anteriormente, *no permiten* que se sobreponga el límite de la fuerza.

\* \*

La tentativa del boost. Se puede elegir aparentemente un boost de tal manera que un valor de 3-fuerza  $F$  en un sistema se transforma en cualquier valor deseado de  $F'$  en otro sistema. Esto resulta ser incorrecto. En la relatividad, 3-fuerza no se puede aumentar más allá de todos los límites utilizando boost.

Ref. 120

Página ??

En todos los sistemas de referencia, la 3-fuerza medida nunca puede superar la fuerza adecuada, es decir, el valor 3-fuerza medida en el sistema en movimiento. (La situación se puede comparar con 3-velocidad, donde un boost no se puede usar para superar el valor de  $c$ , cualquiera que sea el boost que podamos elegir, sin embargo, no hay equivalencia estricta, ya que el comportamiento de transformación de 3-fuerza y de 3-velocidad

difieren notablemente.)

\* \*

El intento de divergencia. La fuerza sobre una masa de prueba  $m$  a una distancia radial  $d$  de un agujero negro de Schwarzschild (para  $\Lambda = 0$ ) está dada por  
Ref. 113

$$F = \frac{GMm}{d^2 \sqrt{1 - \frac{2GM}{dc^2}}}. \quad (115)$$

Del mismo modo, la ley del cuadrado inverso de la gravitación universal establece que la fuerza entre dos masas  $m$  y  $M$  es

$$F = \frac{GMm}{d^2}. \quad (116)$$

Ambas expresiones pueden tomar cualquier valor; esto sugiere que no existe un *límite máximo* de la fuerza. Sin embargo, la fuerza máxima implica una distancia mínima de aproximación a una masa  $m$  propuesta por

$$d_{\min} = \frac{2Gm}{c^2}. \quad (117)$$

La distancia de mínima aproximación es la del correspondiente radio de un agujero negro. La formación de un agujero negro hace que sea imposible lograr un distancia cero entre dos masas. La formación de un agujero negro hace que también sea imposible lograr masas puntuales. Las masas puntuales no son físicas. Como resultado, en la naturaleza hay una distancia de aproximación mínima (real), proporcional a la masa. Si esta distancia mínima de aproximación se introduce en las ecuaciones (115) y (116), obtenemos

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(M+m)^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M}{M+m}}} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (118)$$

La aproximación de gravitación universales produce

$$F = \frac{c^4}{4G} \frac{Mm}{(M+m)^2} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (119)$$

En ambos casos, el valor de la fuerza máxima nunca ha sido superado, siempre y cuando se tenga en cuenta el tamaño de las masas de los observadores.

\* \*

El problema de la consistencia. Si los observadores no pueden ser puntuales, podemos preguntarnos si todavía es correcto aplicar la definición original de cambio de momento o cambio de energía como la integral de los valores medidos por los observadores ligados a una superficie dada. En la relatividad general, los observadores no pueden ser puntuales.

les, pero pueden ser tan pequeños como se deseé. Así pues, la definición original sigue siendo aplicable cuando se toma como un procedimiento límite para el tamaño siempre decreciente del observador. Obviamente, si se tiene en cuenta la teoría cuántica, este procedimiento límite llega a su fin en la longitud de Planck. Esto no es un problema para la relatividad general, siempre que las dimensiones típicas de la situación sean mucho más grandes que este valor.

\* \*

Desafío 143 e

Ref. 109, Ref. 111

El problema cuántico. Si se desprecian los efectos cuánticos, es posible construir superficies con ángulos agudos o incluso formas fractales que superen la fuerza límite. Sin embargo, dichas superficies no son físicas, ya que suponen que se pueden hacer o medir longitudes más pequeñas que la longitud de Planck. La condición de que sea una superficie física implica que debe tener una indeterminación intrínseca dada por la longitud de Planck. Un estudio detallado pone de manifiesto que los efectos cuánticos no permiten que se exceda la fuerza del horizonte.

\* \*

El intento del observador relativista extremo. Cualquier observador extremo, ya sea en un sistema inercial rápido o en movimiento acelerado, no tiene ninguna posibilidad de superar el límite. En la física clásica estamos acostumbrados a pensar que la interacción necesaria para una medición puede hacerse tan pequeña como se deseé. Esta afirmación, sin embargo, no es válida para todos los observadores; en particular, los observadores extremos no pueden cumplirlo. Para ellos, la interacción de medición es grande. Como resultado, se forma un horizonte que impide que el límite se sobreponga.

\* \*

La tentativa microscópica. Podemos intentar sobreponer la fuerza límite mediante la aceleración de una pequeña partícula tan fuertemente como sea posible o mediante colisiones con otras partículas. En efecto, aparecen fuerzas elevadas cuando dos partículas son estrelladas una contra otra. Sin embargo, si la energía combinada de las dos partículas se vuelven lo suficientemente alto como para desafiar la fuerza límite, aparecería un horizonte antes de que pudieran llegar a estar lo suficientemente cerca.

De hecho, la teoría cuántica da exactamente el mismo resultado. La teoría cuántica ya de por sí ofrece un límite a la aceleración. Para una partícula de masa  $m$  está dado por

$$a \leq \frac{2mc^3}{\hbar}. \quad (120)$$

Vol. VI, página ??

Aquí,  $\hbar = 1,1 \cdot 10^{-34}$  Js es el *cuanto de acción*, una constante fundamental de la naturaleza. En particular, este límite de aceleración se cumple en los aceleradores de partículas, en las colisiones de partículas y en la creación de pares. Por ejemplo, la generación espontánea de pares electrón-positrón en campos electromagnéticos intensos o cerca de los horizontes de los agujeros negros hace respetar el límite (120). Con la inserción de la masa máxima posible para una partícula elemental, a saber, la masa de Planck (corregida), nos encontramos con que la ecuación (120), entonces establece que la fuerza del horizonte es el límite superior para las partículas elementales.

\* \*

El intento de compactación. ¿Son los agujeros negros realmente la forma más densa de materia o energía? El estudio de la termodinámica de agujeros negros muestra que las concentraciones de masa con densidad más alta que los agujeros negros estaría en contradicción con los principios de la termodinámica. En la termodinámica de los agujeros negros, la superficie y la entropía están relacionadas: procesos reversibles que reducen la entropía podrían llevarse a cabo si los sistemas físicos pudieran ser comprimidos a valores menores que el radio del agujero negro. Como resultado, el tamaño de un agujero negro es el tamaño límite para una masa en la naturaleza. De manera equivalente, el límite de la fuerza no puede ser superado en la naturaleza.

\* \*

La tentativa de adición fuerza. En la relatividad especial, la composición de velocidades mediante una simple suma de vectores no es posible. Del mismo modo, en el caso de fuerzas una tal suma ingenua es incorrecta; cualquier intento de añadir fuerzas de esta manera generaría un horizonte. Si los libros de texto sobre la relatividad hubieran explorado el comportamiento de los vectores de fuerza bajo la adición con el mismo cuidado con el que exploraron la de los vectores de velocidad, la fuerza límite habría aparecido mucho antes en la literatura. (Obviamente, se requiere la relatividad general para un tratamiento adecuado.) En la naturaleza, las grandes fuerzas no se suman de forma simple.

\* \*

Desafío 144 s

En la relatividad especial, un cuerpo que se mueve más lentamente que la luz en un marco de referencia lo hace en todos los marcos. ¿Puede demostrar que una fuerza menor que el límite invariante  $c^4/4G$  en un sistema de referencia es también más pequeña en cualquier otro sistema?

\* \*

Ref. 122

También podríamos tratar de usar la constante cosmológica para producir fuerzas que excedan la fuerza máxima. Pero también este método no tiene éxito, como lo discutieron John Barrow y Gary Gibbons.

\* \*

Desafío 145 r

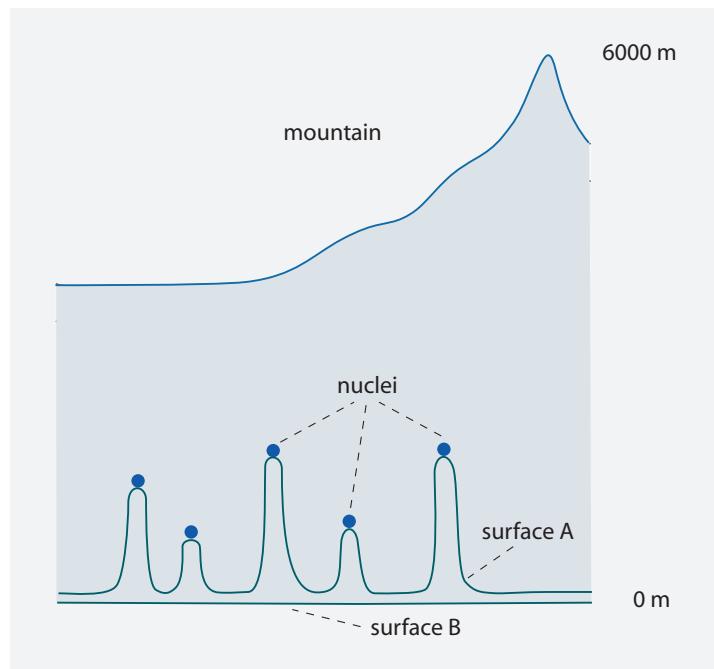
¿Puede proponer y luego resolver una prueba adicional para sobrepasar el límite de fuerza o potencia?

#### GEDANKEN EXPERIMENTS (EXPERIMENTOS MENTALES) CON LA POTENCIA LÍMITE Y EL FLUJO DE MASA LÍMITE

Como la fuerza límite, la potencia límite debe ser válida para todos los sistemas *imaginables*. Aquí hay algunos intentos de refutarlo.

\* \*

El intento del funicular. Imagine un dispositivo que acelere una masa con un cable irrompible y sin masa (asumiendo que tal cable pudiera existir). Tan pronto como el dispositivo alcanzara la potencia terminal, bien el dispositivo o bien su escape alcanzarían la



**FIGURA 51** La tentativa de la montaña para exceder el máximo valor del flujo de masa.

ecuación del horizonte. Cuando aparece un horizonte, el dispositivo no puede continuar jalando del cable, puesto que un cable, incluso uno infinitamente fuerte, no puede atravesar un horizonte. La potencia límite es así respetada aunque el dispositivo esté instalado en el interior del cuerpo que es acelerado o en el exterior, en el extremo de cable que lo jala.

\* \*

La tentativa de la montaña. Es posible definir una superficie que fuera tan extrañamente curvada que pasara justo por debajo de cada núcleo de cada átomo de una montaña, como la superficie A indicada en la Figura 51. Todos los átomos de la montaña por encima del nivel del mar están entonces *justo por encima* de la superficie, tocándola apenas. Además, imagine que esta superficie se desplace *hacia arriba* con una velocidad próxima a la de la luz. No es difícil mostrar que el flujo de masa a través de esta superficie es mayor que el flujo límite de masa. De hecho, el flujo límite de masa  $c^3/4G$  tiene un valor de alrededor de  $10^{35}$  kg/s. En un tiempo de  $10^{-22}$  s, el diámetro de un núcleo dividido por la velocidad de la luz, solamente necesita  $10^{13}$  kg que fluyan a través de la superficie para alcanzar el límite: esta es la masa de una montaña.

Esta superficie parece proporcionar un contraejemplo al límite. No obstante, un estudio cuidadoso muestra que este no es el caso. El problema es la expresión ‘*justo por debajo*’. Los núcleos son partículas cuánticas y tienen una indeterminación en su posición; esta indeterminación es esencialmente la distancia núcleo-núcleo. En consecuencia, con el fin de estar seguros que la superficie que nos interesa tenga todos los átomos *por encima* de ella, la forma no puede ser la de la superficie A en la Figura 51. Ella debe ser más bien una superficie plana que permanezca por debajo de la montaña entera, como

la superficie B de la figura. Sin embargo, una superficie plana situada bajo una montaña no permite sobreponer la variación límite de masa.

\* \*

**El intento con múltiples átomos.** Podemos imaginar un número de átomos igual al número de átomos de una montaña de tal modo que todos se mantengan (aproximadamente) en una superficie plana y ligeramente espaciados unos de otros. De nuevo, el plano se está moviendo hacia arriba con la velocidad de la luz. Pero también en este caso la indeterminación en las posiciones atómicas hace imposible decir que el límite del flujo de masa ha sido sobrepasado.

\* \*

**La prueba del agujero negro múltiple.** Los agujeros negros son típicamente grandes y la indeterminación en sus posiciones es así despreciable. El límite de masa es  $c^3/4G$ , o el límite de la potencia  $c^5/4G$ , corresponde al flujo de un único agujero negro moviéndose a través de un plano a la velocidad de la luz. Varios agujeros negros que cruzan un plano juntos a un poco menos de la velocidad de la luz parecería que esto podría vencer el límite. Sin embargo, la superficie tiene que ser física: en cada uno de sus puntos debe estar disponible. un observador. Pero ningún observador puede atravesar un agujero negro. Así, un agujero negro perfora con eficacia la superficie plana. Nunca se puede decir que un agujero negro cruza una superficie plana; menos aún una multiplicidad de agujeros negros. El límite sigue siendo válido.

\* \*

**El intento de múltiples estrellas de neutrones.** El límite de masa parece estar al alcance cuando varias estrellas de neutrones (que son un poco menos densas que un agujero negro de la misma masa) atraviesan una superficie plana, al mismo tiempo, a alta velocidad. Sin embargo, cuando la velocidad se aproxima a la velocidad de la luz, el tiempo de cruce de puntos alejados de las estrellas de neutrones y para los que realmente cruzan las estrellas difieren en grandes cantidades. Las estrellas de neutrones que son casi agujeros negros no pueden ser cruzados en un breve periodo de tiempo en unidades de un reloj de coordenadas que se encuentra lejos de las estrellas. Una vez más, no se supera el límite.

\* \*

**El intento de luminosidad.** La existencia de un límite de luminosidad máximo ha sido discutido por los astrofísicos. En su completa generalidad, el máximo límite de potencia, es decir, la energía por unidad de tiempo, es válido para cualquier flujo de energía *a través de cualquier superficie física*. La superficie física puede incluso correr a través de todo el universo. Sin embargo, ni siquiera reuniendo todas las lámparas, todas las estrellas y todas las galaxias del universo se obtiene una superficie que tiene una potencia de salida mayor que el límite propuesto.

La superficie debe ser física.\* Una superficie es física si un observador puede colocarse en cada uno de sus puntos. En particular, una superficie física no puede cruzar un ho-

Ref. 113

---

\* También puede ser llamado *físicamente razonable*.

rizante, o tener un detalle local más fino que una cierta longitud mínima. Esta longitud mínima será presentada más adelante; viene dada por la longitud de Planck corregida. Si la superficie no es física, puede proporcionar un contraejemplo a los límites de potencia o fuerza. Sin embargo, estos contraejemplos no-físicos no hacen afirmaciones acerca de la naturaleza. (*Ex falso quodlibet.*)<sup>\*</sup>

\* \*

Desafío 147 e

La tentativa de muchas lámparas, o la paradoja de potencia. Un límite de potencia absoluto impone un límite a la velocidad de transporte de energía a través de cualquier superficie física imaginable. A primera vista, puede parecer que la potencia combinada emitida por dos fuentes de radiación que emiten cada una  $3/4$  del valor máximo debe emitir  $3/2$  veces el valor máximo, y por lo tanto nos permitirá superar el límite de potencia. Sin embargo, dos de estas lámparas serían tan masivas que formarían un horizonte alrededor suyo – se formaría un agujero negro. Nuevamente, dado que se alcanza el límite de horizonte (107), el horizonte ascendente absorbe parte de la radiación y evita que se exceda el límite de fuerza o potencia.

Desafío 148 r

Explorar una simulación numérica de esta situación sería instructivo. ¿Puede proporcionar uno? En resumen, podemos decir que *los grandes valores de potencia no se suman en la naturaleza.*

\* \*

El intento de concentración de luz. Otro enfoque es hacer brillar un destello de luz de gran alcance, corto y esférico sobre una masa esférica. A primera vista parece que los límites de fuerza y de potencia se pueden superar, porque la energía de la luz se puede concentrar en pequeños volúmenes. Sin embargo, una alta concentración de energía de la luz forma un agujero negro o induce a la masa a formar uno. No hay manera de bombear energía en una masa a un ritmo más rápido que el dictado por el límite de potencia. De hecho, es imposible agrupar fuentes de luz de tal manera que su producción total sea mayor que el límite de potencia. Cada vez que se acercaba al límite de fuerza, aparece un horizonte que impide que se supere el límite.

\* \*

La tentativa del agujero negro. Un sistema posible en la naturaleza que en realidad *alcanza el límite de potencia* es la etapa final de la evaporación de un agujero negro. Sin embargo, incluso en este caso no se supera el límite de potencia, sino sólo es igualado.

Desafío 149 s

El intento de saturación. Si el universo ya satura el límite de potencia, una nueva fuente podría romperlo, o al menos implicar que otra en otro lugar debe cerrarse. ¿Puede encontrar la falacia en este argumento?

\* \*

La tentativa del flujo de agua. Podríamos tratar de bombear el agua lo más rápidamente posible a través de un gran tubo de sección transversal A. Sin embargo, cuando un tubo

---

\* 'Cualquier cosa puede deducirse de una falsedad.'

de longitud  $L$  lleno de agua que fluye a una velocidad  $v$  se acerca al límite de flujo de masa, la gravedad del agua *que espera* para ser bombeada a través de la superficie  $A$  ralentizará el agua que está siendo bombeada a través del área. Se alcanza de nuevo el límite cuando la sección transversal  $A$  se convierte en un horizonte.

\* \*

La comprobación de que ningún sistema – desde microscópicos a astrofísicos – nunca excede la potencia máxima o el flujo máximo de masa es una prueba adicional de la relatividad general. Puede parecer fácil encontrar un contraejemplo, ya que la superficie puede correr a través de todo el universo o envolver cualquier número de reacciones entre partículas elementales. Sin embargo, ninguno de tales intentos tiene éxito.

\* \*

En resumen, en todas las situaciones que se recurre contra la limitación de fuerza, de energía o de flujo de masa, cada vez que el flujo de energía llega a la densidad de masa-energía del agujero negro en el espacio o el correspondiente flujo de momento en el tiempo, aparece un horizonte de sucesos; este horizonte hace que sea imposible sobrepasar los límites. Los tres límites se confirman tanto en la observación como en la teoría. Valores superiores a los límites no pueden ser ni generados ni medidos. Los experimentos Gedanken también muestran que los tres límites son lo más ajustados posibles. Obviamente, los tres límites están abiertos a futuras pruebas y a otros experimentos Gedanken. (Si usted puede pensar en una buena, hágaselo saber al autor.)

**Desafío 150 r**

### ¿POR QUÉ LA FUERZA MÁXIMA HA PERMANECIDO SIN DESCUBRIR DURANTE TANTO TIEMPO?

La *primera razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido sin descubrir durante tanto tiempo es la ausencia de horizontes en la vida diaria. Debido a esta carencia, no se han hecho experimentos en la vida cotidiana que pongan de manifiesto los límites de la fuerza o la potencia. Llevó muchas décadas antes de que los físicos se dieran cuenta de que el oscuro cielo nocturno no es algo único, sino solo un ejemplo de observación que es común en la naturaleza: la naturaleza está llena de horizontes. Pero en la vida cotidiana los horizontes no desempeñan un papel importante – afortunadamente – porque el más próximo está localizado en el centro de la Vía Láctea.

La *segunda razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido oculto es la creencia errónea de que existen partículas puntuales. Este es un prejuicio teórico debido a la idealización común usada en la Física Galileana. Para una completa comprensión de la relatividad general es esencial recordar regularmente que las partículas puntuales, las masas puntuales y los observadores puntuales no existen. Son aproximaciones que son solamente aplicables en la física Galileana, en la relatividad especial o en la teoría cuántica. En relatividad general, los horizontes impide la existencia de sistemas puntuales. El hábito incorrecto de creer que el tamaño de un sistema puede ser tan pequeño como se deseé conservando su masa constante impide revelar la existencia de la fuerza o potencia límite.

La *tercera razón* por la que el principio de fuerza máxima ha permanecido oculta son los prejuicios contra el concepto de fuerza. En relatividad general, la fuerza gravitacional

Ref. 123 es difícil de definir. Incluso en la física galileana raramente se subraya que la fuerza es el flujo de la cantidad de movimiento a través de una superficie. La enseñanza del concepto de fuerza es incompleta desde hace siglos – con raras excepciones notables – y así el concepto es evitado a menudo.

En resumen, el principio de fuerza máxima – o de potencia máxima – ha permanecido de este modo sin descubrir durante largo tiempo debido a una conspiración de la naturaleza y de los hábitos de pensamiento de la mayoría de físicos experimentales y teóricos.

### UNA COMPRENSIÓN INTUITIVA DE LA RELATIVIDAD GENERAL

“ Wir leben zwar alle unter dem gleichen Himmel, aber wir haben nicht alle den gleichen Horizont.”<sup>\*</sup>

Konrad Adenauer

Los conceptos de fuerza del horizonte y potencia del horizonte pueden ser utilizados como fundamentos para una aproximación directa e intuitiva a la relatividad general.

\* \*

¿Qué es la gravitación? De las muchas posibles respuestas que encontraremos, tenemos ahora la primera: La gravitación es la “sombra” de la fuerza máxima. Cada vez que experimentamos débilmente la gravitación, podemos recordar que otro observador situado en el mismo lugar y en el mismo instante experimentaría la fuerza máxima. Investigar las propiedades precisas de este observador es un buen ejercicio. Otra manera de decirlo es: si no hubiera fuerza máxima, la gravitación no existiría.

\* \*

La fuerza máxima implica la gravitación universal. Para ver esto, estudiaremos un sistema planetario simple, es decir, uno con velocidades pequeñas y fuerzas pequeñas. Un sistema planetario sencillo de tamaño  $L$  consta de un satélite (pequeño) circundando una masa central  $M$  a una distancia radial  $R = L/2$ . Sea  $a$  la aceleración del objeto. Una velocidad pequeña implica la condición  $aL \ll c^2$  deducida de la relatividad especial; una fuerza pequeña implica  $\sqrt{4GMa} \ll c^2$ , deducida a partir de la fuerza límite. Estas condiciones son válidas para los sistemas como un todo y para todos sus componentes. Ambas expresiones tienen las dimensiones de la velocidad al cuadrado. Dado que el sistema tiene solamente una velocidad característica, las dos expresiones  $aL = 2aR$  y  $\sqrt{4GMa}$  deberían ser proporcionales, dando lugar a

$$a = f \frac{GM}{R^2}, \quad (121)$$

donde el factor numérico  $f$  queda por determinar. Para determinarlo, estudiamos la velocidad de escape necesaria para dejar el cuerpo central. La velocidad de escape debería ser más pequeña que la velocidad de la luz para cualquier cuerpo más grande que un

---

\* ‘Vivimos todos bajo el mismo cielo, pero no todos tenemos el mismo horizonte.’ Konrad Adenauer (1876–1967), Canciller de Alemania Occidental.

agujero negro. La velocidad de escape, derivada de la expresión (121), de un cuerpo de masa  $M$  y radio  $R$  está dado por  $v_{\text{esc}}^2 = 2fGM/R$ . El radio mínimo  $R$  de objetos, dado por  $R = 2GM/c^2$ , entonces implica que  $f = 1$ . Por tanto, para bajas velocidades y bajas fuerzas, la ley de la inversa del cuadrado describe la órbita de un satélite alrededor de una masa central.

\* \*

Si el espacio-tiempo vacío es elástico, como una pieza de metal, debe también ser capaz de oscilar. Cualquier sistema físico puede mostrar oscilaciones cuando una deformación provoca una fuerza restauradora. Dijimos antes que hay una tal fuerza tal en el vacío: se llama gravitación. En otras palabras, el vacío debe ser capaz de oscilar y, dado que es extenso, debe ser también capaz de sostener ondas. En efecto, las ondas gravitacionales son predichas por la relatividad general, como veremos más abajo.

Página 171

Si la curvatura y la energía están ligadas, la velocidad máxima también debe estarlo con la energía gravitacional. En realidad, encontraremos que la gravitación tiene una velocidad finita de propagación. La ley del cuadrado inverso de la vida cotidiana no puede ser correcta, puesto que es inconsistente con cualquier límite de velocidad. Ulteriores informaciones acerca sobre correcciones inducidas por la velocidad máxima serán aclaradas pronto. Además, dado que las ondas gravitacionales son ondas de energía sin masa, esperaríamos que la velocidad máxima fuera su velocidad de propagación. Este es de hecho el caso como veremos.

Página 171

Un cuerpo no puede ser más denso que un agujero negro (no en rotación) de la misma masa. Los límites de fuerza y potencia máxima que se aplican a los horizontes hace imposible comprimir la masa dentro de los más pequeños horizontes. El límite de fuerza máxima puede por lo tanto reescribirse como un límite para el tamaño  $L$  de sistemas físicos de masa  $m$ :

$$L \geq \frac{4Gm}{c^2}. \quad (122)$$

Si llamamos al doble del radio de un agujero negro su ‘tamaño’, podemos afirmar que ningún sistema físico de masa  $m$  es menor que este valor.\* El tamaño límite desempeña un papel importante en relatividad general. La desigualdad opuesta,  $m \geq \sqrt{A/16\pi}c^2/G$ , la cual describe el ‘tamaño’ máximo de los agujeros negros, se llama la *desigualdad de Penrose* y ha sido probada para numerosas situaciones físicamente realistas. La desigualdad de Penrose puede verse que implica el límite de fuerza máxima y viceversa. El principio de fuerza máxima, o el equivalente tamaño mínimo de sistemas materia-energía, así previenen la formación de singularidades desnudas. (Los físicos llaman a la ausencia de singularidades desnudas la conjetura de la censura cósmica).

Ref. 124, Ref. 125

\* \*

---

\* El valor máximo de la masa para el tamaño límite es obviamente equivalente al máximo cambio de masa indicado con anterioridad.

Ref. 113

Hay un límite de potencia para todas las fuentes de energía. En particular, el valor  $c^5/4G$  limita la luminosidad de todas las fuentes gravitacionales. De hecho, todas las fórmulas para emisión de ondas gravitacionales implica este valor como un límite superior. Además, las simulaciones numéricas relativistas nunca lo exceden: por ejemplo, la potencia emitida durante la fusión simulada de dos agujeros negro está por debajo de este límite.

\* \*

Las ondas perfectamente planas no existen en la naturaleza. Las ondas planas tienen extensión infinita. Pero ni las ondas electrodinámicas ni las gravitacionales pueden ser infinitas, dado que tales ondas podrían transportar más cantidad de movimiento por unidad de tiempo a través de una superficie plana de la que consiente la fuerza límite. La no existencia de ondas gravitacionales planas también excluye la producción de singularidades cuando dos de tales ondas colisionan.

\* \*

En la naturaleza, no hay fuerzas infinitas. Así pues, no hay singularidades desnudas en la naturaleza. Los horizontes previenen la aparición de singularidades. En particular, el big bang *no* fue una singularidad. Los teoremas matemáticos de Penrose y Hawking que parecen implicar la existencia de singularidades tácitamente asumen la existencia de masas puntuales – a menudo en forma de ‘polvo’ – en contraste con lo que supone la relatividad general. Una re-evaluación cuidadosa de cada una de tales pruebas es necesaria.

\* \*

La fuerza límite significa que el espacio-tiempo tiene una estabilidad limitada. El límite sugiere que el espacio-tiempo puede ser reducido a piezas. En efecto, este es el caso. Sin embargo, el modo en que esto ocurre no es descrito por la relatividad general. Lo estudiaremos en la última parte de este texto.

\* \*

Ref. 126

La fuerza máxima es el estándar de la fuerza. Esto implica que la constante gravitacional  $G$  es constante en el espacio y en el tiempo – o al menos, que sus variaciones a través del espacio y el tiempo no pueden ser detectadas. Los datos actuales apoyan esta afirmación con un alto grado de precisión.

\* \*

Ref. 113

El principio de fuerza máxima implica que la energía gravitacional – mientras pueda ser definida – *cae* en campos gravitacionales de la misma manera que otro tipo de energía. Como resultado, el principio de fuerza máxima predice que el efecto Nordtvedt desaparece. El efecto Nordtvedt es un hipotético cambio periódico en la órbita de la Luna que aparecería si la energía gravitacional del sistema Tierra-Luna no cayera, como otra masa-energía, en el campo gravitatorio del Sol. Los rangos de medida lunares han confirmado la ausencia de este efecto.

\* \*

Si los horizontes son superficies, podemos preguntarnos cuál es su color. Esta pregunta será explorada más tarde.

Página 265

\* \*

- Vol. VI, página ?? Desafío 151 e Más tarde encontraremos que los efectos cuánticos no pueden usarse para exceder el límite de fuerza o potencia. (¿Puede adivinar por qué?) La teoría cuántica también proporciona un límite al movimiento, es decir, un límite más bajo para la acción; sin embargo, este límite es independiente del límite de fuerza o potencia. (Un análisis dimensional muestra esto: no hay manera de definir una acción por combinación de  $c$  y  $G$ ). Por lo tanto, incluso la combinación de la teoría cuántica y la relatividad general no ayuda a sobrepasar la fuerza o potencia límite.

\* \*

Desafío 152 e

Puesto que la velocidad  $c$  y el valor de la fuerza  $c^4/4G$  son valores límites, ¿qué puede decirse acerca de  $G$  misma? La constante gravitacional  $G$  describe la fuerza de la interacción gravitacional. De hecho,  $G$  caracteriza la fortaleza de la interacción más débil posible. En otras palabras, dado un cuerpo central de masa  $M$ , y dada la aceleración  $a$  de un cuerpo de prueba a una distancia  $r$  debido a cualquier interacción sea lo que sea con el cuerpo central, entonces la razón  $ar^2/M$  es al menos igual a  $G$ . (¿Puede mostrar que los satélites geoestacionarios o átomos en los cristales no son contraejemplos?) En resumen, también la constante gravitacional  $G$  es un valor límite en la naturaleza.

### UNA COMPRENSIÓN INTUITIVA DE LA COSMOLOGÍA

- Página 243 Una potencia máxima es la explicación más sencilla de la paradoja de Olbers. Potencia y luminosidad son dos nombres para el mismo observable. La suma de todos los valores de luminosidad en el universo es finita; la luz y cualquier otra energía emitida por todas las estrellas juntas, es finita. Si asumimos que el universo es homogéneo e isotrópico, la potencia límite  $P \leq c^5/4G$  debe ser válida en cualquier plano que divide el universo en dos mitades. La parte de la luminosidad del universo que llega a la Tierra es entonces tan pequeña que el cielo es oscuro por la noche. En efecto, la luminosidad medida realmente es todavía más pequeña que este cálculo, puesto que una gran parte de la potencia no es visible para el ojo humano (ya que la mayor parte de la potencia emitida es materia de todos modos.) *En otras palabras*, la noche es oscura debido al límite de la potencia en la naturaleza. Esta explicación *no está* en contraste con la habitual, que utiliza el tiempo de vida finito de estrellas, su densidad finita, su tamaño finito, y la edad finita y la expansión del universo. De hecho, la combinación de todos estos argumentos habituales implica y simplemente repite en palabras más complejas que el límite de potencia no puede ser excedido. Sin embargo, esta explicación más sencilla parece estar ausente en la literatura.

La existencia de una fuerza máxima en la naturaleza, junto con la homogeneidad e isotropía, implica que el universo visible es de *tamaño finito*. El caso contrario sería un universo infinitamente grande, homogéneo e isotrópico de densidad  $\rho_0$ . Pero en ese caso, cualquiera de las dos mitades del universo se atraerían entre sí con una fuerza por encima del límite (siempre que el universo fuera lo suficientemente viejo). Este resultado puede hacerse cuantitativo imaginando una esfera de radio  $R_0$  cuyo centro se encuentra en la Tierra, que abarcara todo el universo, y cuyo radio disminuye con el tiempo (casi) tan rápido como la velocidad de la luz. El flujo de masa que atraviesa la  $dm/dt = \rho_0 A_0 c$  se

espera que alcance el flujo de masa límite  $c^3/4G$ ; así tenemos

$$\rho_0 4\pi R_0^2 c \leq \frac{c^3}{4G}. \quad (123)$$

Podemos comparar esto con los modelos de Friedmann, que predicen, en un límite adecuado,  
Ref. 127 que *un tercio* del lado izquierdo satura el límite de flujo de masa. Las medidas de precisión de la radiación cósmica de fondo por el satélite WMAP confirman que la actual densidad de energía total  $\rho_0$  (incluyendo la materia oscura y la energía oscura) y el radio del horizonte  $R_0$  apenas alcanzan el valor de Friedmann. El argumento anterior que usa la fuerza o flujo de masa máximos aún necesita una ligera corrección.

En resumen, el límite máximo de fuerza predice, dentro de un factor de 6, la relación observada entre el tamaño y la densidad del universo. En particular, el principio de fuerza máxima predice que el universo es de tamaño finito. Por cierto, un límite finito para la potencia también sugiere que se puede deducir una edad finita para el universo. ¿Puede encontrar un argumento?  
Desafío 153 s

### DESAFÍOS EXPERIMENTALES PARA EL TERCER MILENIO

La falta de pruebas directas de la fuerza de horizonte, de potencia o de flujo de masa se debe obviamente a la falta de horizontes en el entorno de todos los experimentos realizados hasta ahora. A pesar de las dificultades para llegar a los límites, sus valores son observables y falseables.

De hecho, la fuerza límite puede ser comprobada con mediciones de alta precisión de los pulsares binarios o agujeros negros binarios. Tales sistemas permiten la determinación precisa de las posiciones de las dos estrellas. El principio de fuerza máxima implica una relación entre el error de posición  $\Delta x$  y el error de la energía  $\Delta E$ . Para todos los sistemas tenemos  
Ref. 109, Ref. 111

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} \leq \frac{c^4}{4G}. \quad (124)$$

Por ejemplo, un error en la posición de 1 mm da un error de masa por debajo de  $3 \cdot 10^{-23}$  kg. En la vida cotidiana, todas las medidas cumplen con esta relación. En efecto, el lado izquierdo es mucho más pequeño que el lado derecho de modo que esta relación rara vez se menciona. Para una verificación directa, sólo los sistemas que permitan conseguir la igualdad directa son interesantes. Los agujeros negros duales o pulsares dobles son tales sistemas.

Los experimentos Pulsar y los detectores de ondas gravitacionales, por lo tanto, pueden probar el límite de potencia en los próximos años.

La potencia límite implica que las luminosidades más altas sólo se alcanzan cuando los sistemas emiten energía a la velocidad de la luz. En realidad, la potencia máxima emitida sólo se alcanza cuando todo el material es radiado lo más rápidamente posible: la potencia emitida  $P = c^2 M/(R/v)$  no puede alcanzar el valor máximo si el radio del cuerpo  $R$  es mayor que el de un agujero negro (el cuerpo más denso para una masa dada) o la velocidad de emisión  $v$  es menor que la de la luz. Las fuentes con mayor luminosidad deben ser de densidad máxima y emitir entidades sin masa en reposo, tales como las

ondas gravitacionales, las ondas electromagnéticas o (quizá) los gluones. Los candidatos para detectar el límite son los agujeros negros en formación, en fase de evaporación o en fusión. Por lo tanto, los detectores de ondas gravitacionales pueden probar el límite de potencia en los próximos años.

Una superficie candidata que alcanza el límite es el cielo nocturno. El cielo nocturno es un horizonte. Siempre que se sumen los flujos de luz, neutrinos, partículas y ondas gravitatorias, se prevé que se alcance el límite  $c^5/4G$ . Si la potencia medida es menor que el límite (como parece ser en la actualidad), esto podría incluso dar una pista sobre las nuevas partículas que aún no se han descubierto.

Si el límite fuera excedido o no alcanzado, la relatividad general se mostraría incorrecta. Esta podría ser una interesante prueba experimental futura. El límite de potencia implica que una onda cuya intensidad integrada se aproxima a la fuerza límite no puede ser plana. El límite de potencia implica, por lo tanto, un límite en el producto de intensidad  $I$  (dado como energía por unidad de tiempo y unidad de área) y el tamaño (radio de curvatura)  $R$  del frente de una onda que se mueve con la velocidad de la luz  $c$ :

$$4\pi R^2 I \leq \frac{c^5}{4G}. \quad (125)$$

Obviamente, esta afirmación es difícil de verificar experimentalmente, cualquiera que sea la frecuencia y el tipo de onda, porque el valor que aparece en el lado derecho es extremadamente grande. Posiblemente, los futuros experimentos con detectores de ondas gravitacionales, detectores de rayos X, detectores de rayos gamma, receptores de radio o detectores de partículas podrían permitirnos probar la relación (125) con precisión.

Es muy posible que la cantidad de materia que cae en algún agujero negro, como el que está en el centro de la Vía Láctea, pueda medirse algún día. El límite  $dm/dt \leq c^3/4G$  podría entonces probarse directamente.

Desafío 154 e

En resumen, las pruebas directas de los límites son posibles, pero no fáciles (Es posible que desee predecir cuál de estos experimentos confirmará el límite primero.) La falta de pruebas experimentales directas de los límites de fuerza, potencia y flujo de masa implica que las *pruebas indirectas* se vuelven particularmente importantes. Todas estas pruebas estudian el movimiento de la materia o de la energía y lo comparan con una famosa consecuencia de los límites: las ecuaciones de campo de la relatividad general. Este será nuestro próximo tema.

#### UN RESUMEN DE RELATIVIDAD GENERAL – Y LA FUERZA MÍNIMA

“Non statim pusillum est si quid maximo minus  
est.\*

Seneca

Hay una sencilla formulación axiomática de la relatividad general: la fuerza del horizonte  $c^4/4G$  y la potencia del horizonte  $c^5/4G$  son los más altos posibles valores de fuerza y de potencia. No se conocen observaciones contradictorias. No se ha imaginado ningún

---

\* ‘Nada es insignificante solo porque es más pequeño que el máximo.’ Lucius Annaeus Seneca (c. 4 BCE –65), *Epistulae* 16, 100.

contraejemplo. La relatividad general se sigue de estos límites. Por otra parte, los límites implican la oscuridad de la noche y la finitud del tamaño del universo.

El principio de la fuerza máxima tiene aplicaciones obvias para la enseñanza de la relatividad general. El principio de la relatividad general puede exponerse a los estudiantes al nivel de primer año de la universidad, y posiblemente a los de escuela secundaria bien preparados: sólo son necesarios los conceptos de fuerza máxima y el horizonte. La curvatura del espacio-tiempo es una consecuencia de la curvatura del horizonte.

El concepto de fuerza máxima apunta a un aspecto adicional de la gravitación. La constante cosmológica  $\Lambda$  no está fijada por el principio de fuerza máxima. (Sin embargo, el principio fija su signo para que sea positivo.) Las mediciones presentes dan el resultado  $\Lambda \approx 10^{-52} / \text{m}^2$ . Una constante cosmológica positiva implica la existencia de una densidad de volumen de energía negativa  $-\Lambda c^4/G$ . Este valor corresponde a una presión negativa, ya que la presión y la densidad de energía tienen las mismas dimensiones. La multiplicación por el área de Planck (corregida numéricamente)  $4G\hbar/c^3$ , la más pequeña área en la naturaleza, da un valor para la fuerza

$$F = 4\Lambda\hbar c = 1,20 \cdot 10^{-77} \text{ N}. \quad (126)$$

Esta es también la fuerza gravitacional entre dos masas de Planck (numéricamente corregidas)  $\sqrt{\hbar c/4G}$  ubicadas a la distancia cosmológica  $1/4\sqrt{\Lambda}$ .

Suponemos que la expresión (126) es la *fuerza posible más pequeña* en la naturaleza. La demostración de la conjetura de fuerza mínima es más complicado que para el caso de la fuerza máxima. Hasta el momento, sólo algunas sugerencias son posibles. Como la fuerza máxima, la fuerza mínima debe ser compatible con la gravitación, no debe ser contradicha por ningún experimento, y debe soportar cualquier experimento Gedanken (pensado). Una comprobación rápida muestra que la fuerza mínima nos permite deducir la constante cosmológica de la gravedad; la fuerza mínima es invariante y no es contradicha por ningún experimento. También hay indicios de que puede no haber forma de generar o medir un valor menor. Por ejemplo, la fuerza gravitatoria entre dos partículas neutras a distancia cosmológica, como entre dos átomos o dos neutrinos, es mucho más pequeña que la fuerza mínima; sin embargo, parece imposible detectar experimentalmente si dos de tales partículas interactúan en absoluto: la aceleración es demasiado pequeña para ser medida.

Como otro ejemplo, la fuerza mínima correspondiente a la energía por longitud contenida por un fotón con una longitud de onda del tamaño del universo. Es difícil, pero tal vez no imposible, imaginar la medición de una fuerza todavía más pequeña. ¿Puede hacerlo? Si llegamos a la conclusión, no completamente probada, de que la expresión (126) es la fuerza *más pequeña* posible en la naturaleza (los factores numéricos aún no están verificados), obtenemos la fascinante conjetura de que la teoría completa de la relatividad general, incluida la constante cosmológica, se puede definir por la combinación de una fuerza *máxima* y *mínima* en la naturaleza.

Hemos visto que tanto el principio de fuerza máxima como la relatividad general no consiguen fijar el valor de la constante cosmológica. Sólo una teoría unificada puede hacerlo. Por lo tanto, tenemos dos requisitos para esta teoría. Primero, cualquier teoría unificada debe predecir el mismo límite superior para la fuerza. En segundo lugar, una teoría unificada debe fijar la constante cosmológica. La aparición de  $\hbar$  en la conjetura de

Desafío 155 e  
Página 245

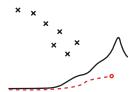
Vol. VI, página ??

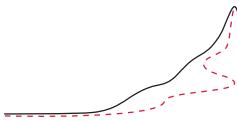
Desafío 156 e

Desafío 157 d

la expresión de la fuerza mínima sugiere que la fuerza mínima está determinada por una combinación de relatividad general y teoría cuántica. La prueba de esta sugerencia y la medición directa de la fuerza mínima son dos desafíos importantes para nuestro ascenso más allá de la relatividad general. Volveremos al tema en la última parte de nuestra aventura.

Ahora estamos listos para explorar las consecuencias de la relatividad general y sus ecuaciones de campo con más detalle. Comenzamos por enfocarnos en el concepto de curvatura espacio-temporal en la vida cotidiana y, en particular, en sus consecuencias para la observación del movimiento.





## APPENDIX 5

# CÓMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD

“Sapere aude.”\*

Horacio *Epistulae*, 1, 2, 40.

Ref. 128, Ref. 129

Las observaciones muestran que las influencias gravitacionales transportan energía.\*\*\*

Nuestra descripción de la gravedad debe incluir por tanto el límite de velocidad. Sólo una descripción que tenga en cuenta que la velocidad límite para el transporte de energía puede ser una descripción precisa de la gravedad. Ya en fecha tan temprana como 1905, Henri Poincaré estableció este requisito para una descripción precisa de la gravitación. Pero la gravedad universal, con su relación  $a = GM/r^2$ , permite velocidades superiores a la de la luz. Por ejemplo, en la gravitación universal, la velocidad de una masa en órbita no está limitada. En la gravedad universal tampoco está claro cómo los valores de  $a$  y  $r$  dependen del observador. En resumen, la gravedad universal no puede ser correcta. Para llegar a la descripción correcta, llamada relatividad general por Albert Einstein, tenemos que arrojar por la borda bastantes preconcepciones.

Los resultados de combinar la velocidad máxima con la gravedad son fascinantes: encontraremos que el espacio vacío puede doblarse y moverse, que el universo tiene una edad finita y que los objetos pueden estar en caída libre permanente. Descubriremos que, aunque el espacio vacío pueda doblarse, es mucho más rígido que el acero. A pesar de la extrañeza de estas y otras consecuencias, todas han sido confirmadas por todos los experimentos realizados hasta ahora.

### REPOSO Y CAÍDA LIBRE

Lo opuesto al movimiento en la vida cotidiana es un cuerpo en reposo, como un niño durmiendo o una roca desafiando las olas. Un cuerpo está en reposo cuando no es perturbado por otros cuerpos. En la descripción cotidiana del mundo, el reposo es la *ausencia de velocidad*. Con la relatividad galileana y la relatividad especial, el reposo se convirtió en movimiento inercial, ya que ningún observador que se *movea inercialmente* puede distinguir su propio movimiento del reposo: nada lo perturba. Tanto la roca en las olas como los protones rápidos que cruzan la galaxia como rayos cósmicos están en reposo. Con la inclusión de la gravedad, somos transportados a una definición aún más

\*\* ‘Atrévete a saber.’ Horacio es Quintus Horatius Flaccus, (65–8 BCE), el gran poeta romano.

\*\*\* Los detalles de esta afirmación están lejos de ser simples. Se discutirán más adelante en los capítulos página 171 y página 203.

general del reposo.

- ▷ Todo observador y todo el mundo en caída libre puede decir con razón que está en reposo.

Desafío 158 e

**Ref. 130** Si cualquier cuerpo que se mueve inercialmente debe ser considerado en reposo , entonces cualquier cuerpo en caída libre también lo debe ser. Nadie lo sabe mejor que Joseph Kittinger, el hombre que en agosto de 1960 salió de una cápsula de globo a la altura récord de 31,3 km. A esa altura, el aire es tan sutil que durante el primer minuto de su caída libre se sentía completamente en reposo, como si estuviera flotando. Aunque era un paracaidista experimentado, se sorprendió tanto que tuvo que girar hacia arriba para convencerse de que ¡se estaba alejando de su globo! A pesar de su falta de sensación de movimiento, se estaba cayendo a 274 m/s o 988 km/h con respecto a la superficie de la Tierra. Sólo empezó a sentir algo cuando se encontró con las primeras capas de aire. Fue entonces cuando su caída libre empezó a ser perturbada. Más tarde, después de cuatro minutos y medio de caída, su paracaídas especial se abrió; Y nueve minutos después aterrizó en Nuevo México. Kittinger y todos los otros observadores en caída libre, tales como los cosmonautas orbitando la Tierra o los pasajeros en vuelos parabólicos de aeroplano, \* hicieron la misma observación: es imposible distinguir cualquier suceso en caída libre de lo que ocurriría en reposo. Esta imposibilidad se llama principio de equivalencia; es uno de los puntos de partida de la relatividad general. Conduce a la más precisa – y final – definición de reposo que encontraremos en nuestra aventura:

- ▷ *reposo* es caída libre.

Reposo, como la caída libre, es carencia de perturbación.

El conjunto de todos los observadores en caída libre en un punto del espacio-tiempo generaliza la noción de la relatividad especial del conjunto de observadores inerciales en un punto. Esto significa que debemos describir el movimiento de tal manera que no solamente todos los observadores inerciales sino también todos los que están en caída libre puedan discutir unos con otros. Además, una completa descripción del movimiento debe ser capaz de describir la gravitación y el movimiento que produce y debe ser capaz de describir el movimiento para cualquier observador imaginable. La relatividad general realiza este objetivo.

Como primer paso, ponemos el resultado en palabras sencillas:

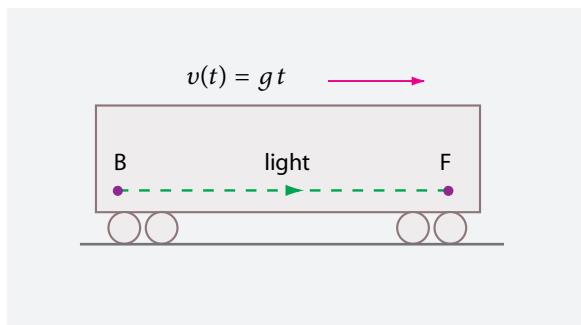
- ▷ el verdadero movimiento es lo opuesto de la caída libre.

Desafío 159 s

Esta afirmación inmediatamente suscita un número de cuestiones: La mayoría de los árboles y las montañas no están en caída libre, así pues no están en reposo. ¿Qué movimiento experimentan ellos? Y si la caída libre es el reposo, ¿qué es el peso? ¿Y qué es la gravedad entonces? Comencemos con la última cuestión.

---

\* Hoy en día es posible reservar estos vuelos en agencias de viajes especializadas.



**FIGURA 52** Dentro de un tren o autobús acelerando.

### QUÉ NOS DICEN LOS RELOJES ACERCA DE LA GRAVEDAD

Página 121 Anteriormente, describimos la gravedad como la sombra de la fuerza máxima. Pero hay una segunda manera de describirla, más estrechamente relacionada con la vida cotidiana.

Ref. 131 Como le gusta explicar a William Unruh, la constancia de la velocidad de la luz para todos los observadores implica una simple conclusión:

- ▷ La Gravedad es el desigual transcurso de los relojes en diferentes lugares.\*

Desafío 161 e

Por supuesto, esta aparentemente absurda definición necesita ser comprobada. La definición no habla de una sola situación vista por diferentes observadores, como lo hicimos a menudo en la relatividad especial. La definición depende de la observación de que los relojes vecinos, idénticos, fijados unos contra otros, funcionan de manera diferente en presencia de un campo gravitacional cuando son observados por *el mismo observador*; además, esta diferencia está directamente relacionada con lo que solemos llamar gravedad. Hay dos maneras de comprobar esta conexión: por el experimento y por el razonamiento. Comencemos con el último método, ya que es más barato, más rápido y más divertido.

Un observador no siente diferencia entre la gravedad o aceleración constante. Así podemos estudiar la aceleración constante y usar un modo de razonamiento que encontraremos por todas partes en el capítulo sobre relatividad especial. Asumimos que la luz es emitida desde el extremo trasero del tren de longitud  $\Delta h$  que está acelerando hacia delante con aceleración  $g$ , como se muestra en la Figura 52. La luz llega a la parte delantera del tren después de un tiempo  $t = \Delta h/c$ . Sin embargo, durante este tiempo el tren que va acelerando ha adquirido cierta velocidad adicional, es decir,  $\Delta v = gt = g\Delta h/c$ . Como resultado, debido al efecto Doppler que encontramos en nuestra discusión de la relatividad especial, la frecuencia  $f$  de la luz que llega al frente ha cambiado. Utilizando

Página 51

---

\* La gravedad es también la longitud irregular de las barras de los medidores en diferentes lugares, como veremos a continuación. Ambos efectos son necesarios para describirlo completamente; Pero para la vida cotidiana en la Tierra, el efecto de reloj es suficiente, ya que es mucho mayor que el efecto de longitud, que por lo general puede ser despreciado. ¿Puede ver por qué?

Desafío 160 s

## COMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD

Desafío 162 e la expresión del efecto Doppler, obtenemos \*

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}. \quad (127)$$

El signo del cambio de frecuencia depende de si el movimiento de la luz y la aceleración del tren están en la misma dirección o en direcciones opuestas. Para los trenes o autobuses reales, el cambio de frecuencia es bastante pequeño; sin embargo, es mensurable

Desafío 164 s

- ▷ La aceleración induce cambios de frecuencia en la luz.

Comparemos este primer efecto de la aceleración con los efectos de la gravedad.

Para medir el tiempo y el espacio, usamos la luz. ¿Qué sucede con la luz cuando la gravedad está involucrada? El experimento más simple es dejar que la luz caiga o suba.

Ref. 132 A fin de deducir lo que debe suceder, agregamos algunos detalles. Imagínese una cinta transportadora que transporta masas alrededor de dos ruedas, una baja y una alta, como se muestra en la Figura 53. Las masas grises descendentes son ligeramente más grandes. Siempre que una de tales masas más grande se aproxima al fondo, algún mecanismo – no mostrado en la figura – convierte el excedente de masa en luz, de acuerdo con la ecuación  $E = c^2 m$ , y envía la luz hacia arriba. \*\* En la parte superior, una de las masas blancas más ligeras al pasar absorbe luz y, debido a su peso añadido, la cinta transportadora gira hasta que llega al fondo. Entonces el proceso se repite. \*\*\*

Como las masas grises en el lado descendente son siempre más pesadas, el cinturón giraría para siempre y este sistema podría *generar* energía continuamente. Sin embargo, puesto que la conservación de la energía está en la base de nuestra definición del tiempo, como vimos en el comienzo de nuestro caminar, todo el proceso debe ser imposible. Tenemos que concluir que la luz cambia su energía al subir. La única posibilidad es que la luz llegue a la parte superior con una frecuencia *diferente* de la que se emite desde la parte inferior.\*\*\*\*

Vol. I, página ??

En resumen, resulta que

- ▷ La luz que se eleva es gravitacionalmente desplazada hacia el rojo.

Del mismo modo, la luz que desciende de la parte superior de un árbol hasta un observador se *desplaza hacia el azul*; esto da un color más oscuro en la parte superior en comparación con la parte inferior del árbol. La combinación de la invariancia de la velocidad de la luz y la gravitación implica así que los árboles tienen diferentes tonos de

Desafío 163 e

\* La expresión  $v = gt$  Es válida sólo para velocidades no relativistas; Sin embargo, la conclusión de esta sección no se ve afectada por esta aproximación.

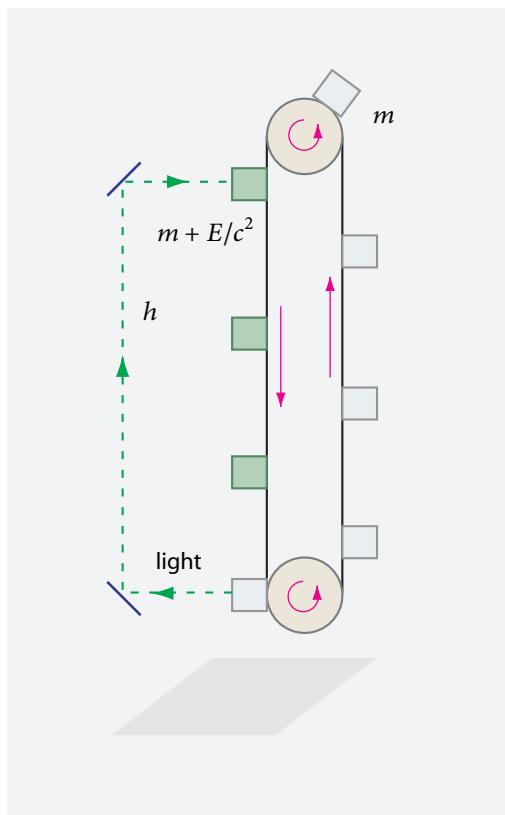
Desafío 165 s

\*\* Como en la relatividad especial, aquí y en el resto de nuestro ascenso en la montaña, el término ‘masa’ siempre se refiere a la masa en reposo.

Vol. IV, página ??

\*\*\* ¿Puede este proceso ser realizado con un 100 % de eficiencia?

\*\*\*\* La relación precisa entre la energía y la frecuencia de la luz se describe y se explica en la discusión sobre la teoría cuántica. Pero ya sabemos a partir de la electrodinámica clásica que la energía de la luz depende de su intensidad y de su frecuencia.



**FIGURA 53** La necesidad del desplazamiento de la luz al azul y al rojo: por qué los árboles son más verdes en la parte inferior.

Desafío 167 e

verde a lo largo de su altura.\* ¿Cómo de grande es el efecto? El resultado deducido del dibujo es de nuevo el de fórmula (127). Eso es lo que esperaríamos, ya que la luz que se mueve en un tren que acelera y la luz que se mueve en la gravedad son situaciones equivalentes, como es posible que deseé comprobar usted mismo. La fórmula da un cambio relativo de frecuencia de sólo  $1,1 \cdot 10^{-16} /m$  cerca de la superficie de la Tierra. En el caso de los árboles, este denominado desplazamiento gravitatorio al rojo o efecto Doppler gravitacional es demasiado pequeño para ser observable, al menos usando luz normal.

Desafío 168 s

En 1911, Einstein propuso un experimento para comprobar el cambio de la frecuencia con la altura midiendo el desplazamiento al rojo de la luz emitida por el sol, usando las famosas líneas de Fraunhofer como marcadores de color. Los resultados de los primeros experimentos, por Schwarzschild y otros, no estaban claros o incluso eran negativos, debido a una serie de otros efectos que inducen cambios de color a altas temperaturas. Pero en 1920 y 1921, Leonhard Grebe y Albert Bachem, e independientemente Alfred Perot, confirmaron el desplazamiento gravitacional al rojo con experimentos cuidadosos. En los últimos años, los avances tecnológicos hicieron las mediciones mucho más fáciles, hasta que fue posible incluso medir el efecto sobre la Tierra. En 1960, en un experimento clásico utilizando el efecto Mössbauer, Pound y Rebka confirmaron el corrimiento al rojo gravitacional en su torre de la Universidad utilizando radiación  $\gamma$ .

Ref. 133

Página 320

Ref. 134

Ref. 135

Desafío 166 ny

\* ¿Cómo cambia este argumento si se incluye la iluminación por el Sol?

Pero nuestros dos experimentos mentales nos dicen mucho más. Vamos a usar el mismo argumento que en el caso de la relatividad especial: un cambio de color implica que los relojes funcionan de manera diferente a diferentes alturas, al igual que funcionan de manera diferente en la parte delantera y en la parte posterior de un tren. Se predice que la diferencia de tiempo  $\Delta\tau$  depende de la diferencia de altura  $\Delta h$  y de la aceleración de la gravedad  $g$  según

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{g\Delta h}{c^2}. \quad (128)$$

Por lo tanto, en palabras sencillas

- ▷ en gravitación, el tiempo es dependiente de la altura..

Desafío 169 e

En otras palabras, *la altura nos aumenta la edad*. ¿Puede confirmar esta conclusión?

Ref. 55

En 1972, haciendo volar cuatro precisos relojes en un aeroplano, manteniendo mientras uno idéntico sobre el suelo, Hafele y Keating encontraron que los relojes realmente marchaban de modo diverso a diferentes altitudes de acuerdo con la expresión (128).

Ref. 136

Subsecuentemente, en 1976, el equipo de Vessot lanzó hacia arriba sobre un misil un reloj de precisión basado en un máser – un generador y oscilador preciso de microondas –. El equipo comparó el máser dentro del misil con un máser idéntico en el suelo y de

Ref. 137

nuevo confirmaron la anterior expresión. En 1977, Briatore y Leschiutta. mostraron que un reloj en Turín realmente hacía tic-tac más lentamente que uno sobre la cima de Monte Rosa. Ellos confirmaron la predicción de que en la Tierra, por cada 100 m de altura ganada, el tiempo para la gente transcurría más rápidamente en cerca de 1 ns por día. Este efecto ha sido confirmado por todos los sistemas para los cuales se han realizado experimentos, tales como algunos planetas, el Sol y numerosas otras estrellas.

Desafío 170 e

¿Estos experimentos muestran que el tiempo cambia o son debidos simplemente a que los relojes funcionan mal? Tome algún tiempo y pruebe saldar esta cuestión. Daremos un argumento solamente: la gravedad cambia el color de la luz y, así, realmente cambia el tiempo. La precisión de los relojes no está en cuestión aquí.

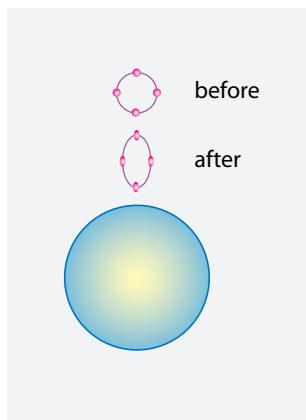
Desafío 171 e

En resumen, la gravedad es de hecho el funcionamiento irregular de los relojes a diferentes alturas. Tenga en cuenta que un observador situado en la posición más baja y otro observador en la posición más alta están *de acuerdo* sobre el resultado: ambos encuentran que el reloj superior va más rápido. En otras palabras, cuando la gravedad está presente, el espacio-tiempo *no* es descrito por la geometría de Minkowski de la relatividad especial, sino por alguna geometría más general. Para decirlo matemáticamente, cuando la gravedad está presente, la tetradiancia  $ds^2$  entre eventos es diferente de la expresión sin gravedad:

$$ds^2 \neq c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (129)$$

Daremos la expresión correcta en breve.

¿Es esta visión de la gravedad como un tiempo dependiente de la altura realmente razonable? No. ¡Resulta que todavía no es bastante extraño! Dado que la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, podemos decir más. Si el tiempo cambia con la altura, la longitud también debe hacerlo! Más precisamente, si los relojes funcionan de forma diferente a diferentes alturas, la longitud de las barras de medida también



**FIGURA 54** Efectos de marea: el único efecto que los cuerpos sienten al caer.

Desafío 172 s debe cambiar con la altura. ¿Puede confirmar esto para el caso de barras horizontales a diferentes alturas?

Si la longitud cambia con la altura, la circunferencia de un círculo alrededor de la Tierra *no puede* ser dada por  $2\pi r$ . Una discrepancia análoga también se encuentra midiendo el radio y la circunferencia de un círculo trazado en la superficie de una pelota de baloncesto. Realmente, la gravedad implica que los seres humanos están en una situación análoga a la de las hormigas en una pelota de baloncesto, la única diferencia es que las circunstancias se traducen de dos a tres dimensiones. Concluimos que dondequiera que la gravedad juega un papel, el *espacio es curvado*.

#### QUÉ NOS DICEN LAS MAREAS ACERCA DE LA GRAVITACIÓN

Durante su caída libre, Kittinger fue capaz de especificar un sistema de referencia por sí mismo. En efecto, se sintió completamente en reposo. ¿Significa esto que es imposible distinguir aceleración de gravitación? No: la distinción *es* posible. Solamente hemos de comparar dos (o más) observadores cayendo.

Desafío 173 e

Kittinger no habría podido establecer un sistema que también fuera inercial para un colega cayendo en el lado opuesto de la Tierra. . Tal sistema común no existe. En general, es imposible hallar un *único* sistema de referencia inercial descrito por diferentes observadores cayendo libremente en las *proximidades* de una masa. En realidad es imposible encontrar un sistema inercial común incluso para observadores cercanos en un campo gravitacional. Dos observadores próximos notan que durante su caída, su distancia relativa cambia. (¿Por qué?) Lo mismo sucede a observadores orbitando.

Desafío 174 s

En una habitación cerrada en órbita alrededor de la Tierra, una persona o una masa en el centro de la habitación no sentiría ninguna fuerza, y en particular no sentiría la gravedad. Pero si varias partículas son colocadas en la habitación, ellas se comportarán diferentemente dependiendo de su posición exacta en la habitación. Sólo si dos partículas estuvieran en exactamente la misma órbita mantendrían la misma posición relativa. Si una partícula está en una órbita más baja o más alta que la otra, se apartarán una de la otra con el tiempo. Aún más interesante, si una partícula en órbita es desplazada lateralmente, oscilará alrededor de la posición central. (¿Puede confirmar esto?)

Desafío 175 e

Vol. I, página ??

Ref. 138

La gravitación conduce a cambios de distancia relativa. Estos cambios evidencian otro efecto, como se muestra en la [Figura 54](#): Un cuerpo extenso en caída libre es ligeramente *comprimido*. Este efecto también nos dice que es una característica esencial de la gravedad que la caída libre es *diferente* de punto a punto. Eso hace sonar una campana. La compresión de un cuerpo es el mismo efecto que el que causa las mareas. De hecho, los abultados océanos pueden verse como la Tierra apretada en su caída hacia la Luna. Usando este resultado de la gravedad universal podemos afirmar ahora: la esencia de la gravedad es la observación de los efectos de marea.

En otras palabras, la gravedad es simple sólo *localmente*. Sólo localmente se ve como aceleración. Sólo localmente un observador que cae como Kittinger se siente en reposo. De hecho, ¡sólo un observador puntual lo hace! Tan pronto como tomamos en cuenta la extensión espacial, encontramos efectos de marea.

▷ La gravedad es la presencia de efectos de marea.

La ausencia de efectos de marea implica la ausencia de gravedad. Los efectos de marea son la consecuencia cotidiana del tiempo dependiente de la altura. ¿No es ésta una conclusión hermosa de la invariancia de la velocidad de la luz?

En principio, Kittinger podía *sentir* la gravitación durante su caída libre, incluso con los ojos cerrados, si hubiera prestado atención a sí mismo. Si hubiera medido el cambio de distancia entre sus dos manos, habría encontrado una pequeña disminución que podría haberle dicho que estaba cayendo. Esta pequeña disminución habría forzado a Kittinger a una extraña conclusión. Dos manos que se mueven inercialmente deben moverse a lo largo de dos líneas paralelas, manteniendo siempre la misma distancia. Dado que la distancia cambia, debe concluir que en el espacio que le rodea las líneas que comienzan en paralelo no lo siguen siendo. Kittinger habría concluido que el espacio que le rodeaba era similar a la superficie de la Tierra, donde dos líneas que parten hacia el norte, paralelas entre sí, también cambian de distancia, hasta que se encuentran en el Polo Norte. En otras palabras, Kittinger habría concluido que estaba en un espacio *curvo*.

Al estudiar el cambio en la distancia entre sus manos, Kittinger podría incluso haber llegado a la conclusión de que la curvatura del espacio cambia con la altura. El espacio físico difiere de una esfera que tiene una curvatura constante. El espacio físico es más complicado. El efecto es extremadamente pequeño, y no puede ser sentido por los sentidos humanos. Kittinger no tuvo la oportunidad de detectar nada. Sin embargo, la conclusión permanece válida. El espacio-tiempo *no* es descrito por la geometría de Minkowski cuando la gravedad está presente. El efecto de marea implica la curvatura del espacio-tiempo.

▷ La Gravitación es la curvatura del espacio-tiempo.

Esta es la principal y última lección que se sigue de la invariancia de la velocidad de la luz.

## ESPACIO TORCIDO Y COLCHONES

“ Wenn ein Käfer über die Oberfläche einer Kugel krabbelt, merkt er wahrscheinlich nicht, dass der Weg, den er zurücklegt, gekrümmmt ist. Ich dagegen hatte das Glück, es zu merken.\* ”

Respuesta de Albert Einstein a la pregunta de su hijo Eduard acerca del motivo por el que era tan famoso.

El 7 de Noviembre de 1919, Albert Einstein se hizo mundialmente famoso. Ese día un artículo en el periódico *Times* de Londres anunció los resultados de una doble expedición a SudAmérica bajo el titular ‘Revolución en ciencia / nueva teoría del universo / Ideas newtonianas derrocadas’. La expedición había mostrado inequívocamente -aunque no por primera vez- que la teoría de la gravedad universal, dada esencialmente por  $a = GM/r^2$ , estaba equivocada, y que en cambio el espacio era *curvo*. Comenzó una manía mundial. Einstein fue presentado como el más grande de todos los genios. ‘El espacio deformado’ fue el título más común. Los artículos de Einstein sobre la relatividad general fueron reimpresos en su totalidad en revistas populares. La gente podía leer las ecuaciones de campo de la relatividad general, en forma tensorial y con índices griegos, en la revista *Time*. Nada como esto le ha sucedido a ningún otro físico antes o después. ¿Cuál fue la razón de esta excitación?

Ref. 139 La expedición al hemisferio sur había realizado un experimento propuesto por Einstein mismo. Aparte de tratar de verificar el cambio de tiempo con la altura, Einstein también había pensado en una serie de experimentos para detectar la curvatura del espacio. En el que finalmente lo hizo famoso, Einstein propuso tomar una foto de las estrellas próximas al Sol, como es posible hacerlo durante un eclipse solar, y compararla con una imagen de las mismas estrellas en la noche, cuando el Sol está lejos. Einstein predijo un cambio de posición de 1,75" (1,75 segundos de arco) para las imágenes estelares en el borde del Sol, un valor dos veces mayor que el predicho por la gravitación universal. La predicción fue confirmada por primera vez en 1919, y por lo tanto la gravitación universal fue descartada.

Vol. I, página ??

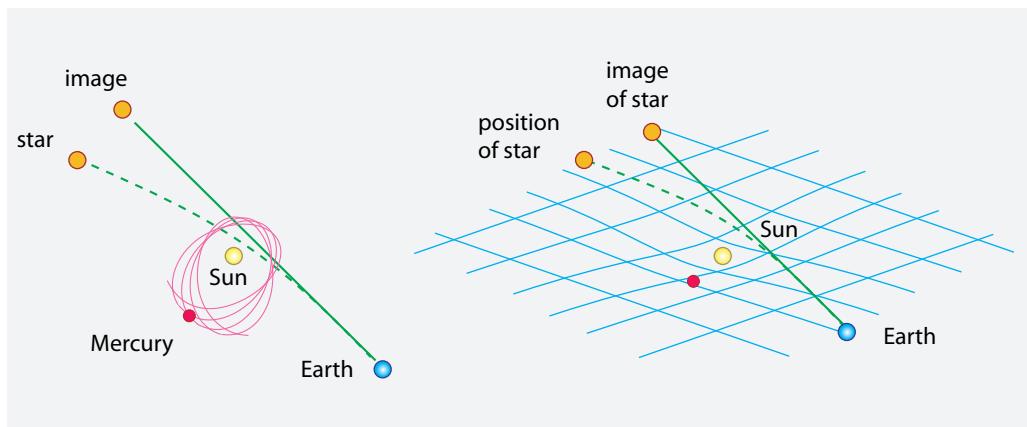
Ref. 140

¿Este resultado *implica* que el espacio es curvo? No por sí mismo. De hecho, podrían darse otras explicaciones para el resultado del experimento eclipse, tal como un potencial que difiera de la forma del cuadrado inversa. Sin embargo, los resultados del eclipse no son los únicos datos. Ya sabemos acerca del cambio del tiempo con altura. Los experimentos muestran que dos observadores a *diferentes* alturas miden el mismo valor para la velocidad de la luz  $c$  cerca de sí mismos. Pero estos experimentos también muestran que si un observador mide la velocidad de la luz en la posición del otro observador, obtiene un valor que difiere de  $c$ , ya que su reloj funciona de manera diferente.

Desafío 176 e

Si la velocidad de la luz es constante, pero los relojes y los metros de barras de los medidores cambian con la altura, la conclusión debe ser que el espacio está *curvado en las proximidades de las masas*. Muchos físicos en el siglo XX comprobaron si los metros rígidos de barra se comportan de manera diferente en lugares donde la gravedad está presente. Y en efecto, se ha detectado la curvatura alrededor de varios planetas, alrededor de

\* ‘Cuando un insecto camina sobre la superficie de una esfera es probable que no se da cuenta de que el camino que recorre es curvo. Yo, por el contrario, tuve la suerte de notarlo.’



**FIGURA 55** El modelo del colchón para el espacio: la trayectoria de un haz de luz y de un satélite cerca de una masa esférica.

todos los cientos de estrellas donde se podía medir, y alrededor de decenas de galaxias. También se han observado muchos efectos indirectos de la curvatura alrededor de las masas, que se describirán en detalle a continuación. Todos los resultados confirman la curvatura del espacio y el espacio-tiempo alrededor de las masas y, además, confirman los valores de curvatura predichos por la relatividad general. En otras palabras, los metros de barras cerca de las masas sí cambian su tamaño de un lugar a otro, e incluso de orientación a orientación. La Figura [Figura 55](#) da una impresión de la situación.

Pero cuidado: la figura de la derecha, aunque se encuentra en muchos libros de texto, Ref. 141 puede ser engañosa. Se puede confundir fácilmente con una reproducción de un *potencial* alrededor de un cuerpo. De hecho, es imposible trazar un gráfico que muestre curvatura y potencial separadamente. (¿Por qué?) Veremos que para las curvaturas pequeñas, incluso es posible explicar el cambio en la longitud del metro de barra usando sólo un potencial. Por lo tanto, la figura no engaña, al menos en el caso de la gravedad débil. Pero para los valores grandes y cambiantes de la gravedad, no puede ser definido un potencial, y por lo tanto no hay manera de evitar usar el espacio curvo para describir la gravedad. En resumen, si imaginamos el espacio como una especie de colchón generalizado en el que las masas producen deformaciones, tenemos un modelo razonable de espacio-tiempo. A medida que las masas se mueven, la deformación las sigue.

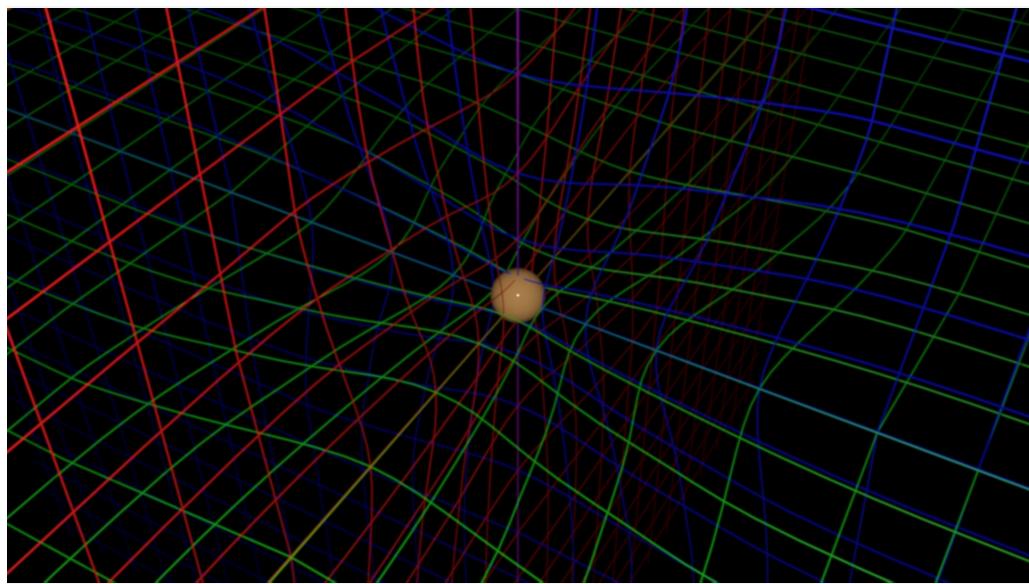
Desafío 177 s

La aceleración de una partícula de prueba sólo depende de la curvatura del colchón. No depende de la masa de la partícula de prueba. Así que el modelo de colchón explica por qué todos los cuerpos caen de la misma manera. (En los viejos tiempos, esto se llamaba también igualdad de la masa inercial y gravitacional.)

Vol. III, página 147

El espacio se comporta así como un colchón sin fricción que lo impregna todo. Vivimos dentro del colchón, pero no lo sentimos en la vida cotidiana. Los objetos masivos tiran de la espuma del colchón hacia ellos, deformando así la forma del colchón. Más fuerza, más energía o más masa implican una deformación más grande. (¿El colchón le recuerda el éter? No se preocupe: la física eliminó el concepto de éter porque es indistinguible del vacío.)

Si la gravedad significa espacio curvado, entonces cualquier observador acelerado, como un hombre en un automóvil que sale, también debe observar que el espacio es curvo.



**FIGURA 56** Una representación three-dimensional del espacio alrededor de una masa (© Farooq Ahmad Bhat).

Desafío 178 s

Desafío 179 ny

Sin embargo, en la vida cotidiana no notamos tal efecto, porque para las aceleraciones y tamaños de la vida cotidiana los valores de la curvatura son demasiado pequeños para ser notados. Desafío 206 s ¿Podría idear un experimento sensible para comprobar la predicción?

Usted podría preguntarse: si el espacio plano que contiene un cuerpo macroscópico está doblado por un campo gravitacional, ¿qué le sucede al cuerpo que contiene? (Por simplicidad, podemos imaginar que el cuerpo está suspendido y se mantiene en su lugar mediante cuerdas sin masa.) El campo gravitacional también afectará al cuerpo, pero su curvatura *no* está relacionada de una manera sencilla con la flexión del espacio subyacente. Por ejemplo, los cuerpos tienen mayor inercia que el espacio vacío. Y en situaciones estáticas, la flexión del cuerpo depende de sus propias propiedades elásticas, que difieren notablemente de las del espacio vacío, que es mucho más rígido.

### ESPACIOTIEMPO CURVO

La [Figura 55](#) muestra la curvatura del espacio solamente, pero en realidad, es curvo el espacio-tiempo. En breve descubriremos cómo describir tanto la forma del espacio como la forma del espacio-tiempo, y cómo medir su curvatura.

Tengamos un primer intento de describir la naturaleza con la idea de espacio-tiempo curvado. En el caso de la [Figura 55](#), la mejor descripción de los eventos es con el uso del tiempo  $t$  mostrado por un reloj situado en el infinito espacial; que evita problemas con el funcionamiento desigual de los relojes a diferentes distancias de la masa central. Para la coordenada radial  $r$ , la opción más práctica para evitar problemas con la curvatura del espacio es usar la circunferencia de un círculo alrededor del cuerpo central, dividido por  $2\pi$ . La forma curvada del espacio-tiempo está descrita mejor por el comportamiento de la distancia espacio-tiempo  $ds$ , o por el tiempo de reloj de muñeca  $d\tau = ds/c$ , entre dos

Página 42

puntos contiguos con coordenadas  $(t, r)$  y  $((t + dt, r + dr))$ .

Como hemos visto anteriormente, la gravedad significa que en coordenadas esféricas tenemos dos puntos contiguos con coordenadas

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} \neq dt^2 - dr^2/c^2 - r^2 d\varphi^2/c^2. \quad (130)$$

La desigualdad expresa el hecho de que el espacio-tiempo es *curvo*. De hecho, los experimentos sobre cambio de tiempo con altura confirman que el intervalo espacio-tiempo alrededor de una masa esférica viene dado por

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} d\varphi^2. \quad (131)$$

Desafío 180 s

Esta expresión se llama *métrica de Schwarzschild* por uno de sus descubridores.\* La métrica (131) describe la forma curvada de espacio-tiempo alrededor de una masa esférica no giratoria. Está bien aproximada para la Tierra o el Sol. (¿Por qué se puede despreciar su rotación?) La expresión (131) también muestra que la fuerza de la gravedad alrededor de un cuerpo de masa  $M$  y radio  $R$  se mide por un número adimensional  $h$  definido como

$$h = \frac{2G}{c^2} \frac{M}{R}. \quad (132)$$

Esta relación expresa la tensión gravitacional con la cual las longitudes y el vacío se deforman de la situación plana de relatividad especial, y por lo tanto también determina cuánto enlentecen los relojes cuando la gravedad está presente. (La relación también revela lo lejos que se encuentra uno de cualquier posible horizonte.) En la superficie de la Tierra, la relación  $h$  tiene el pequeño valor de  $1,4 \cdot 10^{-9}$ ; sobre la superficie del Sol tiene un valor algo mayor de  $4,2 \cdot 10^{-6}$ . La precisión de los relojes modernos permite detectar con facilidad tales efectos pequeños. Las diversas consecuencias y usos de la deformación del espacio-tiempo serán discutidos en breve.

Observemos que si una masa está altamente concentrada, en particular cuando su radio se convierte en *igual* a su denominado *radio de Schwarzschild*

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}, \quad (133)$$

La métrica de Schwarzschild se comporta extrañamente: en ese lugar, el *tiempo* desaparece (note que  $t$  es el tiempo en el infinito). En el radio de Schwarzschild, el reloj de pulsera (como se muestra por un reloj en el infinito) se detiene – y aparece un *horizonte*. Lo que

---

\* Karl Schwarzschild (1873–1916), un importante astrónomo alemán; Fue uno de los primeros en entender la relatividad general. Publicó su fórmula en diciembre de 1915, pocos meses después de que Einstein publicara sus ecuaciones de campo. Murió prematuramente, a la edad de 42 años, con gran pesar de Einstein. Deduciremos la forma de la métrica más adelante, directamente a partir de las ecuaciones de campo de la relatividad general. El otro descubridor de la métrica, desconocido para Einstein, fue el físico holandés Johannes Droste, un estudiante de Lorentz.

Ref. 142

Página 269

Desafío 181 e

PágRefé 263

sucede precisamente se explorará a continuación. Esta situación no es común: el radio de Schwarzschild para una masa como la Tierra es de 8,8 mm, y para el Sol es de 3,0 km; es posible que desee comprobar que el tamaño del objeto para cada sistema en la vida cotidiana es mayor que su radio Schwarzschild. Los sistemas físicos que alcanzan este límite se llaman agujeros negros; los estudiaremos en detalle en breve. De hecho, la relatividad general afirma que *ningún* sistema en la naturaleza es más pequeño que su tamaño de Schwarzschild, es decir que la relación  $h$  definida por la expresión (132) nunca está por encima de la unidad.

En resumen, los resultados mencionados hasta ahora demuestran que la *masa genera curvatura*. La equivalencia masa-energía que conocemos por la relatividad especial nos dice entonces que, como consecuencia, el espacio también debe estar curvado por la presencia de cualquier tipo de energía-cantidad de movimiento. Cada tipo de energía curva el espacio-tiempo. Por ejemplo, la luz también debe curvar el espacio-tiempo. Sin embargo, incluso los haces de mayor energía que podemos crear corresponden a masas extremadamente pequeñas, y por lo tanto a curvaturas incalculablemente pequeñas. Incluso el calor curva el espacio-tiempo; pero en la mayoría de los sistemas, el calor es solamente aproximadamente una fracción de  $10^{-12}$  de la masa total; su efecto de curvatura es, por tanto, no mensurable y despreciable. Sin embargo, todavía es posible demostrar experimentalmente que la energía curva el espacio. En casi todos los átomos una fracción considerable de la masa se debe a la energía electrostática entre los protones cargados positivamente. En 1968 Kreuzer confirmó que la energía curva el espacio con un inteligente experimento usando una masa flotante.

Ref. 144

Desafío 182 e

Es fácil deducir que el equivalente temporal de la curvatura espacial es el funcionamiento desigual del reloj. Tomando las dos curvaturas juntas, concluimos que cuando la gravedad está presente, el *espacio-tiempo* es curvo.

Resumamos nuestra cadena de pensamientos. La energía es equivalente a la masa; la masa produce la gravedad; la gravedad es equivalente a la aceleración; la aceleración es posición-dependiente del tiempo. Dado que la velocidad de la luz es constante, deducimos que la *energía-cantidad de movimiento* indica al espacio-tiempo cómo curvarse. Esta afirmación es la primera mitad de la relatividad general.

Pronto descubriremos cómo medir la curvatura, cómo calcularla a partir de la energía-cantidad de movimiento y lo que se encuentra cuando se comparan la medición y el cálculo. También descubriremos que diferentes observadores miden diferentes valores de curvatura. El conjunto de transformaciones que relacionan un punto de vista con otro en relatividad general, la *simetría del difeomorfismo*, nos dirá cómo relacionar las mediciones de diferentes observadores.

Puesto que la materia se mueve, podemos decir aún más. No sólo el espacio-tiempo se curva cerca de las masas, sino que también se curva cuando una masa ha pasado. En otras palabras, la relatividad general afirma que el espacio, así como el espacio-tiempo, es elástico. Sin embargo, es bastante rígido: mucho más rígido que el acero. Para curvar una pieza del espacio en un 1 % se requiere una densidad de energía enormemente más grande que para curvar un simple raíl del tren un 1 %. Esta y otras consecuencias interesantes de la elasticidad del espacio-tiempo nos ocuparán por un tiempo.

Ref. 145

Desafío 183 ny

## LA VELOCIDAD DE LA LUZ Y LA CONSTANTE GRAVITACIONAL

“ Si morior, moror.\*

Antiguedad

Seguimos en el camino hacia la precisión en nuestra comprensión de la gravitación. Todos nuestros conocimientos teóricos y empíricos sobre la gravedad puede resumirse en sólo dos afirmaciones generales. El primer principio:

- ▷ La velocidad  $v$  de un sistema físico está limitada superiormente por:

$$v \leq c \quad (134)$$

para todos los observadores, donde  $c$  es la velocidad de la luz.

La teoría que se sigue de este primer principio, la relatividad *especial*, se extiende a la relatividad *general* mediante la adición de un segundo principio, que caracteriza la gravedad. Hay varias formas equivalentes de exponer este principio. Aquí hay una.

- ▷ Para todos los observadores, la fuerza  $F$  en un sistema está limitada por

$$F \leq \frac{c^4}{4G}, \quad (135)$$

donde  $G$  es la constante universal de gravitación.

Dicho brevemente, hay una fuerza máxima en la naturaleza. La Gravitación conduce a la atracción de las masas. Sin embargo, esta fuerza de atracción está limitada. Una proposición equivalente es:

- ▷ Para todos los observadores, el tamaño  $L$  de un sistema de masa  $M$  está limitado por

$$\frac{L}{M} \geq \frac{4G}{c^2}. \quad (136)$$

En otras palabras, un sistema masivo no puede ser más concentrado que un agujero negro no giratorio de la misma masa. Otra manera de expresar el principio de gravitación es el siguiente:

- ▷ Para todos los sistemas, la potencia emitida  $P$  está limitada por

$$P \leq \frac{c^5}{4G}. \quad (137)$$

Dicho brevemente; en la naturaleza hay una potencia máxima.

---

\* ‘Si reposo, muero.’ Esta es la divisa del ave del paraíso.

Página 103

Los tres límites arriba indicados son equivalentes entre sí; y no se conocen ni son posibles excepciones. Los límites incluyen la gravitación universal en el caso no relativista. Nos dicen *qué* es la gravedad, es decir, la curvatura, y *cómo* se comporta exactamente. Los límites nos permiten determinar la curvatura en todas las situaciones, para todos los eventos del espacio-tiempo. Como hemos visto anteriormente, el límite de velocidad junto con uno cualquiera de los tres últimos principios implica toda la relatividad general.\*

Por ejemplo, ¿puede demostrar que la fórmula que describe el corrimiento al rojo gravitacional cumple con el límite general (136) sobre las razones entre longitud y masa?

Desafío 185 ny

Notemos que cualquier fórmula que contiene la velocidad de la luz  $c$  se basa en la relatividad especial, y si contiene la constante de gravitación  $G$ , se relaciona con la gravitación universal. Si una fórmula contiene *tanto*  $c$  como  $G$ , es una afirmación de la relatividad general. El presente capítulo subraya frecuentemente esta conexión.

Nuestro ascenso hasta la montaña nos ha enseñado que una descripción precisa del movimiento requiere la especificación de *todos* los puntos de vista permitidos, sus características, sus diferencias y las transformaciones entre ellos. De ahora en adelante, todos los puntos de vista están permitidos, sin excepción: cualquier persona debe poder hablar con cualquier otra persona. No importa si un observador siente la gravedad, está en caída libre, se acelera o está en movimiento inercial. Además, las personas que intercambian izquierda y derecha, las personas que intercambian hacia arriba y hacia abajo o las personas que dicen que el Sol gira alrededor de la Tierra deben ser capaces de hablar entre sí y con nosotros. Esto da un conjunto mucho mayor de transformaciones de puntos de vista que en el caso de la relatividad especial; hace que la relatividad general sea difícil pero también fascinante. Y puesto que todos los puntos de vista están permitidos, la descripción resultante del movimiento es *completa*. \*\*

### ¿POR QUÉ UNA PIEDRA LANZADA EN EL AIRE CAE A LA TIERRA? – GEODÉSICAS

“Un genio es alguien que comete todos los errores posibles en el menor tiempo posible.”  
Anónimo

Página 78

Vol. I, página ??

En nuestra discusión de la relatividad especial, vimos que el movimiento inercial o libremente flotante es el movimiento que conecta dos eventos que requieren el *mayor* tiempo propio. En ausencia de gravedad, el movimiento que cumple este requisito es movimiento *recto* (rectilíneo). Por otro lado, también estamos acostumbrados a pensar en los rayos de luz como rectilíneos. De hecho, todos estamos acostumbrados a comprobar la rectitud de una arista mirando a lo largo de ella. Siempre que dibujamos los ejes de un sistema de coordenadas físicas, imaginamos trazar trayectorias de rayos de luz o dibujamos el movimiento de cuerpos que se mueven libremente.

Ref. 109

\* Este enfoque didáctico no es convencional. Es posible que el presente autor haya sido pionero en él, aunque varios investigadores desarrollaron ideas similares antes, entre ellos Venzo de Sabbata y C. Sivaram. El físico británico Gary Gibbons también desarrolló ideas similares de forma independiente.

\*\* O lo sería, si no fuera por una pequeña desviación llamada teoría cuántica.

En ausencia de gravedad, las trayectorias de los objetos y las trayectorias de la luz coinciden. Sin embargo, en presencia de la gravedad, los objetos no se mueven a lo largo de caminos como los de la luz, como muestra cada piedra arrojada. La luz ya no define la rectitud espacial. En presencia de la gravedad, tanto la luz como la materia están dobladas, aunque en *cantidades diferentes*. Pero la afirmación original sigue siendo válida: incluso cuando la gravedad está presente, los cuerpos siguen caminos en los que el tiempo propio es el mayor posible. Para la materia, tales caminos se llaman geodésicas tipo tiempo o temporales. Para la luz, tales caminos se llaman geodésicas tipo luz o geodésicas nulas. Observamos que en el espacio-tiempo, las geodésicas son las curvas con longitud máxima. Esto contrasta con el caso del espacio puro, como la superficie de una esfera, donde las geodésicas son las *curvas de longitud mínima*.

En palabras sencillas, las *piedras caen porque siguen las geodésicas*. Hagamos algunas verificaciones de esta afirmación. Puesto que las piedras se mueven maximizando el tiempo propio para los observadores iniciales, también deben hacerlo para observadores que caen libremente, como Kittinger. En realidad, deben hacerlo para todos los observadores. La equivalencia de las trayectorias descendentes y geodésicas es al menos coherente.

Si la caída se ve como una consecuencia de la aproximación de la superficie de la Tierra -como discutiremos más adelante - podemos deducir directamente que caer implica un tiempo propio que sea lo más grande posible. La caída libre en realidad es el movimiento a lo largo de las geodésicas.

Vimos anteriormente que la gravitación se deriva de la existencia de una fuerza máxima. El resultado se puede visualizar de otra manera. Si la atracción gravitacional entre un cuerpo central y un satélite fuera más *fuerte* de lo que es, los agujeros negros serían *menores* de lo que son; en ese caso, el límite máximo de la fuerza y la velocidad máxima se superarían acercándose a un tal agujero negro. Si, por otro lado, la gravitación fuera más débil de lo que es, habría observadores para los que los dos cuerpos no interactuarían, por lo que no formarían un sistema físico. En resumen, una fuerza máxima de  $c^4/4G$  implica la gravitación universal. No hay diferencia entre afirmar que todos los cuerpos se atraen por gravitación y afirmar que hay una fuerza máxima con el valor  $c^4/4G$ . Pero al mismo tiempo, el principio de fuerza máxima implica que los objetos se mueven en geodésicas. ¿Puede demostrar esto?

Pasemos a un control experimental. Si la caída es una consecuencia de la curvatura, entonces los recorridos de *todas* las piedras arrojadas o cayendo cerca de la Tierra deben tener la *misma* curvatura en el espacio-tiempo. Tome una piedra lanzada horizontalmente, una piedra lanzada verticalmente, una piedra lanzada rápidamente, o una piedra lanzada lentamente: solo se necesitan dos líneas de argumentación para demostrar que en el espacio-tiempo todos sus caminos se pueden aproximar con alta precisión por segmentos de un círculo, como se muestra en la [Figura 57](#). Todas las trayectorias tienen el mismo radio de curvatura  $r$ , dado por

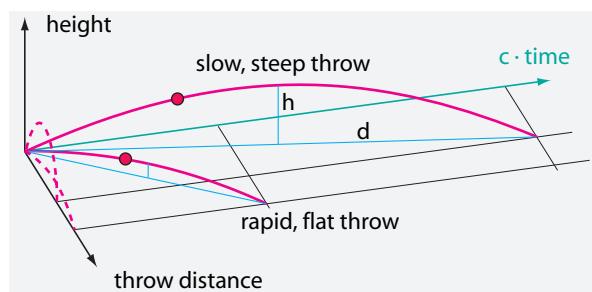
$$r = \frac{c^2}{g} \approx 9,2 \cdot 10^{15} \text{ m}. \quad (138)$$

El gran valor del radio, que corresponde a una curvatura baja, explica por qué *no* lo no-

[Página 154](#)  
Desafío 186 e

Desafío 187 ny

Desafío 188 ny



**FIGURA 57** Todos los caminos de las piedras voladoras, independientemente de su velocidad y ángulo, tienen la misma curvatura en el espacio-tiempo. (Fotografía de © Marco Fulle)

tamos en la vida cotidiana. La forma parabólica típica de la trayectoria de una piedra en la vida cotidiana es justamente la proyección del camino más fundamental en el espacio-tiempo tetradiimensional al espacio tridimensional. El punto importante es que el valor de la curvatura no depende de los detalles del lanzamiento. De hecho, este simple resultado podría haber sugerido las ideas de la relatividad general a las personas un siglo antes de Einstein; lo que faltaba era el reconocimiento de la importancia de la velocidad de la luz como velocidad límite. En cualquier caso, este simple cálculo confirma que la caída y la curvatura están conectadas. Como era de esperar, y como se mencionó anteriormente, la curvatura disminuye a mayores alturas, hasta que se desvanece a una distancia infinita de la Tierra. Ahora bien, dado que la curvatura de todos los caminos para la caída libre es la misma, y dado que todos estos caminos son caminos de acción mínima, es fácil de entender que también son geodésicas.

Si describimos la caída como consecuencia de la curvatura del espacio-tiempo, debemos demostrar que la descripción con geodésicas reproduce todas sus características. En particular, debemos ser capaces de explicar que las piedras arrojadas con poca velocidad vuelven a caer, y las piedras arrojadas a alta velocidad escapan. ¿Puede deducir esto de la curvatura del espacio?

En resumen, el movimiento de cualquier partícula que cae libremente ‘en un campo gravitacional’ se describe por el mismo principio variacional que el movimiento de una partícula libre en la relatividad especial: la trayectoria maximiza el tiempo propio  $\int d\tau$ . Reformulamos esto diciendo que cualquier partícula en caída libre desde el punto A al

Desafío 189 ny

punto  $B$  minimiza la acción  $S$  dada por

$$S = -c^2 m \int_A^B d\tau . \quad (139)$$

Eso es todo lo que necesitamos saber sobre la caída libre de los objetos. Como consecuencia, cualquier *desviación de la caída libre* le mantiene joven. Cuanto mayor sea la desviación, más joven permanecerá.

Página 295

Ref. 146

Como veremos más adelante, la descripción de la acción mínima de caída libre ha sido comprobada de forma extremadamente precisa, y nunca se ha observado ninguna diferencia del experimento. También vamos a descubrir que para la caída libre, las predicciones de la relatividad general y de la gravitación universal difieren sustancialmente tanto para partículas cerca de la velocidad de la luz como para los cuerpos centrales de alta densidad. Hasta ahora, todos los experimentos han demostrado que cuando las dos predicciones difieren, la relatividad general es correcta, y la gravedad universal y otras descripciones alternativas son incorrectas.

Todos los cuerpos caen a lo largo de geodésicas. Esto nos dice algo importante. La caída de los cuerpos no depende de su masa. Las geodésicas son como ‘raíles’ en el espacio-tiempo que les dicen a los cuerpos cómo caer. En otras palabras, el espacio-tiempo puede, en efecto, ser imaginado como una entidad singular, gigante y deformada. El espacio-tiempo no es ‘nada’; es una entidad de nuestro pensamiento. La configuración de esta entidad les dice a los objetos cómo moverse. El espacio-tiempo es de este modo realmente como un intangible colchón; este deformado colchón guía a los objetos que caen a lo largo de su malla de geodésicas.

Desafío 190 s

Ref. 147

Por añadidura, la *energía de ligadura* (enlace) cae del mismo modo que la masa, como se prueba comparando la caída de objetos hechos de diferentes materiales. Ellos poseen diferentes porcentajes de energía de ligadura. (¿Por qué?) Por ejemplo, en la Luna, donde no hay aire, los David Scott del Apolo 15 dejó caer bolas de acero y plumas y encontraron que caen juntas, unas al lado de otras. La independencia de la composición material para la caída ha sido verificada y confirmada una y otra vez.

### ¿PUEDE CAER LA LUZ?

Página 131

Ref. 148

Vol. I, página ??

¿Cómo cae la radiación? La luz, como cualquier radiación, es energía sin masa en reposo. Se mueve como un flujo de entidades luminosas extremadamente rápidas. Por lo tanto las desviaciones de la gravitación universales vienen a ser más evidentes en el caso de la luz. ¿Cómo cae la luz? La luz no puede cambiar su velocidad. Cuando la luz cae verticalmente, solamente cambia de color, como hemos visto anteriormente. Pero la luz puede también cambiar de dirección. Mucho antes de que las ideas de la relatividad fueran populares, en 1801, el astrónomo prusiano Johann Soldner comprendió que la gravitación universal implica que la luz es *desviada* cuando pasa cerca de una masa. Calculó igualmente en qué medida el ángulo de desviación depende de la masa del cuerpo y de la distancia a la que pasa. Sin embargo, nadie en el siglo XIX fue capaz de probar experimentalmente este resultado.

Obviamente, la luz tiene energía, y la energía tiene un peso; la desviación de la luz por ella misma *no* constituye una prueba de la curvatura del espacio. La relatividad general

Página 157

Desafío 191 ny

también predice un ángulo para la desviación de la luz que pasa cerca de las masas, pero de *doble* valor que el valor clásico de Soldner porque la curvatura del espacio alrededor de grandes masas se añade al efecto de la gravedad universal. La desviación de la luz pues, únicamente confirma la curvatura del espacio si los *valores* experimentales están de acuerdo con lo predicho por la relatividad general. Efectivamente, este es el caso: las observaciones coinciden con las predicciones. Más detalles se darán en breve.

Dicho sencillamente, la masa no es necesaria para sentir la gravedad; la energía es suficiente. Este resultado de la equivalencia masa-energía debe convertirse en una segunda naturaleza en el estudio de la relatividad general. En particular, la luz no es ligera, sino pesante. ¿Puede usted argumentar que la curvatura de la luz cerca de la Tierra debe ser la misma que la de las piedras, dada por la expresión (138)?

En resumen, todos los experimentos demuestran que no sólo la masa, sino también la energía cae a lo largo de una geodésica, cualquiera que sea su tipo (ligada o libre), y cualquiera que sea la interacción (sea electromagnética o nuclear). Además, el movimiento de la radiación confirma que el espacio-tiempo es curvo.

Dado que los experimentos demuestran que todas las partículas caen de la misma manera, independientemente de su masa, carga o cualquier otra propiedad, podemos concluir que el sistema de todas las trayectorias posibles forma una estructura independiente. Esta estructura es lo que llamamos el *espacio-tiempo*.

Así encontramos que el *espacio-tiempo* dice a la materia, la energía y la radiación cómo caer. Esta afirmación es la segunda mitad de la relatividad general. Complementa la primera mitad, que establece que la energía le dice al espacio-tiempo cómo curvarse. Para completar la descripción del movimiento macroscópico, sólo necesitamos agregar números a estas declaraciones, para que se vuelvan verificables. Como de costumbre, podemos proceder de dos maneras: podemos deducir las ecuaciones del movimiento directamente, o podemos deducir primero el lagrangiano y luego deducir las ecuaciones de movimiento de él. Pero antes de hacer eso, vamos a tener un poco de diversión.

### CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE LA GRAVITACIÓN

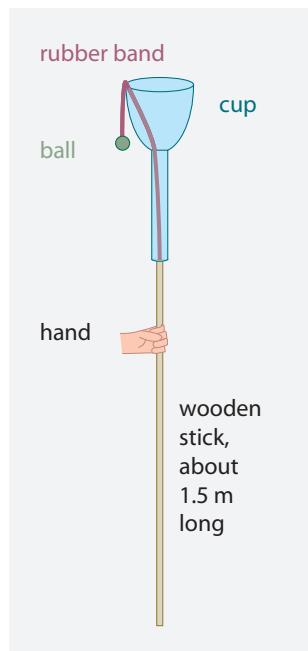
“ Wenn Sie die Antwort nicht gar zu ernst nehmen und sie nur als eine Art Spaß ansehen, so kann ich Ihnen das so erklären: Früher hat man geglaubt, wenn alle Dinge aus der Welt verschwinden, so bleiben noch Raum und Zeit übrig. Nach der Relativitätstheorie verschwinden aber auch Zeit und Raum mit den Dingen.”

Albert Einstein en New York (1921)

Tome una botella de plástico y haga algunos agujeros próximos al fondo. Llene la botella con agua, cerrando previamente los agujeros con sus dedos. Si deja caer la botella, el agua no saldrá de la botella mientras dure la caída. ¿Puede explicar cómo este experimento confirma la equivalencia entre reposo y caída libre?

Desafío 192 s

\* ‘Si no tomas la respuesta demasiado en serio y la consideras sólo como entretenimiento, te lo explicaré de la siguiente manera: en el pasado se pensaba que si todas las cosas desaparecían del mundo, el espacio y el tiempo seguirían siendo . Pero siguiendo la teoría de la relatividad, el espacio y el tiempo desaparecerían junto con las cosas.’



**FIGURA 58** Un rompecabezas: ¿cuál es la forma más sencilla de conseguir que la bola adherida a la banda de goma entre dentro de la taza?

\* \*

En su setenta y seis cumpleaños, Einstein recibió un regalo de cumpleaños especialmente hecho para él, mostrado en la [Figura 58](#). Una copa bastante profunda se monta en la parte superior de un palo de escoba.

La copa contiene una pieza débil de goma elástica unida a su fondo, a la que se une una bola en el otro extremo. En la posición inicial, la bola cuelga fuera de la copa. La goma es demasiado débil para tirar de la bola e introducirla en la copa contra la gravedad. ¿Cuál es la manera más elegante de introducir la bola en la copa?

\* \*

La gravedad tiene las mismas propiedades en todo el universo, excepto en la oficina de patentes de los Estados Unidos. En 2005, concedió una patente, Nr. 6960975, para un dispositivo antigravedad que funciona distorsionando el espacio-tiempo de tal manera que la gravedad es "compensada" (véase [patft.uspto.gov](http://patft.uspto.gov)). ¿Conoce un dispositivo más simple?

[Desafío 193 s](#)

\* \*

El radio de curvatura del espacio-tiempo en la superficie de la Tierra es  $9,2 \cdot 10^{15}$  m. ¿Puede confirmar este valor?

[Desafío 195 e](#)

\* \*

[Desafío 196 s](#) Un trozo de madera flota sobre el agua. ¿Se hundirá más o menos en un ascensor que acelera hacia arriba?

\* \*

- Página 51** Vimos en la relatividad especial que si dos gemelos son idénticamente acelerados en la misma dirección, con un gemelo una cierta distancia delante del otro, entonces el gemelo de delante envejece más que el gemelo de detrás. ¿Sucede esto en un campo gravitacional también? ¿Y qué sucede cuando el campo varía con la altura, como en la Tierra?

\* \*

- Desafío 197 s** Una fuerza máxima y una potencia máxima implican un flujo máximo de masa. ¿Puede mostrar que el flujo de masa no puede exceder de  $1,1 \cdot 10^{35} \text{ kg/s}$ ?

\* \*

- Desafío 198 s** Los experimentos de las Figuras [Figura 52](#) y [53](#) difieren en un punto: uno acaece en el espacio plano, el otro en el espacio curvado. Uno parece estar relacionado con la conservación de la energía, el otro no. ¿Invalidan esas diferencias la equivalencia de las observaciones?

\* \*

- Desafío 199 s** ¿Cómo pueden pesarse los astronautas ellos mismos para comprobar si están comiendo lo suficiente?

\* \*

- Desafío 201 s** ¿Está un cosmonauta en órbita realmente flotando libremente? No. Resulta que las estaciones espaciales y satélites son acelerados por varios efectos pequeños. Las más importantes son la presión de la luz del Sol, la fricción del aire, y los efectos del viento solar. (los Micrometeoritos por lo general se pueden despreciar.) Estos tres efectos conducen a las aceleraciones del orden de  $10^{-6} \text{ m/s}^2$  a  $10^{-8} \text{ m/s}^2$ , dependiendo de la altura de la órbita. ¿Puede estimar cuánto tiempo tardaría una manzana flotando en el espacio en golpear la pared de una estación espacial, partiendo desde el medio? Por cierto, ¿cuál es la magnitud de las aceleraciones de marea en esta situación?

\* \*

- Vol. I, página ??** No hay masa negativa en la naturaleza, como se discutió en el comienzo de nuestra caminata (incluso la antimateria tiene masa *positiva*). Esto significa que la gravedad no puede ser apantallada, en contraste con las interacciones electromagnéticas. Puesto que la gravedad no puede ser apantallada, no hay manera de hacer un sistema perfectamente aislado. ¡Pero tales sistemas forman la base de la termodinámica! Estudiaremos las fascinantes implicaciones de esto más adelante: por ejemplo, descubriremos un *límite superior* para la entropía de los sistemas físicos.

\* \*

- Vol. V, página ??** ¿Se puede utilizar el espacio curvo para viajar más rápido que la luz? Imagínese un espacio-tiempo en el cual dos puntos pudieran ser conectados ya sea por un camino que conduce a través de una porción plana, o por un segundo camino que conduce a través de una parte parcialmente curvada. ¿Podría utilizarse esa parte curvada para viajar entre los puntos más rápidamente que a través de la plana? Matemáticamente, esto es posible; sin embargo, tal espacio curvado necesitaría tener una densidad de *energía*

*negativa.* Tal situación es incompatible con la definición de energía y con la inexistencia de masa negativa. La afirmación de que esto no sucede en la naturaleza también se llama la *condición de energía débil*. ¿Está implícito en el límite de las relaciones entre longitud y masa?

