Christoph Schiller
Traducido por Jerónimo Hurtado Pérez y Enrique Ynfante Milá

LA MONTAÑA DEL MOVIMIENTO

LA AVENTURA DE LA FÍSICA – VOL.I

CAÍDA, FLUJO Y CALOR

Christoph Schiller

Traducido por Jerónimo Hurtado Pérez

y Enrique Ynfante Milá

La Montaña del Movimiento

La aventura de la física

Volumen I

Caída, flujo y calor

Edición 31, disponibilidad libre en formato pdf
con películas en www.motionmountain.net

Editio trigesima prima.

Proprietas scriptoris © Chrestophori Schiller
primo anno Olympiadis trigesimae secundae.

Omnia proprietatis iura reservantur et vindicantur.
Imitatio prohibita sine auctoris permissione.
Non licet pecuniam expetere pro aliqua, quae
partem horum verborum continet; liber
pro omnibus semper gratuitus erat et manet.

Trigésima primera edición.

Copyright © 1990–2022 de Christoph Schiller,
desde el tercer año de la vigésima cuarta Olimpiada
hasta el primer año de la trigésima segunda Olimpiada.

Este fichero pdf ha obtenido licencia bajo la "Creative Commons
Attribution-Noncommercial-No Derivative Works 3.0 Germany
Licence", cuyo texto completo se puede encontrar en la página web
creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de,
con la restricción adicional de que la reproducción, distribución y uso,
en todo o en parte, de *cualquier* producto o servicio, ya fuera
comercial o no, no está permitida sin el consentimiento escrito del
propietario del copyright. El fichero pdf fue y así permanece libre para
que todo el mundo pueda leerlo, almacenarlo e imprimirlo para uso personal
y distribuirlo electrónicamente, pero únicamente sin modificación
alguna y solamente de manera no lucrativa.

Para Britta, Esther y Justus Aaron

τῷ ἐμοὶ δαίμονι

Die Menschen stärken, die Sachen klären.

Prefacio

Primum movere, deinde docere.*

Antigüedad

Este libro está escrito para cualquiera que tenga curiosidad sobre la naturaleza. ¿De qué depende el movimiento de las personas, los animales, las imágenes y el espacio vacío?. La respuesta nos conduce a muchas aventuras; este volumen presenta las mejores de ellas sobre el *movimiento cotidiano*. La observación cuidadosa del movimiento de todos los días nos permite extraer seis afirmaciones esenciales: el movimiento cotidiano es continuo, conservativo, relativo, reversible, invariante por reflexión y perezoso. Sí, la naturaleza es verdaderamente perezosa: en cada uno de sus movimientos, minimiza el cambio. Este texto explora cómo se extraen estos seis resultados y cómo encajan todas las observaciones que parecen contradecirlas.

En la estructura de la física moderna, cuya representación se muestra en la Figura 1, los resultados sobre el movimiento cotidiano forman la mayor parte del punto de partida de la parte inferior. El presente volumen -el primero de una colección de seis volúmenes sobre una visión general de la física. Es el resultado de una triple aspiración que yo he perseguido desde 1990: presentar el movimiento de una manera que sea sencilla, actualizada y cautivadora.

Con el fin de ser *sencillo*, el texto se centra en conceptos, mientras mantiene el uso de las matemáticas en el mínimo necesario. La comprensión de los conceptos de la física tiene prioridad sobre el uso de fórmulas en los cálculos. Todo el texto se encuentra dentro del alcance de un estudiante del primer nivel universitario.

Con el fin de estar *actualizado*, el texto se enriquece con muchas joyas - tanto teóricas como empíricas - que se encuentran dispersas a lo largo de la literatura científica.

Con el fin de ser *cautivador*, es decir para motivar, el texto intenta sorprender al lector tanto como sea posible. La lectura de un libro de física general debe ser como ir a un espectáculo de magia. Miramos, nos sorprende, no creemos a nuestros ojos, pensamos, y finalmente entendemos el truco. Cuando nos fijamos en la naturaleza, a menudo tenemos la misma sensación. De hecho, cada página presenta por lo menos una sorpresa o una provocación que ponga a prueba la sagacidad del lector. Se proponen numerosos desafíos interesantes.