Desafío 202 ny

Desafío 203 ny

La afirmación de un límite a la razón longitud-masa  $L/M \geq 4G/c^2$  invita a realizar experimentos para tratar de superarlo. ¿Puede usted explicar qué sucede cuando un observador se mueve tan rápidamente en las proximidades de una masa que la contracción de longitud del cuerpo alcanza el límite?

\* \*

Hay una propiedad matemática importante del espacio tridimensional  $\mathbb{R}^3$  que lo diferencia de todas las demás dimensiones. Una curva cerrada (unidimensional) puede formar nudos sólo en  $\mathbb{R}^3$ : en cualquier dimensión más alta siempre se puede desanudar. (La existencia de nudos también explica por qué tres es la dimensión más pequeña que permite el movimiento caótico de partículas). Sin embargo, la relatividad general no dice *por qué* el espacio-tiempo tiene tres más una dimensiones. Esto simplemente se basa en el hecho. Esta pregunta profunda y difícil será resuelta sólo en la última parte de nuestro ascenso en la montaña.

\* \*

Henri Poincaré, que murió en 1912, poco antes de que terminara la teoría general de la relatividad, pensó durante un tiempo que el espacio curvado no era una necesidad, sino sólo una posibilidad. Imaginó que se podría seguir utilizando el espacio euclídeo siempre que se permitiera a la luz seguir caminos curvos. Desafío 232 s ¿Puede explicar por qué es imposible tal teoría?

Desafío 204 s

Desafío 205 s

¿Pueden dos átomos de hidrógeno dar vueltas entre sí, en su campo gravitacional mutuo?  
¿Cuál sería el tamaño de esta ‘molécula’?

\* \*

Desafío 206 s

¿Pueden dos pulsos de luz girar uno respecto del otro, en su campo gravitacional mutuo?

Vol. I, página ??

Vol. I, página ??

Los diversos movimientos de la Tierra mencionados en la sección sobre la física galileana, tales como su rotación alrededor de su eje o alrededor del Sol, conducen a varios tipos de tiempo en física y astronomía. El tiempo definido por los mejores relojes atómicos se denomina *tiempo dinámico terrestre*. Mediante la inserción de un salto de segundos de vez en cuando para compensar la mala definición del segundo (una rotación de Tierra no toma 86 400, sino 86 400.002 segundos) y, en menor medida, por la desaceleración de la rotación de la Tierra, se obtiene el *tiempo universal Coordinado* o UTC. Entonces está el tiempo derivado de éste teniendo en cuenta todos los saltos de segundos. Se tiene entonces el tiempo – diferente – que sería mostrado por un reloj no giratorio en el centro

de la Tierra. Por último, hay un *tiempo dinámico baricéntrico*, que es el tiempo mostrado por un reloj en el centro de masa del sistema solar. Solamente usando este último tiempo los satélites pueden ser dirigidos de manera fiable a través del sistema solar. En resumen, la relatividad dice adiós a Greenwich Mean Time (hora media de Greenwich), como lo hace la ley británica, en uno de los raros casos en que la ley sigue a la ciencia. (Sólo la BBC continúa usándolo.)

\* \*

Las agencias espaciales *tienen* que utilizar la relatividad general si desean enviar satélites artificiales a Marte, a Venus o a cometas. Sin su uso, las órbitas no serían calculadas correctamente, y los satélites perderían sus objetivos y usualmente incluso el planeta entero. De hecho, las agencias espaciales van a lo seguro: usan una generalización de la relatividad general, es decir, el formalismo post-newtoniano parametrizado, el llamado PPN, que incluye una comprobación continua de si la relatividad general es correcta. Dentro de los errores de medición no se ha encontrado ninguna desviación hasta ahora. \*

\* \*

La relatividad general también es utilizada por las agencias espaciales en todo el mundo para calcular la posición exacta de los satélites y para sintonizar radios a la frecuencia de los emisores de radio sobre ellos. Además, la relatividad general es esencial para el llamado *sistema de posicionamiento global*, o GPS. Esta moderna herramienta de navegación \*\* consta de 24 satélites equipados con relojes que vuelan por todo el mundo. ¿Por qué el sistema necesita la relatividad general para operar? Puesto que todos los satélites, así como cualquier persona en la superficie de la Tierra, viajan en círculos, tenemos  $dr = 0$ , y podemos reescribir la métrica de Schwarzschild (131) como

$$\left( \frac{d\tau}{dt} \right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{r^2}{c^2} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = 1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{v^2}{c^2}. \quad (141)$$

---

\* Para dar una idea de lo que esto significa, el formalismo post-newtoniano *no parametrizado*, basado en la relatividad general, escribe la ecuación de movimiento de un cuerpo de masa  $m$  cerca de una gran masa  $M$  como una desviación de la expresión inversa del cuadrado para la aceleración  $a$ :

$$a = \frac{GM}{r^2} + f_2 \frac{GM}{r^2} \frac{v^2}{c^2} + f_4 \frac{GM}{r^2} \frac{v^4}{c^4} + f_5 \frac{Gm}{r^2} \frac{v^5}{c^5} + \dots \quad (140)$$

Aquí los factores numéricos  $f_n$  se calculan a partir de la relatividad general y son de orden uno. Los primeros dos términos impares faltan debido a la reversibilidad (aproximada) del movimiento relativista general: la emisión de la onda de gravedad, que es irreversible, explica el término pequeño  $f_5$ ; Tenga en cuenta que contiene la pequeña masa  $m$  en lugar de la masa  $M$ . Se han calculado todos los factores  $f_n$  hasta  $f_7$ . Sin embargo, en el sistema solar, sólo se ha detectado el término  $f_2$ . Esta situación puede cambiar con los futuros experimentos satelitales de alta precisión. Los efectos de orden superior, hasta  $f_5$ , se han medido en los pulsares binarios, como se analiza más adelante.

En un *formalismo post-newtoniano* parametrizado, todos los factores  $f_n$ , incluyendo los desiguales, se ajustan a los datos que entran; hasta ahora todos estos ajustes están de acuerdo con los valores predichos por la relatividad general.

\*\* Para obtener más información, consulte el sitio [www.gpsworld.com](http://www.gpsworld.com).

## ¿CÓMO LA VELOCIDAD MÁXIMA CAMBIA EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA GRAVEDAD

Desafío 207 e Para la relación entre el tiempo satélite y el tiempo terrestre,  $dt$

$$\left( \frac{dt_{\text{sat}}}{dt_{\text{Earth}}} \right)^2 = \frac{1 - \frac{2GM}{r_{\text{sat}}c^2} - \frac{v_{\text{sat}}^2}{c^2}}{1 - \frac{2GM}{r_{\text{Earth}}c^2} - \frac{v_{\text{Earth}}^2}{c^2}}. \quad (142)$$

Desafío 208 s ¿Puede deducir cuántos microsegundos gana un reloj satelital cada día, dado que los satélites GPS orbitan la Tierra una vez cada doce horas? Dado que sólo tres microsegundos darían un error de posición de un kilómetro después de un solo día, los relojes en los satélites deben ajustarse para que se desaceleren por la cantidad calculada. Los ajustes necesarios son monitoreados, y hasta ahora han confirmado la relatividad general cada día, dentro de los errores experimentales, desde que el sistema comenzó a funcionar.

Ref. 152

\* \*

La relatividad general es la base del deporte del *geocaching*, la caza del tesoro mundial con la ayuda de receptores GPS. Vea el [www.terracing.com](http://www.terracing.com) y [www.geocaching.com](http://www.geocaching.com) websites para más detalles.

Ref. 153 La constante gravitacional  $G$  no parece cambiar con el tiempo. El límite de los más recientes experimentos muestran que la razón de cambio es menor que una parte en  $10^{12}$  por año. ¿Puede imaginar cómo puede ser comprobado?

Desafío 209 d

\* \*

Desafío 210 s ¿Podría nuestra experiencia de que vivimos en solo tres dimensiones espaciales ser debida a una limitación de nuestros sentidos? ¿Cómo?

Desafío 211 s

\* \*

¿Puede estimar el efecto de las mareas en el color de la luz emitida por un átomo?

Desafío 212 ny

\* \*

Ref. 154 El campo gravitacional más fuerte posible es el de un pequeño agujero negro. El campo gravitacional más fuerte jamás observado es algo menos sin embargo. En 1998, Zhang y Lamb utilizando los datos de rayos X de una pareja de estrellas para determinar que el espacio-tiempo cerca de los 10 km estrella de neutrones del tamaño se curva hasta un 30 % del valor máximo posible. ¿Cuál es la correspondiente aceleración de la gravedad, en el supuesto de que la estrella de neutrones tuviera la misma masa que el Sol?

Desafío 213 e

\* \*

Ref. 155 La desviación de la luz cambia el tamaño angular  $\delta$  de una masa  $M$  con radio  $r$  cuando se observa a una distancia  $d$ . El efecto conduce a la preciosa expresión

$$\delta = \arcsin \left( \frac{r \sqrt{1 - R_S/d}}{d \sqrt{1 - R_S/r}} \right) \quad \text{where} \quad R_S = \frac{2GM}{c^2}. \quad (143)$$

De Página 281  
¿Qué porcentaje de la superficie del Sol puede ver un observador en el infinito? Examinaremos este asunto con más detalle en breve.

### ¿QUÉ ES EL PESO?

No hay manera para un observador *individual* (y puntual) de distinguir los efectos de la gravedad de los de la aceleración. Esta propiedad de la naturaleza permite hacer una extraña afirmación: las cosas *caen* porque la superficie de la Tierra acelera hacia ellas. Por lo tanto, el *peso* de un objeto resulta de que la superficie de la Tierra está acelerando hacia arriba y empujando contra el objeto. Ese es el principio de equivalencia que se aplica a la vida cotidiana. Por la misma razón, los objetos en caída libre no tienen peso.

Comprobemos los números. Obviamente, una superficie de la Tierra acelerando produce un peso para cada cuerpo descansando sobre la misma. Este peso es proporcional a la masa inercial. En otras palabras, la masa inercial de un cuerpo es idéntica a la masa gravitacional. Esto se observa en efecto en los experimentos, y con la más alta precisión alcanzable. Roland von Eötvös\* realizó muchos de esos experimentos de alta precisión a lo largo de su vida, sin encontrar ninguna discrepancia. En estos experimentos utilizó el hecho de que la masa inercial determina los efectos centrífugos y la masa gravitacional determina la caída libre. (Desafío 243 ny ¿Puede imaginar cómo probó la igualdad?) Experimentos recientes demostraron que las dos masas están de acuerdo en una parte en  $10^{-12}$ .

Desafío 215 ny

Ref. 156

Vol. I, página ??

Sin embargo, la igualdad de masas no es una sorpresa. Recordando la definición de relación de masa como una relación negativa inversa de aceleración, independientemente del origen de la aceleración, se recuerda que las mediciones de masa no pueden utilizarse para distinguir entre masa inercial y masa gravitacional. Como hemos visto, las dos masas son iguales por definición en la física galileana, y toda la discusión es una falacia lógica, una pista falsa (en inglés, red red herring, arenque rojo). El peso es un efecto intrínseco de la masa.

Vol. I, página ??

La igualdad entre aceleración y gravedad nos permite imaginar lo siguiente. Imagine montar en un ascensor para bajar algunos pisos. Usted pulsa el botón. El ascensor es empujado hacia arriba por la superficie acelerada de la Tierra, pero algo menos que el edificio; El edificio supera el ascensor, que por lo tanto se queda atrás. Además, debido al empuje más débil, al principio todo el interior del ascensor se siente un poco más ligero. Cuando se restablece el contacto con el edificio, el ascensor se acelera para alcanzar la superficie en aceleración de la Tierra. Por lo tanto, todos nos sentimos como si estuviéramos en un coche fuertemente acelerado, empujado en la dirección opuesta a la aceleración: por un corto tiempo, nos sentimos más pesados, hasta que el ascensor llega a su destino.

---

\* Roland von Eötvös (b. 1848 Budapest, d. 1919 Budapest), físico húngaro. Realizó muchos experimentos de gravedad de alta precisión; entre otros descubrimientos, descubrió el efecto nombrado por él. La universidad de Budapest lleva su nombre.

### ¿POR QUÉ CAEN LAS MANZANAS?

“Vires acquirit eundo.

Vergilius\*

Un coche acelerado pronto alcanzará un objeto lanzado por delante de él. Por la misma razón, la superficie de la Tierra pronto alcanza una piedra arrojada hacia arriba, porque está continuamente acelerando hacia arriba. Si disfruta de esta manera de ver las cosas, imagina una manzana cayendo de un árbol. En el momento en que se desprende, deja de ser acelerada hacia arriba por la rama. La manzana ahora puede disfrutar de la tranquilidad de un verdadero reposo. Debido a nuestra limitada percepción humana, llamamos caída libre a este estado de reposo. Desafortunadamente, la superficie acelerada de la Tierra se acerca sin piedad y, dependiendo del tiempo durante el cual la manzana permaneció en reposo, la Tierra la golpea con una velocidad mayor o menor, provocando una alteración de forma más o menos severa.

Las manzanas que caen también nos enseñan a no ser perturbados más por la afirmación de que la gravedad es el funcionamiento desigual de los relojes con la altura. En realidad, esta afirmación *equivale* a decir que la superficie de la Tierra está acelerando hacia arriba, como muestra la discusión anterior.

¿Puede este razonamiento continuar indefinidamente? Podemos continuar durante bastante tiempo. Es divertido mostrar cómo la Tierra puede ser de radio constante aunque su superficie esté acelerando hacia arriba en todas partes. Podemos jugar así con la equivalencia de aceleración y gravedad. Sin embargo, esta equivalencia sólo es útil en situaciones que involucran sólo un cuerpo que acelera. La equivalencia entre la aceleración y la gravedad termina tan pronto como se estudian *dos* objetos que caen. Cualquier estudio de varios cuerpos lleva inevitablemente a la conclusión de que la gravedad no es la aceleración; *gravitación es el espacio-tiempo curvado*.

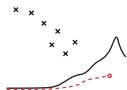
Muchos aspectos de la gravitación y la curvatura pueden ser comprendidas con ninguna o solo unas pocas matemáticas. La siguiente sección resaltará algunas de las diferencias entre la gravedad universal y la relatividad general, mostrando que sólo la última descripción coincide con los experimentos. Después de esto, se introducen y aplican algunos conceptos relacionados con la medición de la curvatura aplicados al movimiento de los objetos y del espacio-tiempo. Si el razonamiento se vuelve demasiado complicado para una primera lectura, salte adelante. En cualquier caso, la sección sobre las estrellas, la cosmología y los agujeros negros de nuevo utiliza poca matemática.

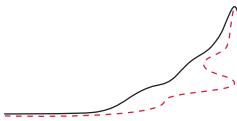
### UN RESUMEN: LAS IMPLICACIONES DE LA INVARIANCIA DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ EN GRAVITACIÓN

En situaciones con gravedad, el tiempo depende de la altura. La invariancia de la velocidad de la luz implica que el espacio-tiempo está *curvado* en todas las regiones donde la gravedad desempeña un papel. La curvatura del espacio se puede visualizar enhebrando el espacio con líneas de igual distancia o imaginando el espacio como un colchón. En situaciones con gravedad, estas líneas son curvas. Las masas así curvan el espacio, espe-

\* ‘Las fuerzas se adquieren caminando.’ Publius Vergilius Maro (b. 70 BCE Andes, d. 19 BCE Brundisium), de la *Eneida* 4, 175.

cialmente las grandes. El espacio curvo influye y determina el movimiento de las masas de prueba y de la luz.





## APPENDIX 6

# ÓRBITAS ABIERTAS, LUZ CURVADA Y BAMBOLEO DEL VACÍO

Ref. 157

“Einstein me explicaba su teoría todos los días, y a mi llegada estaba plenamente convencido de que la entendía.

Chaim Weizmann, primer presidente de Israel.

**A**ntes de que entremos en los detalles de la relatividad general, exploremos las diferencias entre el movimiento de objetos en relatividad general y en gravitación universal, porque las dos descripciones conducen a diferencias medibles. Dado que la invariancia de la velocidad de la luz implica que el espacio está curvado en las proximidades de las masas, antes que nada hemos de comprobar cómo la curvatura débil influye en el movimiento.

La gravitación es fuerte cerca de los horizontes. Esto sucede cuando la masa  $M$  y la amplitud de distancia  $R$  obedecen

$$\frac{2GM}{Rc^2} \approx 1. \quad (144)$$

Por lo tanto, la gravedad es fuerte principalmente en tres situaciones: cerca de los agujeros negros, cerca del horizonte del universo, y en partículas con energías extremadamente altas. Los dos primeros casos se analizan a continuación, mientras que el último se estudiará en la parte final del ascenso a nuestra montaña. Por el contrario, en la mayoría de regiones del universo, incluyendo nuestro planeta y nuestro sistema solar, *no* hay horizontes cercanos; en estos casos, la gravedad tiene un efecto *débil*. Este es el tema del presente capítulo.

### CAMPO DÉBIL

A pesar de la violencia de las avalanchas o la caída de asteroides, en la vida cotidiana, las fuerzas debidas a la gravedad son mucho más débiles que la fuerza máxima. Sobre la Tierra la proporción  $2GM/Rc^2$  es sólo de  $10^{-9}$ . Por lo tanto, en todos los casos de la vida cotidiana, la gravitación todavía puede ser aproximada por un campo, es decir, con un potencial en el espacio-tiempo plano, a pesar de lo dicho anteriormente sobre la curvatura del espacio.

Estas situaciones de campo débil son interesantes porque son fáciles de entender y de describir; requieren principalmente para su explicación el funcionamiento diferente de los relojes a diferentes alturas. Las situaciones de campo débil nos permiten mencio-

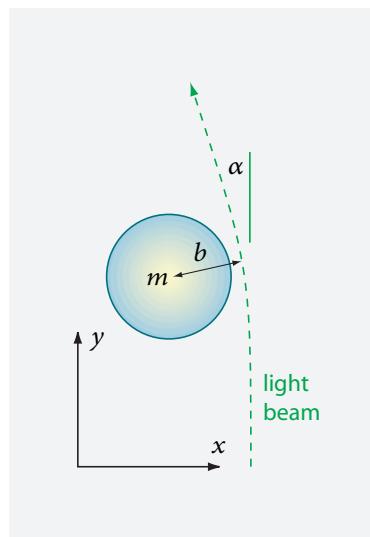


FIGURA 59 Cálculo de la flexión de la luz por una masa.

nar la curvatura espacio-temporal sólo de pasada, y nos permiten seguir pensando en la gravedad como fuente de aceleración. Sin embargo, el cambio de tiempo con altura ya induce muchos efectos nuevos e interesantes que no ocurren en gravitación universal. Para explorar esos interesantes efectos, lo único que se necesita es un tratamiento relativista consistente.

#### CURVATURA DE LA LUZ Y ONDAS DE RADIO

Página 137

La gravedad influye en el movimiento de la luz. En particular, la gravedad curva los haces de luz. La detección de la *curvatura de los rayos de luz* por el Sol es lo que hizo famoso a Einstein. Esto sucedió porque el ángulo de flexión medido difería del que predice la gravitación universal y confirmó el de la relatividad general que tiene en cuenta la curvatura del espacio.

La curvatura de la luz por una masa es fácil de calcular. Se observa la curvatura de la luz, porque cualquier observador *distante* mide un valor que cambia la velocidad de la luz *efectiva*  $v$  cerca de una masa. (Medida en las *inmediaciones*, la velocidad de la luz es, por supuesto, siempre  $c$ .) Resulta que un observador distante mide una velocidad *más baja*, por lo que, para él, la gravedad tiene los mismos efectos que un medio óptico denso. Sólo se necesita un poco de imaginación para ver que este efecto *aumentará* de este modo la curvatura de la luz cerca de las masas ya deducidas en 1801 por Soldner a partir de la gravitación universal. En resumen, la curvatura de la luz relativista se diferencia de la curvatura de la luz no relativista.\*

Calculemos el ángulo de flexión. Como de costumbre, utilizamos el sistema de coordenadas del espacio-tiempo plano en el infinito espacial, que se muestra en la Figura 59. La idea es hacer todos los cálculos hasta el primer orden, ya que el valor de la flexión es

Página 167

\* En la terminología que se utiliza a continuación, la deflexión de la luz es un efecto gravitoeléctrico puro.

Ref. 158 muy pequeño. El ángulo de desviación  $\alpha$ , es simple

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial v}{\partial x} dy , \quad (145)$$

Desafío 217 e Donde  $v$  es la velocidad de la luz medida por un observador lejano. (¿Puede confirmar esto?) El siguiente paso es utilizar la métrica de Schwarzschild alrededor de una masa esférica

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r}} - \frac{r^2}{c^2} d\varphi^2 \quad (146)$$

Desafío 218 ny y transformarlo en coordenadas  $(x, y)$  hasta el primer orden. Esto da

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right) \frac{1}{c^2} (dx^2 + dy^2) \quad (147)$$

Que de nuevo conduce a primer orden para

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c . \quad (148)$$

Esto confirma lo que ya sabemos, a saber, que los observadores distantes ven que la luz se *ralentizó* al pasar cerca de una masa. Así también podemos hablar de un índice de refracción dependiente de la altura. En otras palabras, la velocidad constante de la luz *local* conduce a una desaceleración *global*.

Desafío 219 ny Insertando el último resultado en la expresión (145) y usando una sustitución ingeniosa, obtenemos un ángulo de desviación  $\alpha$  dado por

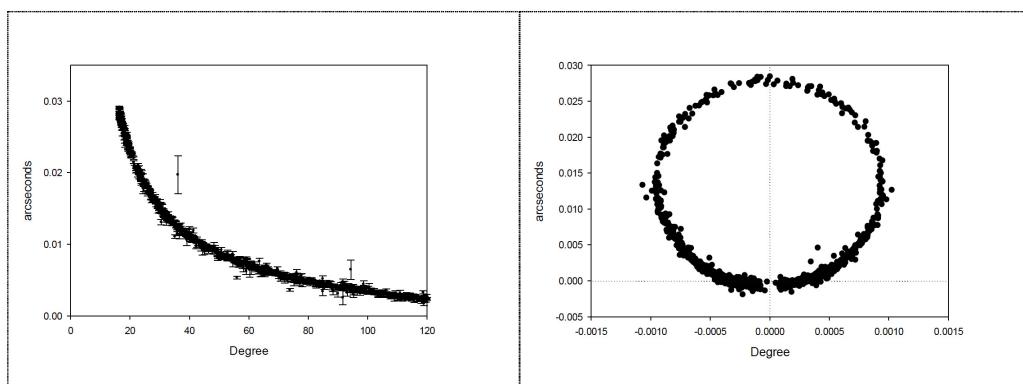
$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b} \frac{1}{b} \quad (149)$$

Donde la distancia  $b$  es el llamado *parámetro de impacto* del haz de luz que se aproxima.

Vol. I, página ?? ▷ El ángulo de desviación resultante  $\alpha$  es el *doble* del resultado que para la gravitación universal.

Desafío 220 s Para un haz justo rasante sobre la superficie del Sol, el resultado es el valor famoso de  $1,75'' = 8,5 \mu\text{rad}$ . Este pequeño valor fue espectacularmente confirmado por la medida de la expedición de 1919. (¿Cómo midieron el ángulo de la desviación?) El resultado mostró que la *gravitación universal es incorrecta*. Desde entonces, el experimento ha sido repetido cientos de veces, incluso por astrónomos aficionados.

Ref. 159 En realidad, Einstein tuvo suerte. Dos expediciones anteriores organizadas para medir el valor habían fracasado. En 1912, fue imposible tomar datos debido a la lluvia, y en 1914 en Crimea, los científicos fueron arrestados (por error) como espías, porque la guerra mundial acababa de comenzar. Pero en 1911, Einstein ya había publicado un cálculo *incorrecto*, dando sólo el valor de Soldner con la mitad del tamaño correcto; sólo en 1915,



**Ref. 160** **FIGURA 60** Cómo la imagen de la fuente de radio 0552+398 cambia de posición en el transcurso de diez años. Izquierda: cómo cambia la desviación con la distancia angular (parámetro de impacto) del Sol; derecha: cómo cambia la posición de la imagen en el cielo desde (0,0), la posición en el cielo cuando el quásar está lejos del Sol (parámetro de gran impacto), a los casos en que la imagen del cuásar se acerca al Sol (menor impacto parámetro).

Vol. I, página ?? cuando completó la relatividad general, encontró el resultado correcto. Por lo tanto Einstein se hizo famoso sólo por el hecho de que las dos expediciones fracasaran antes de que publicara su cálculo correcto.

**Ref. 151, Ref. 128**

**Ref. 129**

**Ref. 160**

Página 254

Página 187

Desafío 221 e

Para los experimentos de alta precisión alrededor del Sol, es más eficaz medir la curvatura de las ondas de *radio*, ya que encuentran menos problemas cuando se propagan a través de la corona solar. Hasta el momento, más de una docena de experimentos independientes lo han hecho, usando fuentes de radio en el cielo que se encuentran en la trayectoria del Sol. Ellos han confirmado la predicción de la relatividad general dentro de un pequeño tanto por ciento. Un bello ejemplo de esta medida se muestra en la **Figura 60**. La curva de la izquierda muestra los valores medidos para la expresión (149); la gráfica de la derecha muestra cómo la imagen de la fuente de radio se mueve en el cielo. Nótese que los ángulos pequeños se pueden medir con el método de interferometría de hoy en día.

La curvatura de los rayos electromagnéticos también se ha observado cerca de Júpiter, de ciertas estrellas, de varias galaxias y de cúmulos de galaxias. Para la Tierra, el ángulo máximo es 3 nrad, demasiado pequeño para ser medido aún, aunque esto sea factible en el futuro cercano. Hay una posibilidad de detectar este valor si, como propone Andrew Gould, los datos del satélite Hipparcos, que estaba tomando imágenes de precisión del cielo nocturno durante muchos años, se analizan correctamente en el futuro.

Por supuesto, la flexión de la luz también confirma que en un triángulo, la suma de los ángulos no suma  $\pi$  (dos ángulos rectos), como se predice para el espacio curvo. (¿Cuál es el signo de la curvatura?)

### TIEMPO DE RETARDO

El cálculo de la curvatura de la luz cerca de masas muestra que para un observador distante, la luz es más lenta en las proximidades de una masa. La velocidad constante de la luz *local* conduce a una desaceleración *global* de la velocidad de la luz. Si la luz no se

ralentizara cerca de una masa, tendría que ir más rápido que  $c$  para un observador cerca de ella.\*

- ▷ Las masas conducen a un *retraso de tiempo* del paso de ondas electromagnéticas.

**Ref. 161** En 1964, Irwin Shapiro tuvo la idea de medir este efecto. Propuso dos métodos. El primero era enviar pulsos de radar a Venus, y medir el tiempo que tardaba la reflexión en volver a la Tierra. Si las señales pasan cerca del Sol, se demorarán. La segunda fue usar un satélite artificial comunicándose con la Tierra.

**Ref. 162** La primera medición se publicó en 1968 y confirmó directamente la predicción de la relatividad general dentro de los errores experimentales. Todos los ensayos posteriores del mismo tipo, como el mostrado en la [Figura 61](#), han confirmado también la predicción dentro de errores experimentales, que hoy en día son del orden de una parte en mil.

**Ref. 163** El retardo también se ha medido en los pulsares binarios, ya que hay algunos de tales sistemas en el cielo para los que la línea de visión se encuentra casi con precisión en el plano orbital.

En resumen, la gravitación relativista también se confirma mediante el retardo de tiempo de las mediciones; en contraste, la gravitación universal no predice tales efectos. Los cálculos sencillos aquí presentados sugieren un desafío: ¿Es también posible describir la relatividad general *completa* – en consecuencia la gravitación en campos *fuertes* – como un cambio de la velocidad de la luz con la posición y el tiempo inducidos por la masa y la energía?

Desafío 223 ny

### LOS EFECTOS RELATIVISTAS EN LAS ÓRBITAS

La Astronomía permite las mediciones más precisas de los movimientos conocidos. Esto es especialmente válido para el movimiento planetario. Así, en primer lugar Einstein trató de aplicar sus resultados de la gravitación relativista al movimiento de los planetas. Miró las desviaciones de sus movimientos de las predicciones de la gravitación universal. Einstein encontró tal desviación: la *precesión del perihelio de Mercurio*. El efecto se muestra en la [Figura 62](#). Einstein dijo más tarde que el momento en que descubrió que su cálculo de la precesión de Mercurio se corresponde con las observaciones fue uno de los momentos más felices de su vida.

El cálculo no es difícil. En la gravitación universal, las órbitas se calculan estableciendo  $a_{\text{grav}} = a_{\text{centri}}$ , en otras palabras, haciendo  $GM/r^2 = \omega^2 r$  y fijando la energía y el momento angular. La masa del satélite en órbita no aparece explícitamente. En la relatividad general, la masa del satélite en órbita se hace desaparecer por el reescalamiento de la energía y del momento angular como  $e = E/c^2 m$  y  $j = J/m$ . A continuación, debe incluirse la curvatura del espacio. Utilizamos la métrica de Schwarzschild ([146](#)) mencionada anteriormente para deducir que la condición inicial de la energía  $e$ , junto con su

**Ref. 128, Ref. 129**

Página 139

Desafío 222 e

---

\* Un buen ejercicio es mostrar que la curvatura de una partícula *lenta* da el valor de Soldado, mientras que al aumentar la velocidad, el valor de la flexión se acerca al doble de ese valor. En todas estas consideraciones, la rotación de la masa ha sido despreciada. Como muestra el efecto del arrastre de los marcos de referencia, la rotación también cambia el ángulo de desviación; sin embargo, en todos los casos estudiados hasta ahora, la influencia está por debajo del umbral de detección.

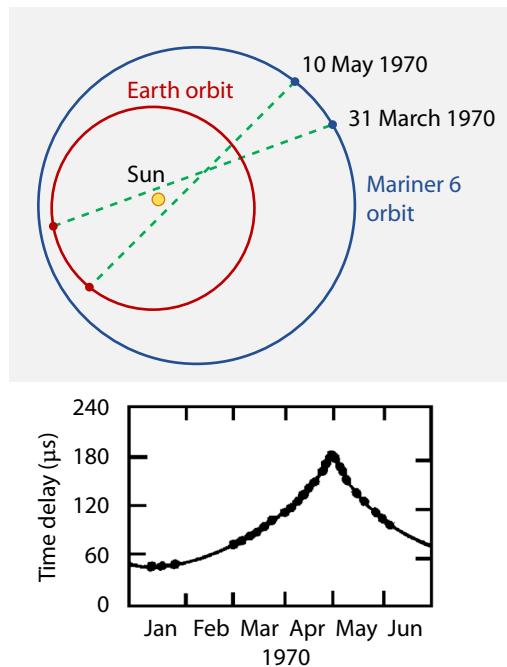


FIGURA 61 Demora de tiempo en las señales de radio - uno de los experimentos de Irwin Shapiro.

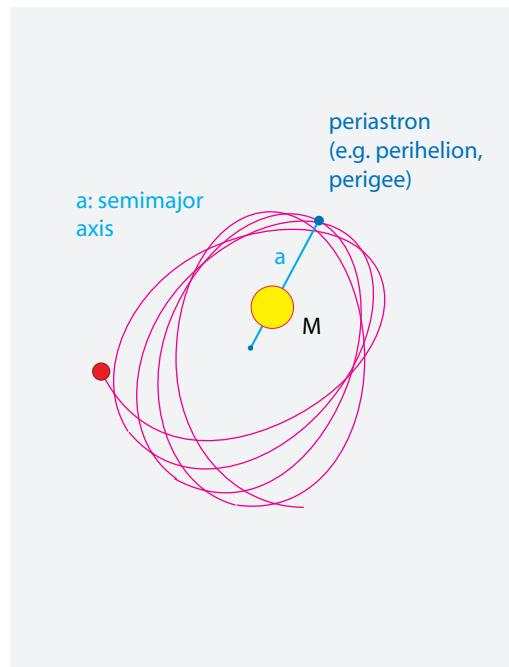


FIGURA 62 La órbita alrededor de un cuerpo central en relatividad general.

Desafío 224 e

conservación, lleva a una relación entre el tiempo propio  $\tau$  y el tiempo  $t$  en el infinito:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{e}{1 - 2GM/rc^2}, \quad (150)$$

Donde como la condición inicial en el momento angular  $j$  y su conservación implican que

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{j}{r^2}. \quad (151)$$

Estas relaciones son válidas para cualquier partícula, cualquiera que sea su masa  $m$ . Al insertar todo esto en la métrica de Schwarzschild, encontramos que el movimiento de una partícula sigue

$$\left( \frac{dr}{cd\tau} \right)^2 + V^2(j, r) = e^2 \quad (152)$$

donde el potencial efectivo  $V$  está dado por

$$V^2(j, r) = \left( 1 - \frac{2GM}{rc^2} \right) \left( 1 + \frac{j^2}{r^2 c^2} \right). \quad (153)$$

Desafío 225 e

La expresión difiere ligeramente de la de gravedad universal, como es posible que desee comprobar. Ahora necesitamos resolver para  $r(\varphi)$ . Para las órbitas circulares tenemos

Desafío 226 e dos posibilidades

$$r_{\pm} = \frac{6GM/c^2}{1 \pm \sqrt{1 - 12(\frac{GM}{cj})^2}} \quad (154)$$

Donde el signo menos da una órbita estable y el signo más una órbita inestable. Si  $cj/GM < 2\sqrt{3}$ , no existe órbita estable; el objeto impactará en la superficie o, para un agujero negro, será engullido. Existe *una* órbita circular estable sólo si el momento angular  $j$  es mayor que  $2\sqrt{3}GM/c$ . Por lo tanto, encontramos que en la relatividad general, en contraste con la gravedad universal, hay una órbita circular estable más *pequeña* (mínima). El radio de esta pequeña órbita circular estable es  $6GM/c^2 = 3R_S$ .

¿Cuál es la situación de las órbitas *elípticas*? Al establecer  $u = 1/r$  en (152) y diferenciándose, la ecuación para  $u(\varphi)$  se convierte en

$$u' + u = \frac{GM}{j^2} + \frac{3GM}{c^2}u^2. \quad (155)$$

Desafío 227 e Sin la corrección no lineal debida a la relatividad general en la parte de la derecha, las soluciones son las famosas *secciones cónicas*

$$u_0(\varphi) = \frac{GM}{j^2}(1 + \varepsilon \cos \varphi), \quad (156)$$

Vol. I, página ?? Es decir, ellipses, parabolas o hyperbolas. El tipo de sección cónica depende del valor del parámetro  $\varepsilon$ , la llamada *excentricidad*. Conocemos las formas de estas curvas de la gravitación universal. Ahora, la relatividad general introduce el término no lineal en el lado derecho de la ecuación (155). Así, las soluciones ya no son secciones cónicas; sin embargo, como la corrección es pequeña, una buena aproximación está dada por

$$u_1(\varphi) = \frac{GM}{j^2} \left( 1 + \varepsilon \cos \left( \varphi - \frac{3G^2 M^2}{j^2 c^2} \varphi \right) \right). \quad (157)$$

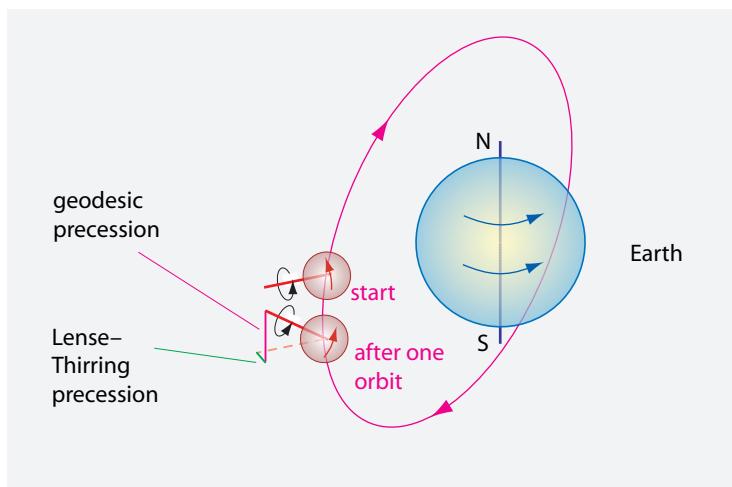
Las hipérbolas y las parábolas de la gravitación universal están así ligeramente deformadas.

- ▷ En lugar de órbitas elípticas se obtiene la famosa trayectoria de rosetas ilustrada en la Figura 62.

Desafío 229 e Tal trayectoria se caracteriza sobre todo por un desplazamiento del periastro. El periastro, o *perihelio* en el caso del Sol, es el punto más *cercano* al cuerpo central alcanzado por un cuerpo en órbita. Desafío 257 e El periastro gira alrededor del cuerpo central por un ángulo

$$\alpha \approx 6\pi \frac{GM}{a(1 - \varepsilon^2)c^2} \quad (158)$$

Para cada órbita, donde  $a$  es el *semieje mayor*. Para Mercurio, el valor es  $43'' = 0,21$  mrad



**FIGURA 63** El efecto geodésico.

por siglo. Alrededor de 1900, este fue el único efecto conocido que quedaba inexplicado por la gravitación universal; cuando el cálculo de Einstein lo llevó a exactamente ese valor, estuvo rebosante de alegría durante muchos días.

Para asegurarse de la igualdad entre el cálculo y el experimento, todos los demás efectos que conducen a trayectorias en forma de rosetas deben ser eliminados. Durante algún tiempo, se pensó que el momento cuadripolar del Sol podría ser una fuente alternativa de este efecto; mediciones posteriores descartaron esta posibilidad.

En el siglo pasado, el desplazamiento del perihelio se ha medido también para las órbitas de Ícaro, Venus y Marte alrededor del Sol, así como para varios sistemas estelares binarios. En los pulsares binarios, el desplazamiento de periastro puede ser tan grande como varios grados por año.(158) En todos los casos, la expresión (182) describe el movimiento dentro de los errores experimentales.

Notemos que incluso la órbita en forma de roseta en sí no es realmente estable, debido a la emisión de ondas gravitacionales. Pero en el sistema solar, la potencia perdida de esta manera es completamente despreciable incluso durante miles de millones de años, como vimos anteriormente, de modo que la trayectoria roseta sigue siendo una buena descripción de las observaciones.

Página 176

### EL EFECTO GEODÉSICO

La gravitación relativista tiene un efecto adicional sobre los cuerpos en órbita predicho en 1916 por Willem de Sitter.\* Cuando un cuerpo *puntiagudo* orbita una masa central  $m$  a la distancia  $r$ , la dirección de la punta cambiará después de una órbita completa. Este efecto, mostrado en la Figura 63, sólo existe en relatividad general. El ángulo  $\alpha$  que describe el cambio de dirección después de una órbita viene dado por

$$\alpha = 2\pi \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{3Gm}{rc^2}} \right) \approx \frac{3\pi Gm}{rc^2}. \quad (159)$$

\* Willem de Sitter (b. 1872 Sneek, d. 1934 Leiden) matemático holandés, físico y astrónomo.

Desafío 230 e

Este cambio de ángulo se denomina *efecto geodésico* – ‘geodético’ en otros idiomas. Es una consecuencia adicional de la división en campos gravitoelectricos y gravitomagnéticos, como es posible que desee demostrar. Obviamente, no existe en gravitación universal.

En los casos en que la punta del cuerpo en órbita está hecha mediante una rotación intrínseca, tal como un satélite giratorio, el *efecto geodésico* produce una precesión del eje. Así, el efecto es comparable al acoplamiento espín-órbita en la teoría atómica. (El efecto Thirring-Lense mencionado más adelante es análogo al acoplamiento espín-espín).

Cuando Willem de Sitter predijo el efecto geodésico, o precesión geodésica, propuso detectar que el sistema Tierra-Luna cambiaría su dirección apuntando en su caída alrededor del Sol. El efecto es diminuto; para el eje de la Luna el ángulo de precesión es de aproximadamente 0,019 arcsec por año. El efecto fue detectado por primera vez en 1987 por un equipo italiano para el sistema Tierra-Luna, a través de una combinación de radiointerferometría y oscilación lunar, usando los ojos de gato, mostrados en la [Figura 64](#), depositados por Lunokhod y Apollo en la Luna. En 2005, el efecto geodésico fue confirmado con alta precisión con la ayuda de un satélite artificial alrededor de la tierra que contenía un número de giroscopios de alta precisión.

Ref. 164

Ref. 169

A primera vista, la precesión geodésica es similar a la precesión de Thomas encontrada en la relatividad especial. En ambos casos, un transporte a lo largo de una línea cerrada da lugar a la pérdida de la dirección original. Sin embargo, una cuidadosa investigación demuestra que la precesión de Thomas se puede *añadir* a la precesión geodésica mediante la aplicación de alguna interacción adicional, no gravitacional, por lo que la analogía es poco sólida.

Página 54

Ref. 165, Ref. 166

Desafío 231 e

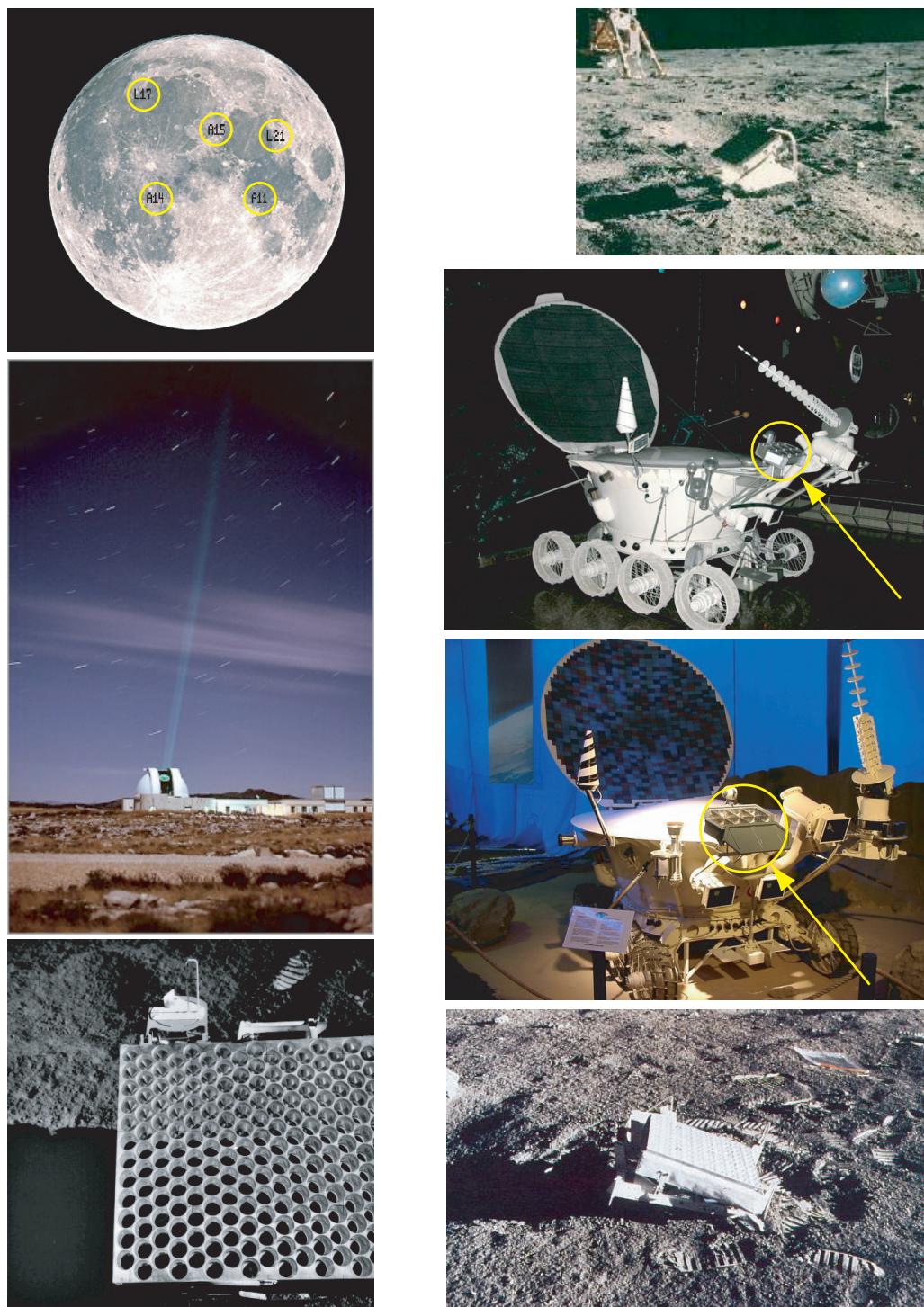
### LOS EFECTOS THIRRING

En 1918, el físico austriaco Hans Thirring publicó dos simples y bellas predicciones de movimientos, uno de ellos con su colaborador Josef Lense. Ninguno de los movimientos aparece en la gravitación universal, pero ambos aparecen en la relatividad general. La [Figura 65](#) ilustra estas predicciones.

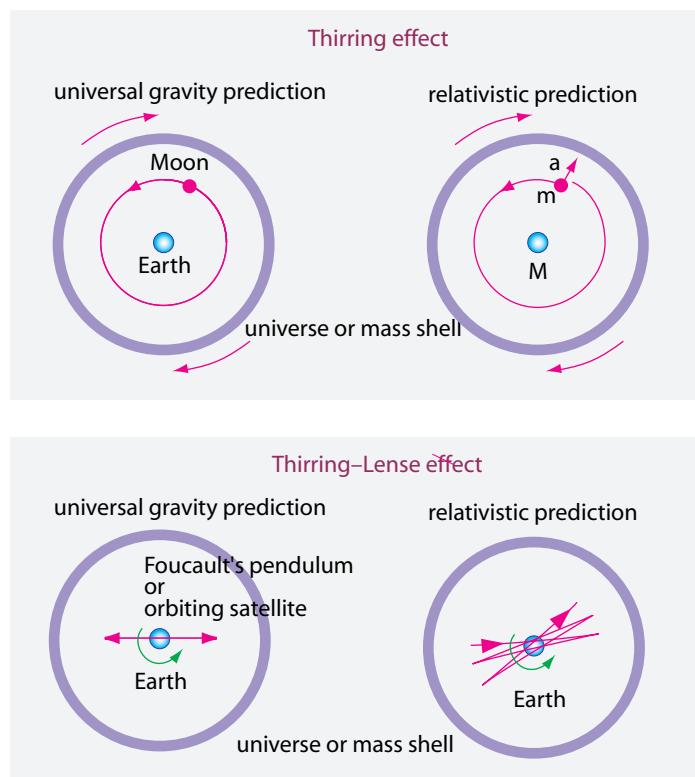
El primer ejemplo, hoy en día llamado el *efecto Thirring*, predice aceleraciones centífugas y de Coriolis para masas en el interior de una cáscara de masa en rotación. Thirring mostró que si una cáscara de masa gira, las masas en su interior son atraídas hacia la cáscara circundante. El efecto es muy pequeño; sin embargo, esta predicción está en marcado contraste con la de la gravedad universal, donde una concha de masa esférica, giratoria o no, no tiene ningún efecto en las masas de su interior. ¿Puede explicar este efecto usando la figura y la analogía del colchón?

El segundo efecto, el *efecto Thirring-Lense*,<sup>\*</sup> es más famoso. La relatividad general predice que un péndulo oscilante de Foucault, o un satélite que gira alrededor de la Tierra en una órbita polar, no permanece precisamente en un plano fijo con respecto al resto del universo, sino que la rotación de la Tierra arrastra con ella el plano un poquito. Este *marco de arrastre*, como también se llama el efecto, aparece porque la Tierra en el vacío se comporta como una bola giratoria en un colchón de espuma. Cuando una bola o una cáscara gira dentro de la espuma, en parte arrastra la espuma junto con ella. Del mismo

\* Aunque el orden de los autores es Lense y Thirring, es habitual (pero no universal) enfatizar la idea de Hans Thirring colocándolo primero.



**FIGURA 64** Los retrorreflectores lunares depositados por Apollo 11 (arriba a la derecha), los dos Lunokhods (derecha), Apollo 14 (abajo a la derecha) y Apollo 15 (abajo a la izquierda), sus ubicaciones en la Luna (arriba a la izquierda) y un telescopio realizando una medición de distancia láser (© NASA, Wikimedia, Observatoire de la Côte d'Azur).



**FIGURA 65** Los efectos Thirring y Thirring-Lense.



**FIGURA 66** El satélite LAGEOS: esfera metálica con un diámetro de 60 cm, una masa de 407 kg, y cubierta con 426 retroreflectores (NASA).

modo, la Tierra arrastra un poco de vacío con él, y así gira el plano del péndulo. Por la misma razón, la rotación de la Tierra gira el plano de un satélite en órbita.

El efecto Thirring-Lense o de marco de arrastre es extremadamente pequeño. Puede ser que fuera medido por primera vez en 1998 por un grupo italiano dirigido por Ignazio Ciufolini, y luego por el mismo grupo en los siguientes años hasta 2004. El grupo siguió el movimiento de dos satélites artificiales especiales – mostrados en la [Figura 66](#) – consistente sólo en un cuerpo de acero y algunos reflectores tipo ojos de gato. El grupo midió el movimiento del satélite alrededor de la Tierra con una precisión extremadamente alta, haciendo uso de pulsos láser reflejados. Este método permitió que este expe-

[Ref. 167](#)

rimento fuera comparativamente barato y rápido. Desafortunadamente, el tamaño de los efectos sistemáticos y otras razones implican que no se puede confiar en los resultados publicados.

Hasta ahora, solo otro grupo intentó el experimento alrededor de la Tierra. El satélite para el llamado experimento Gravity Probe B se puso en órbita en 2005, después de más de 30 años de planificación.<sup>ref. 168</sup> Estos satélites eran extremadamente complicados y llevaban esferas superconductoras que giraban rápidamente. A pesar de varios sistemas rotos, en 2009 el experimento confirmó la existencia de marco de arrastre alrededor de la Tierra. La evaluación confirmó las predicciones de la relatividad general en un 25 % aproximadamente.

Mientras tanto, los efectos de marco de arrastre también se han medido en varios otros sistemas astronómicos. Las mejores confirmaciones provienen de los pulsares. Los pulsares envían pulsos de radio regulares, por ejemplo cada milisegundo, con una precisión extremadamente alta. Al medir los tiempos exactos en que los pulsos llegan a la Tierra, se pueden deducir los detalles del movimiento de estas estrellas y confirmar que tales efectos sutiles como el marco de arrastre efectivamente tienen lugar.

<sup>Ref. 170</sup>

### GRAVITOMAGNETISMO\*

El marco de arrastre y el efecto Thirring pueden verse como casos especiales de *gravitomagnetismo*. (Vamos a mostrar la conexión más adelante.) Esta aproximación a la gravedad ya fue estudiada en el siglo XIX por Holzmüller y por Tisserand, mucho antes de la relatividad general fuera descubierta. El enfoque se ha vuelto una vez más popular en los últimos años debido a que es fácil de entender. Como se mencionó anteriormente, hablar de un *campo* gravitatorio es siempre una aproximación. En el caso de la gravedad débil, como ocurre en la vida cotidiana, la aproximación es muy buena. Muchos efectos relativistas se pueden describir en términos del campo gravitatorio, sin utilizar el concepto de curvatura espacial o del tensor métrico. En lugar de describir el colchón espacio-tiempo completo, el modelo de campo gravitatorio sólo describe la desviación del colchón del estado plano, pretendiendo que la desviación es una entidad separada, llamada campo gravitatorio. Pero ¿cuál es la manera relativista y correcta de describir el campo gravitatorio?

<sup>Ref. 171</sup>

Vol. III, página 58

Ref. 172, Ref. 173

Podemos comparar la situación con el electromagnetismo. En una descripción relativista de la electrodinámica, el campo electromagnético tiene una componente eléctrica y una componente magnética. El campo eléctrico es responsable de la fuerza Coulomb de la inversa del cuadrado. Del mismo modo, en una descripción relativista de la gravedad (débil) \*\* el campo gravitatorio tiene una componente gravitoeléctrica y una componente gravitomagnética. El campo gravitoeléctrico es responsable de la aceleración de la gravedad de la inversa del cuadrado; lo que llamamos el campo gravitatorio en la vida cotidiana es simplemente la parte gravitoeléctrica del campo gravitatorio relativista (débil) completo.

¿Qué es el campo gravitomagnético? En electrodinámica, la carga eléctrica produce un campo eléctrico, y una carga móvil, es decir, una corriente, produce un campo mag-

\* Esta sección se puede omitir en primera lectura.

\*\* La aproximación requiere velocidades bajas, campos débiles y distribuciones de energía de masa localizadas y estacionarias.

nético. De manera similar, en la gravitación relativista de campo débil, la masa-energía produce el campo gravitoeléctrico y la masa-energía móvil produce el campo gravitomagnético. En otras palabras, el marco de arrastre es debido a las *corrientes* de masa.

En el caso del electromagnetismo, la distinción entre campo magnético y campo eléctrico depende del observador; cada uno de los dos puede (en parte) transformarse en el otro. Lo mismo sucede en el caso de la gravitación. El electromagnetismo proporciona una buena indicación de cómo se comportan los dos tipos de campos gravitatorios; esta intuición puede ser transferida directamente a la gravedad. En la electrodinámica, el movimiento  $\mathbf{x}(t)$  de una partícula cargada está descrito por la ecuación de Lorentz

$$m\ddot{\mathbf{x}} = q\mathbf{E} + q\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{B}, \quad (160)$$

dónde el punto denota la derivada con respecto al tiempo. En otras palabras, el cambio de *velocidad*  $\dot{\mathbf{x}}$  se debe al campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , mientras que el campo magnético  $\mathbf{B}$  produce un cambio de la *dirección* de la velocidad dependiente de la velocidad, sin cambiar el módulo de la velocidad misma. Ambos cambios dependen del valor de la carga eléctrica  $q$ . En el caso de la gravedad esta expresión se convierte en

$$m\ddot{\mathbf{x}} = m\mathbf{G} + m\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{H}. \quad (161)$$

El papel de carga lo toma la masa. La función del campo eléctrico lo desempeña el campo gravitoeléctrico  $\mathbf{G}$  – que llamamos simplemente campo gravitatorio en la vida cotidiana – y el papel del campo magnético es tomado por el campo gravitomagnético  $\mathbf{H}$ . En esta expresión para el movimiento ya conocemos el campo gravitoeléctrico  $\mathbf{G}$ ; está dado por

$$\mathbf{G} = \nabla\varphi = \nabla \frac{GM}{r} = -\frac{GM\mathbf{x}}{r^3}. \quad (162)$$

Como de costumbre, la cantidad  $\varphi$  es el potencial (escalar). El campo  $\mathbf{G}$  es el campo gravitacional usual de la gravitación universal, producido por cada masa, y tiene la dimensión de una aceleración. Las masas son las fuentes del campo gravitoeléctrico. El campo gravitoeléctrico obedece  $\nabla\mathbf{G} = -4\pi G\rho$ , donde  $\rho$  es la densidad de masa. Un campo *estático*  $\mathbf{G}$  no tiene vórtices; obedece a  $\nabla \times \mathbf{G} = 0$ .

No es difícil demostrar que si existen campos *gravitoeléctricos*, también deben existir campos *gravitomagnéticos*; estos últimos aparecen cuando cambiamos de un observador en reposo a uno en movimiento. (Usaremos el mismo argumento en electrodinámica.)

Una partícula que cae perpendicularmente hacia una barra infinitamente larga ilustra la cuestión, como se muestra en la Figura 67. Un observador en reposo con respecto a la varilla puede describir toda la situación con fuerzas gravitoeléctricas solas. Un segundo observador, moviéndose a lo largo de la barra con velocidad constante, observa que la cantidad de movimiento de la partícula a lo largo de la varilla también aumenta. Este observador no sólo medirá un campo gravitoeléctrico; también mide un campo gravitomagnético. De hecho, una masa moviéndose con velocidad  $\mathbf{v}$  produce una (3-)aceleración gravitomagnética en una masa de prueba  $m$  dada por

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (163)$$

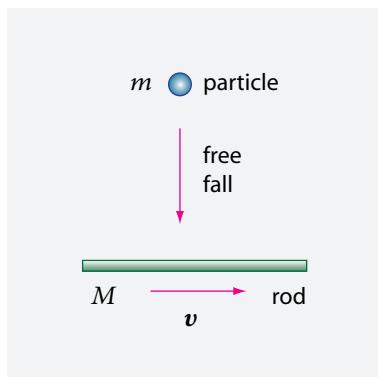


FIGURA 67 La realidad del gravitomagnetismo.

Desafío 232 ny

Donde, *casi* como en la electrodinámica, el *campo gravitomagnético* estático  $\mathbf{H}$  obedece

$$\mathbf{H} = 16\pi N\rho\mathbf{v} \quad (164)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa de la fuente del campo y  $N$  es una constante de proporcionalidad. En la naturaleza, no hay fuentes para el campo gravitomagnético; obedeciendo así  $\nabla\mathbf{H} = 0$ . El campo gravitomagnético tiene dimensión de la inversa tiempo, como una velocidad angular.

Desafío 233 ny

Cuando se evalúa la situación en la Figura 67, encontramos que la constante de proporcionalidad  $N$  está dada por

$$N = \frac{G}{c^2} = 7,4 \cdot 10^{-28} \text{ m/kg}, \quad (165)$$

Desafío 234 s

Un valor extremadamente pequeño. De este modo encontramos que como en el caso electrodinámico, el campo gravitomagnético es más débil que el campo gravitoeléctrico por un factor de  $c^2$ . Por lo tanto, es difícil de observar. Además, un segundo aspecto hace que la observación del gravitomagnetismo sea aún más difícil. En contraste con el electromagnetismo, en el caso de la gravedad no hay forma de observar campos gravitomagnéticos *puros* (¿por qué?); siempre están mezclados con los habituales, los gravitoelectrinos. Por estas razones, los efectos gravitomagnéticos se midieron por primera vez sólo en los años noventa. En otras palabras, la gravedad universal es la aproximación de campo débil de la relatividad general que surge cuando todos los efectos gravitomagnéticos son despreciados.

En resumen, *si una masa se mueve*, también produce un campo gravitomagnético. ¿Cómo podemos imaginar el gravitomagnetismo? Echemos un vistazo a sus efectos. El experimento de la Figura 67 mostró que una varilla móvil tiene el efecto de acelerar ligeramente una masa de prueba en la misma dirección de su movimiento. En nuestra metáfora del vacío como un colchón, parece como si una barra móvil *arrastrara el vacío* junto con ella, así como cualquier masa de prueba que esté en esa región. El gravitomagnetismo puede ser visto como arrastre del vacío. Debido a una reticencia generalizada a pensar en el vacío como un colchón, se utiliza en su lugar la expresión *marco de arrastre*.

En esta descripción, todos los efectos de *marco de arrastre* son efectos gravitomagnéticos.

néticos. En particular, un campo gravitomagnético también aparece cuando una masa grande *gira*, como en el efecto Thirring-Lense de la Figura 65. Para un momento angular  $J$ , el campo gravitomagnético  $\mathbf{H}$  es un campo dipolar; está dado por

$$\mathbf{H} = \nabla \times \left( -2 \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{x}}{r^3} \right) \quad (166)$$

exactamente igual que en el caso electrodinámico. El campo gravitomagnético alrededor de una masa giratoria tiene tres efectos principales.

En primer lugar, como en el electromagnetismo, una partícula de prueba giratoria con momento angular  $\mathbf{S}$  siente un *par de fuerzas* (un momento de fuerza) si está cerca de una masa giratoria grande con momento angular  $J$ . Este par  $\mathbf{T}$  está dado por

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{S}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{S} \times \mathbf{H}. \quad (167)$$

El par conduce a la precesión de los *giroscopios* o *precesión geodésica*. Para la Tierra, este efecto es extremadamente pequeño: en el Polo Norte, la precesión tiene un ángulo cónico de 0,6 milisegundos de arco y una tasa de rotación del orden de  $10^{-10}$  veces la de la Tierra.

Un segundo efecto del gravitomagnetismo es el siguiente. Puesto que para un par tenemos  $\mathbf{T} = \dot{\Omega} \times \mathbf{S}$ , el campo dipolar de una masa rotatoria grande con momento angular  $J$  produce un segundo efecto. Una masa en órbita experimentará la *precesión de su plano orbital*. Visto desde el infinito se obtiene, para una órbita de semieje mayor  $a$  y excentricidad  $e$ ,

$$\dot{\Omega} = -\frac{\mathbf{H}}{2} = -\frac{G}{c^2} \frac{\mathbf{J}}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{G}{c^2} \frac{3(\mathbf{J} \cdot \mathbf{x}) \mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^5} = \frac{G}{c^2} \frac{2\mathbf{J}}{a^3 (1 - e^2)^{3/2}} \quad (168)$$

que es la predicción de Lense y Thirring.\* El efecto es extremadamente pequeño, dando un cambio de ángulo de sólo  $8''$  por órbita para un satélite cerca de la superficie de la Tierra. Esto explica las dificultades y controversias alrededor de tales experimentos ligados a la Tierra. Como se mencionó antes, el efecto es mucho mayor en los sistemas púlsares.

Como tercer efecto del gravitomagnetismo, una masa giratoria conduce a la *precesión del periastro*. Este es un efecto similar al producido por la curvatura del espacio en las masas en órbita incluso si el cuerpo central no gira. La rotación sólo reduce la precesión debido a la curvatura espacio-temporal. Este efecto se ha confirmado por completo para el famoso pulsar binario PSR 1913+16, descubierto en 1974, así como para el Pulsar doble ‘real’ PSR J0737-3039, descubierto en 2003. Este último sistema muestra una precesión del periastro de  $16,9^\circ/a$ , el mayor valor observado hasta ahora.

La división en efectos gravitoeléctricos y gravitomagnéticos es, por lo tanto, una aproximación útil a la descripción de la gravedad. La división también ayuda a responder a preguntas tales como: ¿Cómo puede la gravedad mantener la Tierra en órbita alrededor del Sol, si la gravedad necesita 8 minutos para llegar desde el Sol a nosotros? Por

Desafío 235 ny

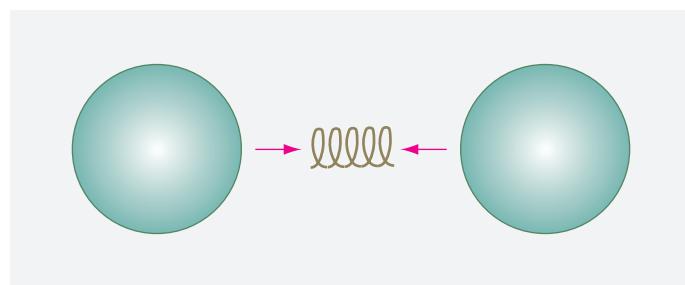
Ref. 175

Desafío 237 s

Desafío 236 ny

---

\* Una esfera homogénea que gira tiene un momento angular dado por  $J = \frac{2}{5} M \omega R^2$ .



**FIGURA 68** Un experimento Gedanken (pensado) mostrando la necesidad de ondas gravitacionales.

encima de todo, la división del campo gravitatorio en componentes gravitoeléctricos y gravitomagnéticos permite una descripción simple de las ondas gravitacionales.

### ONDAS GRAVITACIONALES

Una de las más fantásticas predicciones de la Física es la existencia de ondas gravitacionales. Las ondas gravitacionales \* prueban que el propio espacio vacío tiene la facultad de moverse y vibrar. La idea básica es sencilla. Puesto que el espacio es elástico, como un gran colchón en el que vivimos, el espacio debería ser capaz de oscilar en forma de ondas de propagación, como un colchón o cualquier otro medio elástico.

Poincaré predijo las ondas gravitacionales en 1905. Gravitational waves were predicted by Poincaré in 1905. \*\* Las ondas se dedujeron de una aproximación de la relatividad general de Einstein en 1916. Durante un cierto período de tiempo, Einstein y muchos otros creyeron que su cálculo era erróneo. Estaba convencido de la existencia de ondas gravitacionales solo en 1937, cuando varias personas le señalaron errores en su borrador del artículo escrito con Nathan Rosen sobre cómo deducir las ondas de la relatividad general sin ninguna aproximación. Luego revisó el manuscrito. Por lo tanto, solo el artículo publicado en 1937 demostró inequívocamente, por primera vez, que las ondas gravitacionales existen en la relatividad general. Se tuvieron que aclarar varias cuestiones secundarias incluso después de este documento; en la década de 1950 el problema se resolvió definitivamente.

Ref. 176

Ref. 177

Ref. 178

A partir de la existencia de una velocidad de energía máxima, Jørgen Kalckar y Ole Ulfbeck han dado un argumento simple para la necesidad de ondas gravitacionales. Estudiaron dos masas iguales cayendo una hacia la otra bajo el efecto de la atracción gravitatoria, e imaginaron un resorte entre ellas. La situación se ilustra en la Figura 68. Tal muelle hará que las masas reboten una hacia la otra una y otra vez. El muelle central almacena la energía cinética de las masas que caen. El valor de la energía se puede medir mediante la determinación de la longitud en la que se comprime el muelle. Cuando el muelle se expande de nuevo y lanza las masas de vuelta al espacio, la atracción gravitatoria disminuirá gradualmente la velocidad de las masas, hasta que vuelven a caer una hacia la otra, comenzando así el mismo ciclo de nuevo.

\* Para ser estricto, el término ‘onda de gravedad’ tiene un significado especial: *las ondas de gravedad* son las ondas superficiales del mar, donde la gravedad es la fuerza restauradora. Sin embargo, en la relatividad general, el término se usa indistintamente con ‘onda gravitacional’.

\*\* De hecho, la cuestión de la velocidad de la gravedad fue discutida mucho antes que él, por Laplace, por ejemplo. Sin embargo, estas discusiones no se prevé la existencia de las ondas.

TABLA 3 El espectro previsto de las ondas gravitacionales.

Frecuencia	Longitud de onda	Nombre	Aspecto esperado
$< 10^{-4}$ Hz	$> 3 \text{ Tm}$	Frecuencias extremadamente bajas	Sistemas lentos de estrellas binarias, Agujeros negros supermasivos
$10^{-4} \text{ Hz}-10^{-1} \text{ Hz}$	$3 \text{ Tm}-3 \text{ Gm}$	Frecuencias muy bajas	Sistemas binarios de estrellas rápidas, Agujeros negros masivos, vibraciones enanas blancas
$10^{-1} \text{ Hz}-10^2 \text{ Hz}$	$3 \text{ Gm}-3 \text{ Mm}$	Frecuencias bajas	Pulsares binarios, agujeros negros medios y ligeros
$10^2 \text{ Hz}-10^5 \text{ Hz}$	$3 \text{ Mm}-3 \text{ km}$	Frecuencias medias	supernovas, vibraciones pulsares
$10^5 \text{ Hz}-10^8 \text{ Hz}$	$3 \text{ km}-3 \text{ m}$	Frecuencias altas	Desconocidas. Quizás futuras fuentes humanas
$> 10^8 \text{ Hz}$	$< 3 \text{ m}$		Tal vez fuentes cosmológicas desconocidas

Sin embargo, la energía almacenada en el muelle debe hacerse *más pequeña* con cada ciclo. Cada vez que una esfera se separa del muelle, se frena por la atracción gravitatoria de la otra esfera. Ahora, el valor de esta desaceleración depende de la distancia a la otra masa; pero puesto que hay una velocidad máxima de propagación, la deceleración efectiva está dada por la distancia que la otra masa *tenía* cuando comenzó su efecto de la gravedad hacia la segunda masa. Para dos masas que se alejan una de la otra, la distancia efectiva es por tanto algo menor que la distancia real. En resumen, mientras están alejándose, la deceleración real es *mayor* que la calculada sin tener en cuenta el tiempo de retardo.

Del mismo modo, cuando una masa cae de nuevo hacia la otra, ella es acelerada por la otra masa de acuerdo con la distancia que tenía cuando el efecto de la gravedad comenzó a moverse hacia ella.

Por lo tanto, mientras se aproxima, la aceleración es *menor* que la calculada sin retardo de tiempo.

Por lo tanto, las masas llegan con una energía *menor* que aquella con la que partieron. En cada rebote, el resorte se comprime un poco menos. La diferencia entre estas dos energías se pierde por cada masa: es tomada por el espacio-tiempo, en otras palabras, se irradia como radiación gravitacional. Lo mismo ocurre con los colchones. Recuerde que una masa deforma el espacio a su alrededor como una bola de metal sobre un colchón deforma la superficie alrededor de ella. (Sin embargo, en contraste con los colchones reales, no hay fricción entre la bola y el colchón.) Si dos bolas de metal golpean repetidamente una contra otra y luego salen otra vez, hasta que vuelvan a juntarse, enviarán ondas superficiales sobre el colchón. Con el tiempo, este efecto reduce la distancia con que las dos bolas salen alejándose una de otra después de cada golpe. Como veremos más adelante, un efecto similar ya se ha medido; las dos masas, en lugar de ser repelidas por un muelle, estaban orbitando entre sí.

Ref. 179 Una simple descripción matemática de las ondas de gravedad proviene de la división en efectos gravitomagnéticos y gravitoeléctricos. No hace falta mucho esfuerzo para extender la gravitomagnetostática y la gravitoelectrostática a *gravitodinámica*. Así como la electrodinámica puede deducirse de la atracción de Coulomb extendiéndola a todos los posibles observadores inerciales, la gravitodinámica puede deducirse de la gravedad universal al extenderla a otros observadores. Se obtienen las cuatro ecuaciones

Desafío 238 ny

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = -4\pi G\rho \quad , \quad \nabla \times \mathbf{G} = -\frac{1}{4} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad , \quad \nabla \times \mathbf{H} = -16\pi N\rho v + 4 \frac{N}{G} \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial t} . \quad (169)$$

Ya hemos encontrado dos de estas ecuaciones. Las otras dos ecuaciones son versiones ampliadas de lo que hemos encontrado, teniendo en cuenta la dependencia del tiempo. Excepto por los diversos factores de 4, las ecuaciones para la gravitodinámica son las mismas que las ecuaciones de Maxwell para la electrodinámica. Los factores adicionales de 4 aparecen porque la relación entre el momento angular  $L$  y la energía  $E$  de las ondas de gravedad es diferente de la de las ondas electromagnéticas. La relación determina el *espín* de una onda. Para las ondas gravitacionales

$$L = \frac{2}{\omega} E , \quad (170)$$

mientras que para las ondas electromagnéticas el factor es  $1/\omega$ . Vale la pena recordar que el espín de la radiación es una propiedad *clásica*. El espín de una onda se define como la relación  $E/L\omega$ , donde  $E$  es la energía,  $L$  el momento angular, y  $\omega$  es la frecuencia angular. Para las ondas electromagnéticas el espín es igual a 1; para las ondas de gravedad el espín es 2.

El espín es, por supuesto, también una propiedad de la hasta ahora no detectada partícula cuántica que compone las ondas gravitacionales. Curiosamente, dado que la gravedad es universal, solo puede existir *un único* tipo de partícula de radiación de espín 2 en la naturaleza. Esto está en fuerte contraste con el caso del espín 1, del cual hay *varios* ejemplos en la naturaleza: fotones, bosones débiles y gluones. Las ecuaciones de la gravitodinámica deben complementarse con la definición de los campos mediante la aceleración que producen:

$$m\ddot{\mathbf{x}} = m\mathbf{G} + m\dot{\mathbf{x}} \times \mathbf{H} . \quad (171)$$

Las definiciones con diferentes factores numéricos son también comunes y luego llevan a diferentes factores numéricos en las ecuaciones de la gravitodinámica.

Desafío 239 e

Las ecuaciones de la gravitodinámica tienen una propiedad simple: en el vacío, podemos deducir de ellas una *ecuación de onda* para los campos gravitoeléctrico y gravitomagnético  $\mathbf{G}$  y  $\mathbf{H}$ . (No es difícil: ¡pruebe!) En otras palabras, *la gravedad puede comportarse como una onda: la gravedad puede irradiar*. Todo esto se deriva de la expresión de la gravedad universal cuando se aplica a los observadores en movimiento, con la exigencia de que ni los observadores ni la energía puedan moverse más rápido que  $c$ . Tanto el argumento anterior del muelle como el presente argumento matemático usan

los mismos supuestos y llegan a la misma conclusión.

Algunas manipulaciones muestran que la velocidad de las ondas gravitacionales está dada por

$$c = \sqrt{\frac{G}{N}} . \quad (172)$$

Vol. III, página 115 Este resultado corresponde a la expresión electromagnética

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} . \quad (173)$$

La misma letra se ha utilizado para las dos velocidades, ya que son idénticas. Ambas influencias viajan con la velocidad común a toda energía con masa en reposo nula. Observamos que esto es, estrictamente hablando, una predicción: el valor de la velocidad de las ondas gravitacionales ha sido confirmado directamente, a pesar de reclamaciones en sentido contrario, solamente en 2016.

Ref. 180 ¿Cómo podemos imaginar las ondas gravitacionales?

Ref. 181 Por desgracia hemos dicho anteriormente que una onda gravitacional corresponde a una onda superficial de un colchón; ahora tenemos que hacerlo mejor e imaginar que vivimos *dentro* del colchón. Por lo tanto, las ondas gravitacionales son deformaciones del colchón, es decir, del espacio moviéndose y oscilando. Al igual que (ciertas) ondas de colchón, resulta que las ondas de gravedad son *transversales*. Por lo tanto, pueden ser polarizadas. De hecho, las ondas gravitacionales pueden ser polarizadas de dos maneras. Los efectos de una onda gravitacional se muestran en la Figura 69, tanto para la polarización lineal como circular.\* Observamos que las ondas son invariantes bajo una rotación de  $\pi$  y que las dos polarizaciones lineales difieren por un ángulo  $\pi/4$ ; esto demuestra que

---

\* Una onda de gravedad plana (de pequeña amplitud) que se desplaza en la dirección  $z$  se describe mediante una métrica  $g$  dada por

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 + h_{xx} & h_{xy} & 0 \\ 0 & h_{xy} & -1 + h_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (174)$$

Donde sus dos componentes, cuya relación de amplitud determinan la polarización, están dados por

$$h_{ab} = B_{ab} \sin(kz - \omega t + \varphi_{ab}) \quad (175)$$

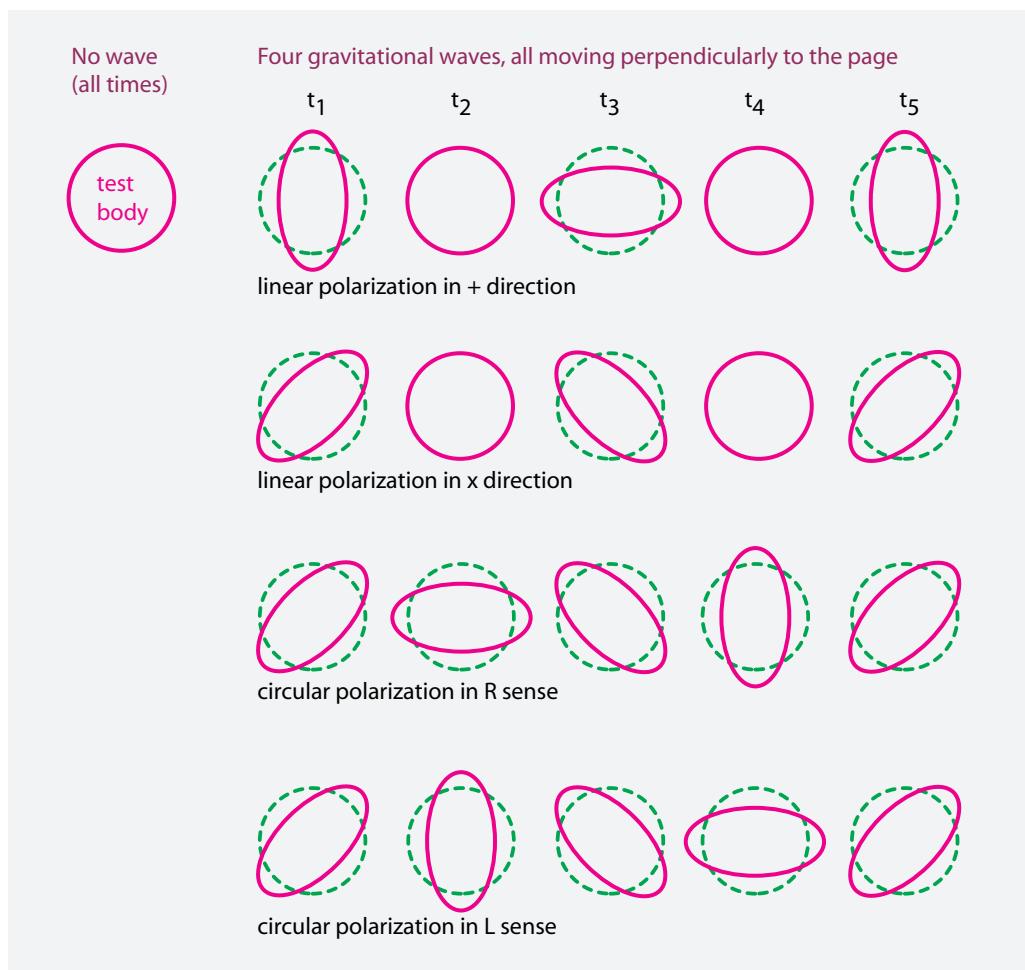
Como en todas las ondas armónicas planas. Las amplitudes  $B_{ab}$ , la frecuencia  $\omega$  y la fase  $\varphi$  están determinadas por el sistema físico específico. La relación de dispersión general para el número de onda  $k$  resultante de la ecuación de onda es

$$\frac{\omega}{k} = c \quad (176)$$

y muestra que las ondas se mueven a la velocidad de la luz. En otro gauge (indicador), una onda plana puede escribirse como

$$g = \begin{pmatrix} c^2(1 + 2\varphi) & A_1 & A_2 & A_3 \\ A_1 & -1 + 2\varphi & h_{xy} & 0 \\ A_2 & h_{xy} & -1 + h_{xx} & 0 \\ A_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (177)$$

donde  $\varphi$  y  $A$  son los potenciales tales que  $\mathbf{G} = \nabla\varphi - \frac{\partial A}{\partial t}$  and  $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$ .



**FIGURA 69** Efectos sobre un cuerpo circular o esférico debido a una onda gravitacional plana que se mueve en una dirección perpendicular a la página.

las partículas correspondientes a las ondas, los gravitones, son de espín 2. (En general, el campo de radiación clásico para una partícula  $S$  de espín es invariante bajo una rotación de  $2\pi/S$ . Además, las dos polarizaciones lineales ortogonales de una partícula de espín  $S$  forman un ángulo  $\pi/2S$ . Para el fotón, por ejemplo, el espín es 1; en efecto, su ángulo de rotación invariante es  $2\pi$  y el ángulo formado por las dos polarizaciones es  $\pi/2$ .)

Si nos imaginamos el espacio vacío como un colchón que *llena* el espacio, las ondas gravitacionales son deformaciones oscilantes o bamboleantes del colchón. Más precisamente, la [Figura 69](#) muestra que una onda de polarización circular tiene las mismas propiedades que un sacacorchos que avanza a través del colchón. Más adelante descubriremos por qué la analogía entre un sacacorchos y una onda de gravedad con polarización circular funciona tan bien. De hecho, en la última parte de nuestra aventura encontraremos un modelo específico del colchón del espacio-tiempo que incorpora automáticamente las ondas sacacorchos (en vez de las ondas de espín 1 mostradas por los colchones comunes del látex).

### PRODUCCIÓN Y DETECCIÓN DE ONDAS GRAVITACIONALES

¿Cómo se producen ondas gravitacionales? Obviamente, las masas pueden ser aceleradas. Pero, ¿cómo exactamente? La conservación de la energía prohíbe monopolos de masa que varíen en fuerza. También sabemos por la gravedad universal que una masa esférica cuyo radio oscile no emitiría ondas gravitacionales. Además, la conservación del momento prohíbe dipolos de masas que cambien.

Desafío 241 ny

Como resultado, solamente los *cuadripolos que cambien* pueden emitir ondas gravitacionales.\* Por ejemplo, dos masas en órbita una alrededor de la otra emiten ondas gravitacionales. Además, cualquier objeto en rotación que no sea cilíndricamente simétrico alrededor de su eje de rotación también lo hará. Como resultado, la rotación de un brazo conduce a la emisión de ondas gravitacionales. La mayoría de estas indicaciones son válidas también para las masas en los colchones. Desafío 270 ny ¿Puede señalar las diferencias?

Desafío 242 ny

Ref. 182

Einstein encontró que la amplitud  $h$  de las ondas a una distancia  $r$  desde una fuente está dada, en una buena aproximación, por la segunda derivada del momento cuadripolar retardado  $Q$ :

$$h_{ab} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab}^{\text{ret}} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} d_{tt} Q_{ab}(t - r/c). \quad (178)$$

Desafío 243 e

Ref. 129

Esta expresión muestra que la amplitud de las ondas gravitacionales *disminuye* solo con  $1/r$ , en contraste con la expectativas ingenuas. Sin embargo, esta característica es la misma que para las ondas electromagnéticas. Además, el pequeño valor del prefactor,  $1,6 \cdot 10^{-44}$  Wm/s, muestra que se necesitan sistemas verdaderamente gigantescos para producir cambios de momentos cuadripolares que produzcan variaciones de longitud detectables en los cuerpos. Para convencerse, basta con insertar un par de números, teniendo en cuenta que los mejores detectores actuales son capaces de medir cambios de longitud de hasta  $h = \delta l/l = 10^{-21}$ . La producción por el ser humano de ondas gravitacionales detectables es probablemente imposible.

Las ondas gravitacionales, como todas las otras ondas, transportan energía. \*\* Si aplicamos la fórmula general para la potencia  $P$  emitida para el caso de dos masas  $m_1$  y  $m_2$  en órbitas circulares alrededor de la otra a una distancia  $l$  y obtenemos

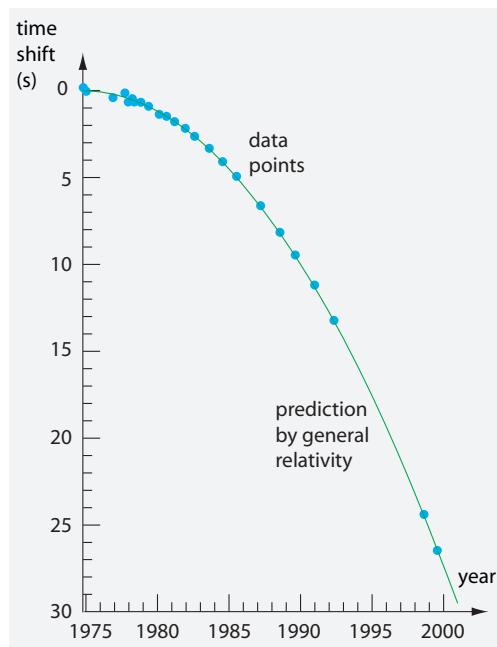
$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{G}{45c^5} \ddot{Q}_{ab}^{\text{ret}} \ddot{Q}_{ab}^{\text{ret}} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \left( \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 l^4 \omega^6 \quad (179)$$

which, la cual, usando la relación de Kepler  $4\pi^2 r^3/T^2 = G(m_1 + m_2)$ , se convierte en

$$P = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{(m_1 m_2)^2 (m_1 + m_2)}{l^5}. \quad (180)$$

\* Un cuadripolo es una disposición simétrica, en los cuatro lados de un cuadrado, de cuatro polos alternos. En la gravitación, un monopolo es una masa puntual o dos esféricas, y, puesto que las masas no pueden ser negativas, un cuadripolo está formado por dos monopolos. Una esfera aplastada, como la Tierra, puede ser aproximada por la suma de un monopolo y un cuadripolo. Lo mismo es válido para una esfera alargada.

\*\* El gravitomagnetismo y la gravitoelectricidad permiten definir un vector gravitacional de Poynting. Es tan fácil de definir y utilizar como en el caso de la electrodinámica.



**FIGURA 70** Comparación entre Tiempo medido para el periastro del pulsar binario PSR 1913+16 y la predicción debida a la pérdida de energía por radiación gravitacional.

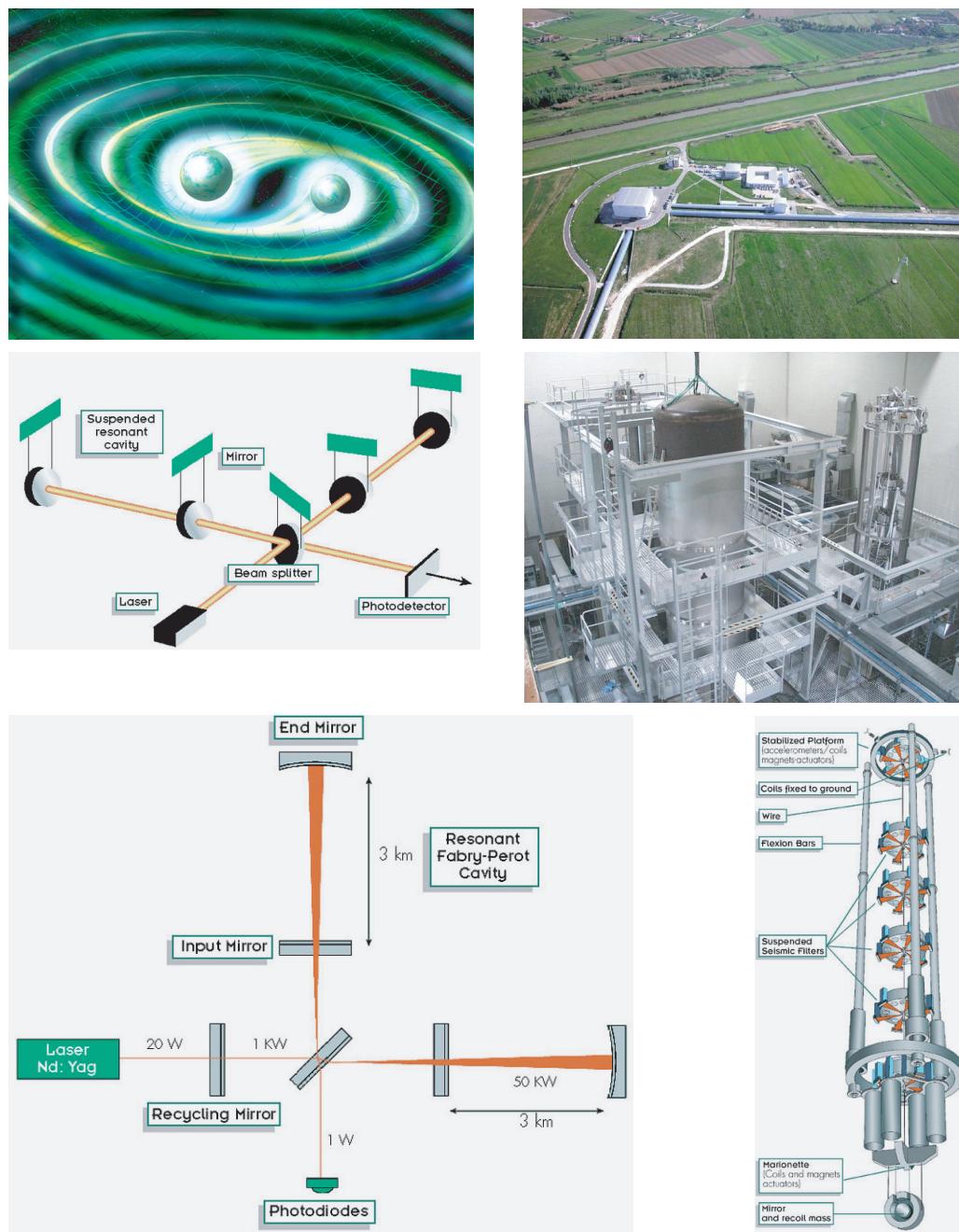
Ref. 129 Para las órbitas elípticas, la relación aumenta con la elipticidad, como se explica en el texto de Goenner. Introduciendo los valores para el caso de la Tierra y el Sol, obtenemos una potencia de unos 200 W y un valor de 400 W para el sistema Júpiter-Sol. Estos valores son tan pequeños que su efecto no puede ser detectado en absoluto.

Desafío 244 ny Para todos los sistemas en órbita, la frecuencia de las ondas es el doble de la frecuencia orbital, como es posible que desee comprobar. Estas bajas frecuencias hacen aún más difícil detectarlas.

Como resultado, la única observación de los efectos de las ondas gravitatorias hasta la fecha está en los pulsares binarios. Los pulsares son estrellas pequeñas pero extremadamente densas; incluso con una masa igual a la del Sol, su diámetro es sólo de unos 10 km. Por lo tanto, pueden orbitar entre sí a pequeñas distancias y altas velocidades. De hecho, en el sistema pulsar binario más famoso, PSR 1913+16, las dos estrellas se orbitan una a otra en 7,8 h, aunque su eje semimayor es de 700 Mm, apenas menos del doble de la distancia Tierra-Luna. Dado que su velocidad orbital es de hasta 400 km/s, el sistema es notablemente relativista.

Ref. 183 Los pulsares tienen una propiedad útil: debido a su rotación, emiten pulsos de radio extremadamente regulares (de ahí su nombre), a menudo en períodos de milisegundos. Por lo tanto, es fácil seguir su órbita midiendo el cambio de tiempo de llegada del pulso. En un famoso experimento, un equipo de astrofísicos dirigido por Joseph Taylor\* midió la disminución de la velocidad del sistema pulsar binario que acabamos de mencionar. Eliminando todos los demás efectos y recolectando datos durante 20 años, encontraron una disminución en la frecuencia orbital, mostrada en la Figura 70. La desaceleración se debe a la emisión de ondas de gravedad. Los resultados se ajustan exactamente a la pre-

Ref. 184 \* En 1993 compartió el Premio Nobel de Física por el trabajo de su vida.



**FIGURA 71** Detección de ondas gravitacionales: una ilustración de la fusión de dos agujeros negros que emiten tales ondas (arriba a la izquierda). Las otras imágenes muestran el detector VIRGO en Cascina, Italia, con una de sus enormes suspensiones de espejos, los detalles de la suspensión del espejo y dos dibujos del interferómetro láser (© INFN).

dicción efectuada por la relatividad general, *sin ningún parámetro ajustable*. Es posible que desee comprobar que el efecto debe ser cuadrático en el tiempo). Este es el único

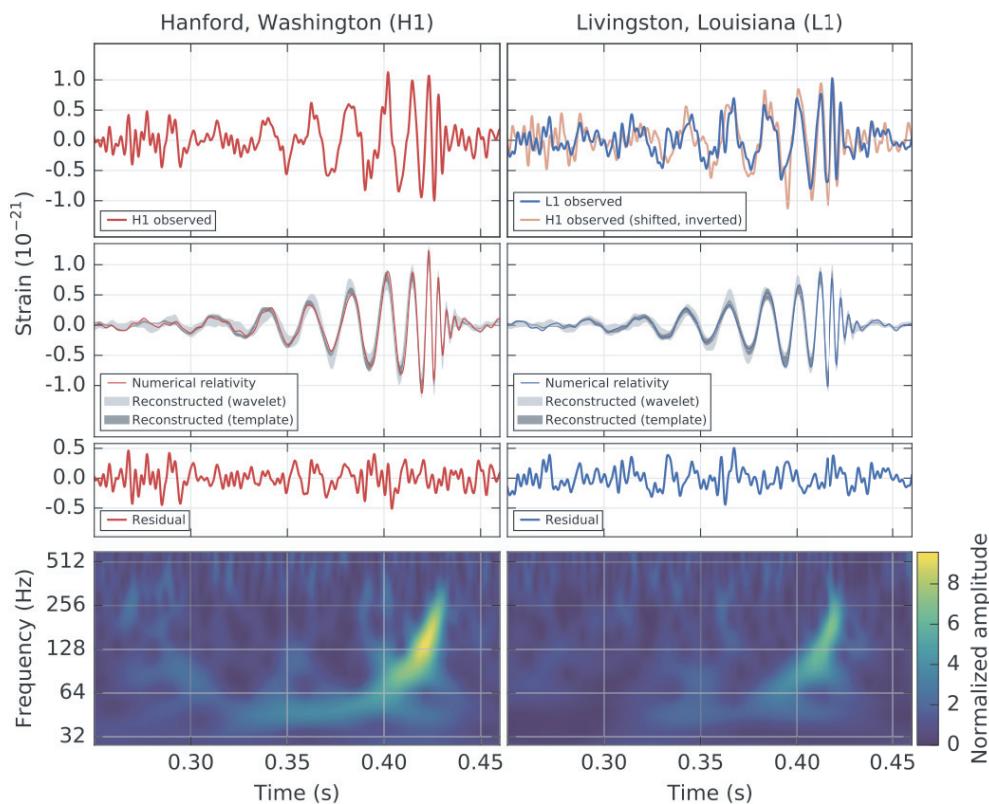
caso hasta ahora en el que la relatividad general ha sido probada hasta una precisión  $(v/c)^5$ . Para tener una idea de la precisión, considere que este experimento detectó una reducción del diámetro orbital de 3,1 mm por órbita, o 3,5 m por año! Las mediciones fueron posibles sólo porque las dos estrellas en este sistema son estrellas de neutrones con tamaño pequeño, grandes velocidades y las interacciones puramente gravitacionales. El período de rotación del pulsar alrededor de su eje, de unos 59 ms, se conoce con once dígitos de precisión, el tiempo orbital de 7,8 h es conocido hasta diez dígitos y la excentricidad de la órbita a seis dígitos. La radioastronomía puede ser espectacular.

Ref. 183 Ref. 129 La *detección directa* de las ondas gravitatorias es uno de los objetivos de la relatividad general experimental. La carrera ha estado en marcha desde los años noventa. La idea básica es sencilla, como se muestra en la Figura 71: se toman cuatro cuerpos, usualmente cuatro espejos, para los cuales la línea que conecta un par es perpendicular a la línea que conecta al otro par. A continuación, se miden los cambios de distancia de cada par. Si una onda gravitacional viene, un par aumentará en distancia y el otro disminuirá, al *mismo tiempo*.

Dado que las ondas gravitacionales detectables no pueden ser producidas por los seres humanos, la detección de ondas en primer lugar requiere la paciencia de esperar a que una onda bastante fuerte pueda llegar. Resulta que incluso para un cuerpo alrededor de un agujero negro, sólo alrededor del 6 % de la masa restante puede ser irradiada lejos como ondas gravitacionales; además, la mayor parte de la energía se irradia durante la caída final en el agujero negro, de modo que sólo los procesos bastante violentos, como las colisiones de estrellas de neutrones o fusiones de agujeros negros, son buenos candidatos para fuentes de ondas de gravedad detectables. La ondas producidas por la fusión de dos agujeros negros se muestra en la Figura 71.

Además, se necesita un sistema capaz de detectar cambios de longitud del orden de  $10^{-22}$  o más, es decir, mucho dinero. Para espejos espaciados a 4 km de distancia, el cambio de distancia detectable debe ser menor que una milésima parte del diámetro de un protón. Esencial para una detección exitosa son las técnicas para *eliminar el ruido* en la señal de detección. Esencial para una detección exitosa son las técnicas para eliminar el ruido en la señal de detección. Los mejores expertos en reducción de ruido del mundo están trabajando en detectores de ondas gravitatorias. Desde hace décadas, los mejores expertos en reducción de ruido del mundo trabajan con detectores de ondas gravitacionales. Comprender los mecanismos de ruido se ha convertido en una investigación en sí misma.

Ref. 112 Hasta 2015, las ondas gravitacionales no se habían detectado. La sensibilidad de los detectores no era suficiente. De hecho, la carrera para aumentar la sensibilidad todavía está en curso en todo el mundo. Después de más de veinte años de mejoras constantes, finalmente, en 2016, se publicó una señal con una duración de 0,2 s, que se muestra en la Figura 72: corresponde precisamente a la señal esperada de la fusión de dos agujeros negros de 29 y 36 masas solares. El resultado de la fusión es un agujero negro de 62 masas solares, y las 3 masas solares perdidas se irradiaron, en gran parte como ondas gravitacionales. Esto sucedió entre 600 y 1800 millones de años luz de distancia. La claridad de la señal, medida en dos lugares diferentes, convenció a todos de la corrección de la interpretación. La increíblemente pequeña variación de longitud de pico  $\Delta l/l$  of below  $10^{-21}$  sigue siendo una hazaña experimental fascinante, incluso cuando se tiene en cuenta el gran presupuesto financiero. Varios eventos de fusión adicionales se han medido después



**FIGURA 72** La primera detección directa de ondas gravitacionales a través de la deformación del espacio, con una tensión del orden de  $10^{-21}$ , mediante dos detectores espaciados a tres mil kilómetros de distancia (© LIGO/Physical Review Letters).

del primero.

Las ondas gravitacionales son un área fascinante de estudio. Todavía proporcionan muchos temas para explorar. Por ejemplo: ¿Puede encontrar un método para medir su velocidad? Algunos experimentos astrofísicos habían deducido límites en la masa del gravitón anteriormente, y habían confirmado la velocidad de la gravedad de una manera indirecta. La primera medición directa fue el descubrimiento de 2016; el resultado es la velocidad de la luz, dentro de la precisión de medición. La observación de un flash de luz candidato que acompañó a la fusión del agujero negro, si se confirma en esta o en una observación futura, muestra que las ondas gravitacionales viajan con la misma velocidad que las ondas de luz, dentro de una parte en  $10^{16}$ .

Ref. 112

Otra cuestión sobre ondas gravitacionales permanece abierta en este punto: Si todo cambio se debe al movimiento de las partículas, como los griegos mantuvieron, ¿cómo encajan las ondas de gravedad en el cuadro? La teoría cuántica requiere que las ondas gravitacionales estén hechas de partículas. (Estas partículas hipotéticas se llaman *gravitones*.) Ahora bien, no existe una diferencia real entre el espacio vacío en reposo y el espacio vacío bamboleante. Si las ondas gravitacionales estuvieran hechas de partículas, el espacio-tiempo también tendría que estarlo. Tenemos que esperar hasta el comienzo

de la parte final de nuestro ascenso para decir más.

### CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS SOBRE CAMPOS DÉBILES

Desafío 247 s

¿Hay un campo gravitatorio estático que oscila en el espacio?

\* \*

Si exploramos las opciones para la velocidad de las ondas gravitacionales, aparece una conexión interesante. Si la velocidad de las ondas gravitatorias fuera *menor que* la velocidad de la luz, los cuerpos móviles que se mueven casi tan rápidamente como la velocidad de la luz, como partículas de rayos cósmicos, serían frenados emitiendo la *radiación de Vavilov-Čerenkov*, hasta que alcancen la velocidad más baja. Esto no ha sido observado.

Si, por otro lado, la velocidad de las ondas gravitacionales fuera *mayor que* la de la luz, las ondas no obedecerían a la causalidad ni al segundo principio de la termodinámica. En resumen, las ondas gravitacionales, si existen, deben propagarse con la velocidad de la luz. (Una velocidad muy cercana a la velocidad de la luz también podría ser posible.)

\* \*

Un efecto que perturba los detectores de ondas gravitacionales son las mareas. En el detector GEO600 de Hannover, las mareas cambian la distancia de los espejos (alrededor de 600 m) en 2  $\mu\text{m}$ .

\* \*

Desafío 248 ny

¿Son posibles haces estrechos de ondas gravitatorias, análogas a los rayos de luz? ¿Se atraerían dos haces paralelos de ondas gravitatorias?

\* \*

Desafío 249 e

Como se predijo en ediciones anteriores de este libro, el descubrimiento de las ondas gravitatorias se anunció en televisión y radio. ¿El descubrimiento ayuda a mejorar la calidad de vida en todo el planeta? Excepto para una determinada cantidad de científicos, otros humanos seguramente no se beneficiarán en absoluto. Esta situación está en marcado contraste con los descubrimientos científicos realizados en el siglo XX. ¿Cuál es la razón de este contraste?

\* \*

Ref. 185  
Desafío 250 e

¿Se pueden usar ondas de gravedad para impulsar un cohete? sí, comentan Bonnor y Piper. Usted puede reflexionar sobre la posibilidad .

\* \*

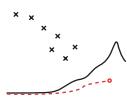
Electromagnetismo y gravitación difieren en un aspecto: Dos cargas iguales se repelen, dos masas iguales se atraen. En términos más elaborados: para el intercambio de partículas de espín 2 (gravitones), el efecto de la masa se puede representar con el modelo de colchón. Esto es posible porque el signo del efecto en el colchón es independiente de otras masas. Por el contrario, para el electromagnetismo, el signo del potencial depende de las otras cargas eléctricas.

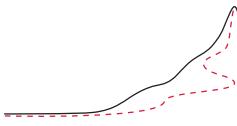
### UN RESUMEN SOBRE ÓRBITAS Y ONDAS

En resumen, la curvatura del espacio y espacio-tiempo implica:

- en contraste con la gravitación universal, las masas desvía la luz más fuertemente;
- en contraste con la gravitación universal, la luz se ralentiza realmente cerca de masas;
- en contraste con la gravitación universal, las órbitas elípticas no están cerradas;
- en contraste con la gravitación universal, los objetos que orbitan alrededor cambian su orientación en el espacio;
- en contraste con la gravitación universal, el vacío puede propagar ondas gravitacionales que viajan con la velocidad de la luz.

Todos los experimentos realizados hasta ahora confirman estas conclusiones y verifican las predicciones numéricas dentro de la precisión de las medidas. Tanto los numerosos experimentos en campos gravitacionales débiles como los experimentos menos comunes en campos fuertes confirman completamente la relatividad general. Todos los experimentos también confirman los límites de fuerza y potencia.





## APPENDIX 7

# DE LA CURVATURA AL MOVIMIENTO

**E**n la descripción precisa de la gravedad, el movimiento depende de la curvatura del espacio-tiempo. Con vistas a cuantificar esta idea, antes que nada necesitamos describir cuidadosamente la curvatura misma. Para clarificar este término, comenzaremos la discusión en dos dimensiones y luego la trasladaremos a tres y cuatro dimensiones. Entonces seremos capaces de explorar la relación precisa entre curvatura y movimiento.

### ¿CÓMO MEDIR LA CURVATURA EN DOS DIMENSIONES?

Obviamente una hoja plana de papel no tiene curvatura. Si la enrollamos en un cono o en un cilindro, tiene lo que se llama *curvatura extrínseca*; sin embargo, la hoja de papel todavía se ve plana para cualquier animal que viva en dos dimensiones en ella - como la aproximación que realiza una hormiga caminando sobre ella. En otras palabras, la *curvatura intrínseca* de la hoja de papel es cero incluso si la hoja como un todo es extrínsecamente curvada.

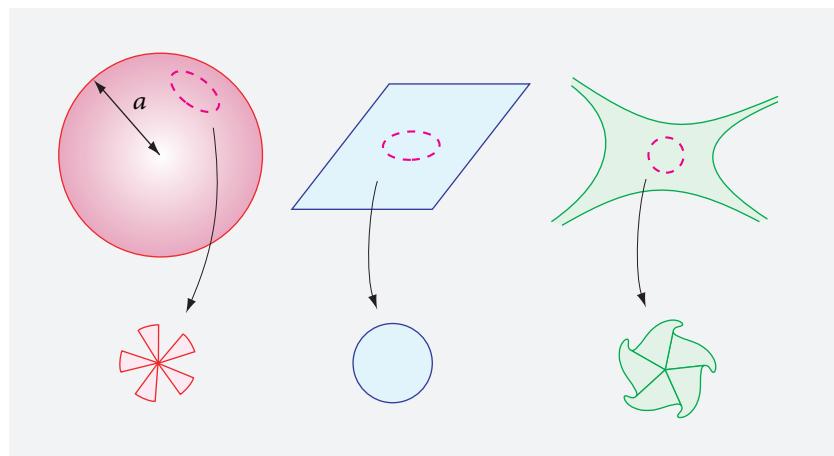
La curvatura intrínseca es, por lo tanto, el concepto más fuerte al medir la curvatura, la cual puede ser observada incluso por una hormiga. Observamos que todas las superficies curvadas intrínsecamente también son curvadas extrínsecamente. La superficie de la Tierra, la superficie de una isla o las laderas de una montaña\*\* son *intrínsecamente curvadas*. Siempre que hablamos de curvatura en relatividad general, siempre queremos decir curvatura intrínseca, ya que cualquier observador en la naturaleza está por definición en la misma situación que una hormiga sobre una superficie: su experiencia, sus acciones y planes siempre se refieren únicamente a su vecindad más cercana en el espacio y tiempo.

Pero, ¿cómo puede una hormiga determinar si vive sobre una superficie intrínsecamente curvada? \*\*\* Una forma se muestra en la Figura 73. La hormiga puede comprobar si la circunferencia de un círculo tiene una relación euclíadiana con el radio medido. Incluso puede usar la diferencia entre los valores medidos y los euclidianos como una medida para la curvatura intrínseca local, si toma el límite para los círculos pequeños que desaparecen y si normaliza los valores correctamente. En otras palabras, la hormiga puede imaginarse cortar un pequeño disco alrededor del punto en el que se encuentra,

Desafío 251 e

\*\* A menos que la montaña tenga la forma de un cono perfecto. ¿Puede confirmar esto?

\*\*\* Tenga en cuenta que la respuesta a esta pregunta también nos dice cómo distinguir la curvatura real de los sistemas de coordenadas curvas en un espacio plano. Esta pregunta es a menudo formulada por aquellos que se acercan a la relatividad general por primera vez.



**FIGURA 73**  
Curvatura  
Positiva, nula y  
negativa en dos  
dimensiones.

plancharla hasta hacerla plana y comprobar si el disco se rompería o produciría pliegues. Cualquier superficie bidimensional está intrínsecamente curvada cuando el planchado no es capaz de hacer un plano callejero aplanado fuera de él. La ‘densidad’ de pliegues o rasgos está relacionada con la curvatura. Los pliegues implican curvatura intrínseca negativa, las rasgaduras, curvatura positiva.

**Desafío 252 s** Compruebe su comprensión: ¿Puede un espacio unidimensional tener curvatura intrínseca? ¿Es un toro intrínsecamente curvo?

Alternativamente, podemos reconocer la curvatura intrínseca también verificando si dos líneas paralelas permanecen paralelas, se acercan o se separan entre sí. En un cilindro de papel, las líneas paralelas permanecen paralelas; en este caso, se dice que la superficie tiene curvatura intrínseca *nula*. Una superficie con paralelas que se *acercan*, como la Tierra, se dice que tiene la curvatura intrínseca *positiva*, y una superficie con paralelas *divergentes*, tales como una silla de montar, se dice que tiene la curvatura intrínseca *negativa*. Hablando sencillamente, curvatura positiva significa que estamos más restringidos en nuestros movimientos, negativos que estamos menos restringidos. Una curvatura *constante* incluso implica estar encerrados en un espacio finito. Es posible que desee comprobar esto con la [Figura 73](#) y [Figura 75](#). Una tercera forma de medir la curvatura intrínseca de las superficies utiliza triángulos. En superficies curvas la suma de los ángulos en un triángulo es mayor que  $\pi$  (dos ángulos rectos) para la curvatura positiva, y menor que  $\pi$  para la curvatura negativa.

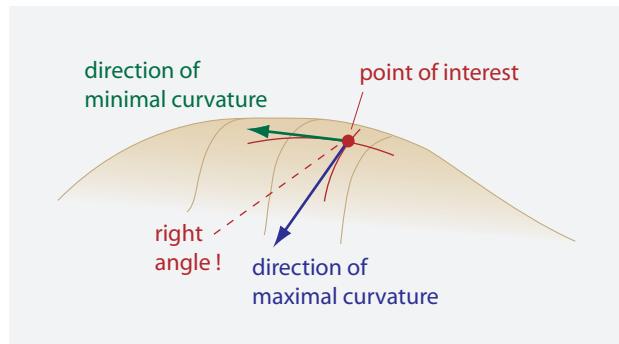
**Página 187**

**Ref. 186** Veamos cómo podemos *cuantificar* y medir la curvatura de las superficies. En primer lugar una cuestión de vocabulario: una esfera con radio  $a$  se dice, por definición, que tiene una curvatura intrínseca  $K = 1/a^2$ . Por lo tanto un plano tiene curvatura cero. Desafío 281 e Es posible comprobar que para un círculo en una esfera,  $r$  el radio medido, la circunferencia  $C$ , y el área  $A$  están relacionados por

$$C = 2\pi r \left( 1 - \frac{K}{6} r^2 + \dots \right) \quad \text{and} \quad A = \pi r^2 \left( 1 - \frac{K}{12} r^2 + \dots \right) \quad (181)$$

donde los puntos implican términos de orden superior. Esto nos permite definir la cur-

**Desafío 253 e**



**FIGURA 74** La curvatura máxima y mínima de una superficie están siempre en ángulo recto entre sí.

vatura intrínseca  $K$ , también llamada curvatura Gaussiana, para un punto de vista general en una superficie de dos dimensiones en cualquiera de las dos maneras siguientes equivalentes:

$$K = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{C}{2\pi r} \right) \frac{1}{r^2} \quad \text{or} \quad K = 12 \lim_{r \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{A}{\pi r^2} \right) \frac{1}{r^2}. \quad (182)$$

Estas expresiones permiten a una hormiga medir la curvatura intrínseca en cada punto para cualquier superficie lisa.\*

A partir de ahora en este texto, la *curvatura* siempre significará curvatura *intrínseca*. Como una hormiga en una superficie, también los observadores en el espacio sólo pueden detectar la curvatura intrínseca. Por lo tanto, sólo la curvatura intrínseca es de interés en la descripción de la naturaleza.

Tenga en cuenta que la curvatura puede ser diferente de un lugar a otro, y que puede ser positiva, como para un huevo, o negativa, como para la parte de un toroide más cercana al agujero. Una silla de montar es otro ejemplo de este último caso, pero, a diferencia del toroide, su curvatura cambia a lo largo de todas las direcciones. De hecho, no es posible en absoluto ajustar una superficie bidimensional de curvatura negativa *constante* dentro del espacio tridimensional; se necesita al menos cuatro dimensiones, como se puede averiguar si se trata de imaginar la situación.

Para cualquier superficie, *en cada punto*, la dirección de la curvatura máxima y la dirección de la curvatura mínima son *perpendiculares* entre sí. Esta relación, mostrada en la **Figura 74**, Fue descubierta por Leonhard Euler en el siglo XVIII. Desafío 284 e Es posible que desee comprobar esto con una taza de té, con una escultura de Henry Moore, o con cualquier otro objeto curvado de su entorno, como un Volkswagen escarabajo. La curvatura gaussiana  $K$  definida en (182) es de hecho el producto de los dos radios de curvatura inversa correspondientes. Así, aunque la curvatura *lineal* no es una propiedad intrínseca, la curvatura gaussiana lo es.

Desafío 255 e

Desafío 256 e

\* Si el volumen  $n$ -dimensional de una esfera se escribe como  $V_n = C_n r^n$  y su ‘superficie’  $(n-1)$ -dimensional como  $O_n = nC_n r^{n-1}$ , podemos generalizar la expresión para la curvatura a

$$K = 3(n+2) \lim_{r \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{V_n}{C_n r^n} \right) \frac{1}{r^2} \quad \text{or} \quad K = 3n \lim_{r \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{O_n}{nC_n r^{n-1}} \right) \frac{1}{r^2}, \quad (183)$$

Desafío 254 ny Como lo demuestra Vermeil. Un enigma famoso es determinar el número  $C_n$ .

La curvatura gaussiana es una medida de la curvatura *intrínseca* de una superficie en cada punto. Esto significa, como se acaba de explicar, que doblar la superficie no cambia su valor en cada punto. Por ejemplo, una hoja de papel plana, un papel enrollado en un cilindro y un papel doblado tienen curvatura intrínseca cero. Debido a que la curvatura gaussiana intrínseca de una hoja plana es cero, por cada hoja doblada, en cada punto, siempre hay una línea con curvatura cero. Las hojas dobladas se componen de líneas rectas. Esta propiedad se *desprende* de la independencia de forma de la curvatura de Gauss. La propiedad hace que las hojas dobladas, pero no las planas, sean rígidas contra los intentos de doblado que intentan doblar la línea recta. Esta propiedad es que los tubos rectos, conos y papel doblado son estructuras particularmente rígidas y livianas. Por la misma razón, la mejor manera de sostener una porción de pizza es doblarla a lo largo del radio central. En este caso, la curvatura intrínseca impide que la punta se doble hacia abajo.

También los techos en forma de hiperboloide circular o de paraboloide hiperbólico son rígidos y tienen dos líneas rectas a través de cada punto de su superficie. ¿Están estas superficies hechas de una hoja plana doblada?

En resumen, la curvatura gaussiana es una medida de la curvatura intrínseca de las superficies bidimensionales. Tal medida intrínseca de curvatura es necesaria si nos vemos obligados a permanecer y movernos dentro de la superficie o dentro del espacio que estamos explorando. Debido a que esto se aplica a todos los humanos, los físicos están particularmente interesados en la curvatura intrínseca, aunque en más de dos dimensiones.

### TRES DIMENSIONES: CURVATURA DEL ESPACIO

Para un espacio *tridimensional*, el describir la curvatura intrínseca es una pizca más complicado. Antes que nada, tenemos dificultades para imaginar la situación porque usualmente asociamos la curvatura con la curvatura extrínseca. De hecho, la única manera de explorar la curvatura tridimensional del espacio es pensar como la hormiga sobre una superficie y concentrarse en la curvatura intrínseca. Por lo tanto, describiremos la curvatura tridimensional con ayuda de la curvatura bidimensional.

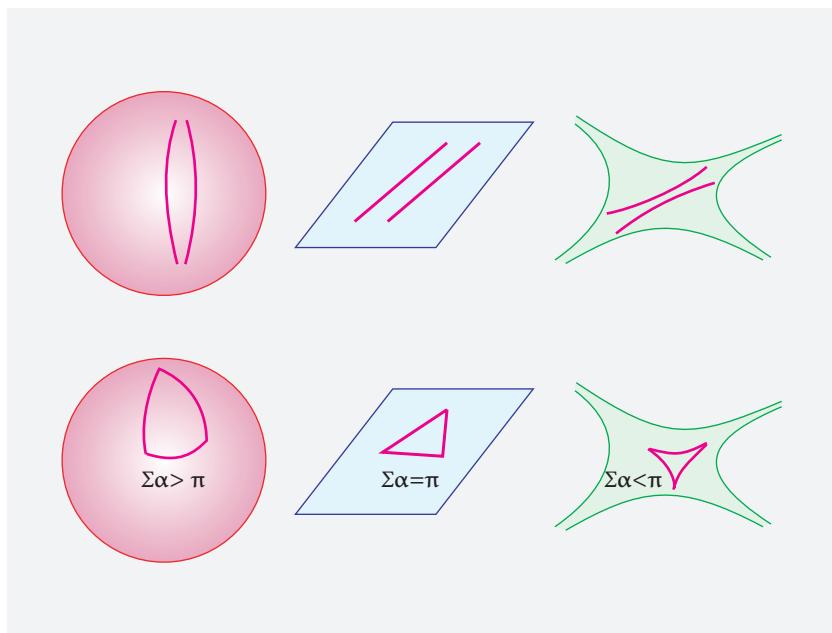
En el espacio tridimensional curvo, la curvatura Gaussiana de un disco bidimensional arbitrario y pequeño alrededor de un punto general dependerá de la orientación del disco. Miremos primero un caso simple. Si la curvatura Gaussiana en un punto es la misma para todas las orientaciones del disco, el punto se llama isotrópico. Podemos imaginar una pequeña esfera alrededor de este punto. En este caso especial, en tres dimensiones, la relación entre el radio medido  $r$  y el área medida de la superficie  $A$  y el volumen  $V$  de la esfera conduce a

$$A = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{K}{3}r^2 + \dots\right) \quad \text{and} \quad V = \frac{4\pi}{3}r^3 \left(1 - \frac{K}{5}r^2 + \dots\right), \quad (184)$$

donde  $K$  es la curvatura para un punto isotrópico. Esto conduce a

$$K = 3 \lim_{r \rightarrow 0} \left(1 - \frac{A}{4\pi r^2}\right) \frac{1}{r^2} = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r - \sqrt{A/4\pi}}{r^3} = 6 \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r_{\text{excess}}}{r^3}, \quad (185)$$

Desafío 258 ny



**FIGURA 75**  
Curvatura positiva, nula y negativa (en dos dimensiones) ilustrada con el correspondiente comportamiento geodésico.

donde definimos el radio en exceso como  $r_{\text{excess}} = r - \sqrt{A/4\pi}$ . Encontramos así que

- ▷ para un espacio tridimensional, la *curvatura promedio de una pequeña esfera es seis veces el radio en exceso dividida por el cubo del radio*.

Una curvatura positiva es equivalente a un radio en exceso positivo, y similarmente para casos nulos o casos negativos. Si empleamos la definición de *curvatura* con una pequeña esfera en un punto arbitrario no isotrópico, solamente tenemos una curvatura promedio en este punto.

Para un punto no isotrópico en un espacio tridimensional, el valor de curvatura gaussiana determinado con un disco bidimensional dependerá de la *orientación* del disco. De hecho, existe una relación entre todas las posibles curvaturas del disco en un punto dado; tomadas en conjunto, deben formar un tensor. (¿Por qué?) En otras palabras, los valores de curvatura definen un elipsoide en cada punto. Para una descripción completa de la curvatura, tenemos que especificar, como para cualquier tensor en tres dimensiones, los principales valores de curvatura en tres direcciones ortogonales, correspondientes a los ejes principales del elipsoide.\*

¿Cuáles son los valores de curvatura para el espacio que nos rodea? Ya en 1827, el matemático y físico Carl-Friedrich Gauss \*\* dijo haber verificado si los tres ángulos formados

Desafío 259 ny

\* Estos *tres valores* de disco no son independientes sin embargo, ya que juntos, deben dar la recién mencionada curvatura de volumen promedio  $K$ . En total, hay por lo tanto *tres* escalares independientes que describen la curvatura en tres dimensiones (en cada punto). Usando el tensor métrico  $g_{ab}$  y el tensor de Ricci  $R_{ab}$  que se introducirá más adelante, una posibilidad es tomar para los tres números independientes los valores  $R = -2K$ ,  $R_{ab}R^{ab}$  y  $\det R / \det g$ .

\*\* Carl-Friedrich Gauss (b. 1777 Braunschweig, d. 1855 Göttingen), Matemático alemán. Junto con Leonhard

por tres picos de montaña cerca de su lugar de residencia sumaban más de  $\pi$ . Hoy en día sabemos que la desviación  $\delta$  del ángulo  $\pi$  sobre la superficie de un cuerpo de masa  $M$  y radio  $r$  viene dada por

$$\delta = \pi - (\alpha + \beta + \gamma) \approx -A_{\text{triangle}} K = A_{\text{triangle}} \frac{GM}{r^3 c^2}. \quad (186)$$

Esta expresión es típica para geometrías hiperbólicas. Para el caso de curvatura matemática negativa  $K$ , la primera igualdad fue deducida por Johann Lambert.\* La última ecuación se produjo sólo un siglo y medio más tarde, y se debe a Einstein, quien dejó claro que la curvatura negativa  $K$  del espacio que nos rodea está relacionado con la masa y la gravedad de un cuerpo. Para el caso de la Tierra y las distancias típicas entre montañas, el ángulo  $\delta$  es del orden de  $10^{-14}$  rad. Gauss no tenía ninguna posibilidad de detectar cualquier desviación, y de hecho no se detectó ninguna. Incluso hoy en día, los estudios con rayos láser y aparatos de alta precisión no han detectado ninguna desviación - todavía - en la Tierra. El factor de proporcionalidad que determina la curvatura del espacio-tiempo en la superficie de la Tierra, es simplemente demasiado pequeño. Pero Gauss no sabía, como lo sabemos hoy, que la gravedad y la curvatura van de la mano.

### CURVATURA EN EL ESPACIO-TIEMPO

“Notre tête est ronde pour permettre à la pensée de changer de direction.”\*\*

Francis Picabia

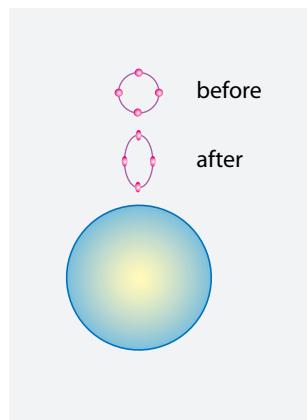
En la naturaleza, con un espacio-tiempo de *cuatro dimensiones*, el especificar la curvatura requiere una aproximación más complicada. En primer lugar, el uso de coordenadas espacio-temporales automáticamente introduce la velocidad de la luz  $c$  como velocidad límite. Además, siendo cuatro el número de dimensiones, esperamos varios tipos de curvatura: Esperamos un valor para una curvatura media en un punto, que se define mediante la comparación del tetravolumen de una tetraesfera en el espacio-tiempo con la deducida a partir del radio medido; luego esperamos un conjunto de curvaturas ‘casi promedio’ definidas por volúmenes de esferas (en tres dimensiones) en varias orientaciones, más un conjunto de curvaturas de ‘bajo nivel’ definidas por las 2 áreas habituales

---

Euler, fue el matemático más importante de todos los tiempos. Un famoso niño prodigo, cuando tenía 19 años, construyó el heptadecágono regular con regla y compás. Estaba tan orgulloso de este resultado que puso un dibujo de la figura en su tumba (vea [www.mathworld.wolfram.com/Heptadecagon.html](http://www.mathworld.wolfram.com/Heptadecagon.html)). Gauss produjo muchos resultados en teoría numérica, topología, estadística, álgebra, números complejos y geometría diferencial que son parte de la matemática moderna y llevan su nombre. Entre sus muchos logros, produjo una teoría de la curvatura y desarrolló la geometría no euclíadiana. También trabajó en electromagnetismo y astronomía. Gauss era un personaje difícil, trabajaba siempre para sí mismo, y no fundó una escuela. Publicó poco, como su mote: pauca sed matura. Como consecuencia, cuando otro matemático publicaba un nuevo resultado, él regularmente sacaba un cuaderno en el que había notado el mismo resultado ya años antes. Sus cuadernos ya están disponibles en línea en [www.sub.uni-goettingen.de](http://www.sub.uni-goettingen.de).

\* Johann Lambert (1728–1777), matemático, físico y filósofo suizo. Entre muchos logros, demostró la irracionalidad de  $\pi$ ; también varias leyes de la óptica se denominan como él.

\*\* ‘Nuestra cabeza es redonda para permitir al pensamiento cambiar de dirección.’ Francis Picabia (b. 1879 Paris, d. 1953 Paris) pintor dadaista y surrealista.



**FIGURA 76** Los efectos de marea miden la curvatura del espacio-tiempo.

de los 2 discos habituales en incluso más orientaciones. Obviamente, necesitamos poner un poco de orden para sostener este conjunto.

Afortunadamente, la física puede ayudar a hacer más fácil la matemática. Comenzamos definiendo lo que entendemos por la curvatura en el espacio-tiempo. Para lograr esto, utilizamos la definición de curvatura de la [Figura 75](#). Como se muestra en la figura, la curvatura  $K$  también describe cómo *diverge* o *converge* una geodésica.

Las geodésicas son las trayectorias más rectas en una superficie, es decir, las trayectorias que un coche o un triciclo minúsculo seguiría si conduciendo en la superficie se mantuviera el volante derecho. Localmente, las geodésicas cercanas son líneas paralelas. Si dos geodésicas cercanas están en un espacio curvo, su separación  $s$  cambiará a lo largo de las geodésicas. Esto sucede como

$$\frac{d^2 s}{dl^2} = -Ks + \text{higher orders} \quad (187)$$

donde  $l$  mide la longitud a lo largo de la línea geodésica. Aquí,  $K$  es la curvatura local, en otras palabras, la inversa del radio de curvatura al cuadrado. En el caso del espacio-tiempo, esta relación se extiende mediante la sustitución del  $\tau$  tiempo propio (veces la velocidad de la luz) por la longitud propia. Por lo tanto la separación y la curvatura están relacionados por

$$\frac{d^2 s}{d\tau^2} = -Kc^2 s + \text{higher orders}. \quad (188)$$

¡Pero esto es la definición de una aceleración! En el espacio-tiempo, las geodésicas son las trayectorias seguidas por partículas en caída libre. En otras palabras, lo que en el caso puramente espacial se describe por la *curvatura*, en el caso del espacio-tiempo se convierte en la *aceleración relativa* de dos partículas próximas, cayendo libremente. De hecho, nos hemos encontrado con estas aceleraciones ya: ellas describen los efectos de marea. En resumen, la curvatura del espacio-tiempo y los efectos de marea son precisamente lo mismo.

Obviamente, la magnitud de los efectos de mareas, y por lo tanto de la curvatura,

dependerá de la orientación - más precisamente en la orientación del plano de espacio-tiempo formado por las velocidades de las dos partículas. La Figura 76 muestra que el signo de los efectos de mareas, y por lo tanto el signo de la curvatura, depende de la orientación: las partículas unas por encima de otras divergen, las partículas una al lado de otra convergen.

Desafío 261 ny

Ref. 188

La definición de curvatura también implica que  $K$  es un tensor, de modo que más adelante tendremos que añadir índices a él. (¿Cuántos?) Lo divertido es que podemos evitar los índices por un tiempo mirando una combinación especial de curvaturas espaciales. Si tomamos tres planos en el espacio, todos ortogonales entre sí y que se intersecan en un punto dado, la *suma* de estas tres curvaturas denominadas seccionales *no* depende del observador. (Esto corresponde a la traza del tensor.) ¿Puede confirmar esto, utilizando la definición de la curvatura que acabamos de dar?

Desafío 262 ny

Desafío 263 ny

Desafío 264 e

Ref. 189

La suma de las tres curvaturas seccionales definidas para planos mutuamente ortogonales  $K_{(12)}$ ,  $K_{(23)}$  and  $K_{(31)}$ , está relacionada con el radio en exceso definido anteriormente. ¿Puede averiguar cómo?

Si una superficie tiene una *curvatura constante*, es decir, la misma curvatura en todas las posiciones, los objetos geométricos se pueden mover sin deformarlos. ¿Puede imaginar esto?

En resumen, la curvatura espacio-temporal es un concepto intuitivo que describe cómo se deforma el espacio-tiempo. La curvatura local del espacio-tiempo se determina siguiendo el movimiento de las partículas cercanas que caen libremente. Si imaginamos el espacio (tiempo) como un colchón, una gran gota de caucho dentro de la cual vivimos, la curvatura en un punto describe cómo este colchón está comprimido en ese punto. Puesto que vivimos en el *interior* del colchón, tenemos que utilizar métodos ‘internos’, tales como las curvaturas de los radios en exceso y las curvaturas seccionales, para describir la deformación.

La relatividad general a menudo parece difícil de aprender porque a la gente no le gusta pensar en el vacío como un colchón, y menos aún explicarlo de esta manera. Recordamos que durante cien años ha sido un artículo de fe para todos los físicos que decir que el vacío está vacío. Esto sigue siendo cierto. Sin embargo, imaginar el vacío como un colchón, o como una sustancia, ayuda en muchas formas de entender la relatividad general.

### CURVATURA PROMEDIO Y MOVIMIENTO EN RELATIVIDAD GENERAL

Una mitad de la relatividad general es la afirmación de que cualquier objeto se mueve siguiendo una geodésica, es decir, a lo largo de trayectorias de tiempo propio *máximo*. La otra mitad se contiene en una a single expression: *para cada* observador, la suma de las tres *curvaturas espaciales* seccionales propias en un punto, la curvatura media, está dada por

$$K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)} = \frac{8\pi G}{c^4} W^{(0)} \quad (189)$$

Donde  $W^{(0)}$  es la densidad de energía *propia* en el punto. Los índices inferiores indican las curvaturas mixtas definidas por las tres direcciones ortogonales 1, 2 y 3. Esta es toda la relatividad general en un párrafo.

Sabemos que el espacio-tiempo se curva alrededor de la masa y la energía. La expresión (189) especifica *cuánta masa* y energía curva el espacio. Observamos que el factor en el lado derecho es  $2\pi$  dividido por la fuerza máxima.

Desafío 265 e

Una descripción equivalente se encuentra fácilmente usando el radio en exceso definido anteriormente, mediante la introducción de la masa  $M = VW^{(0)}/c^2$ . Para la superficie de área  $A$  del volumen esférico  $V$  que contiene la masa, tenemos

$$r_{\text{excess}} = r - \sqrt{A/4\pi} = \frac{G}{3c^2}M. \quad (190)$$

En resumen, la relatividad general afirma que para cada observador, *el exceso de radio de una pequeña esfera está dado por la masa en el interior de la esfera.*\*

Obsérvese que ambas descripciones implican que la curvatura media del espacio en un punto del *espacio vacío* se anula. Como veremos en breve, esto significa que cerca de una masa esférica el negativo de la curvatura *hacia* la masa es igual al doble de la curvatura *alrededor* de la masa; la suma total es, por tanto, cero. La curvatura difiere de punto a punto. En particular, las dos descripciones implican que si la energía se *mueve*, la curvatura se moverá con ella. En resumen, tanto la curvatura del espacio y, como veremos más adelante, la curvatura espacio-temporal *cambia* en el espacio y en el tiempo.

Desafío 266 ny

Observamos de pasada que la curvatura tiene un efecto molesto: la velocidad relativa de los observadores *lejanos* no está definida. ¿Puede proporcionar un argumento? En el espacio curvado, la velocidad relativa se define sólo para objetos *cercanos*, de hecho sólo para objetos a ninguna distancia en absoluto. Las velocidades relativas de los objetos distantes están bien definidas sólo en el espacio plano.

Las cantidades que aparecen en la expresión (189) son *independientes* del observador. Pero a menudo la gente quiere usar cantidades dependientes del observador. La relación entonces se vuelve más complicada; la sencilla ecuación (189) debe ser expandida a diez ecuaciones, llamadas *ecuaciones de campo de Einstein*. Serán introducidas a continuación. Pero antes de hacer eso, vamos a comprobar que la relatividad general tiene sentido. Vamos a omitir la comprobación de que contiene la relatividad especial como un caso límite, e ir directamente a la prueba principal.

## GRAVITACIÓN UNIVERSAL

“The only reason which keeps me here is gravity.”  
Anónimo

Para velocidades pequeñas y bajos valores de curvatura, las curvaturas *temporales*  $K_{(0j)}$  resulta que tienen una propiedad especial. En este caso, pueden ser definidas como las segundas derivadas espaciales de una única función escalar  $\varphi$ . En otras palabras, en si-

Ref. 190

\* Otra formulación equivalente es que para los radios pequeños el área  $A$  está dada por

$$A = 4\pi r^2 \left( 1 + \frac{1}{9}r^2 R \right) \quad (191)$$

donde  $R$  es el escalar de Ricci, que se introducirá más adelante.

Desafío 267 e tuaciones cotidianas podemos escribir

$$K_{(0j)} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial(x^j)^2} . \quad (192)$$

En situaciones ordinarias del día a día, esta aproximación es excelente, y la función  $\varphi$  resulta ser el potencial gravitacional. De hecho, las bajas velocidades y baja curvatura implican que podamos establecer  $W^{(0)} = \rho c^2$  y  $c \rightarrow \infty$ , de modo que se obtiene

$$K_{(ij)} = 0 \quad \text{and} \quad K_{(01)} + K_{(02)} + K_{(03)} = \Delta\varphi = 4\pi G\rho . \quad (193)$$

En otras palabras, para pequeñas velocidades, el espacio es plano y el potencial  $\varphi$  obedece la ecuación de Poisson. La gravitación Universal es así, en efecto, el límite de la relatividad general a velocidad baja y baja curvatura.

Desafío 268 ny

Página 131

¿Puede demostrar que la relación (189) entre la curvatura y la densidad de energía de hecho implica, en una aproximación más precisa, que el tiempo cerca de una masa depende de la altura, como se ha mencionado antes?

Ref. 188

Página 139

### LA MÉTRICA DE SCHWARZSCHILD

¿Cuál es la curvatura exacta del espacio-tiempo cerca de una masa esférica? La respuesta fue dada en 1915 por Karl Schwarzschild, quien calculó el resultado durante su servicio militar en la primera guerra mundial. Einstein llamó entonces a la solución con su nombre.

En coordenadas esféricicas el elemento de línea es

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - r^2 d\varphi^2 . \quad (194)$$

Desafío 269 ny

La curvatura de la métrica de Schwarzschild está dada entonces por

$$\begin{aligned} K_{r\varphi} &= K_{r\theta} = -\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \quad \text{and} \quad K_{\theta\varphi} = 2\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \\ K_{t\varphi} &= K_{t\theta} = \frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \quad \text{and} \quad K_{tr} = -2\frac{G}{c^2} \frac{M}{r^3} \end{aligned} \quad (195)$$

Desafío 270 ny

Ref. 188  
Vol. I, página ??

en todos lados. La dependencia de  $1/r^3$  se deriva de la dependencia general de todos los efectos de marea; ya los hemos calculado en el capítulo sobre la gravitación universal. Los factores  $G/c^2$  se deben a la fuerza máxima de la gravedad. Sólo los prefactores numéricos deben ser calculados a partir de la relatividad general. La curvatura media, obviamente, desaparece, como lo hace para todos los puntos en el vacío. Como era de esperar, los valores de las curvaturas en las cercanías de la superficie de la Tierra son extremadamente pequeños.

## CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE LA CURVATURA

“ Il faut suivre sa pente, surtout si elle monte.\* ”  
André Gide

Desafío 271 e

Una mosca ha aterrizado en el exterior de un vaso cilíndrico, 1 cm por debajo de su borde. Una gota de miel se encuentra a medio camino alrededor del vaso, también en el exterior, 2 cm por debajo del borde. ¿Cuál es la distancia más corta desde la mosca a la gota? ¿Cuál es la distancia más corta si la gota está en el *interior* del vaso?

\* \*

Desafío 272 e

¿Dónde están los puntos de mayor y menor curvatura de Gauss en un huevo?

## CURVATURA TRIDIMENSIONAL: EL TENSOR DE RICCI\*\*

“ Jeder Straßenjunge in unserem mathematischen Göttingen versteht mehr von vierdimensionaler Geometrie als Einstein. Aber trotzdem hat Einstein die Sache gemacht, und nicht die großen Mathematiker. ”

David Hilbert\*\*\*

Ahora que tenemos una idea de curvatura, vamos a describirla de una manera que permita a *cualquier* observador hablar con *cualquier* otro observador. Desafortunadamente, esto significa el uso de fórmulas con *tensores*. Al principio, estas fórmulas parecen desalentadoras. El desafío es ver en cada una de las expresiones el punto esencial (por ejemplo, olvidando todos los índices por un tiempo) y no distraerse con esas letras pequeñas salpicadas alrededor de todas ellas.

Anteriormente mencionamos que un espaciotiempo tetradimensional se describe por 2-curvatura (curvatura bidimensional), 3-curvatura (curvatura tridimensional) y 4-curvatura (curvatura tetradimensional). Muchas introducciones a la relatividad general comienzan con la 3-curvatura. La 3-curvatura describe la distinción entre el 3-volumen calculado de un radio y el actual 3-volumen. Los detalles son descritos por el *tensor de Ricci*. \*\*\*\* Explorando la desviación geodésica, resulta que el tensor de Ricci describe cómo la forma de una nube esférica de partículas en caída libre – una nube de café – se deforma a lo largo de su trayectoria. Más precisamente, el tensor de Ricci  $R_{ab}$  es (la formulación precisa de) la segunda derivada en el tiempo (propio) del volumen de la nube dividido por el volumen de la nube. En el vacío, el volumen de tal nube de café cayendo se mantiene siempre constante, y esto a pesar de la deformación debida a las fuerzas de marea. La Figura 76 ilustra que la gravedad no cambia el volumen de la nube de café. En pocas palabras, el tensor de Ricci es la versión en relatividad general del laplaciano del potencial  $\Delta\varphi$ , o mejor, del análogotetradimensional  $\square\varphi$ .

Página 189

\* ‘Es preciso seguir su pendiente, sobre todo si sube.’

\*\*\* ‘Cada pilluelo de la calle en nuestro Göttingen matemático sabe más sobre la geometría cuadridimensional que Einstein. Sin embargo, fue Einstein quien hizo el trabajo, no los grandes matemáticos.’

\*\*\*\* El resto de este capítulo puede omitirse en primera lectura.

\*\*\*\* Gregorio Ricci-Curbastro (b. 1853 Lugo, d. 1925 Bologna), matemático italiano Es el padre del cálculo diferencial absoluto, también llamado ‘cálculo Ricci’. Tullio Levi-Civita era su discípulo.

### CURVATURA MEDIA: EL ESCALAR DE RICCI

La más global, pero menos detallada, definición de curvatura es la que describe la distinción entre el tetravolumen calculado a partir de un radio medido y el tetravolumen real. Esta es la *curvatura media* en un punto del espacio-tiempo y se representa por el denominado *escalar de Ricci*  $R$ , definido como

$$R = -2K = \frac{-2}{r_{\text{curvature}}^2} . \quad (196)$$

Resulta que el escalar Ricci se puede derivar a partir del tensor Ricci por una denominada *contracción*, que es un procedimiento de promedio preciso. Para los tensores de segundo orden, la contracción es lo mismo que tomar la traza:

$$R = R^\lambda_\lambda = g^{\lambda\mu} R_{\lambda\mu} . \quad (197)$$

El escalar de Ricci describe la curvatura de media sobre el espacio y el tiempo. En la imagen de una nube esférica cayendo, el escalar Ricci describe la variación de volumen de la nube. El escalar de Ricci siempre se anula en el vacío. Este resultado nos permite relacionar la curvatura espacial para el cambio de tiempo con la altura sobre la superficie de la Tierra.

Desafío 273 ny

### EL TENSOR DE EINSTEIN

Después de dos años de duro trabajo, Einstein descubrió que la mejor cantidad para la descripción de curvatura en la naturaleza no es el tensor de Ricci  $R_{ab}$ , sino un tensor construido a partir de él. Este denominado *tensor de Einstein*  $G_{ab}$  se define matemáticamente (para constante cosmológica nula) como

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R . \quad (198)$$

No es difícil entender su significado. El valor  $G_{00}$  es la suma de curvaturas seccionales en los planos *ortogonales* a la dirección 0 y por tanto la suma de todas las curvaturas seccionales espaciales:

$$G_{00} = K_{(12)} + K_{(23)} + K_{(31)} . \quad (199)$$

Similarmente, para cada dimensión  $i$  el elemento diagonal  $G_{ii}$  es la suma (tomando en consideración el signo menos de la métrica) de las curvaturas seccionales en los planos *ortogonales* a la dirección  $i$ . Por ejemplo, tenemos

$$G_{11} = K_{(02)} + K_{(03)} - K_{(23)} . \quad (200)$$

La distinción entre el tensor de Ricci y tensor de Einstein de este modo estriba en la forma en que se *combinan* las curvaturas seccionales: Discos que contienen la coordenada en cuestión para el tensor de Ricci, y discos *ortogonales* a la coordenada para el tensor de Einstein. Ambos describen la curvatura del espacio-tiempo igual de bien, y fijar uno

**Desafío 274 d** significa fijar el otro. (¿Cuáles son la traza y el determinante del tensor de Einstein?)

El tensor de Einstein es simétrico, lo que significa que tiene *diez* componentes independientes. Aún más importante, su divergencia se anula; por lo tanto, describe una cantidad conservada. Esta fue la propiedad esencial que permitió a Einstein relacionarlo con la masa y la energía en lenguaje matemático.

### LA DESCRIPCIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO, MASA Y ENERGÍA

Obviamente, para una descripción completa de la gravedad, el movimiento de la cantidad de movimiento y la energía necesita ser cuantificado de manera tal que cualquier observador puede comunicarlo a cualquier otro. Hemos visto que la cantidad de movimiento y la energía siempre aparecen juntos en las descripciones relativistas; el siguiente paso es, pues, averiguar cómo sus movimientos pueden ser cuantificados para observadores generales.

En primer lugar, la cantidad que describe la energía, que llamaremos  $T$ , se deben definir con el vector energía-cantidad de movimiento de la relatividad especial  $\mathbf{p} = m\mathbf{u} = (\gamma mc, \gamma m\mathbf{v})$ . Además,  $T$  no describe una partícula individual, sino la manera en que la energía-cantidad de movimiento se distribuye en el espacio y el tiempo. Como consecuencia, es más práctico utilizar  $T$  para describir una *densidad* de energía y cantidad de movimiento.  $T$  será, pues, un *campo*, y dependerá del tiempo y el espacio, un hecho que por lo general se indica por la notación  $T = T(t, x)$ .

Puesto que la densidad de energía-cantidad de movimiento  $T$  describe una densidad en el espacio y tiempo, se determina, en cada punto del espacio-tiempo y para cada superficie infinitesimal  $dA$  alrededor de ese punto, el flujo de energía-cantidad de movimiento  $d\mathbf{p}$  a través de esta superficie. En otras palabras,  $T$  se define por la relación

$$d\mathbf{p} = T dA . \quad (201)$$

Se supone que la superficie se caracteriza por su vector normal  $dA$ . Dado que la densidad de energía-cantidad de movimiento es un factor de proporcionalidad entre dos vectores,  $T$  es un *tensor*.

Por supuesto, estamos hablando de tetraflujos y tetrasuperficies aquí. Por lo tanto, el tensor de densidad de energía-momento puede dividirse de la siguiente manera:

$$T = \left( \begin{array}{c|ccc} w & S_1 & S_2 & S_3 \\ \hline S_1 & t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ S_2 & t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ S_3 & t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c|cc} \text{energía} & \text{flujo de energía o} \\ \hline \text{densidad} & \text{densidad de momentum} \\ \hline \text{flujo de energía o} & \text{momentum} \\ \hline \text{densidad de momentum} & \text{flujo de densidad} \end{array} \right) \quad (202)$$

Donde  $w = T_{00}$  es un 3-escalar,  $S$  un 3-vector y  $t$  un 3-tensor. La cantidad total  $T$  se llama tensor de (*densidad*) energía-impulso. Tiene dos propiedades esenciales: es simétrica y su divergencia se anula.

La anulación de la divergencia del tensor  $T$ , a menudo escrita como

$$\partial_a T^{ab} = 0 \quad \text{or abbreviated} \quad T^{ab}_{,a} = 0 , \quad (203)$$

Desafío 275 ny

implica que el tensor describe una cantidad *conservada*. En cada volumen, la energía sólo puede cambiar por flujo a través de su superficie límite. ¿Puede confirmar que la descripción de la energía-cantidad de movimiento con este tensor satisface el requisito de que cualquiera de los dos observadores, que difieren en la posición, orientación, velocidad y aceleración, pueden comunicar sus resultados el uno al otro?

El tensor de densidad de energía-impulso da una descripción completa de la distribución de energía, cantidad de movimiento y masa en el espacio y el tiempo. A modo de ejemplo, vamos a determinar la densidad de energía- cantidad de movimiento para un líquido en movimiento. Para un líquido de densidad  $\rho$ , una presión  $p$  y una tavelocidad  $\mathbf{u}$ , tenemos

$$T^{ab} = (\rho_0 + p)u^a u^b - pg^{ab} \quad (204)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad medida en el marco comóvil, la denominada densidad propia.\* Obviamente,  $\rho$ ,  $\rho_0$  y  $p$  dependen del espacio y del tiempo. Por supuesto, para un fluido material en particular, necesitamos saber cómo están relacionadas la presión  $p$  y la densidad  $\rho$ . por tanto, una caracterización completa del material requiere el conocimiento de la relación

$$p = p(\rho). \quad (206)$$

Esta relación es una propiedad del material y por lo tanto *no se puede* determinar a partir de la relatividad. Tiene que ser derivada de los constituyentes de la materia o la radiación y sus interacciones. El caso más simple posible es el polvo, es decir, materia hecha de partículas puntuales\*\* que no interactúan en absoluto. Su tensor energía-impulso está dado por

$$T^{ab} = \rho_0 u^a u^b. \quad (207)$$

Desafío 276 ny

¿Puede explicar la diferencia con el caso líquido?

Desafío 277 ny

La divergencia del tensor energía-impulso se anula para todos los tiempos y posiciones, como puede desear comprobar. Esta propiedad es la misma que para el tensor de Einstein presentado anteriormente. Pero antes de que profundicemos este tema, una breve observación. No hemos tomado en cuenta la *energía gravitacional*. Resulta que la energía gravitacional *no* puede definirse en general.

En general, la gravedad *no* tiene una energía asociada. En ciertas circunstancias especiales, tales como campos débiles, movimiento lento, o un espacio-tiempo asintóticamente plano, podemos definir la integral de la componente  $G^{00}$  del tensor de Einstein como la energía gravitatoria negativa. La energía gravitacional se define por tanto, sólo

---

\* En el sistema *comóvil* tenemos también

$$T^{ab} = \begin{pmatrix} \rho_0 c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}. \quad (205)$$

\*\* A pesar de que la relatividad general prohíbe expresamente la existencia de partículas puntuales, la aproximación es útil en los casos en que las distancias de las partículas son grandes en comparación con su propio tamaño.

*aproximadamente*, y sólo para nuestro entorno cotidiano. \*

### ECUACIONES DE CAMPO DE EINSTEIN

“ [La Teoría general de la relatividad de Einstein] envolvía la aparición espectral del ateísmo.  
Un cazador de brujas de Boston, hacia 1935

“ ¿Cree en Dios? Respuesta con prepago de 50 palabras.  
Telegrama posterior por otro cazador de brujas  
a su héroe Albert Einstein Respuesta de Albert Einstein

“ Creo en el Dios de Spinoza, que se revela en la armonía ordenada de lo que existe, no en un Dios que se preocupa de destinos y acciones de los seres humanos.  
resposta de Albert Einstein

Las famosas ecuaciones de campo de Einstein fueron la base de muchas preocupaciones religiosas. Contienen la descripción completa de la relatividad general. Las ecuaciones se pueden deducir de muchas maneras. La forma más sencilla para deducirlas es comenzar con el principio de la fuerza máxima. Otra forma es deducir la ecuación de la acción de Hilbert, como se hace a continuación. Una tercera forma es la que estamos haciendo en la actualidad, a saber, generalizar la relación entre la curvatura y la energía para los observadores generales.

Las ecuaciones de campo de Einstein están dadas por

$$G_{ab} = -\kappa T_{ab}$$

or, in more detail

$$R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R - \Lambda g_{ab} = -\kappa T^{ab} . \quad (208)$$

La constante  $\kappa$ , denominada *constante de acoplamiento gravitacional*, ha sido medida resultando ser

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2,1 \cdot 10^{-43} / \text{N} \quad (209)$$

y su pequeño valor – el valor  $2\pi$  dividido por la fuerza máxima  $c^4/4G$  – refleja la debilidad de la gravedad en la vida cotidiana, o mejor, la dificultad de curvar el espacio-tiempo. La constante  $\Lambda$ , denominada *constante cosmológica*, corresponde a una densidad de volumen de energía de vacío, o presión  $\Lambda/\kappa$ . Su bajo valor es muy difícil de medir. El valor actualmente más favorable es

$$\Lambda \approx 10^{-52} / \text{m}^2 \quad \text{or} \quad \Lambda/\kappa \approx 0,5 \text{ nJ/m}^3 = 0,5 \text{ nPa} . \quad (210)$$

Página 245

Desafío 278 s

---

\* Esta aproximación conduce a la famosa especulación de que la energía total del universo es cero. ¿Está de acuerdo??

Ref. 192 Las mediciones y simulaciones actuales sugieren que este parámetro, a pesar de que sea numéricamente cercano al inverso del cuadrado del radio actual del universo, es una constante de la naturaleza que no varía con el tiempo.

En resumen, las ecuaciones de campo indican que la curvatura en un punto es igual al flujo de *energía-cantidad de movimiento* a través de ese punto, teniendo en cuenta la densidad de energía del vacío. En otras palabras: La Energía-cantidad de movimiento le dice al espacio-tiempo cómo curvarse, usando la fuerza máxima como factor de proporcionalidad. \*

### DE NUEVO LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Desafío 279 ny

Las ecuaciones de campo de la relatividad general pueden ser simplificadas para el caso en el que las velocidades sean pequeñas. En este caso  $T_{00} = c^2 \rho$  y todas las demás componentes de  $T$  son nulas. Usando la definición de la constante  $\kappa$  y poniendo  $\varphi = (c^2/2)h_{00}$  in  $g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab}$ , encontramos

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi\rho \quad \text{and} \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\nabla\varphi \quad (211)$$

que, como bien sabemos, puede ser reexpresado de la siguiente manera: un cuerpo de masa  $m$  en las proximidades de un cuerpo de masa  $M$  es acelerado en

$$a = G \frac{M}{r^2}, \quad (212)$$

---

\* Einstein llegó a sus ecuaciones de campo utilizando una serie de directrices intelectuales que se llaman *principios* en la literatura. Hoy en día, muchos de ellos ya no se consideran centrales. Sin embargo, damos un breve resumen.

- *Principio de la relatividad general*: todos los observadores son equivalentes; Este principio, aunque a menudo se menciona, está probablemente vacío de cualquier contenido físico.

- *Principio de covarianza general*: las ecuaciones de la física deben expresarse en forma tensorial; Aunque se sabe hoy que todas las ecuaciones pueden ser escritas con tensores, incluso la gravedad universal, en muchos casos requieren elementos "absolutos" no físicos, es decir, cantidades que afectan a otros pero no se afectan a sí mismas. Esta idea no-física está en contraste con la idea de *interacción*, como se explica más adelante.

- *Principio del acoplamiento mínimo*: las ecuaciones de campo de la gravedad se encuentran de las de relatividad especial tomando la generalización más simple posible. Por supuesto, ahora que las ecuaciones son conocidas y probadas experimentalmente, este principio es sólo de interés histórico.

- *Principio de equivalencia*: la aceleración es localmente indistinguible de la gravitación; Lo usamos para argumentar que el espacio-tiempo es semi-riemanniano, y que la gravedad es su curvatura.

- *Principio de Mach*: la inercia se debe a la interacción con el resto del universo; este principio es correcto, aunque a menudo se sostiene que no se cumple en la relatividad general. En cualquier caso, no es la esencia de la relatividad general.

- *Identidad de masa gravitacional e inercial*: se incluye en la definición de masa desde el principio, pero se reafirma ad nauseam en textos de relatividad general; se utiliza implícitamente en la definición del tensor de Riemann.

- *Principio de correspondencia*: una teoría nueva, más general, como la relatividad general, debe reducirse a teorías anteriores, en este caso la gravitación universal o la relatividad especial, cuando se restringe a los dominios en los que éstas son válidas.

Ref. 193  
Vol. III, página 348

Página 261

un valor que es independiente de la masa  $m$  del cuerpo que cae. Y, en efecto, como se indicó ya por Galileo, todos los cuerpos caen con la misma aceleración, independientemente de su tamaño, su masa, su color, etc. En la relatividad general también, la gravedad es completamente democrática. \* La independencia en la caída libre de la masa del cuerpo que cae se desprende de la descripción del espacio-tiempo como un colchón curvado. Los objetos en movimiento en un colchón también se mueven de la misma manera, independientemente del valor de sus masas.

### COMPRENDIENDO LAS ECUACIONES DE CAMPO

Para hacerse una idea de las ecuaciones de campo completo, vamos a dar un breve paseo a través de sus principales propiedades. En primer lugar, todo el movimiento debido a la curvatura del espacio-tiempo es *reversible, diferenciable* y por lo tanto *determinista*. Tenga en cuenta que sólo el movimiento completo, del espacio-tiempo y la materia y la energía, tiene estas propiedades. Porque sólo para el movimiento de las partículas, el movimiento es de hecho *irreversible*, ya que generalmente se emite algo de radiación gravitacional.

Mediante la contracción las ecuaciones de campo encontramos, para una constante cosmológica nula, la siguiente expresión para el escalar de Ricci:

$$R = -\kappa T . \quad (217)$$

Este resultado implica también la relación entre el exceso de radio y la masa dentro de una esfera.

Las ecuaciones de campo son *no lineales* en la métrica  $g$ , lo que significa que las sumas de soluciones generalmente *no* son soluciones. Eso hace que la búsqueda de soluciones sea bastante difícil. Para una solución completa de las ecuaciones de campo, las condiciones iniciales y de contorno deben ser especificadas. Las maneras de hacer esto forman una parte especializada de la física matemática; no se exploran aquí.

Albert Einstein solía decir que la relatividad general sólo proporciona la comprensión de uno de los lados de las ecuaciones de campo (208), pero no de la otra. ¿Puede usted ver a qué lado se refería?

---

\* Aquí hay otra manera de demostrar que la relatividad general encaja con la gravedad universal. De la definición del tensor de Riemann sabemos que la aceleración relativa  $b_a$  y la velocidad de las partículas cercanas están relacionadas por

$$\nabla_e b_a = R_{ced} v^c v^d . \quad (213)$$

De las simetrías de  $R$  sabemos que hay un  $\varphi$  tal que  $b_a = -\nabla_a \varphi$ . Eso significa que

$$\nabla_e b^a = \nabla_e \nabla^a \varphi = R_{ced}^a v^c v^d \quad (214)$$

Lo que implica que

$$\Delta \varphi = \nabla_a \nabla^a \varphi = R_{cad}^a v^c v^d = R_{cd} v^c v^d = \kappa(T_{cd} v^c v^d - T/2) \quad (215)$$

Introduciendo  $T_{ab} = \rho v_a v_b$  obtenemos

$$\Delta \varphi = 4\pi G\rho \quad (216)$$

Como queríamos mostrar.

Desafío 280 e

Desafío 281 ny

Ref. 194

Desafío 282 ny

¿Qué podemos hacer de interés con estas ecuaciones? De hecho, para ser honesto, no hay mucho que no hayamos hecho ya. Muy pocos procesos requieren el uso de las ecuaciones completas. Muchos libros de texto sobre la relatividad, incluso se detienen ¡después de escribirlas! Sin embargo, su estudio vale la pena. Por ejemplo, se puede mostrar que la solución de Schwarzschild es la *única* solución esféricamente simétrica. Del mismo modo, en 1923, Birkhoff demostró que todas las soluciones con simetría de rotación del vacío es estática. Este es el caso incluso si las masas mismas se mueven, como por ejemplo durante el colapso de una estrella.

Tal vez las más bellas aplicaciones de las ecuaciones de campo son las diversas *películas* de procesos relativistas. La World Wide Web alberga varias de éstas, que permiten a uno ver lo que sucede cuando dos agujeros negros chocan entre sí, lo que ocurre cuando un observador cae en un agujero negro, etc. Para generar estas películas, las ecuaciones de campo en general tienen que ser resueltos directamente, sin aproximaciones.\*

Otra área de aplicación se refiere a las *ondas gravitacionales*. Las ecuaciones de campo completas demuestran que las ondas de gravedad no son armónicas, sino no-lineales. sólo existen aproximadamente ondas sinusoidales, para pequeñas amplitudes. Aún más interesante, si dos ondas chocan, en muchos casos se prevé que aparecerá singularidades de curvatura, es decir, puntos de curvatura infinita. Todo este asunto es todavía un tema de investigación y podría proporcionar nuevas perspectivas para la cuantificación de la relatividad general en los próximos años.

Terminamos esta sección con una nota al margen. Por lo general, las ecuaciones de campo se leen en un solo sentido, ya que indica que la energía-impulso produce curvatura. También se puede leer en el otro sentido, el cálculo de la energía-cantidad de movimiento necesario para producir una curvatura determinada. Cuando uno hace esto, se descubre que no todos los espacio-tiempos curvos son posibles, ya que algunos podrían llevar a densidades de *energía (o masa) negativa*. Tales soluciones estaría en contradicción con el límite mencionado en las proporciones longitud-masa de los sistemas físicos.

### LA ACCIÓN DE HILBERT – ¿CÓMO SE CURVA EL ESPACIO?

Cuando Einstein discutió su investigación con David Hilbert, Hilbert encontró una manera de hacer en unas semanas lo que le había llevado años a Einstein. Hilbert demostró que la relatividad general en el espacio vacío puede ser descrita con el *principio de mínima acción*.

Hilbert sabía que todo movimiento minimiza la acción, es decir, todo movimiento minimiza el cambio. Hilbert propuso encontrar la función de Lagrange, es decir, la medida del cambio, para el *movimiento del espacio-tiempo*, más precisamente para la *curvatura del espacio-tiempo*. Obviamente, la medida debe ser invariante del observador; en particular, debe ser invariante bajo *todos* los posibles cambios de puntos de vista.

El movimiento debido a la gravedad se determina por la curvatura. Cualquier curvatura medida independiente del observador debe ser una combinación del escalar de Ricci  $R$  y la constante cosmológica  $\Lambda$ . De esta manera se respetan tanto el principio de equivalencia como la covarianza general. Por lo tanto, tiene sentido esperar que el cambio de

---

\* Vea por ejemplo el sitio web [www.photon.at/~werner/black-earth](http://www.photon.at/~werner/black-earth).

espacio-tiempo se describe mediante una acción  $S$  dada por

$$S = \frac{c^4}{16\pi G} \int (R - 2\Lambda) dV . \quad (218)$$

El elemento de volumen  $dV$  se debe especificar para utilizar esta expresión en los cálculos. La constante cosmológica  $\Lambda$  (añadida algunos años después del trabajo de Hilbert) aparece como una posibilidad matemática para describir la acción más general que es invariantes para difeomorfismo. Más adelante veremos que su valor en la naturaleza, aunque pequeño, parece ser diferente de cero.

También podemos agregar materia a la acción de Hilbert; un cálculo muy largo confirma que la acción de Hilbert permite deducir las ecuaciones de campo de Einstein y viceversa. Ambas formulaciones son completamente *equivalentes*. La acción de Hilbert de un trozo de espacio-tiempo es, pues, la integral del escalar de Ricci más el doble de la constante cosmológica sobre ese trozo. El principio de mínima acción establece que el espacio-tiempo se mueve de tal manera que estos cambios integrales sean lo mínimo posible.

Notamos que la fuerza máxima, con su gran valor, aparece como un prefactor en la acción (218). Una pequeña desviación en la curvatura implica una gran acción o cambio observable. Esto refleja la extrema rigidez del espacio-tiempo. Desafío 311 ny ¿Puede demostrar que la acción de Hilbert se sigue de la fuerza máxima?

Desafío 283 ny

Ref. 128

Además de la acción de Hilbert, para obtener una descripción completa de movimiento necesitamos las condiciones iniciales.ref. 128 Las diversas maneras de hacer esto define un campo de investigación específico. Este tema, sin embargo, lleva demasiado lejos de nuestro camino. Lo mismo es válido para otras expresiones, pero equivalentes, de la acción en la relatividad general

En resumen, la pregunta ‘¿cómo se mueve el espacio las cosas?’ es contestada por el principio de mínima acción de la siguiente manera: el espacio evoluciona para minimizar la curvatura escalar. La pregunta ‘¿cómo se mueven las cosas?’ es contestada por la relatividad general de la misma forma que en la relatividad especial: *las cosas siguen el camino del envejecimiento máximo*.

### LAS SIMETRÍAS DE LA RELATIVIDAD GENERAL

La simetría principal de la función de Lagrange de la relatividad general se llama invariancia bajo *difeomorfismo* o *covarianza general*. Físicamente hablando, la simetría afirma que el movimiento es independiente del sistema de coordenadas utilizado. Más precisamente, el movimiento de la materia, la radiación y el espacio-tiempo no cambia bajo transformaciones arbitrarias de coordenadas diferenciables, o difeomorfismos. La invariancia por *difeomorfismo* es la simetría esencial de la acción de Hilbert: el movimiento es independiente de los sistemas de coordenadas.

Ref. 195

Las ecuaciones de campo de espacio-tiempo vacío también muestran simetría de escala. Esta es la invariancia de las ecuaciones después de multiplicar todas las coordenadas por un factor numérico común. En 1993, Torre y Anderson demostraron que la simetría por difeomorfismo y la simetría de escala trivial son las únicas simetrías de las ecuaciones de campo del vacío.

Ref. 196

Aparte de simetría por difeomorfismo, la relatividad general completa, incluyendo la masa-energía, tiene una simetría adicional que no está dilucidada todavía completamente. Esta simetría conecta con varias condiciones iniciales posibles de las ecuaciones de campo; la simetría es extremadamente compleja y sigue siendo un tema de investigación. Estas fascinantes investigaciones deben dar nuevos conocimientos sobre la descripción clásica del big bang.

En resumen, las simetrías de la relatividad general implican también que el movimiento más rápido, el más distante y el más poderoso en la naturaleza es *relativo, continuo, reversible e invariante especular*. Las simetrías también confirman que el movimiento más violento conserva la energía-cantidad de movimiento y el momento angular. Finalmente, la acción de Hilbert confirma que incluso el movimiento más salvaje en la naturaleza es *perezoso*, es decir, descrito por el principio de la mínima acción.

En resumen, a pesar de agregar movimiento de vacío y horizontes, la relatividad general no cambia nuestro concepto cotidiano de movimiento. La relatividad es una descripción *clásica* del movimiento.

### MASA EN RELATIVIDAD GENERAL

Página 290

La invariancia por difeomorfismo de la relatividad general hace que la vida sea bastante interesante. Veremos que nos permite decir que vivimos en el *interior* de una esfera hueca. Hemos visto que la relatividad general no nos permite decir dónde está localizada la energía. Si la energía no puede localizarse, ¿qué pasa con la masa? La exploración del problema demuestra que la masa, como la energía, sólo puede localizarse *si* se sabe que el espacio-tiempo distante es plano. Entonces es posible definir un valor de masa localizada haciendo una idea precisa e intuitiva: la masa de un cuerpo desconocido se mide por el tiempo que una sonda toma para orbitar el cuerpo desconocido.\*

Desafío 284 ny

La definición intuitiva de masa *requiere* espacio-tiempo plano en el infinito; eso no puede extenderse a otras situaciones. En resumen, la masa sólo puede localizarse si se puede definir la masa total. Y la masa total se define sólo para el espacio-tiempo asintóticamente plano. La única otra noción de masa que es precisa en la relatividad general es la densidad de *masa local* en un punto. En cambio, no se entiende bien cómo definir la masa contenida en una región mayor que un punto, pero menor que la totalidad del espacio-tiempo (en el caso de que no sea asintóticamente plano).

Ref. 197

---

\* Esta definición fue formalizada por Arnowitt, Deser y Misner,, y desde entonces se ha llamado a menudo la *masa ADM*. La idea es usar la métrica  $g_{ij}$  y tomar la integral

$$m = \frac{c^2}{32\pi G} \int_{S_R} (g_{ij,i} v_j - g_{ii,j} v_j) dA \quad (219)$$

Ref. 198

Donde  $S_R$  es la esfera de coordenadas de radio  $R$ ,  $v$  es el vector unitario normal a la esfera y  $dA$  es el elemento de área en la esfera. El límite existe para grandes  $R$  si el espacio-tiempo es asintóticamente plano y si la distribución de masa está suficientemente concentrada. Los físicos matemáticos también han demostrado que para cualquier variedad cuya métrica cambia en el infinito como

$$g_{ij} = (1 + f/r + O(1/r^2)) \delta_{ij} \quad (220)$$

la masa total está dada por  $M = fc^2/G$ .

### EL LÍMITE DE FUERZA Y LA CONSTANTE COSMOLOGICA

Cuando la constante cosmológica se toma en el cuadro, el principio de la fuerza máxima requiere una segunda mirada. En el caso de una constante cosmológica no nula, el límite de fuerza sólo tiene sentido si la constante  $\Lambda$  es positiva; este es el caso del valor actualmente medido, que es  $\Lambda \approx 10^{-52}/\text{m}^2$ . De hecho, la relación radio-masa de los agujeros negros

Ref. 199  
Ref. 128, Ref. 129

$$2GM = Rc^2 \left( 1 - \frac{\Lambda}{3} R^2 \right) \quad (221)$$

Página 126

Implica que una fuerza máxima *independiente* del radio es válida sólo para una constante cosmológica positiva o cero. Para una constante cosmológica negativa, el límite de fuerza sólo sería válido para agujeros negros infinitamente pequeños. En lo que sigue, tomamos un enfoque pragmático y observamos que un límite máximo de fuerza puede considerarse que implica una constante cosmológica nula o positiva. Obviamente, el límite de fuerza no especifica el valor de la constante; Para lograrlo, es necesario añadir un segundo principio. Una formulación sencilla, utilizando el principio adicional de una fuerza mínima en la naturaleza, fue propuesta anteriormente.

Uno podría preguntarse también si los agujeros negros rotatorios o cargados cambian el argumento que conduce de la fuerza máxima a la derivación de la relatividad general. Sin embargo, la derivación utilizando la ecuación de Raychaudhuri no cambia. En realidad, el único cambio del argumento aparece con la inclusión de la *torsión*, que cambia la ecuación de Raychaudhuri misma. Mientras la torsión no desempeñe ningún papel, la derivación dada anteriormente sigue siendo válida. La inclusión de la torsión sigue siendo un problema de investigación abierta.

### ¿ES LA GRAVITACIÓN UNA INTERACCIÓN?

Tendemos a responder a esta cuestión afirmativamente, puesto que en física galileana la gravitación ha sido vista como una influencia sobre el movimiento de los cuerpos. En física galileana describimos la gravitación mediante un potencial, porque la gravitación cambia el movimiento. De hecho, una fuerza o una interacción es lo que cambia el movimiento de los objetos. Sin embargo, acabamos de ver que cuando dos cuerpos se atraen uno a otro a través de la gravitación, ambos permanecen siempre en caída libre. Por ejemplo, la Luna circunda la Tierra porque está continuamente cayendo sobre ella. Dado que cualquier observador en caída libre se mantiene continuamente en reposo, la afirmación de que la gravedad cambia el movimiento de los cuerpos no es correcta para todos los observadores. En efecto, dado que las geodésicas son el camino de la máxima rectitud, también podemos afirmar que la Luna y la Tierra ambas siguen ‘trayectorias rectas’, y para todos los observadores. Pero los objetos que siguen trayectorias rectas no están bajo la influencia de las interacciones, ¿verdad?

Vol. III, página 348

Vamos a explorar este problema de otra manera. La definición más fundamental de ‘interacción’ es como la diferencia entre el todo y la suma de sus partes. En el caso de la gravedad, un observador en caída libre podría afirmar que de hecho nada especial que está pasando, independientemente de que el otro cuerpo esté presente o no, y podría afirmar que la gravedad no es una interacción.

Sin embargo, una interacción también transporta energía entre sistemas. Ahora bien,

**Página 196** hemos visto que la gravedad puede decirse que transporta energía sólo aproximadamente. Las propiedades de la energía gravitacional confirman este argumento. Incluso en su aspecto energético, la gravitación es una interacción sólo aproximadamente.

**Desafío 285 s** Una forma matemática de ver estos problemas es la siguiente. Tome un satélite orbitando Júpiter con energía-momento  $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$ . Si calculamos el cambio de energía-cantidad de movimiento a lo largo de su recorrido  $s$ , obtenemos

$$\frac{d\mathbf{p}}{ds} = m \frac{d\mathbf{u}}{ds} = m \left( \mathbf{e}_a \frac{d\mathbf{u}^a}{ds} + \frac{d\mathbf{e}_a}{ds} \mathbf{u}^a \right) = m \mathbf{e}_a \left( \frac{d\mathbf{u}^a}{ds} + \Gamma^a_{bd} \mathbf{u}^b \mathbf{u}^d \right) = 0 \quad (222)$$

Donde  $\mathbf{e}$  describe el vector unitario a lo largo de un eje de coordenadas y  $\Gamma^a_{bd}$  es la conexión métrica; se explica a continuación.

**Desafío 287 ny** El cambio de energía-cantidad de movimiento se anula a lo largo de cualquier geodésica, como puede comprobar. Por lo tanto, la energía-cantidad de movimiento de este movimiento se conserva. En otras palabras, *no* hay ninguna fuerza que actúe sobre el satélite. Podríamos responder que en la ecuación (222) el segundo término por sí solo es la fuerza gravitacional real. Pero este término se puede hacer desaparecer a lo largo de la totalidad de cualquier línea del mundo dada.

**Ref. 200** En resumen, también las matemáticas confirman que nada cambia entre dos cuerpos en caída libre unos de otros: la gravedad podría decirse que no es una interacción.

**Desafío 288 ny**

Veamos el comportamiento de la luz. En el vacío, la luz siempre se mueve libremente. En cierto sentido, podemos decir que la radiación siempre está en caída libre. Extrañamente, puesto que llamamos a la caída libre lo mismo que al reposo, debemos concluir que las radiaciones están siempre en reposo. Esto no está mal. Ya hemos visto que la luz no puede ser acelerada.\* También hemos visto que la curvatura gravitacional no es una aceleración, ya que la luz sigue trayectorias rectas en el espacio-tiempo, en este caso también. A pesar de que la luz parece ir más despacio cerca de las masas para los observadores distantes, siempre se mueve a la velocidad de la luz a nivel local. En resumen, incluso la gravitación no logra mover la luz.

En resumen, si nos gusta este tipo de juegos intelectuales, podemos argumentar que la gravitación no es una interacción, a pesar de que pone los objetos en órbitas y desvíe la luz. Para todos los efectos prácticos, la gravedad sigue siendo una interacción.

### ¿CÓMO CALCULAR LA FORMA DE LAS GEODÉSICAS

Una mitad de la relatividad general establece que todos los cuerpos caen siguiendo geodésicas. Todas las órbitas son geodésicas, o sea curvas con el mayor tiempo propio. Lo que es útil para ser capaces de calcular esas trayectorias.\*\* Para comenzar, se necesita conocer la *forma del espacio-tiempo*, la noción de ‘forma’ se generaliza a partir de su familiar significado bidimensional. Para un ser vivo en la superficie, por lo general es

\* La refracción, la desaceleración de la luz dentro de la materia, no es un contraejemplo. Estrictamente hablando, la luz dentro de la materia está constantemente siendo absorbida y re-emitida. Entre estos procesos, la luz todavía se propaga con la velocidad de la luz en el vacío. Todo el proceso sólo parece una desaceleración en el límite macroscópico. Lo mismo se aplica a la difracción ya la reflexión. Una lista completa de maneras de doblar la luz se puede encontrar en otra parte.

\*\* Esta es una sección corta para los más curiosos; se puede omitir en primera lectura.

desrito por la métrica  $g_{ab}$ , que define las distancias entre puntos vecinos a través

$$ds^2 = dx_a dx^a = g_{ab}(x) dx^a dx^b. \quad (223)$$

Desafío 289 ny

Es un famoso ejercicio de cálculo demostrar a partir de esta expresión que una curva  $x^a(s)$  dependiente de un parámetro (afín) que se comporta bien,  $s$ , es una *geodésica* (métrica) tipo tiempo o o tipo espacio, es decir, el camino más largo posible entre los dos eventos \* sólo si

$$\frac{d}{ds} \left( g_{ad} \frac{dx^d}{ds} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^a} \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds}, \quad (224)$$

Página 144

Siempre y cuando  $ds$  sea diferente de cero a lo largo del camino. \*\* Todos los cuerpos en caída libre siguen estas geodésicas. Demostramos más arriba que la propiedad geodésica implica que una piedra lanzada en el aire vuelve a caer, a menos que se lance con una velocidad mayor que la velocidad de escape. La expresión (224) reemplaza así la expresión  $d^2x/dt^2 = -\nabla\varphi$  válida para cuerpos que caen y la expresión  $d^2x/dt^2 = 0$  válida para cuerpos que flotan libremente en relatividad especial.

Ref. 201

Desafío 290 ny

El camino no depende de la masa o del material del cuerpo. Por lo tanto, la *antimateria* también cae a lo largo de las geodésicas. En otras palabras, la antimateria y la materia no se repelen; también se atraen. Curiosamente, incluso los experimentos realizados con materia normal pueden mostrar esto, si se evalúan cuidadosamente. ¿Puede averiguar cómo?

Para completar, mencionamos que la luz sigue una geodésica tipo luz o nula. En otras palabras, hay un parámetro afín  $u$  tal que las geodésicas siguen

$$\frac{d^2x^a}{du^2} + \Gamma^a_{bc} \frac{dx^b}{du} \frac{dx^c}{du} = 0 \quad (228)$$

con la condición diferente

$$g_{ab} \frac{dx^a}{du} \frac{dx^b}{du} = 0. \quad (229)$$

---

\* Recordamos que en el espacio en la vida cotidiana, las geodésicas son los caminos más cortos posibles; Sin embargo, en el espacio-tiempo en la relatividad general, las geodésicas son los caminos más largos posibles. En ambos casos, son las trayectorias ‘más directas’ posibles.

\*\* Esto se escribe a menudo como

$$\frac{d^2x^a}{ds^2} + \Gamma^a_{bc} \frac{dx^b}{ds} \frac{dx^c}{ds} = 0 \quad (225)$$

donde la condición

$$g_{ab} \frac{dx^a}{ds} \frac{dx^b}{ds} = 1 \quad (226)$$

debe cumplirse, requiriendo simplemente que todos los vectores tangentes sean vectores *unitarios*, y que  $ds \neq 0$  a lo largo de la trayectoria. Los símbolos  $\Gamma$  que aparecen arriba están dados por

$$\Gamma^a_{bc} = \begin{Bmatrix} a \\ bc \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} g^{ad} (\partial_b g_{dc} + \partial_c g_{db} - \partial_d g_{bc}), \quad (227)$$

y se llaman *símbolos de Christoffel* de segundo tipo o simplemente la conexión métrica.

Desafío 291 ny

Dadas todas estas definiciones de diversos tipos de geodésicas, ¿cuáles son las líneas dibujadas en la [Figura 55](#) en [página 138](#)?

### GIMNASIA DE RIEMANN\*

La mayoría de los libros presentan a la curvatura de la manera difícil, a saber, históricamente, mediante el tensor de curvatura de Riemann. Este es un breve resumen, para que pueda entender qué es lo viejo cuando se cruce con él.

Desafío 292 e

Vimos anteriormente que la curvatura se describe mejor por un tensor. En 4 dimensiones, este tensor de curvatura, usualmente llamado  $R$ , debe ser una cantidad que nos permita calcular, entre otras cosas, el área para cualquier orientación de un 2-disco (disco bidimensional) en el espacio-tiempo. Ahora, en 4 dimensiones, las orientaciones de un disco se definen en términos de *dos* tetravectores; llamémoslos  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$ . Y en lugar de un disco, tomamos el *paralelogramo* barrido por  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$ . Hay varias definiciones posibles.

El *tensor de curvatura de Riemann-Christoffel*  $R$  se define entonces como una cantidad que nos permite calcular la curvatura  $K(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  para la superficie extendida por  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$ , con el área  $A$ , a través de

$$K(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{R \mathbf{p} \mathbf{q} \mathbf{p} \mathbf{q}}{A^2(\mathbf{p}, \mathbf{q})} = \frac{R_{abcd} p^a q^b p^c q^d}{(g_{\alpha\delta} g_{\beta\gamma} - g_{\alpha\gamma} g_{\beta\delta}) p^\alpha q^\beta p^\gamma q^\delta} \quad (230)$$

Donde, como de costumbre, los índices latinos  $a, b, c, d$ , etc. van de 0 a 3, al igual que los índices griegos aquí, y una suma está implícita cuando un nombre de índice aparece dos veces. Obviamente  $R$  es un tensor, de rango 4. Este tensor describe así sólo la curvatura *intrínseca* de un espacio-tiempo. Por el contrario, la métrica  $g$  describe la forma completa de la superficie, no sólo la curvatura. La curvatura es, por lo tanto, la cantidad física de relevancia localmente, y las descripciones físicas por lo tanto usan solamente el tensor Riemann \*\* o cantidades derivadas de él. \*\*\*

\* Esta es una sección breve para los más curiosos; se puede omitir en primera lectura.

\*\* Bernhard Riemann (b. 1826 Breselenz, d. 1866 Selasca), importante matemático. Uno de sus numerosos logros importantes es la fundación de la geometría no euclíadiana.

\*\*\* Hemos demostrado anteriormente que el espacio-tiempo es curvo al notar cambios en los ritmos de marcha de relojes, en longitudes de metros rígidos y en la propagación de la luz. Tales experimentos son la manera más fácil de determinar la métrica  $g$ . Sabemos que el espacio-tiempo es descrito por una variedad  $M$  de 4 dimensiones con una métrica  $g_{ab}$  que localmente, en cada punto del espacio-tiempo, es una métrica de Minkowski. Tal variedad se llama un *variedad Riemanniana*. Sólo tal métrica nos permite definir un sistema inercial local, es decir, un espacio-tiempo local de Minkowski en cada punto del espacio-tiempo. En particular, tenemos

$$g_{ab} = 1/g^{ab} \quad \text{and} \quad g_a^{\phantom{a}b} = g^a_{\phantom{a}b} = \delta_a^b . \quad (231)$$

¿Cómo están relacionadas la curvatura y la métrica? La solución a esta pregunta por lo general ocupa un gran número de páginas en los libros de relatividad; sólo para información, la relación es

$$R^a_{\phantom{a}bcd} = \frac{\partial \Gamma^a_{\phantom{a}bd}}{\partial x^c} - \frac{\partial \Gamma^a_{\phantom{a}bc}}{\partial x^d} + \Gamma^a_{\phantom{a}ec} \Gamma^e_{\phantom{a}bd} - \Gamma^a_{\phantom{a}fd} \Gamma^f_{\phantom{a}bc} . \quad (232)$$

El tensor de curvatura se construye a partir de la segunda derivada de la métrica. Por otro lado, también podemos determinar la métrica si la curvatura es conocida. A continuación se presenta una relación aproximada.

Desafío 293 e

Desafío 294 ny

Desafío 295 ny

Pero podemos olvidar la definición de curvatura que acabamos de mencionar. Hay una segunda manera más física de mirar el tensor de Riemann. Sabemos que la curvatura significa gravitación. Como hemos dicho anteriormente, la gravitación significa que cuando dos partículas cercanas se mueven libremente con la misma velocidad y la misma dirección, la distancia entre ellas cambia. En otras palabras, el efecto local de la gravedad es la *aceleración relativa* de las partículas cercanas.

Resulta que el tensor  $R$  describe con precisión esta aceleración relativa, es decir, lo que llamamos *efectos de marea* en lo precedente. Obviamente, la aceleración relativa  $\mathbf{b}$  aumenta con la separación  $\mathbf{d}$  y el cuadrado de la velocidad  $\mathbf{u}$  de las dos partículas. (¿Por qué?) . Por lo tanto, también podemos definir  $R$  como un factor de proporcionalidad (generalizado) entre estas cantidades:

$$\mathbf{b} = R \mathbf{u} \mathbf{u} \mathbf{d} \quad \text{o, más claramente,} \quad b^a = R^a{}_{bcd} u^b u^c d^d. \quad (233)$$

Los componentes del tensor de curvatura de Riemann tienen las dimensiones del cuadrada inverso de la longitud. Dado que contiene toda la información sobre la curvatura intrínseca, concluimos que si  $R$  se anula en una región, el espacio-tiempo en esa región es plano. Esta conexión se deduce fácilmente de esta segunda definición. \*

Una última manera de definir el tensor  $R$  es la siguiente. Para un observador de caída libre, la métrica  $g_{ab}$  está dada por la métrica  $\eta_{ab}$  de la relatividad especial. En su entorno, tenemos

$$\begin{aligned} g_{ab} &= \eta_{ab} + \frac{1}{3} R_{acbd} x^c x^d + O(x^3) \\ &= \frac{1}{2} (\partial_c \partial_d g_{ab}) x^c x^d + O(x^3), \end{aligned} \quad (235)$$

donde  $O$  denota términos de orden superior. El término de curvatura describe así la desviación de la métrica espacio-tiempo de la del espacio-tiempo plano. El tensor de curvatura  $R$  es una bestia grande; Tiene  $4^4 = 256$  componentes en cada punto de espacio-tiempo; Sin embargo, sus propiedades de simetría las reducen a 20 números independientes. \*\* El número efectivo de importancia en los problemas físicos es aún menor, es

\* Esta segunda definición también se llama definición a través de la *desviación geodésica*. Por supuesto, no es evidente que coincida con la primera. Para una prueba explícita, vea la literatura. Hay también una tercera forma de imaginar el tensor  $R$ , una más matemática, es decir, el modo original en que Riemann lo introdujo. Si se transporta paralelamente un vector  $\mathbf{w}$  alrededor de un paralelogramo formado por dos vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  cada uno de longitud  $\epsilon$ , el vector  $\mathbf{w}$  cambia a  $\mathbf{w} + \delta\mathbf{w}$ . Se tiene entonces

$$\delta\mathbf{w} = -\epsilon^2 R \mathbf{u} \mathbf{v} \mathbf{w} + \text{ términos de orden superior} . \quad (234)$$

Vol. I, página ??

Desafío 296 s

Desafío 297 ny

Se puede aprender más acerca de la desviación geodésica estudiando el comportamiento del famoso carro con orientación sur que ya nos hemos encontrado antes. Este dispositivo, común en China antes de que se descubriera la brújula, sólo funciona si el mundo es plano. Ciertamente, sobre una superficie curvada, después de seguir una gran trayectoria cerrada, mostrará una dirección diferente a la del inicio del viaje.

¿Puede explicar por qué?

\*\* La definición de caída libre muestra que el tensor de Riemann es simétrico en ciertos índices y antisimétrico en otros:

$$R_{abcd} = R_{cdab} , \quad R_{abed} = -R_{bacd} = -R_{abdc} . \quad (236)$$

decir, sólo 10. Estos son los componentes del tensor de Ricci, que se pueden definir con la ayuda del tensor de Riemann por contracción, esto es, imponiendo

$$R_{bc} = R^a{}_{bac} . \quad (238)$$

Desafío 298 e  
Desafío 299 ny

Sus componentes, como los del tensor de Riemann, son longitudes cuadradas inversas. Los valores del tensor  $R_{bc}$ , o los de  $R^a{}_{bcd}$ , son independientes de la convención de signos utilizada en la métrica de Minkowski, al contrario que  $R_{abcd}$ . ¿Puede confirmar la relación  $R_{abcd}R^{abcd} = 48m^2/r^6$  para la solución de Schwarzschild?

### CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍO ACERCA DE LA RELATIVIDAD GENERAL

Ref. 203

Durante largo tiempo, la gente había especulado acerca de por qué los satélites artificiales Pioneer 10 y 11, que se encuentran ahora a unas 70 unidades astronómicas lejos del Sol, están sometidos a una deceleración constante de  $8 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$  (hacia el Sol) desde que pasaron la órbita de Saturno. Este efecto es llamado la *anomalía Pioneer*. Durante un tiempo, el origen no estuvo claro y fue un intenso asunto de estudio. Pero varias investigaciones han mostrado que la razón *no* es una desviación de la dependencia inversa del cuadrado de la gravitación, como se propuso a veces. En otras palabras, el efecto es electromagnético.

Ref. 204

Había muchos indicios que apuntaban a una asimetría en la emisión de radiación de calor de los satélites. Los generadores de a bordo producen 2,5 kW de calor que se irradia por el satélite. Una asimetría de delante a atrás de tan sólo 80 W es suficiente para explicar la anomalía medida. La investigación reciente ha demostrado que tal asimetría existe en efecto, por lo que el problema está resuelto ahora.

\* \*

La potencia o fuerza máxima que aparece en los horizontes es la base de la relatividad general. ¿Hay sistemas físicos aparte del espacio-tiempo que también se pueden describir de esta manera?

Página ??

Para la relatividad especial, se encontró que todos sus principales efectos – tales como una velocidad límite, la contracción de Lorentz o la equivalencia masa-energía – se han encontrado incluso en dislocaciones en los sólidos. ¿Existen sistemas análogos a la relatividad general? Hasta ahora, los intentos de encontrar estos sistemas sólo han tenido un éxito parcial.

Ref. 118

Varias ecuaciones e ideas de la relatividad general son aplicables a las deformaciones de los sólidos, ya que la relatividad general describe la deformación del colchón de espacio-tiempo. Kröner ha estudiado esta analogía con gran detalle.

---

Estas relaciones también implican que muchos componentes desaparecen. También es importante la relación

$$R_{abcd} + R_{adbc} + R_{acdb} = 0 . \quad (237)$$

Obsérvese que el orden de los índices no está estandarizado en la literatura. La lista de invariantes que se pueden construir a partir de  $R$  es larga. Mencionamos que  $\frac{1}{2}\epsilon^{abcd}R_{cd}{}^{ef}R_{abef}$  es decir el producto  ${}^*R\,R$  del tensor de Riemann con su dual, es el invariante que caracteriza el efecto Thirring-Lense.

Otros sistemas físicos con ‘horizontes’, y por tanto, con observables análogos a la curvatura, se han encontrado en ciertos líquidos – donde los vórtices desempeñan el papel de los agujeros negros – y en ciertos fluidos cuánticos para la propagación de la luz.

**Ref. 205** La exploración de tales sistemas se ha convertido en tema de investigación por derecho propio.

Una analogía completa de la relatividad general en un sistema macroscópico fue descubierta hace tan solo unos pocos años. Esta analogía se presentará en la parte final de nuestra aventura.

\* \*

¿Puede usarse el principio de fuerza máxima para eliminar teorías que compitan con la gravitación? Las competidoras de la relatividad general más frecuentemente discutidas son teorías escalar-tensoriales de la gravedad, tales como, por ejemplo, las propuestas por Brans y Dicke y sus generalizaciones.

**Página 106** Si una teoría escalar-tensorial particular, obedece a la ecuación horizonte general (106), entonces también debe implicar una fuerza máxima. La ecuación general del horizonte debe ser obedecida tanto para horizontes *estáticos* como *dinámicos*. Si ese fuera el caso, la teoría escalar-tensorial específica sería equivalente a la relatividad general, ya que nos permitiría, con el argumento de Jacobson, deducir las ecuaciones de campo habituales. Este caso puede aparecer si el campo escalar se comporta como la materia, es decir, si tiene masa-energía como la materia y curva el espacio-tiempo como la materia. Por otro lado, si en la teoría escalar-tensorial particular, la ecuación general del horizonte no se cumple *para todos los horizontes en movimiento* - que es el caso general, ya que las teorías escalar-tensoriales tienen más constantes definidas que la relatividad general - entonces la fuerza máxima no aparece y la teoría no es equivalente a la relatividad general. Esta conexión también muestra que una prueba experimental de la ecuación del horizonte para horizontes *estáticos* solamente no es suficiente para confirmar la relatividad general; tales pruebas excluyen sólo algunas, pero no todas, las teorías escalares-tensoriales.

\* \*

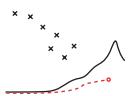
Una forma de probar la relatividad general sería enviar tres sondas espaciales a través del sistema solar, y medir su posición relativa, con alta precisión, a lo largo del tiempo. Esto se hace mejor usando láseres de frecuencia estabilizada que envían luz de un satélite a los otros dos. ¿Puede resumir los principales riesgos técnicos involucrados en un proyecto de este tipo? ¿Puede encontrar formas de reducirlos?

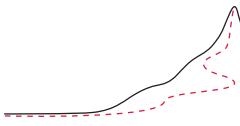
**Desafío 300 s**

#### UN RESUMEN ACERCA DE LAS ECUACIONES DE CAMPO

Las ecuaciones de campo de la relatividad general describen el movimiento de espacio, materia y energía. Ellas nos dicen que

- la curvatura local del espacio está dada por la densidad local de energía dividida por la fuerza máxima, y
  - que los objetos se mueven a lo largo de geodésicas definidas por esta curvatura local
- Esta descripción está confirmada con total precisión por todos los experimentos llevados a cabo hasta ahora.





## APPENDIX 8

# ¿POR QUÉ PODEMOS VER LAS ESTRELLAS? - MOVIMIENTO EN EL UNIVERSO

“Zwei Dinge erfüllen das Gemüt mit immer neuer und zunehmender Bewunderung und Ehrfurcht, je öfter und anhaltender sich das Nachdenken damit beschäftigt: der bestirnte Himmel über mir und das moralische Gesetz in mir.”<sup>\*\*</sup>

Immanuel Kant

Ref. 207

**E**n las noches claras, entre dos y cinco mil estrellas son visibles al ojo desnudo. Entre todas ellas, varios cientos tienen nombres. ¿Por qué? Porque en todas las partes del mundo, las estrellas y las constelaciones que forman están asociadas a mitos. En todas las civilizaciones, los mitos son historias contadas para hacer lo incomprendible más comprensible. Pero el simple hecho de que podamos ver las estrellas es la base de una historia mucho más fantástica que todos los mitos. Esta toca casi todos los aspectos de la física moderna y se basa en la historia completa del universo.

## ¿CUÁLES ESTRELLAS VEMOS?

Ref. 208

Las estrellas que vemos en una noche clara son principalmente las más brillantes de nuestras vecinas más cercanas en la región circundante de la Vía Láctea. Se encuentran a distancias entre cuatro y unos pocos miles de años luz de nosotros. En términos generales, en nuestro entorno hay una estrella más o menos cada 400 años luz cúbicos. Nuestro Sol es sólo una de las cien mil millones de estrellas de la Vía Láctea.

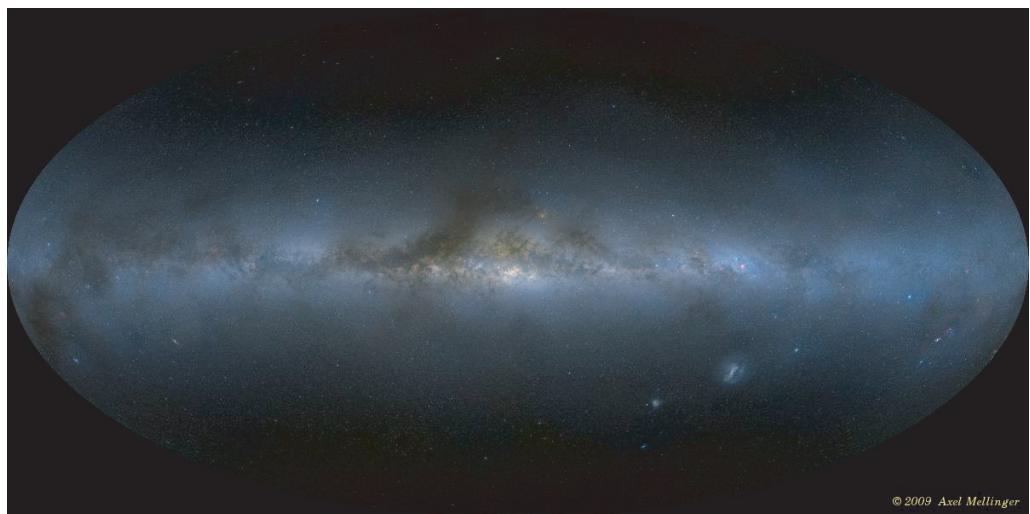
Por la noche, casi todas las estrellas visibles a simple vista son de nuestra propia galaxia. El único objeto extragaláctico *constantemente* visible a simple vista en el hemisferio norte es la llamada nebulosa de Andrómeda, se muestra ampliada en la Figura 81. Es toda una galaxia como la nuestra, como Emmanuel Kant ya había conjeturado en 1755.

“Demócrito dice [sobre la Vía Láctea] que es una región de la luz que emana de numerosas estrellas pequeñas y cercanas entre sí, cuya agrupación produce el brillo de la totalidad.”

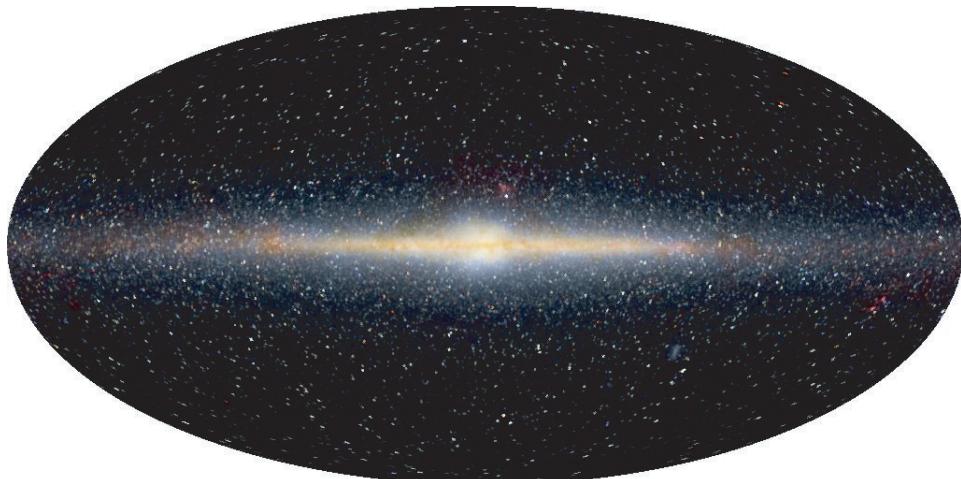
Aetius, *Opiniones*.

Ref. 206

\*\* ‘Dos cosas llenan la mente con renovada y creciente admiración y asombro, cuanto más a menudo y persistentemente el pensamiento las considere: El cielo estrellado sobre mí y la ley moral dentro de mí.’ Immanuel Kant (1724–1804), fue el filósofo más importante de la Ilustración, el movimiento que conduce a la ciencia moderna y estándar occidental de la riqueza y de la vida empujando a un lado las falsas ideas propagadas por los gobiernos basados en la religión.



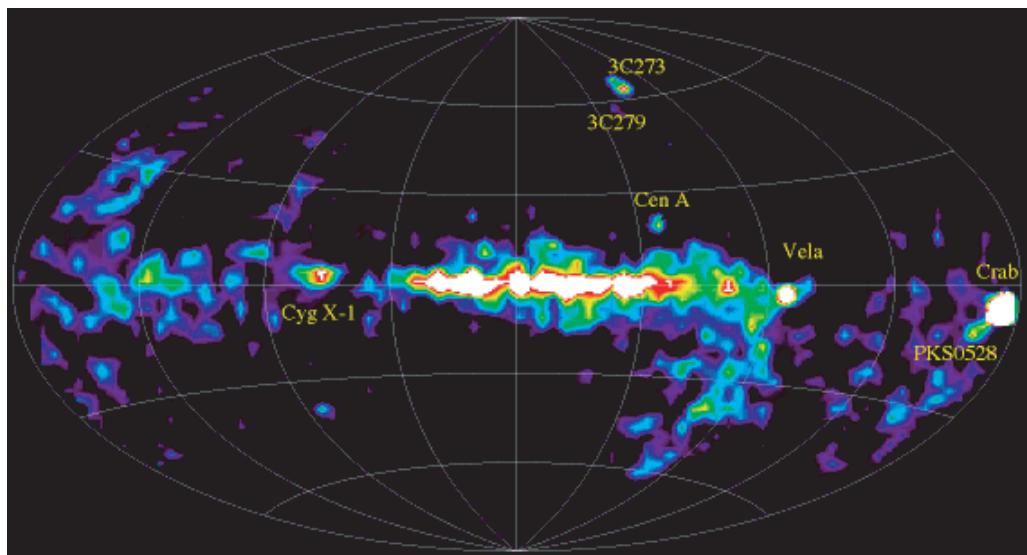
**FIGURA 77** Una fotografía moderna del cielo nocturno, mostrando unos pocos miles de estrellas y la Vía Láctea. La imagen es una composición digital de muchas fotografías de cielos nocturnos despejados tomadas por toda la Tierra. La Vía Láctea se coloca horizontalmente (© Axel Mellinger, de Ref. 209).



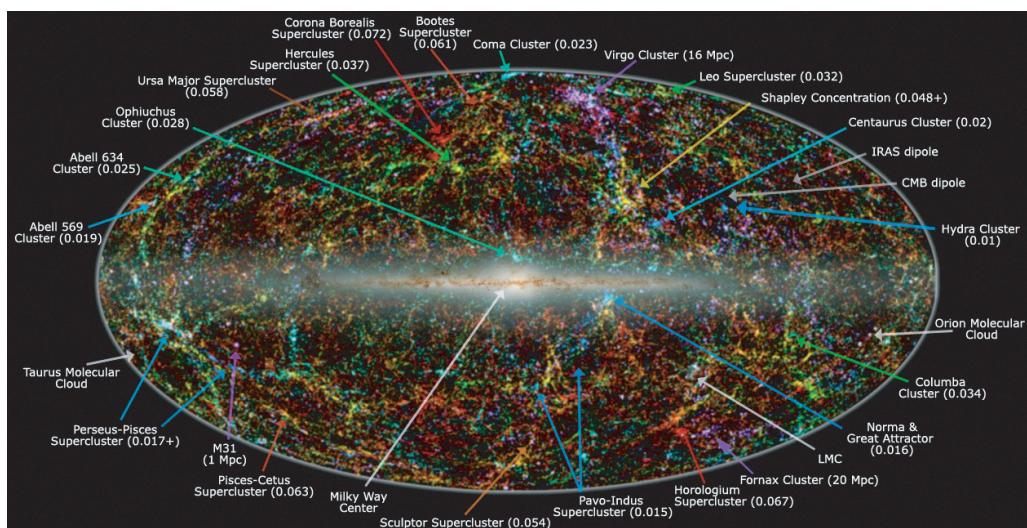
**FIGURA 78** Cómo se ve el cielo nocturno, y nuestra galaxia en particular, en el infrarrojo cercano (NASA false colour image).

Varios objetos extragalácticos son visibles a simple vista en el hemisferio sur: la nebulosa Tarántula, así como la gran y la pequeña nube de Magallanes. Las nubes de Magallanes son galaxias vecinas a la nuestra. Otros objetos extragalácticos, *temporalmente* visibles son las raras *novas*, explosiones de estrellas que se pueden ver si aparecen en las galaxias cercanas, o las aún más raras *supernovas*, que a menudo puede ser visto incluso en galaxias lejanas.

En realidad, las estrellas visibles son especiales en otros aspectos también. Por ejemplo, los telescopios muestran que aproximadamente la mitad de ellas son en realidad dobles: consisten en dos estrellas que giran una alrededor de la otra, como en el caso de



**FIGURA 79** Los rayos X observados en el cielo nocturno, para energías entre 1 y 30 MeV (NASA).



**FIGURA 80** Una imagen en falso color compuesta de datos infrarrojos, mostrando la estructura a gran escala del universo que nos rodea; El color de cada galaxia representa su distancia y los números entre paréntesis especifican el desplazamiento al rojo; se superpone una imagen infrarroja de la Vía Láctea (cortesía Thomas Jarrett/IPAC/Caltech).

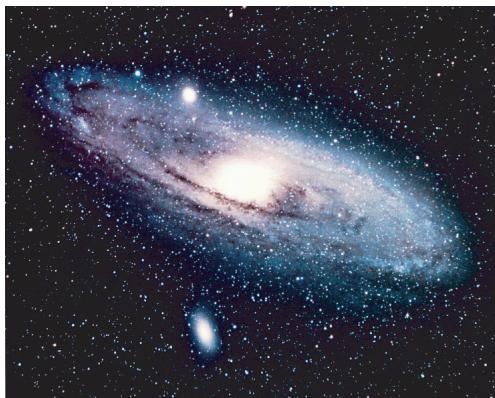
Desafío 301 ny

Vol. III, página 176

Sirio. La medición de las órbitas que siguen una alrededor de la otra permite determinar sus masas. ¿Puede explicar cómo?

Muchos más objetos extragalácticos son visibles con telescopios. Hoy en día, esta es una de las principales razones para construirlos, y para fabricarlos tan grandes como sea técnicamente posible.

¿Es el universo diferente de nuestra Vía Láctea? Sí lo es. Hay varios argumentos para demostrar esto. En primer lugar, nuestra *galaxia* – la palabra galaxia es simplemente el



**FIGURA 81** La nebulosa de Andrómeda M31, una de nuestras galaxias vecinas (y el miembro 31 de la lista de objetos Messier) (NASA).

término griego original de ‘Vía Láctea’ – es *aplanada*, debido a su rotación. Si la galaxia gira, tiene que haber otras masas que determinan el fondo con respecto a la cual esta rotación se lleva a cabo. De hecho, hay un gran número de otras galaxias – alrededor de  $10^{11}$  – en el universo, un descubrimiento que data solo del siglo XX. Algunos ejemplos se muestran en la [Figura 81](#), [Figura 82](#) y [Figura 83](#). La última figura muestra cómo suelen morir las galaxias: al chocar con otras galaxias.

¿Por qué nuestra comprensión del lugar de nuestra galaxia en el universo ocurrió tan tarde? Bueno, la gente tenía la misma dificultad que tenían cuando trataban de determinar la forma de la Tierra. Ellos tenían que entender que la galaxia no es sólo una franja lechosa vista en las noches claras, sino un sistema físico real, hecho de alrededor de  $10^{11}$  estrellas que gravitan unas alrededor de otras.\* Al igual que la Tierra, se encontró que la Vía Láctea tenía una *forma* tridimensional: Como se muestra en la fotografía de la [Figura 78](#), nuestra galaxia es una estructura plana y circular, con una protuberancia esférica en su centro. El diámetro es de 100 000 años luz. Que gira sobre sí misma una vez cada 200 a 250 millones de años. (¿Puede adivinar cómo se midió?) La rotación es bastante lenta: desde que se formó el Sol, ha dado solamente cerca de 20 a 25 vueltas completas alrededor del centro.

Desafío 302 ny

Ref. 210

Incluso es posible medir la *masa* de nuestra galaxia. El truco es usar un pulsar binario en sus alrededores. Si se observa durante muchos años, se puede deducir su aceleración alrededor del centro galáctico, ya que el pulsar reacciona con un desplazamiento de frecuencia que se puede medir desde la Tierra. Se necesitan muchas décadas de observación y muchos efectos espurios han de ser eliminados. Sin embargo, tales mediciones están en curso. Las estimaciones actuales estiman la masa de nuestra galaxia en  $10^{42}$  kg o  $5 \cdot 10^{11}$  masas solares.

### ¿CÓMO OBSERVAMOS LAS ESTRELLAS?

Las mejores imágenes del cielo nocturno son producidas por los telescopios más sensibles. En la Tierra, los telescopios más sensibles son los más grandes, como los que se

\* La Vía Láctea, o *galaxia* en griego, se dice que se originó cuando Zeus, el principal dios griego, trató de dejar que su hijo Hércules se alimentara en el pecho de Hera para hacerle inmortal; el joven Heracles, en un signo que mostraba su fuerza futura, chupó tan fuertemente que la leche salpicó todo el cielo.



FIGURA 82 La galaxia elíptica NGC 205 (el 205° miembro del Nuevo Catálogo Galáctico) (NASA).



FIGURA 83 Las galaxias colisionantes M51 y M51B, 65 000 al across, 31Mal away, muestran cómo 'mueren' las galaxias (NASA).

muestran en la Figura 86, ubicada en Paranal en Chile. La historia y las capacidades de Ref. 211 estos telescopios son fascinantes. Para muchas longitudes de onda que son absorbidas por la atmósfera, los telescopios más sensibles están vinculados al satélite, como los que se muestran en la Figura 86. Para cada dominio de longitud de onda, tales sistemas mo-

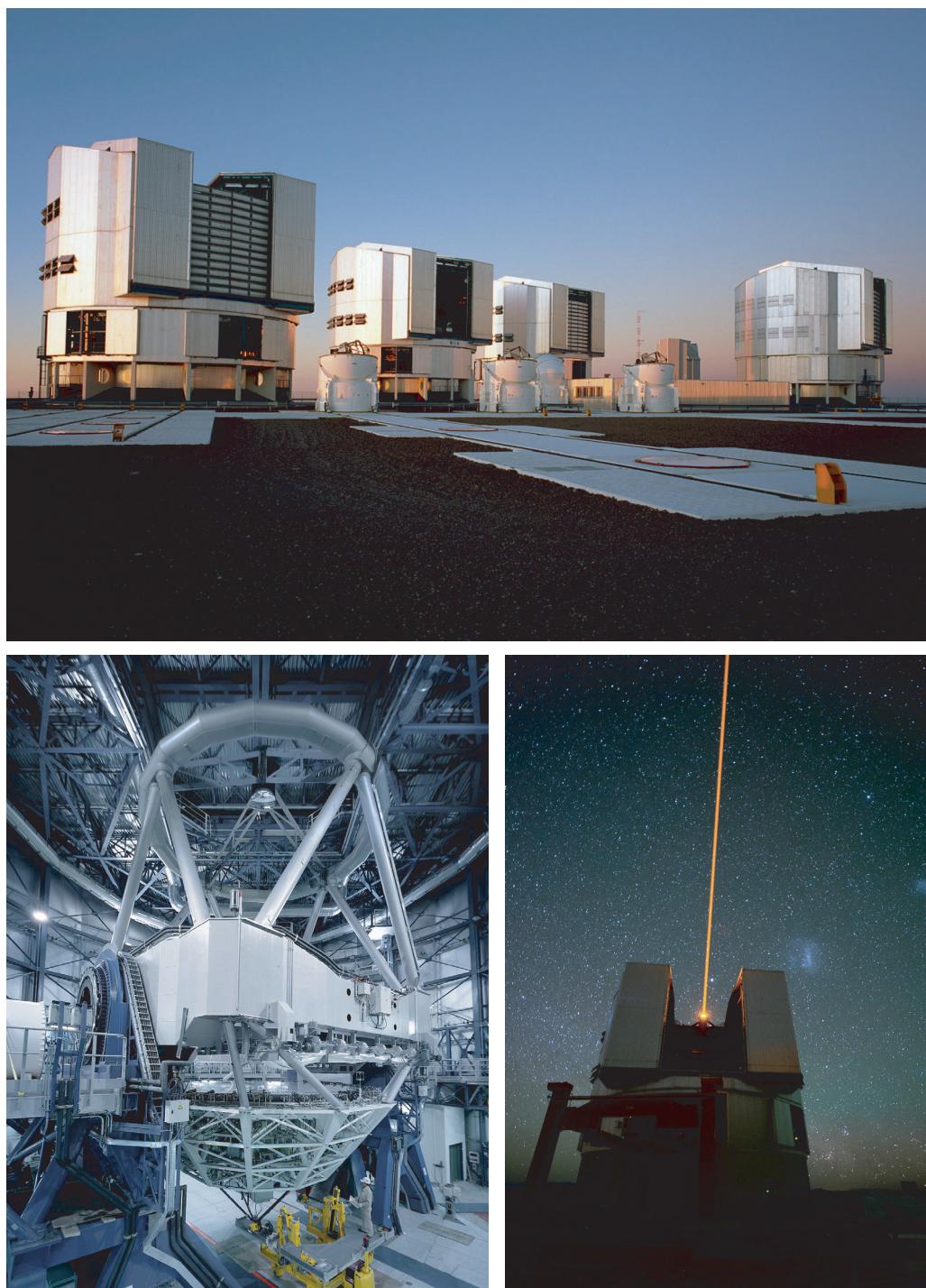


FIGURA 84 El universo está lleno de galaxias - esta fotografía muestra el grupo de Perseo (NASA).

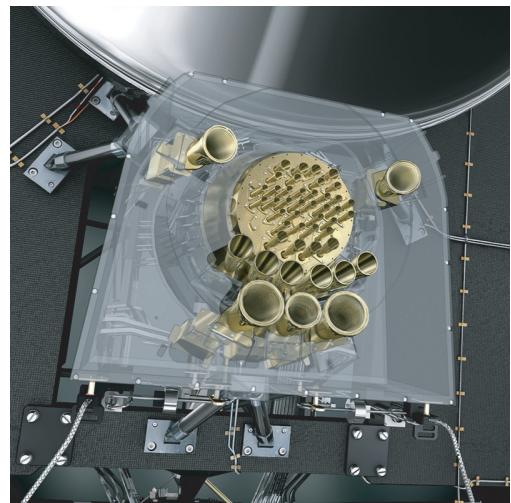


FIGURA 85 El universo contiene muchas nebulosas; Un ejemplo es esta nube molecular en Ophiuchus (© ESO).

dernos producen imágenes fascinantes del cielo nocturno. Las Figura 77 hasta Figura 80 da algunos ejemplos. Un hermoso sitio web dedicado a mostrar cómo el cielo nocturno mira diferentes longitudes de onda es [www.chromoscope.net](http://www.chromoscope.net). El sitio web le permite deslizarse de una longitud de onda a otra simplemente moviendo un cursor; mirarlo y



**FIGURA 86** Uno de los cuatro Very Large Telescopes (VLT) del Observatorio Europeo del Sur (ESO) en Paranal en Chile, los más potentes telescopios del mundo, cada uno con un diámetro de 8m (© ESO).



**FIGURA 87** Arriba: el satélite XMM-Newton y sus espejos como cebolla (capas) de alta precisión que producen un mapa de rayos X del cielo nocturno. Abajo: el satélite Planck y sus antenas de microondas chapadas en oro que produjeron un mapa de alta resolución de la radiación cósmica de fondo (© ESA).

explorar la belleza del universo lo vale.

### ¿QUÉ VEMOS EN LA NOCHE?

Página 216

La astrofísica nos aboca a una extraña conclusión acerca de la materia absolutamente diferente de como estamos acostumbrados a pensar en física clásica: *la materia observada en el cielo se encuentra en nubes*. Las nubes son sistemas en los cuales la densidad de materia disminuye con la distancia al centro, sin fronteras nítidas y sin tamaño definido.

El objeto mostrado en la Figura 85 es una nube molecular. Pero este no es el único caso. La mayoría de objetos astrofísicos incluyendo planetas y estrellas son nubes.

La Tierra es también una nube, si tomamos su atmósfera, su magnetosfera y el anillo de polvo alrededor de ella como parte suya. El Sol es una nube. Se trata de una bola de gas, para empezar, pero es aún más una nube si tomamos en consideración sus protuberancias, su heliosfera, el viento solar que genera y su magnetosfera. El sistema solar es una nube si tenemos en cuenta su nube de cometas, su cinturón de asteroides y su nube de gas interestelar local. La galaxia es una nube si tenemos en cuenta su distribución de la materia y la nube de radiación cósmica de que está rodeada. De hecho, incluso las personas pueden verse como nubes, ya que cada persona está rodeada por gases, pequeñas partículas de polvo de la piel, vapor, etc.

Ref. 212

En el universo, casi todas las nubes son nubes de plasma. Un plasma es un gas ionizado tal como como el fuego, los rayos, el interior de los tubos de neón, o el Sol. Al menos el 99,9 % de toda la *materia en el universo* está *en forma de nubes de plasma*. Sólo existe un porcentaje muy pequeño en forma sólida o líquida, tal como tostadoras, palillos de dientes o sus usuarios.