El lema del texto, *die Menschen stärken, die Sachen klären*, una frase famosa en pedagogía, se traduce como: 'Para fortalecer a los hombres, aclarar las cosas'. Aclarar las

* 'Primero motivar, después enseñar.' En las lenguas modernas, a la cualidad de *mover* (el corazón) se llama *motivación*; ambas palabras se derivan del mismo origen latino.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

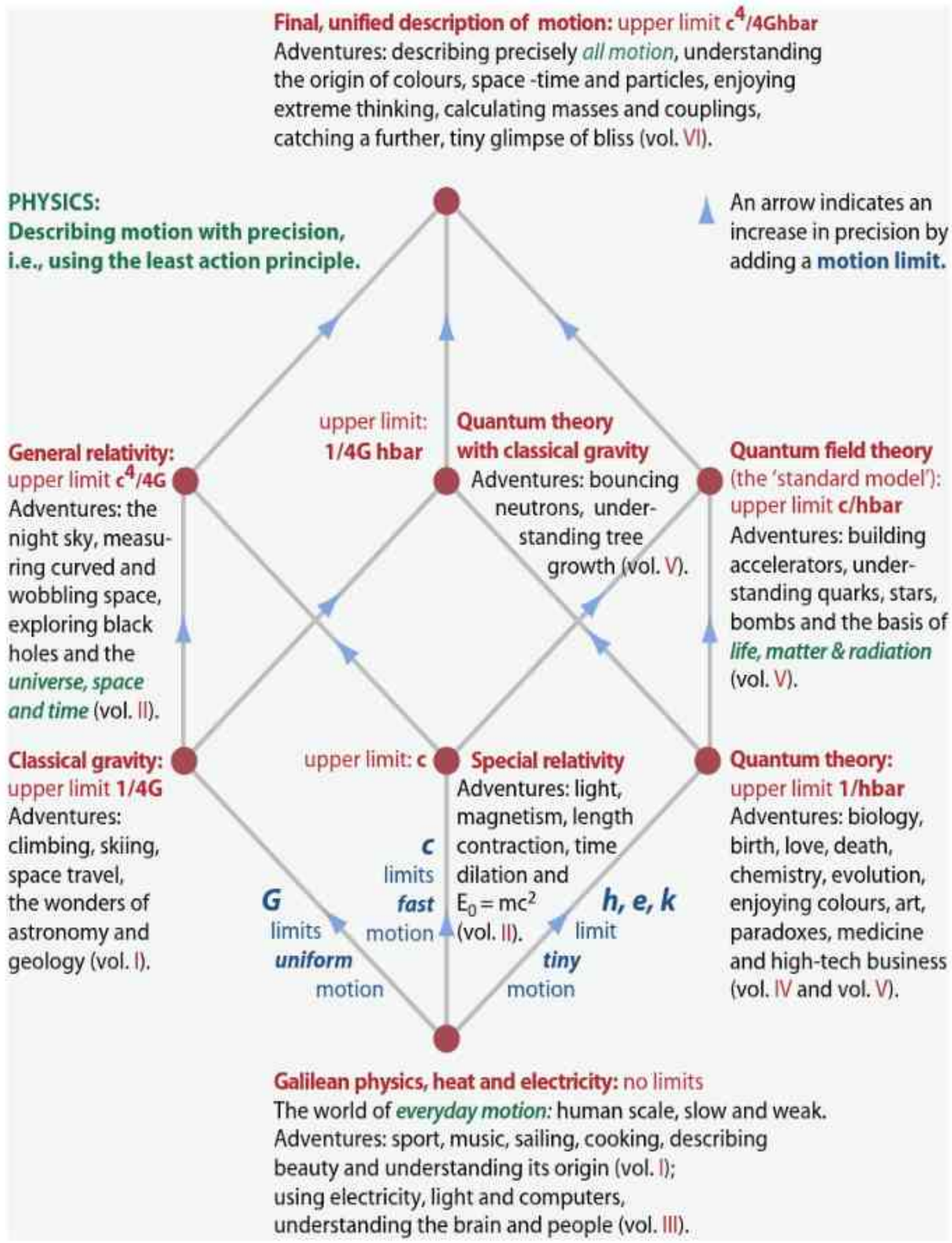


FIGURA 1 Un mapa completo de la física, la ciencia del movimiento, como propuso por primera vez Matvei Bronshtein (b. 1907 Vinnytsia, d. 1938 Leningrad). El cubo de Bronshtein empieza por la parte inferior con el movimiento cotidiano y muestra las conexiones con los campos de la física moderna. Con cada conexión se aumenta la precisión en la descripción y se debe a un límite del movimiento que debe ser tenido en cuenta. Los límites viene dados para el movimiento uniforme por la constante gravitacional G, y para los movimientos diminutos por la constante de Planck h, la carga elemental e y la constante de Boltzmann k.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

cosas – y adherirse sólo a la verdad – requiere coraje, ya que el cambio de los hábitos de pensamiento produce miedo, a menudo oculto tras la ira. Pero mediante la superación de los miedos, nos volvemos más fuertes. Y experimentamos emociones intensas y hermosas. Todas las grandes aventuras de la vida permiten esto, y la exploración de movimiento es una de ellas. Que lo disfruten!