Desafío 303 r

Todas las nubes en el universo comparten una serie de propiedades comunes. En primer lugar, todas las nubes vistas en el universo - cuando no son perturbadas por colisiones u otras interacciones con los objetos vecinos - están *girando*. Por lo tanto, la mayoría de las nubes se *aplanan*: presentan forma de discos. En segundo lugar, en muchas nubes giratorias, la materia está cayendo hacia el centro: la mayoría de las nubes son discos de acreción. Por último, los discos de acreción no perturbados por lo general emiten algo a lo largo del eje de rotación: poseen chorros. Esta estructura básica de nube se ha observado para las estrellas jóvenes, para los pulsares, galaxias, quásares y para muchos otros sistemas. La Figura 88 muestra algunos ejemplos. Por último, en 2010, se han encontrado *chorros* en nuestra propia galaxia, la Vía Láctea. (¿El sol tiene chorros? Desafío 331 r Hasta ahora, no se ha detectado ninguno.)

Ref. 213

En resumen, en la noche vemos sobre todo nubes en rotación, nubes de plasma aplana do que emiten chorros a lo largo de sus ejes. Pero el cielo nocturno tiene muchos otros fenómenos. Una gran parte de la astronomía y la astrofísica recoge la información acerca de ellos. Una visión general acerca de las observaciones se da en la Tabla 4.

**TABLA 4** Algunas observaciones acerca del universo.

Aspecto	Principales propiedades	Valor
<b>Fenómenos</b>		
Formación de galaxias	observado por Hubble	Varias veces

**TABLA 4** (Continuación) algunas observaciones acerca del universo.

Aspecto	Principales propiedades	Valor
Colisiones galácticas	evento disparador Cantidad de movimiento	desconocido $10^{45}$ to $10^{47}$ kg m/s
Formación de estrellas	colapso de nube frecuencia frecuencia	forma estrellas entre 0,04 y 200 masas solares entre 0 y 1000 masas solares por año y por galaxia; alrededor de 1 masa solar por año en la Vía Láctea
Novas		o por unión de estrellas hasta 250 masas solares
Supernovas	nuevas estrellas luminosas, eyectando burbujas	$L < 10^{31}$ W $R \approx t \cdot c/100$
Hipernovas	nuevas estrellas, brillantes, proporción	$L < 10^{36}$ W
Explosiones de rayos gamma	explosiones ópticas	de 1 a 5 por galaxia por 1000 a
Fuentes de radio	Luminosidad	$L > 10^{37}$ W
Fuentes de rayos X		$L$ hasta $10^{45}$ W, aproximadamente el 1 % de la luminosidad de todo el universo visible
Rayos cósmicos	energía	$c. 10^{46}$ J
Lente gravitatoria	duración	$c. 0.015$ a 1000 s
Cometas	n. observado	$c. 2$ por día
Meteoritos		desde $10^{33}$ hasta $10^{38}$ W
Espacio intergaláctico	emisiones de radio	desde $10^{23}$ hasta $10^{34}$ W
cuásares	emisiones de rayos X	desde 1 eV hasta $10^{22}$ eV
Superclusters de galaxias	energía	Curvatura de la luz
Nuestro supercluster local		por debajo de $10^{-4}$ "
Grupo de galaxias	Curvatura de la luz	retorno, evaporación
Nuestro grupo local	retorno, evaporación	período típico 50 a, visibilidad típica 2 ka, vida media 100 ka
Galaxias	edad	edad
		hasta $4,57 \cdot 10^9$ a
<b>Componentes</b>		
Superclusters de galaxias	número de galaxias	$c. 10^{-26}$ kg/m <sup>3</sup>
Nuestro supercluster local	número de galaxias	desplazamiento hacia el rojo
Grupo de galaxias	Tamaño	luminosidad
Nuestro grupo local	número de galaxias	$L = 10^{40}$ W, aprox. La misma que una galaxia
Galaxias	número de galaxias	número de galaxias
	Tamaño	$c. 10^8$ dentro del horizonte

TABLA 4 (Continuación) algunas observaciones acerca del universo.

Aspecto	Principales propiedades	Valor
	número que contiene que contiene que contiene	$c \cdot 10^{11}$ dentro del horizonte de 10 a 400 superclusters globulares típicamente $10^{11}$ estrellas cada una típicamente un agujero negro supermasivo y varios s de masa intermedia
La Vía Láctea, nuestra galaxia	Diámetro masa velocidad que contiene que contiene	1,0(0,1) Zm $10^{42}$ kg o $5 \cdot 10^{11}$ masas solares Ref. 210 600 km/s hacia Hydra-Centaurus aprox. 30 000 púlsares Ref. 214 100 clusters globulares cada uno con 1 millón de estrellas
Cluster globular (p. e. M15)	Que contiene edad	Miles de estrellas, un agujero negro de masa intermedia hasta 12 Ga (el más viejo objeto conocido)
Nebulosas, nubes	Composición	Polvo, oxígeno, hidrógeno
Nuestra nube estelar local	dimensión composición	20 años luz hidrógeno atómico a 7500 K
Sistemas de estrellas	Tipos	Estrellas dobles orbitantes, otras 70 estrellas orbitadas por enanas marrones, diversos sistemas planetarios
Nuestro sistema estelar	Tamaño velocidad	2 años luz (nube de Oort) 368 km/s desde Acuario hacia Leo
Estrellas	masa	hasta 130 masas solares (excepto cuando las estrellas se unen) Ref. 215
Gigante y supergigantes Secuencia principal de estrellas	grandes dimensiones	hasta 1 Tm
Enanas marrones	Baja masa baja temperatura	por debajo de 0.072 masas solares Por debajo de 2800 K Ref. 216
Enanas L	baja temperatura	1200 a 2800 K
Enanas T	baja temperatura	900 a 1100 K
Enanas blancas	Pequeño radio alta temperatura	$r \approx 5000$ km frías de 100 000 to 5000 K
Estrella de neutrones	Densidad de masa nuclear pequeño tamaño	$\rho \approx 10^{17} \text{ kg/m}^3$ $r \approx 10$ km
Emisores de explosiones de rayos X	Emisión de rayos X	

TABLA 4 (Continuación) algunas observaciones acerca del universo.

Aspecto	Principales propiedades	Valor
Púlsares	Emisiones periódicas de radio	
magnetares	masa elevados campos magnéticos	Hasta cerca de 25 masas solares hasta $10^{11}$ T y más elevados Ref. 217
Agujeros negros	algunos son repetidores gamma, otros son púlsares anómalos de rayos X. masa	sobre 25 masas solares Ref. 218
	Radio de horizonte	$r = 2GM/c^2$ , intervalo de masa observada de 3 a $10^{11}$ masas solares
<b>Propiedades generales</b>		
Horizonte cósmico	distancia	$c \cdot 10^{26}$ m = 100 Ym
Expansión	Constante de Hubble	$71(4)$ km s <sup>-1</sup> Mpc <sup>-1</sup> o $2,3(2) \cdot 10^{-18}$ s <sup>-1</sup>
‘Edad’ del Universo		13,8(1) Ga
Vacío	Densidad de energía	0,5 nJ/m <sup>3</sup> o $\Omega_\Lambda = 0,73$ for $k = 0$
Forma a gran escala	Curvatura del espacio	no evidencia de dependencia temporal
Dimensiones	Topología número	$k \approx \Omega_K = 0$ Página 237 simple a todas las escalas de medida
Materia	densidad	3 para el espacio, 1 para el tiempo a todas las energías y escalas de medida
Bariones	densidad	2 a $11 \cdot 10^{-27}$ kg/m <sup>3</sup> o 1 a 6 átomos de hidrógeno por metro cúbico
Materia oscura	densidad	$\Omega_M = 0,25$ $\Omega_b = 0,04$ , un sexto del precedente (incluida en $\Omega_M$ )
Energía oscura	densidad	$\Omega_{DM} = 0,21$ (incluida en $\Omega_M$ ), desconocida
Fotones	Número densidad	$\Omega_{DM} = 0,75$ , desconocida 4 to $5 \cdot 10^8$ /m <sup>3</sup> $= 1,7$ to $2,1 \cdot 10^{-31}$ kg/m <sup>3</sup>
Neutrinos	densidad de energía	$\Omega_R = 4,6 \cdot 10^{-5}$
Temperatura media	Densidad de energía	$\Omega_\nu$ desconocida
Perturbaciones de Radiación	Fotones	2,725(2) K
	neutrinos	no medido, el valor previsto es 2 K
	anisotropía de fotones	$\Delta T/T = 1 \cdot 10^{-5}$
	amplitud de densidad	$A = 0,8(1)$
	índice espectral	$n = 0,97(3)$
	relación tensor a escalar	$r < 0,53$ con 95 % de confidencia
Profundidad óptica de ionización		$\tau = 0,15(7)$

**TABLA 4** (Continuación) algunas observaciones acerca del universo.

Aspecto	Principales propiedades	Valor
Desacoplamiento		$z = 1100$

Pero mientras hablamos de lo que vemos en el cielo, necesitamos aclarar un tema general.

### WHAT IS THE UNIVERSE?

“Estoy sorprendido por la gente que quiere ‘conocer’ el universo cuando le resulta bastante difícil encontrar su camino en el barrio chino.”  
Woody Allen

El término ‘universo’ implica rotar. El universo es lo que gira a nuestro alrededor en la noche. Para un físico, hay al menos tres posibles definiciones para el término ‘universo’:

- El universo (*observable* o *visible*) es la totalidad de toda la masa y energía observables. Esto incluye todo lo que está dentro del horizonte cosmológico. Dado que el horizonte se aleja de nosotros, la cantidad de masa y energía está aumentando continuamente. De este modo el contenido del término ‘universo observable’ no está fijado en el tiempo. (¿Cuál es el origen de este aumento? Regresaremos a esta cuestión en la última etapa de nuestra aventura.)
- El universo (*conjeturado*) es la totalidad de toda la masa y energía, incluyendo la que no es observable. Numerosos libros sobre relatividad general afirman que definitivamente existe materia o energía más allá de los límites de observación. Vamos a explicar el origen de esta creencia a continuación. (¿Está de acuerdo con eso?)
- El universo (*completo*) es la suma de materia y energía, *así como el* propio espacio-tiempo.

Estas definiciones se mezclan a menudo en las discusiones físicas y filosóficas. No hay consenso generalmente aceptado en los términos, por lo que uno tiene que tener cuidado. En este texto, cuando utilizamos el término ‘universo’, implicamos sólo la *última* definición. Vamos a descubrir en repetidas ocasiones que sin una clara distinción entre las definiciones la ascensión completa a la montaña del movimiento se hace imposible. (Por ejemplo: ¿Es la cantidad de materia y energía en el universo completo la misma que en el universo observable?)

Tenga en cuenta que el ‘tamaño’ del universo visible, o mejor, la distancia hasta el horizonte, es una cantidad que se *puede* imaginar. El valor de  $10^{26}$  m, o diez mil millones de años luz, no está más allá de la imaginación. Si se tomara todo el hierro del núcleo de la Tierra y se hiciera un cable que llegara hasta el borde del universo observable, ¿cuál sería su grosor? . La respuesta puede sorprenderle. Asimismo, el contenido del universo es claramente finito. Hay casi tantas *galaxias* visibles en el universo como granos hay en un metro cúbico de arena. Para ampliar la comparación, se puede deducir la cantidad de espacio que se necesita para contener toda la harina que se obtendría si cada pequeña mota de harina, con un tamaño típico de  $150 \mu\text{m}$ , representara una estrella?

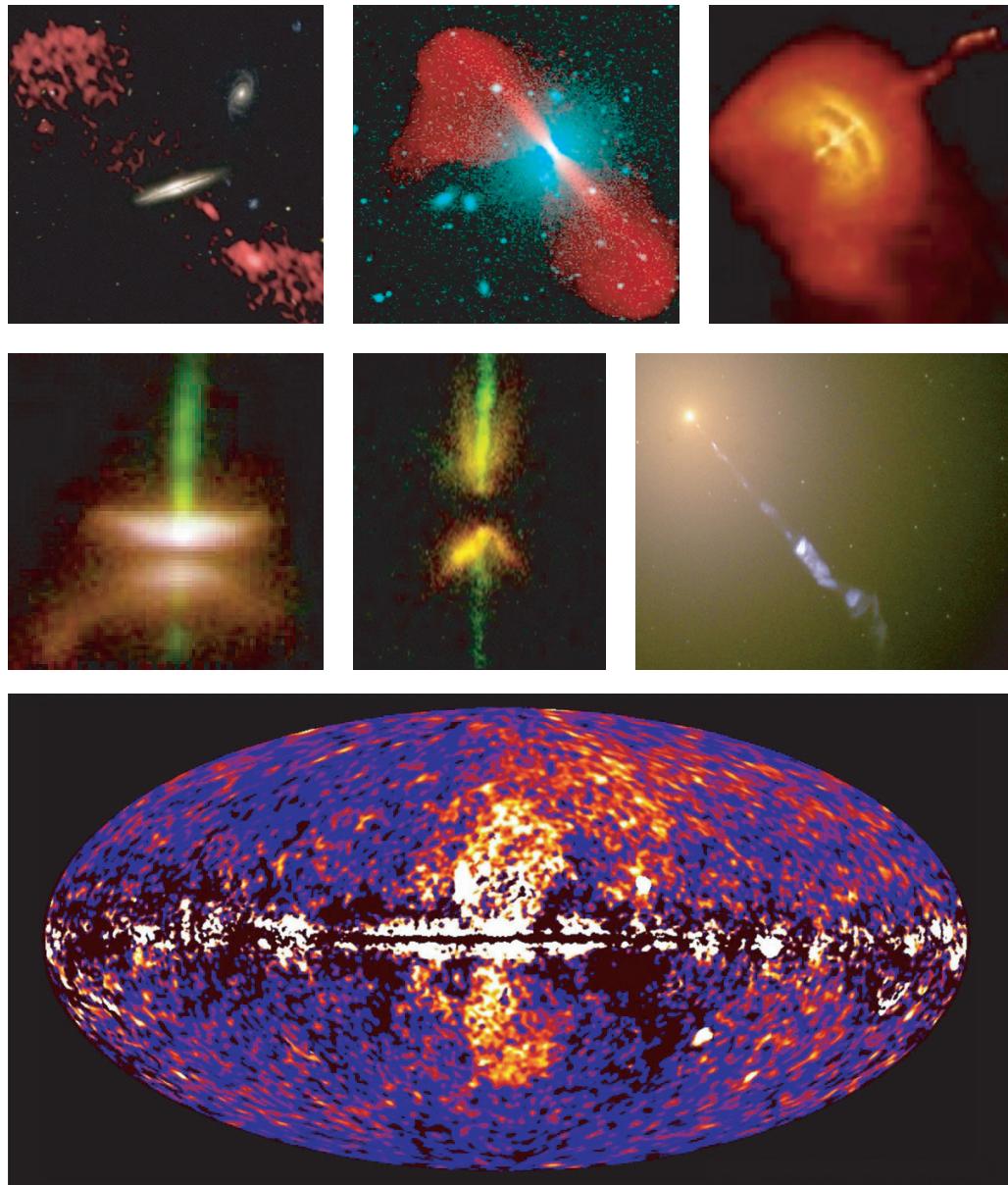
Vol. VI, página ??

Desafío 304 e

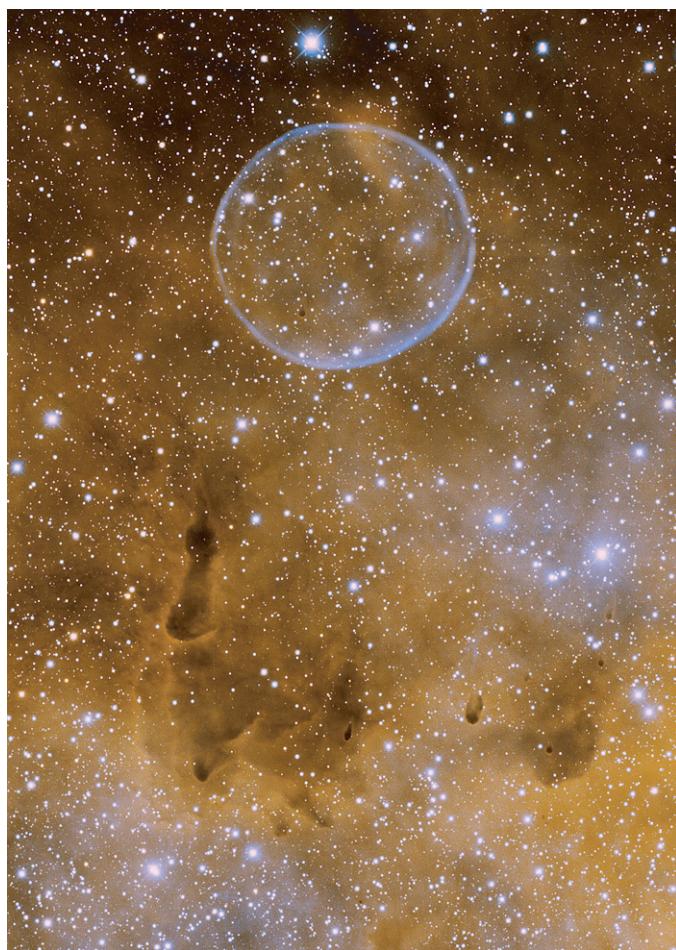
Desafío 305 s

Desafío 306 s

Desafío 307 s



**FIGURA 88** Nubes giratorias que emiten chorros a lo largo de su eje; Fila superior: una imagen compuesta (visible e infrarroja) de la galaxia 0313-192, la galaxia 3C296 y el pulsar de Vela; Fila del medio: la estrella en la formación HH30, la estrella en la formación DG Tauri B, y un agujero negro de la galaxia M87; fila inferior: El descubrimiento de chorros en nuestra propia galaxia (todos NASA).



**FIGURA 89** La belleza de la astronomía: la burbuja del Cygnus, descubierta en 2008, una nebulosa expulsada de una estrella central (falsa imagen de color cortesía de T.A. Rector, H. Schweiker).

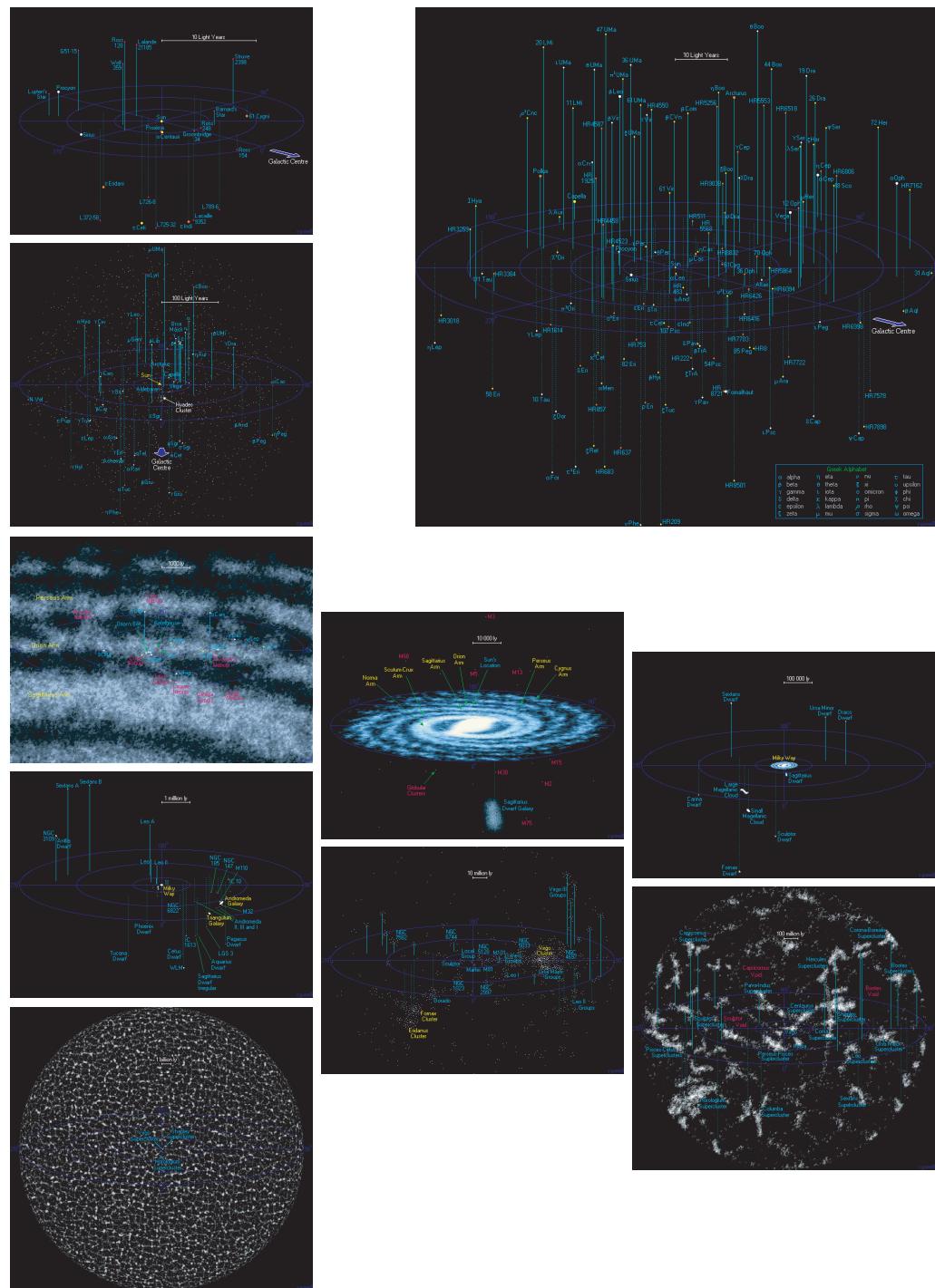
### EL COLOR Y EL MOVIMIENTO DE LAS ESTRELLAS

“'Η τοι μὲν πρώτιστα Ξάος γένετ' ... \*  
Hesíodo, *Teogonía*. ”

Obviamente, el universo está lleno de movimiento. Para llegar a conocer el universo un poco, es útil medir la velocidad y la posición de la mayor cantidad de objetos en él que sea posible. En el siglo XX, se obtuvieron un gran número de tales observaciones de estrellas y galaxias. (¿Puede usted imaginar cómo se determinan la distancia y la velocidad?) Esta gran cantidad de datos se puede resumir en dos puntos.

En primer lugar, a grandes escalas, es decir, aproximadamente quinientos millones de años luz como media, la densidad de materia en el universo es *homogénea e isótropa*. Obviamente, a escalas más pequeñas existen faltas de homogeneidad, tales como galaxias o

\* ‘En verdad, en un primer momento el caos llegó a ser ...’ Teogonía, atribuida al probablemente mítico Hesíodo, se finalizó alrededor de 700 aC. Se puede leer en inglés y griego en el sitio web [www.perseus.tufts.edu](http://www.perseus.tufts.edu). La famosa cita aquí mencionada es del versículo 117.



**FIGURA 90** Un atlas de nuestro entorno cósmico: ilustraciones a escala hasta 12,5, 50, 250, 5 000, 50 000, 500 000, 5 millones, 100 millones, 1 000 millones y 14 000 millones de años luz (© Richard Powell, [www.atlasoftheuniverse.com](http://www.atlasoftheuniverse.com)).

Ref. 219 los pasteles de queso. Nuestra galaxia, por ejemplo, no es ni isotrópica ni homogénea. Sin embargo, a escalas grandes las diferencias promedio desaparecen. Esta homogeneidad a gran escala de distribución de la materia a menudo se llama el *principio cosmológico*.

Ref. 220 El segundo punto acerca del universo es aún más importante. En la década de 1920, de forma independiente, Carl Wirtz, Knut Lundmark y Gustaf Stromberg mostraron que, en general, todas las *galaxias se alejan de la Tierra*, y tanto más, cuanto más distantes estuvieran. Hay algunas excepciones para las galaxias cercanas, como la propia nebulosa de Andrómeda; pero en general, la velocidad de vuelo  $v$  de un objeto aumenta con la distancia  $d$ . En 1929, el astrónomo estadounidense Edwin Hubble\* publicó la primera medición de la relación entre la velocidad y la distancia. A pesar de su uso de escalas de longitud incorrectas encontró una relación

$$v = H d , \quad (239)$$

donde la constante de proporcionalidad  $H$  es hoy llamada la *constante de Hubble*. Una gráfica moderna de la relación se da en la [Figura 91](#). La constante de Hubble se reconoce hoy en día que tiene un valor en torno a  $71 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ . (El propio valor de Hubble estaba tan lejos de este valor que ya no se cita más.) Por ejemplo, una estrella a una distancia de  $2 \text{ Mpc}^{**}$  se está alejando de la Tierra a una velocidad de alrededor de  $142 \text{ km/s}$ , y proporcionalmente más para estrellas más lejanas.

Desafío 309 s En realidad, el descubrimiento de Wirtz, Lundmark y Stromberg implica que *cada* galaxia se aleja de *todas* las demás. (¿Por qué?) En otras palabras, la materia en el universo se está *expandiendo*. La escala de su expansión y las enormes dimensiones involucradas son asombrosas. ¡El movimiento de todos los miles de millones de grupos de galaxias en el cielo está descrito por una única y sencilla ecuación (239)! Algunas desviaciones se observan para las galaxias cercanas, como se mencionó anteriormente, y las galaxias muy lejanas, como veremos más adelante.

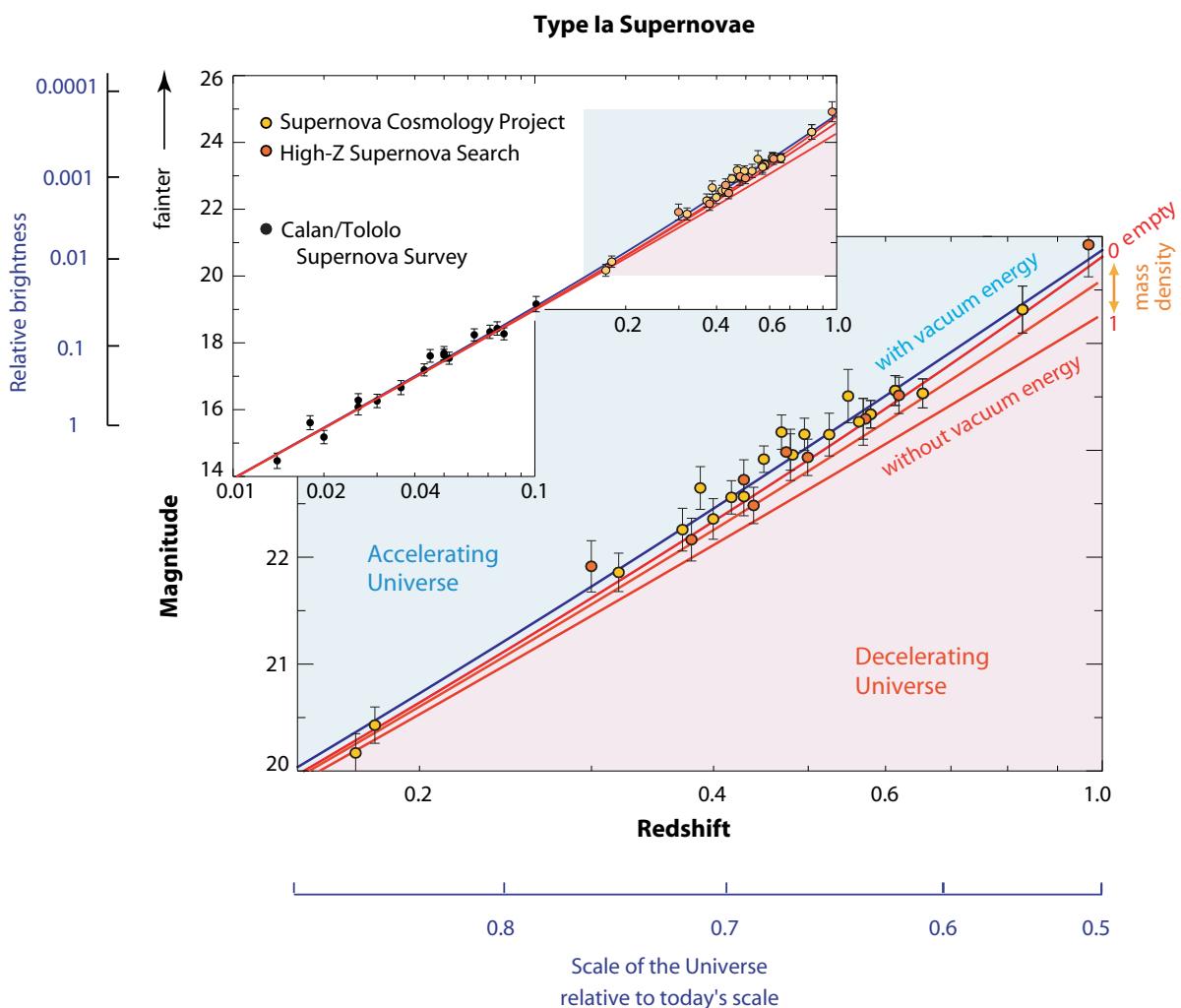
El principio cosmológico y la expansión en su conjunto implican que el universo no puede haber existido antes del tiempo en que era de tamaño nulo; por lo tanto el universo tiene una *edad finita*. Junto con las ecuaciones de evolución, como se explicará con más detalle a continuación, la constante de Hubble apunta a un valor de antigüedad de alrededor de 13 800 millones años. La expansión también significa que el universo tiene un *horizonte*, es decir, una distancia máxima finita para las fuentes cuyas señales pueden llegar a la Tierra. Las señales procedentes de fuentes más allá del horizonte no pueden llegar a nosotros.

Ref. 221 El movimiento de las galaxias dice algo importante: en el pasado, el cielo nocturno, y por lo tanto el universo, ha sido *mucho menor*; la materia ha sido *mucho más densa* de lo que es ahora. Resulta que la materia también ha sido mucho más *caliente*. George Gamow\*\*\* predijo en 1948 que dado que los objetos calientes irradian luz, el cielo no

\* Edwin Powell Hubble (1889–1953), importante astrónomo estadounidense. Después de ser un atleta y de graduarse en leyes, volvió a su pasión de la infancia, las estrellas; Finalmente probó la conjectura de 1755 de Immanuel Kant de que la nebulosa de Andrómeda era una galaxia como la nuestra. Así demostró que la Vía Láctea es sólo una pequeña parte del universo.

\*\* Un megaparsec o Mpc es una distancia de  $30,8 \text{ Zm}$ .

\*\*\* George Gamow (b. 1904 Odessa, d. 1968 St. Boulder), físico Ruso-American. Explicó el dacaimiento alfa como un efecto túnel y predijo el fondo de microondas. Escribió los primeros textos populares de física



**FIGURA 91** La relación entre la distancia de una estrella y su velocidad (cortesía de Saul Perlmutter y del Supernova Cosmology Project).

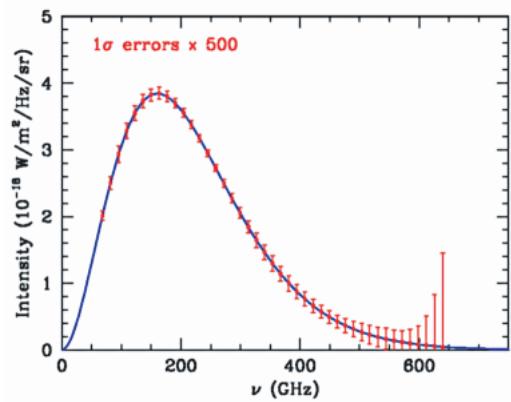
Desafío 310 ny

Ref. 222

puede ser completamente negro por la noche, sino que debe estar lleno de la *radiación del cuerpo negro* emitida cuando estaba ‘caliente’. Tal radiación, llamada radiación de fondo, debe haberse enfriado debido a la expansión del universo. (¿Puede confirmar esto?) A pesar de varias predicciones similares de otros autores, entre ellos Yakov Zel’dovich, en uno de los casos más famosos de falta de comunicación científica, la radiación se encontró sólo mucho más tarde, por dos investigadores completamente inconscientes de todo este trabajo. Un famoso artículo de 1964 por Doroshkevich y Novikov incluso había afirmado que la antena utilizada por los descubridores (inconscientes) más tarde era ¡el mejor dispositivo para la búsqueda de la radiación! En cualquier caso, sólo lo hicieron en 1965 Arno Penzias y Robert Wilson descubrieron la radiación. Fue en uno de los más

---

exitosos, tales como *I*, *2*, *3*, *Infinity* y las series de *Mr. Thompkins*, las cuales fueron imitadas más tarde por muchos otros escritores.



**FIGURA 92** El espectro medido de la radiación cósmica de fondo, con las barras de error multiplicado por 500, en comparación con el espectro de Planck calculado para 2.728 K (NASA).

Ref. 223 bellos descubrimientos de la ciencia, por la cual ambos recibieron más tarde el Premio Nobel de Física. La radiación resulta ser descrita por la radiación de cuerpo negro para un cuerpo con una temperatura de 2,728(1) K, como se ilustra en la Figura 92. De hecho, el espectro sigue la dependencia del cuerpo negro con una precisión de menos de 1 parte en  $10^4$ .

En resumen, los datos muestran que el universo empezó con una gran explosión (*big bang*) caliente. Pero aparte de la expansión y el enfriamiento, los últimos catorce mil millones de años también se han producido algunos otros eventos memorables.

### ¿BRILLAN LAS ESTRELLAS CADA NOCHE?

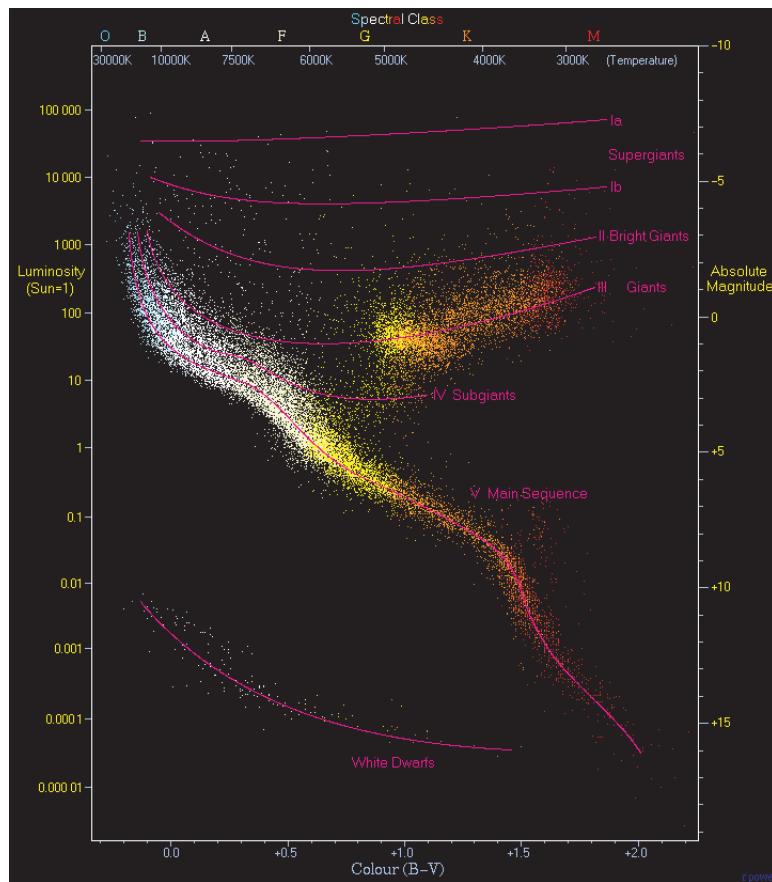
“¿No brillan las estrellas de forma hermosísima?  
Soy la única persona en el mundo que sabe por  
qué lo hacen.

Friedrich (Fritz) Houtermans (1903–1966)

Las estrellas parecen estar ahí desde siempre. En realidad, de vez en cuando una nueva estrella aparece en el cielo: una *nova*. El nombre es latino y significa ‘nuevo’. Las novas especialmente brillante se llaman supernovas. Las novas y fenómenos similares nos recuerdan que las estrellas suelen vivir mucho más tiempo que los seres humanos, pero que al igual que las personas, las estrellas nacen, brillan y mueren.

Resulta que uno puede representar todas las estrellas en el llamado *diagrama Hertzsprung–Russell*. Este diagrama, central en cada libro sobre astronomía, se muestra en la Figura 93. Es un hermoso ejemplo de un método estándar utilizado por los astrofísicos: recolectando estadísticas sobre muchos ejemplos de un tipo de objeto, se puede deducir el ciclo de vida del objeto, aunque su duración es mucho más larga que la de un ser humano. Por ejemplo, es posible, mediante un uso inteligente del diagrama, estimar la edad de los conglomerados estelares, como el grupo M15 de la Figura 94. Y así llegamos a una edad mínima del universo. El resultado es alrededor de trece mil millones de años.

El tiempo de vida finito de las estrellas conduce a restricciones en su visibilidad, especialmente para los altos desplazamientos al rojo. De hecho, el telescopio moderno puede mirar lugares (y épocas) hasta ahora en el pasado que no contenían estrellas todavía. A



**FIGURA 93** El diagrama de Hertzsprung–Russell (© Richard Powell).

Ref. 224

esas distancias sólo se observan los *cuásares*; estas fuentes de luz no son estrellas, sino sistemas mucho más masivos y brillantes. Su estructura precisa todavía está siendo estudiada por los astrofísicos.

Dado que las estrellas brillan, también se *formaron* de alguna manera. Durante millones de años, vastas nubes de polvo en el espacio pueden contraerse, debido a la influencia de la gravedad, y formar una estructura densa, caliente y giratoria: una nueva estrella. Los fascinantes detalles de su nacimiento a partir de las nubes de polvo son una parte central de la astrofísica, pero no los exploraremos aquí.

Ref. 225

Las estrellas difieren en la vida y la duración. Sobre todo, su evolución depende de su masa al nacer. Las estrellas con la masa del Sol viven de 10 a 20 Ga y mueren como gigantes rojas. Las estrellas con una masa que es 20 veces la del Sol viven solamente unos pocos millones de años y mueren como supernovas. Las estrellas más masivas parecen tener alrededor de 130 masas solares. Las excepciones son aquellas estrellas que se forman mediante la fusión de varias estrellas. Pueden ser tan masivas como 250 masas solares.

Vol. V, página ??

Sin embargo, no tenemos la respuesta completa a nuestra pregunta. ¿Por qué brillan las estrellas en absoluto? Claramente, brillan porque son calientes. Son calientes debido a reacciones nucleares en su interior. Discutiremos estos procesos con más detalle en un volumen posterior.



**FIGURA 94** El cluster globular de estrellas Messier 15, con una edad de trece mil millones de años (© ESA, NASA).

### UNA BREVE HISTORIA DEL UNIVERSO

Ref. 226

“Anima scintilla stellaris essentiae.\*  
Heraclito de Efeso (c. 540 to c. 480 BCE)

No sólo las estrellas nacen, brillan y mueren. También lo hacen las galaxias. ¿Qué pasa con el universo? Las aventuras más importantes que hemos experimentado con la materia y la radiación están resumidas en la [Tabla 5](#). Los pasos aún no discutidos serán estudiados en el resto de nuestro ascenso a la Montaña del movimiento.

La tabla de la historia es impresionante. Esta tabla de historia incluso tiene aplicaciones que ningún físico teórico habría imaginado. La secuencia de eventos es tan hermosa

---

\* ‘El alma es una chispa de la sustancia de las estrellas.’

e impresionante que hoy en día se utiliza en ciertas psicoterapias para señalar a la gente la historia que hay detrás de su existencia, y para recordarles su propio valor. Disfrute.

**TABLA 5** Una breve historia del Universo.

Time before now <sup>a</sup>	Time from big bang <sup>b</sup>		Temperature
<i>c.</i> $13,8 \cdot 10^9$ a	$\approx t_{\text{Pl}}^b$	El tiempo, el espacio, la materia y las condiciones iniciales están indeterminados	$10^{32}$ K $\approx T_{\text{Pl}}$
$13 \cdot 10^9$ a	$c. 1000 t_{\text{Pl}}$ $\approx 10^{-42}$ s	Distinción del espacio-tiempo de la materia y la radiación, las condiciones iniciales están indeterminadas	$10^{30}$ K
	$10^{-35}$ s to $10^{-32}$ s	Inflación & época GUT inician; divergen las interacciones fuertes y electrodébil	$5 \cdot 10^{26}$ K
	$10^{-12}$ s	los antiquarks se aniquilan; se separan la interacción electromagnética y la débil	$10^{15}$ K
	$2 \cdot 10^{-6}$ s	Los quarks se confinan en hadrones; el Universo es un plasma. Se aniquilan los positrones	$10^{13}$ K
	0,3 s	El universo se hace transparente para los neutrinos	$10^{10}$ K
Unos pocos segundos		Nucleosíntesis: se forman D, ${}^4\text{He}$ , ${}^3\text{He}$ y ${}^7\text{Li}$ nuclei; La radiación todavía domina	$10^9$ K
2500 a		Comienza el dominio de la materia; se magnifican las perturbaciones de densidad	75 000 K
red-shift $z = 1100$	380 000 a	Recombinación: durante estas últimas etapas del big bang, se forman los átomos H, He y Li, y el universo se convierte en ‘transparente’ para la luz, mientras que la materia y la radiación se desacoplan, es decir, cuando adquieren diferentes temperaturas. El cielo nocturno empieza a oscurecerse.	3000 K
$z = 10$ to 30		El cielo es casi negro a excepción de la radiación del cuerpo negro	$T_\gamma = T_{\text{o}\gamma}(1+z)$
$z = 9,6$		Formación de galaxias	
$z = 5$		Objeto más antiguo visto hasta ahora	
$z = 3$	$10^6$ a	Se forman cluster de galaxias	
	$2 \cdot 10^9$ a	Se forma la primera generación de estrellas (población II), comenzando la fusión del hidrógeno; La fusión de helio produce carbono, silicio y oxígeno. Explota la primera estrella como supernova <sup>c</sup> ; se produce hierro	
$z = 1$	$3 \cdot 10^9$ a	Aparece la segunda generación de estrellas (población I), y las posteriores explosiones de supernovas de las estrellas envejecidas forman los oligoelementos (Fe, Se, etc.) de los que estamos hechos y los esparce en la galaxia	

TABLA 5 (Continued) A short history of the universe.

Tiempo antes de ahora <sup>a</sup>	Tiempo desde el Big Bang <sup>b</sup>	Evento	Temperatura
$4,7 \cdot 10^9$ a		La nube primitiva, hecha de los remanentes de explosiones, colapsa; se forma el Sol	
$4,5 \cdot 10^9$ a		Formación de la Tierra y otros planetas: comienza el Azoico <sup>d</sup>	
$4,5 \cdot 10^9$ a		La Luna se forma a partir del material eyectado durante la colisión de un asteroide grande con la todavía líquida tierra	
$4,3 \cdot 10^9$ a		Se forman cráteres en los planetas	
$4,0 \cdot 10^9$ a		Comienza el eón Archeo (Archaeozoico): cesa el bombardeo espacial; la corteza terrestre se solidifica; se forman los más antiguos minerales;	
$3,8 \cdot 10^9$ a		el agua se condensa	
$3,5 \cdot 10^9$ a		Aparece la vida unicelular (microscópica); se forman estromatolitos	
$2,5 \cdot 10^9$ a		Comienza el eón proterozoico ('edad de la primera vida'): la atmósfera se vuelve rica en oxígeno gracias a la actividad de los microorganismos Ref. 228	
$1,3 \cdot 10^9$ a		Aparece la vida macroscópica y multicelular, los hongos conquistan la tierra	
$800 \cdot 10^6$ a		La Tierra está completamente cubierta de hielo por primera vez (la razón aún es desconocida) Ref. 229	
600 to $540 \cdot 10^6$ a		La Tierra está completamente cubierta de hielo por última vez	
$540(5) \cdot 10^6$ a		Comienza la era Paleozoica (Paleozoicum, edad de la vida vieja). Ddespués de que finalice una glaciación gigantesca: aparecen los animales, los fósiles más antiguos (con 540(5) comienzo de los Períodos Cambrian, 495(5) Ordovicio, 440(5) Siluriano, 417(5) Devoniano, 354(5) Carbonífero y con 292(5) el Permico)	
$480 - 450 \cdot 10^6$ a		Aparecen las plantas terrestres	
$400 - 370 \cdot 10^6$ a		Aparecen los árboles leñosos	
$250(5) \cdot 10^6$ a		Se inicia la era Mesozoica (era de la vida media, anteriormente llamada Secundaria): la mayor parte de los insectos y otras formas de vida son exterminadas; aparecen los mamíferos (con 205(5) inicio del período Triásico, 205(4) Jurásico y 142(3) Cretácico)	
$150 \cdot 10^6$ a		El continente Pangea se divide en Laurasia y Gondwana.	
$150 \cdot 10^6$ a		Se forma el clúster estelar de las Pléyades	
		Aparecen los pájaros	

TABLA 5 (Continued) A short history of the universe.

Tiempo antes de ahora <sup>a</sup>	Tiempo desde el Big Bang <sup>b</sup>	Evento	Temperatura
$142(3) \cdot 10^6$ a		Se inicia la edad de oro de los Dinosaurios (Cretácico)	
$100 \cdot 10^6$ a		Comienza la formación de los Alpes, Andes y Montañas Rocosas	
$65,5 \cdot 10^6$ a		Inicio de la era Cenozoica (edad de la vida nueva): después de que un asteroide golpee la Tierra en el Yucatán, los dinosaurios se extinguen y aparecen la hierba y los primates (con 65,5 inicio del Terciario, que consta del período Paleogeno, 55,0 Eoceno y 33,7 Oligoceno, y del período Neogeno, con 23,8 Mioceno y 5,32 la época del Plioceno, luego 1,81 período Cuaternario con Pleistoceno (o Diluvio) y 0,01 Oleoceno (o época Aluvional))	
$50 \cdot 10^6$ a		Aparecen los grandes mamíferos	
$7(1) \cdot 10^6$ a		Aparecen los homínidos	
$3 \cdot 10^6$ a		Explosión de una supernova, con subsiguientes consecuencias: radiación cósmica más intensa, más alta tasa de formación de nubes, la Tierra se enfria drásticamente, alta presión evolutiva sobre los homínidos y, como resultado, aparece el hombre. <a href="#">Ref. 230</a>	
500 000 a		Formación de las estrellas más jóvenes de la galaxia.	
500 000 a		Aparece el Homo sapiens.	
100 000 a		Inicio de la última era glacial	
90 000 a		Aparece el Homo sapiens sapiens	
11 800 a		Fin de la última era glacial, inicio de Holoceno	
6 000 a		Primeros textos escritos	
2 500 a		Inicio de la Física	
500 a		Comienza el uso del café, del lápiz y de la física moderna.	
200 a		Inicio del uso de la electricidad	
100 a		Publicaciones de Einstein	
10 to 120 a		Usted era un ser unicelular	
Presente	$c. 14 \cdot 10^9$ a	Usted está leyendo esto	$T_{oy} = 2,73$ K $T_{ov} \approx 1,6$ K $T_{ob} \approx 0$ K
Futuro		Disfrute de la vida; para los detalles y motivos, vea los siguientes volúmenes.	

a. El tiempo coordinado usado aquí es el dada por el sistema de coordenadas definido por la radiación de fondo microondas, como se explica en [página 239](#). Un año es abreviado ‘a’ (latín ‘annus’). Los errores en los últimos dígitos se indican entre paréntesis. En algunos casos se da el red-shift  $z$  en lugar de la coordenada temporal.

Vol. VI, página ?? *b.* Esta cantidad no se define exactamente ya que el big bang no es un evento espacio-temporal. Este tema será explorado más adelante.

*c.* La historia de los átomos en la Tierra demuestra que estamos hechos de las sobras de una supernova. Realmente estamos hechos de *polvo de estrellas*.

Vol. V, página ?? *d.* Aparte del término Azoico, todos los demás nombres y fechas de la escala de tiempo geológico son los de la Comisión Internacional de Estratigrafía; Las fechas se miden con la ayuda de la datación radiactiva.

A pesar de su longitud y de su interés, la tabla de la historia tiene sus limitaciones. Por ejemplo, ¿que sucedió en otro lugar durante los últimos miles de millones de años? Todavía hay una historia por escribir de la que casi nada se sabe. Por razones obvias, las investigaciones han estado más bien centradas en la Tierra.

La investigación en astrofísica está dirigida a descubrir y comprender todos los fenómenos observados en los cielos. En nuestra aventura hay que saltarse la mayoría de este tema fascinante, porque nos queremos enfocar en el movimiento. Curiosamente, la relatividad general nos permite explicar muchas de las observaciones generales sobre el movimiento en el universo.

### LA HISTORIA DEL ESPACIO-TIEMPO

Desafío 311 s

“ Un número de conejos huyen de un punto central en varias direcciones, todos con la misma velocidad. Mientras corren, un conejo gira su cabeza, y hace una observación sorprendente. ¿Cuál?

Página 226 Ref. 231 Los datos muestran que el universo está salpicado con las estrellas por todas partes lo que conduce a una conclusión simple: *el universo no puede ser estático*. La gravedad siempre cambia las distancias entre los cuerpos; las únicas excepciones son las órbitas circulares. La gravedad también cambia las distancias *promedio* entre los cuerpos: la gravedad siempre intenta colapsar las nubes. La nube más grande de todas, o sea, la formada por toda la materia en el universo, por lo tanto, debe estar cambiando: ya sea que se está colapsando o que se sigue expandiendo.

Desafío 312 ny

El primero que se atrevió a sacar esta conclusión fue Aleksander Friedmann.\* 1922 dedujo las posibles evoluciones del universo en el caso de la distribución de masa homogénea e isotrópica. Su cálculo es un ejemplo clásico de razonamiento simple pero potente. Para un universo que es homogéneo e isotrópico en cada punto, el elemento de la línea del espacio-tiempo está dada por

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) . \quad (240)$$

---

\* Aleksander Aleksandrovitsch Friedmann (1888–1925), físico ruso que predijo la expansión del universo. Después de su muerte temprana por tifus, su trabajo permaneció casi desconocido hasta que Georges A. Lemaître (b. 1894 Charleroi, d. 1966 Leuven), sacerdote y cosmólogo belga, lo tomó y amplió en 1927, concentrándose en soluciones con una singularidad inicial. Lemaître fue uno de los propagadores de la idea (errónea!) de que el big bang era un ‘acontecimiento’ de ‘creación’ y convenció a toda su organización religiosa. Las soluciones de Friedmann-Lemaître son frecuentemente conocidas, erróneamente, con el nombre de otros dos físicos que las reestudiaron mucho más tarde, en 1935 y 1936, a saber H.P. Robertson y A.G. Walker.

La cantidad  $a(t)$  se llama *factor de escala*. El factor de escala a menudo se llama, de forma poco rigurosa, el ‘radio’ o el ‘tamaño’ del universo. La materia se describe mediante una densidad  $\rho_M$  y una presión  $p_M$ . Si insertamos todo esto en las ecuaciones de campo, se obtienen dos ecuaciones que cualquier escolar puede captar; son

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_M + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (241)$$

y

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}p + \Lambda c^2. \quad (242)$$

Juntas implican que

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_M + 3p_M/c^2) a + \frac{\Lambda c^2}{3} a \quad (243)$$

y

$$\dot{\rho}_M = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_M + p_M/c^2), \quad (244)$$

donde el punto arriba indica la derivada con respecto al tiempo. La ecuaciones (243) y (244) dependen de solamente dos constante de la naturaleza: la constante gravitatoria  $G$ , relacionada con la fuerza o potencia máximas en la naturaleza, la velocidad de la luz  $c$ , y la constante cosmológica  $\Lambda$ , que describe la densidad de energía del vacío, o, si se prefiere, la fuerza mínima en la naturaleza. La ecuación (243) expresa, en forma inusual, la conservación de la energía, es decir, la primera ley de la termodinámica. La conservación de la energía ya está implícita en la definición de la métrica utilizada por Friedmann. La ecuación (244) expresa que la constante cosmológica  $\Lambda$  *acelera* la expansión  $\dot{a}$  y que la materia, a través de la gravedad, *desacelera* la expansión  $\dot{a}$  del universo.

Antes de discutir las ecuaciones, veamos primero algunos puntos de vocabulario. En lo que sigue, el índice 0 se refiere al tiempo presente En la actualidad  $t_0$ , la presión de la materia es insignificante. En este caso, la expresión  $\rho_M a^3$  es constante en el tiempo. El parámetro de Hubble presente está definido por  $H_0 = \dot{a}_0/a_0$ . Describe la velocidad de expansión del universo, si lo prefiere, la velocidad del conejo en el rompecabezas anterior. Es costumbre relacionar todas las densidades de masa a la llamada densidad de masa crítica  $\rho_c$  dada por by

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx (8 \pm 2) \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3 \quad (245)$$

correspondiente a aproximadamente 8, más o menos 2, átomos de hidrógeno por metro cúbico. En la Tierra, podríamos llamar a este valor un *vacío* extremadamente bueno. Tales son las diferencias entre la vida cotidiana y el universo en su conjunto. En cualquier caso, la densidad crítica caracteriza una distribución de materia que conduce a una evo-

Página 126  
Desafío 313 e

Desafío 314 e

Desafío 315 ny

lución del propio universo entre la expansión sin fin y el colapso. Ciertamente, esta densidad es la crítica, que lleva a una evolución denominada marginal, sólo en el caso de la *anulación* de la constante cosmológica. A pesar de esta restricción, el término ‘densidad de masa crítica’ se utiliza ahora también en todos los demás casos. Así podemos hablar de una densidad de masa adimensional  $\Omega_M$  definida como

$$\Omega_M = \rho_0 / \rho_c . \quad (246)$$

La constante cosmológica también puede estar relacionada con esta densidad crítica estableciendo

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G \rho_c} = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} . \quad (247)$$

Un tercer parámetro sin dimensiones  $\Omega_K$  describe la curvatura del espacio. Se define en términos del radio actual del universo  $R_0$  y la curvatura constante  $k = \{1, -1, 0\}$  como

$$\Omega_K = \frac{-k}{R_0^2 H_0^2} \quad (248)$$

y su signo es opuesto al de la curvatura  $k$ ;  $\Omega_K$  se anula para la anulación de la curvatura. Obsérvese que un universo *positivamente* curvado, cuando es homogéneo e isotrópico, es necesariamente cerrado y de volumen finito. Un universo *plano* o curvado *negativamente* con la misma distribución de materia puede estar abierto, es decir, de volumen infinito, pero no necesita ser así. Podría ser simple o múltiplemente conexo. En estos casos la topología no está completamente fijada por la curvatura.

Como se mencionó antes, el parámetro de Hubble actual se define por  $H_0 = \dot{a}_0/a_0$ . De la ecuación (241) entonces obtenemos la relación central

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 . \quad (249)$$

En el pasado, cuando faltaban datos, los físicos estaban divididos en dos campos: los *claustrofóbicos* creían que  $\Omega_K > 0$  y los *agorafóbicos* que creían que  $\Omega_K < 0$ . Más detalles sobre los valores medidos de estos parámetros se darán en breve. El diagrama de la Figura 95 muestra los rangos más interesantes de los parámetros junto con los comportamientos correspondientes del universo. Las mediciones modernas son consistentes con un universo plano,  $\Omega_K = 0$ .

Para el parámetro de Hubble, las más modernas medidas dan un valor de

$$H_0 = 71 \pm 4 \text{ km/sMpc} = 2,3 \pm 2 \cdot 10^{-18} / \text{s} \quad (250)$$

La cual corresponde a una edad del universo de  $13,8 \pm 1$  miles de millones de años. Dicho de otro modo, la edad deducida de la historia del espacio-tiempo concuerda con la edad, dada anteriormente, deducida de la historia de las estrellas.

Para tener una idea de cómo evoluciona el universo, se acostumbra a utilizar el llamado parámetro de desaceleración  $q_0$ . Se define como

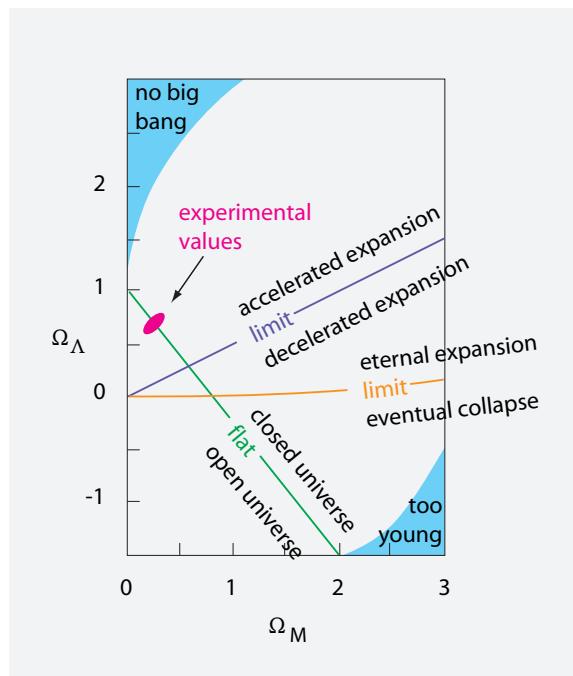


FIGURA 95 Los rangos para los parámetros  $\Omega$  y sus consecuencias.

$$q_0 = -\frac{\ddot{a}_0}{a_0 H_0^2} = \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda . \quad (251)$$

El parámetro  $q_0$  es positivo si la expansión se está desacelerando, y negativo si la expansión se está acelerando. Estas posibilidades se muestran también en el diagrama de la Figura 95.

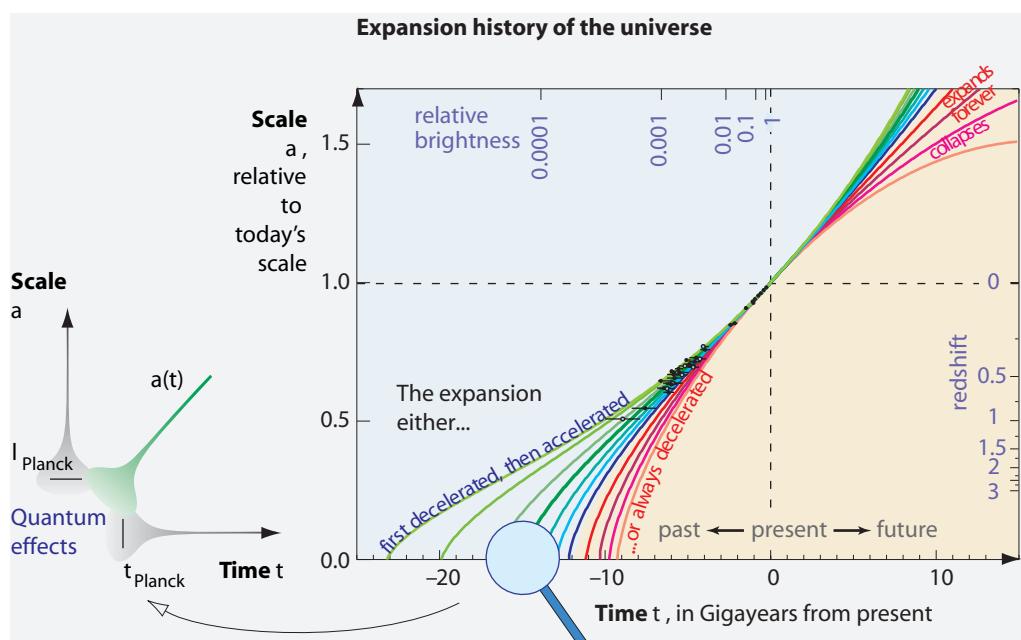
Una manera aún más clara de imaginar la expansión del universo para una presión que se va anulando es reescribir la ecuación (241) usando  $\tau = t H_0$  y  $x(\tau) = a(t)/a(t_0)$ , dando

$$\left( \frac{dx}{d\tau} \right)^2 + U(x) = \Omega_K$$

where  $U(x) = -\Omega_\Lambda x - \Omega_\Lambda x^2 . \quad (252)$

Esto parece como la ecuación de evolución para el movimiento de una partícula con masa 1, con energía total  $\Omega_K$  en un potencial  $U(x)$ . Las evoluciones resultantes se deducen fácilmente.

Para una  $\Omega_\Lambda$  que se *anula*, el universo se expande para siempre, o recolapsa, dependiendo del valor de la densidad de masa-energía. Para un  $\Omega_\Lambda$  que *no se anula* (positivo), el potencial tiene exactamente un máximo; si la partícula tiene suficiente energía para superar el máximo, acelerará continuamente. Los datos muestran que esa es la situación en la que el universo parece estar hoy. Cualquiera de los casos dice:



**FIGURA 96** La evolución de la escala del universo a para diferentes valores de su densidad de masa, así como los datos medidos (el gráfico de la derecha es cortesía de Saul Perlmutter y el Supernova Cosmology Project).

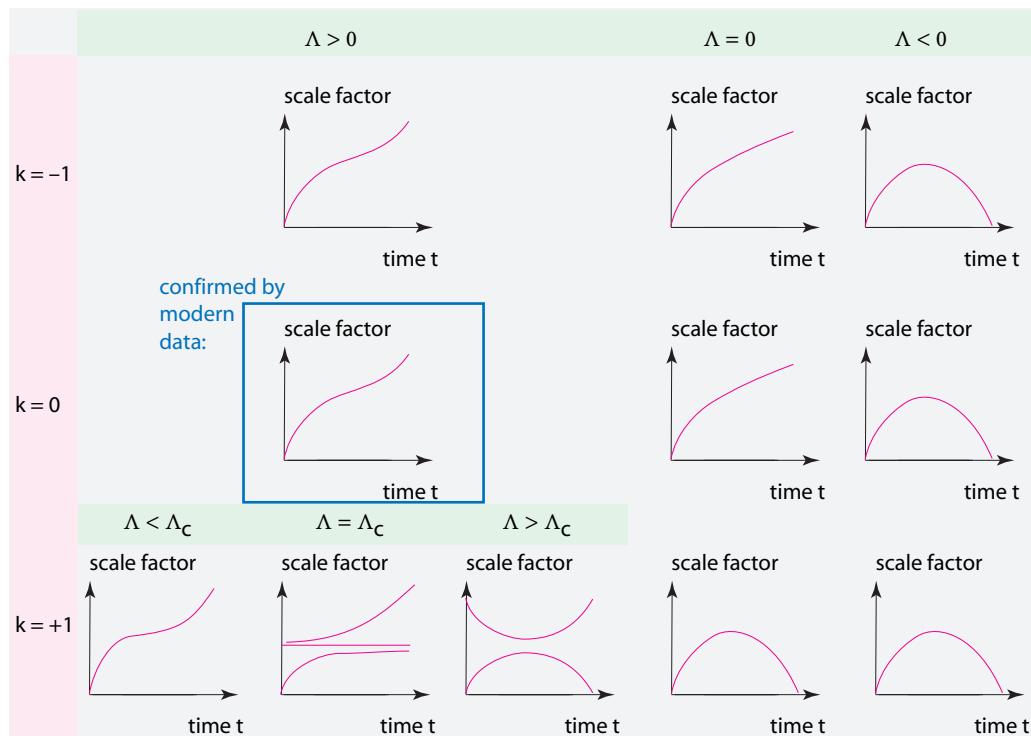
- ▷ La relatividad general y el cielo nocturno negro implican que el universo se está expandiendo.

En otras palabras, el universo *no* es estático. Esta fue la audaz conclusión de Friedmann. Para un cierto intervalo de tiempo, la expansión resultante se muestra en la [Figura 96](#). Observamos que debido a su expansión isotrópica, el universo tiene un marco de referencia preferido: el marco definido por la materia promedio. El tiempo medido en ese marco es el tiempo enumerado en la [Tabla 5](#) y en la [Figura 96](#), y es el momento que asumimos cuando hablamos sobre la *edad* del universo.

- ▷ La relatividad general y el cielo nocturno negro implican que el universo una vez fue extremadamente pequeño y luego se expandió rápidamente. La evolución más temprana se llama *Big Bang*.

Hay dos puntos a señalar: primero el conjunto de curvas posibles se describe por *dos* parámetros, no uno. Además, las líneas *no se pueden* dibujar hasta el tamaño *cero*, pero solo para tamaños muy pequeños. Hay dos razones principales: todavía no entendemos el comportamiento de la materia a una energía muy alta, y no entendemos el comportamiento del espacio-tiempo a una energía muy alta. Volveremos a esta importante cuestión más adelante.

La principal conclusión que puede extraerse de trabajo de Friedmann es que un universo homogéneo e isotrópico es *no estático*, o bien se expande o bien se contrae. En cualquiera de los casos, tiene una *edad finita*. Esta idea profunda tardó muchos años



**FIGURA 97** La evolución a largo plazo del factor de escala  $a$  del universo a para diversos parámetros.

en extenderse entre la comunidad de la cosmología; incluso a Einstein le llevó mucho tiempo acostumbrarse a ella.

Una visión general de las posibilidades de la *evolución a largo plazo* se da en la [Figura 97](#). La evolución puede tener varios resultados. A principios del siglo XX, la gente decidía entre ellos por preferencia personal. Albert Einstein primero prefirió la solución  $k = 1$  y  $\Lambda = a^{-2} = 4\pi G\rho_M$ . Es la solución inestable encontrada cuando  $x(\tau)$  permanece en la parte superior del potencial  $U(x)$ .

En 1917, el físico holandés Willem de Sitter había encontrado, para consternación personal de Einstein, que un universo vacío con  $\rho_M = p_M = 0$  y  $k = 1$  es también posible. Este tipo de universo se expande durante grandes tiempos. El universo De Sitter muestra que en casos especiales, ¡la materia no es necesaria para que exista el espacio-tiempo!

Lemaître había encontrado universos en expansión para la masa positiva, y sus resultados también fueron discutidos por Einstein al principio. Cuando más tarde las primeras mediciones confirmaron los cálculos, la idea de un universo masivo y expansivo se hizo popular. Se convirtió en el *modelo estándar* en los libros de texto.

Sin embargo, en una especie de ceguera colectiva que duró de alrededor de 1950 a 1990, casi todos creían que  $\Lambda = 0$ .<sup>\*</sup> Sólo hacia el final del siglo XX el progreso experimental permitió hacer afirmaciones basadas en evidencias en lugar de creencias o preferencias personales, como veremos en breve. Pero antes que nada resolveremos un viejo

Desafío 317 ny

Desafío 318 ny

\* In this case, for  $\Omega_M \geq 1$ , the age of the universe follows  $t_0 \leq 2/(3H_0)$ , where the limits correspond. For vanishing mass density we have  $t_0 = 1/H_0$ .



**FIGURA 98** Todos los colores, como el azul del cielo, están presentes también por la noche, como muestra esta larga exposición. En la parte superior izquierda, el objeto brillante es Marte; La mitad inferior muestra un arco de niebla de colores raros creado por la luz de la luna (© Wally Pacholka).

problema.

#### ¿POR QUÉ EL CIELO ES OSCURO POR LA NOCHE?

“In der Nacht hat ein Mensch nur ein Nachthemd an, und darunter kommt gleich der Charakter.”

Rober Musil

En primer lugar, el cielo no es negro por la noche - es de color azul oscuro. Visto desde la superficie de la Tierra, tiene el mismo color azul que durante el día, como muestra cualquier fotografía de larga exposición, como la de la [Figura 98](#). Pero ese color del cielo nocturno, como el color del cielo durante el día, se debe a la luz de las estrellas que es dispersada por la atmósfera. Si queremos conocer el color real del cielo, tenemos que ir por encima de la *atmósfera*. Allí, para los ojos, el cielo es negruzco. Pero las mediciones muestran que incluso el cielo vacío no es completamente negro por la noche; Está lleno de radiación de alrededor de 200 GHz; más precisamente, se llena de radiación que corresponde a la emisión térmica de un cuerpo a 2,73 K. Esta *radiación cósmica de fondo* es la radiación térmica remanente del *big bang*.

[Ref. 232](#) Así, el universo es más frío que las estrellas. Pero ¿por qué es esto así? Si el universo fuera homogéneo en grandes escalas e infinitamente grande, tendría un número infinito

\* ‘Por la noche, una persona se viste sólo con un camisón, y directamente debajo de él está el carácter.’ Robert Musil (b. 1880 Klagenfurt, d. 1942 Geneva), escritor.



**FIGURA 99** Arriba: en un bosque profundo, o incluso infinito, solo los árboles son visibles, y nada hay detrás de ellos. Abajo: por la noche, podemos ver las estrellas, pero también lo que está detrás, es decir, el cielo negro. El universo es por lo tanto de dimensión finita (© Aleks G, NASA/ESA)

Desafío 319 s

de estrellas. Mirando en cualquier dirección, veríamos la superficie de una estrella. ¡El cielo nocturno sería tan brillante como la superficie del Sol! ¿Puede convencer a su abuela de esto?

En un bosque profundo, uno ve un árbol en cada dirección. Del mismo modo, en un universo ‘profundo’, veríamos una estrella en todas direcciones, como se muestra en [Figura 99](#). Ahora, la estrella promedio tiene una temperatura superficial de unos 6000 K. Si vivimos en un universo profundo y antiguo, viviríamos efectivamente dentro de un

horno con una temperatura de alrededor de 6000 K! Sería imposible disfrutar de un helado.

Así pues, ¿por qué el cielo es *negro* por la noche, a pesar de estar lleno de radiación de estrellas a 6000 K, es decir, con luz 6000 K blanca? Esta paradoja fue más claramente formulada en 1823 por el astrónomo Wilhelm Olbers.\* Debido a que discutió ampliamente la cuestión, esto también se llama la paradoja de *Olbers*.

Hoy se sabe que dos efectos principales explican la oscuridad de la noche. En primer lugar, dado que el universo es finito en edad, estrellas distantes están brillando durante menos tiempo. Las vemos en una etapa más joven o incluso durante su formación, cuando eran más oscuras. Como resultado, el porcentaje de brillo de estrellas lejanas es más pequeño que la de las estrellas cercanas, de manera que se reduce la temperatura media del cielo.\*\* Hoy sabemos que incluso si toda la materia del universo se convirtiera en radiación, el universo aún así no sería tan brillante como lo que se acaba de calcular. En otras palabras, la potencia y la duración de estrellas son demasiado bajas para producir el brillo de horno recién mencionado. En segundo lugar, podemos argumentar que la radiación de estrellas lejanas es desplazada al rojo y que el volumen que la radiación debe llenar está aumentando de forma continua, de manera que la temperatura media efectiva del cielo también se reduce.

Ref. 233

Ref. 234

Desafío Ref. 232

Son necesarios cálculos para decidir qué efecto para la oscuridad de la noche es el más importante. Este problema ha sido estudiado con gran detalle por Paul Wesson; él explicó que el primer efecto, oscuridad debida a un máximo para la vida finita de las estrellas, es mayor que el segundo, oscuridad debido al desplazamiento al rojo, por un factor de aproximadamente tres. Sin embargo, ambos efectos se deben a la edad finita del universo. Así, podemos afirmar correctamente que *el cielo es oscuro por la noche sobre todo porque el universo tiene una edad finita*.

Ref. 235

Observamos que la oscuridad del cielo surge sólo porque la velocidad de la luz es finita. ¿Puede confirmar esto?

La oscuridad del cielo también nos dice que el universo tiene una *gran edad* (pero finita). En efecto, la radiación de fondo de 2,7 K es así de fría, a pesar de haber sido emitida a 3000 K, porque es desplazada al rojo, gracias al efecto Doppler. Bajo supuestos razonables, la temperatura  $T$  de esta radiación cambia con el factor de escala  $a(t)$  del universo como

$$T \sim \frac{1}{a(t)} . \quad (253)$$

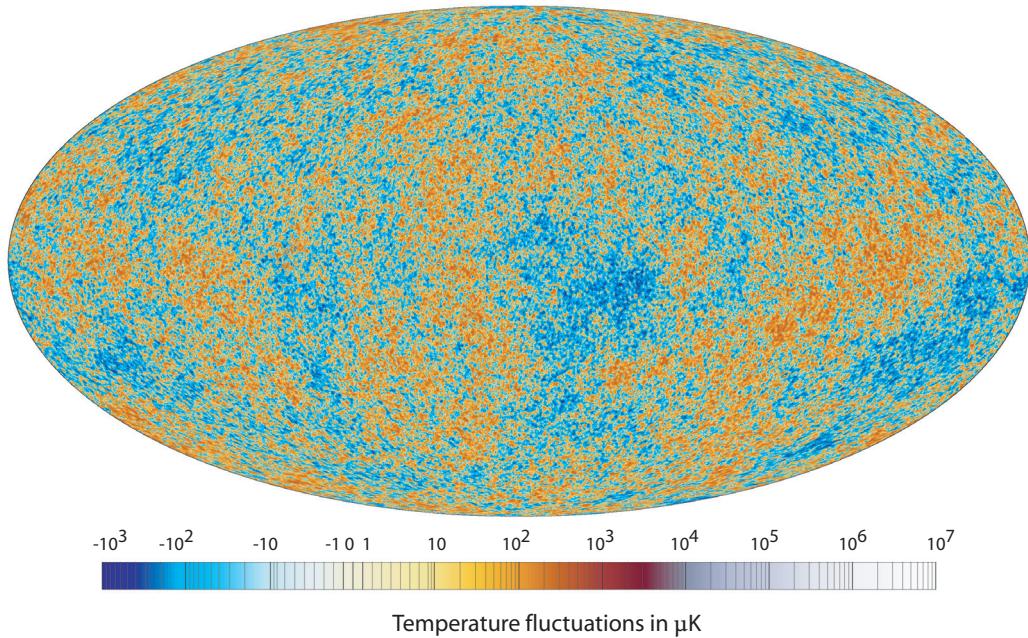
En un universo joven, no podríamos ver las estrellas, aunque existieran.

Del brillo del cielo en la noche, medido en alrededor de  $3 \cdot 10^{-13}$  veces la de una estrella promedio como el Sol, podemos deducir algo interesante: la densidad de estrellas en el

\* Heinrich Wilhelm Matthäus Olbers (b. 1758 Arbergen, d. 1840 Bremen) astrónomo. Descubrió dos planetoides, Palas y Vesta, y cinco cometas; desarrolló el método de cálculo de las órbitas parabólicas para los cometas, que todavía está en uso hoy en día. Olbers también apoyó activamente al matemático y al astrónomo Friedrich Wilhelm Bessel en su elección de carrera. La paradoja se denomina así en su honor, aunque otros habían hecho apotaciones similares antes, por ejemplo el astrónomo suizo Jean Philippe Loys de Cheseaux en 1744 y Johannes Kepler en 1610.

\*\* ¿Puede explicar que el cielo no es negro sólo porque está pintado de negro o hecho de chocolate negro? O más en general, que el cielo no está hecho de y no contiene ninguna sustancia oscura y fría, como el propio Olbers sugirió, y como John Herschel refutó en 1848?

Desafío 320 ny



**FIGURA 100** Una imagen de color falso de las *fluctuaciones* de la radiación de fondo cósmica, después de que se haya sustraído el desplazamiento Doppler de nuestro movimiento local y las señales de la Vía Láctea (© Planck/ESA).

universo debe ser mucho menor que en nuestra galaxia. La densidad de estrellas en la galaxia se puede deducir contando las estrellas que vemos en la noche. Pero la densidad de estrellas promedio en la galaxia conduciría a valores mucho más altos para el brillo nocturno si fuera constante en todo el universo. Podemos deducir así que la galaxia es mucho *más pequeña* que el universo simplemente midiendo el brillo del cielo nocturno y contando las estrellas en el cielo. ¿Puede hacer el cálculo explícito?

Ref. 233

Desafío 322 e

Desafío 323 ny

En resumen, el cielo es negro, o mejor, muy oscuro por la noche porque el espacio-tiempo y la materia *son finitos, pero muy viejos*. Como cuestión secundaria, aquí hay un problema: ¿hay una paradoja de Olbers también para la gravitación?

#### LAS VARIACIONES DE COLOR DEL CIELO NOCTURNO

No sólo el cielo nocturno no es negro; la oscuridad del cielo nocturno incluso depende de la dirección en que se esté mirando.

Dado que la Tierra se está moviendo en comparación con el promedio de estrellas, el color oscuro del cielo muestra un desplazamiento Doppler. Pero incluso cuando se compensa este movimiento se mantienen algunas variaciones de color. Las variaciones son pequeñas, pero pueden ser medidas con los satélites especiales. Los resultados más precisos son los obtenidos en 2013 por el satélite europeo Planck que se muestran en la **Figura 100**. Estas variaciones demuestran que el universo tenía ya algunas faltas de ho-

mogeneidad cuando se emitió la luz detectada. La [Figura 100](#) proporciona una impresión del universo cuando era ‘joven’ con apenas 380 000 años.

Los datos de la [Figura 100](#) han sido estudiados con gran detalle. Esto permite a los investigadores deducir con precisión la edad del universo – 13,8 Ga –, su composición, y muchos otros aspectos. Estos experimentos y estudios están aún en curso.

### ¿ES EL UNIVERSO ABIERTO, CERRADO O MARGINAL?

“ – ¿No te hace sentir pequeño la inmensidad del universo?  
– Puedo sentirme pequeño sin la ayuda del universo.

Anónimo

A veces, la historia del universo se resume en dos palabras: *Bang!* ... *Crunch* (Crujido). Pero ¿el universo realmente recolapsará, o va a expansionarse para siempre? ¿O se trata de una situación marginal intermedia? Los parámetros que deciden su destino son la densidad de masa y la constante cosmológica.

La principal novedad de la última década de la astrofísica del siglo XX son los resultados experimentales que nos permiten determinar todos estos parámetros. Se están utilizando varios métodos. El primer método es obvio: determinar la velocidad y la distancia de estrellas lejanas. Para grandes distancias, esto es difícil, ya que las estrellas son tan débiles. Pero ahora se ha vuelto posible buscar en el cielo supernovas, las brillantes estrellas en explosión, y determinar su distancia a partir de su brillo. Esto actualmente se está realizando con la ayuda de las búsquedas electrónicas en el cielo, usando de los telescopios más grandes disponibles.

[Ref. 236](#)

Un segundo método es la medición de la anisotropía de la radiación cósmica de fondo. A partir del espectro de potencia observado como una función del ángulo, se puede deducir la curvatura del espacio-tiempo.

Un tercer método es la determinación de la densidad de masa utilizando el efecto de lente gravitacional de la luz de quásares distantes dobladas alrededor de las galaxias o cúmulos de galaxias.

Un cuarto método es la determinación de la densidad de masa usando racimos de galaxias (clusters). Se espera que todas estas mediciones mejoren mucho en los próximos años.

[Página 254](#)

[Ref. 237](#)

En la actualidad, estos cuatro conjuntos de medidas completamente independientes proporcionan los valores

$$\Omega_M \approx 0,3 \quad , \quad \Omega_\Lambda \approx 0,7 \quad , \quad \Omega_K \approx 0,0 \quad (254)$$

Donde los errores son del orden de 0.1 o menos. Los valores implican que

- ▷ el universo es espacialmente plano, su expansión se está acelerando y no habrá gran crujido (big crunch).

Sin embargo, no es posible ninguna afirmación definitiva sobre la topología. Regresaremos a este último tema en breve.

[Página 256](#)

En particular, los datos muestran que la densidad de materia, incluyendo toda la materia oscura, es sólo aproximadamente un tercio del valor crítico\*. Más de dos tercios son dados por el término cosmológico. Para la constante cosmológica  $\Lambda$  las presentes medidas producen

$$\Lambda = \Omega_\Lambda \frac{3H_0^2}{c^2} \approx 10^{-52} / \text{m}^2 . \quad (255)$$

Este valor tiene implicaciones importantes para la teoría cuántica, ya que corresponde a una densidad de energía de vacío

$$\rho_\Lambda c^2 = \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \approx 0,5 \text{ nJ/m}^3 \approx \frac{10^{-46} (\text{GeV})^4}{(\hbar c)^3} . \quad (256)$$

Pero el término cosmológico también implica una presión de vacío negativa  $p_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2$ . Insertando este resultado en la relación para el potencial de gravedad universal deducido de la relatividad

$$\Delta\varphi = 4\pi G(\rho + 3p/c^2) \quad (257)$$

Ref. 238 obtenemos

$$\Delta\varphi = 4\pi G(\rho_M - 2\rho_\Lambda) . \quad (258)$$

Desafío 324 ny Así, la aceleración gravitacional alrededor de una masa  $M$  es

$$a = \frac{GM}{r^2} - \frac{\Lambda}{3}c^2r = \frac{GM}{r^2} - \Omega_\Lambda H_0^2 r , \quad (259)$$

Lo que demuestra que una energía *positiva* del vacío realmente conduce a un efecto gravitacional *repulsivo*.

Insertando el valor indicado (255) para la constante cosmológica  $\Lambda$  nos encontramos con que el efecto de repulsión es insignificante incluso para la distancia entre la Tierra y el Sol. De hecho, el orden de magnitud del efecto repulsivo es mucho menor que el de la atracción, por lo que no se puede esperar una confirmación experimental directa de esta desviación de la gravedad universal en absoluto. Probablemente las determinaciones astrofísicas seguirán siendo las únicas posibles. En particular, una constante gravitacional positiva se manifiesta a través de una componente positiva en la tasa de expansión.

Pero la situación es desconcertante. El origen de esta constante cosmológica *no* se explica por la relatividad general. Este misterio será resuelto sólo con la ayuda de la teoría cuántica. En cualquier caso, la constante cosmológica es el primer aspecto local y cuántico de la naturaleza detectado por medios astrofísicos.

---

\* La diferencia entre la densidad total de materia y la densidad de materia bariónica medible por separado, que es solo alrededor de un sexto del valor anterior, aún no se ha explicado. También podría ser que el universo contenga sustancias de un tipo hasta ahora desconocido. Podemos decir que el universo no es WYSIWYG (acrónimo de la expresión “What you see is what you get” -lo que ves es lo que obtienes-) ; hay materia e *invisible* u *oscura*. Este problema, el problema de la materia oscura, es una de las cuestiones no resueltas más importantes de la cosmología.

Desafío 325 ny

## ¿POR QUÉ ES TRANSPARENTE EL UNIVERSO?

¿Podría el universo estar lleno de agua, que es transparente, tal como lo sostienen algunos libros populares para explicar la lluvia? No. Incluso si el universo estuviera lleno de aire, la masa total nunca habría permitido que el universo alcanzara el tamaño actual; habría recollapsado mucho antes y no existiríamos.

Desafío 326 ny

Vol. V, página ??

El universo es, pues, transparente porque está casi vacío. Pero, *¿por qué* está tan vacío? En primer lugar, en los tiempos en que el tamaño del universo era pequeño, toda antimateria se aniquilaba con la cantidad correspondiente de materia. Sólo quedó una pequeña fracción de materia, que originalmente era ligeramente más abundante que la antimateria. Esta fracción de  $10^{-9}$  es la materia que vemos ahora. Como consecuencia, hay  $10^{-9}$  veces tantos más fotones en el universo que electrones o quarks.

Además, 380 000 años después de la aniquilación de la antimateria, todos los núcleos y electrones disponibles se recombinaron formando átomos y sus agregados, como estrellas y personas. Ninguna carga libre que interactuara con los fotones se encontraba más al acecho, de modo que a partir de ese momento la luz podría viajar a través del espacio como lo hace hoy en día, siendo afectada sólo cuando golpea una estrella o una partícula de polvo o algún otro átomo. La observación de esta radiación cósmica de fondo demuestra que la luz puede viajar durante más de 13 000 millones de años sin problemas ni perturbaciones. En realidad, si recordamos que la densidad media del universo es de  $10^{-26} \text{ kg/m}^3$  y que la mayor parte de la materia está agrupada por gravitación en las galaxias, podemos imaginar que hay un vacío óptimo entre ellas. Como resultado, la luz puede viajar a lo largo de grandes distancias sin obstáculo notable.

Vol. V, página ??

Pero, ¿por qué el vacío es transparente? Esa es una pregunta más profunda. El vacío es transparente porque no contiene cargas eléctricas ni horizontes: cargas u horizontes son indispensables para absorber luz. De hecho, la teoría cuántica muestra que el vacío contiene las llamadas *cargas virtuales*. Sin embargo, estas cargas virtuales no tienen efectos sobre la transparencia del vacío.

## LA GRAN EXPLOSIÓN Y SUS CONSECUENCIAS

“Μελέτη θανάτου. Aprende a morir.  
Platón, *Phaedo*, 81a.

Página 227

Ref 240

Sobre todo, el modelo de big bang caliente, que se deduce del color de las estrellas y galaxias, afirma que hace unos catorce mil millones de años el universo entero era extremadamente pequeño. Este hecho le dio al big bang su nombre. El término fue creado (con un tono sarcástico) en 1950 por Fred Hoyle, quien por cierto nunca creyó que se aplicara a la naturaleza. Sin embargo, el término puso de moda. Dado que la pequeñez pasada del universo se comprueba directamente, necesitamos buscar otras consecuencias verificables. Las principales son las siguientes:

- Toda materia se mueve respecto de toda otra materia. Este punto se observó antes de que se propusiera el modelo.
  - La edad máxima para cada sistema en el universo es finita. Recientemente, se ha encontrado que la edad máxima es 13,8(1) Ga Ga, alrededor de catorce mil millones de años.

- Hay una radiación de fondo térmica. La temperatura observada  $T_\gamma$  está alrededor de 2,7 K, y se encontró independientemente del modelo de big bang; concuerda con las deducciones del valor máximo de edad.
- La masa del universo está formada por aproximadamente un 75 % de hidrógeno y un 23 % de helio. Estos valores están de acuerdo con las expectativas.
- Para una constante cosmológica no nula  $\Lambda$ , la expansión del universo se acelera. Se ha observado aceleración, aun cuando su valor no puede predecirse.
- Para una constante cosmológica no nula, la gravedad newtoniana se reduce ligeramente. Este punto está aún por confirmar.
- Hay neutrinos de fondo con una temperatura de aproximadamente  $T_\nu \approx 2$  K. La teoría dice que  $T_\nu/T_\gamma \approx (4/11)^{1/3}$ . Estos neutrinos aparecieron alrededor de 0,3 s después del big bang. Este punto está aún por confirmar

Debe enfatizarse que estas consecuencias *confirman* el modelo del Big Bang caliente, pero que históricamente, solo el valor de la temperatura de fondo fue *pronosticado* por el modelo. Los dos últimos puntos, sobre la temperatura de los neutrinos y sobre la desviación de la gravitación universal, también son pronósticos verdaderos, pero aún no han sido confirmados. La tecnología probablemente no nos permitirá controlar estas dos predicciones en el futuro previsible. Por otro lado, no hay evidencia en contra de ellos.

Ref. 240 Las descripciones competidoras del universo que evitan una primera fase caliente no han tenido éxito en las observaciones correspondientes. Sin embargo, siempre cabe la posibilidad de que esto pueda cambiar en el futuro.

Ref. 241 Además, los argumentos matemáticos afirman que con distribuciones tan oscuras tales como las observadas en el universo, junto con algunas hipótesis generales bastante débiles, no hay forma de evitar un período en el pasado *finito* en el que el universo era extremadamente pequeño y cálido. Así que vale la pena echar un vistazo más de cerca a la situación.

### ¿FUE EL BIG BANG UN BIG BANG?

En primer lugar, ¿fue el big bang una especie de explosión? Esta descripción implica que algún material transforma la energía interna en movimiento de sus partes. Sin embargo, no había tal proceso en la historia temprana del universo. Ciertamente, una mejor descripción es que el espacio-tiempo se está expandiendo, en lugar de que sea la materia la que se mueva. El mecanismo y el origen de la expansión es *desconocido* en este punto de nuestro ascenso de montaña. Debido a la importancia de la expansión espacial, todo el fenómeno *no se puede* llamar explosión en absoluto. Y, obviamente, no había ni tampoco hay ningún medio portador de sonido en el espacio interestelar, de modo que no se puede hablar de un ‘bang’ en ningún sentido del término.

En segundo lugar, ¿fue grande el big bang? El universo visible era bastante pequeño hace unos catorce mil millones de años, mucho más pequeño que un átomo. En resumen, el big bang no era ni grande ni bang; pero el resto es correcto.

### ¿FUE LA GRAN EXPLOSIÓN UN EVENTO?

“Quid faciebat deus, antequam faceret caelum et terram? ...Non faciebat aliquid.\*  
Agustín de Hippona, *Confesiones*, XI, 12.

La teoría del big bang es una descripción de lo que sucedió en *todo* el espacio-tiempo. A pesar de lo que a menudo se escribe en artículos de periódicos superficiales y poco rigurosos, en cada momento de la expansión el espacio ha sido de tamaño no nulo: el espacio *nunca* fue un punto singular. La gente que pretende que lo es, está haciendo declaraciones ostensiblemente plausibles, pero falsas. La teoría del big bang es una descripción de la *expansión* del espacio-tiempo, no de su comienzo. Siguiendo el movimiento de la materia en el tiempo – incluso despreciando la cuestión de los errores de medición – la relatividad general puede deducir la existencia de una singularidad inicial sólo si se supone que existe materia puntiforme. Sin embargo, esta suposición es incorrecta. Además, el efecto de las no linealidades en la relatividad general en situaciones de altas densidades de energía aún no está completamente aclarado. Sobre todo, el Big Bang ocurrió por todo el universo. (Esta es la razón por la cual los investigadores ponderan la *inflación* "para explicar los diversos aspectos del universo.) En resumen, *el big bang no fue un evento*.

Más importante aún, la teoría cuántica demuestra que el big bang *no era* una verdadera singularidad, ya que ningún observable físico, ni densidad ni temperatura, alcanza nunca un valor infinitamente grande (o infinitamente pequeño). Tales valores no pueden existir en la naturaleza.

\*\* En cualquier caso, hay un acuerdo general de que los argumentos basados en la relatividad general *pura* por sí solos no pueden hacer declaraciones correctas sobre el big bang. Sin embargo, la mayoría de las declaraciones en artículos periodísticos son de este tipo.

### ¿FUE EL BIG BANG UN PRINCIPIO?

Preguntar por lo que había antes del big bang es como preguntar qué está al norte del Polo Norte. Al igual que nada está al norte del Polo Norte, así, nada era antes del big bang. Esta analogía podría ser malinterpretada para implicar que el big bang tuvo su comienzo en un solo punto en el tiempo, que por supuesto es incorrecto, como acaba de explicarse. Pero la analogía es mejor de lo que parece: En realidad, *no hay un* Polo Norte preciso, ya que la teoría cuántica demuestra que hay una indeterminación fundamental en cuanto a su posición. También hay una indeterminación correspondiente para el big bang.

Ciertamente, no se necesitan más de tres líneas para mostrar con la teoría cuántica que el tiempo y el espacio *no están* definidos ni en el big bang ni cerca del mismo. Daremos este sencillo argumento en el primer capítulo de la parte final de nuestra subida a la montaña. Por lo tanto, el big bang no puede ser llamado un ‘comienzo’ del universo. Nunca hubo un momento en que el factor de escala  $a(t)$  del universo fuera cero.

Vol. VI, página ??

\* ‘¿Qué estaba haciendo Dios antes de hacer el cielo y la Tierra? ... No estaba haciendo nada.’ Agustín de Hippona (b. 354 Tagaste, d. 430 Hippo Regius) fue un teólogo influyente.

Vol. VI, página ??

\*\* Muchos físicos aún desconfían de hacer declaraciones tan fuertes sobre este punto. La parte final de nuestro aventura da los argumentos precisos que conducen a la conclusión.

El error conceptual de afirmar que el tiempo y el espacio existen desde un ‘principio’ en adelante se encuentra con frecuencia. De hecho, la teoría cuántica muestra que cerca del big bang, los eventos *no pueden* ser ordenados ni siquiera ser definidos. Másivamente, *no hay principio; nunca* ha habido un primer evento o singularidad inicial.

Ref. 242 Obviamente, el concepto de tiempo no se define ‘fuera’ o ‘antes’ de la existencia del universo; este hecho ya estaba claro para los pensadores hace más de mil años. Es entonces tentador concluir que el tiempo debe haber *comenzado*. Pero, como vimos, esto también es un error lógico: en primer lugar, no hay acontecimiento de partida, y segundo, el tiempo no fluye, como ya se ha aclarado en el comienzo de nuestro caminar.

Vol. I, página ?? Un error similar está detrás de la idea de que el universo tenía ciertas ‘condiciones iniciales’. Las condiciones iniciales por definición sólo tienen sentido para objetos o campos, es decir, para entidades que se pueden observar desde el exterior, es decir, para entidades que tienen un entorno. El universo no cumple con este requisito; por lo tanto, no puede tener condiciones iniciales. Sin embargo, mucha gente todavía insiste en pensar en esta cuestión; curiosamente, Stephen Hawking vendió millones de copias de un libro explicando que una descripción sin condiciones iniciales es la más atractiva, sin mencionar el hecho de que no hay otra posibilidad de todos modos.\*

Ref. 243 En resumen, el big bang no es un comienzo, ni implica uno. Descubriremos la forma correcta de pensar en ello en la parte final de nuestro ascenso de montaña.

### ¿EL BIG BANG IMPLICA LA CREACIÓN?

“ [La teoría general de la relatividad produce]  
Duda universal sobre Dios y su creación.  
Un cazador de brujas

Vol. III, página 357 La creación, es decir, la aparición de algo de la nada, necesita un concepto ya existente de espacio y tiempo para tener sentido. El concepto de ‘aparición’ no tiene sentido en caso contrario. Pero cualquiera que sea la descripción del big bang, ya sea clásica, como en este capítulo, o mecánica cuántica, como en los posteriores, esta condición nunca se cumple. Incluso en la presente descripción, clásica del big bang, que dio origen a su nombre, no hay aparición de la materia, ni de la energía, ni de ninguna otra cosa. Y esta situación *no cambia* en ninguna descripción posterior, mejorada, ya que el tiempo o el espacio nunca están definidos *antes* de la aparición de la materia.

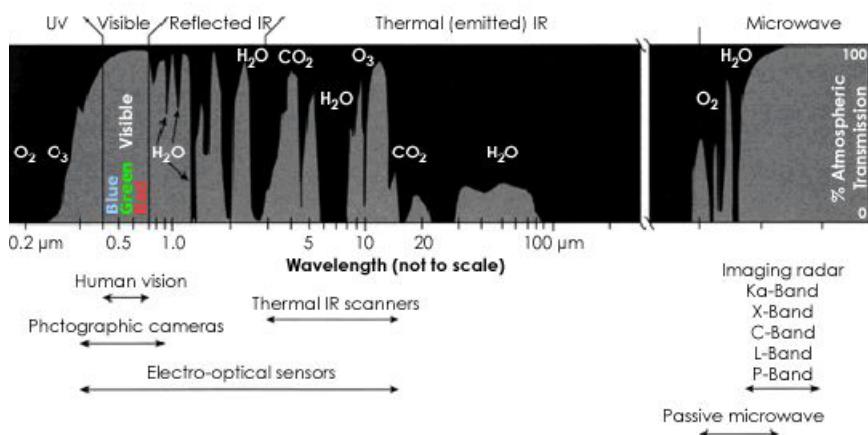
Vol. VI, página ?? En realidad, faltan todas las propiedades de una creación: no hay un ‘momento’ de la creación, ninguna aparición de la nada, ninguna elección de condiciones ‘iniciales’ fuera de un conjunto de posibilidades y, como veremos con más detalle en el último volumen de esta aventura, ni siquiera una elección de ‘leyes’ físicas particulares de cualquier conjunto de posibilidades.

Desafío 327 ny

En resumen, el big bang no implica ni alberga un proceso de creación. El big bang *no* fue un evento, *no* un comienzo y *no* un caso de creación. Es imposible continuar el ascenso de la Montaña de Movimiento si no aceptamos cada una de estas tres conclusiones. Negarlos es continuar en el dominio de las creencias y los prejuicios, renunciando así efectivamente al ascenso de la montaña.

---

\* Esta afirmación seguirá provocando fuertes reacciones entre los físicos; Se tratará con más detalle en la sección sobre la teoría cuántica.



**FIGURA 101** La transmitancia de la atmósfera (NASA).

### ¿POR QUÉ PODEMOS VER EL SOL?

En primer lugar, el Sol es visible porque el aire es transparente. No es evidente que el aire sea transparente; de hecho, es transparente sólo a la luz *visible* y para algunas frecuencias seleccionadas. La radiación infrarroja y ultravioleta son absorbidas en su mayoría. Las razones están en el comportamiento de las moléculas de las que consta el aire, principalmente nitrógeno, oxígeno y algunos otros gases transparentes. Varias lunas y planetas del sistema solar tienen atmósferas opacas: tenemos la suerte de poder ver las estrellas por completo.

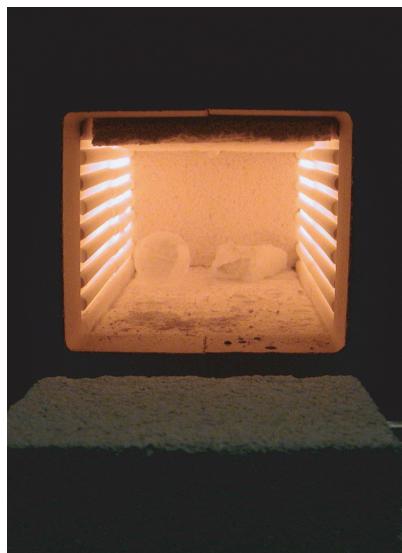
En realidad, incluso el aire no es completamente transparente; las moléculas de aire *dispersan* un poco la luz. Es por eso que el cielo y las lejanas montañas aparecen azules y los atardeceres rojos. Sin embargo, nuestros ojos no son capaces de percibir esto, y las estrellas son invisibles durante la luz del día. A muchas longitudes de onda lejos del espectro visible, la atmósfera es incluso opaca, como muestra la Figura 101. (También es opaco para todas las longitudes de onda inferiores a los 200 nm, hasta los rayos gamma. En el rango de longitudes de onda largas, permanece transparente hasta una longitud de onda de 10 a 20 m, dependiendo de la actividad solar, cuando la ionosfera se extingue)

En segundo lugar, podemos ver el Sol porque el Sol, como todos los cuerpos calientes, *emite* luz. Describimos más adelante los detalles de la *incandescencia*, como se llama este efecto.

En tercer lugar, podemos ver el Sol porque nosotros y nuestro ambiente y el ambiente del Sol somos *más fríos* que el Sol. De hecho, los cuerpos incandescentes se pueden distinguir de su fondo solamente si el fondo es más frío. Esto es una consecuencia de las propiedades de la emisión de luz incandescente, usualmente llamada *radiación del cuerpo negro*. La radiación es independiente del material, de modo que para un ambiente con la misma temperatura que el cuerpo, no se puede ver nada en absoluto. Cualquier horno, como el que se muestra en la Figura 102 proporciona una prueba.

Finalmente, podemos ver el Sol porque no es un agujero negro. Si lo fuera, no emitiría (casi) ninguna luz.

Obviamente, cada una de estas condiciones se aplica a las estrellas también. Por ejem-



**FIGURA 102** Un horno caliente al rojo muestra que a alta temperatura, los objetos y su entorno no pueden distinguirse entre sí. (© Wikimedia).

plo, sólo podemos verlos porque el cielo nocturno es negro. Pero entonces, ¿cómo explicar el cielo multicolor?

#### ¿POR QUÉ DIFIEREN LOS COLORES DE LAS ESTRELLAS?

Las estrellas son visibles porque emiten luz visible. Hemos encontrado varios efectos importantes que determinan los colores: las diversas temperaturas entre las estrellas, el desplazamiento Doppler debido a una velocidad relativa con respecto al observador, y el cambio gravitacional al rojo.

No todas las estrellas son buenas aproximaciones a los cuerpos negros, de modo que la ley de radiación del cuerpo negro no siempre describe con precisión su color. Sin embargo, la mayoría de las estrellas son aproximaciones razonables de los cuerpos negros. La temperatura de una estrella depende principalmente de su tamaño, su masa, su composición y su edad, como los astrofísicos están contentos de explicar. Orión es un buen ejemplo de una constelación de colores: cada estrella tiene un color diferente. Las fotografías de larga exposición muestran maravillosamente esto.

El color básico determinado por la temperatura cambia por dos efectos. El primero, el desplazamiento al rojo de *Doppler z*, depende de la velocidad  $v$  entre la fuente y el observador como

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_o} - 1 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 . \quad (260)$$

Tales desplazamientos desempeñan un papel significativo solamente para las estrellas remotas, y por tanto débiles, visibles a través del telescopio. Con el ojo desnudo, los cambios Doppler no pueden ser vistos. Pero los desplazamientos Doppler pueden hacer que las estrellas distantes brillen en el infrarrojo en lugar de en el dominio visible. En efecto, los desplazamientos Doppler más altos observados para los objetos luminosos son mayores que 5.0, lo que corresponde a una velocidad de recesión de más del 94 % de la velocidad

Vol. III, página 160

Ref. 244

Vol. I, página ??

Desafío 328 ny

TABLA 6 The colour of the stars.

Clase	Temperatura	Ejemplo	Localización	color
O	30 kK	Mintaka	δ Orionis	azul-violeta
O	31(10) kK	Alnitak	ζ Orionis	azul-violeta
B	22(6) kK	Bellatrix	γ Orionis	azul
B	26 kK	Saiph	κ Orionis	azul-blanca
B	12 kK	Rigel	β Orionis	azul-blanca
B	25 kK	Alnilam	ε Orionis	azul-blanca
B	17(5) kK	Regulus	α Leonis	azul-blanca
A	9,9 kK	Sirius	α Canis Majoris	azul-blanca
A	8,6 kK	Megrez	δ Ursae Majoris	blanca
A	7,6(2) kK	Altair	α Aquilae	amarilla-blanca
F	7,4(7) kK	Canopus	α Carinae	amarilla-blanca
F	6,6 kK	Procyon	α Canis Minoris	amarilla-blanca
G	5,8 kK	Sol	eclíptica	amarilla
K	3,5(4) kK	Aldebaran	α Tauri	naranja
M	2,8(5) kK	Betelgeuse	α Orionis	roja
D	<80 kK	-	-	cualquiera

Nota. Las enanas blancas, o estrellas de clase D, son restos de estrellas implosionadas, con un tamaño de sólo unas pocas decenas de kilómetros. No todas son blancas; Pueden ser amarillas o rojas. Ellas representan el 5 % de todas las estrellas. Ninguna es visible a simple vista. Las incertidumbres de temperatura en el último dígito se indican entre paréntesis.

El tamaño de todas las otras estrellas es una variable independiente y se añade a veces como números romanos al final del tipo espectral. (Sirius es una estrella A1V, Arcturus una estrella K2III). Existen gigantes y supergigantes en todas las clases de O a M.

Para acomodar las enanas marrones, se han propuesto dos nuevas clases estelares, L y T.

Desafío 329 ny

de la luz. Obsérvese que en el universo, el cambio de color rojo también está relacionado con el factor de escala  $R(t)$  por

$$z = \frac{R(t_0)}{R(t_{\text{emisión}})} - 1 . \quad (261)$$

La luz con un desplazamiento al rojo de 5.0 fue emitida pues cuando el universo tenía una sexta parte de su edad actual.

El otro efecto de cambio de color, el *desplazamiento gravitatorio* al rojo  $z_g$ , depende de la densidad de materia de la fuente y está dado por

$$z_g = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{f_s}{f_0} - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2R}}} - 1 . \quad (262)$$

Desafío 330 e

Página 263

Por lo general es bastante más pequeño que el cambio Doppler. ¿Puede confirmar esto?

No se conocen otros procesos de cambio de color rojo; además, tales procesos estarían en contradicción con todas las propiedades conocidas de la naturaleza. Pero la cuestión del color lleva a la siguiente pregunta.

### ¿HAY ESTRELLAS OSCURAS?

Podría ser que algunas estrellas no se vean porque son oscuras. Esto podría ser una explicación para la gran cantidad de materia oscura que se observa en las mediciones recientes de la radiación de fondo. Este tema es actualmente de gran interés y muy debatido. Se sabe que los objetos más masivos que Júpiter pero menos masivos que el Sol pueden existir en estados que emiten apenas luz. Cualquier estrella con una masa por debajo del 7.2 % de la masa del Sol no puede comenzar la fusión y se llama enana marrón. No está claro en la actualidad cuántos de estos objetos existen. Muchos de los llamados ‘planetas’ extrasolares son probablemente enanas marrones. La cuestión aún no se ha resuelto.

Página 265

Otra posibilidad para las estrellas oscuras son los agujeros negros. Estos se discuten en detalle a continuación.

### ¿SON TODAS LAS ESTRELLAS DIFERENTES? - LENTES GRAVITACIONALES

“ Per aspera ad astra.\*

Ref. 245

¿Estamos seguros de que por la noche, dos estrellas son realmente diferentes? La respuesta es no. Recientemente, se demostró que dos ‘estrellas’ eran en realidad dos imágenes del mismo objeto. Esto se encontró comparando el parpadeo de las dos imágenes. Se encontró que el parpadeo de una imagen era exactamente el mismo que el otro, cambiado sólo por 423 días. Este resultado fue encontrado por el astrofísico estonio Jaan Pelt y su grupo de investigación mientras observaba dos imágenes de cuásares en el sistema Q0957+561.