Christoph Schiller

Utilización de este libro

La notas al margen remiten a referencias bibliográficas, a otras páginas o a las soluciones de los desafíos. En la edición en color, las notas marginales que hacen referencia a pies de página y los punteros a sitios web, han sido mecanografiados en verde. Con el tiempo, los enlaces de Internet tienden a desaparecer. La mayoría de ellos pueden ser recuperados vía www.archive.org, la cual guarda una copia de viejas páginas de Internet-. En la edición libre pdf de este libro, disponible en www.motionmountain.net, en todos los punteros verdes y enlaces se pueden hacer click para tener acceso al asunto. La edición pdf también contiene todas las películas; éstas pueden ser visualizadas directamente en Adobe Reader.

Las soluciones y consejos para los *desafíos* se presentan en el apéndice. Los Desafíos se clasifican como fácil (e), nivel de estudiante estándar (s), difícil (d) y nivel de investigación (r). Los Desafíos para los que no hay solución todavía, se han incluido, no obstante, en el libro, y están marcados (ny).

Consejo para los alumnos

El aprendizaje nos permite descubrir qué tipo de persona podemos ser. El aprendizaje amplia el conocimiento, mejora la inteligencia y nos proporciona un sentimiento de logro. Por tanto, un libro para aprender, especialmente uno sobre la naturaleza, debería resultar eficiente y agradable. ¡Evite los malos métodos de aprendizaje como si fuera la peste!. No utilice un marcador o un lápiz para resaltar o subrayar el texto sobre el papel. Es una pérdida de tiempo, proporciona un falso confort y vuelve el texto ilegible. Y nunca aprenda de una pantalla. En particular, nunca, jamás, aprenda de Internet, de vídeos, de juegos o de un smartphone. La mayor parte de Internet, casi todos los vídeos y todos los juegos son veneno y drogas para el cerebro. Los smartphone son dispensadores de drogas que crean adicción en la gente e impiden el aprendizaje. Nadie poniendo marcas sobre un papel o mirando una pantalla está aprendiendo de manera eficiente o está disfrutando haciendo eso.

De mi experiencia como estudiante y profesor, un método de aprendizaje que nunca fallaba para transformar alumnos sin éxito en los más exitosos concluí: si usted lee un libro para estudiar, resuma cada sección que haya leído, *con sus propias palabras e imágenes, en voz alta*. Si usted es incapaz de hacerlo, lea la sección de nuevo. Repita esto hasta que pueda resumir con claridad lo que lee con sus propias palabras e imágenes en voz alta. ¡Y *disfrute* la narración en voz alta!. Usted puede hacer esto solo o con amigos, en una habitación o mientras camina. Si hace esto con todo lo que lee, usted reducirá el tiempo de aprendizaje y de lectura de manera significativa; disfrutará aprendiendo de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

buenos textos mucho más y odiará los malos textos mucho menos. Los expertos del método pueden utilizarlo incluso mientras escuchan una conferencia, en voz baja, evitando así tener que tomar notas siempre.

Consejo para los profesores

A un profesor le gustan sus alumnos y le gusta guiarlos en la exploración del campo de conocimiento que han elegido. Su entusiasmo por el trabajo es la clave para la satisfacción en el trabajo. Si usted es un enseñante, antes del inicio de una lección, imagine, sienta y dígase a sí mismo cómo es su forma de disfrutar el tema de la lección; a continuación, imagine, sienta y dígase a sí mismo cómo va a llevar a cada uno de sus alumnos a deleitarse con ese tema tanto como lo hace usted. Haga este ejercicio de forma consciente, cada vez. Va a minimizar problemas en su clase y maximizar su éxito en la enseñanza.

Este libro no está escrito con los exámenes en la mente; está escrito para que los profesores y estudiantes *entiendan* y *disfruten* de la física, la ciencia del movimiento.

Valoración y/o comentarios

La última edición pdf de este texto es y permanecerá libre para su descarga desde Internet. Estaría encantado de recibir un correo por su parte en la dirección 'fb@motionmountain.net', especialmente sobre los asuntos siguientes:

Desafío 1 s — ¿Qué no está claro y debería ser mejorado?
— ¿Qué relato, tema, adivinanza, imagen o película echó en falta?.

Cualquier ayuda sobre los puntos específicos que figuran en la página web www.motionmountain.net/help.html sería especialmente bienvenida. Todos los comentarios se utilizarán para mejorar la próxima edición. Les animamos a que envíen comentarios por correo o enviándonos un pdf con notas añadidas y resaltadas en amarillo, para proveernos de ilustraciones o fotografías, o contribuir a la corrección de erratas en el sitio web. Si deseara traducir algún capítulo del libro en su propio idioma, le ruego se ponga en contacto conmigo.