Ref. 246

Las dos imágenes son el resultado de *lente gravitacional*, un efecto ilustrado en la Figura 103. De hecho, una gran galaxia se puede ver entre las dos imágenes observadas por Pelt, y mucho más cerca de la Tierra que la estrella. Este efecto ya había sido considerado por Einstein; sin embargo no creía que fuera observable. El verdadero padre de la lente gravitatoria es Fritz Zwicky, quien predijo en 1937 que el efecto sería bastante común y fácil de observar, si se consideraban galaxias alineadas en vez de estrellas alineadas, como efectivamente resultó ser el caso.

Curiosamente, cuando se conoce el retardo de tiempo, los astrónomos son capaces de determinar el tamaño del universo a partir de esta observación. ¿Puede imaginar cómo?

Desafío 331 ny

Si los dos objetos masivos observados están alineados exactamente detrás uno del otro, el más distante se ve como *anillo* alrededor del más cercano. Tales anillos se han observado realmente, y la imagen de la galaxia alrededor de una galaxia central en primer plano B1938+666, demostrada en la Figura 104, es uno de los ejemplos más hermosos. En

---

\* ‘A través de las dificultades hacia las estrellas.’ Un famoso lema latino. A menudo incorrectamente dado como ‘per ardua ad astra’.

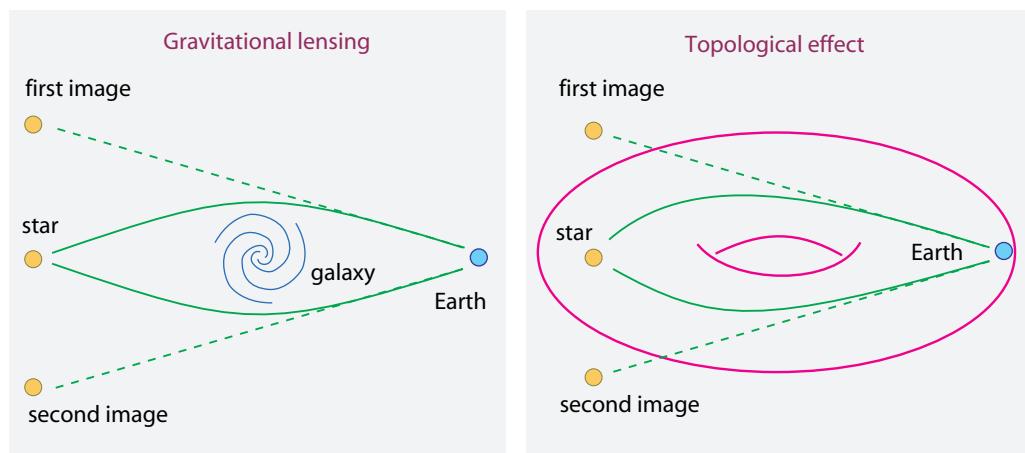


FIGURA 103 Dos maneras en que una sola estrella puede conducir a varias imágenes.

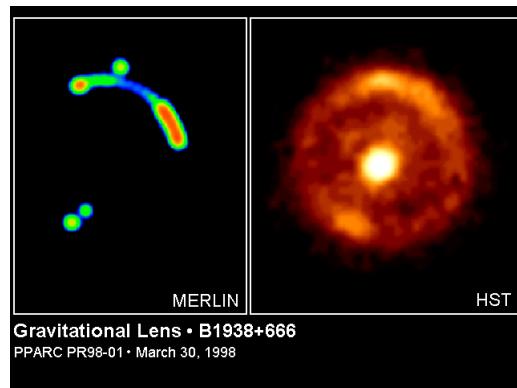
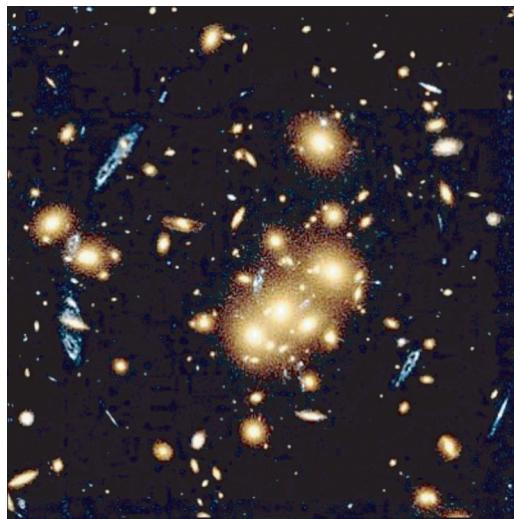


FIGURA 104 El anillo de Zwicky-Einstein B1938 + 666, visto en el espectro radioeléctrico (izquierda) y en el dominio óptico (derecha) (NASA).

2005, también se descubrieron varios casos de lentes gravitacionales para estrellas. Más interesante aún, se han observado tres eventos en los que una de las dos estrellas tiene un planeta de masa terrestre. Los próximos años seguramente llevarán a otras observaciones adicionales, ayudadas por el programa de observación del cielo en el hemisferio sur que comprueba el brillo de alrededor de 100 millones de estrellas cada noche.

En general, las imágenes de estrellas cercanas son verdaderamente únicas, pero para las estrellas lejanas el problema es complicado. Para las estrellas individuales, el tema no es tan importante, visto en general. De forma tranquilizadora, sólo se han identificado hasta ahora 80 imágenes de estrellas múltiples. Pero cuando las galaxias enteras se ven como varias imágenes a la vez (y varias decenas se conocen hasta ahora) podríamos empezar a ponernos nerviosos. En el caso del cluster de galaxias CL0024+1654, Figura 105, siete delgadas, alargadas, imágenes azules de la misma galaxia distante se ven alrededor de las galaxias elípticas amarillas, más cercanas.

Sin embargo, varias imágenes se pueden crear no sólo por las lentes gravitacionales; la *forma* del universo también podría jugar algunos trucos.



**FIGURA 105** Múltiples imágenes azules de una galaxia formada por el cluster amarillo CL0024+1654 (NASA).

### ¿CUÁL ES LA FORMA DEL UNIVERSO?

Una analogía popular para la expansión del universo es la comparación con un globo de goma que aumenta de diámetro al soplar aire en él. La superficie del globo se asume que corresponden al volumen del universo. Se asume igualmente que los puntos en el globo corresponden a las galaxias; su distancia aumenta continuamente. La superficie del globo es finita y no tiene límite. Por analogía, esto sugiere que el volumen del universo tiene un volumen finito, pero ningún límite. Esta analogía presupone que el universo tiene la misma topología, la misma ‘forma’ que la de una esfera con una dimensión adicional.

Ref. 247

Pero ¿cuál es la evidencia experimental de esta analogía? No mucha. Nada definitivo se sabe sobre la forma del universo. Es extremadamente difícil determinarla, simplemente debido a su gran tamaño. Los experimentos muestran que en la cercana región del universo, digamos dentro de unos pocos millones de años luz, la topología es simplemente conexa. Sin embargo, para grandes distancias, casi nada es seguro. Tal vez la investigación de las explosiones de rayos gamma nos dirá algo acerca de la topología, ya que estas explosiones se originan con frecuencia desde el principio de los tiempos.\* Tal vez incluso el estudio de las fluctuaciones de la radiación cósmica de fondo nos pueda decir algo. Toda esta investigación se encuentra todavía en su infancia.

Dado que se sabe poco, podemos preguntar acerca de la gama de posibles respuestas. Como se acaba de mencionar, en el modelo estándar de la cosmología, hay tres opciones. Para  $k = 0$ , compatible con los experimentos, la topología simple del espacio es espacio euclíadiano tridimensional  $\mathbb{R}^3$ . Para  $k = 1$ , el espacio-tiempo por lo general se supone que es un producto del tiempo lineal, con la topología de  $\mathbb{R}$  de la línea real, y una esfera  $S^3$  para el espacio. Esta es la forma más simple posible, que corresponden a un universo *simplemente conexo*. Para  $k = -1$ , la opción más sencilla para el espacio es una variedad hiperbólica  $H^3$ .

---

\* La historia se cuenta desde el punto de vista matemático por BOB OSSERMAN, *Poetry of the Universe*, 1996.

Página 238 Además, la Figura 95 muestra que, dependiendo del valor de la constante cosmológica, el espacio podría ser finito y limitado, o infinito e ilimitado. En la mayoría de los cálculos de Friedmann-Lemaître, la conectividad simple por lo general se supone tácitamente, a pesar de que no es en absoluto necesaria.

Bien podría ser que el espacio-tiempo fuera *múltiplemente* conexo, como una versión con más dimensiones de un toro, como se ilustra en el lado derecho de la Figura 103. Un toro todavía tiene  $k = 0$  en todas partes, pero con una topología global no trivial. Para  $k \neq 0$ , el espacio-tiempo también podría tener topologías aún más complejas. \* Si la topología no es trivial, incluso podría ser que el número real de las galaxias fuera mucho menor que el número observado. Esta situación correspondería a un calidoscopio, donde unos pocos granos producen un gran número de imágenes.

De hecho, el abanico de posibilidades no se limita a los casos simple y múltiplemente conexos sugeridos por la física clásica. Si se incluyen los efectos cuánticos, aparecen opciones adicionales y mucho más complejas; que serán discutidos en la última parte de nuestra caminata.

Vol. VI, página ??

### ¿QUÉ HAY TRAS EL HORIZONTE?

“ Si llegué al borde más alejado del cielo, ¿podría extender mi mano o mi bastón hacia lo que está afuera o no? Sería paradójico no poder extenderlo.

Arquitas de Tarento (428–347 BCE)

“ El universo es un lugar grande; quizás el más grande.

Kilgore Trout, *Venus on the Half Shell*.

Desafío 332 ny

Ref. 249 El horizonte del cielo nocturno es una entidad difícil. En efecto, todos los modelos cosmológicos muestran que se mueve rápidamente alejándose de nosotros. Una investigación detallada muestra que para un universo dominado por la materia, el horizonte se

aleja de nosotros con una velocidad

Página 245

Un resultado bonito ¿no es así? Obviamente, ya que el horizonte no transporta ninguna señal, esto no es una contradicción de la relatividad. Ahora, las medidas muestran que el espacio es esencialmente plano. Así pues podemos preguntarnos: ¿qué hay detrás del horizonte?

Desafío 333 s

Si el universo es *abierto* o *marginal*, la materia que vemos en la noche es la predicha ingenuamente por la relatividad general aplicada – literalmente – una infinitamente pequeña parte de toda la materia existente. En realidad, un universo abierto o marginal implica que hay una cantidad infinita de la materia tras el horizonte. ¿Es verificable tal afirmación?

Ref. 248

---

\* La métrica de Friedmann-Lemaître también es válida para cualquier cociente de las topologías simples mencionadas anteriormente por un grupo de isometrías, llevando a espacios diedros y espacios lenticulares en el caso  $k = 1$ , a toroides en el caso  $k = 0$  y a *cualquier* variedad hiperbólica en el caso  $k = -1$ .

**Desafío 334 s** En un universo *cerrado*, todavía se predice que exista materia tras el horizonte; sin embargo, en este caso es sólo una cantidad finita. ¿Es esta afirmación verificable?

En resumen, el modelo *estándar* (concordante) de la cosmología indica que hay una gran cantidad de materia tras el horizonte. Como la mayoría de los cosmólogos, barremos el problema debajo de la alfombra y lo retomaremos solo más tarde en nuestro caminar. Una descripción precisa del tema es proporcionada por la hipótesis de la inflación.

### ¿POR QUÉ HAY ESTRELLAS POR TODAS PARTES? – INFLACIÓN

¿Cuáles fueron las condiciones iniciales de la materia? La materia se distribuye en una densidad constante por el espacio en expansión a gran velocidad. ¿Cómo pudo pasar esto? La persona que ha explorado esta cuestión más a fondo es Alan Guth. Hasta ahora, hemos basado nuestros estudios sobre el cielo nocturno, la cosmología, en dos principios observacionales: la isotropía y la homogeneidad del universo. Además, el universo es (casi) plano. La conjetura de la inflación es un intento de entender el origen de estas observaciones.

La planicidad en el instante actual del tiempo es extraña: el estado plano es una solución inestable de las ecuaciones de Friedmann. Puesto que el universo sigue siendo plano después de catorce mil millones de años, debe haber sido incluso más plano cerca del big bang.

**Ref. 250** Guth argumentó que la precisión de la planitud, la homogeneidad y la isotropía del universo podrían continuar si en el primer segundo de su historia el universo hubiera pasado por una fase corta de aumento exponencial del tamaño, que él llamó *inflación*. Este aumento exponencial del tamaño, por un factor de  $10^{26}$  aproximadamente, homogeneizaría el universo. Esta evolución extremadamente corta sería impulsada por un campo todavía desconocido, el *campo inflatón*. La inflación también parece describir correctamente el crecimiento de inhomogeneidades en la radiación cósmica de fondo.

Sin embargo, hasta ahora, la inflación plantea tantas preguntas como resuelve. Veinte años después de su propuesta inicial, el mismo Guth es escéptico sobre si es un paso conceptual hacia adelante. La última palabra sobre el tema aún no se ha dicho.

### ¿POR QUÉ HAY TAN POCAS ESTRELLAS? - EL CONTENIDO DE ENERGÍA Y ENTROPIA DEL UNIVERSO

“ Die Energie der Welt ist constant. Die Entropie der Welt strebt einem Maximum zu.\* ”  
Rudolph Clausius

La densidad de la materia-energía del universo es cercana a la crítica. La inflación, que se describe en la sección anterior, es la explicación preferida para esta conexión. Esto implica que el número real de estrellas está dado por el comportamiento de la materia a temperaturas extremadamente altas, y por la densidad de energía sobrante a más baja temperatura. La conexión precisa sigue siendo tema de investigación intensa. Pero esta cuestión también plantea una pregunta sobre la cita anterior. ¿Estaba en lo cierto el creador del término ‘entropía’, Rudolph Clausius, cuando hizo esta famosa declaración? Echemos un vistazo a lo que la relatividad general tiene que decir sobre todo esto.

\* ‘La energía del universo es constante. Su entropía tiende hacia un máximo.’

En la relatividad general, una energía *total* puede de hecho ser definida, en contraste con la energía *localizada*, que no se puede. La energía total de todo el material y la radiación es ciertamente una constante del movimiento. Se da por la suma de las partes bariónicas, luminosas y de los neutrinos:

$$E = E_b + E_\gamma + E_\nu \approx \frac{c^2 M_0}{T_0} + \dots \approx \frac{c^2}{G} + \dots . \quad (264)$$

Este valor es constante sólo cuando está integrado sobre todo el universo, no cuando se toma sólo el interior del horizonte.\*

Muchas personas también añaden un término de energía gravitatoria. Si uno trata de hacerlo, está obligado a definirlo de tal manera que sea exactamente el negativo del término anterior. Este valor para la energía gravitacional conduce a la especulación popular de que la energía *total* del universo podría ser cero. En otras palabras, el número de estrellas también podría estar limitado por esta relación.

Sin embargo, la discusión de la *entropía* pone un fuerte interrogante detrás de todas estas declaraciones aparentemente obvias. Muchas personas han tratado de dar valores para la entropía del universo. Algunos han comprobado si la relación

$$S = \frac{kc^3 A}{G\hbar} \frac{1}{4} = \frac{kG}{\hbar c} 4\pi M^2 , \quad (265)$$

Ref. 251

Desafío 335 ny

Que es correcto para los agujeros negros, también se aplica al universo. Esto supone que toda la materia y toda la radiación del universo puede ser descrita por alguna temperatura media. Argumentan que la entropía del universo es sorprendentemente baja, por lo que debe haber algún principio ordenante tras ella. Otros incluso especulan sobre de dónde proviene la entropía del universo y si el horizonte es la fuente de ella.

Pero tengamos cuidado. Clausius asume, sin la más mínima duda, que el universo es un sistema cerrado, y así deduce la declaración citada anteriormente. Veamos esta suposición. La entropía describe la energía máxima que se puede extraer de un objeto caliente. Después del descubrimiento de la estructura en partículas de la materia, quedó claro que la entropía también está dada por el número de microestados que pueden constituir un macroestado específico. Pero ninguna definición tiene sentido si se aplica al universo como un todo. No hay manera de extraer energía de él, y no hay forma de decir cuántos microestados en el universo serían similares al macroestado.

Vol. I, página ??

La razón básica es la imposibilidad de aplicar el concepto de *estado* al universo. En primer lugar definimos el estado como todas aquellas propiedades de un sistema que permiten distinguirlo de otros sistemas con las mismas propiedades intrínsecas o que difieren de un observador a otro. Es posible que desee comprobar por sí mismo que para el universo, tales propiedades de estado no existen en absoluto.

Desafío 336 s

Podemos hablar del estado del espacio-tiempo y podemos hablar del estado de materia y energía. Pero no podemos hablar del estado del universo, porque el concepto no tiene sentido. Si no hay estado del universo, no hay entropía para ello. Y tampoco existe

---

\* Excepto en el caso en que la presión puede ser despreciada.

un valor energético. De hecho, ésta es la única conclusión correcta que se puede extraer de la cuestión.

### ¿POR QUÉ LA MATERIA ESTÁ AGRUPADA?

Podemos ver las estrellas porque el universo consiste principalmente de espacio vacío, en otras palabras, porque las estrellas son pequeñas y distantes. ¿Pero por qué es este el caso? La expansión cósmica se dedujo y calculó utilizando una distribución de masa homogénea. Entonces, ¿por qué la materia se agrupa?

Resulta que las distribuciones homogéneas de masa son *inestables*. Si por cualquier razón la densidad fluctúa, las regiones de mayor densidad atraerán más materia que las regiones de menor densidad. La gravedad hará que las regiones más densas aumenten en densidad y las regiones de menor densidad mermén. Desafío 365 ny ¿Puede confirmar la inestabilidad, simplemente asumiendo un espacio lleno de polvo y  $\alpha = GM/r^2$ ? En resumen, incluso una pequeña fluctuación cuántica en la densidad de masa conducirá, después de cierto tiempo, a la materia agrupada.

Pero, ¿cómo se formaron las primeras inhomogeneidades? Ese es uno de los grandes problemas de la física moderna y la astrofísica, y todavía no hay una respuesta aceptada. Varios experimentos modernos están midiendo las variaciones del espectro cósmico de la radiación de fondo con la posición angular y con la polarización; estos resultados, que estarán disponibles en los próximos años, podrían proporcionar alguna información sobre la forma de resolver el problema.

Desafío 337 ny

Ref. 252

Página 287

Desafío 338 ny

Ref. 253

### WHY ARE STARS SO SMALL COMPARED WITH THE UNIVERSE?

Dado que la densidad de la materia es alrededor de la crítica, el tamaño de las estrellas, que contienen la mayor parte de la materia, es el resultado de la interacción de las partículas elementales que las componen. A continuación, mostraremos que la relatividad general (sola) no puede explicar ningún tamaño que aparezca en la naturaleza. La discusión de este asunto es un tema de la teoría cuántica.

### ¿LAS ESTRELLAS Y LAS GALAXIAS SE ESTÁN SEPARANDO O EL UNIVERSO SE ESTÁ EXPANDIENDO?

¿Podemos distinguir entre el espacio que se expande y las galaxias que se separan? Sí podemos. ¿Puede encontrar un argumento o idear un experimento para hacerlo?

La expansión del universo no se aplica al espacio en la Tierra. La expansión se calcula para una distribución de masa homogénea e isotrópica. La materia no es ni homogénea ni isotrópica dentro de la galaxia; la aproximación del principio cosmológico no es válida aquí abajo. Incluso se ha comprobado experimentalmente, estudiando espectros atómicos en varios lugares del sistema solar, que *no* hay expansión de Hubble que tenga lugar a nuestro alrededor.

### ¿HAY MÁS DE UN UNIVERSO?

La existencia de ‘varios’ universos podría ser una opción cuando estudiamos la cuestión de si vemos todas las estrellas. Desafío 367 e Pero se puede comprobar que ni siquiera la definición de ‘universo’ dada arriba, ya sea ‘toda materia-energía’ o ‘toda materia-

Desafío 339 e  
Vol. IV, página ??

energía y todo espacio-tiempo', nos permite hablar de varios universos.

No hay manera de definir un plural para el universo: o el universo lo es todo, y entonces es único, o no lo es todo, y entonces no es el universo. Descubriremos que la teoría cuántica no cambia esta conclusión, a pesar de informes recurrentes en sentido contrario.

El que habla de muchos universos está diciendo tonterías.

### ¿POR QUÉ ESTÁN FIJAS LAS ESTRELLAS? - BRAZOS, ESTRELLAS Y PRINCIPIO DE MACH

“ Si les astres étaient immobiles, le temps et l'espace n'existeraient plus.\* ”  
Maurice Maeterlink.

Los dos brazos que poseen los seres humanos han desempeñado un papel importante en las discusiones sobre el movimiento, y especialmente en el desarrollo de la relatividad. Mirando las estrellas en la noche, podemos hacer una observación simple, si mantenemos nuestros brazos relajados. Estando de pie, nuestros brazos cuelgan. Luego nos volvemos rápidamente. Nuestros brazos se levantan. De hecho lo hacen cuando vemos las estrellas girando. Algunas personas han pasado gran parte de su vida estudiando este fenómeno. ¿Por qué?

**Ref. 254** Estrellas y brazos demuestran que el movimiento es relativo, no absoluto.\*\* Esta observación conduce a dos formulaciones posibles de lo que Einstein llamó el *principio de Mach*.

— *Los marcos inerciales están determinados por el resto de la materia en el universo.*

Esta idea se realiza efectivamente en la relatividad general. No hay duda.

— *La inercia se debe a la interacción con el resto del universo.*

Esta formulación es más controvertida. Muchos lo interpretan como significando que la *masa* de un objeto depende de la distribución de la masa en el resto del universo. Eso significaría que uno necesita investigar si la masa es anisotrópica cuando un cuerpo grande está cerca. Por supuesto, esta pregunta ha sido estudiada experimentalmente; simplemente se necesita medir si una partícula tiene los mismos valores de masa cuando se acelera en diferentes direcciones. No es sorprendente que, con un alto grado de precisión, no se haya encontrado tal anisotropía. Por lo tanto, muchos concluyen que el principio de Mach es incorrecto. Otros concluyen con un poco de dolor en el estómago que todo el tema aún no está resuelto.

**Ref. 255**

**Ref. 256** Pero, en realidad, es fácil ver que Mach *no puede* haber significado una variación de masa en absoluto: también habría que concluir que la masa es dependiente de la distancia, incluso en la física galileana. Pero esto se sabe que es falso; nadie en su sano juicio ha tenido alguna duda al respecto.

Desafío 340 e

\* 'Si los astros estuvieran inmóviles, el tiempo y el espacio no existirían.' Maurice Maeterlink (1862–1949) es un famoso dramaturgo Belga.

\*\* El razonamiento original de Newton y muchos otros usa un cubo y la superficie del agua en él; pero los argumentos son los mismos.

Todo el debate se debe a un malentendido de lo que se entiende por “inercia”: se puede interpretarlo como *masa* inercial o como *movimiento* inercial (como los brazos móviles bajo las estrellas). No hay evidencia de que Mach creyera en una masa anisotrópica o en una masa dependiente de la distancia; toda la discusión es un ejemplo de personas que se enorgullecen de no cometer un error que se imputa incorrectamente a otra persona supuestamente más estúpida.\*

Obviamente, los efectos inerciales dependen de la distribución de la masa en el resto del universo. El principio de Mach es correcto. Mach cometió algunos errores en su vida (es infame por oponerse a la idea de átomos hasta que murió, pese a las pruebas experimentales), pero su principio *no es* uno de ellos. Desafortunadamente, es de esperar que el mito sobre la incorrección del principio de Mach persista, como el de la burla de Colón.

Ref. 256

Página 211

De hecho, el principio de Mach es valioso. Como ejemplo, tome nuestra galaxia. Los experimentos muestran que es aplanada y que gira. El Sol gira alrededor de su centro en unos 250 millones de años. En realidad, si el Sol no girara alrededor del centro de la galaxia, caería en él en unos 20 millones de años. Como se mencionó anteriormente, a partir de la forma de nuestra galaxia podemos sacar la poderosa conclusión de que debe haber mucha otra materia, es decir, muchas otras estrellas y galaxias en el universo.

### EN REPOSO EN EL UNIVERSO

No hay un sistema de referencia preferido en la relatividad especial, ni un espacio absoluto. ¿Es esto también verdad en el universo actual? No; *hay un sistema preferido*. En efecto, en la cosmología estándar del big-bang, la galaxia en promedio está en reposo. Aunque hablamos del big bang, se puede sostener correctamente que cualquier galaxia en promedio está en reposo. Cada una está en caída libre. Una mejor comprensión de este marco de referencia privilegiado es proporcionado por la radiación de fondo.

En otras palabras, el cielo nocturno es negro porque nos movemos con casi ninguna velocidad a través de la radiación de fondo. Si la Tierra tuviera una gran velocidad con respecto a la radiación de fondo, el cielo estaría brillante incluso en la noche, gracias al efecto Doppler para la radiación de fondo. En otras palabras, el cielo nocturno es oscuro en todas las direcciones debido a nuestro movimiento lento contra la radiación de fondo.

Este movimiento ‘lento’ tiene una velocidad de 368 km/s. (Este es el valor del movimiento del Sol, hay variaciones debido a la adición del movimiento de la Tierra.) El valor de la velocidad es grande en comparación con la vida cotidiana, pero pequeño en comparación con la velocidad de la luz. Los estudios más detallados no cambian esta conclusión. Incluso el movimiento de la Vía Láctea y el del grupo local contra la radiación cósmica de fondo es del orden de 600 km/s; que es todavía mucho más lento que la velocidad de la luz. Las razones por las que la galaxia y el sistema solar se mueven con estas velocidades ‘bajas’ a través del universo ya han sido estudiadas en nuestra caminata. ¿Puede dar un resumen?

Por cierto, ¿es correcto el término ‘universo’? ¿El universo gira, como su nombre lo indica? Si por universo se entiende toda la experiencia, la pregunta no tiene sentido, por-

Desafío 341 e

\* Un ejemplo famoso se aprende a menudo en la escuela. Se sugiere regularmente que se burlaron de Colón porque pensaba que la Tierra era esférica. Pero nadie se burló de él por esta razón; sólo había desacuerdos sobre el *tamaño* de la Tierra y, de hecho, resultó que sus críticos tenían razón, y que estaba equivocado en su propia estimación, demasiado pequeña, del radio de la Tierra.

Ref. 257

que la rotación sólo se define para los cuerpos, es decir, para las partes del universo. Sin embargo, si por el universo solo queremos significar ‘toda materia’, la respuesta *puede ser* determinada por experimentos. Resulta que la rotación es extremadamente pequeña, si hay alguna: las mediciones de la radiación cósmica de fondo muestran que en el curso de la vida del universo, no puede haber girado por más de una centésima de millonésima parte de un giro! En resumen, ‘universo’ es un término inapropiado.

### ¿ATRAE LA LUZ A LA LUZ?

Otra razón por la que podemos ver estrellas es que su luz nos alcanza. ¿Pero por qué los rayos de luz que viajan no son perturbados por la gravitación de los otros? Sabemos que la luz es energía y que cualquier energía atrae a otra energía a través de la gravitación. En particular, la luz es la energía electromagnética, y los experimentos han demostrado que toda la energía electromagnética está sujeta a la gravitación. ¿Podrían converger dos haces de luz que avanzan con un pequeño ángulo entre ellos, debido a la atracción gravitatoria mutua? Eso podría tener efectos medibles y posiblemente interesantes sobre la luz observada desde estrellas lejanas.

Ref. 258

Desafío 342 ny

La manera más sencilla de explorar el tema es estudiar la siguiente pregunta: ¿Los haces de luz paralelos permanecen paralelos? Curiosamente, un cálculo preciso muestra que la gravitación mutua *no altera* la trayectoria de dos haces de luz paralelos, *aunque altera* la trayectoria de los haces de luz antiparalelos, es decir haces paralelos viajando en sentidos opuestos. La razón es que para los haces paralelos que se mueven a la velocidad de la luz, el componente gravitomagnético *cancela* exactamente el componente gravitoeléctrico.

Puesto que la luz no atrae la luz en su camino, la luz no es perturbada por su propia gravedad durante los millones de años que le lleva llegar hasta nosotros desde estrellas distantes. La luz no atrae o perturba la luz que se mueve a su lado. Hasta el momento, todos los efectos cuánticos y mecánicos conocidos también confirman esta conclusión.

### ¿LA LUZ SE DESCOMPONE?

En la sección sobre la teoría cuántica nos encontraremos con experimentos que muestran que la luz está hecha de partículas. Es plausible que estos fotones puedan *decaer* en alguna otra partícula, aún desconocida, o en fotones de baja frecuencia. Si eso realmente sucediera, no podríamos ver estrellas lejanas.

Desafío 343 e

Ref. 259

Pero cualquier descomposición también significaría que la luz cambiaría su dirección (¿por qué?) y así produciría imágenes borrosas para objetos remotos. Sin embargo, no se observa borrosidad. Además, el físico soviético Matvey Bronshtein demostró en la década de 1930 que cualquier proceso de decaimiento de la luz tendría una tasa mayor para las frecuencias más pequeñas. Cuando la gente comprobó el cambio de ondas de radio, en particular la famosa línea de 21 cm, y la comparó con el cambio de luz de la misma fuente, no se encontró ninguna diferencia para ninguna de las galaxias probadas.

Ref. 260

Incluso la gente comprobó que la constante de estructura fina de Sommerfeld, que determina el color de los objetos, no cambia con el tiempo. A pesar de una afirmación errónea en los últimos años, no se pudo detectar ningún cambio durante miles de millones de años.

Por supuesto, en lugar de decaimiento, la luz también podría ser *afectada* por algu-

Desafío 344 ny

Página 254

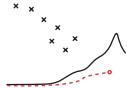
na entidad hasta ahora desconocida. Pero esta posibilidad está excluida por los mismos argumentos. Estas investigaciones también muestran que no hay ningún mecanismo de corrimiento al rojo adicional en la naturaleza aparte de los efectos Doppler y los corrimientos al rojo gravitacionales.

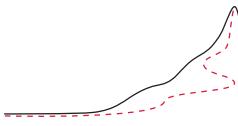
La visibilidad de las estrellas en la noche ha arrojado luz sobre numerosas propiedades de la naturaleza. Ahora continuamos nuestro ascenso de montaña con un tema más general, más cerca de nuestra búsqueda de los fundamentos del movimiento.

### RESUMEN SOBRE COSMOLOGÍA

Preguntarse qué es exactamente lo que vemos en la noche conduce a varias ideas inspiradoras y majestuosas. En primer lugar, el universo es enorme, pero de tamaño finito. En segundo lugar, el universo es extremadamente viejo, pero de una edad finita. En tercer lugar, el universo se está expandiendo.

Y si alguna vez tiene la oportunidad de mirar a través de un telescopio, ¡hágalo! Es maravilloso.





## APPENDIX 9

# AGUJEROS NEGROS - CAYENDO SIEMPRE

“Qui iacet in terra non habet unde cadat.”  
Alanus de Insulis

### ¿POR QUÉ ESTUDIAMOS LOS AGUJEROS NEGROS?

**E**l fenómeno gravitacional más extremo en la naturaleza son los agujeros negros. Ellos alcanzan el límite de proporción longitud-masa en la naturaleza. En otras palabras, producen el valor más alto posible de fuerza en su superficie, el llamado *horizonte de sucesos*. Los agujeros negros también producen los más altos valores de curvatura del espacio-tiempo. En otras palabras, los agujeros negros son los sistemas relativistas más extremos que encontramos en la naturaleza. Debido a sus propiedades extremas, el estudio de los agujeros negros es también un importante peldaño en el camino hacia la unificación y la descripción final del movimiento.

Ref. 143 *Agujero negro* es la abreviatura de “objeto completamente colapsado gravitacionalmente” Predichos hace más de dos siglos, no estuvo claro durante mucho tiempo si existían o no. Alrededor del año 2000, los datos experimentales disponibles llevaron a la mayoría de los expertos a concluir que hay un agujero negro en el centro de la mayoría de las galaxias, incluyendo la nuestra propia (vea la [Figura 106](#)). También se sospecha que hay agujeros negros en el corazón de los cuásares, del *núcleo activo galáctico* y de *estallidos de rayos gamma*. En resumen, parece que la evolución de las galaxias está fuertemente correlacionada con la evolución de los agujeros negros. Además, cerca de una docena de agujeros negros más pequeños han sido identificados un poco por todas partes en nuestra galaxia. Por estas razones, los agujeros negros que son los sistemas más impresionantes, más poderosos y más relativistas de la naturaleza, representan un tema de estudio fascinante.

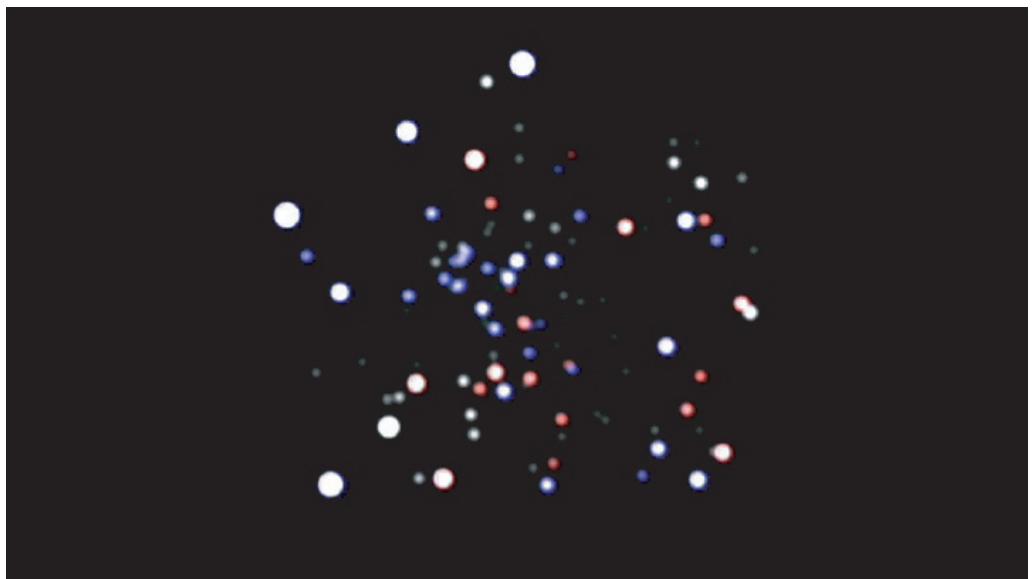
Ref. 261

Ref. 262

### CONCENTRACIÓN DE MASA Y HORIZONTES

La *velocidad de escape* es la velocidad necesaria para lanzar un proyectil de tal manera que no regrese jamás. La velocidad de escape depende de la masa y del tamaño del planeta desde el que el lanzamiento se produce: una mayor densidad del planeta implica una mayor velocidad de escape. ¿Qué ocurre cuando un planeta o una estrella tiene una *velocidad de escape* mayor que la de la luz  $c$ ? Un objeto de este tipo fue imaginado en primer lugar por el geólogo británico John Michell en 1784, e independientemente por

\*\* ‘El que está en el suelo no puede caer de él.’ El nombre original del autor es Alain de Lille (c. 1128–1203).



**FIGURA 106** Una película en lapsos de tiempo, tomada durante un período de 16 años, de las órbitas de las estrellas cerca del centro de nuestra galaxia. El objeto central invisible es tan masivo y pequeño que casi seguramente es un agujero negro (QuickTime film © ESO).

Ref. 263

el matemático francés Pierre Laplace en 1795, mucho antes de que la relatividad general fuera desarrollada. Michell y Laplace se dieron cuenta de algo fundamental: incluso si un objeto con tal velocidad de escape tan alta fuera una estrella caliente, para un observador distante aparecería como completamente negra, como se ilustra en la [Figura 107](#). El objeto no permitiría que cualquier luz lo abandonara; además bloquearía toda la luz procedente de detrás de él. En 1967, John Wheeler \* hizo popular en física la nueva expresión estándar *agujero negro*, debida a Anne Ewing,

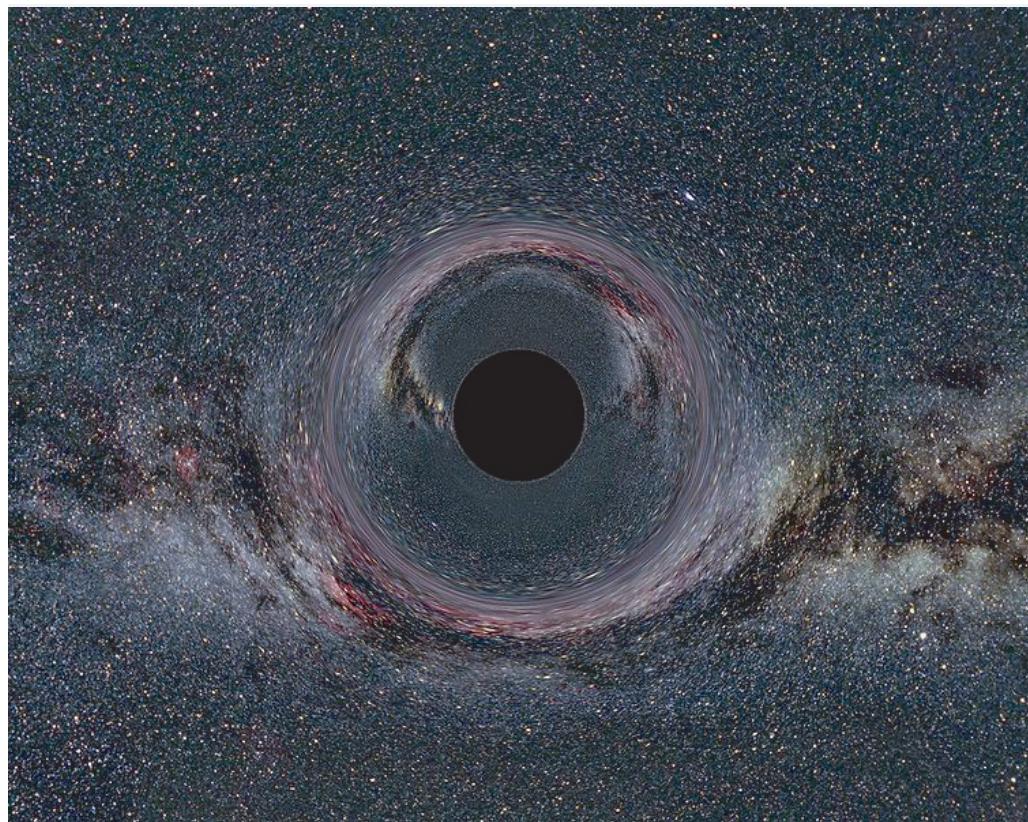
Ref. 143  
Desafío 345 e

Un cálculo de solamente unas pocas líneas permite demostrar que la luz no puede escapar de un cuerpo de masa  $M$  siempre que el radio sea más pequeño que un valor crítico dado por

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (266)$$

llamado el *radio de Schwarzschild*. La fórmula es válida tanto en gravitación universal como en relatividad general, a condición de que en relatividad general consideremos que el radio es equivalente a la longitud de la circunferencia dividida por  $2\pi$ . Un cuerpo tal alcanza el valor límite para la relación longitud-masa en la naturaleza. Por esta y otras razones que se darán en breve, llamaremos  $R_S$  también al *tamaño* del agujero negro de masa  $M$ . (Pero observe que es tan solo la mitad del diámetro.) En principio, es posible imaginar un objeto con una proporción longitud/masa más pequeña; sin embargo,

\* John Archibald Wheeler (1911–2008), físico estadounidense, importante experto en relatividad general y autor de varios excelentes libros de texto, entre ellos el hermoso JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, Scientific American Library & Freeman, 1990. En la que explica la relatividad general con pasión y en detalle, pero sin ninguna matemática.

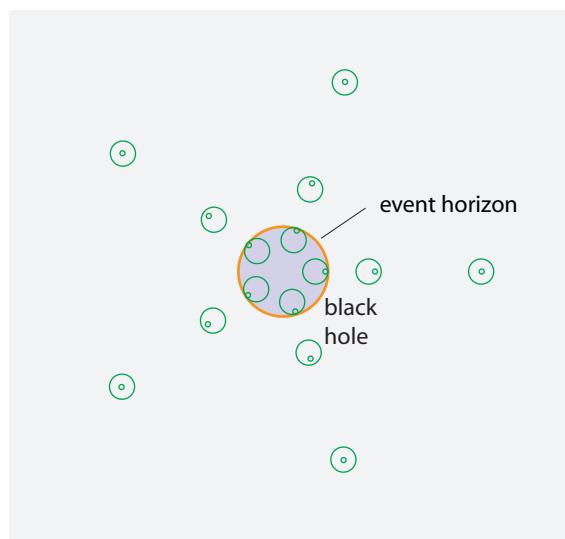


**FIGURA 107** Una imagen simulada simplificada de cómo un agujero negro de diez masas solares, con un radio de Schwarzschild de 30 km, visto desde una distancia constante de 600 km, distorsionará una imagen de la Vía Láctea en el fondo. Obsérvese que el anillo Zwicky-Einstein formado alrededor del doble del radio del agujero negro y el borde delgado y brillante (imagen de © Ute Kraus en [www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de)).

descubriremos que no hay manera de observar un objeto más pequeño que el radio de Schwarzschild, de la misma manera que no se puede observar un objeto moviéndose más rápido que la velocidad de la luz. No obstante, podemos – en el caso límite – observar agujeros negros (indirectamente, por supuesto) de igual forma que podemos observar entidades moviéndose con la velocidad de la luz.

Cuando una masa de prueba se encoge y se aproxima al radio  $R_S$  críticos, suceden dos cosas. En primer lugar, la aceleración propia local para masas puntuales (imaginarios) aumenta hasta el infinito. Para los objetos realistas de tamaño finito, el agujero negro ejerce la mayor fuerza posible en la naturaleza. Algo que cae en un agujero negro no se puede sacar fuera. Así, un agujero negro engulle toda la materia que cae en él. Actúa como una aspiradora cósmica.

En la superficie de un agujero negro, el factor de desplazamiento al rojo para un observador distante también aumenta sin límite. La relación entre las dos cantidades se llama



**FIGURA 108** Los conos de luz en el plano ecuatorial alrededor de un agujero negro no giratorio, visto desde arriba del plano.

Desafío 346 ny

gravedad de superficie de un agujero negro. Viene dada por

$$g_{\text{surf}} = \frac{GM}{R_S^2} = \frac{c^4}{4GM} = \frac{c^2}{2R_S}. \quad (267)$$

Así pues, un agujero negro no permite que la luz escape de él.

Una superficie que alcanza la fuerza límite y un desplazamiento al rojo infinito hace que sea imposible enviar luz, materia, energía o señales de ningún tipo hacia el mundo exterior. Un agujero negro está, por lo tanto, rodeado por un horizonte. Sabemos que un horizonte es una superficie límite. De hecho, un horizonte es una frontera por dos razones. En primer lugar, un horizonte es un límite para las comunicaciones: nada se puede comunicar a través de él. En segundo lugar, un horizonte es una superficie de fuerza y potencia máxima. Esas propiedades son suficientes para responder todas las cuestiones acerca de los efectos debidos a los horizontes. Por ejemplo: ¿Qué ocurre cuando un haz de luz es enviado hacia arriba desde el horizonte? ¿Y desde una posición ligeramente por encima del horizonte? La [Figura 108](#) proporciona algunas pistas.

Desafío 347 s

Los agujeros negros, considerados como objetos astronómicos, son por lo tanto diferentes de los planetas. Durante la formación de los planetas, la materia se agrupa; tan pronto como no se puede comprimir más, se alcanza un equilibrio, que determina el radio del planeta. Ese es el mismo mecanismo que cuando se lanza una piedra hacia la Tierra: deja de caer al *chocar* contra el suelo. Un ‘suelo’ se forma cuando la materia golpea otra materia. En el caso de un agujero negro, no hay suelo; todas las cosas siguen *cayendo*. Es por ello que, en lengua rusa, a los agujeros negros, antes se les llamaba *colapsares*.

Esta caída continua de un agujero negro se lleva a cabo cuando la concentración de la materia es tan alta que supera todas aquellas interacciones que hacen que la materia

Ref. 264 sea *impenetrable* en la vida diaria. En 1939, Robert Oppenheimer\* y Hartland Snyder demostraron teóricamente que se forma un agujero negro cada vez que una estrella de masa suficiente deja de brillar. Cuando una estrella de masa suficiente deja de arder, las interacciones que forman el ‘piso’ desaparecen, y todo sigue cayendo sin fin.

Un *agujero negro es materia en caída libre permanente*. Sin embargo, su radio para un observador externo ¡permanece constante! Pero eso no es todo. Por otra parte, a causa de esta caída libre permanente, los agujeros negros son el único estado de la materia en equilibrio termodinámico! En un sentido, los suelos y todos los demás estados cotidianos de la materia son metaestables: estas formas no son tan estables como los agujeros negros.

### HORIZONTES DE AGUJEROS NEGROS COMO SUPERFICIES LÍMITES

Página 88 La propiedad característica de un agujero negro es pues su *horizonte*. La primera vez que nos encontramos horizontes fue en la relatividad especial, en la sección de observadores acelerados. Los horizontes debidos a la gravitación son similares en todas sus propiedades; la sección sobre la fuerza y la potencia máxima nos dio una primera impresión. La única diferencia que hemos encontrado es debido a la omisión de la gravitación en la relatividad especial. Como resultado, los horizontes en la naturaleza no pueden ser planos, en contraste con lo sugerido por las observaciones de observadores imaginarios semejantes a puntos supuesto que existan en la relatividad especial.

Página 140 Tanto el principio de la fuerza máxima como las ecuaciones de campo implican que el espacio-tiempo alrededor de una masa simétrica por rotación (por lo tanto que no esté en rotación) y eléctricamente neutra es descrito por

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} - r^2 d\varphi^2/c^2. \quad (268)$$

Esta es la llamada *métrica de Schwarzschild*. Como se ha mencionado anteriormente,  $r$  es la circunferencia dividida por  $2\pi$ ;  $t$  es el tiempo medido en el infinito.

Ahora supongamos que la masa está fuertemente localizada. Encontramos entonces que ningún observador *externo* recibirá alguna señal emitida desde un valor de radio  $r = 2GM/c^2$  o más pequeño. A esa distancia tenemos un horizonte, y la situación describe un agujero negro. De hecho, como el tiempo propio  $i$  de un observador de radio  $r$  está relacionado con el tiempo  $t$  de un observador en el infinito a través de

$$di = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} dt, \quad (269)$$

Descubrimos que un observador en el horizonte tendría un tiempo propio que se anularía. En otras palabras, en el horizonte el corrimiento al rojo es infinito. (Más precisamente, la superficie del corrimiento al rojo infinito y el horizonte coinciden sólo para los

---

\* Robert Oppenheimer (1904–1967), Importante físico estadounidense. Puede ser llamado el padre de la física teórica en los Estados Unidos. Trabajó en la teoría cuántica y la física atómica. Luego encabezó el equipo que desarrolló la bomba nuclear durante la Segunda Guerra Mundial. También fue la más prominente (inocente) víctima de una de las cacerías de brujas más grandes jamás organizadas en su país de origen. Ver también el sitio web [www.nap.edu/readingroom/books/biomems/joppenheimer.html](http://www.nap.edu/readingroom/books/biomems/joppenheimer.html).

agujeros negros no giratorios. Para los agujeros negros giratorios, las dos superficies son distintas.) Todo lo que sucede en el horizonte continúa infinitamente lento, observado por un observador distante. En otras palabras, para un observador lejano observando lo que ocurre en el horizonte mismo, nunca sucede nada.

De la misma manera que los observadores no pueden alcanzar la velocidad de la luz, los observadores no pueden alcanzar un horizonte. Para un segundo observador, sólo puede suceder que el primero se mueva casi tan rápido como la luz; de la misma manera, para un segundo observador, sólo puede suceder que el primero haya llegado casi al horizonte. Además, igual que un viajero no puede sentir cuán cerca está de la velocidad de la luz con respecto a otro, y experimenta la velocidad de la luz como inalcanzable; de la misma manera, un viajero (en un gran agujero negro) no puede sentir lo cerca que está de un horizonte y experimenta el horizonte como inalcanzable.

No podemos decir qué está sucediendo dentro del horizonte.\* Podemos llevar esta visión hasta el extremo y afirmar que el agujero negro es un tipo de métrica de vacío. En esta perspectiva, la masa es una cantidad que está ‘construida’ por el vacío.

En la relatividad general, los horizontes de cualquier tipo se predice que son *negros*. Puesto que la luz no puede escapar de ellos, los horizontes clásicos son superficies completamente oscuras. De hecho, los horizontes son las entidades más oscuras imaginables: nada en la naturaleza es más oscuro. No obstante, descubriremos a continuación que los horizontes físicos no son completamente negros.

Página 276

Ref. 259

Desafío 349 ny

### ÓRBITAS ALREDEDOR DE AGUJEROS NEGROS

Dado que los agujeros negros curvan fuertemente el espacio-tiempo, un cuerpo que se mueve cerca de un agujero negro se comporta de maneras más complicadas de lo previsto por la gravitación universal. En la gravitación universal, los caminos son elipses, parábolas o hipérbolas; todas estas son curvas planas. Resulta que las trayectorias se encuentran en un plano sólo cerca de agujeros negros *no giratorios*.\*\*

Alrededor de los agujeros negros no giratorios, también llamados agujeros negros de Schwarzschild, las trayectorias circulares son imposibles para radios menores que  $3R_S/2$  (¿Puede demostrar por qué?) y son inestables a las perturbaciones desde allí hasta un radio de  $3R_S$ . Solamente con radios más grandes las órbitas circulares son estables. Alrededor de los agujeros negros, no hay trayectorias elípticas; el camino en forma de roseta correspondiente se muestra en la Figura 109. Tal camino muestra el famoso cambio del periastro en todo su esplendor.

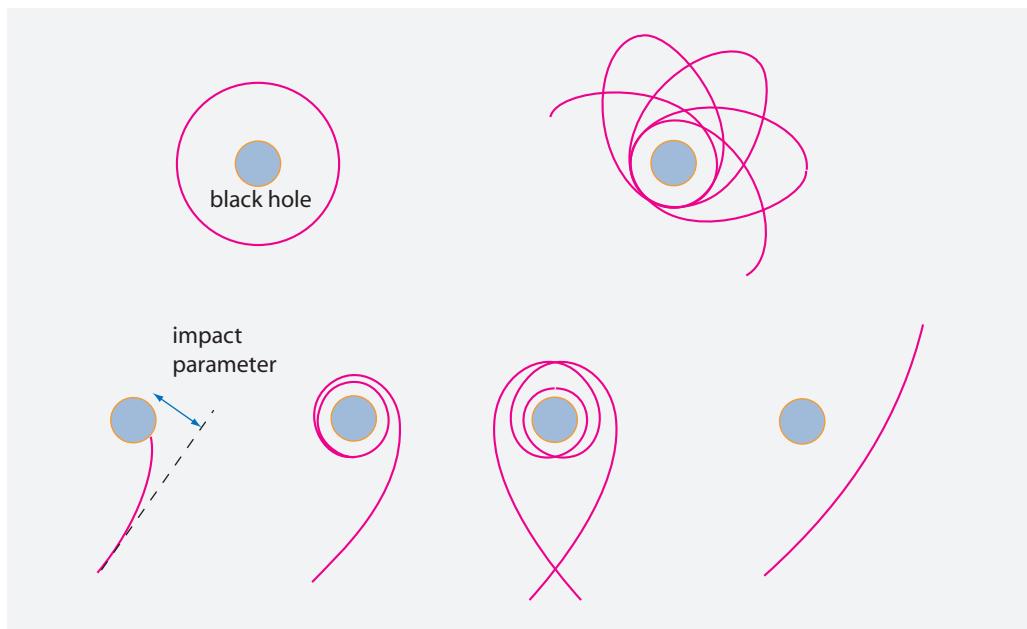
\* Naturalmente, a los matemáticos no les importan los asuntos físicos. Por lo tanto, Martin Kruskal y George Szekeres han definido coordenadas para el interior del agujero negro. Sin embargo, estos y otros sistemas de coordenadas similares son curiosidades académicas poco realistas, ya que contradicen la teoría cuántica. Los sistemas de coordenadas para el interior del horizonte de un agujero negro tienen el mismo estatus de coordenadas que los sistemas detrás del horizonte cosmológico: son sistemas de creencias que no son verificables experimentalmente.

\*\* Para estas rutas, la regla de Kepler que conecta la distancia y el tiempo promedio de la órbita

$$\frac{GMt^3}{(2\pi)^2} = r^3 \quad (270)$$

Desafío 348 ny

sigue siendo válida, siempre que se utilicen el tiempo propio y el radio medido por un observador distante.



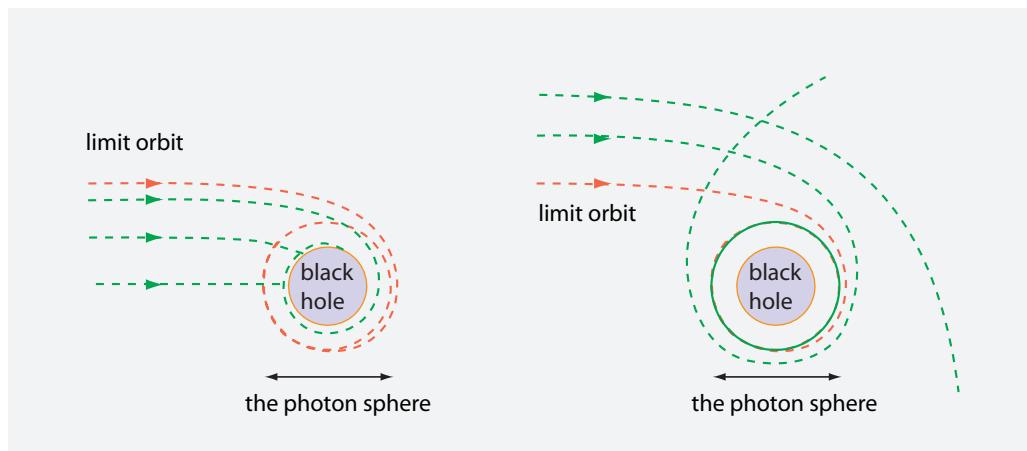
**FIGURA 109** Movimientos de objetos masivos alrededor de un agujero negro no giratorio - para diferentes parámetros de impacto y velocidades iniciales.

Desafío 350 e

Obsérvese que el potencial alrededor de un agujero negro no es apreciablemente diferente de  $1/r$  para distancias superiores a unos quince radios de Schwarzschild. Para un agujero negro de la masa del Sol, eso estaría a 42 km de su centro; Por lo tanto, no podríamos notar ninguna diferencia para la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol.

Hemos mencionado varias veces en nuestra aventura que la gravitación se caracteriza por sus efectos de marea. Los agujeros negros muestran propiedades extremas a este respecto. Si una nube de polvo cae en un agujero negro, el tamaño de la nube aumenta a medida que baja, hasta que la nube envuelve todo el horizonte. De hecho, el resultado es válido para cualquier cuerpo extenso. Esta propiedad de los agujeros negros será de importancia más adelante, cuando discutamos el tamaño de las partículas elementales.

Para los cuerpos que caen procedentes del infinito, la situación cerca de los agujeros negros es aún más interesante. Por supuesto no hay trayectorias hiperbólicas, solamente trayectorias similares a las hipérbolas de cuerpos que pasan lo suficientemente lejos. Pero para pequeños, pero no demasiado pequeños parámetros de impacto, un cuerpo dará un número de vueltas alrededor del agujero negro, antes de salir de nuevo. El número de vueltas aumenta más allá de todos los límites con la disminución del parámetro de impacto, hasta que se alcanza un valor en el que el cuerpo es capturado en una órbita con un radio de  $2R$ , como se muestra en la Figura 109. En otras palabras, esta órbita *captura* cuerpos entrantes si se acercan a ella debajo de un cierto ángulo crítico. Para la comparación, hay que recordar que, en la gravitación universal, la captura no es posible. En los parámetros de impacto aún más pequeños, el agujero negro se traga la masa entrante. En ambos casos, la captura y la desviación, un cuerpo puede hacer varias vueltas alrededor del agujero negro, mientras que en la gravitación universal es imposible hacer más *de medio giro* alrededor de un cuerpo.



**FIGURA 110** Movimientos de *luz* que pasan cerca de un agujero negro no giratorio.

Desafío 351 ny

Las órbitas de aspecto más absurdo, sin embargo, son las que corresponden al caso parabólico de la gravitación universal. (Estos son de interés puramente académico, dado que ocurren con probabilidad semejante a cero.) En resumen, la relatividad cambia los movimientos debidos a la gravedad de manera drástica.

Alrededor de *agujeros negros* en rotación, las órbitas de masas puntuales son aún más complejas que las que se muestra en la [Figura 109](#); para el movimiento confinado, por ejemplo, las elipses no se quedan en un plano - gracias al efecto Lense-Thirring - que conduce a órbitas extremadamente complicadas en tres dimensiones que llenan el espacio alrededor del agujero negro.

Desafío 352 ny

Para la *luz* que pasa cerca de un agujero negro, las trayectorias son igualmente interesantes, como se muestra en la [Figura 110](#). No existen diferencias cualitativas con el caso de partículas rápidas. Para un agujero negro no giratorio, la trayectoria, obviamente, se encuentra en un solo plano. Por supuesto, si la luz pasa suficientemente cerca, puede ser muy doblada, así como capturada. Una vez más, la luz también puede dar una o varias vueltas alrededor del agujero negro antes de salir o ser capturada. El límite entre los dos casos es la trayectoria en la que la luz se mueve en un círculo alrededor de un agujero negro, a  $3R/2$ . Si estuviéramos ubicados en esa órbita, veríamos la parte de atrás de nuestra cabeza mirando hacia adelante! Desafío 380 ny Sin embargo, esta órbita es inestable. La superficie que contiene todas las órbitas dentro de la circular es llamada esfera de fotones. La esfera de fotones divide así las trayectorias que conducen a la captura de las que conducen al infinito. Tenga en cuenta que no hay una órbita *estable* para la luz alrededor de un agujero negro. ¿Hay caminos en forma de rosetas para la luz alrededor de un agujero negro?

Desafío 353 ny

Para la luz alrededor de un *agujero negro giratorio*, las trayectorias son mucho más complejas. Ya en el plano ecuatorial hay dos trayectorias circulares posibles de luz: una más pequeña en la dirección de la rotación, y una más grande en la dirección opuesta.

Desafío 354 ny

Para los *agujeros negros cargados*, las órbitas para la caída de partículas cargadas son aún más complejas. Las líneas de campo eléctrico deben tenerse en cuenta. Aparecen varios efectos fascinantes que no tienen correspondencia en el electromagnetismo habitual, tales como efectos similares a las versiones eléctricas del efecto Meissner. El com-

portamiento de tales órbitas sigue siendo un área activa de investigación en la relatividad general.

### LOS AGUJEROS NEGROS NO TIENEN CABELLOS

¿Cómo se caracteriza un agujero negro? Resulta que todas las propiedades de los agujeros negros se derivan de unos pocas cantidades básicas que los caracterizan, a saber, su masa  $M$ , su momento angular  $J$  y su carga eléctrica  $Q$ <sup>\*</sup>. Todas las demás propiedades – tales como tamaño, forma, color, campo magnético – quedan determinadas de forma única por estas.<sup>\*\*</sup> Es como si, para usar la colorida analogía de Wheeler, uno pudiera deducir todas las características de una mujer a partir de su tamaño, de su cintura y de su altura. Los físicos también dicen que los agujeros negros “no tienen cabellos”, lo que significa que los agujeros negros (clásicos) no tienen otros grados de libertad. Esta expresión también fue introducida por Wheeler.<sup>\*\*\*</sup> Este hecho fue demostrado por Israel, Carter, Robinson and Mazur; demostraron que para una masa dada, un momento angular y una carga, *sólo hay un* posible agujero negro. (Sin embargo, el teorema de unicidad no es válido ya si el agujero negro lleva números cuánticos nucleares, como las cargas débiles o fuertes.)

Ref. 267

Ref. 268

En otras palabras, un agujero negro es independiente del modo en que se ha formado, y de los materiales utilizados cuando se forma el mismo. Los agujeros negros tienen la misma composición, o mejor, no tienen ninguna composición en absoluto.

La masa  $M$  de un agujero negro no está restringida por la relatividad general. Puede ser tan pequeña como la de una partícula microscópica y tan grande como muchos millones de masas solares. Pero para su momento angular  $J$  y la carga eléctrica  $Q$ , la situación es diferente. Un agujero negro en rotación tiene un máximo momento angular posible y una carga eléctrica (y magnética) máxima posible.<sup>\*\*\*\*</sup> El límite en el momento angular aparece debido a que su perímetro no puede moverse más rápido que la luz. La carga eléctrica también está limitada. Los dos límites no son independientes: están relacionados por

$$\left(\frac{J}{cM}\right)^2 + \frac{GQ^2}{4\pi\epsilon_0 c^4} \leq \left(\frac{GM}{c^2}\right)^2. \quad (271)$$

Desafío 355 ny

Desafío 356 ny

Vol. VI, página ??

Ref. 265

Ref. 266

Ref. 143

Vol. III, página 60

Esto se desprende del límite en la proporción longitud-masa en la base de la relatividad general. Los agujeros negros giratorios que cumplen el límite (271) se llaman agujeros

\* La existencia de tres características básicas es una reminiscencia de las partículas. Vamos a saber más acerca de la relación entre los agujeros negros y partículas en la parte final de la ascensión de la montaña.

\*\* Principalmente por razones de marketing, los agujeros negros no giratorios y eléctricamente neutros son a menudo llamados agujeros negros de Schwarzschild; los no cargados y que giran a menudo son llamados agujeros negros de Kerr, después de que Roy Kerr descubriera la correspondiente solución de las ecuaciones de campo de Einstein en 1963. Los agujeros negros con carga eléctrica, pero no giratorios son a menudo llamados *agujeros negros de Reissner-Nordstrom*, en honor del físico alemán Hans Reissner y el físico finlandés Gunnar Nordström. El caso general, cargada y rotación, es a veces llamado posteriormente de Kerr y Newman.

\*\*\* Wheeler afirma que se inspiró en la dificultad de distinguir entre hombres calvos; sin embargo, no es un secreto que Feynman, Ruffini y otros tenían una imagen anatómica clara en mente cuando declararon que ‘los agujeros negros, en contraste con su entorno, no tienen cabellos’.

\*\*\*\* Más información sobre la conjeturada carga magnética se dará más adelante. En los agujeros negros, entra como un tipo adicional de carga en todas las expresiones en las que aparece la carga eléctrica.

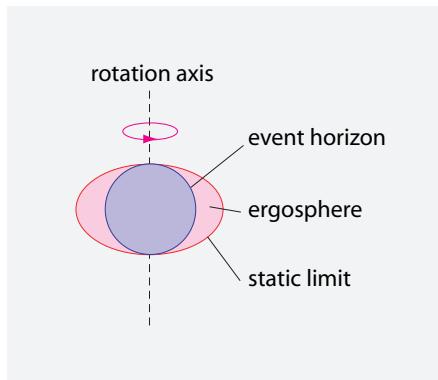


FIGURA 111 La ergosfera de un agujero negro rotante.

negros extremales. El límite (271) implica que el radio del horizonte de un agujero negro general está dado por

$$r_h = \frac{GM}{c^2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 GM^2}} \right) \quad (272)$$

Por ejemplo, para un agujero negro con la masa del Sol y la mitad de su momento angular, es decir,  $2 \cdot 10^{30}$  kg y  $0,45 \cdot 10^{42}$  kg m<sup>2</sup>/s, el límite de carga es de aproximadamente  $1,4 \cdot 10^{20}$  C.

Ref. 269

¿Cómo se distinguen los agujeros negros giratorios de los que no giran? En primer lugar por la *forma*. Los agujeros negros no giratorios deben ser esféricos (cualquier ausencia de esfericidad se irradia como ondas gravitacionales) y los agujeros negros giratorios tienen una forma ligeramente aplanaada, determinada únicamente por su momento angular. Debido a su rotación, su superficie de gravedad infinita o desplazamiento en rojo infinito, llamado *límite estático*, es diferente de su horizonte (exterior), como se ilustra en la Figura 111. La región intermedia se llama *ergosfera*; este es un nombre equívoco ya que *no* es una esfera. (Se llama así porque, como veremos a continuación, puede utilizarse para extraer energía del agujero negro). El movimiento de los cuerpos dentro de la ergosfera puede ser bastante complejo. Basta con mencionar que los agujeros negros giratorios arrastran cualquier cuerpo que cae en una órbita alrededor de ellos. Esto está en contraste con los agujeros negros no giratorios, que se tragan los cuerpos que caen. En otras palabras, los agujeros negros rotatorios no son realmente ‘agujeros’ en absoluto, sino más bien vórtices.

Desafío 357 e

La distinción entre agujeros negros giratorios y no giratorios también aparece en la superficie del horizonte. La superficie (horizonte)  $A$  de un agujero negro no giratorio y sin carga está obviamente relacionada con su masa  $M$  por

$$A = \frac{16\pi G^2}{c^4} M^2 . \quad (273)$$

La relación entre área superficial y masa para un agujero negro rotatorio y cargado es

más compleja: está dada por

$$A = \frac{8\pi G^2}{c^4} M^2 \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{J^2 c^2}{M^4 G^2} - \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0 G M^2}} \right) \quad (274)$$

donde  $J$  es el momento angular y  $Q$  la carga. De hecho, la relación

$$A = \frac{8\pi G}{c^2} M r_h \quad (275)$$

es válida para *todos* los agujeros negros. Obviamente, en el caso de un agujero negro cargado eléctricamente, la rotación también produce un campo magnético a su alrededor. Esto está en contraste con los agujeros negros no giratorios, que no pueden tener un campo magnético.

### AGUJEROS NEGROS COMO FUENTES DE ENERGÍA

Ref. 270 ¿Puede extraerse energía de un agujero negro? Roger Penrose descubrió que es posible para agujeros negros en *rotación*. Un cohete en órbita alrededor de un agujero negro en rotación, en su ergosfera podría encender sus motores de encendido y entonces sentirse propulsado hacia el espacio exterior a una tremenda velocidad, mucho mayor que la que los motores podrían haber producido por ellos mismos. Ciertamente, los cohetes en la Tierra sacan provecho del mismo efecto, y es la razón por la cual todos los satélites orbitan alrededor de la Tierra en la misma dirección; se requeriría mucho más combustible para hacerlos girar en sentido contrario.\*

La energía obtenida por el cohete sería perdida por el agujero negro, que de este modo reduciría la velocidad y perdería algo de masa; por otro lado, hay un aumento de masa debido a los gases de escape que caen en el agujero negro. Este incremento siempre es mayor que, o en el mejor caso igual a, la pérdida debida a la ralentización de la rotación. Lo mejor que se puede hacer es poner los motores en marcha exactamente en el horizonte, porque entonces el área del horizonte del agujero negro se mantiene constante, y sólo su rotación se ralentiza.\*\*

Como resultado, para un agujero negro neutro *que gira* con su máximo momento angular posible,  $1 - 1/\sqrt{2} = 29.3\%$  de su energía total puede ser extraída a través del proceso de Penrose. Para los agujeros negros que giran más lentamente, el porcentaje es obviamente menor.

Para agujeros negros *cargados*, tales procesos de extracción de energía irreversibles son también posibles. ¿Puede pensar en alguna manera? Usando la expresión (271), encontramos que hasta el 50 % de la masa de un agujero negro no giratorio puede ser debida a su carga. De hecho, en la parte cuántica de nuestra ascensión a una montaña nos

Desafío 359 ny

Desafío 360 ny

Desafío 361 ny

Desafío 358 ny

---

\* Y sería mucho más peligroso, ya que cualquier objeto pequeño golpearía contra tal satélite a unos 15,8 km/s, transformando así el objeto en un peligroso proyectil. De hecho, cualquier potencia que desee destruir los satélites del enemigo simplemente tendría que cargar un satélite con tuercas o pernos, enviarlo al espacio de la manera equivocada y distribuir los tornillos en una nube. Haría que los satélites fueran imposibles durante muchas décadas.

\*\* También es posible extraer energía de los agujeros negros giratorios a través de la radiación gravitatoria.

Vol. V, página ?? encontraremos con un proceso de extracción de energía que la naturaleza parece utilizar con bastante frecuencia.

El proceso de Penrose permite determinar qué momento angular y carga aumentan la masa de un agujero negro. El resultado es la famosa relación masa-energía

$$M^2 = \frac{E^2}{c^4} = \left( m_{\text{irr}} + \frac{Q^2}{16\pi\varepsilon_0 G m_{\text{irr}}} \right)^2 + \frac{J^2}{4m_{\text{irr}}^2 G^2} \frac{c^2}{c^2} = \left( m_{\text{irr}} + \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 \rho_{\text{irr}}} \right)^2 + \frac{J^2}{\rho_{\text{irr}}^2 c^2} \frac{1}{c^2} \quad (276)$$

que muestra cómo la energía electrostática y la de rotación entran en la masa de un agujero negro. En la expresión,  $m_{\text{irr}}$  es definida como la masa *irreducible*

$$m_{\text{irr}}^2 = \frac{A(M, Q = 0, J = 0)}{16\pi} \frac{c^4}{G^2} = \left( \rho_{\text{irr}} \frac{c^2}{2G} \right)^2 \quad (277)$$

y  $\rho_{\text{irr}}$  es el *radio irreducible*.

Investigaciones detalladas muestran que no existe un proceso que *disminuya* el área de horizonte, y por lo tanto la masa irreducible o el radio, del agujero negro. La gente ha comprobado esto en todas las formas posibles e imaginables. Por ejemplo, cuando dos agujeros negros se fusionan, el área total de la zona aumenta. A los procesos que mantienen el área y la energía de agujero negro constante les llamamos *reversibles*, y todos los demás *irreversibles*. En realidad, el área de los agujeros negros se comporta como la *entropía* de un sistema cerrado: nunca disminuye. Que el área es, de hecho, la entropía se estableció por primera vez en 1970 por Jacob Bekenstein. Él dedujo que sólo cuando se atribuye entropía a un agujero negro, es posible entender donde a dónde va a parar la entropía de todo el material que cae en ella.

Ref. 272  
Desafío 362 ny

La entropía del agujero negro es una función sólo de la masa, el momento angular y la carga del agujero negro. Es posible que desee confirmar la deducción de Bekenstein de que la entropía  $S$  es proporcional al área del horizonte. Más tarde se descubrió, utilizando la teoría cuántica, que

$$S = \frac{A}{4} \frac{k c^3}{\hbar G} = \frac{A k}{4 l_{\text{Pl}}^2}. \quad (278)$$

Vol. V, página ??

Esta famosa relación no puede deducirse sin teoría cuántica, puesto que tanto el valor absoluto de la entropía, como el de cualquier otro observable, no está fijado únicamente por la física clásica. Vamos a discutir esta expresión más adelante en el ascenso de la montaña.

Vol. V, página ??

Si los agujeros negros tienen entropía, deben también tener una temperatura. Si tienen una temperatura, deben brillar. Los agujeros negros por lo tanto ¡no pueden ser de color negro! Esto fue probado por Stephen Hawking en 1974 con cálculos extremadamente complicados. Sin embargo, podría haber sido deducida en la década de 1930, con un sencillo experimento Gedanken (pensado) que presentaremos más adelante. Es posible que desee pensar en el tema, preguntando e investigando qué extrañas consecuencias aparecerían si los agujeros negros no tuvieran entropía. La radiación de los agujeros negro es uno más, aunque pequeño, de los mecanismos (cuánticos) para la extracción de la energía, y es aplicable a los agujeros negros no cargados, incluso a los que no estén en

TABLA 7 Tipos de agujeros negros.

Tipo de agujero negro	Masa	Carga	Momento angular	Evidencia experimental
Agujeros negros supermasivos	$10^5$ a $10^{11} m_{\odot}$	desconocida	desconocida	Órbita de estrella vecina, emisión de luz por adición
Agujeros negros intermedios	$50$ a $10^5 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	Emisión de rayos X por acreción de materia
Agujeros negros estelares	$1$ a $50 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	Emisión de rayos X de la estrella doble
Agujeros negros primordiales	menor a $1 m_{\odot}$	desconocida	desconocida	No detectada hasta ahora; investigación en curso.
Micro agujeros negros	menor a $1 g$	n.a.	n.a.	Ninguna; aparecen solo en ciencia-ficción y en la mente de los chiflados.

Vol. V, página ??

Desafío 363 ny

rotación. Las interesantes conexiones entre los agujeros negros, la termodinámica y la teoría cuántica se presentarán en las próximas partes de nuestra ascensión a la montaña. ¿Puede imaginar otros mecanismos que hagan brillar los agujeros negros?

### FORMACIÓN Y BÚSQUEDA DE AGUJEROS NEGROS

Ref. 273

Vol. V, página ??

¿Cómo pueden formarse agujeros negros? En la actualidad, al menos tres mecanismos posibles han sido postulados; la cuestión sigue siendo un tema sensible de la investigación. En primer lugar, los agujeros negros podrían haberse formado durante las primeras etapas del universo. Estos agujeros negros primordiales podrían crecer a través de la *acreción*, es decir, a través de la ingestión de la materia cercana y de radiación, o desaparecer a través de uno de los mecanismos que deben estudiarse más adelante.

Ref. 261

De los agujeros negros *observados*, los llamados agujeros negros supermasivos se encuentran en el centro de todas las galaxias estudiadas hasta el momento. Tienen masas típicas en el rango de  $10^6$  a  $10^9$  masas solares y contienen aproximadamente 0.5 % de la masa de una galaxia. Por ejemplo, el agujero negro en el centro de la Vía Láctea tiene alrededor de 2,6 millones de masas solares, mientras que el agujero negro central de la galaxia M87 dispone de 6400 millones de masas solares. Los agujeros negros supermasivos parecen existir en el centro de casi todas las galaxias, y parecen estar relacionados con la formación de las propias galaxias. Los agujeros negros supermasivos se supone que se han formado a través del colapso de grandes nubes de polvo, y de haber crecido mediante la posterior acreción de materia. Las ideas más recientes implican que estos agujeros negros van acumulando una gran cantidad de materia en su fase inicial; la materia que cae en ellos emite una gran cantidad de radiación, lo que explicaría el brillo de los quásares. Más adelante, la tasa de acreción se ralentiza, y forma las menos espectaculares galaxias Seyfert. Incluso puede ser que el agujero negro supermasivo en el centro de la galaxia desencadene la formación de estrellas. Aún más tarde, estos agujeros negros

supermasivos se quedan casi en estado latente o inactivo, como el que está en el centro de la Vía Láctea.

Por otro lado, los agujeros negros pueden formarse cuando las estrellas masivas viejas Ref. 274 *colapsan*. Se estima que cuando las estrellas con al menos tres masas solares queman su combustible, parte de la materia restante se colapsará en un agujero negro. Tales agujeros negros estelares tienen una masa entre una y cien masas solares; también pueden seguir creciendo por acreción posterior. Esta situación proporcionó el primer candidato para un Ref. 261 agujero negro, Cygnus X-1, que fue descubierto en 1971. Más de una docena de agujeros negros estelares de entre 4 y 20 masas solares se sabe que están repartidos por nuestra propia galaxia; todos se han descubierto después de 1971.

Mediciones recientes sugieren también la existencia de agujeros negros intermedios, con masas típicas alrededor de un millar de masas solares; los mecanismos y las condiciones para su formación son todavía desconocidos. Los primeros candidatos fueron encontrados en el año 2000. Los astrónomos también están estudiando cómo se comportan un gran número de agujeros negros en los cúmulos estelares, y la frecuencia con que chocan. Bajo ciertas circunstancias, dos agujeros negros se fusionan. Cualquiera que sea el resultado, las colisiones de agujeros negros emiten fuertes ondas gravitacionales. En realidad, esta señal está siendo buscada en los detectores de ondas gravitacionales que están en funcionamiento en todo el mundo.

Página 178 La búsqueda de agujeros negros es un deporte popular entre los astrofísicos. Conceptualmente, la forma más sencilla de buscar para ellos es la búsqueda de fuertes campos Ref. 275 gravitacionales. Pero sólo las estrellas dobles permiten medir campos gravitacionales directamente, y el más fuerte jamás medido es del 30 % del valor máximo teórico. Otra forma obvia es la búsqueda de lentes gravitacionales fuertes, y tratar de conseguir una relación masa-tamaño apuntando a un agujero negro; sin embargo, aún no se han encontrado agujeros negros de esta manera. Otro método es mirar la dinámica de las estrellas cerca del centro de las galaxias. La medición de su movimiento, permite deducir la masa del cuerpo que orbitan. El método más favorable para buscar agujeros negros es buscar una emisión de rayos X extremadamente intensa de las fuentes puntuales, utilizando detectores montados en satélites en el espacio o en globos. Si se conoce la distancia hasta el objeto, su brillo absoluto puede deducirse; si está por encima de un cierto límite, tiene que ser un agujero negro, ya que la materia normal no puede producir una cantidad ilimitada de luz. Este método se perfecciona con el objetivo de observar directamente la energía que desaparece en un horizonte. Esta desaparición puede, de hecho, haber sido Ref. 276 observada recientemente.

Por último, existe la sospecha de que pequeños agujeros negros pueden ser encontrados en los halos de las galaxias, y constituyen una fracción sustancial de la llamada materia oscura.

En resumen, se espera que la lista de los descubrimientos en torno a los agujeros negros se amplíe dramáticamente en los próximos años.

## SINGULARIDADES

Resolviendo las ecuaciones de la relatividad general para diferentes condiciones iniciales, se encuentra que una nube de polvo por lo general colapsa a una *singularidad*, es decir, a un punto de densidad infinita. La misma conclusión aparece cuando se sigue

Ref. 277

la evolución del universo hacia atrás en el tiempo. De hecho, Roger Penrose y Stephen Hawking han demostrado varios teoremas matemáticos sobre la necesidad de singularidades para muchas distribuciones clásicas de materia. Estos teoremas asumen solamente la continuidad del espacio-tiempo y un par de condiciones más bien débiles de la materia en el espacio-tiempo. Los teoremas establecen que en sistemas como el propio universo en expansión, o en sistemas colapsantes tales como los agujeros negros en formación, en algún lugar en el pasado o en el futuro, respectivamente, debería haber eventos con una densidad infinita de materia. Este resultado suele resumirse diciendo que hay una prueba matemática de que el universo comenzó en una singularidad.

De hecho, la derivación de las singularidades iniciales hace un supuesto oculto, pero fuerte sobre la materia: las partículas de polvo no tienen un tamaño propio, es decir, que son puntuales. En otras palabras, se supone que las partículas de polvo son singularidades. Sólo con esta suposición se puede deducir la existencia de singularidades iniciales o finales. Sin embargo, hemos visto que el principio de la fuerza máxima puede ser reformulada como un principio de tamaño mínimo para la materia. El argumento de que debe haber habido una singularidad inicial del universo es, por tanto ¡defectuoso! La situación experimental es clara: hay pruebas abrumadoras de un estado temprano del universo que era extremadamente caliente y denso; pero *no* hay evidencia para temperatura o densidad *infinita*.

Desafío 364 ny

Ref. 278

Los investigadores inclinados matemáticamente distinguen dos tipos de singularidades: las que tienen un horizonte - también llamadas singularidades vestidas - y las que no tienen un horizonte, las llamadas singularidades desnudas. Las singularidades desnudas son especialmente extrañas: por ejemplo, un cepillo de dientes podría caer en una singularidad desnuda y desaparecer sin dejar rastro. Puesto que las ecuaciones de campo son invariables en el tiempo, podríamos por lo tanto esperar que de vez en cuando, las singularidades desnudas emitan cepillos de dientes. (¿Puede explicar por qué las singularidades vestidas son menos peligrosas?)

Para evitar la aparición espontánea de los cepillos de dientes, a lo largo de los años muchas personas han tratado de descubrir algunos principios teóricos que prohíban la existencia de singularidades desnudas. Resulta que hay dos de tales principios. El primero es el principio de fuerza máxima o de máxima potencia que encontramos anteriormente. La fuerza máxima implica que no aparecen valores de fuerza infinitos en la naturaleza; en otras palabras, no hay singularidades desnudas en la naturaleza. Esta declaración es a menudo llamada la censura cósmica. Obviamente, si la relatividad general no fuera la correcta descripción de la naturaleza, *aún podrían aparecer* singularidades desnudas. La censura cósmica queda pues discutida en artículos de investigación. La búsqueda experimental de singularidades desnudas no ha producido ningún éxito; de hecho, no hay ni siquiera una observación candidata para - las menos abstrusas -singularidades *vestidas*. Pero el caso teórico de singularidades 'vestidas' también es débil. Puesto que no hay manera de interactuar con cualquier cosa detrás de un horizonte, es inútil discutir lo que sucede allí. No hay manera de demostrar que detrás de un horizonte existe una singularidad. Las singularidades vestidas son artículos de fe, no de física.

De hecho, hay otro principio para la prevención de las singularidades, es decir, la *teoría cuántica*. Cada vez que nos encontramos con una predicción de un valor infinito, hemos extendido nuestra descripción de la naturaleza a un dominio para el que no fue concebido. Para hablar de singularidades, uno debe asumir la aplicabilidad de rela-

tividad general pura para muy pequeñas distancias y energías muy elevadas. Como se pondrá de manifiesto en el último volumen, la naturaleza no lo permite: la combinación de la relatividad general y la teoría cuántica demuestra que no tiene sentido hablar de “singularidades”, ni sobre lo que ocurre “dentro” del horizonte de un agujero negro. La razón es que los valores arbitrariamente pequeños de tiempo y espacio no existen en la naturaleza.

Vol. VI, página ??

### CURIOSIDADES Y DIVERTIDOS DESAFÍOS ACERCA DE AGUJEROS NEGROS

“ Tiens, les trous noirs. C'est troublant.\* ”  
Anónimo

Muchos agujeros negros tienen propiedades contrarias a la intuición. Primero vamos a echar un vistazo a los efectos clásicos, dejando a los efectos cuánticos para más adelante.

Vol. V, página ??

\* \*

Siguiendo la gravitación universal, la luz podría subir hacia arriba desde la superficie de un agujero negro y luego caer hacia abajo. En la relatividad general, un agujero negro no permite a la luz para subir en absoluto; sólo se puede caer. Desafío 393 ny ¿Puede confirmar esto?

Desafío 365 ny

Desafío 366 ny

Desafío 367 ny

¿Qué le ocurre a una persona que cae en un agujero negro? Un observador externo da una respuesta clara: la persona que cae *nunca* llega allí ya que necesita un tiempo infinito para alcanzar el horizonte. ¿Puede confirmar este resultado? La persona que cae, sin embargo, alcanza el horizonte en una cantidad *finita* de su propio tiempo. ¿Puede calcularlo?

Este resultado es sorprendente, ya que significa que para un observador externo en un universo con edad *finita*, los agujeros negros ¡no pueden haberse formado todavía! A lo sumo, sólo podemos observar los sistemas que están ocupados formando agujeros negros. En cierto sentido, puede ser que sea correcto decir que no existen agujeros negros. Los agujeros negros podrían haber existido desde el principio en el tejido del espacio-tiempo. Por otro lado, se sabrá más adelante por qué esto es imposible. En resumen, es importante tener en cuenta que la idea de agujero negro es un concepto límite, pero que por lo general, los conceptos de límite (como baños o temperatura) son útiles descripciones de la naturaleza. Con independencia de esta última cuestión, podemos confirmar que en la naturaleza, la relación entre longitud y masa siempre satisface

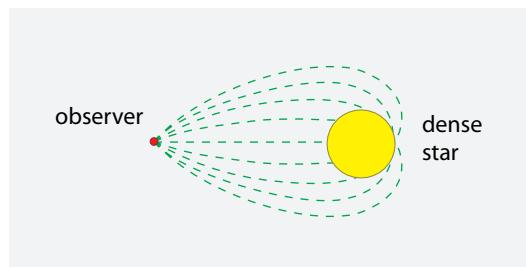
$$\frac{L}{M} \geq \frac{4G}{c^2}. \quad (279)$$

nunca se ha observado ninguna excepción.

\* \*

---

\* Toma..., los agujeros negros. Es turbador.



**FIGURA 112** Movimiento de algunos rayos de luz de un cuerpo denso a un observador.

Desafío 368 ny

Curiosamente, el *tamaño* de una persona que cae en un agujero negro es experimentado de maneras muy diferentes por parte de la persona que cae y por una persona que permanezca fuera. Si el agujero negro es grande, el observador que cae no siente casi nada, ya que los efectos de las mareas son pequeñas. El observador externo hace una observación sorprendente: ve a la persona que cae *difundirse* por todo el horizonte del agujero negro. Cuando están cayendo, *los cuerpos extensos cubren todo el horizonte*. ¿Puede explicar este hecho, por ejemplo, usando el límite de los ratios entre longitud y a la masa?

Este resultado extraño será de importancia más adelante en nuestra exploración, y dará lugar a resultados importantes sobre el tamaño de las partículas puntuales.

\* \*

Desafío 369 ny

Página 152

Un observador cercano a un agujero negro (no giratorio), o, de hecho, cerca de un objeto más pequeño que  $7/4$  veces su radio gravitacional, puede incluso ver la parte posterior completa del *objeto*, como se muestra en la [Figura 112](#). ¿Puede imaginar a qué se parece la imagen? Tenga en cuenta que además de los caminos que se muestran en la [Figura 112](#), la luz también puede girar varias veces alrededor del agujero negro antes de llegar al observador! Por lo tanto, tal observador ve un número infinito de imágenes del agujero negro. La fórmula resultante para el tamaño angular de la imagen más interna se dio anteriormente.

En realidad, el efecto de la gravedad significa que es posible observar más de la mitad de la superficie de *cualquier* objeto esférico. En la vida cotidiana, sin embargo, el efecto es pequeño: por ejemplo, curvatura de la luz nos permite ver aproximadamente el 50.0002 % de la superficie del Sol

\* \*

Desafío 370 ny

Ref. 279

Un masa puntual dentro de la más pequeña trayectoria circular de la luz alrededor de un agujero negro, en  $3R/2$ , no puede permanecer en un círculo, porque en esa región, algo extraño sucede. Un cuerpo que circunda a otro en la vida cotidiana siempre siente una tendencia a ser empujado hacia el exterior; este efecto centrífugo se debe a la inercia del cuerpo. Pero a valores por debajo de  $3R/2$ , un cuerpo que circula es empujado hacia el interior por su inercia. Hay varias maneras de explicar este efecto paradójico. La más sencilla es tener en cuenta que cerca de un agujero negro, el peso aumenta más rápido que la fuerza centrífuga, como es posible que desee comprobar usted mismo. Sólo un cohete con motor de encendido y empujando hacia el cielo puede orbitar un agujero negro en  $3R/2$ .

\* \*

Por cierto, ¿cómo pueden la gravedad, o un campo eléctrico, salir de un agujero negro, si no hay señal ni energía que puedan dejarlo?

\* \*

**Desafío 371 s** ¿Existen los *agujeros blancos*, es decir, los agujeros negros en el tiempo invertido, en el que todo fluye hacia fuera, en lugar de hacia dentro, en alguna región delimitada?

\* \*

**Desafío 372 ny** Demuestre que una constante cosmológica  $\Lambda$  conduce a la siguiente métrica para un agujero negro:

$$d\tau^2 = \frac{ds^2}{c^2} = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2} - \frac{\Lambda}{3}r^2\right)dt^2 - \frac{dr^2}{c^2 - \frac{2GM}{r} - \frac{\Lambda c^2}{3}r^2} - \frac{r^2}{c^2}d\varphi^2. \quad (280)$$

Tenga en cuenta que esta métrica no se transforma en la métrica de Minkowski para valores grandes de  $r$ . Sin embargo, en el caso de que  $\Lambda$  sea pequeño, la métrica es casi plana para valores de  $r$  que satisfacen  $1/\sqrt{\Lambda} \gg r \gg 2GM/c^2$ .

Como resultado, la ley del cuadrado inverso también se modifica:

$$a = -\frac{GM}{r^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}r. \quad (281)$$

Con los valores conocidos de la constante cosmológica, el segundo término es insignificante dentro del sistema solar.

\* \*

**Desafío 374 ny** En la teoría cuántica, la *relación giromagnética* es una cantidad importante para cualquier sistema cargado giratorio. ¿Cuál es la relación giromagnética para los agujeros negros giratorios?

\* \*

**Desafío 375 s** Un gran agujero negro es, como su nombre lo indica, negro. Sin embargo, se puede ver. Si viajáramos hacia ella en una nave espacial, notaríamos que el agujero negro está rodeado por un borde brillante, como un halo fino, como se muestra en la [Figura 107](#). El anillo a la distancia radial de la esfera de los fotones es debido a los fotones que provienen de otros objetos luminosos, luego rodean el agujero y finalmente, después de una o varias vueltas, terminan en nuestro ojo. ¿Puede confirmar este resultado?

\* \*

**Desafío 376 ny** ¿Los agujeros negros en movimiento sufren la contracción de Lorentz? Los agujeros negros brillan un poco. Es cierto que las imágenes que forman son complejas, ya que la luz puede girarlas unas pocas veces antes de llegar al observador. Además, el observador tiene que estar muy lejos, de modo que los efectos de la curvatura son pequeños. Todos estos efectos pueden tenerse en cuenta; sin embargo, la pregunta sigue siendo sutil.

La razón es que el concepto de contracción de Lorentz no tiene sentido en la relatividad general, ya que la comparación con la situación sin contraer es difícil de definir con precisión.

\* \*

**Desafío 377 s** ¿Están los agujeros negros hechos de espacio o de materia? Ambas respuestas son correctas! ¿Puede confirmar esto?

\* \*

**Desafío 378 e** La potencia es el cambio de energía con el tiempo. La relatividad general limita los valores de potencia a  $P \leq c^5/4G$ . En otras palabras, ningún motor en la naturaleza puede proporcionar más de  $0,92 \cdot 10^{52}$  W o  $1,2 \cdot 10^{49}$  caballos de fuerza. ¿Puede confirmar que los agujeros negros apoyan esta limitación?

\* \*

**Ref. 280** Los agujeros negros producen problemas en el dominio microscópico, con la teoría cuántica, como fue señalado por Jürgen Ehlers. La teoría cuántica se construye sobre partículas puntuales, y las partículas puntuales se mueven en *líneas del mundo de tipo temporal*. Pero siguiendo la relatividad general, las partículas puntuales tienen una singularidad dentro de su horizonte de agujero negro; y las singularidades siempre se mueven en *líneas del mundo tipo espacial*. Los agujeros negros microscópicos, en contraste con los agujeros negros macroscópicos, contradicen así la teoría cuántica.

### RESUMEN SOBRE AGUJEROS NEGROS

Un agujero negro es la materia en caída libre permanente. De manera equivalente, un agujero negro es un tipo de espacio fuertemente curvado. Dado que los agujeros negros se definen a través de su horizonte, se pueden ver como casos límite de sistemas de materia o como casos límite de espacio vacío curvado.

Los agujeros negros realizan la fuerza máxima. Para un valor dado de masa, los agujeros negros realizan también la densidad máxima, la oscuridad máxima y la entropía máxima. Los agujeros negros también desvían y captan la materia y la luz de maneras peculiares.

### UN CONCURSO - ¿ES EL UNIVERSO DE UN AGUJERO NEGRO?

¿Podría ser que vivamos dentro de un agujero negro? Tanto el universo como los agujeros negros tienen horizontes. Curiosamente, la distancia del horizonte  $r_0$  del universo es aproximadamente

$$r_0 \approx 3ct_0 \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (282)$$

y su contenido de materia es aproximadamente

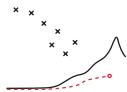
$$m_0 \approx \frac{4\pi}{3}\rho_0 r_0^3 \quad \text{whence} \quad \frac{2Gm_0}{c^2} = 72\pi G\rho_0 c t_0^3 = 6 \cdot 10^{26} \text{ m} \quad (283)$$

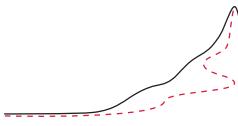
para una densidad de  $3 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ . Así tenemos

$$r_0 \approx \frac{2Gm_0}{c^2}, \quad (284)$$

que es similar a la relación agujero negro  $r_s = 2Gm/c^2$ . ¿Es esto una coincidencia? No, no lo es: todos los sistemas con alta curvatura más o menos obedecen a esta relación. Pero, sin embargo, ¿estamos cayendo en un gran agujero negro? Puede responder esta cuestión por sí mismo.

Desafío 379 s





## APPENDIX 10

## ¿ES EL ESPACIO DIFERENTE DEL TIEMPO?

“Tempori parce.”\*

Seneca

**E**l tiempo es nuestro dueño, dice una afirmación frecuentemente oída. Nadie lo dice del espacio. Tiempo y espacio son obviamente diferentes en nuestro vivir cotidiano. Pero, ¿cuál es la diferencia entre ellos en la relatividad general? ¿Los necesitamos en absoluto? Estas preguntas merecen una exploración.

La relatividad general afirma que vivimos en un espacio-tiempo (pseudo-riemanniano) de curvatura variable. La curvatura es un observable y está relacionada con la distribución y el movimiento de la materia y la energía. La relación precisa se describe mediante las ecuaciones de campo. Sin embargo, hay un problema fundamental. Las ecuaciones de la relatividad general son invariantes bajo numerosas transformaciones que *mezclan* las coordenadas  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ . Por ejemplo, la transformación del punto de vista (perspectiva)

$$\begin{aligned}x'_0 &= x_0 + x_1 \\x'_1 &= -x_0 + x_1 \\x'_2 &= x_2 \\x'_3 &= x_3\end{aligned}\tag{285}$$

se permite en relatividad general, y deja las ecuaciones de campo invariantes. Es posible que desee buscar otros ejemplos de transformaciones que se derivan de la invariancia por difeomorfismo.

Las transformaciones de perspectiva o puntos de vista que mezclan el espacio y el tiempo implican una consecuencia que está claramente en marcado contraste con la vida cotidiana: la invarianza del difeomorfismo hace *imposible* distinguir el espacio del tiempo *dentro* de la relatividad general. Más explícitamente, la coordenada  $x_0$  no puede identificarse simplemente con el tiempo físico  $t$ , como hicimos implícitamente hasta ahora. Esta identificación sólo es posible en la *relatividad especial*. En la relatividad especial, la invariancia bajo las transformaciones de Lorentz (o de Poincaré) del espacio y del tiempo selecciona la energía, el momento lineal y el momento angular como los observables fundamentales. En relatividad general, *no* hay ningún grupo de isometría

Desafío 380 e

\* “Cuidado con el tiempo.” Lucius Annaeus Seneca (c. 4 BCE–65), *Epistola* 14, 94, 28.

métrico (*no trivial*); por lo tanto, *no* hay observables físicos básicos señalados por su característica de ser conservados. ¡Pero las cantidades invariantes son necesarias para la comunicación! De hecho, sólo podemos *hablar* entre nosotros porque vivimos en un espacio-tiempo aproximadamente *plano*: si los ángulos de un triángulo no suman  $\pi$  (dos ángulos rectos), *no* habría cantidades invariantes y no seríamos capaces de comunicarnos.

¿Cómo hemos logrado barrer este problema bajo la alfombra hasta ahora? Lo hemos hecho de varias maneras. La forma más sencilla era siempre exigir que en alguna parte de la situación considerada, el espacio-tiempo fuera nuestro espacio-tiempo plano habitual de Minkowski, donde  $x_0$  se puede identificar con  $t$ . Podemos cumplir este requisito ya sea en el infinito, como lo hicimos alrededor de las masas esféricas, o en la aproximación cero, como lo hicimos para la radiación gravitacional y para todos los otros cálculos de perturbación. De esta manera, eliminamos la mezcla libre de coordenadas y las cantidades invariantes que de otra manera faltarían aparecen como se esperaba. Este enfoque pragmático es la forma habitual de salir del problema. En efecto, se utiliza en algunos textos excelentes sobre la relatividad general que impiden cualquier cuestionamiento más profundo de la cuestión.

Ref. 235

Una variación común de este truco es dejar que la distinción entre el espacio y el tiempo se ‘infiltre’ en los cálculos por la introducción de la materia y sus propiedades, o por la introducción de radiación, o por la introducción de medidas. Las propiedades materiales de la materia, por ejemplo sus ecuaciones de estado termodinámico, distinguen siempre entre el espacio y el tiempo. La radiación hace lo mismo, por su propagación. Obviamente esto es cierto también para aquellas combinaciones especiales de materia y radiación llamadas relojes y barras de medir. Tanto la materia como la radiación distinguen entre espacio y tiempo simplemente por su presencia.

De hecho, si observamos de cerca, el método de introducir la materia para distinguir el espacio y el tiempo es el mismo que el método de introducir el espacio-tiempo de Minkowski en algún límite: todas las propiedades de la materia se definen usando descripciones del espacio-tiempo plano.\*

Otra variación del enfoque pragmático es el uso del tiempo coordinado cosmológico. Un universo isotrópico y homogéneo tiene un tiempo coordinado preferido, es decir, el único tiempo coordinado que se utiliza en todas las tablas sobre el pasado y el futuro del universo. Este método es, en realidad, una combinación de los dos precedentes.

Pero estamos en una búsqueda especial aquí. Queremos entender el movimiento en principio, no sólo para calcularlo en la práctica. Queremos una respuesta *fundamental*, no pragmática. Y para esto necesitamos saber cómo están conectadas las posiciones  $x_i$  y tiempo  $t$ , y cómo podemos definir cantidades invariantes. La pregunta también nos prepara para la tarea de combinar la gravedad con la teoría cuántica, que es el objetivo de la parte final de nuestro ascenso a la montaña.

Una solución fundamental al problema requiere una descripción de los relojes junto con el sistema considerado y una deducción de cómo la lectura  $t$  de un reloj se relaciona

Página 232  
Vol. III, página 375

---

\* Observamos algo asombroso aquí: la inclusión de alguna condición a pequeñas distancias (la descripción de la materia) tiene el mismo efecto que la inclusión de alguna condición en el infinito (el espacio asintótico de Minkowski). ¿Es esto una coincidencia? Volveremos a este tema en la última parte de nuestro ascenso a la montaña.

con el comportamiento del sistema en el espacio-tiempo. Pero sabemos que cualquier descripción de un sistema requiere mediciones: por ejemplo, para determinar las condiciones iniciales. Y las condiciones iniciales requieren espacio y tiempo. De este modo entramos en un círculo vicioso: eso es precisamente lo que queríamos evitar en primer lugar.

Surge una sospecha. ¿Existe de hecho una diferencia fundamental entre el espacio y el tiempo? Hagamos un recorrido por varias vías para investigar esta cuestión.

### ¿PUEDE MEDIRSE EL ESPACIO Y EL TIEMPO?

A fin de distinguir el espacio y el tiempo en relatividad general, debemos ser capaces de medirlos. Pero ya en la sección sobre la gravedad universal hemos mencionado la imposibilidad de medir longitudes, tiempos y masas con efectos gravitacionales solo. ¿Cambia esta situación en la relatividad general? Las longitudes y los tiempos están conectados por la velocidad de la luz, y además las longitudes y las masas están conectadas por la constante gravitacional. A pesar de esta conexión adicional, sólo lleva un momento convencernos de que el problema persiste.

De hecho, necesitamos la *electrodinámica* y la *granulidad de la materia* para resolverlo. Ref. 281 Necesitamos la carga elemental  $e$  para formar escalas de longitud. La más simple es

$$l_{\text{em scale}} = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0}} \frac{\sqrt{G}}{c^2} \approx 1,4 \cdot 10^{-36} \text{ m}. \quad (286)$$

Vol. III, página 28 Aquí,  $\epsilon_0$  es la permitividad del espacio libre. Alternativamente, podemos argumentar que la *física cuántica* proporciona una escala de longitud, ya que podemos usar el cuanto de acción  $\hbar$  para definir la escala de longitudes

$$l_{\text{qt scale}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}, \quad (287)$$

Que se llama la *longitud de Planck* o la unidad de *longitud natural de Planck*. Sin embargo, esto no cambia el argumento, porque necesitamos electrodinámica para medir el valor de  $\hbar$ . La equivalencia de los dos argumentos se muestra reescribiendo la carga elemental  $e$  como una combinación de las constantes fundamentales de la naturaleza:

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0 c \hbar \alpha}. \quad (288)$$

Aquí,  $\alpha \approx 1/137,06$  es la constante de estructura fina que caracteriza la fuerza del electromagnetismo. En términos de  $\alpha$ , la expresión (286) se convierte en

$$l_{\text{em scale}} = \sqrt{\frac{\alpha \hbar G}{c^3}} = \sqrt{\alpha} l_{\text{qt scale}}. \quad (289)$$

Resumiendo lo anterior:

- ▷ cada medición de longitud se basa en la constante de acoplamiento electro-

magnético  $\alpha$  y en la longitud de Planck.

Desafío 382 e

Por supuesto, lo mismo es cierto para cada tiempo y cada medición de masa. Por lo tanto, no hay manera de definir o medir longitudes, tiempos y masas usando la gravedad o la relatividad general solamente.\*

Dado este decepcionante resultado, podemos tomar el punto de vista opuesto. Nos preguntamos si en la relatividad general realmente son necesarios el espacio y el tiempo.

**¿SON NECESARIOS EL ESPACIO Y EL TIEMPO?**

Ref. 283

Robert Geroch responde a esta pregunta en un bello artículo de cinco páginas. Explica cómo formular la teoría de la relatividad *sin usar espacio y tiempo*, tomando como punto de partida solamente los observables físicos.

Geroch comienza con el conjunto de todos los observables. Entre ellos hay uno, llamado  $v$ , que se destaca. Es el único observable que permite decir que para dos observables  $a_1, a_2$  hay un tercero  $a_3$ , para el cual

$$(a_3 - v) = (a_1 - v) + (a_2 - v). \quad (290)$$

Tal observable se llama el vacío. Geroch muestra cómo usar tal observable para construir observables derivados. Luego construye el llamado álgebra de Einstein, que comprende la totalidad de la relatividad general.

Generalmente, en relatividad general, describimos el movimiento en tres pasos: deducimos el espacio-tiempo de observables de materia, calculamos la evolución del espacio-tiempo y luego deducimos el movimiento de la materia que sigue a la evolución del espacio-tiempo. La descripción de Geroch muestra que el paso medio, y por lo tanto el uso del espacio y del tiempo, es innecesario.

Indirectamente, el principio de fuerza máxima hace la misma afirmación. La relatividad general puede derivarse de la existencia de valores límite para la fuerza o la potencia. El espacio y el tiempo son sólo herramientas necesarias para traducir este principio en consecuencias para los observadores de la vida real.

En resumen, es posible formular la relatividad general *sin* el uso del espacio y del tiempo. Puesto que ambos son innecesarios, parece improbable que exista una diferencia fundamental entre ellos. Sin embargo, una diferencia es bien conocida.

**¿EXISTEN CURVAS CERRADAS TIPO TIEMPO?**

¿Es posible que el tiempo coordinado  $d$  se comporte, al menos en algunas regiones, como un toro? Cuando caminamos, podemos regresar al punto de partida. ¿Es posible, *volver al tiempo* a donde hemos comenzado? La cuestión ha sido estudiada con gran detalle.

Ref. 241

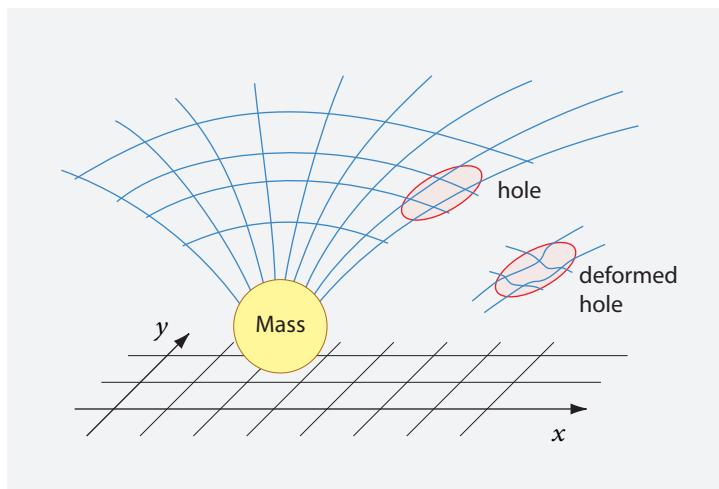
La referencia estándar es el texto de Hawking y Ellis; ellos enumeraron las propiedades requeridas del espacio-tiempo, explicando cuáles son mutuamente compatibles o exclusivos. Encontraron, por ejemplo, que los espacios-tiempo que son lisos, globalmente

Ref. 282

---

\* In the past, John Wheeler used to state that his *geometrodynamical clock*, a device which measures time by bouncing light back and forth between two parallel mirrors, was a counter-example. However, that is not correct. Can you confirm this?

Desafío 383 s



**FIGURA 113** Un 'agujero' en el espacio en una vista esquemática.

Vol. V, página ??

hiperbólicos, orientados y orientados al tiempo no contienen tales curvas. Por lo general se supone que el universo observado tiene estas propiedades, por lo que es poco probable la observación de curvas cerradas de tipo temporal. De hecho, ningún candidato ha sido sugerido - a pesar de que sería una sensación científica. Más adelante, encontraremos que las búsquedas de tales curvas a escala microscópica tampoco han encontrado ningún ejemplo en la naturaleza.

En resumen *no* hay líneas cerradas tipo tiempo en la naturaleza. La imposibilidad de tales curvas parece indicar una diferencia entre el espacio y el tiempo. Pero, de hecho, esta diferencia es sólo aparente. Todas estas investigaciones se basan en el comportamiento de la materia. Por lo tanto, estos argumentos asumen una distinción específica entre espacio y tiempo desde el principio. En resumen, esta línea de investigación no puede ayudarnos a decidir si el espacio y el tiempo son diferentes. Veamos el tema de otra manera.

### ¿ES LA RELATIVIDAD GENERAL LOCAL? - EL ARGUMENTO DEL AGUJERO

Ref. 284

Cuando Albert Einstein desarrolló la relatividad general, tuvo bastantes problemas con la invariancia del difeomorfismo. El más sorprendente es su famoso *argumento del agujero*, mejor llamado *paradoja del agujero*. Tomemos la situación que se muestra en la [Figura 113](#), en la que una masa deforma el espacio-tiempo a su alrededor. Einstein imaginó una pequeña región del vacío, el *agujero*, que se muestra como una pequeña elipse. ¿Qué sucede si cambiamos de algún modo la curvatura dentro del agujero dejando la situación fuera de ella sin cambios, como se muestra en el recuadro de la imagen?

Por un lado, la nueva situación es obviamente físicamente diferente de la original, ya que la curvatura dentro del agujero es diferente. Esta diferencia implica, por tanto, que la curvatura fuera de una región no determina la curvatura en su interior. Eso es muy insatisfactorio. Peor aún, si generalizamos esta operación al dominio del tiempo, parece que tenemos la pesadilla más grande posible en la física: el determinismo se pierde.

Por otra parte, la relatividad general es invariante por difeomorfismo. La deformación mostrada en la figura es un difeomorfismo; por lo que la nueva situación debe ser físicamente equivalente a la situación original.

¿Qué argumento es correcto? Einstein primero favoreció el primer punto de vista, y por lo tanto abandonó la idea de la invariancia por difeomorfismo durante cerca de un año. Sólo después comprendió que la segunda evaluación es correcta y que el primer argumento genera un error fundamental: asume una existencia independiente de los ejes de coordenadas  $x$  e  $y$ , como se muestra en la figura. Pero durante la deformación del agujero, las coordenadas  $x$  e  $y$  cambian automáticamente también, de modo que *no hay diferencia física entre las dos situaciones*.

La moraleja de la historia es que *no hay diferencia entre el espacio-tiempo y el campo gravitacional*. El espacio-tiempo es una cualidad del campo, como lo expresó Einstein, y no una entidad con una existencia separada, como sugiere el gráfico. Las coordenadas no tienen significado físico; sólo los intervalos de distancias en el espacio y el tiempo lo tienen. En particular, la invariancia por difeomorfismo demuestra que *no hay flujo de tiempo*. El tiempo, como el espacio, es sólo una entidad relacional: El tiempo y el espacio son relativos; no son absolutos.

La relatividad del espacio y del tiempo tiene consecuencias prácticas. Por ejemplo, resulta que muchos problemas en la relatividad general son equivalentes a la situación de Schwarzschild, aunque parezcan completamente diferentes a primera vista. Como resultado, los investigadores han ‘descubierto’ la solución de Schwarzschild (por supuesto con diferentes sistemas de coordenadas) más de veinte veces, a menudo pensando que habían encontrado una nueva solución desconocida. Ahora discutimos una sorprendente consecuencia de la invariancia por difeomorfismo.

### ¿LA TIERRA ES HUECA?

“Cualquier par de zapatos demuestra que vivimos en el interior de una esfera. Sus suelas están desgastadas en los extremos, y apenas en el medio..”

Anónimo

Vol. I, página ??

Ref. 285

Desafío 384 e

The *La hipótesis de la Tierra hueca*, es decir, la extraña conjetura de que vivimos en el *interior* de una esfera, era popular en los círculos paranormales alrededor del año 1900, y sigue siendo así entre ciertos excéntricos de hoy, especialmente en Gran Bretaña, Alemania y los EE.UU. Ellos mantienen, como se ilustra en la Figura 114, en que la Tierra sólida *encierra* el cielo, junto con la Luna, el Sol y las estrellas. La mayoría de nosotros somos engañados por la educación con otra descripción, porque somos inducidos a creer que la luz viaja en líneas rectas. Deshazte de esta creencia equivocada, dicen, y la Tierra hueca aparece en toda su gloria.

Es interesante notar que el razonamiento es parcialmente correcto. *No hay manera de refutar* esta clase de descripción del universo. De hecho, como explicaba el gran físico austriaco Roman Sexl, la invariancia por difeomorfismo de la relatividad general proclama incluso la equivalencia entre las dos visiones. La diversión comienza cuando cualquiera de los dos campos quiere decirle al otro que *sólo* su propia descripción puede ser correcta. Usted puede comprobar que cualquier argumento de este tipo es incorrecto; es divertido deslizarse en los zapatos de tal excéntrico y defender la hipótesis de la Tierra hueca contra sus amigos. Es fácil explicar la aparición del día y la noche, del horizonte y de las imágenes satelitales de la Tierra. Es fácil explicar lo que sucedió durante el vuelo a



**FIGURA 114** Un modelo de la teoría de la Tierra hueca (© Helmut Diehl).

la Luna. Puede volver locos a muchos malos físicos de esta manera. La descripción usual y la descripción de la Tierra hueca son exactamente equivalentes. ¿Puede confirmar que incluso la teoría cuántica, con su introducción de escalas de longitud en la naturaleza, no cambia esta situación?

Desafío 385 s

Vol. VI, página ??

En resumen, la invariancia de difeomorfismo no es una simetría fácil de tragar. Pero lo mejor es acostumbrarse ahora, ya que el resto de nuestra aventura deparará aún más sorpresas. Ciertamente, en la parte final de nuestro recorrido descubriremos que existe una simetría aún mayor de la naturaleza que es similar al cambio de punto de vista desde la vista hueca de la Tierra hasta el punto de vista estándar. Esta simetría, dualidad espacio-tiempo, es válida no sólo para las distancias medidas desde el centro de la Tierra, sino para las distancias medidas desde cualquier punto de la naturaleza.

Vol. I, página ??

Vol. I, página 202

#### UN RESUMEN: ¿SON INDEPENDIENTES EL ESPACIO, EL TIEMPO Y LA MASA?

Podemos concluir de esta breve discusión que no hay distinción fundamental entre espacio y tiempo en relatividad general. Las únicas distinciones posibles son las pragmáticas que utilizan materia, radiación o espacio-tiempo en el infinito.

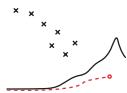
En el comienzo de nuestra ascensión a la montaña, se encontró que necesitábamos materia para definir el espacio y el tiempo. Ahora hemos encontrado que incluso necesitamos materia para distinguir *entre* el espacio y el tiempo. Del mismo modo, en el inicio de nuestro ascenso, se encontró que el espacio y el tiempo son necesarios para definir materia; ahora hemos descubierto que incluso necesitamos el espacio-tiempo *plano* para definirla. En esta cuestión fundamental, la relatividad general *no* ha traído ninguna mejora con respecto a los resultados de la física galileana.

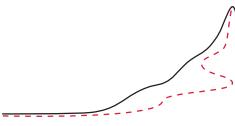
En resumen, la relatividad general *no* proporciona una manera de salir del razonamiento circular que descubrimos en la física de Galileo. En realidad, la relatividad ge-

neral hace que el problema quede aún menos claro que antes. La materia y la radiación siguen siendo esenciales para definir y distinguir el espacio y el tiempo, y el espacio y el tiempo siguen siendo esenciales para definir la materia y la radiación. Continuar nuestro ascenso de montaña es la única salida.

En las siguientes partes de nuestra aventura, la física cuántica confirmará que la materia es necesaria para distinguir entre el espacio y el tiempo. *Sin materia* no es posible en principio distinguir entre el espacio y el tiempo. Aún más tarde, vamos a descubrir que la masa y el espacio están en pie de igualdad en la naturaleza. Porque cada una se define con la otra, deducimos que las partículas y el vacío están hechos de la misma sustancia.

Vol. VI, página ?? Resultará que sólo son posibles distinciones entre el espacio y el tiempo, a las cotidianas energías bajas; pero tales distinciones no existen en principio.





## APPENDIX 11

# RELATIVIDAD GENERAL EN UNA CÁSCARA DE NUEZ - UN RESUMEN PARA EL LEGO

“Sapientia felicitas.”\*

Antiguedad

**L**a relatividad general es la descripción final de todos los *movimientos macroscópicos*. La relatividad general describe, para todos los observadores, todos los movimientos macroscópicos debidos a la gravedad, y en particular, describe cómo las observaciones del movimiento de *dos* observadores cualesquiera están relacionados entre sí. Sobre todo, la relatividad general describe los movimientos más extremos; el más veloz, el más violento y el más lejano. Por esta razón, la relatividad general describe el movimiento de la materia y del espacio vacío, incluido el movimiento de los horizontes y la evolución de lo que habitualmente se llama el borde del universo.

La descripción del movimiento macroscópico con relatividad general es *definitiva* y *correcta*. Los cálculos y las previsiones de la relatividad general corresponden a todas las observaciones en las cuales sea posible la correspondencia. (Esto todavía no es posible para la materia oscura; esta cuestión aún no se ha resuelto.)

La relatividad general está basada en dos principios deducidos de las observaciones:

- Todos los observadores coinciden en que hay una velocidad ‘perfecta’ en la naturaleza, es decir, una velocidad *máxima* de la energía en relación a la materia (cercana). El valor invariante de la velocidad  $c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$  se realiza mediante radiación sin masa, tales como señales de luz o radio.
- Todos los observadores coinciden en el hecho de que hay una fuerza ‘perfecta’ en la naturaleza, una fuerza *máxima* común que se puede realizar en relación con la materia (circundante). El valor de esta fuerza  $F = c^4/4G = 3,0258(4) \cdot 10^{43} \text{ N}$ , se realiza en el horizonte de eventos.

Estas dos observaciones contienen la teoría completa de la relatividad. De estas dos observaciones deducimos:

- El espacio-tiempo consta de eventos en  $3 + 1$  *dimensiones continuas*, con una curvatura variable. La curvatura se puede deducir de las mediciones de distancia entre los eventos, por ejemplo de los efectos de marea. Los tiempos, longitudes y curvaturas medidos varían de un observador a otro de una manera predecible. En resumen, vivimos en un *espacio-tiempo pseudo-riemanniano*.

\* ‘La sabiduría es la felicidad.’ Este viejo dicho fue una vez el lema de la Universidad de Oxford.

- El espacio-tiempo y el espacio se *curvan alrededor de la masa y la energía*. La curvatura en un punto se determina por la densidad de energía-cantidad de movimiento en ese punto, y es descrito por las ecuaciones de campo. Cuando la materia y la energía se mueven, la curvatura del espacio se mueve junto con ellas. Un retraso incorporado en este movimiento muestra que un transporte de energía más rápido que la luz es imposible. La constante de proporcionalidad entre la energía y la curvatura es tan pequeña que la curvatura no se observa en la vida diaria; sólo se observa su manifestación indirecta, a saber, la gravitación universal.
- Todo movimiento macroscópico - el de la materia, el de la radiación y el del vacío - es descrito por las ecuaciones de campo de la relatividad general.
- El espacio es *elástico*: prefiere ser plano. Al ser elástico, puede oscilar de forma independiente de la materia; se habla entonces de radiación gravitatoria o de ondas gravitacionales.
- En caída libre la materia se mueve a lo largo de *geodésicas*, es decir, a lo largo de caminos de longitud máxima en espacio-tiempo curvo; en el espacio, esto significa que la luz se curva cuando pasa cerca de grandes masas por el doble de la cantidad prevista por la gravitación universal.
- Para describir la gravitación necesitamos un espacio-tiempo *curvo*, es decir, relatividad general, *a más tardar* cuando las distancias sean del orden del radio de Schwarzschild  $r_S = 2Gm/c^2$ . Cuando las distancias son mucho mayores que este valor, la descripción relativista con gravedad y gravitomagnetismo (efecto de arrastre) es suficiente. Cuando las distancias son aún mayores y las velocidades son mucho más lentas que las de la luz, la descripción por gravitación universal,  $a = Gm/r^2$ , junto con el espacio-tiempo plano de Minkowski, servirá de buena primera aproximación.
- El espacio y el tiempo no se distinguen a nivel global sino sólo a nivel local. se requiere *materia y radiación* para hacer la distinción.

Además, toda la materia y energía que observamos en el cielo nos llevan a las siguientes conclusiones:

Página 197

- El universo tiene un tamaño finito, dado aproximadamente por  $r_{\max} \approx 1/\sqrt{\Lambda} \approx 10^{26}$  m. La constante cosmológica  $\Lambda$  tiene incluso el efecto de una densidad de energía. Se habla de *energía oscura*.
- El universo tiene una *edad finita*; esta es la razón de la oscuridad del cielo en la noche. Un horizonte limita los intervalos de espacio-tiempo medibles a alrededor de catorce mil millones de años.
- En la escala cosmológica, todo se aleja de todo lo demás: el universo se está *expandiendo*. Los detalles de la expansión del espacio subyacente, así como el horizonte del cielo nocturno, son descritas por las ecuaciones de campo de la relatividad general.

Vol. I, página ??

En pocas palabras, los experimentos muestran que todo movimiento de energía, incluida la materia y la radiación, tiene una velocidad y un flujo de impulso o fuerza limitados. Una fuerza máxima implica que las curvas espaciales y que la curvatura se puede mover. Las propiedades básicas bien conocidas del movimiento cotidiano siguen siendo válidas: también el movimiento relativista que incluye la gravedad es continuo, conserva la energía-momento y el momento angular, es relativo, es reversible, es un invariante especular (excepto la interacción débil, donde una forma generalizada de predecir el mo-

Vol. V, página ?? vimiento inverso respecto de un espejo se mantiene). Sobre todo, como el movimiento cotidiano, también todos los ejemplos de movimientos relativistas que incluyen la gravedad son perezosos: todo movimiento minimiza la acción.

En resumen, los principios de la fuerza máxima y de velocidad máxima se sostienen para cada movimiento en la naturaleza. Son verdades universales. La teoría de la relatividad general que sigue de los dos principios describe todo el movimiento *macroscópico* que se observa en el universo, incluidos los movimientos más rápidos, más poderosos y más distantes conocidos – ya sea movimiento de materia, radiación, vacío u horizontes.

### LA PRECISIÓN DE LA DESCRIPCIÓN

Ref. 286 ¿Merece la pena el esfuerzo de la relatividad general? Para la discusión de su precisión es más conveniente dividirlo en dos conjuntos de experimentos. El primer conjunto se compone de mediciones de cómo se *mueve la materia*. ¿Los objetos realmente siguen las geodésicas? Como se resume en la Tabla 8, todos los experimentos están de acuerdo con la teoría dentro de los errores de medición, es decir, al menos dentro de 1 parte en  $10^{12}$ . Dicho brevemente, la forma en que cae la materia está ciertamente bien descrita por la relatividad general.

Ref. 286, Ref. 287 El segundo conjunto de mediciones se refiere a la dinámica del espacio-tiempo en sí. ¿El *espacio-tiempo se mueve* siguiendo las ecuaciones de campo de la relatividad general? En otras palabras, ¿el espacio-tiempo está realmente curvado por la materia en la forma en que la teoría predice? Se han realizado muchos experimentos, cerca y lejos de la Tierra, tanto en campos débiles como fuertes. Todos están de acuerdo con las predicciones dentro de los errores de medición. Sin embargo, las mejores mediciones hasta ahora tienen sólo alrededor de 3 dígitos significativos. Tenga en cuenta que, aunque se han realizado numerosos experimentos, hay pocos *tipos* de pruebas, como muestra la Tabla 8. El descubrimiento de un nuevo tipo de experimento casi garantiza fama y riqueza. Lo más buscado, por supuesto, es la detección directa de las ondas gravitacionales.

Ref. 286 Otro comentario sobre la Tabla 8 está en orden. Después de muchas décadas en las que todos los efectos medidos eran sólo del orden  $v^2/c^2$ , varios efectos llamados efectos de campo fuertes en los pulsares permitieron alcanzar el orden  $v^4/c^4$ . Pronto algunos efectos de este orden también deben ser detectados incluso dentro del sistema solar, utilizando experimentos satelitales de alta precisión. La corona actual de todas las mediciones, el retardo de emisión de la onda gravitacional, es el único efecto  $v^5/c^5$  medido hasta ahora.

Página 177 La dificultad de lograr una alta precisión para las mediciones de curvatura espacio-tiempo es la razón por la que la masa se mide con balanzas, siempre (indirectamente) utilizando el prototipo de kilogramo en París, en lugar de definir una curvatura estándar y fijar el valor de G. De hecho, ningún experimento útil sobre curvatura terrestre se ha llevado a cabo. Un avance en este dominio sería una gran noticia. Los métodos de curvatura terrestre actualmente disponibles no permitirían ni siquiera definir un kilogramo de oro o de naranjas ¡con una precisión lo suficientemente alta como para distinguirlo de la cantidad doble!

Una manera diferente de verificar la relatividad general es buscar descripciones alternativas de la gravitación. Se han formulado y estudiado bastantes teorías alternativas de la gravedad, pero hasta ahora sólo la relatividad general está de acuerdo con todos los

TABLA 8 Tipos de pruebas de la relatividad general.

Efecto medido	Confirmación	Tipo	Referencia
Principio de equivalencia	$10^{-12}$	Movimiento de la materia	Ref. 156, Ref. 286, Ref. 289
$1/r^2$ dependencia (dimensionalidad del espacio-tiempo)	$10^{-10}$	Movimiento de la materia	Ref. 290
Independencia del tiempo de $G$	$10^{-19} /s$	Movimiento de la materia	Ref. 286
Desplazamiento al rojo (luz y microondas sobre el Sol, Tierra, Sirio)	$10^{-4}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 135, Ref. 133, Ref. 286
Desplazamiento del perihelio (cuatro planetas, Icaro, pulsar)	$10^{-3}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 286
Deflexión de la luz (luz, ondas de radio en torno al Sol, estrellas, galaxias)	$10^{-3}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 286
Retardo (señales de radio en torno al Sol, pulsar vecino)	$10^{-3}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 286, Ref. 175
Gravitomagnetismo (Tierra, pulsar)	$10^{-1}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 167, Ref. 168
Efecto geodésico (Luna, pulsar)	$10^{-1}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 164, Ref. 286
Retardo emisión ondas gravitacionales (pulsares)	$10^{-3}$	Curvatura del espacio-tiempo	Ref. 286

[Ref. 287](#), [Ref. 288](#) experimentos.

[Ref. 286](#) En resumen, como Thibault Damour le gusta explicar, la relatividad general es al menos 99.999 999 999 9 % correcta en relación con el movimiento de la materia y la energía, y por lo menos el 99.9 % correcta sobre la forma en que la materia y la energía curvan y mueven el espacio-tiempo. No hay excepciones, no se conocen datos anti-gravedad y no se conocen datos experimentales poco claros. Todo movimiento en la Tierra y en los cielos es descrito por la relatividad general. El logro de Albert Einstein no tiene defectos.

Observemos que la relatividad general no ha sido probada para el movimiento microscópico. En este contexto, el *movimiento microscópico* es cualquier movimiento para el cual la acción está alrededor del cuanto de la acción  $\hbar$ , es decir,  $10^{-34}$  Js. Este tema es central en la última parte de nuestra aventura.

### INVESTIGACIÓN EN RELATIVIDAD GENERAL Y COSMOLOGÍA

[Ref. 291](#) La investigación en relatividad general sigue siendo intensa, aunque en disminución; está disminuyendo más fuertemente en Suiza y Alemania, los países en los que Albert Einstein desarrolló la teoría. La investigación en cosmología y astrofísica, sin embargo, está en un punto alto en la actualidad. He aquí una breve descripción general.

\* \*

Los estudios experimentales más interesantes de la relatividad general son las pruebas que utilizan dobles púlsares, la búsqueda de ondas gravitacionales, y las medidas de precisión que utilizan satélites. Entre otros un satélite especial capturará todas las posibles púlsares de la galaxia. Todos estos experimentos expanden las pruebas experimentales en dominios que no han sido accesibles antes. Hasta ahora, todas las pruebas confirman completamente la relatividad general, como se esperaba.

\* \*

[Ref. 269](#) La investigación de las colisiones cósmicas y los problemas de muchos cuerpos, especialmente aquellos que involucran las estrellas de neutrones y agujeros negros, ayudan a los astrofísicos a mejorar su comprensión del rico comportamiento que observan en sus telescopios.

\* \*

[Ref. 292](#) El estudio del caos en las ecuaciones de campo es de interés fundamental en el estudio de los inicios del universo, y puede estar relacionado con el problema de la formación de galaxias, uno de los mayores problemas abiertos en la física.

\* \*

[Ref. 293](#) La recopilación de datos sobre la formación de galaxias es el objetivo principal de varios sistemas de satélites y telescopios construido especialmente con ese propósito. Uno de los objetivos es la búsqueda de anisotropías localizadas en el fondo cósmico microondas debidas a protogalaxias.

\* \*

La determinación precisa de los parámetros cosmológicos, como la densidad de la mate-

**Ref. 237** ria, la curvatura y la densidad del vacío, es un esfuerzo central de la astrofísica moderna. La exploración de la densidad del vacío - también llamada *constante cosmológica* o *energía oscura* - y la clarificación de la naturaleza de la *materia oscura* ocupan a una gran fracción de astrofísicos.

\* \*

**Ref. 294** Los astrónomos y astrofísicos descubren regularmente nuevos fenómenos en los cielos. Los distintos tipos de rayos gamma, ráfagas de rayos X y ráfagas ópticas todavía no se entienden completamente. Las ráfagas de rayos gamma, por ejemplo, pueden ser tan brillantes como  $10^{17}$  estrellas parecidas al sol combinadas; sin embargo, duran solamente algunos segundos. Más detalles sobre este tema de investigación se dan más adelante.

Vol. V, página ??

\* \*

**Ref. 295** Se está construyendo una base de datos informática de todas las soluciones de las ecuaciones de campo. Entre otras cosas, los investigadores están comprobando si realmente son todas diferentes entre sí.

\* \*

**Ref. 296** Las soluciones de las ecuaciones de campo con topología no trivial, como agujeros de gusano y soluciones similares a las partículas, constituye un campo fascinante de investigación. Sin embargo, tales soluciones se hacen imposible por los efectos cuánticos.

Vol. V, página ??

\* \*

**Ref. 297** Otras formulaciones de la relatividad general, que describen el espacio-tiempo con cantidades distintas de la métrica, se están desarrollando continuamente, con la esperanza de aclarar la relación entre la gravedad y el mundo cuántico. Las llamadas variables Ashtekar son tal descripción moderna.

Ref. 298, Ref. 299

\* \*

**Ref. 298, Ref. 299** El estudio del universo primordial y su relación de las propiedades de las partículas elementales, con conjeturas como la *inflación*, un corto período de expansión acelerada durante los primeros segundos después del big bang, sigue siendo un tema importante de investigación.

\* \*

**Ref. 298, Ref. 299** La unificación de la física cuántica, la física de partículas y la relatividad general es un campo de investigación importante y ocupará investigadores durante muchos años por venir. El objetivo es encontrar una descripción completa del movimiento. Este es el tema de la parte final de esta aventura.

Vol. VI, página ??

\* \*

**Ref. 300** Por último, la enseñanza de la relatividad general, que durante muchas décadas se ha ocultado detrás de los índices griegos, las formas diferenciales y otros enfoques antidiácticos, se beneficiarán enormemente de las futuras mejoras que se centran más en la física y menos en el formalismo.

### ¿PODRÍA SER LA RELATIVIDAD GENERAL DIFERENTE?

“Es bueno que tengamos gravedad, o de lo contrario, cuando los pájaros murieran, se quedarían allí. Los cazadores estarían todos confundidos.”

Steven Wright

La constante de gravitación proporciona un límite para la densidad y la aceleración de los objetos, así como para la potencia de los motores. Hemos basado todas sus deducciones en su invariancia. ¿Es posible que la constante de gravitación  $G$  cambie de un lugar a otro o que cambie con el tiempo? La cuestión es difícil. A primera vista, la respuesta es un sonoro: ‘¡Sí, por supuesto!’ Sólo hay que ver lo que sucede cuando se cambia el valor de  $G$  en las fórmulas. Sin embargo, esta respuesta es incorrecta, como era *incorrecta* para la velocidad de la luz  $c$ .

Página 94

Dado que la constante de gravitación entra en nuestra definición de la gravitación y la aceleración, y por tanto, incluso si no nos damos cuenta ello, en la construcción de todas las reglas, todos los patrones de medida y todos los sistemas de medición. Por lo tanto, *no hay manera* de detectar si su valor varía en realidad.

- ▷ No se puede medir un cambio en la fuerza máxima y, por lo tanto, en la constante de gravitación  $G$ .

Desafío 387 e

Página 296

Sí, la invariancia de la fuerza límite y de  $G$  es contra-intuitiva. Los experimentos son capaces de detectar la *existencia* de una fuerza máxima. Sin embargo, ningún experimento imaginable podría detectar una *variación* del valor de la fuerza máxima, ni en el espacio ni en el tiempo. ¡Solo inténtelo! Cada medida de fuerza es, nos guste o no, una comparación con la fuerza límite. No hay manera, en principio, de falsificar la invariancia de un estándar de medición. Esto es aún más sorprendente porque las mediciones de este tipo se comunican periódicamente. En cierto sentido, la Tabla 8 es una lista de tales experimentos. Pero el resultado de cualquier experimento de este tipo es fácil de predecir: nunca se encontrará ningún cambio y nunca se encontrará una desviación de la relatividad general.

¿Son posibles otros cambios? ¿Podría el número de dimensiones espaciales ser diferente de 3? Este problema es un poco complicado. Por ejemplo, tres es el número más pequeño de dimensiones para las que un tensor de Ricci nulo es compatible con curvatura no nula. Por otra parte, más de tres dimensiones dan desviaciones de la ‘ley’ del cuadrado inverso de la gravitación. Hasta el momento, no hay datos que apunten en esta dirección. Todos los experimentos confirman que el espacio tiene exactamente tres dimensiones.

¿Podrían las ecuaciones de la relatividad general ser diferentes? Durante el siglo pasado, los teóricos han explorado muchas ecuaciones alternativas. Sin embargo, casi ninguna de las alternativas propuestas hasta ahora parece encajar con los datos experimentales. Solo dos candidatos se mencionan regularmente.

En primer lugar, la inclusión de la *torsión* en las ecuaciones de campo, una posible extensión de la teoría, es una tentativa de incluir el espín de partículas en la relatividad general. La inclusión de la torsión en la relatividad general no requiere de nuevas

Ref. 302

Ref. 301 constantes fundamentales; de hecho, la ausencia de torsión se asumió en la ecuación de Raychaudhuri. El uso de la ecuación extendida de Raychaudhuri, que incluye la torsión, podría permitir deducir la teoría completa de Einstein-Cartan a partir del principio de fuerza máxima. No obstante, todos los argumentos hasta ahora sugieren que la torsión es una complicación inútil.

Ref. 303

En segundo lugar, un resultado experimental sigue sin explicarse: la cuestión de la existencia de materia oscura. La velocidad de rotación de la materia visible lejos del centro de las galaxias *podría* implicar la existencia de materia oscura o alguna desviación de la dependencia del cuadrado inverso de la gravedad universal. La última opción implicaría la modificación en las ecuaciones de campo para distancias astronómicamente grandes. La opción de materia oscura supone que tenemos dificultades para observar algo, la opción de dinámica modificada asume que perdemos algo en las ecuaciones. También ciertos experimentos sobre la desviación de la luz parecen apuntar a algún tipo invisible de materia dispersa alrededor de las galaxias. ¿Es esta una nueva forma de materia? En la actualidad, la mayoría de los investigadores asumen la existencia de la materia oscura y asumen además que es un tipo desconocido de materia. Pero como la naturaleza de la materia oscura no se entiende y dado que no ha sido detectada nunca en el laboratorio, el problema no está resuelto.

En resumen, dado el principio de fuerza máxima, parece extremadamente improbable, si no imposible, que la naturaleza no pueda ser descrita por la relatividad general.

“ Era, por supuesto, una mentira lo que leíste acerca de mis convicciones religiosas, una mentira que se repite sistemáticamente. No creo en un Dios personal y nunca lo he negado, sino que lo he expresado claramente. Si hay algo en mí que se puede llamar religioso, entonces es la admiración ilimitada por la estructura del mundo hasta donde nuestra ciencia puede revelarla. ”

Albert Einstein, 24 Marzo 1954.

Desafío 388 e

### LAS LÍMITACIONES DE LA RELATIVIDAD GENERAL

A pesar de sus éxitos y su fascinación, la descripción del movimiento presentada hasta ahora es insatisfactoria; tal vez usted ya tiene algunas intuiciones acerca de ciertos problemas no resueltos.

En primer lugar, aunque la velocidad de la luz es el punto de partida de toda la teoría, todavía no sabemos qué es realmente la luz. Entender lo que *es* la luz será nuestro próximo tema.

En segundo lugar, hemos visto que todo lo que tiene masa cae a lo largo de una geodésica. Pero una montaña no cae. De alguna manera la materia de abajo le impide caer. ¿Cómo? ¿Y de dónde viene la masa? ¿Qué es la materia? La relatividad general no proporciona ninguna respuesta; en realidad, no describe la materia en *absoluto*. Einstein solía decir que el lado izquierdo de las ecuaciones de campo, que describía la curvatura del espacio-tiempo, era de granito, mientras que el lado derecho, que describía la materia, era arena. Ciertamente, en este punto todavía no sabemos qué son la materia y la masa. Como ya se ha dicho, para cambiar la arena en roca primero necesitamos la física

cuántica y luego, en un paso más, su unificación con la relatividad. Este es el programa para el resto de nuestra aventura.

También hemos visto que la materia es necesaria para distinguir claramente entre el espacio y el tiempo, y en particular, para entender el funcionamiento de los relojes, las barras de medir y las balanzas. En particular, queda una pregunta: ¿por qué existen unidades de masa, longitud y tiempo en la naturaleza? Entender por qué son posibles las mediciones será otro de los temas de la física cuántica.

También sabemos muy poco sobre el vacío. Necesitamos entender la magnitud de la constante cosmológica, su dependencia del tiempo y del número de dimensiones del espacio-tiempo. Sólo entonces podemos responder a la simple pregunta: ¿Por qué está tan lejos el cielo? La relatividad general no ayuda aquí. Peor aún, la pequeñez de la constante cosmológica contradice la versión más simple de la teoría cuántica; esta es una de las razones por las que todavía tenemos bastante altura que escalar antes de llegar a la cima de la Montaña del Movimiento.

Vol. VI, página ??

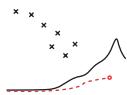
Finalmente, barrimos otra cuestión importante bajo la alfombra. La relatividad general prohíbe la existencia de objetos puntuales, y por lo tanto de partículas puntuales. Pero la idea de partículas puntuales es una razón por la que introdujimos puntos espaciales en primer lugar. ¿Cuál es el destino final de la idea de punto espacial? ¿Qué implica esto para las propiedades de los horizontes, para los agujeros negros y el cielo nocturno? También esta cuestión permanece abierta en esta etapa.

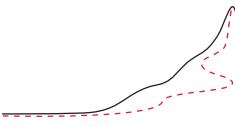
Vol. V, página ??

Página 8

En pocas palabras, para describir bien el movimiento, necesitamos una descripción más precisa de la luz, de la materia y del vacío. En otras palabras, ¡necesitamos saber más sobre todo! De lo contrario, no podemos esperar contestar preguntas sobre montañas, relojes y estrellas. En particular, necesitamos saber más sobre la luz, la materia y el vacío a *pequeñas escalas*. Necesitamos entender los aspectos *microscópicos* del mundo.

A pequeñas escalas, la curvatura del espacio es despreciable. Por lo tanto, damos un paso atrás, a situaciones *sin* gravedad, y exploramos los detalles microscópicos de la luz, la materia y el vacío. Este dominio se denomina *física cuántica*. La [Figura 1](#), mostrada en el prefacio, da una impresión de lo que nos espera. Y a pesar de la simplificación del espacio-tiempo plano, la aventura es hermosa e intensa: exploraremos el movimiento en la base de la vida.





## APPENDIX 12

# UNIDADES, MEDIDAS Y CONSTANTES

Ref. 304

**L**as medidas son comparaciones con patrones. Los patrones o estándares están basados en *unidades*. Muchos sistemas de unidades diferentes han sido usados en todo el mundo a lo largo de la historia. La mayoría de estos estándares confieren poder a la organización que está a cargo de ellos. Tal poder puede ser mal utilizado, lo que es el caso hoy en día, por ejemplo en la industria de la computación, y así fue en el lejano pasado. La solución es la misma en ambos casos: organizar una norma estándar independiente y global. Para las unidades de medida, esto ocurrió en el siglo XVIII: a fin de evitar el mal uso por parte de instituciones autoritarias, para eliminar los problemas con patrones diferentes, cambiantes e irreproducibles, y - esto no es una broma - para simplificar la recaudación de impuestos y para hacerla más justa, un grupo de científicos, políticos y economistas acordaron un conjunto de unidades . Se llama el Sistema Internacional de Unidades, abreviado SI, y se define por un tratado internacional , la “Convention du Métre”. Las unidades son gestionadas por una organización internacional, la “Conférence Général de Poids et Mesures”, y sus organizaciones hijas, la “Comisión Internacional de Pesas y Medidas” y la “Oficina Internacional de Pesas y Medidas” (BIPM) . Todo se originó en la época inmediatamente anterior a la revolución francesa.

### UNIDADES DEL SI

Todas las unidades del SI se construyen a partir de siete *unidades básicas*, cuyas definiciones oficiales, traducidas del francés, se indican a continuación , junto con las fechas de su formulación:

- ‘El *segundo* es la duración de  $9\,192\,631\,770$  períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133. (1967)\*
- ‘El  *es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de  $1/299\,792\,458$  de segundo.\**
- ‘El *kilogramo*, símbolo kg, es la unidad de masa; es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo, a ser  $6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$  cuando se expresa en unidades de  $J \cdot s$ , que es igual a  $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$ .’ (2019)\*
- ‘El *amperio*, símbolo A, es la unidad en el SI de corriente eléctrica. Se define como el valor de la cara fundamental e igual a  $1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$  cuando se expresa en unidades de C, que es igual a  $A \cdot s$ . (2019)\*
- ‘El *kelvin*, símbolo K, es la unidad del SI para la temperatura termodinámica. Se define tomando el valor de la constante de Boltzmann  $k$ , que es  $1,380\,649 \cdot 10^{-23}$ , cuando

se expresa en unidades de  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ . (2019)\*

- ‘El mol, símbolo mol, es la unidad SI para indicar la cantidad de substancia. Un mol contiene exactamente  $6,02214076 \cdot 10^{23}$  entidades elementales. (2019)\*

- ‘La candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada , de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia  $540 \cdot 10^{12}$  hertz y tiene una intensidad radiante en esa dirección de (1/683) watt por estereorradián.’ (1979) La definición de 2019 es equivalente, pero menos clara.\*

Notemos que las unidades de tiempo y longitud se definen como ciertas propiedades de un ejemplo de movimiento estándar, es decir, la luz. En otras palabras, también la Conferencia General de Pesas y Medidas remarca que la observación del movimiento es un *requisito* previo para la definición y construcción del tiempo y el espacio. El *movimiento es el fundamento de toda observación* y de toda medición. Por cierto, el uso de la luz en las definiciones fue propuesto ya en 1827 por Jacques Babinet \*\*

A partir de estas unidades básicas, se definen todas las demás unidades por multiplicación y división. Por lo tanto, todas las unidades del SI tienen las siguientes propiedades::

- Las Unidades del SI forman un sistema con la precisión *del estado de la técnica en cada momento*: todas las unidades se definen con una precisión que es mayor que la precisión de las medidas de uso común. Por otra parte, regularmente se mejora la precisión de las definiciones. La presente incertidumbre relativa de la definición del segundo es de alrededor de  $10^{-14}$ , para el metro sobre  $10^{-10}$ , para el kilogramo cerca de  $10^{-9}$ , para el amperio  $10^{-7}$ , para el mol menos de  $10^{-6}$ , para el kelvin  $10^{-6}$  y para la candela  $10^{-3}$ .

- Las Unidades del SI forman un *sistema absoluto*: todas las unidades se definen de tal manera que puedan ser reproducidos en cada laboratorio equipado adecuadamente, de forma independiente, y con alta precisión. Esto evita en lo posible cualquier uso indebido de la agencia de certificación. De hecho, el sistema SI está tan cerca como sea posible de las unidades naturales de Planck, que se presentan a continuación. En la práctica, el SI es un estándar internacional que define los valores numéricos de las siete constantes  $c$ ,  $\hbar$ ,  $e$ ,  $k$ ,  $N_A$  and  $K_{cd}$ . Después de más de 200 años de discusiones, el CGPM tiene poco queda por hacer.

- Las Unidades del SI forman un sistema *práctico*: las unidades básicas son cantidades de magnitudes cotidianas. Las Unidades utilizadas con frecuencia tienen nombres y abreviaturas estándar. La lista completa incluye las siete unidades básicas que acabamos de dar, las unidades suplementarias, las unidades derivadas y las unidades admitidas.

Las unidades SI suplementarias son dos: la unidad de ángulo (plano), definida como la relación de la longitud del arco al radio, es el *radian* (rad). Para el ángulo sólido, definido como la relación entre el área subtendida al cuadrado del radio, la unidad es el *estereorradián* (sr).

---

\* Los símbolos respectivos son s, m, kg, A, K, mol y cd. La definición completa se encuentra en [www.bipm.org](http://www.bipm.org). Para obtener más detalles sobre los niveles de cesio, consulte un libro sobre física atómica. El rango de temperatura y temperatura Celsius es como:  $y \theta / {}^\circ\text{C} = T / \text{K} - 273,15$ ; observe la pequeña diferencia con el número que aumenta en la definición de kelvin. SI también dice: ‘Cuando se usa el mol, las entidades elementales deben especificarse y ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o agrupaciones específicas de tales partículas. En la definición de mol, se entiende que los átomos de carbono 12 están libres, en reposo y en su estado básico. En la definición de la candela, la frecuencia de la luz corresponde a 555,5 nm, es decir, al color verde, alrededor de la longitud de onda donde el ojo es más sensible.

\*\* Jacques Babinet (1794–1874), físico francés que publicó un importante trabajo en óptica.

Las unidades *derivadas* con nombres especiales, en su ortografía oficial, es decir, sin letras mayúsculas ni acentos, son los siguientes:

Nombre	Abreviatura	Nombre	Abreviatura
hertz	$\text{Hz} = 1/\text{s}$	newton	$\text{N} = \text{kg m/s}^2$
pascal	$\text{Pa} = \text{N/m}^2 = \text{kg/m s}^2$	joule	$\text{J} = \text{Nm} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$
watt	$\text{W} = \text{kg m}^2/\text{s}^3$	coulomb	$\text{C} = \text{As}$
voltio	$\text{V} = \text{kg m}^2/\text{A s}^3$	faradio	$\text{F} = \text{As/V} = \text{A}^2\text{s}^4/\text{kg m}^2$
ohm	$\Omega = \text{V/A} = \text{kg m}^2/\text{A}^2\text{s}^3$	siemens	$\text{S} = 1/\Omega$
weber	$\text{Wb} = \text{Vs} = \text{kg m}^2/\text{As}^2$	tesla	$\text{T} = \text{Wb/m}^2 = \text{kg/As}^2 = \text{kg/Cs}$
henry	$\text{H} = \text{Vs/A} = \text{kg m}^2/\text{A}^2\text{s}^2$	degree Celsius	${}^\circ\text{C}$ (ver definición de kelvin)
lumen	$\text{lm} = \text{cd sr}$	lux	$\text{lx} = \text{lm/m}^2 = \text{cd sr/m}^2$
becquerel	$\text{Bq} = 1/\text{s}$	gray	$\text{Gy} = \text{J/kg} = \text{m}^2/\text{s}^2$
sievert	$\text{Sv} = \text{J/kg} = \text{m}^2/\text{s}^2$	katal	$\text{kat} = \text{mol/s}$

Notemos que en todas las definiciones de las unidades, el kilogramo sólo aparece para las potencias de 1, 0 y  $-1$ . ¿Puede intentar encontrar la razón?

Las unidades *admitidas* que no son SI son *minuto*, *hora*, *día* (para el tiempo), *grados*  $1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$ , *minute*  $1' = \pi/10\,800 \text{ rad}$ , *segunda*  $1'' = \pi/648\,000 \text{ rad}$  (para ángulos), *litro*, y *tonelada*. Todas las demás unidades se evitan.

Todas las unidades SI se hacen más prácticas gracias a la introducción de nombres y abreviaturas estándar para las potencias de diez, los llamados *prefijos*:\*

Potencia	Nombre	Potencia	Nombre	Potencia	Nombre	Potencia	Nombre
$10^1$	deca da	$10^{-1}$	deci d	$10^{18}$	Exa E	$10^{-18}$	atto a
$10^2$	hecto h	$10^{-2}$	centi c	$10^{21}$	Zetta Z	$10^{-21}$	zepto z
$10^3$	kilo k	$10^{-3}$	mili m	$10^{24}$	Yotta Y	$10^{-24}$	yocto y
$10^6$	Mega M	$10^{-6}$	micro $\mu$	no oficial:		Ref. 306	
$10^9$	Giga G	$10^{-9}$	nano n	$10^{27}$	Xenta X	$10^{-27}$	xenno x
$10^{12}$	Tera T	$10^{-12}$	pico p	$10^{30}$	Wekta W	$10^{-30}$	weko w
$10^{15}$	Peta P	$10^{-15}$	femto f	$10^{33}$	Vendekta V	$10^{-33}$	vendeko v
				$10^{36}$	Udekta U	$10^{-36}$	udeko u

\* Algunos de estos nombres son inventados ( yocto suene similar al latín octo ‘ocho’, zepto por sonar de manera similar al latín septem, yotta y zetta a parecerse a ellos, y exa peta a suenan como las palabras griegas ἔξακις y πεντάκις para seis veces “y” cinco veces, los no oficiales al sonido similar a las palabras griegas para nueve, diez, once y doce), algunos son de danés/noruego ( atto de atten ‘dieciocho’, femto de femten ‘quince’); algunos son del latín (de mille ‘mil’ , de centum ‘cien’ , de decem ‘diez’ , de nanus ‘enano’ ) , algunos son del italiano (de piccolo “pequeño”), algunos son griego (micro es de μικρός ‘pequeña’ , deca/deka de δέκα ‘diez’, hecto de ἑκατόν ‘cien’, el kilo de χιλιοί ‘mil’ mega de μέγας ‘grande’, giga de γίγας ‘gigante’, tera de τέρας ‘monstruo’ ). Traducir: Estaba atrapado en un atasco de tráfico , tal que necesitaba un microsiglo para recorrer un picoparsec y el consumo de combustible de mi coche era dos décimas de un milímetro cuadrado.

■ Las Unidades del SI forman un sistema *completo*: abarcan de manera sistemática el conjunto completo de observables de la física. Por otra parte, fijan las unidades de medida de todas las otras ciencias puras también.

■ Las Unidades del SI-forman un sistema *universal* que se puede utilizar en el comercio, en la industria, en el comercio, en casa, en educación y en investigación. incluso podría ser utilizado por las civilizaciones extraterrestres, si existieran.

■ Las Unidades del SI forman un sistema *autoconsistente*: el producto o cociente de dos unidades del SI es también una unidad del SI. Esto significa que, en principio, la misma abreviatura, por ejemplo, 'SI', podría ser utilizado para cada unidad.

Las unidades del SI no son el único conjunto posible que pueda cumplir con todos estos requisitos, pero es el único sistema existente, que lo hace.\*

### EL SIGNIFICADO DE LA MEDICIÓN

Desafío 391 e

Cada medición es una comparación con un patrón estándar. Por lo tanto, cualquier medición requiere *materia* para realizar el patrón (incluso para un patrón estándar de la velocidad), y *radiación* para lograr la comparación. El concepto de la medición por lo tanto asume que existen materia y radiación y se puede separar claramente una de otra.

Cada medición es una comparación. La medición de este modo implica que existen espacio y el tiempo, y que se diferencian uno de otro.

Cada medida produce un resultado de la medición. Por lo tanto, cada medición implica el *almacenamiento* del resultado. El proceso de la medición de este modo implica que la situación antes y después de la medición se puede distinguir. En otros términos, todos los procesos de medición son procesos *irreversibles*.

Cada medición es un proceso. Así, cada medición requiere una cierta cantidad de tiempo y una cierta cantidad de espacio.

Todas estas propiedades de las mediciones son sencillas pero importantes. Tenga cuidado con cualquiera que lo niegue.

### CURIOSIDADES Y DESAFÍOS DIVERTIDOS ACERCA DE LAS UNIDADES

El segundo no corresponde a  $1/86\,400^\circ$  del día, aunque lo hizo en el año 1900, la Tierra ahora tarda unos 86 400,002 s para una rotación, por lo que el *Servicio Internacional sobre la Rotación de la Tierra* debe presentar regularmente un segundo intercalar para asegurarse de que el Sol esté en el punto más alto en el cielo a las 12 en punto.\*\* El tiempo así definido se llama tiempo universal coordinado. La velocidad de rotación de la

\* Además de las unidades internacionales, también hay unidades *provinciales*. La mayoría de las unidades provinciales todavía en uso son de Origen romano. La milla viene de *milia passum*, que solía ser mil (dobles) pasos de unos 1480 mm cada uno; hoy en día una milla náutica, que una vez fue definida como minuto de arco en la superficie de la Tierra, es exactamente 1852 m). La pulgada proviene de *uncia/onzia* (doceavo - ahora de un pie). La libra (de pondré 'sopesar') se utiliza como traducción de *libra* - equilibrio - que es el origen de su abreviatura lb. Incluso el hábito de contar en docenas en lugar de las decenas es de origen romano. Estas y todas las otras unidades de entretenimiento similares - como el sistema en el que todas las unidades comienzan con 'f' y que utiliza furlong/quincena como unidad de velocidad - ahora se definen oficialmente como múltiplos de las unidades del SI.

\*\* Su sitio web en [hpiers.obspm.fr](http://hpiers.obspm.fr) da más información sobre los detalles de estas inserciones, como lo hace [maia.usno.navy.mil](http://maia.usno.navy.mil), uno de los pocos sitios web militares útiles. Ver también [www.bipm.fr](http://www.bipm.fr), el sitio de la BIPM.

Tierra también cambia de forma irregular en el día a día debido a las condiciones meteorológicas, la velocidad de rotación media, incluso los cambios de invierno a verano, debido a los cambios en los casquetes polares, y además de que disminuye el promedio en el tiempo, debido a la fricción producida por las mareas. La tasa de inserción de los segundos intercalares por tanto, es superior a una vez cada 500 días, y no es constante en el tiempo.

\* \*

No usar las unidades del SI puede ser costoso. En 1999, la NASA perdió un satélite en Marte debido a que algunos programadores de software han utilizado unidades provinciales en lugar de las unidades del SI en la parte del código. Como resultado del uso de pies en lugar de metros, el Mars Climate Orbiter se estrelló en el planeta, en lugar de orbitarlo, la pérdida fue de alrededor de 100 millones de euros.\*

\* \*

Las cantidades más precisamente medidas en la naturaleza son las frecuencias de ciertos púlsares de milisegundos,\*\* la frecuencia de ciertas transiciones atómicas estrechas y la constante de Rydberg del hidrógeno atómico, que se pueden medir con la misma precisión con que se define el segundo. La transición de cesio que define el segundo tiene un ancho de línea finito que limita la precisión alcanzable: el límite es de aproximadamente 14 dígitos.

\* \*

La medida con menor precisión de las constantes fundamentales de la física son la constante gravitacional  $G$  y la constante de acoplamiento fuertes  $\alpha_s$ . Aún son conocidas con menos precisión la edad del universo y su densidad (véase Tabla 13).

Página 315

Ref. 307

Ref. 308

Desafío 392 s

Las variaciones de cantidades a menudo son mucho más fáciles de medir que sus valores. Por ejemplo, en los detectores de ondas gravitacionales, la sensibilidad lograda en 1992 fue  $\Delta l/l = 3 \cdot 10^{-19}$  para longitudes del orden de 1 m. En otras palabras, para un bloque de aproximadamente un metro cúbico de metal es posible medir cambios de longitud aproximadamente 3000 veces más pequeños que el radio de un protón. Estas configuraciones ahora están siendo reemplazadas por interferómetros de anillo. Ya se han construido interferómetros de anillo que miden diferencias de frecuencia de  $10^{-21}$ ; y aún están siendo mejorados.

\* \*

La tabla de prefijos del SI cubre 72 órdenes de magnitud. ¿Cuántos prefijos adicionales se necesitarán? Incluso una lista ampliada incluirá sólo una pequeña parte de la infinita gama de posibilidades. ¿La Conferencia General de Pesas y Medidas tendrá que continuar para siempre, definiendo un número infinito de prefijos del SI? ¿Por qué?

\* Esta historia revivió una vieja pero falsa leyenda urbana que dice que sólo tres países en el mundo no utilizan unidades SI: Liberia, los EE.UU. y Myanmar.

\*\* Un resumen sobre este fascinante trabajo se encuentra en J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Philosophical Transactions of the Royal Society, London A 341, pp. 117–134, 1992.

\* \*

El filósofo francés Voltaire, después de reunirse con Newton, publicó la ya famosa historia de que la conexión entre la caída de objetos y el movimiento de la Luna fue descubierta por Newton cuando vio una manzana que cayó de un árbol. Más de un siglo más tarde, justo antes de la Revolución Francesa, un comité de científicos decidió tomar como unidad de fuerza, precisamente, la fuerza ejercida por la gravedad sobre una *manzana estándar*, y ponerle el nombre del científico Inglés. Después de un extenso estudio, se encontró que la masa de la manzana estándar era 101,9716 g; su peso fue llamado 1 Newton. Desde entonces, los visitantes del museo en Sèvres, cerca de París han podido admirar el metro patrón, el kilogramo estándar y la manzana estándar.\*

### LA PRECISIÓN Y LA EXACTITUD DE LAS MEDICIONES

Las medidas son la base de la física. Toda medida tiene un error. Los errores son debido a la falta de precisión o a la falta de exactitud. La precisión significa lo bien que se reproduce un resultado cuando se repite la medición; exactitud es el grado en que una medición corresponde al valor real. La falta de precisión se debe a errores accidentales o al azar, estos se miden mejor por la *desviación estándar*,  $\sigma$  normalmente abreviada, que se define a través

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 , \quad (291)$$

donde  $\bar{x}$  es el promedio de las  $x_i$  mediciones. (¿Se imagina por qué se utiliza  $n-1$  en la fórmula en lugar de  $n$ ?)

Desafío 393 s

Para la mayoría de los experimentos, la distribución de los valores de medición tiende a una distribución normal, también llamada *distribución gaussiana*, cuando se aumenta el número de mediciones. La distribución, que se muestra en la Figura ??, se describe por la expresión

$$N(x) \approx e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} . \quad (292)$$

Desafío 394 e

El cuadrado  $\sigma^2$  de la desviación estándar es también llamada la *varianza*. Para una distribución gaussiana de los valores de medición,  $2,35\sigma$  es la anchura a media altura.

Ref. 310

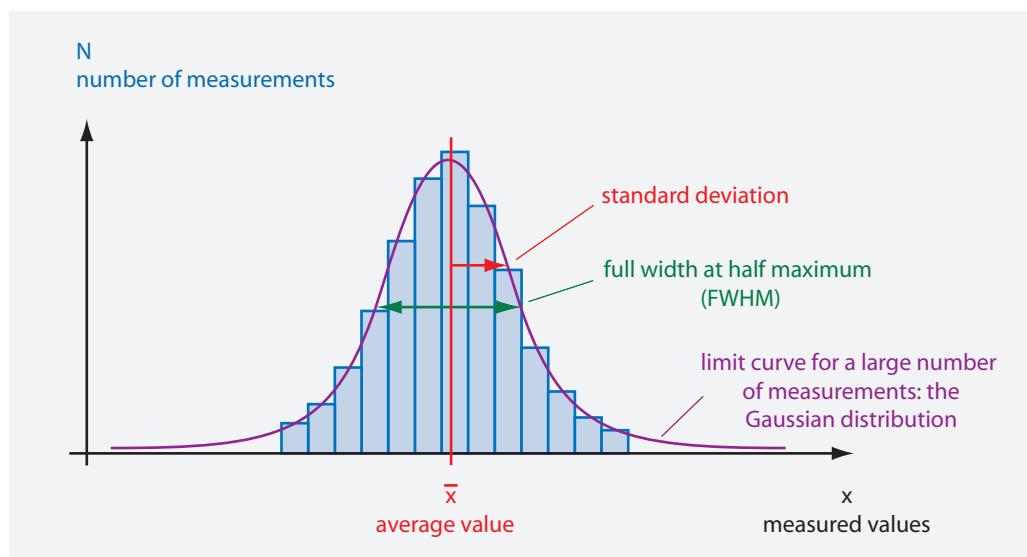
La falta de precisión se debe a *errores sistemáticos*, éstos, por lo general, sólo se pueden estimar. Esta estimación se añade a menudo a los errores aleatorios para producir un error experimental total, a veces también llamada la *incertidumbre total*. El error relativo o la incertidumbre es la relación entre el error y el valor medido.

Desafío 395 e

Por ejemplo, una medida profesional dará un resultado como 0,312(6) m. El número entre paréntesis es la desviación típica  $\sigma$ , en unidades de los últimos dígitos. Igual que antes, se supone una distribución de Gauss de los resultados de medición. Por lo tanto, un valor de 0,312(6) m implica que se espera que el valor real a medir

Ref. 309

\* Para que quede claro, esto es una broma; *no* existe la manzana estándar. Sin embargo no es una broma, que los propietarios de varios manzanos en Gran Bretaña y Estados Unidos los declaran descendientes, replantándolos, del árbol original bajo la cual Newton tuvo su intuición. También se realizaron pruebas de DNA para determinar si todos estos se derivan del mismo árbol. El resultado fue, por supuesto, que el árbol del MIT, a diferencia de los británicos, es falso.



**FIGURA 115** Un experimento de precisión y su distribución de medición. La precisión es alta si el ancho de la distribución es estrecho; la precisión es alta si el centro de distribución está de acuerdo con el valor real.

- dentro  $1\sigma$  con 68.3 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,006$  m;
- dentro  $2\sigma$  con 95.4 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,012$  m;
- dentro  $3\sigma$  con 99.73 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,018$  m;
- dentro  $4\sigma$  con 99.9937 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,024$  m;
- dentro  $5\sigma$  con 99.999 943 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,030$  m;
- dentro  $6\sigma$  con 99.999 999 80 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,036$  m;
- dentro  $7\sigma$  con 99.999 999 999 74 % de probabilidad, entonces en este ejemplo estará dentro  $0,312 \pm 0,041$  m.

**Desafío 396 s** (¿Los últimos números tienen sentido?)

Tenga en cuenta que las desviaciones estándar tienen un dígito, usted tendría que ser un experto mundial para usar dos, y un tonto para usar más. Si no se da una desviación estándar, se supone un (1). Como resultado, entre los profesionales, 1 km y 1000 m *no* son la misma longitud!

¿Qué sucede con los errores cuando se suman o restan dos valores de medición  $A$  y  $B$ ? Si todas las mediciones son independientes - o no correlacionadas - la desviación estándar de la suma y de la diferencia está dada por  $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$ . Tanto para el producto o cociente de dos valores medidos y no correlacionados  $C$  y  $D$ , el resultado es  $\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$ , donde los términos  $\rho$  son las desviaciones estándar relativas.

**Desafío 397 s** Suponga que usted mide un objeto que se mueve 1,0 m en 3,0 s: ¿cuál es el valor de la

velocidad medida?

### LÍMITES A LA PRECISIÓN

Desafío 398 e  
Vol. VI, página ??

¿Cuáles son los límites de la exactitud y precisión? No hay manera, incluso en principio, de medir una longitud  $x$  con una *precisión* mayor que alrededor de 61 dígitos, porque en la naturaleza, la relación entre la mayor y la más pequeña longitud medible es  $\Delta x/x > l_{\text{Pl}}/d_{\text{horizon}} = 10^{-61}$ . (¿Es esta relación válida también para la fuerza o para el volumen?) En el volumen final de nuestro texto, el estudio de los relojes y metros rígidos fortalece este límite teórico.

Pero no es difícil deducir límites prácticos más estrictos. Ninguna máquina imaginable puede medir cantidades con una precisión superior a la medición del diámetro de la Tierra entre la longitud más pequeña jamás medida, sobre  $10^{-19}$  m, es decir cerca de 26 dígitos de precisión. El uso de un límite más realista de una máquina de tamaño 1000 m implica un límite de 22 dígitos. Si, como se predijo anteriormente, medidas de tiempo realmente lograran 17 dígitos de precisión, entonces se acercan al límite práctico, ya que además de tamaño, existe una restricción práctica adicional: el costo. De hecho, un dígito adicional en la precisión de medición a menudo significa un dígito adicional en el coste del equipo.

### LAS CONSTANTES FÍSICAS

En la física, las observaciones de carácter general se deducen de las más fundamentales. Como consecuencia de ello, muchas mediciones se pueden deducir de las más fundamentales. Las medidas más fundamentales son las de las constantes físicas.

Ref. 311

Las siguientes tablas muestran los mejores valores del mundo de las constantes físicas más importantes y propiedades físicas de las partículas - en las unidades del SI y en algunas otras unidades comunes - publicados en las referencias estándar. Los valores son los promedios mundiales de las mejores mediciones realizadas hasta el presente. Como de costumbre, los errores experimentales, incluyendo los errores sistemáticos, tanto aleatorios como estimados, se expresan dando la desviación estándar en los últimos dígitos. De hecho, detrás de cada uno de los números en las siguientes tablas hay una larga historia digna de ser contada, pero para las que no hay suficiente espacio aquí.

Ref. 312

Ref. 311

Vol. V, página ??

En principio, todas las propiedades cuantitativas de la materia se pueden calcular con la teoría cuántica y los valores de ciertas constantes físicas. Por ejemplo, el color, la densidad y la propiedad elástica se pueden predecir usando las ecuaciones de la física de partículas del modelo estándar y los valores de las constantes básicas.

**TABLA 10** Constantes físicas básicas.

Cantidad	Símbolo	Valores en unidades SI	Incertidumbre
<b>Constantes que define el SI de unidades</b>			
Velocidad de la luz en el vacío <sup>c</sup>	$c$	299 792 458 m/s	0
Permeabilidad del vacío <sup>c</sup>	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m $= 1,256\,637\,061\,435 \dots \mu\text{H}/\text{m}^0$	0
Permitividad del vacío <sup>c</sup>	$\epsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 817 620 ... pF/m	0

TABLA 10 (Continuación) Constantes físicas básicas.

Cantidad	Símbolo	Valores en unidades SI	Incertidumbre
Constante de Planck original	$h$	$6,626\,069\,57(52) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
Constante de Planck reducida, cuanto de acción, $\hbar$		$1,054\,571\,726(47) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
cuanto de acción			
Carga del positrón	$e$	$0,160\,217\,656\,5(35) \text{ aC}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Constante de Boltzmann	$k$	$1,380\,6488(13) \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	$9,1 \cdot 10^{-7}$
Constante gravitacional	$G$	$6,673\,84(80) \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
Constante de acoplamiento gravitacional	$\kappa = 8\pi G/c^4$	$2,076\,50(25) \cdot 10^{-43} \text{ s}^2/\text{kg m}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
<b>Constantes fundamentales (de origen desconocido)</b>			
Número de dimensiones espacio-temporales		$3 + 1$	$0^b$
Constante de estructura fina <sup>d</sup> o constante de acoplamiento	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = g_{\text{em}}(m_e^2 c^2)$	$1/137,035\,999\,074(44)$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Constante de acoplamiento de Fermi <sup>d</sup> o constante de acoplamiento débil	$G_F/(\hbar c)^3$	$= 0,007\,297\,352\,5698(24)$	$3,2 \cdot 10^{-10}$
Ángulo de mezcla débil	$\alpha_w(M_Z) = g_w^2/4\pi$	$1,166\,364(5) \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-6}$
	$\sin^2 \theta_W(\overline{MS})$	$1/30,1(3)$	$1 \cdot 10^{-2}$
	$\sin^2 \theta_W$ (sobre la capa)	$0,231\,24(24)$	$1,0 \cdot 10^{-3}$
	$0,2224(19)$		$8,7 \cdot 10^{-3}$
	$= 1 - (m_W/m_Z)^2$		
Constante de acoplamiento fuerte <sup>d</sup>	$\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$	$0,118(3)$	$25 \cdot 10^{-3}$
Matriz de mezcla de quark CKM	$ V $	$\begin{pmatrix} 0,97428(15) & 0,2253(7) \\ 0,2252(7) & 0,97345(16) \\ 0,00862(26) & 0,0403(11) \end{pmatrix}$	$0,00347(16) \backslash$
Invariante Jarlskog	$J$	$2,96(20) \cdot 10^{-5}$	$-0,15 + 0,038i \backslash$
Matriz de mezcla de neutrinos PMNS	$P$	$\begin{pmatrix} 0,82 & 0,55 \\ -0,36 + 0,020i & 0,70 + 0,013i \\ 0,44 + 0,026i & -0,45 + 0,017i \end{pmatrix}$	$0,61 \backslash$
<b>Masa de partículas elementales (de origen desconocido)</b>			
Masa de electrón	$m_e$	$9,109\,382\,91(40) \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		$5,485\,799\,0946(22) \cdot 10^{-4} \text{ u}$	$4,0 \cdot 10^{-10}$
		$0,510\,998\,928(11) \text{ MeV}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Masa de muón	$m_\mu$	$1,883\,531\,475(96) \cdot 10^{-28} \text{ kg}$	$5,1 \cdot 10^{-8}$
		$0,113\,428\,9267(29) \text{ u}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$
		$105,658\,3715(35) \text{ MeV}$	$3,4 \cdot 10^{-8}$
Masa Tau	$m_\tau$	$1,776\,82(16) \text{ GeV}/c^2$	
Masa neutrino electrónico	$m_{\nu_e}$	$< 2 \text{ eV}/c^2$	
Masa neutrino muónico	$m_{\nu_\mu}$	$< 2 \text{ eV}/c^2$	
Masa neutrino tau	$m_{\nu_\tau}$	$< 2 \text{ eV}/c^2$	
Masa quark up	$u$	$1.8 \text{ to } 3.0 \text{ MeV}/c^2$	
Masa quark down	$d$	$4.5 \text{ to } 5.5 \text{ MeV}/c^2$	
Masa quark extraño	$s$	$95(5) \text{ MeV}/c^2$	
Masa quark encanto	$c$	$1,275(25) \text{ GeV}/c^2$	

TABLA 10 (Continuación) Constantes físicas básicas.

Cantidad	Símbolo	Valores en unidades SI	Incertidumbre
Masa quark bottom	$b$	4,18(17) GeV/ $c^2$	
Masa quark top	$t$	173,5(1,4) GeV/ $c^2$	
Masa del fotón	$\gamma$	$< 2 \cdot 10^{-54}$ kg	
Masa bosón W	$W^\pm$	80,385(15) GeV/ $c^2$	
Masa bosón Z	$Z^0$	91,1876(21) GeV/ $c^2$	
Masa de Higgs	H	126(1) GeV/ $c^2$	
Masa del gluón	$g_{1\dots 8}$	c. 0 MeV/ $c^2$	
<b>Masa de partículas compuestas</b>			
Masa del protón	$m_p$	$1,672\,621\,777(74) \cdot 10^{-27}$ kg	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		1,007 276 466 812(90) u	$8,9 \cdot 10^{-11}$
		938,272 046(21) MeV	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Masa del neutrón	$m_n$	$1,674\,927\,351(74) \cdot 10^{-27}$ kg	$4,4 \cdot 10^{-8}$
		1,008 664 916 00(43) u	$4,2 \cdot 10^{-10}$
		939,565 379(21) MeV	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Unidad de masa atómica	$m_u = m_{^{12}\text{C}}/12 = 1$ u	1,660 538 921(73) yg	$4,4 \cdot 10^{-8}$

a. Incertidumbre: desviación estándar de los errores de medición.

b. Sólo se mide a partir de  $10^{-19}$  m hasta  $10^{26}$  m.

c. Definición constante.

Page ?? d. Todas las constantes de acoplamiento dependen de la transferencia de 4-momento, como se explica en el apartado de renormalización. Constante de estructura fina es el nombre tradicional para la constante de acoplamiento electromagnético  $g_{\text{em}}$  en el caso de una transferencia de 4-momento de  $Q^2 = m_e^2 c^2$ , que es la más pequeña posible. A mayores transferencias de momento tiene valores más grandes, por ejemplo,  $g_{\text{em}}(Q^2 = M_W^2 c^2) \approx 1/128$ . Por el contrario, la constante de acoplamiento fuerte tiene valores más bellos a mayores transferencias de momento, por ejemplo,  $\alpha_s(34 \text{ GeV}) = 0,14(2)$ .

Vol. IV, página ??

¿Por qué todas estas constantes fundamentales tienen los valores que tienen? Para cualquier constante básica con *una dimensión*, tales como el cuanto de acción  $\hbar$  el valor numérico sólo tiene significado histórico. Es  $1,054 \cdot 10^{-34}$  Js debido a la definición SI del julio y del segundo. La pregunta de por qué el valor de una constante dimensional no es más grande o más pequeño, por lo tanto requiere siempre comprender el origen de algunos números adimensionales que da la relación entre la constante y la unidad natural correspondiente que es definida con  $c$ ,  $G$ ,  $\hbar$  y  $\alpha$ . Más detalles y los valores de las unidades naturales se darán posteriormente. Comprender el tamaño de los átomos, las personas, los árboles y las estrellas, la duración de los procesos moleculares y atómicos, o la masa de núcleos y montañas, implica la comprensión de la relación entre estos valores y la correspondiente unida natural. La clave para entender la naturaleza por lo tanto es la comprensión de todas las relaciones, y por tanto todas las constantes adimensionales. La búsqueda de la comprensión de todos las relaciones, incluyendo la constante de estructura fina  $\alpha$ , se completa sólo en el volumen final de nuestra aventura.

Las constantes básicas producen las siguientes observaciones útiles de alta precisión.

TABLA 11 Constantes físicas derivadas.

Cantidad	Símbolo	Valor en unidades SI	incertidumbre
Resistencia onda en el vacío	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$	376,730 313 461 77... Ω	0
Número de Avogadro	$N_A$	6,022 141 29(27) · 10 <sup>23</sup>	4,4 · 10 <sup>-8</sup>
Número de Loschmidt a 273,15 K y 101 325 Pa	$N_L$	2,686 7805(24) · 10 <sup>23</sup>	9,1 · 10 <sup>-7</sup>
Costante de Faraday	$F = N_A e$	96 485,3365(21) C/mol	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Costante universal de los gases	$R = N_A k$	8,314 4621(75) J/mol K	9,1 · 10 <sup>-7</sup>
Volumen molar de un gas ideal a 273,15 K y 101 325 Pa	$V = RT/p$	22,413 968(20) l/mol	9,1 · 10 <sup>-7</sup>
Constante de Rydberg <sup>a</sup>	$R_\infty = m_e c \alpha^2 / 2h$	10 973 731,568 539(55) m <sup>-1</sup>	5 · 10 <sup>-12</sup>
Conductancia cuántica	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 346(25) μS	3,2 · 10 <sup>-10</sup>
Flujo magnético cuántico	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 758(46) pWb	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Razón de frecuencia de Josephson	$2e/h$	483,597 870(11) THz/V	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Costante de Von Klitzing	$h/e^2 = \mu_0 c / 2\alpha$	25 812,807 4434(84) Ω	3,2 · 10 <sup>-10</sup>
Magnetón de Bohr	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 009 68(20) yJ/T	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Radio clásico del electrón	$r_e = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$	2,817 940 3267(27) fm	9,7 · 10 <sup>-10</sup>
Longitud de onda Compton del electrón	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 2389(16) pm	6,5 · 10 <sup>-10</sup>
$\lambda_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 268 00(25) pm	6,5 · 10 <sup>-10</sup>	
Radio de Bohr <sup>a</sup>	$a_\infty = r_e/\alpha^2$	52,917 721 092(17) pm	3,2 · 10 <sup>-10</sup>
Cuanto de circulación	$h/2m_e$	3,636 947 5520(24) · 10 <sup>-4</sup> m <sup>2</sup> /s	6,5 · 10 <sup>-10</sup>
Carga específica del positrón	$e/m_e$	1,758 820 088(39) · 10 <sup>11</sup> C/kg	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Frecuencia ciclotrón del electrón	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27,992 491 10(62) GHz/T	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Momento magnético electrónico	$\mu_e$	-9,284 764 30(21) · 10 <sup>-24</sup> J/T	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
	$\mu_e/\mu_B$	-1,001 159 652 180 76(27)	2,6 · 10 <sup>-13</sup>
	$\mu_e/\mu_N$	-1,838 281 970 90(75) · 10 <sup>3</sup>	4,1 · 10 <sup>-10</sup>
Factor-g del electrón	$g_e$	-2,002 319 304 361 53(53)	2,6 · 10 <sup>-13</sup>
Razón de masa muón-electrón	$m_\mu/m_e$	206,768 2843(52)	2,5 · 10 <sup>-8</sup>
Momento magnético muón	$\mu_\mu$	-4,490 448 07(15) · 10 <sup>-26</sup> J/T	3,4 · 10 <sup>-8</sup>
Factor-g del muón	$g_\mu$	-2,002 331 8418(13)	6,3 · 10 <sup>-10</sup>
Razón de masa protón-electrón	$m_p/m_e$	1 836,152 672 45(75)	4,1 · 10 <sup>-10</sup>
Carga específica protón	$e/m_p$	9,578 833 58(21) · 10 <sup>7</sup> C/kg	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Longitud de onda Compton del protón $\lambda_{C,p} = h/m_p c$		1,321 409 856 23(94) fm	7,1 · 10 <sup>-10</sup>
Magnetón nuclear	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	5,050 783 53(11) · 10 <sup>-27</sup> J/T	2,2 · 10 <sup>-8</sup>
Momento magnético del protón	$\mu_p$	1,410 606 743(33) · 10 <sup>-26</sup> J/T	2,4 · 10 <sup>-8</sup>
	$\mu_p/\mu_B$	1,521 032 210(12) · 10 <sup>-3</sup>	8,1 · 10 <sup>-9</sup>
	$\mu_p/\mu_N$	2,792 847 356(23)	8,2 · 10 <sup>-9</sup>
Razón giromagnética protón	$\gamma_p = 2\mu_p/\hbar$	2,675 222 005(63) · 10 <sup>8</sup> Hz/T	2,4 · 10 <sup>-8</sup>
Factor-g protón	$g_p$	5,585 694 713(46)	8,2 · 10 <sup>-9</sup>
Razón de masa neutrón-electrón	$m_n/m_e$	1 838,683 6605(11)	5,8 · 10 <sup>-10</sup>

copyright  
Hans-Jürgen Müller-Jung 1994  
available at www.motient.net

TABLA 11 (Continuación) Constantes físicas derivadas.

Cantidad	Símbolo	Valor en unidades SI	incertidumbre
Razón de masa neutrón–protón	$m_n/m_p$	1,001 378 419 17(45)	$4,5 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton neutrón	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 9068(11) fm	$8,2 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético neutrón	$\mu_n$	-0,966 236 47(23) · $10^{-26}$ J/T	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	$\mu_n/\mu_B$	-1,041 875 63(25) · $10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-7}$
	$\mu_n/\mu_N$	-1,913 042 72(45)	$2,4 \cdot 10^{-7}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 \hbar^3 c^2$	56,703 73(21) nW/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup>	$3,6 \cdot 10^{-6}$
Constante de desplazamiento de Wien	$b = \lambda_{\max} T$	2,897 7721(26) mmK 58,789 254(53) GHz/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$ $9,1 \cdot 10^{-7}$
Electron-volt	eV	1,602 176 565(35) · $10^{-19}$ J	$2,2 \cdot 10^{-8}$
cost. conversión bit a entropía.	$k \ln 2$	$10^{23}$ bit = 0,956 994 5(9) J/K	$9,1 \cdot 10^{-7}$
TNT contenido energía		3,7 to 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a. para una masa infinita del núcleo.

Algunas propiedades útiles de nuestro medio ambiente local se dan en la siguiente tabla.

TABLA 12 Constantes astronómicas

Cantidad	Símbolo	Valor
Año trópico 1900 <sup>a</sup>	$a$	31 556 925,974 7 s
Año trópico 1994	$a$	31 556 925,2 s
Día sideral medio	$d$	23 <sup>b</sup> 56'4,090 53"
Distancia media Tierra-Sol <sup>b</sup>		149 597 870,691(30) km
Unidad astronómica <sup>b</sup>	AU	149 597 870 691 m
Año luz, basado en el año juliano <sup>b</sup>	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Masa de la Tierra	$M_\oplus$	5,973(1) · $10^{24}$ kg
Constante gravitacional geocéntrica	$GM$	3,986 004 418(8) · $10^{14}$ m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
Longitud gravitacional de la Tierra	$l_\oplus = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Radio ecuatorial de la Tierra <sup>c</sup>	$R_{\oplus_{\text{eq}}}$	6378,1366(1) km
Radio polar de la Tierra <sup>c</sup>	$R_{\oplus_{\text{p}}}$	6356,752(1) km
Distancia ecuador-polo <sup>c</sup>		10 001,966 km (average)
Aplanamiento terrestre <sup>c</sup>	$e_\oplus$	1/298,25642(1)
Densidad media de la Tierra	$\rho_\oplus$	5,5 Mg/m <sup>3</sup>
Edad de la Tierra	$T_\oplus$	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Gravedad normal de la Tierra	$g$	9,806 65 m/s <sup>2</sup>
Presión atmosférica estándar de la Tierra	$p_0$	101 325 Pa
Radio de la Luna	$R_{\mathbb{Q}_v}$	1738 km en dirección de la Tierra
radio de la Luna	$R_{\mathbb{Q}_h}$	1737,4 km en las otras dos direcciones
Masa de la Luna	$M_{\mathbb{Q}}$	$7,35 \cdot 10^{22}$ kg

TABLA 12 (Continuación) Constantes astronómicas.

Cantidad	Símbolo	Valor
Distancia media a la Luna <sup>d</sup>	$d_{\mathbb{L}}$	384 401 km
Distancia a la Luna en el perigeo <sup>d</sup>		típicamente 363 Mm, mínimo histórico
		359 861 km
Distancia a la Luna en el apogeo <sup>d</sup>		típicamente 404 Mm, máximo histórico
		406 720 km
Dimensión angular de la Luna <sup>e</sup>		media $0,5181^\circ = 31,08'$ , mínima $0,49^\circ$ , máxima $0,55^\circ$
Densidad media de la Luna	$\rho_{\mathbb{L}}$	$3,3 \text{ Mg/m}^3$
Gravedad superficial en la Luna	$g_{\mathbb{L}}$	$1,62 \text{ m/s}^2$
Presión atmosférica en la Luna	$p_{\mathbb{L}}$	desde $10^{-10} \text{ Pa}$ (night) hasta $10^{-7} \text{ Pa}$ (día)
Masa de Júpiter	$M_{\mathcal{J}}$	$1,90 \cdot 10^{27} \text{ kg}$
Radio ecuatorial de Júpiter	$R_{\mathcal{J}}$	71,398 Mm
Radio polar de Júpiter	$R_{\mathcal{J}}$	67,1(1) Mm
Distancia media de Júpiter al Sol	$D_{\mathcal{J}}$	778 412 020 km
Gravedad superficial en Júpiter	$g_{\mathcal{J}}$	$24,9 \text{ m/s}^2$
Presión atmosférica en Júpiter	$p_{\mathcal{J}}$	desde 20 kPa hasta 200 kPa
Masa del Sol	$M_{\odot}$	$1,988\,43(3) \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Longitud gravitacional del Sol	$2GM_{\odot}/c^2$	2,953 250 08(5) km
Constante gravitacional heliocéntrica	$GM_{\odot}$	$132,712\,440\,018(8) \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Luminosidad del Sol	$L_{\odot}$	384,6 YW
Radio ecuatorial del Sol	$R_{\odot}$	695,98(7) Mm
Dimensión angular del Sol		0,53° media; mínima el cuatro de julio (afelio) 1888 "", máxima el cuatro de enero (perihelio) 1952 ""
Densidad media del Sol	$\rho_{\odot}$	$1,4 \text{ Mg/m}^3$
Distancia media Tierra-Sol	AU	149 597 870,691(30) km
Edad del Sol	$T_{\odot}$	4,6 Ga
Velocidad solar en torno al centro de la galaxia	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
Solar velocity contra la radiación cósmica de fondo	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
Gravedad superficial del Sol	$g_{\odot}$	$274 \text{ m/s}^2$
Presión inferior en la fotosfera del Sol	$p_{\odot}$	15 kPa
Distancia al centro de la Vía Láctea		$8,0(5) \text{ kpc} = 26,1(1,6) \text{ kal}$
Edad de la Vía Láctea		13,6 Ga
Dimensión de la Vía Láctea		$c. 10^{21} \text{ m or } 100 \text{ kal}$
Masa de la Vía Láctea		$10^{12} \text{ masas solares, } c. 2 \cdot 10^{42} \text{ kg}$
La mayor parte del grupo de galaxias lejanas SXDF-XCLJ		$9,6 \cdot 10^9 \text{ al}$
		0218-0510

**Desafío 399 s**  
Ref. 313

a. Definición constante desde equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; una vez se utilizó para definir el segundo. (Recuerde:  $\pi$  segundos es alrededor de un nanosiglo.) El valor de 1990 e aproximadamente 0,7 s o menos, que corresponde a una ralentización de alrededor de 0,2 ms/a. (Ojo: ¿por qué?) También hay una fórmula empírica para la variación de la duración del año en el tiempo.

b. La realmente sorprendente precisión de tan sólo 30 m en la distancia media Tierra-Sol es el promedio de tiempo de las señales enviadas desde las órbitas de Viking y Mars tomadas durante un período de más de 20 años. Tenga en cuenta que la Unión Astronómica Internacional distingue a la distancia media Tierra-Sol de la *unidad astronómica* en sí; esta última se define como una longitud fija y precisa. Incluso el *año luz* es una unidad definida como un número exacto de la UAI. Para obtener más información, consulte [www.iau.org/public/measuring](http://www.iau.org/public/measuring).

c. La forma de la Tierra se describe con mayor precisión con el Sistema Geodésico Mundial. La última edición fue publicada en la 1984. Para una presentación completa de sus antecedentes y sus detalles, véase la página web [www.wgs84.com](http://www.wgs84.com). La Unión Astronómica Internacional afinó los datos en 2000. Los radios y los datos de aplanamiento aquí son los del ‘sistema de marea media’. Se diferencian de los del ‘sistema de marea cero’ y otros sistemas en aproximadamente 0,7 m. Los detalles son una ciencia en sí misma.

d. Medida de centro a centro. Para encontrar la posición exacta de la Luna en el cielo en una cierta fecha, ver la págin[www.fourmilab.ch/earthview/moon\\_ap\\_per.html](http://www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html). Para los planetas, ver la página [www.fourmilab.ch/solar/solar.html](http://www.fourmilab.ch/solar/solar.html) y las otras páginas del mismo sitio.

e. Los ángulos son definidos como sigue: 1 grado =  $1^\circ = \pi/180$  rad, 1 (primo) minuto =  $1' = 1^\circ/60$ , 1 segundo =  $1'' = 1'/60$ . Las unidades antiguas ‘un tercio diminuto’ y ‘un cuarto diminuto’, cada uno  $1/60$ -un sesentésimo- del precedente, ya no están en uso. (‘Minuto’ significa originariamente ‘muy pequeño’, como se hace todavía en inglés moderno)

**Desafío 400 s**

Algunas propiedades de la naturaleza se enumeran en la siguiente tabla. (Si quieres un desafío, ¿puedes determinar si alguna propiedad del universo no está en la lista?)

**TABLA 13** Constantes cosmológicas.

Cantidad	símbolo	valor
Constante cosmológica	$\Lambda$	$c \cdot 1 \cdot 10^{-52} \text{ m}^{-2}$
Edad del Universo <sup>a</sup>	$t_0$	$4,333(53) \cdot 10^{17} \text{ s} = 13,8(0,1) \cdot 10^9 \text{ a}$ (Determinado por el espacio-tiempo, a través de la expansión, utilizando la relatividad general)
Edad del Universo <sup>a</sup>	$t_0$	alrededor de $3,5(4) \cdot 10^{17} \text{ s} = 11,5(1,5) \cdot 10^9 \text{ a}$ (determinada de la materia, vía galaxias y estrellas, usando la teoría cuántica)
Parámetro de Hubble <sup>a</sup>	$H_0$	$2,3(2) \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} = 0,73(4) \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$ $= h_0 \cdot 100 \text{ km/s Mpc} = h_0 \cdot 1,0227 \cdot 10^{-10} \text{ a}^{-1}$
Parámetro de Hubble reducido <sup>a</sup>	$h_0$	0,71(4)
Parámetro de deceleración <sup>a</sup>	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	-0,66(10)
Distancia horizonte Universo <sup>a</sup>	$d_0 = 3ct_0$	$40,0(6) \cdot 10^{26} \text{ m} = 13,0(2) \text{ Gpc}$ Trivial hasta $10^{26} \text{ m}$
Topología universo		3, para distancias hasta $10^{26} \text{ m}$
Numero de dimensiones espaciales		
Densidad crítica	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2 \cdot 1,878\,82(24) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$ $= 0,95(12) \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3$
Del universo		
Parámetro de densidad (total) <sup>a</sup>	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1,02(2)
Parámetro de densidad barión <sup>a</sup>	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0,044(4)

TABLA 13 (Continuación) Constantes cosmológicas.

Cantidad	símbolo	valor
Parámetro de densidad materia oscura fría <sup>a</sup>	$\Omega_{\text{CDM}0} = \rho_{\text{CDM}0}/\rho_c$	0.23(4)
Parámetro de densidad neutrino <sup>a</sup>	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0.001 to 0.05
Parámetro de densidad materia oscura <sup>a</sup>	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0.73(4)
Parámetro de estado energía oscura	$w = p_X/\rho_X$	-1,0(2)
Masa barión	$m_b$	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Numero densidad bariones		$0,25(1) / \text{m}^3$
densidad materia luminosa		$3,8(2) \cdot 10^{-28} \text{ kg/m}^3$
Estrellas en el universo	$n_s$	$10^{22 \pm 1}$
Bariones en el universo	$n_b$	$10^{81 \pm 1}$
Temperatura del fondo de microondas <sup>b</sup>	$T_0$	2,725(1) K
Fotones en el universo	$n_\gamma$	$10^{89}$
Densidad de energía de los fotones	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4 / 15 T_0^4$	$4,6 \cdot 10^{-31} \text{ kg/m}^3$
Densidad número de fotones		$410,89 / \text{cm}^3$ o $400 / \text{cm}^3 (T_0/2,7 \text{ K})^3$
Amplitud perturbación densidad	$\sqrt{S}$	$5,6(1,5) \cdot 10^{-6}$
Amplitud onda gravitacional	$\sqrt{T}$	$< 0,71 \sqrt{S}$
Fluctuación de masa 8 Mpc	$\sigma_8$	0.84(4)
Indice escalar	$n$	0.93(3)
Índice de ejecución escalar	$dn/d \ln k$	-0,03(2)
Longitud de Planck	$l_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1,62 \cdot 10^{-35} \text{ m}$
Tiempo de Planck	$t_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5,39 \cdot 10^{-44} \text{ s}$
Masa de Planck	$m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$	$21,8 \mu\text{g}$
Instantes en la historia <sup>a</sup>	$t_0/t_{\text{Pl}}$	$8,7(2,8) \cdot 10^{60}$
Puntos espacio-temporales en el horizonte interno <sup>a</sup>	$N_0 = (R_0/l_{\text{Pl}})^3 \cdot (t_0/t_{\text{Pl}})$	$10^{244 \pm 1}$
Masa en el horizonte interno	$M$	$10^{54 \pm 1} \text{ kg}$

a. El índice 0 indica valores de hoy.

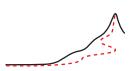
b. La radiación originada cuando el universo tenía 380 000 años y poseía una temperatura de alrededor de 3000 K; las fluctuaciones  $\Delta T_0$  que condujeron a la formación de las galaxias son hoy unos  $16 \pm 4 \mu\text{K} = 6(2) \cdot 10^{-6} T_0$ .

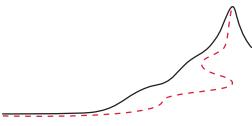
Página 232

Ref. 314

## NÚMEROS ÚTILES

$\pi$	3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 <sub>5</sub>
$e$	2,71828 18284 59045 23536 02874 71352 66249 77572 47093 69995 <sub>9</sub>
$\gamma$	0,57721 56649 01532 86060 65120 90082 40243 10421 59335 93992 <sub>3</sub>
$\ln 2$	0,69314 71805 59945 30941 72321 21458 17656 80755 00134 36025 <sub>5</sub>
$\ln 10$	2,30258 50929 94045 68401 79914 54684 36420 76011 01488 62877 <sub>2</sub>
$\sqrt{10}$	3,16227 76601 68379 33199 88935 44432 71853 37195 55139 32521 <sub>6</sub>





## DESAFIOS: PISTAS Y SOLUCIONES

Vol. III, página 194

Página 165

**Desafío 1,** página 10: No dude en ser exigente y estricto. La próxima edición del texto se beneficiará de ello..

**Desafío 2,** página 16: Un cono o un hiperboloide también se ve directamente desde todas las direcciones, siempre que el posicionamiento es correcto. Así, se necesita uno no sólo para girar el objeto, sino también para desplazarlo.\* con un diámetro que cubre todo el objeto. Si las franjas de interferencia en tal *interferogram* son rectas, la superficie es plana.

**Desafío 3,** página 17: Una fracción de infinito sigue siendo infinito.

**Desafío 4,** página 18: El momento en que la luna Io entra en la sombra en la segunda medición se produce alrededor de 1000 s tarde de lo previsto a partir de la primera medición. Dado que la Tierra está de aproximadamente a  $3 \cdot 10^{11}$  m más lejos de Júpiter e Io, obtenemos el valor normal para la velocidad de la luz.

**Desafío 5,** página 19: Para compensar la aberración, el telescopio tiene que estar inclinado a *lo largo* de la dirección de movimiento de la Tierra; Para compensar la paralaje, *perpendicularmente* al movimiento.

**Desafío 6,** página 20: Los diagramas superiores en la Figura 4 sugieren utilizar la *tangente* en la ecuación (1); Los diagramas inferiores usar el *seno*; sin embargo, ambas expresiones son erróneas, ya que no impiden que aparezcan velocidades mayores que  $c$ . Esta es la expresión relativista correcta para el caso especial de una estrella sobre la eclíptica. Más expresiones de relatividad general, para estrellas de declinación general, pueden ser fácilmente calculadas.

**Desafío 7,** página 20: El dibujo lo muestra. Observador, Luna y Sol. Cuando la Luna está medio llena, el ángulo en la Luna es un ángulo recto. Por lo tanto, la relación de distancia se puede determinar, aunque no fácilmente, ya que el ángulo en el observador está muy cerca de un ángulo recto también.

**Desafío 8,** página 20: Hay ojos de gato en la Luna depositados allí durante las misiones de Apolo y Lunokhod. Se utilizan para reflejar pulsos de luz láser de 35 ps enviados allí a través de telescopios. El tiempo del viaje de ida y vuelta da la distancia a la Luna. Por supuesto, la distancia absoluta no se sabe a alta precisión, pero las variaciones son. El espesor de la atmósfera es la mayor fuente de error. Vea el sitio web [www.csr.utexas.edu/mlrs](http://www.csr.utexas.edu/mlrs) y [ilrs.gsfc.nasa.gov](http://ilrs.gsfc.nasa.gov).

**Desafío 9,** página 21: Fizeau usó un espejo a unos 8,6 km. Como muestra la ilustración, sólo tuvo que contar los dientes de su rueda dentada y medir su velocidad de rotación cuando la luz entra en una dirección a través de un diente y vuelve a la siguiente.

**Desafío 10,** página 22: El tiempo de obturación debe ser más corto que  $T = l/c$ , es decir, más corto que 30 ps; Era un obturador de gas, no sólido. Fue disparado por un pulso de luz roja (mostrado en la fotografía) cronometrado por el pulso para ser fotografiado; Para ciertos materiales,

\* En términos generales, dos haces de luz, o cualquier otra onda, se denominan coherentes si tienen una diferencia de fase y frecuencia constante. La coherencia permite y es necesaria para interferencia

como el gas usado, la luz fuerte puede llevar al blanqueo, para que se vuelvan transparentes. Para más detalles sobre el obturador y su técnica de gatillo, vea el artículo de los autores. Para obturadores aún más rápidos, véase también la discusión en el volumen VI.

**Desafío 11,** página 23: Simplemente tome una fotografía de un rayo mientras mueve la cámara horizontalmente. Usted verá que un rayo está hecho de varias descargas; El conjunto muestra que el rayo es mucho más lento que la luz.

Si el rayo se moviera tan sólo como la luz, el efecto Doppler cambiaría su color dependiendo del ángulo en que lo vemos, en comparación con su dirección de movimiento. Un rayo cercano cambiaría el color de arriba a abajo.

**Desafío 12,** página 25: Las lámparas más rápidas eran las partículas subatómicas, tales como los muones, que se descomponían al emitir un fotón, por lo tanto un pequeño destello de luz. Sin embargo, también algunas estrellas emiten chorros rápidos de materia, que se mueven con velocidades comparables a la de la luz.

**Desafío 13,** página 25: La velocidad de los neutrinos es la misma que la de la luz a 9 dígitos decimales, ya que los neutrinos y la luz se observaron llegar juntos, dentro de 12 segundos de uno al otro, después de un viaje de 170000 años-luz de una explosión de supernova.  
Ref. 44

**Desafío ??,** página ??: Incluso la dirección del pulso de luz que llega es difícil de medir antes de que llegue. Pero tal vez uno ¿podría jugar en la superficie de un agujero negro? ¿O bajo el agua? ¿O usar un espejo como cancha de tenis? Disfrute la exploración

**Desafío 15,** página 28: Esto se discute mejor mostrando que otras posibilidades no tienen sentido.

**Desafío 16,** página 29: La coordenada espacial del evento en el que se refleja la luz es  $c(k^2 - 1)T/2$ ; La coordenada de tiempo es  $(k^2 + 1)T/2$ . Su relación debe ser  $v$ . Resolviendo para  $k$  da el resultado.

**Desafío 18,** página 30: El movimiento de las ondas de radio, rayos infrarrojos, ultravioleta y gamma también es imparable. Otro sospechoso en el pasado, el neutrino, se ha encontrado que tiene masa y así es en principio paralizable. El movimiento de la gravedad es también imparable.

**Desafío 20,** página 32:  $\lambda_R/\lambda_S = \gamma$ .

**Desafío 21,** página 32: Para cambiar de rojo brillante (650 nm) a verde (550 nm), es necesario  $v = 0,166c$ .

**Desafío 22,** página 32: La gente mide el cambio de líneas espectrales, como el desplazamiento de la llamada línea Lyman- $\alpha$  de hidrógeno, que se emite (o absorbe) cuando un electrón libre es capturado (o expulsado) por un protón. Es una de las líneas famosas de Fraunhofer.  
Vol. IV, página ??

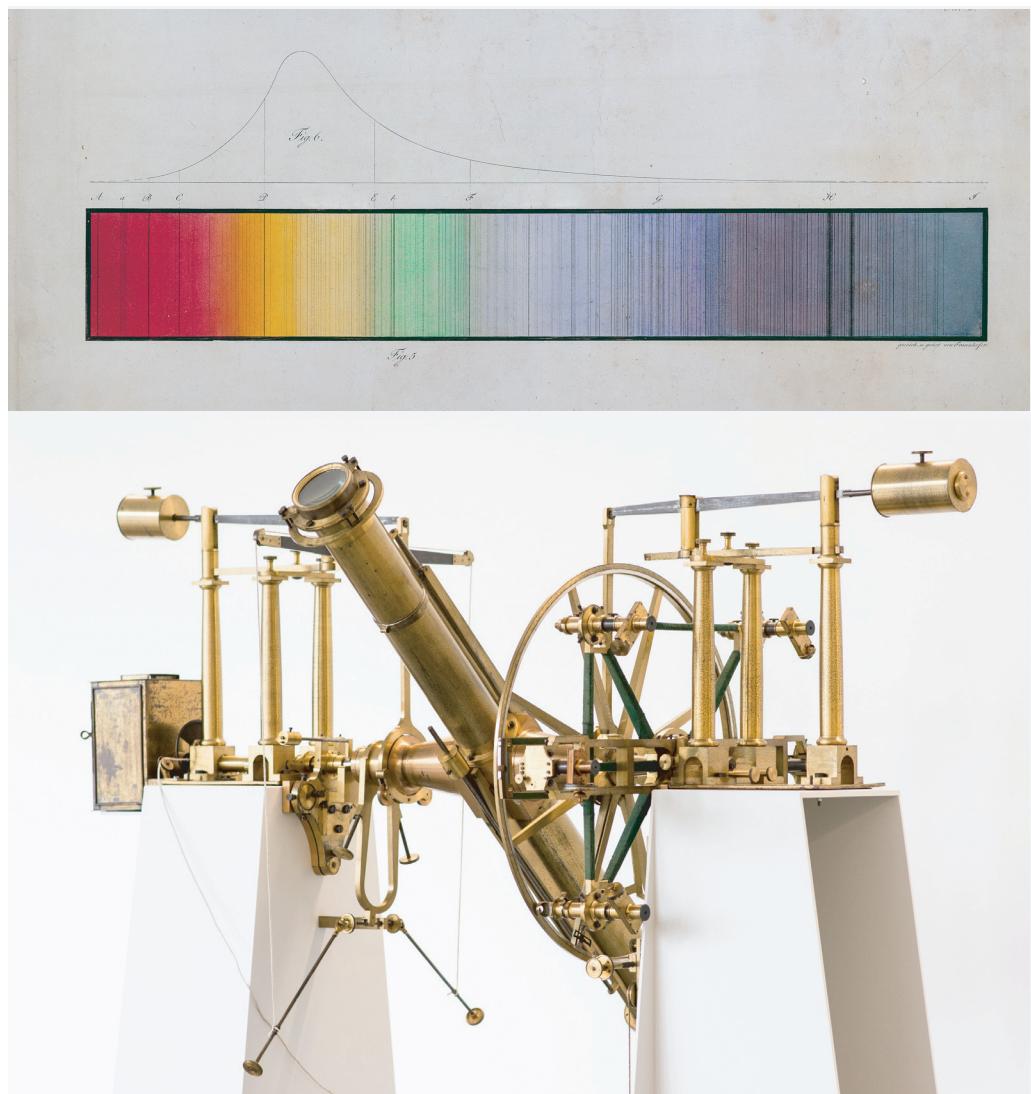
**Desafío 23,** página 32: Las velocidades están dadas por

$$v/c = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \quad (293)$$

which implies  $v(z = -0,1) = 31 \text{ Mm/s} = 0,1c$  hacia el observador y  $v(z = 5) = 284 \text{ Mm/s} = 0,95c$  alejándose del observador.

Un desplazamiento al rojo de 6 implica una velocidad de  $0,96c$ ; tales velocidades aparecen porque, como veremos en la sección de la relatividad general, los objetos lejanos se alejan de nosotros. Y los grandes desplazamientos al rojo se observan sólo para objetos que están muy lejos de la Tierra, y cuanto más rápido más lejos están. Para un cambio de rojo de 6 hay una distancia de varios miles de millones de años luz.

**Desafío 24,** página 32: No se observa efecto Doppler para un observador distante en reposo con respecto a la masa grande. En otros casos obviamente hay un efecto Doppler, pero no es debido a la deflexión.



**FIGURA 116** Las líneas originales publicadas por Fraunhofer y el instrumento meridiano que usó (© Fraunhofer Gesellschaft).

**Desafío 25, página 33:** La velocidad de sonido no es invariante de la velocidad de los observadores. Como resultado, el efecto Doppler para el sonido incluso confirma - dentro de las diferencias de medición - que el tiempo es el mismo para observadores que se mueven uno respecto al otro.

**Desafío 28, página 34:** en el interior de tubos de televisión en color (que utilizan voltajes más altos que los en blancos y negros), los electrones son descritos por  $v/c \approx \sqrt{2 \cdot 30/511}$  o  $v \approx 0,3c$ .

**Desafío 29, página 35:** Si se puede imaginar esto, publíquelo. Los lectores estarán encantados de escuchar la historia.

**Desafío 31, página 35:** La conexión entre la invariancia observador y la propiedad límite parece ser generalmente válida en la naturaleza, como se muestra en el capítulo ???. Sin embargo, un argumento completo y seguro todavía no está a la mano. Si usted tiene uno, ¡publíquelo!

**Desafío 34,** página 38: Si la velocidad de la luz es la misma para todos los observadores, ningún observador puede pretender estar más en reposo que otro (siempre que el espacio-tiempo es plano), porque no hay ninguna observación a partir de la electrodinámica, mecánica u otra parte de la física que permita tal afirmación.

**Desafío 38,** página 40: El valor humano se logra en los aceleradores de partículas; el valor en la naturaleza se encuentra en los rayos cósmicos de las energías más altas.

**Desafío 37,** página 40: Redibujando la Figura 11 en página 28. Para el otro observador ponga el punto.

**Desafío 39,** página 41: El conjunto de eventos se comporta como una variedad, porque se comporta como un espacio tetradimensional: tiene infinitos puntos alrededor de cualquier punto de partida dado, y las distancias se comportan como estamos acostumbrados, los límites se comportan como estamos acostumbrados. Difiere por una dimensión añadida, y por el signo en la definición de distancia; Así, propiamente hablando, es una variedad riemanniana.

**Desafío 40,** página 42: El infinito es obvio, como es la apertura. Así, la equivalencia topología puede demostrarse imaginando que la variedad está hecha de caucho y se envuelve alrededor de una esfera.

**Desafío 41,** página 43: El cono de luz se mantiene sin cambios; por lo tanto la conexión causal, también.

**Desafío 42,** página 44: En tal caso, la división del espacio-tiempo alrededor de un observador inercial en el futuro, el pasado y en otros lugares no aguantaría más, y el futuro podría influir en el pasado (como se ve desde otro observador).

**Desafío ??,** página ??: Para entender la paradoja de los gemelos, la mejor manera es dibujar un diagrama del espacio-tiempo que muestre cómo cada gemelo envía una señal de tiempo a intervalos regulares, como se ve en su propio reloj, a su hermano. Algunos ejemplos se dan en la Figura 117. Estas señales de tiempo muestran cuánto ha envejecido. Verá directamente que, durante el viaje, un gemelo envía menos señales que el otro.

**Desafío 45,** página 47: La relación predicha por el razonamiento es ingenua  $(1/2)^{(6,4/2,2)} = 0,13$ .

**Desafío 46,** página 47: El factor de dilatación para el tiempo cuando  $v = 0,9952c$  es 10.2, dando un tiempo propio de  $0,62\ \mu s$ ; por lo tanto la relación predicha por la relatividad especial es  $(1/2)^{(0,62/2,2)} = 0,82$ .

**Desafío 47,** página 47: Enviar una señal de luz desde el primer reloj para el segundo reloj y regresar. Tómese el tiempo medio entre la salida y la llegada, y luego se compara con la hora a la reflexión. Repita esto varias veces. Vea también la Figura 11.

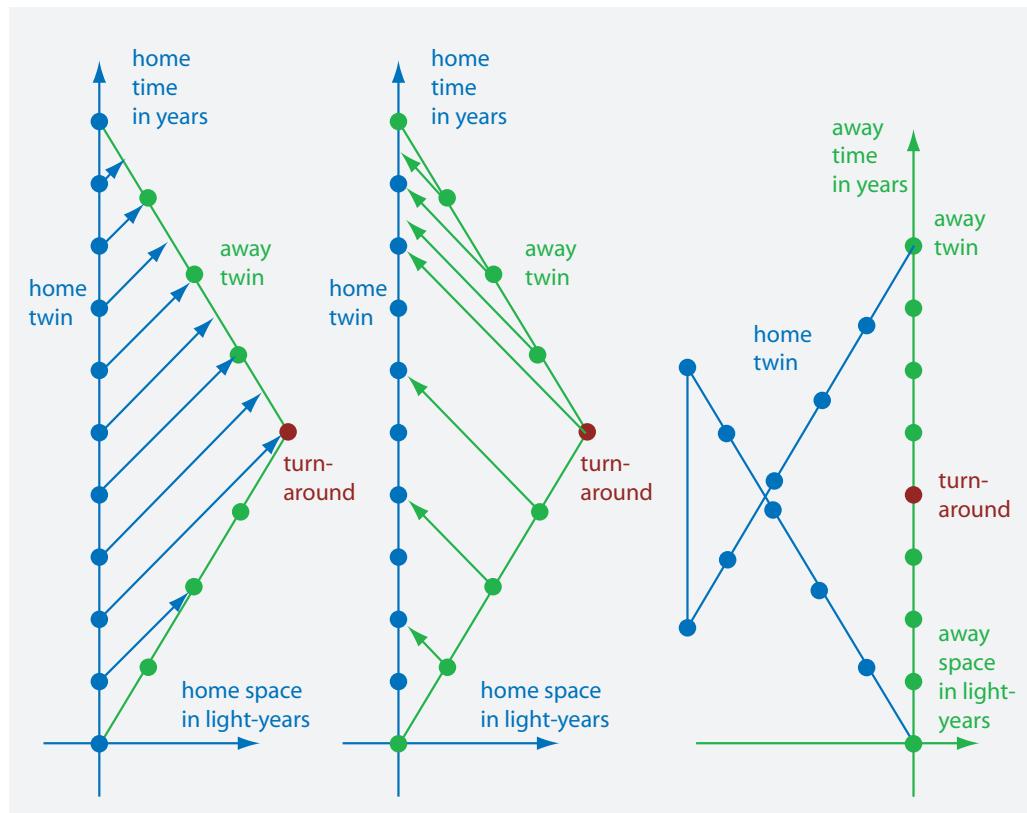
**Desafío 51,** página 49: No con los presentes métodos experimentales.

**Desafío 50,** página 48: Sugerencia: piense en diferentes direcciones de la vista.

**Desafío 53,** página 49: Hint: Un consejo: tenga cuidado con la definición de ‘rigidez’.

**Desafío 54,** página 50: Mientras que el planeador saliendo pasa la brecha, la luz no puede permanecer dentro a cualquier velocidad, si el planeador es más corto que la brecha. Esto es extraño a primera vista, ya que el planeador no se enciende la lámpara incluso a altas velocidades, a pesar de que en el marco del planeador hay un contacto en ambos extremos. La razón es que en este caso no hay tiempo suficiente para enviar la señal a la batería que se hace contacto, de modo que la corriente no puede comenzar a fluir.

Supongamos que la corriente fluye con velocidad  $u$ , que es del orden de  $c$ . Entonces, como Dirk Van de Moortel mostró, la lámpara se apagará si la longitud del planeador  $l$  y la longitud de la distancia  $d$  obedecen  $l/d < \gamma(u + v)/u$ . Véase también la referencia citada.



**FIGURA 117** La paradoja de los gemelos (izquierda y centro) la sincronización del reloj para ambos gemelos con las señales enviadas entre los gemelos en el marco inercial del gemelo doméstico, y (derecha) la descripción del gemelo ausente, en un marco que, sin embargo, no es inercial.

Para un planeador que se aproxima a la brecha y la lámpara, la situación es diferente: un planeador más corto que el hueco puede mantener la lámpara encendida todo el tiempo, como señala Madhu Rao.

¿Por qué los debates a menudo se calientan? Algunas personas (falsamente) pretenden que el problema no es físico; Otros dirán que las ecuaciones de Maxwell son necesarias. Todavía otros dirán que el problema es absurdo, porque para las longitudes más grandes del planeador, la respuesta de encendido/apagado depende del valor exacto de la velocidad. Sin embargo, esto es realmente el caso en esta situación.

**Desafío 55,** página 50: Sí, la cuerda se rompe; en los coches acelerados, la distancia cambia, como se muestra más adelante en el texto.

**Desafío 56,** página 50: El submarino se hundirá. El submarino rápido incluso será más pesado, ya que su energía cinética se suma a su peso. El efecto de contracción sería hacerlo más ligero, como dice el capitán, pero en menor medida. El peso total - contando hacia arriba como positivo - viene dada por  $F = -mg(\gamma - 1/\gamma)$ .

**Desafío 57,** página 50: Un submarino relativista se derretiría instantáneamente debido a la fricción con el agua. Si no, saldría volando del planeta porque se mueve más rápido que la velocidad de escape. Y produciría otros varios desastres.

**Desafío 58,** página 51: La pregunta confunde la observación de la contracción de Lorentz y su

medición. Un collar de perlas relativista se hace más corto, pero el acortamiento sólo se puede medir, no fotografiar. Los tamaños medidos a velocidades relativistas de las perlas son elipsoides aplazados. Las esferas no se transforman en esferas. El collar observado consiste en la superposición de elipsoides.

**Desafío 59**, página 51: No: ¡piense sobre ello!

**Desafío 62**, página 52: Sí, el envejecimiento en un valle es más lento en comparación con las cimas de las montañas. Sin embargo, la sensación adecuada de tiempo no se cambia. La razón de la aparición de pelo gris no es conocida; si el tiempo es genético, el tiempo propio en lo que ocurre es el mismo en cualquier ubicación.

**Desafío 63**, página 52: No hay manera de poner un observador en los puntos especificados. La velocidad propia sólo puede definirse para los observadores, es decir, para las entidades que pueden llevar un reloj. Ese no es el caso de las imágenes.

**Desafío 64**, página 53: Simplemente use la geometría simple para mostrar esto.

**Desafío 65**, página 53: Lo más interesante es que el horizonte puede moverse fácilmente más rápido que la luz, si mueve la cabeza apropiadamente, al igual que el extremo del arco iris.

**Desafío 133**, página 91: La luz es necesaria para determinar la distancia y sincronizar los relojes; por lo tanto, no hay forma de medir la velocidad de la luz de un punto a otro solo. Se debe incluir el movimiento inverso. Sin embargo, aún se pueden hacer algunas afirmaciones sobre la velocidad de la luz en un sentido (ver [math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/experiments.html](http://math.ucr.edu/home/baez/physics/Relativity/SR/experiments.html)). Todos los experimentos sobre la velocidad de la luz en una dirección realizada hasta ahora son consistentes con un valor isotrópico que es igual a la velocidad bidireccional. Sin embargo, ningún experimento puede descartar un grupo de teorías en las que la velocidad de la luz en una dirección es anisotrópica y, por lo tanto, diferente de la velocidad *bidireccional*. Todas las teorías de este grupo tienen la propiedad de que la velocidad de ida y vuelta de la luz es isotrópica en cualquier marco inercial, pero la velocidad *unidireccional* es isotrópica solo en un marco de “éter” preferido. En todas estas teorías, en todos los marcos inerciales, los efectos del transporte lento del reloj compensan exactamente los efectos de la velocidad anisotrópica de la luz en una sola dirección. Todas estas teorías son experimentalmente indistinguibles de la relatividad especial. En la práctica, por lo tanto, la velocidad de la luz de un solo sentido se ha medido y es constante. Pero queda una pequeña opción.

Las sutilezas de la velocidad de la luz unidireccional y bidireccional han sido un tema de discusión durante mucho tiempo. A menudo se ha argumentado que un factor diferente a dos, que llevaría a una distinción entre la velocidad de la luz en una dirección y la velocidad de la luz bidireccional, no puede descartarse mediante el experimento, siempre que la velocidad bidireccional de luz permanezca  $c$  para todos los observadores.

Muchos experimentos sobre la velocidad de la luz en un solo sentido son explicados y discutidos por Zhang. Él dice en su resumen, que la velocidad de ida de la luz es, de hecho, independiente de la fuente de luz; sin embargo, ningún experimento realmente muestra que es igual a la velocidad bidireccional.

Además, casi todos los llamados experimentos de “un solo sentido” son, de hecho, todavía experimentos ocultos de “doble sentido”. En 2004, Hans Ohanian demostró que la cuestión se puede resolver discutiendo cómo una velocidad de luz no estándar unidireccional afectaría la dinámica. Mostró que una velocidad de luz unidireccional no estándar introduciría pseudoaceleraciones y pseudofuerzas (similar a la aceleración y fuerza de Coriolis); dado que estas pseudoaceleraciones y pseudofuerzas no se observan, la velocidad de la luz en una dirección es la misma que la velocidad de la luz bidireccional.

En resumen, los problemas de la velocidad de la luz en un solo sentido no necesitan preocuparnos aquí.

**Desafío ??, página ??:** La expresión no funciona para un fotón que golpea un espejo, por ejemplo.

**Desafío 68, página 61:** La teletransportación contradice, en un marco de referencia inercial, la conservación del centro de masa La teletransportación rápida conduciría a una fuerte aceleración del entorno emisor y receptor.

**Desafío 73, página 64:** La colisión inferior en la [Figura 35](#) muestra el resultado directamente, a partir de la conservación de energía. Para la colisión superior el resultado también sigue, si se parte de la conservación del momento  $\gamma mv = \Gamma Mv$  y conservación de la energía  $(\gamma + 1)m = \Gamma M$ .

**Desafío 82, página 68:** Simplemente gire el lado izquierdo de la [Figura 38](#) un poco en sentido antihorario.

**Desafío 83, página 70:** En las colisiones entre cargas relativistas, parte de la energía se irradia como luz, de modo que las partículas pierden efectivamente energía.

**Desafío 84, página 71:** Probablemente no, como todas las relaciones entre las cantidades físicas se conocen ahora. Sin embargo, usted puede comprobar por sí mismo; Uno nunca podría saber. Vale la pena mencionar que la fuerza máxima en la naturaleza fue descubierta (en este texto) después de permanecer escondida durante más de 80 años.

**Desafío 85, página 73:** Anote los cuatro vectores  $U'$  y  $U$  y luego extraiga  $v'$  como función de  $v$  y la velocidad relativa de coordenadas  $V$ . Luego renombre las variables.

**Desafío 86, página 73:** ¡Ningún ejemplo de movimiento de un cuerpo masivo! El movimiento de ondas de luz tiene una 4-velocidad de fase nula y una 4-velocidad de grupo nulo, como se explica en la [página 73](#).

**Desafío 90, página 75:** Para las partículas ultrarelativistas, como para las partículas sin masa, se tiene  $E = pc$ .

**Desafío 91, página 76:** Sugerencia: evaluar  $P_1$  y  $P_2$  en el marco en reposo de una partícula.

**Desafío 92, página 76:** Utilice la definición  $F = d\mathbf{p}/dt$  y la relación  $KU = 0 = F\mathbf{v} - dE/dt$  válida para fuerzas de preservación de masa de reposo.

**Desafío ??, página ??:** La historia se cuenta en la [página 97](#).

**Desafío ??, página ??:** Este problema se llama la *paradoja Ehrenfest*. Hay muchas publicaciones al respecto. Disfrute de la exploración!

**Desafío ??, página ??:** Sí, uno puede ver tal objeto: el efecto de reflector y el efecto Doppler no conducen a la invisibilidad. Sin embargo, parte del objeto, es decir, la región que gira alejándose del observador, puede llegar a ser muy oscura.

**Desafío ??, página ??:** Si la partícula rotativa tiene un momento magnético, se puede enviar a través de un campo magnético no homogéneo y observar si el momento magnético cambia de dirección.

**Desafío ??, página ??:** No.

**Desafío ??, página ??:** Para una discusión sobre el momento angular relativista y un efecto bonito, vea K. Y. BLIOKH & F. NORI, *Relativistic Hall Effect*, Physical Review Letters 108, p. 120403, 2012, preprint en [arxiv.org/abs/1112.5618](https://arxiv.org/abs/1112.5618).

**Desafío ??, página ??:** La relación para la frecuencia viene de la definición de la fase.

**Desafío ??, página ??:** Planck invitó a Einstein a Berlín y verificó sus respuestas con él. La expresión  $E = \hbar\omega$  para la energía del fotón implica la invariancia de  $\hbar$ .

**Desafío 118, página 86:** La energía contenida en el combustible debe ser comparable a la masa restante de la moto, multiplicada por  $c^2$ . Dado que el combustible contiene mucha más masa que energía, eso da un gran problema.

**Desafío 120,** página 87: La aceleración constante y la gravedad son similares en sus efectos, como se discute en la sección sobre la relatividad general.

**Desafío 126,** página 89: Si es cierto.

**Desafío 127,** página 89: Es plana, como un plano.

**Desafío ??,** página ??: A pesar de la aceleración hacia el centro del carrusel, no aparece ningún horizonte.

**Desafío 129,** página 89: Sí; sin embargo, el efecto es mínimo y depende de la posición del Sol. De hecho, lo que es blanco a una altura no es blanco en otra.

**Desafío 131,** página 90: Localmente, la luz siempre se mueve con velocidad  $c$ .

**Desafío 132,** página 90: Lejos de la Tierra,  $g$  disminuye; es efectivamente cero en la mayor parte de la distancia.

**Desafío 134,** página 92: Como se muestra en la referencia citada, el límite se deduce de la condición  $l\gamma^3 a \leq c^2$ .

**Desafío ??,** página ??: Sí.

**Desafío ??,** página ??: Sí. Tome  $\Delta f$   $\Delta t \geq 1$  y reemplace  $\Delta l = c/\Delta f$  y  $\Delta a = c/\Delta t$ .

**Desafío 137,** página 94: Aunque hay muchas publicaciones que pretenden estudiar el tema, también hay suficientes físicos que advierten la imposibilidad. Medir una variación de la velocidad de la luz no está muy lejos de medir la velocidad de un solo sentido de la luz: no es posible. Sin embargo, los debates sobre el tema son acalorados; El asunto tomará mucho tiempo para ser puesto en reposo.

**Desafío 138,** página 97: La ley de gravedad inversa del cuadrado no cumple con el principio de velocidad máxima; no está claro cómo cambia cuando uno cambia a un observador en movimiento.

**Desafío 139,** página 102: Si oye hablar de una reclamación para superar la fuerza o el límite de potencia, avíseme.

**Desafío 140,** página 102: Tome una superficie moviéndose con la velocidad de la luz, o una superficie definida con una precisión más pequeña que la longitud de Planck.

**Desafío 141,** página 108: También las sombras no permanecen paralelas en superficies curvas. Olvidar esto conduce a extraños errores: muchos argumentos supuestamente 'mostrando' que los hombres nunca han estado en la luna descuidan este hecho cuando discuten las fotografías tomadas allí.

**Desafío 142,** página 110: Si encuentra uno, publíquelo y envíemelo.

**Desafío 144,** página 116: Esto es complicado. La simple aplicación de la regla de transformación relativista para 4-vectores puede resultar en valores de fuerza por encima del límite. Pero en todos estos casos ha aparecido un horizonte que impide la observación de este valor más elevado.

**Desafío 145,** página 116: Si encuentra uno, publíquelo y envíemelo.

**Desafío 146,** página 119: Por ejemplo, es posible imaginar una superficie que tiene una forma tan intrincada que pasará todos los átomos del universo a casi la velocidad de la luz. Tal superficie no es física, como es imposible imaginar observadores en todos sus puntos que se mueven de esa manera todos al mismo tiempo.

**Desafío 148,** página 119: Si encuentra uno, publíquelo y envíemelo.

**Desafío 149,** página 119: Las nuevas fuentes no pueden aparecer de la nada. Cualquier fuente de energía 'nueva' resulta de la transformación de otra radiación encontrada en el universo ya antes de la aparición.

**Desafío 150,** página 120: Muchos aún no creen los límites; Así que cualquier contraejemplo o cualquier paradoja adicional vale la pena una publicación.

**Desafío 153,** página 125: Si es así, publíquelo; Luego envíemelo.

**Desafío 157,** página 127: Si es así, publíquelo; Luego envíemelo.

**Desafío 159,** página 130: Se aceleran hacia arriba.

**Desafío 160,** página 131: En la vida cotidiana, (a) la superficie de la Tierra puede considerarse plana, (b) los efectos de la curvatura vertical son despreciables y (c) los efectos de la longitud lateral son despreciables.

**Desafío 164,** página 132: Para un bus potente, la aceleración es  $2 \text{ m/s}^2$ ; en 100 m de aceleración, esto hace un cambio relativo de frecuencia de  $2,2 \cdot 10^{-15}$ .

**Desafío 165,** página 132: Sí, la absorción de luz y la emisión son siempre conversiones sin pérdidas de energía en masa.

**Desafío 168,** página 133: Para un haz de luz, en ambos casos la situación se describe por un entorno en el que las masas “caen” contra la dirección del movimiento. Si la tierra y las paredes del tren no fueran visibles -por ejemplo, si estuvieran ocultas por la niebla- no habría manera de determinar por medio de experimentos cuál es la situación. O, de nuevo, si un observador estuviera encerrado en una caja, no podría distinguir entre aceleración constante o gravedad constante. (Importante: esta imposibilidad sólo se aplica si el observador tiene un tamaño insignificante!)

**Desafío 172,** página 135: La longitud es el tiempo multiplicado por la velocidad de la luz. Si el tiempo cambia con la altura, también lo hacen las longitudes.

**Desafío 174,** página 135: Ambos caen hacia el centro de la Tierra. Las partículas en órbita también están en caída libre; Su distancia relativa cambia también, como se explica en el texto.

**Desafío 177,** página 138: Tal gráfico necesitaría cuatro o incluso 5 dimensiones.

**Desafío 178,** página 139: Los experimentos sobre cambio de tiempo con altura también pueden ser utilizados en este caso.

**Desafío 180,** página 140: La energía debida a la rotación puede ser despreciada en comparación con todas las demás energías del problema.

**Desafío 190,** página 146: Diferentes nucleones, diferentes núcleos, diferentes átomos y diferentes moléculas tienen diferentes porcentajes de energías de unión en relación con la masa total.

**Desafío 192,** página 147: En caída libre, la botella y el agua permanecen en reposo uno con respecto al otro.

**Desafío 193,** página 148: Deje caer el dispositivo. El caucho elástico entonces es lo suficientemente fuerte para tirar de la bola en la taza. Vea M. T. Westra, Einsteins verjaardagscadeau, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 69, p. 109, April 2003. El dispositivo original también tenía un muelle conectado en serie con el caucho.

**Desafío 194,** página 148: Aparte de las sillas y mesas ya mencionadas, los dispositivos antigravedad importantes son tirantes, cinturones y bolsas de plástico.

**Desafío 196,** página 148: La misma cantidad.

**Desafío 197,** página 149: Sí, en gravedad la edad de la gemela más alta es mayor. La diferencia de edad cambia con la altura, y llega a cero para la altura infinita.

**Desafío 198,** página 149: El límite de flujo de masa es  $c^3/4G$ .

**Desafío 199,** página 149: No, la cinta transportadora puede ser construida en el tren.

**Desafío 200,** página 149: Utilizan una escala de muelle y miden el tiempo de oscilación. De él se deduce su masa. (La burocracia de la NASA lo llama BMMD, un dispositivo de medición de masa corporal).

**Desafío 201**, página 149: La manzana golpea la pared después de aproximadamente media hora.

**Desafío 204**, página 150: Las aproximaciones con trayectorias curvadas de la luz, o con la variación de la velocidad de la luz no describen los horizontes correctamente.

**Desafío 205**, página 150: Con  $\hbar$  como el momento angular más pequeño uno consigue alrededor de 100 Tm.

**Desafío 206**, página 150: No. La difracción de los haces no lo permite. También la teoría cuántica hace esto imposible; los estados enlazados de las partículas sin masa, tales como los fotones, no son estables.

**Desafío 208**, página 152: El radio orbital es de 4.2 radios terrestres; que hace  $c. 38 \mu\text{s}$  cada día.

**Desafío 209**, página 152: Para ser honesto, los experimentos no son consistentes. Ellos asumen que alguna otra propiedad de la naturaleza es constante - como el tamaño atómico - que de hecho también depende de  $G$ . Más sobre este tema en page [página 299](#).

**Desafío 210**, página 152: Por supuesto, podrían existir otras dimensiones espaciales que sólo pueden detectarse con la ayuda de aparatos de medición. Por ejemplo, las dimensiones ocultas podrían aparecer en energías no accesibles en la vida cotidiana.

**Desafío 211**, página 152: Sobre este diminuto efecto, véase el texto de Ohanian,[Ref. 113](#) en la página 147.

**Desafío 234**, página 169: Como no hay masa negativa, los campos gravitoelectrónicos no pueden ser neutralizados. En contraste, los campos eléctricos pueden ser neutralizados alrededor de un conductor metálico con una jaula de Faraday.

**Desafío 237**, página 170: Para encontrar la respuesta, ayuda pensar en la analogía electromagnética.

**Desafío 246**, página 180: Uno necesita medir la sincronización de los pulsos que cruzan la tierra en los diversos detectores de ondas gravitacionales en la tierra.

**Desafío 220**, página 158: Lo hicieron durante un eclipse solar.

**Desafío 247**, página 181: No. Por las mismas razones que tal campo electrostático no es posible.

**Desafío 252**, página 184: No, una línea no puede tener curvatura intrínseca. Un toro es intrínsecamente curvado; no se puede cortar para producir una hoja plana de papel.

**Desafío 257**, página 186: No, no se pueden hacer a partir de una hoja de papel. La curvatura es distinta de cero en todas partes.

**Desafío 274**, página 195: La traza del tensor de Einstein es el negativo del escalar de Ricci; Es, pues, el negativo de la traza del tensor de Ricci.

**Desafío 278**, página 197: El concepto de energía no tiene sentido para el universo, ya que el concepto sólo se define para los sistemas físicos y, por lo tanto, no para el universo mismo. Ver también page [página 258](#).

**Desafío 285**, página 204: De hecho, en la relatividad general la energía gravitatoria no puede ser localizada en el espacio, en contraste con lo que uno espera y requiere de una interacción.

**Desafío 296**, página 207: Los errores en el transporte apuntando hacia el sur se deben a la fase geométrica, un efecto que aparece en cualquier caso de transporte paralelo en tres dimensiones. Es el mismo efecto que hace girar el péndulo de Foucault. El transporte paralelo a veces también se llama transporte de Fermi-Walker. La fase geométrica se explica en detalle en el volumen sobre óptica.

**Desafío 300**, página 209: La Agencia Espacial Europea está explorando el problema. ¡Únase a ellos!

**Desafío 303,** página 219: Hay una buena probabilidad de que exista alguna forma débil de los chorros de sol; Pero una detección no será fácil. (La cuestión de si la vía láctea tiene chorros era parte de este texto desde 2006, se han descubierto en 2010.)

**Desafío 305,** página 223: Si crees que las dos cantidades difieren, estás preso de una creencia, es decir, la creencia de que tus ideas sobre la física clásica y la relatividad general te permiten extrapolar estas ideas en dominios donde no son válidos, como detrás de un horizonte. En cada horizonte, los efectos cuánticos son tan fuertes que invalidan tales extrapolaciones clásicas.

**Desafío 306,** página 223: Unos pocos milímetros.

**Desafío 307,** página 223: Si asumimos un diámetro de  $150\text{ }\mu\text{m}$  y una densidad de  $1000\text{ kg/m}^3$  para las partículas de harina, entonces hay aproximadamente 566 millones de partículas en un kilogramo de harina. Una galaxia típica contiene  $10^{11}$  estrellas; que corresponde a  $177\text{ kg}$  de harina.

**Desafío 308,** página 225: La velocidad se mide con el efecto Doppler, generalmente observando la línea de Lyman-alfa. La distancia es mucho más difícil de explicar. Medir distancias es una ciencia por sí sola, dependiendo de si se miden las distancias de las estrellas en la galaxia, a otras galaxias o a los cuásares. Cualquier libro sobre astronomía o astrofísica contará más.

**Desafío 309,** página 227: Vea el desafío página 235.

**Desafío 311,** página 235: El conejo observa que todos los otros conejos parecen alejarse de él.

**Desafío 319,** página 242: Párese en un bosque en invierno, y trate de ver el horizonte. Si el bosque es muy profundo, encontrará troncos de árboles en todas las direcciones. Si el bosque es finito en profundidad, usted tiene la oportunidad de ver el horizonte.

**Desafío 333,** página 257: No. Este es un ejemplo de cómo una descripción aparentemente exacta de la naturaleza puede conducir a una declaración no científica, una creencia, sin ninguna relación con la realidad.

**Desafío 334,** página 258: Otra vez no. La afirmación es pura creencia.

**Desafío 336,** página 259: El universo no permite la observación desde el exterior. Por lo tanto, no tiene propiedades de estado.

**Desafío 347,** página 268: En el horizonte, la luz no puede subir hacia arriba.

**Desafío 371,** página 282: Esto sucede de la misma manera que el campo eléctrico estático sale de una carga. En ambos casos, los campos transversales no salen, pero sí los campos longitudinales. La teoría cuántica proporciona la razón más profunda. Las partículas de radiación real, que son responsables de campos transversales libres, no pueden dejar un agujero negro debido a la velocidad de escape. Sin embargo, las partículas virtuales pueden, ya que su velocidad no está limitada por la velocidad de la luz. Todos los campos estáticos y longitudinales son producidos por partículas virtuales. Además, hay una segunda razón. El campo clásico puede salir de un agujero negro porque para un observador externo todo lo que constituye el agujero negro está cayendo continuamente y ningún constituyente ha cruzado realmente el horizonte. Las fuentes de campo no están todavía fuera de alcance.

**Desafío 375,** página 282: La descripción lo dice todo. Una impresión visual se puede encontrar en la sala de los agujeros negros en el “Deutsches Museum.”<sup>en</sup> Munich.

**Desafío 377,** página 283: Por un lado, los agujeros negros pueden producirse a través colapso de la materia. Por otra parte, los agujeros negros pueden ser vistos como un horizonte curvado.

**Desafío 379,** página 284: Hasta el momento, parece que todas las consecuencias experimentales de la analogía coinciden con las observaciones; Por lo tanto, parece que podemos afirmar que el cielo nocturno es un horizonte de agujero negro. Sin embargo, la cuestión no se resuelve, y a algunos prominentes físicos no les gusta la analogía. El problema también está relacionado con

la cuestión de si la naturaleza muestra una simetría entre escalas de longitud extremadamente grandes y muy pequeñas. Este tema se amplía en el último tramo de nuestra aventura.

**Desafío 383**, página 288: Cualquier dispositivo que utiliza espejos requiere la electrodinámica; sin la electrodinámica, los espejos son imposibles.

**Desafío 385**, página 291: La teoría de la tierra hueca es correcta si las distancias habituales se cambian consistentemente de acuerdo con  $r_{\text{he}} = R_{\text{Earth}}^2/r$ . Esto implica un quantum de acción que disminuye hacia el centro de la esfera hueca. Entonces no hay manera de preferir una descripción sobre la otra, excepto por razones de simplicidad.

**Desafío 389**, página 304: La masa es una medida de la cantidad de energía. El cuadrado de la masa 'no tiene sentido'.

**Desafío 392**, página 306: Probablemente la cantidad con mayor variación sea masa, donde un prefijo para  $1 \text{ eV}/c^2$  sería útil, como sería uno para la masa total en el universo, que es aproximadamente  $10^{90}$  veces más grande.

**Desafío 393**, página 307: La fórmula con  $n - 1$  es un mejor ajuste. ¿Por qué?

**Desafío 396**, página 308: ¡No! Son demasiado precisos para tener sentido. Sólo se dan como una ilustración para el comportamiento de la distribución de Gauss. Distribuciones de medición real no son de Gauss a la precisión implícita en estos números.

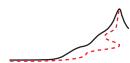
**Desafío 397**, página 308: Alrededor de 0,3 m/s. ¡No es 0,33 m/s, no es 0,333 m/s y no es ninguna secuencia mayor de treses!

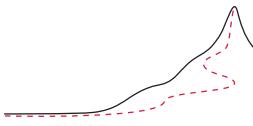
**Desafío 399**, página 315: La desaceleración va cuadráticamente con el tiempo, porque cada nueva ralentización 'se suma a la anterior'!

**Desafío 400**, página 315: No, sólo las propiedades de las partes del universo se enumeran. El universo mismo no tiene propiedades, como se muestra en el último volumen.

**Desafío 401**, página 359: Esto se podría solucionar con un truco similar a los utilizados en la irracionalidad de cada uno de los dos términos de la suma, pero nadie ha encontrado una.

**Desafío 402**, página 359: Todavía hay muchos descubrimientos que hacer en las matemáticas modernas, especialmente en la topología, la teoría de números y la geometría algebraica. Las matemáticas tienen un buen futuro.





## BIBLIOGRAFÍA

“ Un hombre recorre más de la mitad de una  
biblioteca para hacer un libro.

Samuel Johnson\*

- 1 ARISTÓTELES, *On sense and the sensible*, section 1, part 1, 350 BCE. Cited in JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 157, 1991. Cited on page 16.
- 2 El texto original en latín de Descartes' carta, fecha 22 de Agosto 1634, se puede leer online en [gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k20740j/f419.image](http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k20740j/f419.image). Cited on page 18.
- 3 ANÓNIMO, *Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences*, Journal des Scavans pp. 233–236, 1676. An English summary is found in O. C. RÖMER, *A demonstration concerning the motion of light*, Philosophical Transactions of the Royal Society 136, pp. 893–894, 1677. You can read the two papers at [dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html](http://dbhs.wvusd.k12.ca.us/webdocs/Chem-History/Roemer-1677/Roemer-1677.html). Cited on page 18.
- 4 F. TUINSTRA, *Rømer and the finite speed of light*, Physics Today 57, pp. 16–17, Diciembre 2004. No citations.
- 5 The history of the measurement of the speed of light can be found in chapter 19 of the text by FRANCIS A. JENKINS & HARVEY E. WHITE, *Fundamentals of Optics*, McGraw-Hill, New York, 1957. Cited on page 18.
- 6 Sobre la manera para realizar mediciones, ver SYDNEY G. BREWER, *Do-it-yourself Astronomy*, Edinburgh University Press, 1988. Kepler mismo, nunca midió las distancias de los planetas al Sol, sino solo las proporciones de las distancias planetarias. La paralaje del Sol desde dos puntos de la Tierra es casi 8,79 ″; se midió por primera vez en el siglo XVIII. Cited on page 20.
- 7 Para una discusión detallada, ver la nota 32 de A. GUALANDI & F. BÒNOLI, *The search for stellar parallaxes and the discovery of the aberration of light: the observational proofs of the Earth's revolution, Eustachio Manfredi, and the 'Bologna case'*, Journal for the History of Astronomy 20, pp. 155–172, 2009. De hecho, el término ‘aberración’ no aparece en la publicación de Bradley de esa emisión. Cited on page 19.
- 8 ARISTARCO DE SAMOS, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, c. 280 BCE, in MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990. Cited on page 20.
- 9 J. FRERCKS, *Creativity and technology in experimentation: Fizeau's terrestrial determination of the speed of light*, Centaurus 42, pp. 249–287, 2000. ver también el bello sitio web

\* Samuel Johnson (1709–1784), famoso poeta e intelectual inglés.

- sobre la reconstrucción histórica de experimentos científicos en [www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten](http://www.uni-oldenburg.de/histodid/forschung/nachbauten). Cited on page 21.
- 10 La manera de tomar imágenes de pulsos de luz con una cámara fotográfica ordinaria, sin ninguna electrónica, es descrita por M. A. DUGUAY & A. T. MATTICK, *Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes*, Applied Optics 10, pp. 2162–2170, 1971. La imagen en página 21 es tomada de allí. Cited on page 22.
  - 11 Puede aprender lo básico de la relatividad especial con ayuda de la web; la introducción más simple y clara es parte del curso de física de Karlsruhe, descargable en [www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de). Puede también usar la página web [physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html](http://physics.syr.edu/research/relativity/RELATIVITY.html) como punto de comienzo; la página menciona muchos de los recursos de relatividad en inglés disponibles en la web. Links en otros idiomas se puede encontrar con los motores de búsqueda. Cited on page 23.
  - 12 Vea el artículo clásico de G. J. FISHMAN, *Gamma ray observations of the Crab pulsar – past, present, future*, Annals of the New York Academy of Sciences 655, pp. 309–318, 1992. Cited on page 24.
  - 13 Las observaciones de las ráfagas de rayos gamma muestran que la velocidad de la luz no depende de la velocidad de la lámpara dentro de una parte en  $10^{20}$ , como muestra el bien conocido artículo de B. E. SCHAEFER, *Severe limits on variations of the speed of light with frequency*, Physical Review Letters 82, pp. 4964–4966, 1999, preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/9810479](http://arxiv.org/abs/astro-ph/9810479). El resultado fue confirmado más impresionantemente con una brillante ráfaga de rayos gamma observada en 2009. En esta ráfaga de rayos gamma, después de viajar cientos de millones de años, fotones de frecuencias que diferían en un factor  $3 \cdot 10^{10}$  - rayos gamma y luz visible - aún llegaron con menos de un segundo de diferencia unos de otros. Vea A. A. ABDO & al., (FermiGBM/LAT collaborations) Testing Einstein's special relativity with Fermi's short hard gamma-ray burst GRB090510/ preprint en [arxiv.org/abs/0908.1832](http://arxiv.org/abs/0908.1832). Cited on pages 24, 25, 331, and 333.
  - 14 M. FÜLLEKRUG, *Probing the speed of light with radio waves at extremely low frequencies*, Physical Review Letters 93, p. 043901, 2004. Cited on page 24.
  - 15 ver, e.g., C. WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, revised edition, Cambridge University Press, 1993. ver también Ref. 27. Cited on pages 24 and 27.
  - 16 Las discusiones usando estrellas binarias son de W. DE SITTER, *A proof of the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen 15, pp. 1297–1298, 1913, W. DE SITTER, *On the constancy of the speed of light*, Proceedings of the Section of the Sciences – Koninklijke Academie der Wetenschappen 16, pp. 395–396, 1913, W. DE SITTER, *Ein astronomischer Beweis für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann*, Physikalische Zeitschrift 14, p. 429, 1913, W. DE SITTER, *Über die Genauigkeit, innerhalb welcher die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Quelle behauptet werden kann*, Physikalische Zeitschrift 14, p. 1267, 1913, For a more recent version, see K. BRECHER, *Is the speed of light independent of the velocity of the source?*, Physics Letters 39, pp. 1051–1054, Errata 1236, 1977. Cited on page 24.
  - 17 Los límites más amplios de las observaciones de rayos gamma son explorados en Ref. 13. Medir la velocidad de la luz desde estrellas que se mueven rápidamente es otra prueba posible; vea la referencia anterior. Algunos de estos experimentos no son completamente estancos; una especulación sobre la electrodinámica, debido a Ritz, sostiene que la velocidad de la luz es  $c$  solo cuando se mide con respecto a la fuente; sin embargo, la luz de las estrellas pasa a través de la atmósfera, y su velocidad puede verse reducida a  $c$ . Cited on page 25.

El famoso experimento con la luz emitida por piones rápidos en CERN no es objeto de esta crítica. Se describe en T. ALVÄGER, J. M. BAILEY, F. J. M. FARLEY, J. KJELLMAN & I. WALLIN, *Test of the second postulate of relativity in the GeV region*, Physics Letters 12, pp. 260–262, 1964. See also T. ALVÄGER & al., *Velocity of high-energy gamma rays*, Arkiv för Fysik 31, pp. 145–157, 1965.

Otro experimento preciso a velocidades extremas es descrito por G. R. KALBFLEISCH, N. BAGGETT, E. C. FOWLER & J. ALSPECTOR, *Experimental comparison of neutrino, anti-neutrino, and muon velocities*, Physical Review Letters 43, pp. 1361–1364, 1979.

- 18** Una visión general de los resultados experimentales se da en YUAN ZHONG ZHANG, *Special Relativity and its Experimental Foundations*, World Scientific, 1998. Cited on pages 30, 36, 47, 63, 91, 323, and 335.
- 19** El comienzo de la moderna teoría de la relatividad es el famoso artículo de ALBERT EINSTEIN, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik 17, pp. 891–921, 1905. Vale la pena leerlo, y todos los físicos deberían haberlo hecho. Lo mismo puede decirse del famoso artículo, probablemente escrito después de haber oído hablar de la idea de Olinto De Pretto, encontrado en ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18, pp. 639–641, 1905. See also the review ALBERT EINSTEIN, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik 4, pp. 411–462, 1907. Este artículo está ahora disponible en muchos idiomas Una revisión posterior no publicada está disponible en facsímil y con una traducción al inglés como ALBERT EINSTEIN, Hanoch Gutfreund, ed., *Einstein's 1912 Manuscript on the Theory of Relativity*, George Braziller, 2004. También es interesante el documento posterior ALBERT EINSTEIN, *Elementary derivation of the equivalence of mass and energy*, American Mathematical Society Bulletin 41, pp. 223–230, 1935. Todos los documentos y cartas de Einstein están ahora disponibles, tanto en su idioma original como en su traducción al inglés, en [einsteinpapers.press.princeton.edu](http://einsteinpapers.press.princeton.edu). Cited on pages 25, 27, and 70.
- 20** JEAN VAN BLADEL, *Relativity and Engineering*, Springer, 1984. Cited on page 26.
- 21** ALBERT EINSTEIN, *Mein Weltbild*, edited by CARL SELIG, Ullstein Verlag, 1998. Cited on page 26.
- 22** Hay incluso un libro sobre el asunto: HANS C. OHANIAN, *Einstein's Mistakes: The Human Failings of Genius*, Norton, 2009. El 26 de Diciembre 1915, Einstein escribió, en una carta a Paul Ehrenfest: “Es ist bequem mit dem Einstein, jedes Jahr widerruft er, was er das vorige Jahr geschrieben hat.” Algunas semanas después el 17de Enero 1916, Einstein escribió a Hendrik Lorentz: “Die Serie meiner Gravitationsarbeiten ist eine Kette von Irrwegen, die aber doch allmählich dem Ziele näher führten.” Vea, por ejemplo, el libro de HEINOCH GUTFREUND & JÜRGEN RENN, editors, *The Road to Relativity*, Princeton University Press, 2015. No citations.
- 23** ALBRECHT FÖLSING, *Albert Einstein – eine Biographie*, Suhrkamp, p. 237, 1993. Cited on pages 26 and 38.
- 24** Una hermosa introducción de Einstein, casi sin fórmulas, es ALBERT EINSTEIN, *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Vieweg, 1917 and 1997. Para ver un texto con todas las matemáticas requeridas, consulte ALBERT EINSTEIN, *The Meaning of Relativity*, Methuen, 1921 and 1956. La edición póstuma también contiene las últimas palabras impresas de Einstein sobre la teoría, en el apéndice. Ver también el texto alemán ALBERT EINSTEIN, *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Springer, 1921 expanded 1954, y vuelto a publicar en 2002, que también contiene las matemáticas relevantes. No citations.

- 25** JULIAN SCHWINGER, *Einstein's Legacy*, Scientific American, 1986. EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Consulte también NICK M. J. WOODHOUSE, *Special Relativity*, Springer, 2003. Cited on pages 27 and 78.
- 26** WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001. Este es un hermoso libro de uno de los maestros del campo. Cited on page 27.
- 27** R. J. KENNEDY & E. M. THORNDIKE, *Experimental establishment of the relativity of time*, Physical Review 42, pp. 400–418, 1932. Consulte también H. E. IVES & G. R. STILWELL, *An experimental study of the rate of a moving atomic clock*, Journal of the Optical Society of America 28, pp. 215–226, 1938, and 31, pp. 369–374, 1941. Para una versión moderna y de alta precisión, vea C. BRAXMEIER, H. MÜLLER, O. PRADL, J. MLYNEK, A. PETERS & S. SCHILLER, *New tests of relativity using a cryogenic optical resonator*, Physical Review Letters 88, p. 010401, 2002. Los resultados más novedosos están en P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators*, Physical Review A 71, p. 050101, 2005, preprint en [arxiv.org/abs/gr-qc/0504109](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0504109), y el subsiguiente [arxiv.org/abs/physics/0510169](https://arxiv.org/abs/physics/0510169). Vea también P. ANTONINI, M. OKHAPKIN, E. GÖKLÜ & S. SCHILLER, *Réplica a "Comment on 'Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators'"*, Physical Review A 72, p. 066102, 2005, preprint en [arxiv.org/abs/physics/0602115](https://arxiv.org/abs/physics/0602115). Cited on pages 27 and 331.
- 28** La lentitud de la velocidad de la luz dentro del Sol se debe a la frecuente dispersión de los fotones por la materia solar. La estimación más seria es de R. MITALAS & K. R. SILLS, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal 401, pp. 759–760, 1992. Ofrecen un tiempo de escape de fotones de 0,17 Ma, una trayectoria media libre de fotones de 0,9 mm, una velocidad media de 0,97 cm/s una velocidad en el centro diez veces menor. Cited on page 28.
- 29** L. VESTERGAARD HAU, S. E. HARRIS, Z. DUTTON & C. H. BEHROOZI, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature 397, pp. 594–598, 1999. See also C. LIU, Z. DUTTON, C. H. BEHROOZI & L. VESTERGAARD HAU, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature 409, pp. 490–493, 2001, and the comment E. A. CORNELL, *Stopping light in its track*, 409, pp. 461–462, 2001. Sin embargo, a pesar de la afirmación, los pulsos de luz no han sido detenidos. Cited on page 28.
- 30** El método de explicación de la relatividad especial dibujando unas líneas en el papel se debe a HERMANN BONDI, *Relativity and Common Sense: A New Approach to Einstein*, Dover, New York, 1980. Vea también DIERCK-EKKEHARD LIEBSCHER, *Relativitätstheorie mit Zirkel und Lineal*, Akademie-Verlag Berlin, 1991. Cited on page 28.
- 31** S. REINHARDT & al., *Test of relativistic time dilation with fast optical clocks at different velocities*, Nature Physics 3, pp. 861–864, 2007. No citations.
- 32** ROD S. LAKES, *Experimental limits on the photon mass and cosmic vector potential*, Physical Review Letters 80, pp. 1826–1829, 1998. A maximum photon mass of  $10^{-47}$  kg was also deduced from gamma-ray bursts in the paper Ref. 13. Cited on page 30.
- 33** F. TUINSTRA, *De lotgevallen van het dopplereffect*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 75, p. 296, August 2009. No citations.
- 34** R. W. McGOWAN & D. M. GILTNER, *New measurement of the relativistic Doppler shift in neon*, Physical Review Letters 70, pp. 251–254, 1993. Cited on page 32.
- 35** R. LABOURNE, *The Doppler effect in astronomy*, Physics Education 32, pp. 34–40, 1997, No citations.

- 36** D. KIEFER & al., *Relativistic electron mirrors from nanoscale foils for coherent frequency upshift to the extreme ultraviolet*, Nature Communications 4, p. 1763, 2013. La exploración de los sistemas de carga relativistas promete resultados interesantes y aplicaciones en la próxima década. No citations.
- 37** Ver por ejemplo el paper de T. WILKEN & al., *A spectrograph for exoplanet observations calibrated at the centimetre-per-second level*, Nature 485, pp. 611–614, 2012. No citations.
- 38** El récord actual de sincronización de reloj parece ser de 1 ps para dos relojes distantes de 3 km uno del otro. Consulte A. VALENCIA, G. SCARCELLI & Y. SHIH, *Distant clock synchronization using entangled photon pairs*, Applied Physics Letters 85, pp. 2655–2657, 2004, or [arxiv.org/abs/quant-ph/0407204](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0407204). Cited on page 33.
- 39** J. FRENKEL & T. KONTOROWA, *Über die Theorie der plastischen Verformung*, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion 13, p. 1, 1938. F. C. FRANK, *On the equations of motion of crystal dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 131–134, 1949. J. ESHELBY, *Uniformly moving dislocations*, Proceedings of the Physical Society A 62, pp. 307–314, 1949. See also G. LEIBFRIED & H. DIETZE, Zeitschrift für Physik 126, p. 790, 1949. Una introducción general puede encontrarse en A. SEEGER & P. SCHILLER, *Kinks in dislocation lines and their effects in internal friction in crystals*, Physical Acoustics 3A, W. P. MASON, ed., Academic Press, 1966. Vea también el libro de texto de FRANK R. N. NABARRO, *Theory of Crystal Dislocations*, Oxford University Press, 1967, o J. P. HIRTH & J. LOTHE, *Theory of Dislocations*, McGraw Hill, 1968. Cited on page 33.
- 40** Este hermoso gráfico está tomado de Z. G. T. GUIRAGOSSIAN, G. B. ROTHBART, M. R. YEARIAN, R. GEARHART & J. J. MURRAY, *Relative velocity measurements of electrons and gamma rays at 15 GeV*, Physical Review Letters 34, pp. 335–338, 1975. No citations.
- 41** Un intento provocador de explicar la falta de mujeres en la física en general lo hace MARGARET WERTHEIM, *Pythagoras' Trousers – God, Physics and the Gender Wars*, Fourth Estate, 1997. No citations.
- 42** Para obtener más información sobre los pirados más conocidos y sus ideas, envíe un correo electrónico a majordomo@zizkak.net con una única línea ‘subscribe psychoceramics’. Cited on page 34.
- 43** La exactitud de la mecánica galileana fue discutida por SimonNewcomb ya en 1882. Para obtener más información, consulte STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972. No citations.
- 44** La velocidad de los neutrinos es la misma que la de la luz con 9 dígitos decimales. Esto se explica por LEO STODOLSKY, *The speed of light and the speed of neutrinos*, Physics Letters B 201, p. 353, 1988. Una observación de una pequeña masa para el neutrino ha sido publicada por la colaboración japonesa Super-Kamiokande en Y. FUKUDA & al., *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Physical Review Letters 81, pp. 1562–1567, 1998. Los resultados más recientes publicados por el Canadian Sudbury Neutrino Observatory, se encuentran en Q.R. AHMAD & al., *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory*, Physical Review Letters 89, p. 011301, 2002, también confirman que los neutrinos tienen una masa en la región de 1 eV. Cited on pages 35 and 319.
- 45** B. ROTHENSTEIN & G. ECKSTEIN, *Lorentz transformations directly from the speed of light*, American Journal of Physics 63, p. 1150, 1995. Vea también el comentario de E. KAPUŚCIK, *Comment on “Lorentz transformations directly from the speed of light” by B. Rothenstein and G. Eckstein*, American Journal of Physics 65, p. 1210, 1997. Cited on page 36.

- 46** Consulte por ejemplo las conferencias de 1922 por Lorentz en Caltech, publicadas en H. A. LORENTZ, *Problems of Modern Physics*, edited by H. Bateman, Ginn and Company, page 99, 1927. Cited on page 36.
- 47** MAX BORN, *Die Relativitätstheorie Einsteins*, Springer, 2003, una nueva y comentada edición del texto original de 1920. No citations.
- 48** A. A. MICHELSON & E. W. MORLEY, *On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether*, American Journal of Science (3rd series) 34, pp. 333–345, 1887. Michelson publicó muchos otros artículos sobre el tema después de este. Cited on page 37.
- 49** El más reciente resultado es CH. EISELE, A. Yu. NEVSKY & S. SCHILLER, *Laboratory test of the isotropy of light propagation at the  $10^{-17}$  level*, Physics Review Letters 103, p. 090401, 2009. Ver también el experimento anterior en S. SCHILLER, P. ANTONINI & M. OKHAPKIN, *A precision test of the isotropy of the speed of light using rotating cryogenic cavities*, [arxiv.org/abs/physics/0510169](https://arxiv.org/abs/physics/0510169). Vea también la página del instituto en [www.exphy.uni-duesseldorf.de/ResearchInst>WelcomeFP.html](http://www.exphy.uni-duesseldorf.de/ResearchInst>WelcomeFP.html). Cited on page 37.
- 50** H. A. LORENTZ, *De relative beweging van de aarde en dem aether*, Amst. Versl. 1, p. 74, 1892, y también H. A. LORENTZ, *Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light*, Amst. Proc. 6, p. 809, 1904, or Amst. Versl. 12, p. 986, 1904. Cited on page 40.
- 51** Una refutación general de tales propuestas es discutida por S. R. MAINWARING & G. E. STEDMAN, *Accelerated clock principles*, Physical Review A 47, pp. 3611–3619, 1993. Experimentos sobre muones en el CERN en 1968 mostró que las aceleraciones de hasta  $10^{20} \text{ m/s}^2$  no tienen efecto, según lo explicado por D. H. PERKINS, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, or by J. BAILEY & al., Il Nuovo Cimento 9A, p. 369, 1972. Cited on page 41.
- 52** W. RINDLER, *General relativity before special relativity: an unconventional overview of relativity theory*, American Journal of Physics 62, pp. 887–893, 1994. Cited on page 41.
- 53** STEVEN K. BLAU, *Would a topology change allow Ms. Bright to travel backward in time?*, American Journal of Physics 66, pp. 179–185, 1998. Cited on page 44.
- 54** En la formulación “apropiada” de la relatividad, ver por ejemplo D. HESTENES, *Proper particle mechanics*, Journal of Mathematical Physics 15, pp. 1768–1777, 1974. See also his numerous other papers, his book DAVID HESTENES, *Spacetime Algebra*, Gordon and Breach, 1966, y su página web [modelingnts.la.asu.edu](http://modelingnts.la.asu.edu). Unos enfoque relacionado es W. E. BAYLIS, *Relativity in introductory physics*, preprint en [arxiv.org/abs/physics/0406158](https://arxiv.org/abs/physics/0406158). Cited on page 45.
- 55** El experimento simple de tomar un reloj preciso en un avión, volarlo alrededor del mundo y luego compararlo con uno idéntico que quedó en el lugar fue realizado por primera vez por J. C. HAFFELE & R. E. KEATING, *Around-the-world atomic clocks: predicted relativistic time gains*, Science 177, pp. 166–167, and *Around-the-world atomic clocks: observed relativistic time gains*, pp. 168–170, 14 July 1972. ver también Ref. 18. Cited on pages 45 and 134.
- 56** Una introducción legible al cambio de tiempo con los observadores, y a la relatividad en general, es ROMAN U. SEXL & HERBERT KURT SCHMIDT, *Raum-Zeit-Relativität*, 2. Auflage, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1991. Cited on page 45.
- 57** El más famoso es el resultado de que los muones en movimiento permanecen más jóvenes, como se muestra, por ejemplo, por D. H. FRISCH & J. B. SMITH, *Measurement of the relativistic time dilation using  $\mu$ -mesons*, American Journal of Physics 31, pp. 342–355, 1963. Para un tratamiento pedagógico completo de la paradoja de los gemelos, vea E. SHELDON,

- Relativistic twins or sextuplets?*, European Journal of Physics 24, pp. 91–99, 2003. Cited on page 45.
- 58 PAUL J. NAHIN, *Time Machines – Time Travel in Physics, Metaphysics and Science Fiction*, Springer Verlag and AIP Press, second edition, 1999. Cited on page 45.
- 59 El primer experimento de muones fue B. ROSSI & D. B. HALL, *Variation of the rate of decay of mesotrons with momentum*, Physical Review 59, pp. 223–228, 1941. ‘Mesotrón’ era el antiguo nombre para el muon. Cited on page 47.
- 60 J. BAILEY & al., *Final report on the CERN muon storage ring including the anomalous magnetic moment and the electric dipole moment of the muon, and a direct test of relativistic time dilation*, Nuclear Physics B 150, pp. 1–75, 1979. No citations.
- 61 A. HARVEY & E. SCHUCKING, *A small puzzle from 1905*, Physics Today, pp. 34–36, March 2005. Cited on page 47.
- 62 Busque “combustible” y “cohete relativista” en Internet. No citations.
- 63 W. RINDLER, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 29, pp. 365–366, 1961. Para una variación sin gravedad, vea R. SHAW, *Length contraction paradox*, American Journal of Physics 30, p. 72, 1962. Cited on page 49.
- 64 H. VAN LINTEL & C. GRUBER, *The rod and hole paradox re-examined*, European Journal of Physics 26, pp. 19–23, 2005. Cited on page 49.
- 65 Vea la clara discusión de C. IYER & G. M. PRABHU, *Differing observations on the landing of the rod into the slot*, American Journal of Physics 74, pp. 998–1001, 2006, preprint en [arxiv.org/abs/0809.1740](https://arxiv.org/abs/0809.1740). No citations.
- 66 Esta situación es discutida por G. P. SASTRY, *Is length contraction paradoxical?*, American Journal of Physics 55, 1987, pp. 943–946. Este documento también contiene una extensa lista de literatura que cubre variantes de paradojas de contracción de longitud. Cited on page 49.
- 67 S. P. BOUGHN, *The case of the identically accelerated twins*, American Journal of Physics 57, pp. 791–793, 1989. Cited on pages 50 and 51.
- 68 J. M. SUPPLEE, *Relativistic buoyancy*, American Journal of Physics 57 1, pp. 75–77, January 1989. Vea también G. E. A. MATSAS, *Relativistic Arquimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the ‘submarine paradox’*, Physical Review D 68, p. 027701, 2003, o [arxiv.org/abs/gr-qc/0305106](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0305106). Cited on page 50.
- 69 La distinción fue primero publicada por J. TERRELL, *Invisibility of Lorentz contraction*, Physical Review 116, pp. 1041–1045, 1959, and R. PENROSE, *The apparent shape of a relativistically moving sphere*, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 55, pp. 137–139, 1959. Cited on page 51.
- 70 G. R. RYBICKI, *Speed limit on walking*, American Journal of Physics 59, pp. 368–369, 1991. Cited on page 52.
- 71 Vea por ejemplo R. J. NEMIROFF, Q. ZHONG & E. LILLESKOV, *Lights illuminate surfaces superluminally*, preprint available at [arXiv.org/abs/1506.02643](https://arxiv.org/abs/1506.02643); Vea también el relacionado y hermoso artículo R. J. NEMIROFF, *Superluminal spot pair events in astronomical settings: sweeping beams*, preprint en [arXiv.org/abs/1412.7581](https://arxiv.org/abs/1412.7581). No citations.
- 72 Los primeros ejemplos de las observaciones astronómicas fueron proporcionados por A.R. WHITNEY & al., *Quasars revisited: rapid time variations observed via very-long-baseline interferometry*, Science 173, pp. 225–230, 1971, and by M.H. COHEN & al., *The small-scale structure of radio galaxies and quasi-stellar sources at 3.8 centimetres*, Astrophysical Journal 170, pp. 207–217, 1971. Vea también T. J. PEARSON, S. C. UNWIN,

- M. H. COHEN, R. P. LINFIELD, A. C. S. READHEAD, G. A. SEIELSTAD, R. S. SIMON & R. C. WALKER, *Superluminal expansion of quasar 3C 273*, Nature 290, pp. 365–368, 1981. An overview is given in J. A. ZENSUS & T. J. PEARSON, editors, *Superluminal radio sources*, Cambridge University Press, 1987. Otra medida, utilizando interferometría de referencia muy larga con ondas de radio en chorros emitidos desde una estrella binaria (por lo tanto no un cuásar), se mostró en la portada de Nature: I. F. MIRABEL & L. F. RODRÍGUEZ, *A superluminal source in the galaxy*, Nature 371, pp. 46–48, 1994. Un ejemplo más reciente fue reportado en Science News 152, p. 357, 6 Diciembre 1997.
- Explicaciones pedagógicas se dan en D. C. GABUZDA, *The use of quasars in teaching introductory special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 214–215, 1987, and by Ref. 119 on pages 89–92. Cited on page 53.
- 73** A somewhat old-fashioned review paper on tachyons mentioning the doubling issue, on pages 52 and 53, is E. RECAMI, *Classical tachyons and possible applications*, Rivista del Nuovo Cimento 9, pp. 1–178, 1986. It also discusses a number of paradoxes. By the way, a simple animation claiming to show a flying tachyon can be found in Wikipedia. No citations.
- 74** O. M. BILANIUK & E. C. SUDARSHAN, *Particles beyond the light barrier*, Physics Today 22, pp. 43–51, 1969, and O. M. P. BILANIUK, V. K. DESHPANDE & E. C. G. SUDARSHAN, ‘*Meta*’ relativity, American Journal of Physics 30, pp. 718–723, 1962. See also the book E. RECAMI, editor, *Tachyons, Monopoles and Related Topics*, North-Holland, 1978. Cited on page 54.
- 75** J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR, A. A. RAWLINSON & G. J. STEPHENSON, *The Thomas rotation*, American Journal of Physics 69, pp. 837–847, 2001. Cited on page 55.
- 76** Planck escribió esto en una carta de 1908. No citations.
- 77** Ver por ejemplo S. S. COSTA & G. E. A. MATSAS, *Temperature and relativity*, preprint en arxiv.org/abs/gr-qc/9505045. Cited on page 55.
- 78** Uno de los últimos de estos experimentos discutibles es T. P. KRISHER, L. MALEKI, G. F. LUTES, L. E. PRIMAS, R. T. LOGAN, J. D. ANDERSON & C. M. WILL, *Test of the isotropy of the one-way speed of light using hydrogen-maser frequency standards*, Physical Review D 42, pp. 731–734, 1990. Cited on pages 91 and 323.
- 79** H. C. OHANIAN, *The role of dynamics in the synchronization problem*, American Journal of Physics 72, pp. 141–148, 2004. No citations.
- 80** R. C. TOLMAN & G. N. LEWIS, *The principle of relativity and non-Newtonian mechanics*, Philosophical Magazine 18, pp. 510–523, 1909, and R. C. TOLMAN, *Non-Newtonian mechanics: the mass of a moving body*, Philosophical Magazine 23, pp. 375–380, 1912. Cited on page 61.
- 81** S. RAINVILLE, J. K. THOMPSON, E. G. MYERS, J. M. BROWN, M. S. DEWEY, E. G. KESSLER, R. D. DESLATTE, H. G. BÖRNER, M. JENTSCHEL, P. MUTTI & D. E. PRITCHARD, *World year of physics: a direct test of  $E = mc^2$* , Nature 438, pp. 1096–1097, 2005. Cited on page 66.
- 82** Esta información se debe a una comunicación privada de Frank DiFilippo; parte de la historia se cuenta en F. DI FILIPPO, V. NATARAJAN, K. R. BOYCE & D. E. PRITCHARD, *Accurate atomic masses for fundamental metrology*, Physical Review Letters 73, pp. 1481–1484, 1994. Estas mediciones que se realizaron con trampas de Penning, son una visión de las posibilidades que ofrecen dadas por R. C. THOMPSON, *Precision measurement aspects of ion traps*, Measurement Science and Technology 1, pp. 93–105, 1990. Los experimentadores más importantes en el campo de la levitación de partículas individuales obtuvieron el Premio Nobel en 1989. Una de las conferencias del Premio Nobel puede encontrarse en

- W. PAUL, *Electromagnetic traps for neutral and charged particles*, Reviews of Modern Physics 62, pp. 531–540, 1990. Cited on page 66.
- 83** J. L. SYNGE, *Relativity: The Special Theory*, North-Holland, 1956, pp. 208–213. Se puede encontrar más información sobre las antipartículas en la relatividad especial en J. P. COSTELLA, B. H. J. MCKELLAR & A. A. RAWLINSON, *Classical antiparticles*, American Journal of Physics 65, pp. 835–841, 1997. ver también Ref. 103. Cited on page 67.
- 84** M. CANNONI, *Lorentz invariant relative velocity and relativistic binary collisions*, preprint en [arxiv.org/abs/1605.00569](https://arxiv.org/abs/1605.00569). No citations.
- 85** A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der relativistischen Mechanik*, Praktika Acad. Athenes 14, p. 540, 1939, and A. PAPAPETROU, *Drehimpuls- und Schwerpunktsatz in der Diracschen Theorie*, Praktika Acad. Athenes 15, p. 404, 1940. See also M. H. L. PRYCE, *The mass-centre in the restricted theory of relativity and its connexion with the quantum theory of elementary particles*, Proceedings of the Royal Society in London, A 195, pp. 62–81, 1948. Cited on page 69.
- 86** Las referencias precedentes a Einstein sobre  $E = c^2m$  son: S. TOLVER PRESTON, *Physics of the Ether*, E. & F.N. Spon, 1875, J. H. POINCARÉ, *La théorie de Lorentz et le principe de réaction*, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles 5, pp. 252–278, 1900, O. DE PRETTO, *Ipotesi dell'etere nella vita dell'universo*, Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti tomo LXIII, parte 2, pp. 439–500, Febrero 1904, F. HASENÖHRL, Berichte der Wiener Akademie 113, p. 1039, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern*, Annalen der Physik 15, pp. 344–370, 1904, F. HASENÖHRL, *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern – Berichtigung*, Annalen der Physik 16, pp. 589–592, 1905. Hasenöhrl died in 1915, De Pretto in 1921. All these papers were published before the famous paper by ALBERT EINSTEIN, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*, Annalen der Physik 18, pp. 639–641, 1905. Cited on page 71.
- 87** UMBERTO BARTOCCI, *Albert Einstein e Olinto De Pretto: la vera storia della formula più famosa del mondo*, Ultreja, 1998. No citations.
- 88** Para una visión general clara de las diversas convenciones de signos en la relatividad general, vea la portada del texto de Misner, Thorne and Wheeler, Ref. 98. Utilizamos las convenciones de signos gravitacionales del texto de Ohanian and Ruffini, Ref. 113. No citations.
- 89** Una joya entre los textos sobre relatividad especial es el folleto de ULRICH E. SCHRÖDER, *Spezielle Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, 1981. Cited on pages 74 and 76.
- 90** Una propuesta mejorada para la definición de 4-jerk que también cita este libro es J. G. RUSSO & P. K. TOWNSEND, *Relativistic kinematics and stationary motions*, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 42, p. 445402, 2009, preprint en [arxiv.org/abs/0902.4243](https://arxiv.org/abs/0902.4243). No citations.
- 91** G. STEPHENSON & C. W. KILMISTER, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, London, 1965. See also W. N. MATTHEWS, *Relativistic velocity and acceleration transformations from thought experiments*, American Journal of Physics 73, pp. 45–51, 2005, y sucesuentes J. M. LÉVY, *A simple derivation of the Lorentz transformation and of the accompanying velocity and acceleration changes*, American Journal of Physics 75, pp. 615–618, 2007. No citations.
- 92** Un artículo legible que muestra una fotocopia de una carta de Einstein explicando este punto es el de LEV B. OKUN, *The concept of mass*, Physics Today, pp. 31–36, June 1989. El tema no está exento de controversia, como lo muestran las cartas de los lectores siguientes a ese artículo; se encuentran en Physics Today, pp. 13–14 and pp. 115–117, May 1990. El asunto sigue siendo una fuente de debates. Cited on page 75.

- 93** CHRISTIAN MØLLER, *The Theory of Relativity*, Clarendon Press, 1952, 1972. Este libro de texto estándar ha sido traducido a varios idiomas. Cited on page 76.
- 94** El conocido teorema de no-interacción afirma que no hay manera de encontrar un lagrangiano que solo dependa de las variables de partículas, sea invariante de Lorentz y contenga interacciones de partículas. Fue demostrado por D. G. CURRIE, T. F. JORDAN & E. C. G. SUDARSHAN, *Relativistic invariance and Hamiltonian theories of interacting particles*, Review of Modern Physics 35, pp. 350–375, 1963. No citations.
- 95** P. EHRENFEST, *Gleichförmige Rotation starrer Körper und Relativitätstheorie*, Physikalische Zeitschrift 10, pp. 918–928, 1909. Ehrenfest (incorrectamente) sugirió que esto significaba que la relatividad no puede ser correcta. Un buen resumen moderno del problema se puede encontrar en M. L. RUGGIERO, *The relative space: space measurements on a rotating platform*, arxiv.org/abs/gr-qc/0309020. Cited on page 77.
- 96** R. J. LOW, *When moving clocks run fast*, European Journal of Physics 16, pp. 228–229, 1995. Cited on pages 82 and 83.
- 97** E. A. DESLOGE & R. J. PHILPOTT, *Uniformly accelerated reference frames in special relativity*, American Journal of Physics 55, pp. 252–261, 1987. Cited on page 84.
- 98** La imposibilidad de definir marcos de coordenadas rígidos para observadores que aceleran de manera no uniforme se discute por CHARLES MISNER, KIP THORNE & JOHN A. WHEELER, *Gravitation*, Freeman, p. 168, 1973. Cited on pages 84 and 338.
- 99** R. H. GOOD, *Uniformly accelerated reference frame and twin paradox*, American Journal of Physics 50, pp. 232–238, 1982. Cited on pages 85, 86, and 89.
- 100** J. D. HAMILTON, *The uniformly accelerated reference frame*, American Journal of Physics 46, pp. 83–89, 1978. Cited on page 86.
- 101** La mejor y más barata colección de fórmulas matemáticas sigue siendo la de K. ROTTMANN, *Mathematische Formelsammlung*, BI Hochschultaschenbücher, 1960. Cited on page 86.
- 102** C. G. ADLER & R. W. BREHME, *Relativistic solutions to a falling body in a uniform gravitational field*, American Journal of Physics 59, pp. 209–213, 1991. Cited on page 86.
- 103** Vea por ejemplo las excelentes notas de la conferencia por D. J. RAYMOND, *A radically modern approach to freshman physics*, en la página web www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html. Cited on pages 86 and 338.
- 104** EDWARD A. DESLOGE, *The gravitational red-shift in a uniform field*, American Journal of Physics 58, pp. 856–858, 1990. Cited on page 89.
- 105** L. MISHRA, *The relativistic acceleration addition theorem*, Classical and Quantum Gravity 11, pp. L97–L102, 1994. Cited on page 87.
- 106** EDWIN F. TAYLOR & A. P. FRENCH, *Limitation on proper length in special relativity*, American Journal of Physics 51, pp. 889–893, 1983. Cited on page 92.
- 107** Las afirmaciones claras contra la velocidad variable de la luz son hechas por Michael Duff en varias de sus publicaciones, tal como M. J. DUFF, *Comment on time-variation of fundamental constants*, arxiv.org/abs/hep-th/0208093. El punto de vista opuesto, aunque incorrecto, ha sido propuesto por John Moffat y por João Magueijo, pero también por varios otros autores. No citations.
- 108** La cita es de una carta de Gibbs a la Academia Americana de Arte y Ciencias, en la que agradece la Academia por su premio. La carta fue leída en una sesión de la Academia y, por lo tanto, se convirtió en parte de los proceedings: J. W. GIBBS, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 16, p. 420, 1881. Cited on page 97.

- 109** Parece que la primera enunciación publicada de la fuerza máxima como principio fundamental fue alrededor del año 2000, en este texto, en el capítulo sobre la gravitación y la relatividad. El autor descubrió el principio de la fuerza máxima, sin conocer el trabajo de los demás, cuando buscaba de antemano los resultados de la última parte de esta aventura. Volumen VI, que sería tan sencillo que convencería incluso a un alumno de escuela secundaria. En el año 2000, el autor contó a sus amigos en Berlín sobre su enfoque didáctico. El concepto de fuerza máxima se propuso por primera vez, muy probablemente, por parte de Venzo de Sabbata and C. Sivaram in 1993. También este descubrimiento de la física se hizo demasiado tarde. En 1995 Corrado Massa tomó la idea. Independientemente, Ludwik Kostro en 1999, Christoph Schiller justo antes de 2000 y Gary Gibbons en los años anteriores a 2002 llegaron al mismo concepto. Fue inspirado por un libro de Oliver Lodge; él explica que el valor máximo de fuerza se sigue de la relatividad general; no hace una declaración acerca del recíproco, ni tampoco los demás autores. La enunciación de fuerza máxima como principios fundamentales parece original para Christoph Schiller.
- El orden temporal de los primeros documentos sobre la fuerza máxima parece ser V. DE SABBATA & C. SIVARAM, *On limiting field strengths in gravitation*, Foundations of Physics Letters 6, pp. 561–570, 1993, followed by C. MASSA, *Does the gravitational constant increase?*, Astrophysics and Space Science 232, pp. 143–148, 1995, and by L. KOSTRO & B. LANGE, *Is  $c^4/G$  the greatest possible force in nature?*, Physics Essays 12, pp. 182–189, 1999. Las próximas referencias son el documento G. W. GIBBONS, *The maximum tension principle in general relativity*, Foundations of Physics 32, pp. 1891–1901, 2002, preprint en [arxiv.org/abs/hep-th/0210109](https://arxiv.org/abs/hep-th/0210109) – aunque desarrolló las ideas antes de esa fecha, y las versiones anteriores del presente texto CHRISTOPH SCHILLER, *Motion Mountain – La Aventura de la Física*, están disponibles en pdf en [www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net). Entonces vino C. SCHILLER, *Maximum force and minimum distance: physics in limit statements*, preprint en [arxiv.org/abs/physics/0309118](https://arxiv.org/abs/physics/0309118), and C. SCHILLER, *General relativity and cosmology derived from principle of maximum power or force*, International Journal of Theoretical Physics 44, pp. 1629–1647, 2005, preprint en [arxiv.org/abs/physics/0607090](https://arxiv.org/abs/physics/0607090). Vea también R. BEIG, G. W. GIBBONS & R. M. SCHOEN, *Gravitating opposites attract*, Classical and Quantum Gravity 26, p. 225013, 2009. preprint en [arxiv.org/abs/09071193](https://arxiv.org/abs/09071193).
- En 2016, Gary Gibbons aún no está convencido de que la fuerza o potencia máxima puedan ser vistos como un principio físico fundamental del que se puede deducir la relatividad general, aunque lo ve como una conjetura prometedora. Cited on pages 97, 103, 109, 115, 125, and 143.
- 110** Vea el artículo fundamental de A. DiSESSA, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, 48, p. 365, 1980, and A. DiSESSA, *Erratum: "Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics"* [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)], 48, p. 784, 1980. También el excelente libro de texto de Física de FRIEDRICH HERRMANN, *The Karlsruhe Physics Course*, introduce este punto extensamente; es gratis para descargar en inglés, español, ruso, italiano y chino en [www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index\\_en.html](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html). Cited on page 99.
- 111** C. SCHILLER, *Maximum force and minimum distance: physics in limit statements*, preprint en [arxiv.org/abs/physics/0309118](https://arxiv.org/abs/physics/0309118); las ideas también forman parte del sexto volumen de este texto, que se puede descargar libremente en [www.motionmountain.net](http://www.motionmountain.net). Cited on pages 100, 103, 115, and 125.
- 112** El análisis del primer evento de onda gravitacional detectado, llamado GW150914, se presenta en B.P. ABBOTT & al., (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration) *Observation of gravitational waves from a binary black hole merger*, Physical Review Letters 116, p. 061102, 2016, también disponible para descarga gratuita en [journals.aps.org/prl/pdf/](http://journals.aps.org/prl/pdf/)

- [10.1103/PhysRevLett.116.061102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102). Se pueden encontrar documentos adicionales y más detallados sobre el evento y los que siguieron en 2015 y 2017 en el sitio [www.ligo.caltech.edu](http://www.ligo.caltech.edu). Un ejemplo reciente es [arxiv.org/abs/1706.01812](https://arxiv.org/abs/1706.01812). Cited on pages 102, 179, and 180.
- 113** H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994. Otro libro de texto que habla sobre el límite de potencia es IAN R. KENYON, *General Relativity*, Oxford University Press, 1990. La potencia máxima también se discute en L. KOSTRO, *The quantity  $c^5/G$  interpreted as the greatest possible power in nature*, Physics Essays 13, pp. 143–154, 2000. Cited on pages 102, 114, 116, 118, 123, 327, 338, and 349.
- 114** Una visión general de la literatura sobre el modelo analógico de la relatividad general se puede encontrar en la página web de Matt Visser [www.physics.wustl.edu/~visser/Analog/bibliography.html](http://www.physics.wustl.edu/~visser/Analog/bibliography.html). Cited on page 103.
- 115** Ver por ejemplo WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001, p. 70 ff, or RAY D'INVERNO, *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press, 1992, p. 36 ff. Cited on page 105.
- 116** Ver por ejemplo A. ASHTEKAR, S. FAIRHUST & B. KRISHNAN, *Isolated horizons: Hamiltonian evolution and the first law*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0005083](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0005083). Cited on page 105.
- 117** T. JACOBSON, *Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state*, Physical Review Letters 75, pp. 1260–1263, 1995 or [arxiv.org/abs/gr-qc/9504004](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9504004). Cited on page 106.
- 118** Ver por ejemplo EKKEHART KRÖNER, *Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen*, Springer, 1958, volume 5 of the series 'Ergebnisse der angewandten Mathematik'. Kröner shows the similarity between the equations, methods and results of solid-state continuum physics and those of general relativity, including the Ricci formalism. Cited on pages 110 and 208.
- 119** Consulte el excelente libro de EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Spacetime Physics – Introduction to Special Relativity*, second edition, Freeman, 1992. Cited on pages 110 and 337.
- 120** Este contraejemplo fue sugerido por Steve Carlip. Cited on page 113.
- 121** E. R. CAIANIELLO, Lettere al Nuovo Cimento 41, p. 370, 1984. Cited on page 115.
- 122** J. D. BARROW & G. W. GIBBONS, *Maximum tension: with and without a cosmological constant*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 446, pp. 3874–3877, 2014, preprint en [arxiv.org/abs/1408.1820](https://arxiv.org/abs/1408.1820). Cited on page 116.
- 123** Una excepción notable es el grupo de enseñanza de física en Karlsruhe, que siempre ha enseñado la fuerza de la manera correcta. Vea F. HERRMANN, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blätter 54, pp. 830–832, September 1998. Vea también la conferencia sobre introducción a la física general en la página [www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten](http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten). Cited on page 121.
- 124** R. PENROSE, *Naked singularities*, Annals of the New York Academy of Sciences 224, pp. 125–134, 1973. Cited on page 122.
- 125** G. HUISKEN & T. ILMANEN, *The Riemannian Penrose inequality*, International Mathematics Research Notices 59, pp. 1045–1058, 1997. S. A. HAYWARD, *Inequalities relating area, energy, surface gravity and charge of black holes*, Physical Review Letters 81, pp. 4557–4559, 1998. Cited on page 122.
- 126** C. WILL, *The Confrontation between General Relativity and Experiment*, Living Reviews in Relativity 17, 2014, available freely at [www.livingreviews.org/lrr-2014-4](http://www.livingreviews.org/lrr-2014-4). Una antigua y más extensa referencia es CLIFFORD M. WILL, *Was Einstein Right? – Putting General Relativity to the Test*, Oxford University Press, 1993. See also his paper [arxiv.org/abs/gr-qc/9811036](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9811036). Cited on pages 123 and 345.

- 127** Los resultados de medición del satélite WMAP se resumen en el website [map.gsfc.nasa.gov/m\\_mm.html](http://map.gsfc.nasa.gov/m_mm.html); los documentos están disponibles en [lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map\\_bibliography.cfm](http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/map_bibliography.cfm). Cited on page 125.
- 128** La fuente histórica más simple es ALBERT EINSTEIN, *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* II pp. 844–846, 1915. Es la primera explicación de la teoría general de la relatividad, en solo tres páginas. La teoría se explica en detalle en el famoso artículo. ALBERT EINSTEIN, *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*, *Annalen der Physik* 49, pp. 769–822, 1916. Las referencias históricas pueden encontrarse en alemán e inglés en JOHN STACHEL, ed., *The Collected Papers of Albert Einstein*, Volumes 1–9, Princeton University Press, 1987–2004.

A continuación se muestra una selección de libros de texto en inglés para un estudio más profundo, en orden ascendente de profundidad y dificultad:

- Un libro entretenido sin fórmulas, pero preciso y detallado, es el libro en rústica por IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990.
- Casi ninguna fórmula, pero mucha información, se encuentran en el entusiasta texto de JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990.
- Una excelente presentación es EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman, 2000.
- La belleza, la simplicidad y la brevedad son las características de MALCOLM LUDVIGSEN, *General Relativity, a Geometric Approach*, Cambridge University Press, 1999.
- Buena explicación es la intensidad de BERNARD SCHUTZ, *Gravity From the Ground Up*, Cambridge University Press, 2003.
- Una buena visión general de los experimentos y la teoría se da en JAMES FOSTER & J. D. NIGHTINGALE, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998.
- Un bonito texto es SAM LILLEY, *Discovering Relativity for Yourself*, Cambridge University Press, 1981.
- Un texto moderno es el de RAY D' INVERNO, *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press, 1992. Incluye una descripción extendida de los agujeros negros y la radiación gravitacional, y se refiere regularmente a la presente investigación.
- Un texto hermoso, informativo y altamente recomendado es H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitation and Spacetime*, W.W. Norton & Co., 1994.
- Un libro bien escrito y moderno, con énfasis en la teoría, por uno de los grandes maestros del campo es WOLFGANG RINDLER, *Relativity – Special, General and Cosmological*, Oxford University Press, 2001.
- Un clásico es STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, Wiley, 1972.
- La pasión de la relatividad general también se puede experimentar en JOHN KLAUDER, ed., *Magic without Magic: John Archibald Wheeler – A Collection of Essays in Honour of His Sixtieth Birthday*, W.H. Freeman & Co., 1972.
- Un texto extenso es KIP S. THORNE, *Black Holes and Time Warps – Einstein's Outrageous Legacy*, W.W. Norton, 1994.
- El texto más matemático y más difícil es ROBERT M. WALD, *General Relativity*, University of Chicago Press, 1984.
- Mucha información sobre la relatividad general está disponible en Internet. Como un buen punto de partida para el material estadounidense-estadounidense, vea el website [math.ucr.edu/home/baez/physics/](http://math.ucr.edu/home/baez/physics/).

- Todavía se necesita un libro de texto grande y moderno sobre relatividad general, con material de color, que combine aspectos experimentales y teóricos. Para textos en otros idiomas, vea la siguiente referencia. Cited on pages 129, 159, 160, 201, and 203.
- 129** Un bello texto de enseñanza alemán es el clásico G. FALK & W. RUPPEL, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, third edition, 1983.  
 Un folleto práctico y elegante es ULRICH E. SCHRÖDER, *Gravitation – Einführung in die allgemeine Relativitätstheorie*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 2001.  
 Una referencia moderna es TORSTEN FLIESSBACH, *Allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1998.  
 Excelente es HUBERT GOENNER, *Einführung in die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Akademischer Spektrum Verlag, 1996.  
 En italiano, está el hermoso , informativo, pero caro H. C. OHANIAN & REMO RUFFINI, *Gravitazione e spazio-tempo*, Zanichelli, 1997. Es altamente recomendable. Una actualización moderna de ese libro sería sin iguales. Cited on pages 129, 159, 160, 176, 177, 179, 203, and 348.
- 130** P. MOHAZZABI & J. H. SHEA, *High altitude free fall*, American Journal of Physics 64, pp. 1242–1246, 1996. Como nota, debido a una falla técnica, Kittinger tuvo su mano (casi) en el vacío durante su ascenso, sin incurrir en ningún daño permanente. Sobre las consecuencias de la exposición humana al vacío, vea el sitio web [www.sff.net/people/geoffrey.landis/vacuum.html](http://www.sff.net/people/geoffrey.landis/vacuum.html). Cited on page 130.
- 131** Esta historia es contada por W. G. UNRUH, *Time, gravity, and quantum mechanics*, preprint en [arxiv.org/abs/gr-qc/9312027](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9312027). Cited on page 131.
- 132** H. BONDI, *Gravitation*, European Journal of Physics 14, pp. 1–6, 1993. Cited on page 132.
- 133** J. W. BRAULT, Princeton University Ph.D. thesis, 1962. ver también J. L. SNIDER, Physical Review Letters 28, pp. 853–856, 1972, and for the star Sirius ver J.L. GREENSTEIN & al., Astrophysical Journal 169, p. 563, 1971. Cited on pages 133 and 296.
- 134** Consulte el detallado texto de JEFFREY CRELINSTEN, *Einstein's Jury – The Race to Test Relativity*, Princeton University Press, 2006, que cubre a todos los investigadores involucrados en los años desde 1905 a 1930. Cited on page 133.
- 135** El famoso artículo es R. V. POUND & G. A. REBKA, *Apparent weight of photons*, Physical Review Letters 4, pp. 337–341, 1960. Una versión de alta precisión fue publicada por R. V. POUND & J. L. SNIDER, Physical Review Letters 13, p. 539, 1964, and R. V. POUND & J. L. SNIDER, Physical Review B 140, p. 788, 1965. Cited on pages 133 and 296.
- 136** R.F.C. VESSOT & al., *Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser*, Physical Review Letters 45, pp. 2081–2084, 1980. El experimento se realizó en 1976; hay más de un grupo de coautores involucrados en este trabajo, que involucró disparar a un maser en el espacio con un misil cout a una altura de c. 10 000 km. Cited on page 134.
- 137** L. BRIATORE & S. LESCHIUTTA, *Evidence for Earth gravitational shift by direct atomic-time-scale comparison*, Il Nuovo Cimento 37B, pp. 219–231, 1977. Cited on page 134.
- 138** Más información acerca de las mareas puede encontrarse en E. P. CLANCY, *The Tides*, Doubleday, New York, 1969. Cited on page 136.
- 139** The expeditions had gone to two small islands, namely to Sobral, north of Brazil, and to Principe, in the gulf of Guinea. The results of the expedition appeared in *The Times* before they appeared in a scientific journal. Today this would be called unprofessional. The results were published as F. W. DYSON, A. S. EDDINGTON & C. DAVIDSON, Philosophical Transactions of the Royal Society (London) 220A, p. 291, 1920, and Memoirs of the Royal Astronomical Society 62, p. 291, 1920. Cited on page 137.

- 140** D. KENNEFICK, *Testing relativity from the 1919 eclipse – a question of bias*, Physics Today pp. 37–42, March 2009. Este excelente artículo discute los errores de medición con gran detalle. La leyenda urbana de que las estrellas que cambiaban eran tan pequeñas en los negativos que implicaban grandes errores de medición es errónea, debido a la falta de respeto por parte de algunos físicos por las capacidades de los astrónomos. El análisis de la medición de 1979 confirma que esos pequeños cambios, menores que el diámetro de imagen de la estrella, son medibles. De hecho, el re-análisis de los datos produjo una barra de error más pequeña. que el análisis de 1919 Cited on page 137.
- 141** Una buena fuente de imágenes del espacio-tiempo es el texto de G. F. R. ELLIS & R. WILLIAMS, *Flat and Curved Space-times*, Clarendon Press, Oxford, 1988. Cited on page 138.
- 142** J. DROSTE, *Het veld van een enkel centrum in Einstein's theorie der zwaartekracht, en de beweging van een stoffelijk punt*, Verslag gew. Vergad. Wiss. Amsterdam 25, pp. 163–180, 1916. Cited on page 140.
- 143** El nombre de agujero negro se introdujo en 1967 en una conferencia pulsar, como se describe en su autobiografía por JOHN A. WHEELER, *Geons, Black Holes, and Quantum Foam: A Life in Physics*, W.W. Norton, 1998, pp. 296–297: “En mi charla, pensé que deberíamos considerar la posibilidad de que en el centro de un pulsar esté un objeto gravitacionalmente colapsado. Comenté que no se podía seguir diciendo -objeto colapsado gravitacionalmente- una y otra vez. Uno necesitaba una frase descriptiva más corta. ‘¿Qué tal el agujero negro?’, Preguntó alguien en la audiencia. Había estado buscando exactamente el término correcto durante meses, revolviéndome en la cama, en la bañera, en mi auto, cada vez que tenía momentos tranquilos. De repente, este nombre parecía exactamente correcto. Cuando di una conferencia más formal ... unas semanas más tarde, el 29 de diciembre de 1967, utilicé el término, y luego lo incluí en la versión escrita de la publicación publicada en la primavera de 1968 ... Decidí improvisar el término ‘agujero negro’, dejando caer en la conferencia y la versión escrita como si fuera un viejo amigo familiar. ¿Lo entendería? De hecho lo hicieron. Ahora, todos los niños de escuela han escuchado el término”.
- El uso generalizado del término comenzó con el artículo de R. RUFFINI & J. A. WHEELER, *Introducing the black hole*, Physics Today 24, pp. 30–41, January 1971.
- En su autobiografía, Wheeler también escribe que la expresión ‘el agujero negro no tiene pelo’ fue criticada como ‘obscena’ por Feynman. Este es un comentario extraño, dado que Feynman solía escribir sus artículos en bares de topless. Cited on pages 141, 265, 266, and 273.
- 144** L. B. KREUZER, *Experimental measurement of the equivalence of active and passive gravitational mass*, Physical Review 169, pp. 1007–1012, 1968. Con una experiencia clara, demostró que las masas gravitacionales de flúor y de bromo son iguales. Cited on page 141.
- 145** Un buen y accesible libro sobre el tema es DAVID BLAIR & GEOFF McNAMARA, *Ripples on a cosmic sea*, Allen & Unwin, 1997. Cited on page 141.
- 146** Que los cuerpos caen a lo largo de las geodésicas, independientemente de su masa, el llamado principio de equivalencia débil, ha sido verificado por muchos experimentos, hasta el nivel  $10^{-13}$ . Los experimentos más precisos utilizan las llamadas balanzas de torsión. Véase, por ejemplo, el website de Eöt-Wash en [www.npl.washington.edu/eotwash/experiments/experiments.html](http://www.npl.washington.edu/eotwash/experiments/experiments.html). Cited on page 146.
- 147** Hasta ahora, los experimentos confirman que la energía nuclear electrostática y (fuerte) cae como materia dentro de una parte en  $10^8$ , y la energía débil (nuclear) dentro de un pequeño porcentaje. Esto se resume en Ref. 151. Cited on page 146.
- 148** J. SOLDNER, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161. Cited on

- page 146.
- 149** Vea por ejemplo K. D. OLUM, *Superluminal travel requires negative energies*, Physical Review Letters 81, pp. 3567–3570, 1998, or M. ALCUBIERRE, *The warp drive: hyper-fast travel within general relativity*, Classical and Quantum Gravity 11, pp. L73–L77, 1994. ver también CHRIS VAN DEN BROECK, *A warp drive with more reasonable total energy requirements*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3973–3979, 1999. Cited on page 150.
- 150** Ver the *Astronomical Almanac*, and its *Explanatory Supplement*, H.M. Printing Office, London and U.S. Government Printing Office, Washington, 1992. Para obtener información acerca de varias tiempos coordinados utilizados en el mundo, como el tiempo coordinado baricéntrico, el tiempo en el baricentro del sistema solar, consulte también la página web [tycho.usno.navy.mil/systime.html](http://tycho.usno.navy.mil/systime.html). También contiene una buena bibliografía. Cited on page 151.
- 151** Una visión general se da en CLIFFORD WILL, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, chapter 14.3, revised edition, Cambridge University Press, 1993. A pesar de ser una referencia estándar, la opinión de Will sobre el papel de las mareas y el papel de la energía gravitacional dentro del principio de equivalencia ha sido criticada por otros investigadores. Vea también Ref. 126. Cited on pages 151, 159, and 344.
- 152** El cálculo omite varios efectos más pequeños, como la rotación de la Tierra y el desplazamiento hacia el rojo. Para el principal efecto, vea EDWIN F. TAYLOR, ‘*The boundaries of nature: special and general relativity and quantum mechanics, a second course in physics*’ – Discurso de aceptación de Edwin F. Taylor de la Medalla Oersted 1998 presentada por la American Association of Physics Teachers, 6 January 1998, American Journal of Physics 66, pp. 369–376, 1998. Cited on page 152.
- 153** A. G. LINDH, *Did Popper solve Hume’s problem?*, Nature 366, pp. 105–106, 11 November 1993, Cited on page 152.
- 154** Vea el artículo P. KAARET, S. PIRAINO, P. F. BLOSER, E. C. FORD, J. E. GRINDLAY, A. SANTANGELO, A. P. SMALE & W. ZHANG, *Strong Field Gravity and X-Ray Observations of 4U1820-30*, Astrophysical Journal 520, pp. L37–L40, 1999, or at [arxiv.org/abs/astro-ph/9905236](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9905236). El bello gráfico en la página web [research.physics.uiuc.edu/CTA/movies/spm](http://research.physics.uiuc.edu/CTA/movies/spm) ilustra este sistema estelar. Cited on page 152.
- 155** R. J. NEMIROFF, *Visual distortions near a black hole and a neutron star*, American Journal of Physics 61, pp. 619–632, 1993. Cited on page 152.
- 156** La igualdad fue probada primero con precisión por R. von EÖTVÖS, Annalen der Physik & Chemie 59, p. 354, 1896, and by R. von EÖTVÖS, V. PEKÁR, E. FEKETE, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig 68, pp. 11–66, 1922. Eötvös encontró acuerdo a 5 partes en  $10^9$ . Más experimentos fueron realizados por P. G. ROLL, R. KROTKOW & R. H. DICKE, *The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) 26, pp. 442–517, 1964, uno de los artículos de investigación más interesantes y entretenidos en física experimental, y por V. B. BRAGINSKY & V. I. PANOV, Soviet Physics – JETP 34, pp. 463–466, 1971. Los resultados modernos, con errores de menos de una parte en  $10^{12}$ , están en Y. SU & al., *New tests of the universality of free fall*, Physical Review D50, pp. 3614–3636, 1994. Varios experimentos futuros se han propuesto para probar la igualdad en el espacio a menos de una parte en  $10^{16}$ . Cited on pages 153 and 296.
- 157** NIGEL CALDER, *Einstein’s Universe*, Viking, 1979. Weizmann y Einstein una vez cruzaron el Atlántico en el mismo barco. Cited on page 156.
- 158** L. LERNER, *A simple calculation of the deflection of light in a Schwarzschild gravitational field*, American Journal of Physics 65, pp. 1194–1196, 1997. Cited on page 158.

- 159** A. EINSTEIN, *Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes*, Annalen der Physik 35, p. 898, 1911. Cited on page 158.
- 160** O. TITOV, *Testing of general relativity with geodetic VLBI*, preprint en <https://arxiv.org/abs/1702.06647>. Cited on page 159.
- 161** I. I. SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity*, Physical Review Letters 13, pp. 789–792, 1964. Cited on page 160.
- 162** I. I. SHAPIRO, & al., *Fourth test of general relativity: preliminary results*, Physical Review Letters 20, pp. 1265–1269, 1968. Cited on page 160.
- 163** J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Proceedings of the Royal Society, London A 341, pp. 117–134, 1992. Cited on page 160.
- 164** B. BERTOTTI, I. CIUFOLINI & P. L. BENDER, *New test of general relativity: measurement of De Sitter geodetic precession rate for lunar perigee*, Physical Review Letters 58, pp. 1062–1065, 1987. Later it was confirmed by I.I. SHAPIRO & al., *Measurement of the De Sitter precession of the moon: a relativistic three body effect*, Physical Review Letters 61, pp. 2643–2646, 1988. Cited on pages 164 and 296.
- 165** The Thirring effect was predicted in H. THIRRING, *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie*, Physikalische Zeitschrift 19, pp. 33–39, 1918, and in H. THIRRING, *Berichtigung zu meiner Arbeit: "Über die Wirkung rotierender Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie"*, Physikalische Zeitschrift 22, p. 29, 1921. The Thirring–Lense effect was predicted in J. LENSE & H. THIRRING, *Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie*, Physikalische Zeitschrift 19, pp. 156–163, 1918. Cited on page 164.
- 166** W. DE SITTER, *On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences*, Monthly Notes of the Royal Astronomical Society 77, pp. 155–184, p. 418E, 1916. For a discussion of De Sitter precession and Thirring–Lense precession, ver también B. R. HOLSTEIN, *Gyroscope precession in general relativity*, American Journal of Physics 69, pp. 1248–1256, 2001. Cited on page 164.
- 167** El trabajo está basado en los satélites LAGEOS y LAGEOS II y se cuenta en I. CIUFOLINI, *The 1995–99 measurements of the Thirring–Lense effect using laser-ranged satellites*, Classical and Quantum Gravity 17, pp. 2369–2380, 2000. Vea también I. CIUFOLINI & E. C. PAVLIS, *A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense–Thirring effect*, Nature 431, pp. 958–960, 2004. Vea, sin embargo, la próxima referencia. Cited on pages 166 and 296.
- 168** Vea la interesante, detallada y desafiante discusión de L. IORIO, *On some critical issues of the LAGEOS-based tests of the Lense–Thirring effect*, Journal of Modern Physics 2, pp. 210–218, 2011, preprint en [arxiv.org/abs/1104.4464](https://arxiv.org/abs/1104.4464). Cited on pages 167 and 296.
- 169** Sobre el satélite experimental Gravity Probe B, vea la página web [einstein.stanford.edu/highlights/status1.html](http://einstein.stanford.edu/highlights/status1.html) y los artículos citados allí. Cited on page 164.
- 170** La detección del efecto Thirring–Lense en pulsares binarios se presenta en R. D. BLANDFORD, *Lense–Thirring precession of radio pulsars*, Journal of Astrophysics and Astronomy 16, pp. 191–206, 1995. Cited on page 167.
- 171** G. HOLZMÜLLER, Zeitschrift für Mathematik und Physik 15, p. 69, 1870, F. TISSERAND, Comptes Rendus 75, p. 760, 1872, and Comptes Rendus 110, p. 313, 1890. Cited on page 167.
- 172** B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism: a brief review*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0311030](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0311030), and B. MASHHOON, *Gravitoelectromagnetism*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0011014](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0011014). Vea también su extensa lista de referencias sobre gravitomagnetismo. Cited on pages 167 and 168.

- 173** A. TARTAGLIA & M. L. RUGGIERO, *Gravito-electromagnetism versus electromagnetism*, European Journal of Physics 25, pp. 203–210, 2004. Cited on page 167.
- 174** D. BEDFORD & P. KRUMM, *On relativistic gravitation*, American Journal of Physics 53, pp. 889–890, 1985, and P. KRUMM & D. BEDFORD, *The gravitational Poynting vector and energy transfer*, American Journal of Physics 55, pp. 362–363, 1987. Cited on pages 168 and 176.
- 175** M. KRAMER & al., *Tests of general relativity from timing the double pulsar*, preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/0609417](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0609417). Cited on pages 170 and 296.
- 176** La discusión de las ondas gravitacionales por Poincaré se encuentra en H. POINCARÉ, *Sur la dynamique de l'électron*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 140, pp. 1504–1508, 1905, el cual puede ser consultado en línea en [www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Poincare/Poincare\\_pdf/Poincare\\_CRI905.pdf](http://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Poincare/Poincare_pdf/Poincare_CRI905.pdf). La predicción de Einstein a partir de una aproximación de la relatividad general, once años después, se encuentra en A. EINSTEIN, *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften pp. 688–696, 1916. La primera predicción completamente correcta de las ondas gravitatorias es A. EINSTEIN & N. ROSEN, *On gravitational waves*, Journal of the Franklin Institute 223, pp. 43–54, 1937. A pesar de las discusiones acaloradas, hasta su muerte, Nathan Rosen continuó sin creer en la existencia de las ondas gravitacionales. En la historia sobre los errores de Einstein y Rosen sobre la realidad de las ondas, ver también [en.wikipedia.org/wiki/Sticky\\_bead\\_argument](https://en.wikipedia.org/wiki/Sticky_bead_argument). Cited on page 171.
- 177** La historia de cómo la existencia gravitacional fue probada en todos sus detalles conceptuales se cuenta en el excelente artículo C. D. HILL & P. NUROWSKI, *How the green light was given for gravitational wave search*, preprint en [arxiv.org/abs/1608.08673](https://arxiv.org/abs/1608.08673). Cited on page 171.
- 178** Esto es contado por JOHN A. WHEELER, *A Journey into Gravity and Spacetime*, W.H. Freeman, 1990. Cited on page 171.
- 179** Vea por ejemplo, K. T. McDONALD, *Answer to question #49. Why c for gravitational waves?*, American Journal of Physics 65, pp. 591–592, 1997, and section III of V. B. BRAGINSKY, C. M. CAVES & K. S. THORNE, *Laboratory experiments to test relativistic gravity*, Physical Review D 15, pp. 2047–2068, 1992. Cited on page 173.
- 180** Una propuesta para medir la velocidad de gravedad es la de S. M. KOPEIKIN, *Testing the relativistic effect of the propagation of gravity by Very Long Baseline Interferometry*, Astrophysical Journal 556, pp. L1–L5, 2001, y los datos experimentales están en E. B. FORMALONT & S. M. KOPEIKIN, *The measurement of the light deflection from Jupiter: experimental results*, Astrophysical Journal 598, pp. 704–711, 2003. See also S. M. KOPEIKIN, *The post-Newtonian treatment of the VLBI experiment on September 8, 2002*, Physics Letters A 312, pp. 147–157, 2003, or [arxiv.org/abs/gr-qc/0212121](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0212121). Varios argumentos en contra de la petición fueron publicados, tales como C. M. WILL, *Propagation speed of gravity and the relativistic time delay*, [arxiv.org/abs/astro-ph/0301145](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0301145), and S. SAMUEL, *On the speed of gravity and the v/c corrections to the Shapiro time delay*, [arxiv.org/abs/astro-ph/0304006](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0304006). La discusión continuó, como se muestra en S. M. KOPEIKIN & E. B. FORMALONT, *Aberration and the fundamental speed of gravity in the Jovian deflection experiment*, Foundations of Physics 36, pp. 1244–1285, 2006, preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/0311063](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0311063). Ambas partes afirman tener razón: el experimento pretende deducir la velocidad de la gravedad de la falta de un componente tangencial de la deflexión de la luz por la gravedad de Júpiter, y el lado crítico afirma que la velocidad de gravedad no entra en esta medida. Si comparamos la situación con otros sistemas en fluidos transparentes de

fluidos, que también muestran un componente de desviación no significativo, concluimos que ni la medida ni la propuesta nos permite obtener información sobre la velocidad de la gravedad. Una coincidencia similar, pero basada en otros argumentos, se encuentra en [physics.wustl.edu/cmw/SpeedofGravity.html](http://physics.wustl.edu/cmw/SpeedofGravity.html). Cited on page 174.

- 181** Para una introducción a las ondas gravitacionales, see B. F. SCHUTZ, *Gravitational waves on the back of an envelope*, American Journal of Physics 52, pp. 412–419, 1984. Cited on page 174.
- 182** La fórmula del cuadrupolo se explica claramente en el texto de Goenner. Ver Ref. 129. Cited on page 176.
- 183** El hermoso resumen por DANIEL KLEPPNER, *The gem of general relativity*, Physics Today 46, pp. 9–11, April 1993, apareció medio año antes de que los autores de la obra citada, Joseph Taylor y Russel Hulse, recibieran el Premio Nobel de Física por el descubrimiento de púlsares en milisegundos. Un artículo de revisión más detallado es J. H. TAYLOR, *Pulsar timing and relativistic gravity*, Philosophical Transactions of the Royal Society, London A 341, pp. 117–134, 1992. El artículo original es de J. H. TAYLOR & J. M. WEISBERG, *Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913+16*, Astrophysical Journal 345, pp. 434–450, 1989. Ver también J. M. WEISBERG, J. H. TAYLOR & L. A. FOWLER, *Pulsar PSR 1913+16 sendet Gravitationswellen*, Spektrum der Wissenschaft, pp. 53–61, December 1981. Cited on pages 177 and 179.
- 184** D. R. LORIMER, *Binary and millisecond pulsars*, in [www.livingreviews.org/lrr-2005-7](http://www.livingreviews.org/lrr-2005-7), and J. M. WEISBERG & J. H. TAYLOR, *The relativistic binary pulsar B1913+16: thirty years of observations and analysis*, pp. 25–31, in F. A. RASIO & I. H. STAIRS, editors, *Binary Radio Pulsars*, Proceedings of a meeting held at the Aspen Center for Physics, USA, 12 January – 16 January 2004, volume 328 of ASP Conference Series, Astronomical Society of the Pacific, 2005. Cited on page 177.
- 185** W. B. BONNOR & M. S. PIPER, *The gravitational wave rocket*, Classical and Quantum Gravity 14, pp. 2895–2904, 1997, or [arxiv.org/abs/gr-qc/9702005](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9702005). Cited on page 181.
- 186** WOLFGANG RINDLER, *Essential Relativity*, Springer, revised second edition, 1977. Cited on page 184.
- 187** Esto se dice (sin la solución del acertijo) en p. 67, en WOLFGANG PAULI, *Relativitätstheorie*, Springer Verlag, Berlin, 2000, la edición editada de un famoso texto publicado originalmente en 1921. La referencia es H. VERMEIL, *Notiz über das mittlere Krümmungsmaß einer n-fach ausgedehnten Riemannschen Mannigfaltigkeit*, Göttinger Nachrichten, mathematische-physikalische Klasse p. 334, 1917. Cited on page 185.
- 188** M. SANTANDER, L. M. NIETO & N. A. CORDERO, *A curvature based derivation of the Schwarzschild metric*, American Journal of Physics 65, pp. 1200–1209, 1997. Cited on pages 190 and 192.
- 189** MICHAEL H. SOFFEL, *Relativity in Astronomy, Celestial Mechanics and Geodesy*, Springer Verlag, 1989. Cited on page 190.
- 190** RICHARD P. FEYNMAN, FERNANDO B. MORINIGO, WILLIAM G. WAGNER & BRIAN HATFIELD, *Feynman Lectures on Gravitation*, Westview Press, 1995. Cited on page 191.
- 191** J. C. BAEZ & E. F. BUNN, *The meaning of Einstein's equation*, American Journal of Physics 73, pp. 644–652, 2005. Cited on page 193.
- 192** Y. WANG & M. TEGMARK, *New dark energy constraints from supernovae, microwave background and galaxy clustering*, Physical Review Letters 92, p. 241302, 2004, or [arxiv.org/abs/astro-ph/0403292](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0403292). Cited on page 198.

- 193** Argumentos para la vacuidad de la covarianza general son dados por JOHN D. NORTON, *General covariance and the foundations of general relativity*, Reports on Progress in Physics 56, pp. 791–858, 1993. El punto opuesto, incluida la discusión de ‘elementos absolutos’, se hace en el libro J. L. ANDERSON, *Principles of Relativity Physics*, chapter 4, Academic Press, 1967. Cited on page 198.
- 194** Para una buena introducción a la física matemática, vea el famoso texto en dos volúmenes de tres mujeres YVONNE CHOQUET-BRUHAT, CECILE DE WITT-MORETTE & MARGARET DILLARD-BLEICK, *Analysis, Manifolds, and Physics*, North-Holland, 1996 and 2001. La primera edición de este clásico apareció en 1977. Cited on page 199.
- 195** C. G. TORRE & I. M. ANDERSON, *Symmetries of the Einstein equations*, Physical Review Letters 70, pp. 3525–3529, 1993, or [arxiv.org/abs/gr-qc/9302033](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9302033). Cited on page 201.
- 196** H. NICOLAI, *Gravitational billiards, dualities and hidden symmetries*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0506031](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0506031). Cited on page 202.
- 197** El artículo original es R. ARNOWITT, S. DESER & C. MISNER, *Coordinate invariance and energy expressions in general relativity*, Physical Review 122, pp. 997–1006, 1961. Cited on page 202.
- 198** Vea por ejemplo H. L. BRAY, *Black holes, geometric flows, and the Penrose inequality in general relativity*, Notices of the AMS 49, pp. 1372–1381, 2002. Cited on page 202.
- 199** Vea por ejemplo R.A. KNOP & al., *New constraints on  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ , and  $w$  from an independent set of eleven high-redshift supernovae observed with HST*, Astrophysical Journal 598, pp. 102–137, 2003. Cited on page 203.
- 200** Vea por ejemplo el artículo de K. DALTON, *Gravity, geometry and equivalence*, preprint en [arxiv.org/abs/gr-qc/9601004](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9601004), y L. LANDAU & E. LIFSHITZ, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, 4th edition, 1975, p. 241. Cited on page 204.
- 201** Una visión general reciente sobre las pruebas experimentales de la universalidad de la caída libre es la de R. J. HUGHES, *The equivalence principle*, Contemporary Physics 4, pp. 177–191, 1993. Cited on page 205.
- 202** La equivalencia de las diversas definiciones del tensor de Riemann se expone en la mayoría de los textos sobre la relatividad general; ver Ref. 113. Cited on page 207.
- 203** K. TANGEN, *Can the Pioneer anomaly have a gravitational origin?*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0602089](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0602089). Cited on page 208.
- 204** H. DITTUS & C. LÄMMERZAHN, *Die Pioneer-Anomalie*, Physik Journal 5, pp. 25–31, January 2006. Cited on page 208.
- 205** Los análogos de agujeros negros aparecen en acústica, fluidos y otros campos. Este es un tema de investigación en curso. Vea, por ejemplo, M. NOVELLO, S. PEREZ BERGLIAFFA, J. SALIM, V. DE LORENCI & R. KLIPPERT, *Analog black holes in flowing dielectrics*, preprint en [arxiv.org/abs/gr-qc/0201061](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0201061), T. G. PHILBIN, C. KUKLEWICZ, S. ROBERTSON, S. HILL, F. KONIG & U. LEONHARDT, *Fiber-optical analog of the event horizon*, Science 319, pp. 1367–1379, 2008, O. LAHAV, A. ITAH, A. BLUMKIN, C. GORDON & J. STEINHAUER, *A sonic black hole in a density-inverted Bose-Einstein condensate*, [arxiv.org/abs/0906.1337](https://arxiv.org/abs/0906.1337). Cited on page 209.
- 206** Esta cita famosa es la primera frase del capítulo final, el ‘Beschluß’, de IMMANUEL KANT, *Kritik der praktischen Vernunft*, 1797. Cited on page 211.
- 207** Sobre los mitos acerca de las estrellas y las constelaciones, vea el texto de G. FASCHING, *Sternbilder und ihre Mythen*, Springer Verlag, 1993. En internet también están las hermosas [www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations/](http://www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations/) y [www.astro.uiuc.edu/~kaler/sow/sow.html](http://www.astro.uiuc.edu/~kaler/sow/sow.html) sitios web. Cited on page 211.

- 208** AETIUS, Opinions, III, I, 6. See JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Es-sais, Gallimard, 1991, p. 445. Cited on page 211.
- 209** A. MELLINGER, *A color all-sky panorama of the Milky Way*, preprint en [arxiv.org/abs/0908.4360](https://arxiv.org/abs/0908.4360). Cited on page 212.
- 210** P. JETZER, *Gravitational microlensing*, Naturwissenschaften 86, pp. 201–211, 1999. Las me-diciones que usan velocidades orbitales alrededor de la Galaxia están de acuerdo con este valor. Cited on pages 214 and 221.
- 211** DIRK LORENZEN, *Geheimnisse des Universums – Europas Astronomen entschleiern das Weltall*, Kosmos, 2002. See also the beautiful website of the European Southern Observatory at [www.eso.org](http://www.eso.org). Cited on page 215.
- 212** Una bella introducción a la astronomía moderna fue PAOLO MAFFEI, *I mostri del cielo*, Mondadori Editore, 1976. Cited on page 219.
- 213** Vea, por ejemplo A. N. Cox, ed., *Allen's Astrophysical Quantities*, AIP Press and Springer Verlag, 2000. El Sloan Digital Sky Survey ofrece una descripción general de las observa-ciones ópticas en [skyserver.sdss.org](http://skyserver.sdss.org). Más detalles sobre el universo se pueden encontrar en el hermoso texto by W. J. KAUFMANN & R. A. FREDMAN, *Universe*, fifth edition, W.H. Freeman & Co., 1999. Los descubrimientos más recientes se siguen mejor en los sitios web [sci.esa.int](http://sci.esa.int) y [hubble.nasa.gov](http://hubble.nasa.gov). Cited on page 219.
- 214** D. R. LORIMER, A. J. FAULKNER, A. G. LYNE, R. N. MANCHESTER, M. KRAMER, M. A. McLAUGHLIN, G. HOBBS, A. POSSENTI, I. H. STAIRS, F. CAMILO, M. BURGAY, N. D'AMICO, A. CORONGIU & F. CRAWFORD, *The Parkes multibeam pulsar survey: VI. Discovery and timing of 142 pulsars and a Galactic population analysis*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/0607640](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0607640). Cited on page 221.
- 215** D. FIGER, *An upper limit to the masses of stars*, Nature 434, pp. 192–194, 2005. Cited on page 221.
- 216** G. BASRI, *The discovery of brown dwarfs*, Scientific American 282, pp. 77–83, April 2001. Cited on page 221.
- 217** Vea el bien escrito artículo de P. M. WOODS & C. THOMPSON, *Soft gamma repeaters and anomalous X-ray pulsars: magnetar candidates*, preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/0406133](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406133). Cited on page 222.
- 218** B. M. GAENSLER, N. M. MCCLURE-GRIFFITHS, M. S. OEHY, M. HAVERKORN, J. M. DICKEY & A. J. GREEN, *A stellar wind bubble coincident with the anomalous X-ray pulsar 1E 1048.1-5937: are magnetars formed from massive progenitors?*, The Astrophysical Journal (Letters) 620, pp. L95–L98, 2005, or [arxiv.org/abs/astro-ph/0501563](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501563). Cited on page 222.
- 219** La oposición al principio cosmológico es rara, ya que los datos experimentales generalmen-te lo respaldan. Las desviaciones locales son discutidas por varios cosmólogos; el problema aún está abierto. Vea, por ejemplo, D. WILTSHERE, *Gravitational energy and cosmic acceleration*, preprint en [arxiv.org/abs/0712.3982](https://arxiv.org/abs/0712.3982), and D. WILTSHERE, *Dark energy without dark energy*, preprint en [arxiv.org/abs/0712.3984](https://arxiv.org/abs/0712.3984). Cited on page 227.
- 220** C. WIRTZ, Scientia 38, p. 303, 1925, and K. LUNDMARK, *The motions and the distances of the spiral nebulae*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 85, pp. 865–894, 1925. ver también G. STROMBERG, *Analysis of radial velocities of globular clusters and non-galactic nebulae*, Astrophysical Journal 61, pp. 353–362, 1925. Cited on page 227.
- 221** G. GAMOW, *The origin of the elements and the separation of galaxies*, Physical Review 74, p. 505, 1948. Cited on page 227.

- 222** A. G. DOROSHKEVICH, & I. D. NOVIKOV, Dokl. Akad. Nauk. SSSR 154, p. 809, 1964. It appeared translated into English a few months later. The story of the prediction was told by Penzias in his Nobel lecture. Cited on page [228](#).
- 223** ARNO A. PENZIAS & ROBERT W. WILSON, *A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mcs*, Astrophysical Journal 142, pp. 419–421, 1965. Cited on page [229](#).
- 224** ver por ejemplo, D. PRIALNIK, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, Cambridge University Press, 2000. Cited on page [230](#).
- 225** Star masses are explored in D. FIGIER, *An upper limit to the masses of stars*, Nature 434, pp. 192–194, 2005. Cited on page [230](#).
- 226** MACROBIUS, *Somnium Scipionis*, XIV, 19. Ver JEAN-PAUL DUMONT, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 61. Cited on page [231](#).
- 227** Sobre la historia remota del universo, vea el excelente texto de G. BÖRNER, *The Early Universe – Facts & Fiction*, Springer Verlag, 3rd edition, 1993, or BARRY PARKER, *Creation – The Story of the Origin and the Evolution of the Universe*, Plenum Press, 1988. Para un excelente texto popular, vea M. LONGAIR, *Our Evolving Universe*, Cambridge University Press, 1996. Cited on page [231](#).
- 228** El primer oxígeno parece haber aparecido en la atmósfera, producido por microorganismos hace, 2.32 mil millones de años. Vea A. BECKER & al., *Dating the rise of atmospheric oxygen*, Nature 427, pp. 117–120, 2003. Cited on page [233](#).
- 229** GABRIELE WALKER, *Snowball Earth – The Story of the Great Global Catastrophe That Spawned Life as We Know It*, Crown Publishing, 2003. Cited on page [233](#).
- 230** K. KNIE, *Spuren einer Sternexplosion*, Physik in unserer Zeit 36, p. 8, 2005. El primer paso de esta conexión se encuentra en K. KNIE, G. KORSCHINEK, T. FAESTERMANN, E. A. DORFI, G. RUGEL & A. WALLNER, *<sup>60</sup>Fe anomaly in a deep-sea manganese crust and implications for a nearby supernova source*, Physics Review Letters 93, p. 171103, 2004, el esegundo paso en N. D. MARSH & H. SVENSMARK, *Low cloud properties influenced by cosmic rays*, Physics Review Letters 85, pp. 5004–5007, 2000, y el tercer paso en P. B. DE MENOCAL, *Plio-Pleistocene African climate*, Science 270, pp. 53–59, 1995. Cited on page [234](#).
- 231** A. FRIEDMAN, *Über die Krümmung des Raumes*, Zeitschrift für Physik 10, pp. 377–386, 1922, and A. FRIEDMANN, *Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes*, Zeitschrift für Physik 21, pp. 326–332, 1924. (En la transliteración latina, el autor adquirió una segunda ‘n’ en su segundo artículo.) Cited on page [235](#).
- 232** H. KNUTSEN, *Darkness at night*, European Journal of Physics 18, pp. 295–302, 1997. Cited on pages [241](#) and [243](#).
- 233** Vea por ejemplo P.D. PEŠIĆ, *Brightness at night*, American Journal of Physics 66, pp. 1013–1015, 1998. Cited on pages [243](#) and [244](#).
- 234** PAUL WESSON, *Olbers' paradox and the spectral intensity of extra-galactic background light*, Astrophysical Journal 367, p. 399, 1991. Cited on page [243](#).
- 235** STEVEN WEINBERG, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley, 1972. Un libro excelente escrito con un fuerte toque personal y destacando sobre todo la relación con los datos experimentales. No desarrolla una fuerte sensación de curvatura espacio-temporal, y no aborda los problemas básicos de espacio y tiempo en la relatividad general. Excelente para aprender cómo calcular realmente cosas, pero sin los objetivos de la presente aventura. Cited on pages [243](#) and [286](#).
- 236** Muchos grupos de investigación están realizando búsquedas de supernovas en los más

- grandes telescopios ópticos y de rayos X. Un ejemplo famoso es el proyecto Supernova Cosmology descrito en [supernova.lbl.gov](http://supernova.lbl.gov). Cited on page 245.
- 237** Los experimentos se discuten en detalle en la excelente revisión de D. GIULINI & N. STRAUMANN, *Das Rätsel der kosmischen Vakuumenergiedichte und die beschleunigte Expansion des Universums*, Physikalische Blätter 556, pp. 41–48, 2000. See also N. STRAUMANN, *The mystery of the cosmic vacuum energy density and the accelerated expansion of the universe*, European Journal of Physics 20, pp. 419–427, 1999. Cited on pages 245 and 298.
- 238** A. HARVEY & E. SCHUCKING, *Einstein's mistake and the cosmological constant*, American Journal of Physics 68, pp. 723–727, 2000. Cited on page 246.
- 239** El autor de la biblia explica la lluvia de esta manera, como puede deducirse de su primera página, Genesis 1: 6-7. Cited on page 247.
- 240** Hasta su muerte, Fred Hoyle defendió su creencia de que el universo no es descrito por el Big Bang, sino por un flujo constante; vea G. BURBIDGE, F. HOYLE & J. V. NARLIKAR, *A different approach to cosmology*, Physics Today 52, pp. 38–44, 1999. El equipo también ha escrito un libro con el mismo nombre, publicado en 2000. El último libro sobre el tema J. V. NARLIKAR & G. BURBIDGE, *Facts and speculations in Cosmology*, Cambridge University Press, 2008, vale la pena leerlo porque es uno de los raros libros que invita a la reflexión. Cited on pages 247 and 248.
- 241** STEPHEN W. HAWKING & G. F. R. ELLIS, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge, 1973. Entre otras cosas, esta referencia discute las singularidades del espacio-tiempo y su necesidad en la historia del universo. Cited on pages 248, 288, and 355.
- 242** SAN AGUSTÍN, *Confesiones*, 398, escrito en el Libro XI: ‘Mi respuesta a los que preguntan “¿Qué estaba haciendo Dios antes de hacer el Cielo y la Tierra?” Es “Él estaba preparando el Infierno para las personas que se entrometen en los misterios”. Esta réplica frívola se ha hecho antes, según nos dicen, para evadir el objetivo de la pregunta. Pero una cosa es burlarse del interrogador y otra buscar la respuesta. Así que me abstendré de dar esta respuesta. [...] Antes de que Dios hiciera el cielo y la tierra, no pudo hacer nada. [...] Pero antes de que existieran el Cielo y la Tierra no existía el tiempo, ¿por qué se exigió lo que tú [Dios] hiciste entonces? Porque no había “entonces” cuando no había tiempo’. (Libro XI, capítulos 12 y 13). Cited on page 250.
- 243** STEPHEN HAWKING, *A Brief History of Time – From the Big Bang to Black Holes*, 1988. Leer este best-seller es casi obligatorio para cualquier físico, ya que es un tema frecuente en cenas. Cited on page 250.
- 244** Los detalles de las estrellas se explican en muchos textos sobre la estructura estelar y la evolución. Vea por ejemplo RUDOLF KIPPENHAHN & ALFRED WEIGERT, *Stellar Structure and Evolution*, Springer, 1990. Cited on page 252.
- 245** J. PELET, R. KAYSER, S. REFSDAL & T. SCHRAMM, *The light curve and the time delay of QSO 0957+561*, Astronomy and Astrophysics 305, p. 97, 1996. Cited on page 254.
- 246** F. ZWICKY, *Nebulae as gravitational lenses*, Physical Review Letters 51, p. 290, and F. ZWICKY, *On the probability to detect nebulae which act as gravitational lenses*, p. 679, 1937. La visión negativa de Einstein se encuentra en A. EINSTEIN, *Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field*, Science 84, pp. 506–507, 1936. El problema aún no está resuelto. Una revisión sobre lentes gravitacionales también se puede encontrar en línea, en el documento de J. WAMBORGANSS, *Gravitational lensing in astronomy*, Living Reviews in Relativity 1-12, pp. 1–80, 1998, que se encuentra en [www.livingreviews.org](http://www.livingreviews.org).

- [org/Articles/Volume1/1998-12wamb.org](http://arxiv.org/Articles/Volume1/1998-12wamb.org).  
 Está también el libro de P. SCHNEIDER, J. EHLERS & E. E. FALCO, *Gravitational Lenses*, Springer Verlag, Berlin, 1992. Cited on page 254.
- 247** M. LACHÈZE-REY & J.-P. LUMINET, *Cosmic topology*, Physics Reports 254, pp. 135–214, 1995. Vea también B. F. ROUKEMA, *The topology of the universe*, [arxiv.org/abs/astro-ph/0010185](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0010185) preprint. Cited on page 256.
- 248** Steve Carlip clarificó este punto. Cited on page 257.
- 249** G. F. R. ELLIS & T. ROTHMAN, *Lost horizons*, American Journal of Physics 61, pp. 883–893, 1993. Cited on page 257.
- 250** A. GUTH, *Die Geburt des Kosmos aus dem Nichts – Die Theorie des inflationären Universums*, Droemer Knaur, 1999. Cited on page 258.
- 251** Los valores de entropía para el universo han sido discutidos por ILYA PRIGOGINE, *Is Future Given?*, World Scientific, 2003. Este fue su último libro. Para un enfoque diferente, vea G. A. MENA MARUGÁN & S. CARNEIRO, *Holography and the large number hypothesis*, [arxiv.org/abs/gr-qc/0111034](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0111034). Este documento también repite la afirmación a menudo escuchada de que el universo tiene una entropía que es mucho menor que el máximo teórico. El máximo se estima a menudo en el rango de  $10^{100} k$  hasta  $10^{120} k$ . Otros autores dan  $10^{84} k$ . En 1974, Roger Penrose también hizo declaraciones sobre la entropía del universo. Sin embargo, no es correcto afirmar que la entropía del universo no es una cantidad útil, ya que el universo no es un sistema físico. Cited on page 259.
- 252** C. L. BENNET, M. S. TURNER & M. WHITE, *The cosmic rosetta stone*, Physics Today 50, pp. 32–38, November 1997. La radiación cósmica de fondo difiere de la radiación de agujero negro por menos de 0.005 %. Cited on page 260.
- 253** La falta de expansión en el sistema solar se explica en detalle en E. F. BUNN & D. W. HOGG, *The kinematic origin of the cosmological redshift*, American Journal of Physics 77, pp. 688–694, 2009. Cited on page 260.
- 254** Un bonito artículo que explica cómo uno puede hacer experimentos para descubrir cómo el cuerpo humano percibe la rotación, incluso cuando tiene los ojos vendados y las orejas tapadas son descritos por M. -L. MITTELSTAEDT & H. MITTELSTAEDT, *The effect of centrifugal force on the perception of rotation about a vertical axis*, Naturwissenschaften 84, pp. 366–369, 1997. Cited on page 261.
- 255** En experimentos, nunca se ha encontrado ninguna dependencia de la masa inercial en la distribución de la masa circundante. Ver, por ejemplo R. H. DICKE, *Experimental tests of Mach's principle*, 7, pp. 359–360, 1961. Cited on page 261.
- 256** El estado actual se da en las actas de la conferencia por JULIAN BARBOUR & HERBERT PFISTER, eds., *Mach's Principle: From Newton's Bucket to Quantum Gravity*, Birkhäuser, 1995. Varias formulaciones del principio de Mach -de hecho, 21 diferentes- se comparan en la página 530.  
 En un desarrollo relacionado, en 1953, Dennis Sciama publicó un artículo en el que argumenta que la inercia de una partícula se debe a la atracción gravitacional de todos los demás materia en el universo. El documento es ampliamente citado, pero no hace afirmaciones nuevas sobre el tema. Ver D. W. SCIAMA, *On the origin of inertia*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 113, pp. 34–42, 1953. Cited on pages 261 and 262.
- 257** Información sobre la rotación del universo se da en A. KOGUT, G. HINSHAW & A. J. BANDAY, *Limits to global rotation and shear from the COBE DMR four-year sky maps*, Physical Review D 55, pp. 1901–1905, 1997. Earlier information is found in J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, *Universal rotation: how large can it be?*, Monthly No-

- tices of the Royal Astronomical Society 213, pp. 917–943, 1985. ver también J. D. BARROW, R. JUSZKIEWICZ & D. H. SONODA, *Structure of the cosmic microwave background*, Nature 309, pp. 397–402, 1983, or E. F. BUNN, P. G. FEREIRA & J. SILK, *How anisotropic is the universe?*, Physical Review Letters 77, pp. 2883–2886, 1996. Cited on page 263.
- 258** El problema ha sido discutido dentro de la gravedad linearizada por RICHARD TOLMAN, en su libro *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*, Clarendon Press, 1934, on pp. 272–290. El problema exacto ha sido resuelto por A. PERES, *Null electromagnetic fields in general relativity theory*, Physical Review 118, pp. 1105–1110, 1960, y por W. B. BONNOR, *The gravitational field of light*, Commun. Math. Phys. 13, pp. 163–174, 1969. ver también N. V. MITSKIEVIC & K. K. KUMARADTYA, *The gravitational field of a spinning pencil of light*, Journal of Mathematical Physics 30, pp. 1095–1099, 1989, and P. C. AICHELBURG & R. U. SEXL, *On the gravitational field of a spinning particle*, General Relativity and Gravitation 2, pp. 303–312, 1971. Cited on page 263.
- 259** Vea la encantadora cuenta popular de IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. Las consecuencias de la desintegración de la luz fueron estudiadas por M. BRONSHTEIN, *Die Ausdehnung des Weltalls*, Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion 3, pp. 73–82, 1933. Cited on pages 263 and 270.
- 260** C. L. CARILLI, K. M. MENTEN, J. T. STOCKE, E. PERLMAN, R. VERMEULEN, F. BRIGGS, A. G. DE BRUYN, J. CONWAY & C. P. MOORE, *Astronomical constraints on the cosmic evolution of the fine structure constant and possible quantum dimensions*, Physical Review Letters 85, pp. 5511–5514, 25 December 2000. Cited on page 263.
- 261** Las observaciones de agujeros negros en el centro de las galaxias y en otras partes han sido resumidas por R. BLANDFORD & N. GEHRELS, *Revisiting the black hole*, Physics Today 52, pp. 40–46, June 1999. Cited on pages 265, 277, and 278.
- 262** Un excelente y entretenido libro sobre agujeros negros, sin ninguna fórmula, pero sin embargo preciso y detallado, es el libro de bolsillo de IGOR NOVIKOV, *Black Holes and the Universe*, Cambridge University Press, 1990. ver también EDWIN F. TAYLOR & JOHN A. WHEELER, *Exploring Black Holes: Introduction to General Relativity*, Addison Wesley Longman 2000.
- Para una introducción histórica, vea el artículo de R. RUFFINI, *The physics of gravitationally collapsed objects*, pp. 59–118, en *Neutron Stars, Black Holes and Binary X-Ray Sources*, Proceedings del Annual Meeting, San Francisco, Calif., February 28, 1974, Reidel Publishing, 1975. Cited on page 265.
- 263** J. MICHELL, *On the means of discovering the distance, magnitude, etc of the fixed stars*, Philosophical Transactions of the Royal Society London 74, p. 35, 1784, re-impresión en S. DETWEILER, *Black Holes – Selected Reprints*, American Association of Physics Teachers, 1982. Cited on page 266.
- 264** El hermoso artículo de R. OPPENHEIMER & H. SNYDER, *On continued gravitational contraction*, Physical Review 56, pp. 455–459, 1939. Cited on page 269.
- 265** R. P. KERR, *Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics*, Physical Review Letters 11, pp. 237–238, 1963. Cited on page 273.
- 266** E. T. NEWMAN, E. COUCH, R. CHINNAPARED, A. EXTON, A. PRAKASH & R. TORRENCE, *Metric of a rotating, charged mass*, Journal of Mathematical Physics 6, pp. 918–919, 1965. Cited on page 273.
- 267** Para un resumen, vea P. O. MAZUR, *Black hole uniqueness theorems*, pp. 130–157, in M. A. H. MACCALLUM, editor, *General Relativity and Gravitation*, Cambridge University Press, 1987, o la actualización en [arxiv.org/abs/hep-th/0101012](https://arxiv.org/abs/hep-th/0101012). Ver también

- D. C. ROBINSON, *Four decades of black hole uniqueness theorems*, disponible en [www.mth.kcl.ac.uk/staff/dc\\_robinson/blackholes.pdf](http://www.mth.kcl.ac.uk/staff/dc_robinson/blackholes.pdf) Cited on page 273.
- 268** H. P. KÜNZLE & A. K. M. MASOOD-UL-ALAM, *Spherically symmetric static SU(2) Einstein-Yang-Mills fields*, Journal of Mathematical Physics 31, pp. 928–935, 1990. Cited on page 273.
- 269** Un ejemplo de investigación que muestra la tendencia de la radiación gravitacional a producir formas esféricas cuando chocan los agujeros negros es L. REZZOLLA, R. P. MACEDO & J. L. JARAMILLO, *Understanding the “anti kick” in the merger of binary black holes*, Physical Review Letters 104, p. 221101, 2010. Cited on pages 274 and 297.
- 270** R. PENROSE & R. M. FLOYD, *Extraction of rotational energy from a black hole*, Nature 229, pp. 177–179, 1971. Cited on page 275.
- 271** La relación masa-energía para un agujero negro giratorio se debe a D. CHRISTODOULOU, *Reversible and irreversible transformations in black hole physics*, Physical Review Letters 25, pp. 1596–1597, 1970. Para un agujero negro general, cargado y giratorio, se debe a D. CHRISTODOULOU & R. RUFFINI, *Reversible transformations of a charged black hole*, Physical Review D 4, pp. 3552–3555, 1971. Cited on page 276.
- 272** J. D. BEKENSTEIN, *Black holes and entropy*, Physical Review D7, pp. 2333–2346, 1973. Cited on page 276.
- 273** Sobre el tema de los agujeros negros en el universo temprano, solo hay trabajos de investigación especulativos, como se encontró, por ejemplo, en arxiv.org. El problema aún no está resuelto. Cited on page 277.
- 274** Para obtener información acerca de la formación de agujeros negros para el colapso de la estrella, consulte el artículo de Wikipedia en [en.wikipedia.org/wikie/Stellar\\_black\\_hole](https://en.wikipedia.org/wikie/Stellar_black_hole). Cited on page 278.
- 275** FREDERICK LAMB, APS meeting 1998 press conference: *Binary star 4U1820-30, 20 000 light years from Earth*, Physics News Update, April 27, 1998. Cited on page 278.
- 276** La primera evidencia para materia que cae en un agujero negro fue publicada a principios de 2001 por astrónomos de la NASA dirigidos por Joseph Dolan. Cited on page 278.
- 277** Para un resumen legible de los teoremas de singularidad de Penrose-Hawking, vea J. NATÀRIO, *Relativity and singularities - a short introduction for mathematicians*, preprint en [arxiv.org/abs/math.DG/0603190](https://arxiv.org/abs/math.DG/0603190). Los detalles pueden encontrarse en Ref. 241. Cited on page 279.
- 278** Para una visión general de la censura cósmica, vea T. P. SINGH, *Gravitational collapse, black holes and naked singularities*, [arxiv.org/abs/gr-qc/9805066](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9805066), o R. M. WALD, *Gravitational collapse and cosmic censorship*, [arxiv.org/abs/gr-qc/9710068](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9710068). La idea original se debe a R. PENROSE, *Gravitational collapse: the role of general relativity*, Rivista del Nuovo Cimento 1, pp. 252–276, 1969. Cited on page 279.
- 279** La paradoja se discute en M. A. ABRAMOWICZ, *Black holes and the centrifugal force paradox*, Scientific American 266, pp. 74–81, March 1993, y en el comentario de D. N. PAGE, *Relative alternatives*, Scientific American 266, p. 5, August 1993. Ver también M. A. ABRAMOWICZ & E. SZUSZKIEWICZ, *The wall of death*, American Journal of Physics 61, pp. 982–991, 1993, and M. A. ABRAMOWICZ & J. P. LASOTA, *On traveling round without feeling it and uncurling curves*, American Journal of Physics 54, pp. 936–939, 1986. Cited on page 281.
- 280** J. EHRLERS, *Introduction – Survey of Problems*, pp. 1–10, in J. EHRLERS, editor, *Sistemi gravitazionali isolati in relatività generale*, Rendiconti della scuola internazionale di fisica

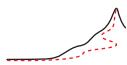
- “Enrico Fermi”, LXVIIº corso, Società Italiana di Fisica/North Holland, 1979. Cited on page 283.
- 281** G. J. STONEY, *On the physical units of nature*, Philosophical Magazine 11, pp. 381–391, 1881. Cited on page 287.
- 282** El reloj geometrodinámico se discute en D. E. BRAHM & R. P. GRUBER, *Limitations of the geometrodynamical clock*, General Relativity and Gravitation 24, pp. 297–303, 1992. El reloj en sí mismo fue presentado por R. F. MARZKE, in his Ph.D. thesis *The theory of measurement in general relativity*, 1959, con John Wheeler como supervisor. Cited on page 288.
- 283** R. GEROCH, *Einstein algebras*, Commun. Math. Phys. 26, pp. 271–275, 1972. Cited on page 288.
- 284** A. MACDONALD, *Einstein’s hole argument*, American Journal of Physics 69, pp. 223–225, 2001. Cited on page 289.
- 285** ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht 368, pp. 453–460, 1983. ROMAN U. SEXL, *Universal conventionalism and space-time*, General Relativity and Gravitation 1, pp. 159–180, 1970. Ver también ROMAN U. SEXL, *Die Hohlwelttheorie*, in ARTHUR SCHARMANN & HERBERT SCHRAMM, editors, *Physik, Theorie, Experiment, Geschichte, Didaktik – Festschrift für Wilfried Kuhn zum 60. Geburtstag am 6. Mai 1983*, Aulis Verlag Deubner, 1984, pp. 241–258. Cited on page 290.
- 286** T. DAMOUR, *Experimental tests of relativistic gravity*, [arxiv.org/abs/gr-qc/9904057](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9904057). Es el último de una serie de sus artículos sobre el tema; el primero fue T. DAMOUR, *Was Einstein 100 % right?*, [arxiv.org/abs/gr-qc/9412064](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9412064). Cited on pages 295, 296, and 297.
- 287** H. DITTUS, F. EVERITT, C. LÄMMERZAH & G. SCHÄFER, *Die Gravitation im Test*, Physikalische Blätter 55, pp. 39–46, 1999. Cited on pages 295 and 297.
- 288** Para las teorías que compiten con la relatividad general, ver por ejemplo la extensa y excelente revisión por C. M. WILL, *The confrontation between general relativity and experiment*, Living Reviews of Relativity 2001-2014, versión electrónica en [www.livingreviews.org/lrr-2001-4](http://www.livingreviews.org/lrr-2001-4), update at [www.livingreviews.org/lrr-2006-3](http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3) y preprint en [arxiv.org/abs/1403.7377](https://arxiv.org/abs/1403.7377). Por ejemplo, la ausencia del efecto Nordtvedt, una hipotética oscilación de 28 días en la distancia Tierra-Luna, que se buscó mediante experimentos de rango láser sin ningún resultado, eliminó varias teorías competitivas. El efecto, predicho por Kenneth Nordtvedt, solo aparecería si la energía gravitatoria en el sistema Tierra-Luna cayera de una manera diferente que la Tierra y la Luna mismas. Para un resumen de las mediciones, consulte J. MÜLLER, M. SCHNEIDER, M. SOFFEL & H. RUDER, *Testing Einstein’s theory of gravity by analyzing lunar laser ranging data*, Astrophysical Journal Letters 382, pp. L101–L103, 1991. Cited on page 297.
- 289** Ver S. BÄSSLER & al., *Improved test of the equivalence principle for gravitational selfenergy*, Physical Review Letters 83, pp. 3585–3588, 1999. Vea también C. M. WILL, *Gravitational radiation and the validity of general relativity*, Physics Today 52, p. 38, October 1999. Cited on page 296.
- 290** La dependencia del inverso del cuadrado se ha comprobado hasta  $60\text{ }\mu\text{m}$ , como reporta E. ADELBERGER, B. HECKEL & C. D. HOYLE, *Testing the gravitational inverse-square law*, Physics World 18, pp. 41–45, 2005. Cited on page 296.
- 291** Casi todo lo que es importante en relatividad general se publica en el libre y excelente periódico de investigación basado en Internet *Living Reviews in Relativity*, se encuentra en [www.livingreviews.org](http://www.livingreviews.org). La otra revista importante en el campo es *Classical and Quantum*

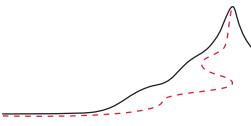
- Gravity.* En astrofísica, la publicación central es *Astronomy & Astrophysics*. Cited on page 297.
- 292** El estudio del caos en las ecuaciones de campo de Einstein está recién comenzado. Ver, e.g., L. BOMBELLI, F. LOMBARDO & M. CASTAGNINO, *Chaos in Robertson-Walker cosmology*, [arxiv.org/abs/gr-qc/9707051](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9707051). Cited on page 297.
- 293** El satélite de la ESA llamado ‘Planck’ ha medido la polarización del fondo cósmico de microondas. Esto proporcionará información más detallada de la galaxia. Cited on page 297.
- 294** Una buena introducción al tema de las explosiones de rayos gamma es S. KLOSE, J. GREINER & D. HARTMANN, *Kosmische Gammastrahlenausbrüche – Beobachtungen und Modelle*, Teil I und II, Sterne und Weltraum March and April 2001. Cited on page 298.
- 295** La base de datos de solución de campo se basa en el trabajo de A. Karlhede, que permite distinguir entre soluciones con una cantidad limitada de cálculos matemáticos. Cited on page 298.
- 296** Hermosas imágenes simuladas de agujeros de gusanos están disponibles, por ejemplo, en el maravilloso sitio web [www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de). Sin embargo, los efectos cuánticos prohíben la existencia, por lo que no se incluye dicha imagen aquí. Un acercamiento básico es el de T. DIEMER & M. HADLEY, *Charge and the topology of spacetime*, Classical and Quantum Gravity 16, pp. 3567–3577, 1999, or [arxiv.org/abs/gr-qc/9905069](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9905069) and M. HADLEY, *Spin half in classical general relativity*, Classical and Quantum Gravity 17, pp. 4187–4194, 2000, o [arxiv.org/abs/gr-qc/0004029](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0004029). Cited on page 298.
- 297** Una importante formulación de relatividad es la de A. ASHTEKAR, *New variables for classical and quantum gravity*, Physical Review Letters 57, pp. 2244–2247, 1986. Cited on page 298.
- 298** Para una visión de la inflación y el universo temprano, vea D. BAUMANN, *TASI lectures on inflation*, preprint en [arxiv.org/abs/0907.5424](https://arxiv.org/abs/0907.5424). Cited on page 298.
- 299** Un texto bien escrito sobre las conexiones entre el Big Bang y la física de partículas es el de I. L. ROZENTAL, *Big Bang – Big Bounce, How Particles and Fields Drive Cosmic Evolution*, Springer, 1988. Para otra conexión, vea M. NAGANO & A. A. WATSON, *Observations and implications of the ultrahigh energy cosmic rays*, Reviews of Modern Physics 72, pp. 689–732, 2000. Cited on page 298.
- 300** La enseñanza se beneficiará, en particular, de las nuevas formulaciones, de la concentración en los principios y sus consecuencias, como ha sucedido en la relatividad especial, desde descripciones más simples en el nivel de campo débil, y desde investigaciones futuras en la teoría de la relatividad general. Los libros de texto más nuevos citados anteriormente son todos pasos en estas direcciones. Cited on page 298.
- 301** G. E. PRINCE & M. JERIE, *Generalising Raychaudhuri’s equation*, in *Differential Geometry and Its Applications*, Proc. Conf., Opava (Czech Republic), August 27–31, 2001, Silesian University, Opava, 2001, pp. 235–242. Cited on page 300.
- 302** La torsión se presenta en R. T. HAMMOND, *New fields in general relativity*, Contemporary Physics 36, pp. 103–114, 1995. Cited on page 299.
- 303** Un enfoque bien conocido es el de Beekenstein, que propone una modificación de la relatividad general que modifica la gravedad unitaria,  $1/r^2$  a distancias galácticas. Se trataba de explicar los cientos de curvas de rotación galáctica medidas que parecen requerir tal modificación. (Este enfoque se llama dinámica newtoniana modificada o MOND). Una introducción viene dada por JACOB D. BEKENSTEIN, *The modified Newtonian dynamics –*

- MOND – and its implications for new physics*, Contemporary Physics 47, pp. 387–403, 2006, preprint en [arxiv.org/abs/astro-ph/0701848v2](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0701848v2). Cited on page 300.
- 304** *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. Todos los nuevos desarrollos relacionados con las unidades SI se publican en la revista Metrologia, editada por la misma institución. Mostrando la lentitud de una vieja institución, el BIPM lanzó un sitio web solo en 1998; accesible ahora en [www.bipm.fr](http://www.bipm.fr). Vea también la página web [www.utc.fr/~tthomas/Themes/Unites/index.html](http://www.utc.fr/~tthomas/Themes/Unites/index.html); este incluye las biografías de las personas que dieron sus nombres a varias unidades. El sitio de su equivalente británico es, [www.npl.co.uk/npl/reference](http://www.npl.co.uk/npl/reference), es mucho mejor; proporciona muchos detalles, así como la versión en inglés de las definiciones de las unidades SI. Cited on page 302.
- 305** La Biblia en el campo de la medición del tiempo es el trabajo de dos volúmenes J. VANIER & C. AUDOIN, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. Una cuenta popular es TONY JONES, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.
- La página web [opdafl.obspm.fr/www/lexique.html](http://opdafl.obspm.fr/www/lexique.html) da un glosario de términos usados en el campo. Para mediciones de precisión de longitud, las herramientas de elección son los láseres especiales, como los láseres compactos y los peines de frecuencia. Hay una gran cantidad de literatura sobre estos temas. Igualmente grande es la literatura sobre mediciones de corriente eléctrica de precisión; siempre se está llevando a cabo la mejor manera de hacerlo: contando cargas o midiendo fuerzas magnéticas. El problema aún está abierto. En mediciones de masa y de masa atómica, consulte el volumen I, página ?. Cited on page 303.
- 306** Los prefijos SI no-oficiales fueron propuestos en primer lugar en la década 1990 por Jeff K. Aronson de la Universidad de Oxford, y podrían entrar en uso general en el futuro. Consulte New Scientist 144, p. 81, 3 December 1994. Otras propuestas menos serias también existen. Cited on page 304.
- 307** Consulte la revisión de L. JU, D. G. BLAIR & C. ZHAO, *The detection of gravitational waves*, Reports on Progress in Physics 63, pp. 1317–1427, 2000. Cited on page 306.
- 308** Vea el documento claro y extenso de G. E. STEDMAN, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics 60, pp. 615–688, 1997. Cited on page 306.
- 309** J. SHORT, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist 2098, p. 5, 6 September 1997. Más detalles pueden ser encontrados en R. G. KEESING, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics 39, pp. 377–391, 1998. Cited on page 307.
- 310** Los diversos conceptos son una de las más importantes normas internacionales, ISO5725, con el título *Accuracy and precision of measurement methods and results*. Una buena introducción es la de JOHN R. TAYLOR, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Cited on page 307.
- 311** P. J. MOHR & B. N. TAYLOR, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998*, Reviews of Modern Physics 59, p. 351, 2000. Este es un conjunto de condiciones que resultan de un ajuste internacional y recomendado para uso internacional por el Committee on Data for Science and Technology (CODATA), un cuerpo en el International Council of Scientific Unions, que reúne el International Union of Pure and Applied Physics(IUPAP), la International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) y otras organizaciones. La página web de la IUPAC es [www.iupac.org](http://www.iupac.org). Cited on page 309.

- 312** Algunas de las historias se pueden encontrar en el texto de N. W. WISE, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. El campo de mediciones de alta precisión, del que se derivan los resultados en estas páginas, es un mundo en sí mismo. Una bella introducción a esto es J. D. FAIRBANKS, B. S. DEAVER, C. W. EVERITT & P. F. MICHAELSON, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Cited on page 309.
- 313** Para más detalles, consulte la conocida referencia astronómica, P. KENNETH SEIDELMANN, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Cited on page 315.
- 314** Vea la correspondiente referencia en el primer volumen.  
Observe lo poco que se sabe acerca de las propiedades básicas de algunos números; por ejemplo, ¡no se sabe aún si  $\pi + e$  es un número racional o no! (se cree que no lo es) ¿Quiere ser un matemático? Cited on page 316.

Desafío 401 r  
Desafío 402 s





## CREDITS

### AGRADECIMIENTOS

Muchas personas que han mantenido vivo el regalo de su curiosidad han prestado su ayuda para hacer que este proyecto se convirtiera en una realidad. Sobre todo, Peter Rudolph y Saverio Pascazio han sido - presentes o no - una referencia constante para la realización del mismo. Fernand Mayné, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van der Mark, Kim Jalink, my parents Peter and Isabella Schiller, Mike van Wijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara y Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger y, sobre todo, mi esposa Britta me han proporcionado valiosos consejos y estímulos.

Mucha gente ha proporcionado ayuda en el mismo, así como en el acopio de material. De máxima utilidad fue la ayuda de Steve Carlip, Corrado Massa, Tom Helmond, Gary Gibbons, Ludwik Kostro, Heinrich Neumaier, Peter Brown y David Thornton por las interesantes discusiones sobre el concepto de fuerza máxima. También la valiosa ayuda de Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, las numerosas mejoras de Bert Sierra, las detalladas sugerencias de Claudio Farinati, los innumerables recomendaciones de Eric Sheldon, las detalladas sugerencias de Andrew Young, la continua ayuda y consejo de Jonatan Kelu, las correcciones de Elmar Bartel, y en particular la extensa, apasionada y concienzuda ayuda de Adrian Kubala.

Material de importancia fue proporcionado por Bert Peeters, Anna Wierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wim de Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas Fabian Moser, Dejan Corovic, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson, Roggie Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Danecek, Ingo Thies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proençā, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio González, Antonio Martos, André Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltán Gácsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Köppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, François Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Królikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, S.R. Madhu Rao, David Parks, Jürgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Sergei Kopeikin, Damoon Saghian, Zach Joseph Espiritu, David Thornton, Miles Mutka, Fabrizio Bònoli, más un número de personas que querían permanecer sin nombre.

Las herramientas de software fueron pulidas con una gran ayuda sobre tipografía y compo-

sición tipográfica por Michael Zedler y Achim Blumensath y con la repetido y valioso soporte de Donald Arseneau; la ayuda que también provino de Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Böhncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccione, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, Joseph Wright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk y Alexander Grahn.

La composición y diseño del libro se debe a la consultoría profesional de Ulrich Dirr. La tipografía fue muy mejorada con la ayuda de Johannes Küster y su tamaño de letra Minion Math font. El diseño del libro y su página web también se debe en gran parte a las sugerencias y el soporte de my esposa Britta.

También doy las gracias a los legisladores y a los contribuyentes en Alemania, quienes, en contraste con la mayor parte de los demás países del mundo, permiten a los residentes el uso de las bibliotecas universitarias locales.

Desde 2007 hasta 2011, la edición electrónica y la distribución del texto de La Montaña en Movimiento fue generosamente financiada por la Klaus Tschira Foundation.

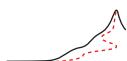
### CRÉDITOS DE PELÍCULAS

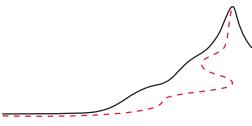
La impresionante película de un pulso de luz rebotando en un espejo [página 22](#) es copyright y cortesía de Wang Lihong y Washington University at St. Louis. La bella animación de un dado volando a velocidad relativista, en [página ??](#), es copyright y cortesía de Ute Kraus. Se puede encontrar en su bello sitio web [www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de), que proporciona muchas otras películas de movimientos relativistas y las publicaciones relacionadas. La bella animación de un observador acelerando en un desierto, en [página ??](#), es copyright Anthony Searle y Australian National University, y cortesía de Craig Savage. Es del maravilloso sitio web [www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE](http://www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE). También la igualmente bella animación de un observador acelerando entre casas, en [página ??](#), es copyright Anthony Searle y Australian National University, y cortesía de Craig Savage. Es del sitio web igualmente maravilloso [www.anu.edu.au/Physics/Searle](http://www.anu.edu.au/Physics/Searle). La espectacular animación en [página 266](#) es cortesía y copyright de la European Southern Observatory ESO y se encuentra en su sitio web [www.eso.org/public/news/eso0846/](http://www.eso.org/public/news/eso0846/).

### CRÉDITOS DE IMÁGENES

La fotografía del lado este del pico Langtang Lirung en Nepal Himalaya, que se muestra en la portada, es cortesía y copyright de Kevin Hite y se encuentra en su blog [thegettingthere.com](http://thegettingthere.com). La fotografía del cielo nocturno en [página 15](#) es copyright y cortesía de Anthony Ayiomamitis; se encuentra en su maravilloso sitio web [www.perseus.gr](http://www.perseus.gr). La fotografía de la reconstrucción del experimento de Fizeau en [página 21](#) es copyright por AG Didaktik und Geschichte der Physik, Universität Oldenburg, y cortesía de Jan Frercks, Peter von Heering y Daniel Osewold. La fotografía de un pulso de luz encendido [página 21](#) es cortesía y copyright de Tom Mattick. De [página 25](#) las fotografías de dispositivos eléctricos son cortesía Miele y EasyGlide. De [página ??](#), las imágenes de litio son cortesía y copyright de TSR relativity team en el Max Planck Gesellschaft. De [página ??](#) las imágenes Doppler son copyright y cortesía de Maurice Gavin y NASA. De [página ??](#), las imágenes del sistema de sonda Doppler son copyright y cortesía de Wikimedia, Hörmann AG y Medison. De [página 31](#), el gráfico de onda es copyright Pbroks13 y cortesía Wikimedia. De [página ??](#), la imagen del experimento histórico de Michelson es cortesía y copyright de Astrophysikalisches Institut Potsdam, y las imágenes del experimento moderno de alta precisión son propiedad intelectual y cortesía de Stephan Schiller. Las vistas relativistas de [página 57](#) y [58](#) son cortesía y copyright de Daniel Weiskopf. Las imágenes relativistas del viaje a través del Stonehenge simplificado en [página 57](#) son copyright de Nicolai Mokros y cortesía de Norbert

Dragon. De [página 64](#), la fotografía del experimento HARP es cortesía y copyright de CERN. De página ??, las fotografías sobre la cámara de burbujas son cortesía y copyright de CERN. La fotografía de stalactita en [página 97](#) es cortesía y copyright de Richard Cindric y se encuentra en el sitio web [www.kcgrotto.org](http://www.kcgrotto.org); la fotografía de Saturno es cortesía de NASA. La ilustración de la curvatura espacial en [página 139](#) es cortesía y copyright de Farooq Ahmad Bhat. De [página 145](#), la fotografía del volcán es copyright y cortesía de Marco Fulle y se encuentra en el magnífico sitio web [www.stromboli.net](http://www.stromboli.net). De [página 178](#), las fotografías de VIRGO son cortesía y copyright de INFN. De [página 165](#), las fotografías sobre los reflectores lunares son copyright y cortesía de NASA y Wikimedia; la fotografía de El observatorio de Niza es cortesía y copyright de Observatoire de la Côte d'Azur. Las figuras de galaxias en páginas [214](#), [212](#), [215](#), [215](#), [213](#), [224](#), [216](#), [244](#), [255](#) y [256](#) son cortesía de NASA. La foto del cielo nocturno en [página 212](#) es copyright y cortesía de Axel Mellinger; Más detalles sobre la historia de este increíble imagen se encuentra en su sitio web en [home.arcor.de/axel.mellinger](http://home.arcor.de/axel.mellinger). La imagen del universo en [página 213](#) es cortesía de Thomas Jarret, IPAC y Caltech, y se encuentra en el sitio web [spider.ipac.caltech.edu/staff/jarret/lss/index.html](http://spider.ipac.caltech.edu/staff/jarret/lss/index.html). La fotografía de la nube molecular en [página 216](#) es cortesía y copyright de European Southern Observatory ESO; también se presenta en la web [antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030202.html](http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030202.html). De [página 217](#), las fotografías de los Very Large Telescopes son propiedad intelectual y cortesía de ESO. De [página 218](#), las fotografías del satélite XMM-Newton y del satélite Planck son copyright y cortesía de ESA y se encuentran en el fascinante sitio web [www.esa.int](http://www.esa.int). El diagrama de Hubble en [página 228](#) es cortesía de Saul Perlmutter y el Supernova Cosmology Project. Los mapas del Universo en [página 226](#) y el diagrama Hertzsprung–Russell en [página 230](#) son cortesía y copyright de Richard Powell, y tomados de los sitios web [www.anzwiers.org/free/universe](http://www.anzwiers.org/free/universe) y [www.atlasoftheuniverse.com](http://www.atlasoftheuniverse.com). De [página 231](#), la fotografía de M15 es copyright y cortesía de ESA and NASA. La fotografía de [página 241](#) es cortesía e copyright de Wally Pacholka y se encuentra en el maravilloso sitio web [www.twanlight.org](http://www.twanlight.org) que colecta fotos del mundo de noche. En la página [página 242](#), la imagen del árbol es propiedad de Aleks G y cortesía de Wikimedia, mientras que la imagen profunda de Hubble es cortesía de NASA y ESA y se encuentra en [apod.nasa.gov/apod/ap140605.html](http://apod.nasa.gov/apod/ap140605.html). De [página 244](#), el mapa de datos de Planck es cortesía y copyright de Planck/ESA. La vista simulada de un agujero negro en [página 267](#) es copyright y cortesía de Ute Kraus y se puede encontrar en su espléndido sitio web [www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de](http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de). De [página 291](#), la imagen de la teoría de la Tierra hueca es cortesía de Helmut Diel y fue dibujada por Isolde Diel. De [página 320](#), el dibujo de las líneas de Fraunhofer es copyright y cortesía de Fraunhofer Gesellschaft. La fotografía en la contraportada, de un basilisco corriendo sobre el agua, es Cortesía y derechos de autor del grupo Belga TERRA vzw y se encuentra en su sitio web [www.terravzw.org](http://www.terravzw.org). Todos los dibujos son propiedad de Christoph Schiller. Si sospecha que sus derechos de autor no se han entregado u obtenido correctamente, esto no se ha hecho a propósito; por favor contácteme en tal caso.





## NAME INDEX

A

ABRAMOWICZ

### A

- Abbott, B.P. 340  
Abdo, A.A. 331  
Abramowicz, M.A. 355  
Adelberger, E. 356  
Adenauer, Konrad 121  
Adler, C.G. 339  
Aetius 350  
Aetius 211  
Agustín de Hippona 249  
Ahmad Bhat, Farooq 139, 362  
Ahmad, Q.R. 334  
Aichelburg, P.C. 354  
Alanus de Insulis 265  
Alcubierre, M. 345  
Aleks G 242, 362  
Allen, Woody 223  
Alspector, J. 332  
Alväger, T. 332  
Anderson, I.M. 349  
Anderson, I.M. 201  
Anderson, J.D. 337  
Anderson, J.L. 349  
Antonini, P. 333, 335  
Aristarco de Samos 330  
Aristarco de Samos 20  
Aristóteles 330  
Arnowitt, Richard 349  
Arnowitt, Richard 202  
Aronson, Jeff K. 358  
Aronson, Jeff K. 360  
Arquitas de Tarento 257  
Arseneau, Donald 361  
Ashtekar, A. 341, 357  
Astrophysikalisches Institut  
Potsdam 361  
Ata Masafumi 360

Audoin, C. 358

- Augel, Barbara 360  
Augel, Edgar 360  
Australian National  
University 361  
Ayiomamitis, Anthony 17, 361

### B

- Böhncke, Klaus 361  
Bònoli, Fabrizio 360  
Babinet, Jacques  
life 303  
Bachem, Albert 133  
Baez, John 348  
Baez, John 360  
Baggett, N. 332  
Bagnoli, Franco 360  
Bailey, J. 335, 336  
Bailey, J.M. 332  
Banday, A.J. 353  
Barberi Gnecco, Bruno 360  
Barbour, Julian 353  
Barrow, J.D. 341, 353, 354  
Bartel, Elmar 360  
Bartocci, Umberto 70, 338  
Bartocci, Umberto 70  
Basri, G. 350  
Bateman, H. 335  
Baumann, D. 357  
Bautista, Ferdinand 360  
Baylis, W.E. 335  
Beaty, William 360  
Becker, A. 351  
Bedford, D. 347  
Beeksma, Herman 360  
Behroozi, C.H. 333  
Beig, R. 340
- Bekenstein, Jacob 355, 357  
Belfort, François 360  
Bender, P.L. 346  
Bennet, C.L. 353  
Bergliaffa, S. Perez 349  
Bertotti, B. 346  
Besso, Michele 71  
Beyer, Lothar 360  
Biggar, Mark 360  
Bilaniuk, O.M. 337  
Birkhoff 200  
Bladel, Jean van 332  
Blair, David 344, 358  
Blandford, R. 354  
Blandford, R.D. 346  
Blau, Stephen 44  
Blau, Steven 335  
Bliokh, K.Y. 324  
Bloser, P.F. 345  
Blumensath, Achim 361  
Blumkin, A. 349  
Bohr, Niels 26  
Bombelli, Luca 357  
Bombelli, Luca 360  
Bondi, Hermann 333, 343  
Bonnor, W.B. 348, 354  
Bonnor, W.B. 181  
Boone, Roggie 360  
Born, Max 335  
Boughn, S.P. 336  
Boyce, K.R. 337  
Bradley, James 18, 19  
Braginsky, V.B. 345, 347  
Brahm, D.E. 356  
Brandes, John 360  
Brault, J.W. 343  
Braxmeier, C. 333

**B**

BRAY

- Bray, H.L. 349  
 Brebner, Douglas 360  
 Brecher, K. 331  
 Brehme, R.W. 339  
 Brewer, Sydney G. 330  
 Briatore, L. 343  
 Briatore, L. 134  
 Briggs, F. 354  
 Broeck, Chris Van Den 345  
 Bronshtein, Matvei 8  
 Bronshtein, Matvey 354  
 Bronshtein, Matvey 263  
 Brown, J.M. 337  
 Brown, Peter 360  
 Bruce, Tom 360  
 Bruyn, A.G. de 354  
 Buchmann, Alfons 360  
 Budney, Ryan 360  
 Bunn, E.F. 348, 353, 354  
 Burbidge, G. 352  
 Burgay, M. 350  
 Bäßler, S. 356  
 Bònoli, F. 330  
 Börner, G. 351  
 Börner, H.G. 337
- C**
- Caianiello, E.R. 341  
 Calder, Nigel 345  
 Caltech 213, 362  
 Camilo, F. 350  
 Cannoni, M. 338  
 Carilli, C.L. 354  
 Carlip, Steve 341, 360  
 Carneiro, S. 353  
 Carr, Jim 360  
 Carter, Brandon 273  
 Cassini, Giovanni 18  
 Castagnino, M. 357  
 Caves, C.M. 347  
 CERN 362  
 Cheseaux, Jean Philippe Loës de 243  
 Chinnapared, R. 354  
 Choquet-Bruhat, Yvonne 349  
 Christodoulou, D. 355  
 Cindric, Richard 97, 362  
 Ciufolini, Ignazio 346  
 Ciufolini, Ignazio 166

- Clancy, E.P. 343  
 Clausius, Rudolph 258, 259  
 Clerk Maxwell, James 40  
 Cohen, M.H. 336, 337  
 Colazingari, Elena 360  
 Colón 262  
 Conti, Andrea 360  
 Conway, J. 354  
 Copernicus, Nicolaus 20  
 Cordero, N.A. 348  
 Cornell, E.A. 333  
 Corongiu, A. 350  
 Corovic, Dejan 360  
 Costa, S.S. 337  
 Costella, J.P. 337, 338  
 Couch, E. 354  
 Cox, A.N. 350  
 Crawford, F. 350  
 Crelinsten, Jeffrey 343  
 Crespi, Roberto 360  
 Crowe, Michael J. 330  
 Currie, D.G. 339
- D**
- D'Amico, N. 350  
 Dahlman, John 360  
 Dalton, K. 349  
 Damour, Thibault 356  
 Damour, Thibault 297  
 Danecek, Petr 360  
 Darley, Vincent 361  
 Darre, Daniel 360  
 Davidson, C. 343  
 Deaver, B.S. 359  
 Descartes, René 17  
 Deser, Stanley 349  
 Deser, Stanley 202  
 Deshpande, V.K. 337  
 Deslattes, R.D. 337  
 Desloge, E.A. 339  
 Desloge, Edward A. 339  
 Detweiler, S. 354  
 Dewey, M.S. 337  
 DeWitt-Morette, Cecile 349  
 Dicke, R.H. 345, 353  
 Dickey, J.M. 350  
 Diehl, Helmut 291  
 Diel, Helmut 362  
 Diel, Isolde 362
- Diemer, T. 357  
 Dietze, H. 334  
 Diez, Ulrich 361  
 DiFilippo, Frank 337  
 DiFilippo, Frank 360  
 Dillard-Bleick, Margaret 349  
 Dirr, Ulrich 361  
 DiSessa, A. 340  
 Dittus, H. 349, 356  
 Dobra, Ciprian 360  
 Dolan, Joseph 355  
 Doppler, Christian 30  
 Dorfi, E.A. 351  
 Doroshkevich, A.G. 351  
 Doroshkevich, A.G. 228  
 Dragon, Norbert 50, 57, 360, 361  
 Droste, J. 344  
 Droste, Johannes 140  
 Duff, M.J. 339  
 Duguay 21  
 Duguay, M.A. 331  
 Dumont, Jean-Paul 330, 350, 351  
 Dutton, Z. 333  
 Dyson, F.W. 343  
 Dyson, Freeman 360
- E**
- EasyGlide 25, 361  
 Eckstein, G. 334  
 Eddington, A.S. 343  
 Ehlers, J. 353, 355  
 Ehlers, Jürgen 283  
 Ehrenfest, P. 339  
 Einstein, A. 347  
 Einstein, Albert 332, 338, 342, 346, 352  
 Einstein, Albert 27, 42, 55, 66, 70, 129, 133, 137, 147, 156, 171, 197, 199, 234, 289, 297, 300  
 life 25  
 Einstein, Eduard 137  
 Eisele, Ch. 335  
 Ellis, George 344, 352, 353  
 Ellis, George 288  
 Els, Danie 361  
 Elswijk, Herman B. 360

Emelin, Sergei 360  
 Empedocles 16  
 Eötvös, Roland von 153, 345  
 ESA 218, 231, 242, 362  
 Eshelby, J. 334  
 ESO 216, 217, 361, 362  
 Espiritu, Zach Joseph 360  
 Euler, Leonhard 185  
 European Southern Observatory 361, 362  
 Everitt, C.W. 359  
 Everitt, F. 356  
 Ewing, Anne 266  
 Exton, A. 354

**F**

Faestermann, T. 351  
 Fairbanks, J.D. 359  
 Fairhurst, S. 341  
 Falco, E.E. 353  
 Falk, G. 343  
 Farinati, Claudio 360  
 Farley, F.J.M. 332  
 Fasching, G. 349  
 Faulkner, A.J. 350  
 Fekete, E. 345  
 Fereira, P.G. 354  
 Fermani, Antonio 360  
 Feynman, Richard P. 348  
 Figer, D. 350  
 Figier, D. 351  
 Finkenzeller, Klaus 360  
 Fischer, Ulrike 361  
 Fishman, G.J. 331  
 Fitzgerald, George F. 41  
 Fizeau, Hippolyte 21  
 Fließbach, Torsten 343  
 Floyd, R.M. 355  
 Ford, E.C. 345  
 Formalont, E.B. 347  
 Foster, James 342  
 Fowler, E.C. 332  
 Fowler, L.A. 348  
 Frank, F.C. 334  
 Fraunhofer Gesellschaft 320, 362  
 Fredman, R.A. 350  
 French, A.P. 339  
 Frenkel, J. 334

Frercks, Jan 330  
 Frercks, Jan 21, 361  
 Friedmann, Aleksander 351  
     vida 235  
 Frisch, D.H. 335  
 Fukuda, Y. 334  
 Fulle, Marco 145, 362  
 Furrie, Pat 360  
 Fölsing, Albrecht 332  
 Füllekrug, M. 331

**G**

Gabuzda, D.C. 337  
 Gácsi, Zoltán 360  
 Gaensler, B.M. 350  
 Galilei, Galileo 17  
 Gamow, George 350  
 Gamow, George  
     life 227  
 Gauss, Carl-Friedrich  
     life 187  
 Gavin, Maurice 361  
 Gearhart, R. 334  
 Gehrels, N. 354  
 Georgi, Renate 360  
 Geroch, Robert 356  
 Geroch, Robert 288  
 Gibbons, G.W. 341  
 Gibbons, Gary 340  
 Gibbons, Gary 340, 360  
 Gibbs, J. Willard 339  
 Gibbs, J. Willard 97  
 Gide, André 193  
 Giltner, D.M. 333  
 Giulini, D. 352  
 Glassey, Olivier 360  
 Goenner, Hubert 343  
 Goenner, Hubert 177  
 González, Antonio 360  
 Good, R.H. 339  
 Gordon, C. 349  
 Gould, Andrew 159  
 Grahn, Alexander 361  
 Grebe, Leonhard 133  
 Green, A.J. 350  
 Greenstein, J.L. 343  
 Gregorio, Enrico 361  
 Greiner, Jochen 357  
 Greiner, Jochen 360

Grindlay, J.E. 345  
 Gruber, Christian 336  
 Gruber, Christian 49  
 Gruber, R.P. 356  
 Gualandi, A. 330  
 Guiragossian, Z.G.T. 334  
 Gutfreund, Hanoch 332  
 Gutfreund, Henoch 332  
 Guth, Alan 353  
 Guth, Alan 258  
 Göklü, E. 333

**H**

Hörmann AG 361  
 Haber, John 360  
 Hadley, M. 357  
 Hafele, J.C. 335  
 Hafele, J.C. 134  
 Haley, Stephen 360  
 Hall, D.B. 336  
 Hamilton, J.D. 339  
 Hammond, R.T. 357  
 Hanns Ruder 50  
 Hardcastle, Martin 360  
 Harris, S.E. 333  
 Hartmann, D. 357  
 Harvey, A. 336, 352  
 Hasenöhrl, Friedrich 71  
 Hasenöhrl, Friedrich 338  
 Hatfield, Brian 348  
 Hausherr, Tilman 360  
 Haverkorn, M. 350  
 Hawking, Stephen 352  
 Hawking, Stephen 123, 250,  
     276, 279, 288  
 Hawking, Stephen W. 352  
 Hayes, Allan 360  
 Hayward, S.A. 341  
 Heckel, B. 356  
 Heering, Peter von 361  
 Helmond, Tom 360  
 Henderson, Paula 360  
 Heraclito de Efeso 231  
 Hércules 214  
 Herrmann, F. 341  
 Herrmann, Friedrich 340  
 Hertz, Heinrich 98  
 Hertzlinger, Joseph 361  
 Hesiodo 225

# H

HESTENES

366

NAME INDEX

- Hestenes, David 335  
Heumann, John 360  
Hilbert, David 193  
Hill, C.D. 347  
Hill, S. 349  
Hillman, Chris 360  
Hinshaw, G. 353  
Hiparcos 20  
Hirth, J.P. 334  
Hite, Kevin 361  
Hobbs, G. 350  
Hoffman, Richard 360  
Hogg, D.W. 353  
Holstein, B.R. 346  
Holzmüller, G. 167, 346  
Horacio, nombre completo  
    Quintus Horatius Flaccus 129  
Houtermans, Friedrich 229  
Hoyle, C.D. 356  
Hoyle, Fred 352  
Hoyle, Fred 247  
Hubble, Edwin  
    life 227  
Huber, Daniel 360  
Hughes, R.J. 349  
Huiskens, G. 341  
Hulse, Russel 348  
Huygens, Christiaan 18
- I
- Ilmanen, T. 341  
INFN 178, 362  
Inverno, Ray d' 341, 342  
Iorio, L. 346  
IPAC 213, 362  
Israel, Werner 273  
Itah, A. 349  
Ivanov, Igor 360  
Ives, H.E. 333  
Iyer, C. 336
- J
- Jacobson, T. 341  
Jalink, Kim 360  
Jamil, M. 360  
Janek, Jürgen 360  
Jaramillo, J.L. 355  
Jarret, Thomas 213, 362

- Jenkins, Francis A. 330  
Jentschel, M. 337  
Jerie, M. 357  
Jetzer, P. 350  
Johansson, Mikael 360  
Johnson, Samuel  
    life 330  
Jones, Quentin David 360  
Jones, Tony 358  
Jong, Marc de 360  
Jordan, T.F. 339  
Ju, L. 358  
Juszkiewicz, R. 353, 354
- K
- Köppe, Thomas 360  
Kaaret, P. 345  
Kalbfleisch, G.R. 332  
Kalckar, Jørgen 171  
Kant, Emmanuel 211  
Kant, Immanuel 349  
Kant, Immanuel 227  
    life 211  
Kapuściak, E. 334  
Karlhede, A. 357  
Kaufmann, W.J. 350  
Kayser, R. 352  
Keating, Richard E. 335  
Keating, Richard E. 134  
Keesing, R.G. 358  
Kelu, Jonatan 360  
Kennedy, R.J. 333  
Kennefick, D. 344  
Kenyon, Ian R. 341  
Kepler, Johannes 243  
Kerr, Roy 354  
Kerr, Roy 273  
Kessler, E.G. 337  
Kiefer, D. 334  
Kilmister, C.W. 338  
Kippenhahn, Rudolf 352  
Kiss, Joseph 360  
Kittinger, Joseph 130, 135  
Kjellman, J. 332  
Klauder, John 342  
Klaus Tschira Foundation 361  
Klepner, Daniel 348  
Klippert, R. 349  
Klose, S. 357

- Knie, K. 351  
Knop, R.A. 349  
Knutsen, H. 351  
Kogut, A. 353  
Konig, F. 349  
Kontorowa, T. 334  
Koolen, Anna 360  
Kopeikin, Sergei 347  
Kopeikin, Sergei 360  
Korschinek, G. 351  
Kostro, L. 340, 341  
Kostro, Ludwik 340, 360  
Kröner, Ekkehart 208  
Kramer, M. 347, 350  
Kraus, Ute 267, 361, 362  
Kreuzer, L.B. 344  
Kreuzer, L.B. 141  
Krijn, Marcel 360  
Krisher, T.P. 337  
Krishnan, B. 341  
Krotkow, R. 345  
Krumm, P. 347  
Królikowski, Jarosław 360  
Kröner, Ekkehart 341  
Kubala, Adrian 360  
Kuklewicz, C. 349  
Kumaradtya, K.K. 354  
Küster, Johannes 361  
Kuzin, Pavel 360  
Künzle, H.P. 355
- L
- Lachièze-Rey, M. 353  
Lahav, O. 349  
Lakes, Rod S. 333  
Lamb, Frederick 355  
Lamb, Frederick 152  
Lambert, Johann  
    life 188  
Lambourne, R. 333  
Landau, L. 349  
Lange, B. 340  
Laplace, Pierre 266  
Lasota, J.P. 355  
Laue, Max von 78  
Leibfried, G. 334  
Lemaître, Georges A.  
    life 235  
Lense, Josef 346



Lense, Josef 164  
 Leonhardt, U. 349  
 Lerner, L. 345  
 Leschiutta, S. 343  
 Leschiutta, S. 134  
 Levi-Civita, Tullio 193  
 Lewis, G.N. 337  
 Liebscher, Dierck-Ekkehard 333  
 Lifshitz, E. 349  
 LIGO 180  
 Lille, Alain de 265  
 Lilleskov, E. 336  
 Lilley, Sam 342  
 Linde, Johan 361  
 Lindh, A.G. 345  
 Linfield, R.P. 337  
 Lintel, Harald van 49, 360  
 Lintel, Harald van 336  
 Liu, C. 333  
 Logan, R.T. 337  
 Lombardi, Luciano 360  
 Lombardo, F. 357  
 Longair, M. 351  
 Lorenci, V. De 349  
 Lorentz, Hendrik Antoon 36, 40  
 Lorentz, Hendrik Antoon 335  
 Lorenzen, Dirk 350  
 Lorimer, D.R. 348, 350  
 Lothe, J. 334  
 Low, R.J. 339  
 Ludvigsen, Malcolm 342  
 Luke, Lucky 33  
 Luminet, J.-P. 353  
 Lundmark, Knut 350  
 Lundmark, Knut 227  
 Lutes, G.F. 337  
 Lyne, A.G. 350  
 Lämmerzahl, C. 349, 356  
 Lévy, J.M. 338

**M**  
 MacCallum, M.A.H. 354  
 Macdonald, A. 356  
 Macedo, R.P. 355  
 Mach, Ernst 261  
 Macrobius 351  
 Madhu, Rao S.M. 360

Madhu, Rao S.R. 322  
 Maeterlink, Maurice life 261  
 Maffei, Paolo 350  
 Magueijo, João 339  
 Mahoney, Alan 360  
 Mainwaring, S.R. 335  
 Maleki, L. 337  
 Manchester, R.N. 350  
 Manfredi, Eustachio 19  
 Mark, Martin van der 360  
 Marsh, N.D. 351  
 Martos, Antonio 360  
 Marzke, R.F. 356  
 Mashhoon, B. 346  
 Mason, W.P. 334  
 Masood-ul-Alam, A.K.M. 355  
 Massa, Corrado 340  
 Massa, Corrado 340, 360  
 Matsas, G.E.A. 336, 337  
 Matthews, W.N. 338  
 Mattick 21  
 Mattick, Tom 331  
 Mattick, Tom 21, 361  
 Max Planck Gesellschaft 361  
 Mayné, Fernand 360  
 Mayr, Peter 360  
 Mazur, P.O. 354  
 Mazur, P.O. 273  
 McClure-Griffiths, N.M. 350  
 McDonald, K.T. 347  
 McGowan, R.W. 333  
 McKellar, B.H.J. 337, 338  
 McLaughlin, M.A. 350  
 McNamara, Geoff 344  
 McQuarry, George 360  
 Medison 361  
 Mellinger, Axel 350  
 Mellinger, Axel 212, 362  
 Mena Marugán, G.A. 353  
 Menocal, P.B. de 351  
 Menten, K.M. 354  
 Merrit, John 360  
 Michaelson, P.F. 359  
 Michell, John 354  
 Michelson, Albert Abraham 335  
 Michelson, Albert Abraham 102

Michelson, Albert-Abraham 37  
 Miele 25, 361  
 Minkowski, Hermann 41  
 Mirabel, I.F. 337  
 Mishra 87  
 Mishra, L. 339  
 Misner, Charles 339, 349  
 Misner, Charles 202  
 Mitalas, R. 333  
 Mitskiewic, N.V. 354  
 Mittelstaedt, H. 353  
 Mittelstaedt, M.-L. 353  
 Mlynek, J. 333  
 Moffat, John 339  
 Mohazzabi, P. 343  
 Mohr, P.J. 358  
 Mokros, Nicolai 50, 57, 361  
 Moore, C.P. 354  
 Moore, Henry 185  
 Moortel, Dirk Van de 321, 360  
 Morinigo, Fernando B. 348  
 Morley, Edward 335  
 Morley, Edward William 37  
 Moser, Lukas Fabian 360  
 Murdock, Ron 360  
 Murillo, Nadia 360  
 Murray, J.J. 334  
 Musil, Rober 241  
 Mutka, Miles 360  
 Mutti, P. 337  
 Muynck, Wim de 360  
 Myers, E.G. 337  
 Møller, Christian 339  
 Müller, H. 333  
 Müller, J. 356

**N**  
 Nabarro, Frank R.N. 334  
 Nagano, M. 357  
 Nahin, Paul J. 336  
 Namouni, Fathi 360  
 Narlikar, J.V. 352  
 NASA 165, 231, 242, 361, 362  
 Natarajan, V. 337  
 Natário, J. 355  
 Nemiroff, R.J. 336, 345  
 Neumaier, Heinrich 360  
 Nevsky, A.Yu. 335

Newman, E.T. 354  
 Newton 307  
 Nicolai, H. 349  
 Niepraschk, Rolf 361  
 Nieto, L.M. 348  
 Nietzsche, Friedrich 111  
 Nieuwpoort, Frans van 360  
 Nightingale, J.D. 342  
 Nordström, Gunnar 273  
 Nori, F. 324  
 Norton, John D. 349  
 Novello, M. 349  
 Novikov, Igor 342, 351, 354  
 Novikov, Igor 228  
 Nurowski, P. 347

**O**  
 Oberdiek, Heiko 361  
 Oberquell, Brian 360  
 Observatoire de la Côte d'Azur 165, 362  
 Oey, M.S. 350  
 Offner, Carl 360  
 Ohanian, Hans 337, 341–343  
 Ohanian, Hans 323  
 Ohanian, Hans C. 332  
 Okhapkin, M. 333, 335  
 Okun, Lev B. 338  
 Olbers, Wilhelm  
     life 243  
 Olum, K.D. 345  
 Oostrum, Piet van 361  
 Oppenheimer, Robert 354  
 Oppenheimer, Robert  
     life 269  
 Osewold, Daniel 361  
 Osserman, Bob 256  
 Ovidio, nombre completo  
     Publius Ovidius Naro 23

**P**  
 Pacholka, Wally 241, 362  
 Page, Don 355  
 Page, Don 360  
 Pahaut, Serge 360  
 Panov, V.I. 345  
 Papapetrou, A. 338  
 Parker, Barry 351  
 Parks, David 360

Pascazio, Saverio 360  
 Pasi, Enrico 360  
 Paul, W. 338  
 Pauli, Wolfgang 348  
 Pauli, Wolfgang 55  
 Pavlis, E.C. 346  
 Pbroks13 361  
 Pearson, T.J. 336, 337  
 Peeters, Bert 360  
 Pekár, V. 345  
 Pelt, Jaan 352  
 Pelt, Jaan 254  
 Penrose, Roger 336, 341, 355  
 Penrose, Roger 123, 275, 279  
 Penzias, Arno 351  
 Penzias, Arno 228  
 Peres, A. 354  
 Perini, Romano 360  
 Perkins, D.H. 335  
 Perlman, E. 354  
 Perlmutter, Saul 228, 239, 362  
 Perot, Alfred 133  
 Peters, A. 333  
 Pfister, Herbert 353  
 Philbin, T.G. 349  
 Philpott, R.J. 339  
 Physical Review Letters 180  
 Piper, M.S. 348  
 Piper, M.S. 181  
 Piraino, S. 345  
 Planck, Max 55, 74, 79, 100  
 Planck/ESA 244, 362  
 Platón 247  
 Poincaré, Henri 129, 150, 171  
 Poincaré, Henri 27, 39, 40  
 Poincaré, H. 347  
 Poincaré, Henri 338  
 Possenti, A. 350  
 Pound, R.V. 343  
 Pound, R.V. 133  
 Powell, Richard 226, 230, 362  
 Prabhu, G.M. 336  
 Pradl, O. 333  
 Prakash, A. 354  
 Preston, S. Tolver 338  
 Preston, Tolver 71  
 Pretto, O. De 338  
 Pretto, Olinto De 26, 70, 332  
 Prialnik, D. 351

Prigogine, Ilya 353  
 Primas, L.E. 337  
 Prince, G.E. 357  
 Pritchard, Carol 360  
 Pritchard, D.E. 337  
 Pritchard, David 66  
 Proença, Nuno 360  
 Pryce, M.H.L. 338  
 Purves, William 360

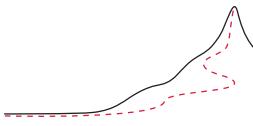
**R**  
 Rahtz, Sebastian 361  
 Rainville, S. 337  
 Rankl, Wolfgang 360  
 Rasio, F.A. 348  
 Rawlinson, A.A. 337, 338  
 Raymond, D.J. 339  
 Readhead, A.C.S. 337  
 Rebka, G.A. 343  
 Rebka, G.A. 133  
 Recami, E. 337  
 Rector, T.A. 225  
 Redondi, Pietro 360  
 Refsdal, S. 352  
 Reinhardt, S. 333  
 Reissner, Hans 273  
 Renn, Jürgen 332  
 Renselle, Doug 360  
 Reppisch, Michael 360  
 Rezzolla, L. 355  
 Ricci-Cubastro, Gregorio  
     life 193  
 Riemann, Bernhard  
     life 206  
 Rindler, Wolfgang 333, 335,  
     336, 341, 342, 348  
 Ritz 331  
 Rivas, Martin 360  
 Robertson, H.P. 235  
 Robertson, S. 349  
 Robertson, Will 361  
 Robinson, D.C. 355  
 Robinson, D.C. 273  
 Rodríguez, L.F. 337  
 Roll, P.G. 345  
 Rømer, Ole C. 330  
 Rosen, N. 347  
 Rosen, Nathan 171  
 Rossi, B. 336

**R****ROTHBART**

- Rothbart, G.B. 334  
 Rothenstein, B. 334  
 Rothman, T. 353  
 Rottmann, K. 339  
 Roukema, B.F. 353  
 Rozental, I.L. 357  
 Ruben, Gary 360  
 Ruder, Hanns 356  
 Rudolph, Peter 360  
 Ruffini, Remo 341–344, 354,  
     355  
 Ruffini, Remo 273  
 Rugel, G. 351  
 Ruggiero, M.L. 339, 347  
 Ruppel, W. 343  
 Russell, Bertrand 79  
 Russo, J.G. 338  
 Rybicki, G.R. 336  
 Römer, Ole 18
- S**  
 Sabbata, V. de 340  
 Sabbata, Venzo de 143, 340  
 Saghian, Damoon 360  
 Salim, J. 349  
 Samuel, S. 347  
 San Agustín 352  
 Santander, M. 348  
 Santangelo, A. 345  
 Sastry, G.P. 336  
 Savage, Craig 361  
 Scarcelli, G. 334  
 Schaefer, B.E. 331  
 Scharmann, Arthur 356  
 Schiller, Britta 360, 361  
 Schiller, Christoph 340  
 Schiller, Christoph 340, 362  
 Schiller, Isabella 360  
 Schiller, Peter 334  
 Schiller, Peter 360  
 Schiller, Stephan 333, 335  
 Schiller, Stephan 37, 360, 361  
 Schmidt, Herbert Kurt 335  
 Schneider, M. 356  
 Schneider, P. 353  
 Schoen, R.M. 340  
 Schramm, Herbert 356  
 Schramm, T. 352  
 Schröder, Ulrich E. 338, 343  
 Schucking, E. 336, 352  
 Schutz, Bernard 342, 348  
 Schwarzschild, Karl 133, 192  
     life 140  
 Schweiker, H. 225  
 Schwinger, Julian 333  
 Schäfer, G. 356  
 Sciama, Dennis 353  
 Scott, David 146  
 Scott, Jonathan 360  
 Searle, Anthony 50  
 Searle, Anthony 361  
 Seeger, A. 334  
 Seidelmann, P. Kenneth 359  
 Seielstad, G.A. 337  
 Selig, Carl 332  
 Seneca, Lucius Annaeus 126,  
     285  
 Sexl, Roman 335, 354, 356  
 Sexl, Roman 290  
 Shapiro, I.I. 346  
 Shapiro, Irwin 346  
 Shapiro, Irwin 160  
 Shaw, R. 336  
 Shea, J.H. 343  
 Sheldon, Eric 335  
 Sheldon, Eric 360  
 Shih, Y. 334  
 Short, J. 358  
 Siart, Uwe 361  
 Sierra, Bert 360  
 Silk, J. 354  
 Sills, K.R. 333  
 Simon, Julia 360  
 Simon, R.S. 337  
 Singh, T.P. 355  
 Singleton, Douglas 360  
 Sitter, W. de 346  
 Sitter, Willem de 240, 331  
 Sitter, Willem de 24  
     life 163  
 Sivaram, C. 340  
 Sivaram, C. 143, 340  
 Slabber, André 360  
 Smale, A.P. 345  
 Smith, J.B. 335  
 Snider, J.L. 343  
 Snyder, Hartland 354  
 Snyder, Hartland 269  
 Soffel, Michael H. 348, 356  
 Soldner, Johann 344  
 Soldner, Johann 146, 157, 158  
 Solomatin, Vitaliy 360  
 Sonoda, D.H. 353, 354  
 Stachel, John 342  
 Stairs, I.H. 348, 350  
 Stark, Johannes 31  
 Stedman, G.E. 335, 358  
 Steinhauer, J. 349  
 Stephenson, G. 338  
 Stephenson, G.J. 337  
 Stilwell, G.R. 333  
 Stocke, J.T. 354  
 Stodolsky, Leo 334  
 Stoney, G.J. 356  
 Story, Don 361  
 Straumann, N. 352  
 Stromberg, Gustaf 350  
 Stromberg, Gustaf 227  
 Su, Y. 345  
 Sudarshan, George 337, 339  
 Supplee, J.M. 336  
 Surdin, Vladimir 360  
 Svensmark, H. 351  
 Synge, J.L. 338  
 Szuszkiewicz, E. 355
- T**  
 Tangen, K. 349  
 Tarko, Vlad 360  
 Tartaglia, A. 347  
 Taylor, B.N. 358  
 Taylor, Edwin F. 333, 339, 341,  
     342, 345, 354  
 Taylor, John R. 358  
 Taylor, Joseph 306, 346, 348  
 Taylor, Joseph 177, 348  
 Tegelaar, Paul 360  
 Tegmark, M. 348  
 termodinámica, segundo  
     principio de la 44  
 Terrell, J. 336  
 Thaler, Jon 360  
 Thies, Ingo 360  
 Thirring, Hans 346  
 Thirring, Hans 164  
 Thomas, Llewellyn 55  
 Thompson, C. 350

- Thompson, J.K. 337
- Thompson, R.C. 337
- Thorndike, E.M. 333
- Thorne, Kip 339, 342, 347
- Thornton, David 360
- Tisserand, F. 346
- Tisserand, Félix 167
- Titov, O. 346
- Tolman, Richard 337, 354
- Torre, C.G. 349
- Torre, C.G. 201
- Torrence, R. 354
- Townsend, P.K. 338
- Townsend, Paul 360
- Trevorrow, Andrew 361
- Trout, Kilgore 257
- Tschira, Klaus 361
- TSR relativity team 361
- Tuinstra, F. 330, 333
- Tuppen, Lawrence 360
- Turner, M.S. 353
  
- U**
- Uguzzoni, Arnaldo 360
- Ulfbeck, Ole 171
- Unruh, William 343
- Unruh, William 131
- Unwin, S.C. 336
- Upright, Craig 361
  
- V**
- Valencia, A. 334
- Vanier, J. 358
- Vannoni, Paul 360
- Vergilius, Publius 154
- Vermeil, H. 348
- Vermeil, H. 185
- Vermeulen, R. 354
- Vessot, R.F.C. 343
- Vessot, R.F.C. 134

- Vestergaard Hau, L. 333
- Voigt, Woldemar
  - life 40
- Volin, Leo 360
- Voltaire 307
- Voss, Herbert 361
  
- W**
- Wagner, William G. 348
- Wald, Robert M. 342, 355
- Walker, A.G. 235
- Walker, Gabriele 351
- Walker, R.C. 337
- Wallin, I. 332
- Wallner, A. 351
- Wambsganss, J. 352
- Wang Lihong 22, 361
- Wang, Y. 348
- Warkentin, John 361
- Washington University at St. Louis 361
- Washington University en St. Louis 22
- Watson, A.A. 357
- Weigert, Alfred 352
- Weinberg, Steven 334, 342, 351
- Weisberg, J.M. 348
- Weiskopf, Daniel 50, 51, 57, 58, 361
- Weiss, Martha 360
- Weizmann, Chaim 156
- Wertheim, Margaret 334
- Wesson, Paul 351
- Wesson, Paul 243
- Wheeler, John 333, 339, 341, 342, 344, 347, 354
  - life 266
- Wheeler, John 288, 356
- Wheeler, John A. 266
- White, Harvey E. 330
  
- Y**
- Yearian, M.R. 334
- Young, Andrew 360
  
- Z**
- Zaccone, Rick 361
- Zalm, Peer 360
- Zedler, Michael 361
- Zeeman, Pieter 37
- Zel'dovich, Yakov 228
- Zensus, J.A. 337
- Zeus 214
- Zhang Yuan Zhong 332
- Zhang, W. 345
- Zhang, W. 152
- Zhao, C. 358
- Zhong, Q. 336
- Zwicky, Fritz 352
- Zwicky, Fritz 254



## SUBJECT INDEX



### Symbols

“boosts” de Lorentz 81  
“jerk” relativista 74  
árbol 68, 89

**A**  
aberración 20  
    constante 19  
aberración 19, 50  
acausales 44  
acción, cuántica,  $\hbar$   
    física y 8  
aceleración propia 74  
aceleración relativista 73  
aceleración uniforme 84  
acoplamiento espín-espín 164  
acreción 277  
adición  
    fuerza 116  
adimensionales 311  
afelio 314  
Agencia Espacial Europea 327  
agorafóbicos 237  
agujero negro 266, 269  
    *see also* radio de Schwarzschild  
    primera ley de 105  
    y fuerza límite 97  
agujero negro de Schwarzschild  
    *see* agujero negro  
agueros negros  
    tabla tipos 277  
agueros negros de Reissner-Nordstrom 273  
Agustín de Hippona 249

aire 251  
Aldebaran 253  
Alnilam 253  
Alnitak 253  
Altair 253  
altavoz 25  
Aluvional 234  
amperio  
    definición 302  
Ángulo de mezcla débil 310  
anomalía Pioneer 208  
antimateria 68, 205, 247  
año luz 313, 315  
Año trópico 313  
Aparece el Homo sapiens. 234  
Aplanamiento terrestre 313  
Apollo 164  
Apolo 318  
aprendizaje  
    el mejor método para el 9  
    sin marcadores 9  
    sin pantallas 9  
arco iris 323  
argumento del agujero 289  
arrastre de los marcos de referencia 160  
astronauta *see* cosmonauta  
astronautas 149  
atmosférica  
    presión 313  
atto 304  
autobús, mejor asiento en un 52

**B**  
B1938+666 254

barco 19  
becquerel 304  
Bellatrix 253  
Betelgeuse 253  
Big Bang 239  
big bang 229, 241  
billar 63  
BIPM 302  
Boltzmann constant  $k$  310  
bomba 65  
boost 41, 103  
    y límite de fuerza 113  
bradiones 68  
Brans-Dicke ‘theory’ 209

**C**  
caballo de fuerza  
    máximo valor de 98  
caen 153  
caída libre 130  
caja 92  
calidoscopio 257  
Cambrian 233  
campo gravitomagnético 169  
campo inflatón 258  
candela  
    definición 303  
Canopus 253  
Carbonífero 233  
carga  
    elemental  $e$ , física y 8  
    positrón o electrón, valor de 310  
Carga del positrón  
    valor de 310  
Carga específica del positrón

# C

## CARRO

372

312  
carro con orientación sur 207  
causa y efecto 42  
causalidad y velocidad  
máxima 43  
Cenozoica 234  
centí 304  
centro de masas 69  
cepillo de dientes 25  
CERN 332  
cesped 40  
CGPM 303  
chorros 219  
ciencia-ficción 65  
cinta transportadora 132  
CLoo24+1654 255  
claustrofóbicos 237  
Cluster globular 221  
colapsan 278  
colapsares 268  
colchón 138, 174, 175  
colisión 67  
collar de perlas 51  
cometas 220  
Comisión Internacional de  
Estratigrafía 235  
composición de  
aceleraciones, teorema 87  
concepto límite 280  
condición de energía débil 150  
condiciones iniciales 250  
Conductancia cuántica 312  
conexión causal 43  
Conferencia General de Pesas  
y Medidas 306  
conjetura cósmica 122  
cono de luz del futuro 43  
cono de luz del pasado 43  
constancia de la velocidad de  
la luz 81  
constante  
cosmológica *see* constante  
cosmológica  
constante cosmológica 194,  
197, 201, 203, 246, 248, 298  
Constante de acoplamiento  
de Fermi 310  
Constante de acoplamiento  
fuerte 310

Constante de acoplamiento  
gravitacional 310  
constante de Boltzmann 55  
constante de Boltzmann  $k$   
física y 8  
Constante de desplazamiento  
de Wien 313  
Constante de estructura fina  
310  
constante de Hubble 227  
Constante de Planck  
valor de 310  
Constante de Rydberg 312  
Constante de  
Stefan-Boltzmann 313  
Constante gravitacional  
heliocéntrica 314  
Constante gravitacional G 310  
constante gravitacional G  
*see also* fuerza límite,  
máxima, *see also* potencia,  
límite superior  
es constante 123  
física, 8  
Constante gravitacional  
geocéntrica 313  
constantes  
tabla de astronomía 313  
tabla de cosmología 315  
constelación de colores 252  
contenedor 42  
contracción 194, 208  
contracción de longitudes 49,  
50  
contracción relativista 40  
convención espacial 72  
convención temporal 72  
coraje 27  
corrección relativista 40  
corrimiento al azul 31  
corrimiento al rojo 31, 32, 264  
coseno hiperbólico 86  
cosmonauta 149  
cosmonautas 38  
cost. conversión bit a entropía  
313  
Costante de Faraday 312  
Costante universal de los  
gases 312  
coulomb 304  
covarianza general 201  
creation 250  
cuanto de acción  
valor 310  
cuanto de acción 79  
Cuento de circulación 312  
cuarta dimensión 41  
Cuaternario 234  
cubo  
de Bronstein 8  
de la física 8  
cubo de Bronstein 8  
cubo de la física 8  
cuerpo rígido 92  
cuerpo sólido 92  
cuerpos rígidos, no existen en  
la naturaleza 92  
curvatura 141  
*see also* espacio-tiempo  
curvatura gaussiana 186  
curvatura media 194  
Cygnus X-1 278  
cálculo k 29

**D**  
dacaimiento alfa 227  
deca 304  
deci 304  
defecto de masa, medida 66  
defecto químico de masa 65  
deforma 172  
degree Celsius 304  
desafíos  
clasificación de los 9  
desigualdad de Penrose 122  
desplazamiento gravitatorio  
253  
desviación estándar 307  
desviación geodésica 207  
Devoniano 233  
día  
sideral 313  
unidad de tiempo 304  
diagrama  
Hertzsprung–Russell 229  
dientes 279  
difeomorfismo 201  
dilataciones 80

# D

## DIMENSION

- Dimensión  
de la Vía Láctea 314
- dislocaciones 33
- distancia propia 72
- distancias en varas 83
- distribución gaussiana 307
- DNA 307
- dominio de la materia 232
- donación  
para este libro 10
- Doppler 252
- Draconis, gamma 19
- E**
- ecuación  
del horizonte 105
- ecuación del horizonte  
general 106
- Ecuaciones de campo de  
Einstein  
*see* ecuaciones de campo
- Edad  
de la Vía Láctea 314
- Edad del Sol 314
- edad del universo 70
- efecto centrífugo 281
- efecto Doppler 30, 50
- efecto foco 50
- efecto geodésico 164
- efecto Lense-Thirring 272
- efecto Mössbauer 133
- efecto Nordtvedt 123, 356
- efecto rejuvenecedor 47
- efecto Thirring 164
- efecto Thirring-Lense 164
- efecto Unruh *see* efecto  
Fulling-Davies-Unruh
- efectos de marea 136, 189, 207,  
271
- Einstein 288
- Einstein-Cartan 300
- El intento de divergencia 114
- El intento del funicular 116
- electrón  
factor-g 312  
masa 310
- Electron-volt  
valor 313
- electrón 16
- electrón, tamaño 93
- ellipse 162
- en todas las direcciones 262
- Enanas blancas 221
- Enanas marrones 221
- energía  
oscura *see* constante  
cosmológica
- energía del universo 258
- energía gravitacional 196
- Energía oscura 222
- energía oscura *see* constante  
cosmológica, 294, 298
- energía-cantidad de  
movimiento 107
- energía 64
- energía cinética relativista 65,  
75
- energía desconocida 65
- energía en reposo 66
- energía libre 65
- energía oscura 65
- energía potencial 75
- energía potencial en  
relatividad 75
- energía relativista potencial 75
- enseñanza  
el mejor método para la 10
- entropía 259
- envejecimiento máximo 80
- Eocene 234
- época GUT 232
- equivalencia entre masa y  
energía 65
- era glacial 234
- ergosfera 274, 275
- escala de Planck  
*see also* unidades de  
Planck
- escalar de Ricci 191, 194
- espacio  
como material elástico 109  
desgarramiento 110
- espacio absoluto 38
- espacio-tiempo *see also*  
curvatura, 41, 147  
desgarramiento 123
- espacio-tiempo de  
Minkowski 41
- estalactita 97
- estalagmitas 20
- estallidos de rayos gamma 265
- estereorradián 303
- estrella, medida de velocidad  
32
- estrellas  
clases 253  
dobles 24
- éter  
y relatividad general 109
- eventos 41
- Exa 304
- excentricidad 162
- excéntricos 290
- experimentos pensados 113
- explosiones de rayos 256
- F**
- factor de dilatación 40
- factor de dilatación temporal  
29
- factor de escala 80, 236, 243
- farad 304
- femto 304
- física  
mapa de la 8
- física cuántica 287, 301
- flujo de tiempo 290
- Flujo magnético cuántico 312
- fondo 42
- forma 49
- forma de roseta 270
- Formación de galaxias 232
- fotón  
masa 311  
número densidad 316
- Franz Aichinger 360
- Frecuencia ciclotrón del  
electrón 312
- fuente de luz  
movimiento 24
- fuerza 203  
definición 99  
es relativa 111  
horizonte 104  
máxima *see* fuerza límite,  
máxima  
máxima, condiciones 110

Planck *see* fuerza límite, máxima  
 fuerza de Planck 100  
 Fuerza de Planck  $c^4/4G$   
*see* límite de fuera, máxima  
 fuerza del horizonte 104  
 fuerza límite 98  
 fuerza máxima  
*see* fuerza límite, máxima  
 como unidad de medida 100  
 experimentos 103  
 implica horizontes 103  
 oculta 120  
 principio 97  
 serie de argumentos 98  
 tabla de lógica 99  
 valor 97  
 fórmula de composición de velocidades 36

**G**  
 galaxia 213, 262  
 Galilean satellites 18  
 gamma-ray bursts 220  
 Gary Gibbons 116  
 general relativity  
*see also* field equations  
 genio 26, 143  
 geocaching 152  
 geometrodynamic clock 288  
 Giga 304  
 gluon 311  
 Gondwana 233  
 grabación musical 53  
 grado  
     unidad de angulos 304  
 gran colchón 171  
 gravedad *see* gravitación, 121  
     débil 156  
 Gravedad superficial del Sol 314  
 gravedad universal 169  
 gravitación *see also*  
     gravitación universal  
*see also* relatividad general,  
 gravedad cuántica  
 como mecanismo de

frenado 101  
 fotografías de efectos 97  
 gravitación, universal *see*  
     gravitación universal  
 gravitodinámica 173  
 gravitones 180  
 gravity 131  
 Gravity Probe B 167  
 gray 304  
 grupo conformal 81

**H**  
 hecto 304  
 helio 16, 232, 248  
 henry 304  
 hertz 304  
 hidrógeno 232  
 hipérbolas 270  
 hipersuperficie 82  
 Hollywood, películas 80  
 Holoceno 234  
 Homo sapiens sapiens 234  
 hongos 233  
 hora 304  
 horizonte 227, 268, 269  
*see also* agujero negro  
     flujo de energía 104  
     fuerza 108  
     límite 108  
     mecánica 104  
     potencia 108  
     primera ley de 105  
     y aceleración 111  
 horizonte de eventos 88  
 horizontes 96  
     y fuerza máxima 103  
 hyperbola 162  
 hypernova 220

**I**  
 Ícaro 163  
 Identidad de masa  
     gravitacional e inercial 198  
 impacto 67  
 incandescencia 251  
 incertidumbre, relación  
     relativista 92  
 incorrecta 26  
 inercial 38

Inflación 232  
 inflación 258, 298  
 intento  
     de la frenada 112  
 intento de la fuerza bruta 111  
 interferogram 318  
 interferómetros de anillo 306  
 interferómetro 37  
 intervalo espacio-temporal 41  
 invariancia  
     de la velocidad de la luz 23–25  
 invariancia conformal 81  
 invariancia del difeomorfismo 289  
 invariancia por  
     difeomorfismo 285, 290  
 Invariante Jarlskog 310  
 inversión 80  
 Io 18  
 irreducible 276

**J**  
 John Barrow 116  
 joule 304  
 Jupiter  
     propiedades 314  
 justo por debajo 117

**K**  
 kelvin  
     definición 302  
 kilo 304  
 kilogramo  
     definición 302  
 Klitzing, von constante 312

**L**  
 La hipótesis de la Tierra hueca 290  
 La prueba del agujero negro 118  
 La tentativa de la cuerda 112  
 La tentativa de la montaña 117  
 La tentativa del boost 113  
 LAGEOS 346  
 lagrangiano 147  
 lámparas  
     paradoja 119

- Large Electron Positron ring 33  
las ondas de gravedad 171  
Laurasia 233  
leche 22, 214  
lente gravitacional 254  
LEP 33  
ley de la vagancia cósmica 79  
límite estático 274  
límites  
    precisión *see* precisión  
líneas de Fraunhofer 133  
Linux 21  
líquido 196  
litro 304  
lluvia 20  
Longitud de onda Compton 312  
Longitud de Planck  
    *see also* escalas de Planck,  
    energía de Planck  
longitud de Planck 287  
Longitud gravitacional de la Tierra 313  
longitud natural de Planck 287  
longitud propia 48  
lumen 304  
Luminosidad del Sol 314  
Luna  
    densidad 314  
    propiedades 313  
Lunokhod 164, 318  
lux 304  
luz 30  
    luz masiva 30  
    luz, aceleración de 30  
    luz, la imparable 30  
    luz, modos de polarización longitudinales 30  
Lyman- $\alpha$  319  
línea del universo 43
- M**  
M31 211  
M51 215  
magnetares 222  
Magnetón de Bohr 312  
Magnetón nuclear 312
- mano 68  
marcador  
    malo para el aprendizaje 9  
marcha olímpica 52  
marco de arrastre 164, 169  
marcos de ventana 52  
mareas 181  
Marte 163, 306  
Masa  
    de la Vía Láctea 314  
masa  
    flujo máximo 98  
    máxima tasa de cambio 98  
    Tierra 313  
Masa bosón W 311  
Masa bosón Z 311  
Masa de Higgs 311  
Masa de muón 310  
Masa del Sol 314  
masa en reposo 75  
masa imaginaria 68  
Masa quark bottom 311  
Masa quark down 310  
Masa quark encanto 310  
Masa quark extraño 310  
Masa quark top 311  
Masa quark up 310  
masa relativista 75  
Masa Tau 310  
masa, centro de 69  
máser 134  
Materia oscura 222  
materia oscura 65, 254, 278, 293, 298, 300  
Matriz de mezcla de quark CKM 310  
máxima potencia  
    principio 97  
maximum force  
    experiments 102  
maximum power  
    experiments 102  
mayor 64  
medición  
    precisión *see* precisión  
medidas de velocidad 81  
Mega 304  
megaparsec 227  
Megrez 253
- memoria 44  
Meteoritos 220  
métrica de Schwarzschild 140,  
    269  
metro  
    definición 302  
micro 304  
mili 304  
Minion Math font 361  
Mintaka 253  
minute 304  
minuto 304  
Mioceno 234  
módulo de cizalladura 109  
molécula 150  
momenergía 74  
momento 74  
momento angular como tensor 78  
Momento magnético electrón 312  
Momento magnético muón 312  
momento relativista 63  
montaña 68  
moons, Galilean 18  
Motion Mountain  
    ayuda al proyecto 10  
    soporte del proyecto 10  
motocicleta 92  
motor 25  
    máxima potencia de 101  
motor, eléctrico  
    y velocidad de la luz,  
        invariancia 25  
movimiento  
    ideal 16  
        no perturbado 16  
movimiento de sombras 53  
movimiento hiperbólico 85  
movimiento imparable, es decir, luz 30  
movimiento lento 70  
movimiento microscópico 297  
movimiento más rápido que la luz en un sistema acelerado 90  
movimiento no existe 42

# M

## MOVIMIENTO

376

SUBJECT INDEX

- movimiento superlumínico 53  
muerte 20  
mujer 273  
mujeres 34  
muón  
    factor-g 312  
máquina del tiempo 46  
más rápido que la luz, en  
    colisiones 68  
métrica 72, 79
- N**  
nano 304  
NASA 306  
navegar 19  
nebulosa de Andrómeda 227  
nebulosa Tarántula 212  
Neogeno 234  
neutrino 35, 79  
    masas 310  
neutrón  
    longitud de onda  
    Compton 313  
    masa 311  
    momento magnético 313  
New Galactic Catalogue 215  
newton 304  
NGC 205 215  
nova 220, 229  
nube 271  
nube de Magallanes 212  
nuclei 232  
núcleo activo galáctico 265  
Nucleosíntesis 232  
nulo 43  
Número de Avogadro 312  
Número de Loschmidt 312  
Número densidad bariones  
    316  
número imaginario 68
- O**  
Objeto Messier 211  
objetos reales 68  
objetos virtuales 68  
odómetro 72  
ohm 304  
ojo de gato  
    *see also* retroreflectores
- Olbers 243  
Oleoceno 234  
Oligoceno 234  
onda de gravedad plana 174  
ondas en relatividad 78  
ondas gravitacionales 171  
    no planas 123  
ondas sonoras 32  
órbitas 204  
orden parcial 43  
Ordovicio 233  
Orión 252  
Orion 67  
oscuridad 53  
Oxford 293
- P**  
Paleogeno 234  
Pangea 233  
par de fuerzas 170  
parábola 162  
parábolas 270  
paradoja  
    acerca de la potencia  
    máxima 116  
paradoja de Ehrenfest 77  
paradoja de los gemelos 45  
paradoja de los relojes 45  
paradoja de Olbers 124  
paradoja del agujero 289  
paradoja del collar de perlas  
    51  
paradoja Ehrenfest 324  
paraguas 19  
Parámetro de Hubble 315  
parámetro de impacto 158  
parsec 313  
partículas masivas 30  
partícula ultrarelativista 75  
pascal 304  
patrocinador  
    de este libro 10  
pelota de tenis 113  
péndulo oscilante de Foucault  
    164  
perihelio 162, 314  
Permico 233  
pero no demasiado pequeños  
    271
- pesar la luz 66  
peso 153  
Peta 304  
pico 304  
piedra 68, 268  
piedras 144  
Pleistoceno 234  
Plioceno 234  
Polo Norte 136, 249  
polvo de estrellas 235  
postulados de la relatividad  
    general 143  
potencia 76  
    máxima, condiciones 110  
potencia máxima  
    experimentos 103  
    valor 97  
    y escapes 101  
Poynting 176  
precesión de Thomas 164  
precesión de Thomas 55  
precisión 34  
prefijos 304  
    SI, tabla 304  
prefijos, SI 304  
presente 43  
Presión inferior en la  
    fotosfera del Sol 314  
Príncipe, island of 343  
principio  
    de correspondencia 198  
    de covarianza general 198  
    de equivalencia 198  
    de fuerza máxima *see*  
    fuera límite, máxima  
    de relatividad general 198  
    del acoplamiento mínimo  
    198  
principio cosmológico 227  
principio de la relatividad 39  
Principio de Mach 198  
principio de Mach 261  
prisa 79  
procesos químicos 66  
Procyon 253  
protón  
    carga específica 312  
    factor-g 312  
    Longitud de onda 312

**P**

PSR 1913+16

- masa 311  
 momento magnético 312  
 razón giromagnética 312  
 PSR 1913+16 170, 177  
 puerta, sensor 32  
 pulsar 214  
     Crab nebula 24
- Q**  
 Q0957+561 254  
 quark  
     Matriz de mezcla 310  
 quasar 53, 230, 277
- R**  
 radar 32  
 radiación 16  
     y límite de fuerza 113  
 radiación cósmica de fondo 241, 247  
 radiación de fondo térmica 248  
 radiación del cuerpo negro 228, 251  
 radiación Unruh *see* efecto Fulling–Davies–Unruh  
 radiación 94  
 radiación cósmica 46  
 radián 303  
 Radio clásico del electrón 312  
 Radio de Bohr 312  
 radio de Schwarzschild 140,  
     266  
     *see also* agujero negro  
 Radio ecuatorial de la Tierra 313  
 radio irreducible 276  
 ráfagas  
     de rayos  $\gamma$  24  
 rapidez 36  
 rayos 16  
     rayos catódicos 16  
     rayos cósmicos 70  
     rayos de canal 16  
     rayos infrarrojos 16  
     rayos ultravioletas 16  
     rayos  $\alpha$  16  
     rayos  $\beta$  16  
     rayos  $\gamma$  16
- rayos X 16  
 Razón de frecuencia de Josephson 312  
 Razón de masa  
     muón-electrón 312  
     neutrón-electrón 312  
     neutrón-protón 313  
     protón-electrón 312  
 Recombinación 232  
 rectilíneo 85  
 rectitud 16  
 Regulus 253  
 relación de dispersión 174  
 relación de Kepler 176  
 relación giromagnética 282  
 relatividad  
     especial *see* relatividad especial  
     especial, 23  
     general *see* relatividad general  
     relatividad especial 23, 27  
     relatividad general 27  
         lógica de 98  
         principio único 97  
         tabla de lógica 99  
     relatividad general en un párrafo 190  
 reloj, sincronización de 28, 33  
 relámpago 23  
 reposo 130  
     definición 129  
 rest 130  
 retroreflectores  
     *see also* ojo de gato  
 Rigel 253  
 rigidez 49
- S**  
 sacacorchos 175  
 Saiph 253  
 satélite  
     Helios II 20  
 Saturno 97  
 satélites galileanos 18  
 satélites Helios II 20  
 secante hiperbólica 88  
 secciones cónicas 162  
 segunda 304  
 segundo
- definición 302  
 semieje mayor 162  
 seno hiperbólico 86  
 Servicio Internacional sobre la Rotación de la Tierra 305  
 SI 302  
     prefijos  
     tabla de 304  
 siemens 304  
 sievert 304  
 silla como máquina del tiempo 46  
 Siluriano 233  
 símbolos de Christoffel 205  
 simetría de Lorentz  
     *see* invariancia de Lorentz  
 simetría de inversión 81  
 sincronización de relojes 28,  
     33  
 singularidades 122  
 Sirius 253, 343  
 sistema de referencia 84  
 sistema de referencia acelerado 84  
 Sistema Geodésico Mundial 315  
 sistema inercial 83  
 sistema inercial de referencia 38  
 sistema rígido de coordenadas 84  
 sistemas materiales 94  
 smartphone  
     malo para el aprendizaje 9  
 Sobral, island of 343  
 Sol  
     distancia al 20  
 sombra 16  
 sombra, velocidad de la 52  
 sombras 53  
 sombras y radiación 16  
 sombras, velocidad de 23  
 sombras, velocidad de las 33  
 squark 360  
 star  
     and soul 231  
     colour, table of 253  
 straightness

**S****SUBMARINO**

figure puzzle on checking it 17  
 submarino relativista 50  
 Sun 253  
 superficie física 100  
 supernova 212, 220  
 soporte este libro 10  
 sólido, aceleración y longitud límite 92  
 sólidos 92

**T**  
 tamaño del electrón 93  
 tangente hiperbólica 88  
 taquiones 68, 94  
 taquíon 54, 68  
 taquíon, masa 68  
 teletransportación 61  
 televisión 34  
 Temperatura del fondo de microondas 316  
 temperatura relativista 55  
 tennis y velocidad de la luz 23  
 tensión 140  
 tensor Ricci 107  
 tensor de Ricci 193  
 tensor de curvatura de Riemann 206  
 tensor de curvatura de Riemann-Christoffel 206  
 tensor de Einstein 194  
 tensor de Ricci 107, 193  
 teorema de composición de aceleraciones 87  
 teoría de la relatividad 27  
 Tera 304  
 Terciario 234  
 tesla 304  
 tetraaceleración 73  
 tetracoordenadas 41, 71  
 tetramomento 74  
 tetravector energía-momento 74  
 tetravelocidad 73

textos escritos 234  
 Thirring-Lense 164  
 tiempo 43 frenado 112  
 tiempo 'de reloj' 42  
 tiempo absoluto 38  
 tiempo de reloj de muñeca 139  
 tiempo dinámico baricéntrico 151  
 tiempo dinámico terrestre 150  
 tiempo propio 42, 73  
 tiempo universal Coordinado 150  
 Tierra densidad media 313  
 edad 313  
 gravedad normal de la 313  
 radio 313  
 Tierra, contracción de longitud 49  
 tijeras 52  
 tipo espacial 43, 72  
 tipo luz 43  
 tipo temporal 43, 72  
 TNT contenido energía 313  
 tonelada 304  
 trampas de Penning 66  
 transformación see transformación de Lorentz  
 transformaciones conformales 80  
 transformaciones conformales especiales 80  
 transformación conformal 51  
 translación 80  
 trasformaciones de Lorentz del espacio y el tiempo 40  
 trayectoria de rosetas 162  
 tren 131  
 Támesis 19  
 túnel 53

**U**  
 udeko 304  
 Udektá 304  
 ultrarelativista 75  
 unidad astronómica 315  
 Unidad de masa atómica 311  
 unidades 302

unidades básicas 302  
 Unión Astronómica Internacional 315  
 universo 262  
 universo, edad de 70  
 UNIX 21  
 UTC 150

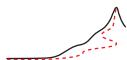
**V**  
 vacío *see also* espacio Resistencia onda 312  
 vacío 81  
 valla 40  
 valor de Planck *see* unidades de Planck, *see also* unidades naturales  
 variables Ashtekar 298  
 varianza 307  
 variedad 41 *see also* espacio, espacio-tiempo  
 variedad Riemanniana 206  
 vectores nulos 72, 73  
 velocidad de la luz c  
 física y 8  
 velocidad de escape 265  
 velocidad de la luz efectos sobre una viga de faro 22  
 figura de la medición de Römer 18  
 independiente de la frecuencia 24  
 invariancia 23–25  
 valor 20  
 velocidad de la luz, teorías en las que cambia 94  
 velocidad de la oscuridad 53  
 velocidad de las ondas gravitacionales 174  
 velocidad de Planck c *see* velocidad de la luz c  
 velocidad del sonido, valores 91  
 velocidad es relativa 111  
 velocidad máxima *see also* velocidad de la luz c, velocidad límite

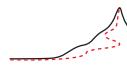
velocidad mayor que la de la luz [76](#)  
 velocidad perfecta [17](#)  
 velocidad propia [44](#)  
 velocidad relativista [73](#)  
 velocidad, propia [44](#)  
 vendeko [304](#)  
 Vendekta [304](#)  
 Venus [163](#)  
 Vía Láctea [211](#)  
 viajar al pasado [44](#)  
 viajar más rápido que la luz [149](#)  
 viajar por el tiempo hacia el

futuro [45](#)  
 vídeo  
     malo para el aprendizaje [9](#)  
 viejo sabio [79](#)  
 Volkswagen [185](#)  
 volt [304](#)  
 volumen molar [312](#)  
**W**  
 watt [304](#)  
 weber [304](#)  
 weko [304](#)  
 Wekta [304](#)  
 WMAP [125](#)

**X**  
 xenno [304](#)  
 Xenta [304](#)  
**Y**  
 y las condiciones iniciales [232](#)  
 yocto [304](#)  
 Yotta [304](#)  
 Yucatán [234](#)

**Z**  
 zepto [304](#)  
 Zetta [304](#)

**V****VELOCIDAD**



# LA MONTAÑA DEL MOVIMIENTO

## La Aventura de la Física – Vol. II

### Relatividad y Cosmología

¿Cuál es el viaje más fantástico posible?  
¿Son las sombras más veloces que la luz?  
¿Se puede acelerar la luz?  
¿Cómo se curva el espacio vacío y cómo lo medimos?  
¿Qué tan rígido es el espacio vacío?  
¿Qué son los agujeros negros?  
¿Qué podemos ver y descubrir con los mejores telescopios?  
¿Cuál es la historia del universo?  
¿Cuáles son los valores máximos de fuerza y potencia en la naturaleza?



Respondiendo a estas y otras preguntas sobre el movimiento,  
estas series proporcionan entretenimiento y dan un nuevo giro  
a la introducción de la física moderna -un giro que supone una sorpresa y un desafío en cada página-.  
Partiendo de la vida cotidiana, la aventura proporciona un resumen de los modernos resultados de la mecánica, el calor, el electromagnetismo, la relatividad, la física cuántica y la unificación.

Christoph Schiller, PhD Université Libre de Bruxelles, es físico y un divulgador de la física. Escribió este libro para sus hijos y para todos los estudiantes, profesores y lectores interesados en la física, la ciencia del movimiento.