En nombre de todos los lectores, gracias de antemano por sus comentarios. Por una contribución particularmente útil se le mencionará - si quiere - en los agradecimientos, recibirá una recompensa, o ambas cosas.

Soporte

Cualquier donación para el beneficio de esta organización sin fines de lucro exenta de impuestos, que produce, traduce y publica esta serie de libros es ¡bienvenida! Para obtener más información, consulte la página webwww.motionmountain.net/donation.html. Si lo desea, su nombre quedará incluido en la lista de patrocinadores. Gracias de antemano por su ayuda en nombre de los lectores de todo el mundo.

La edición en papel, en ingles, de este libro está disponible, sea en color o blanco y negro, a través de www.amazon.com. Y ahora, disfruten de la lectura.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Motion Multimedia – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmultimedia.net

Índice

16 1 ¿Por qué interesarse por el movimiento?
¿Existe el movimiento? 18 • ¿Cómo debemos hablar de movimiento? 20 • ¿Cuáles son los tipos de movimiento? 22 • Percepción, continuidad y cambio 27 • ¿Necesita el mundo de los estados? 30 • Física Galileana en seis declaraciones interesantes 32 • Curiosidades y desafíos divertidos sobre el movimiento 33 • Primer resumen sobre el movimiento 37

38 2 De la medida del movimiento a la continuidad
¿Qué es la velocidad? 39 • ¿Qué es el tiempo? 44 • Relojes 50 • ¿Por qué van así las agujas del reloj en los relojes? 53 • ¿Fluye el tiempo? 53 • ¿Qué es el espacio? 54 • ¿Son el espacio y el tiempo absolutos o relativos? 58 • Tamaño - ¿por qué existe el área, pero no el volumen? 60 • ¿Qué es lo recto? 65 • ¿Una Tierra hueca? 65 • Curiosidades y divertidos desafíos sobre el espacio y el tiempo cotidianos 66 • Resumen acerca del espacio y tiempo cotidianos 81

82 3 Cómo describir el movimiento - Cinemática
Lanzamiento, salto y tiro 85 • Disfrutando de los vectores 88 • ¿Qué es el reposo? ¿qué es la velocidad? 89 • Aceleración 91 • De los objetos a las partículas puntuales 94 • Patas y ruedas 97 • Curiosidades y divertidos retos sobre la cinemática 103 • Resumen de cinemática 105

106 4 De los objetos y las imágenes a la conservación
Movimiento y contacto 108 • ¿Qué es la masa? 108 • Cantidad de movimiento (o Momento lineal) y masa 110 • ¿Es eterno el movimiento? – La conservación de la cantidad de movimiento 118 • Más conservación – energía 120 • El producto cruzado o producto vectorial 124 • Rotación y momento angular 126 • Ruedas en rotación 131 • ¿Cómo caminamos y corremos? 132 • Curiosidades y divertidos retos acerca de la conservación y la rotación de la masa 134 • Resumen sobre la conservación del movimiento 145

146 5 De la rotación de la Tierra a la relatividad del movimiento
¿Cómo gira la Tierra? 157 • ¿Se mueve la Tierra? 161 • ¿Es absoluta la velocidad? – La teoría de la relatividad cotidiana 168 • ¿Es relativa la rotación? 170 • Curiosidades y divertidos retos sobre la rotación y la relatividad 170 • ¿Patas o ruedas? - Otra vez 180 • Resumen de relatividad galileana 185

186 6 El movimiento debido a la gravitación
La gravitación como límite al movimiento uniforme 186 • La gravitación en el cielo 187 • La gravitación en la Tierra 192 • Propiedades de la gravitación: G y g 195 • El potencial gravitacional 200 • La forma de la Tierra 201 • Dinámica - ¿cómo se mueven las cosas en varias dimensiones? 203 • La Luna 204 • Órbitas - secciones cónicas y más 206 • Mareas 211 • ¿Puede caer la luz? 215 • Masa: inercial y gravitacional 216 • Curiosidades y divertidos retos obre la gravitación 218

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

• Resumen de garvitación 240

241 7 MECÁNICA CLÁSICA, LA FUERZA Y LA PREDICTIBILIDAD DEL MOVIMIENTO
¿Se debería recurrir a la fuerza? ¿A la potencia? 242 • Fuerzas, superficies y conservación 247 • Rozamiento y movimiento 247 • Fricción, deporte, máquinas y previsibilidad 250 • Estados completos – condiciones iniciales 253 • ¿Existen las sorpresas? ¿Está determinado el futuro? 254 • El libre albedrío 257 • Resumen de predictibilidad 259 • De la predictibilidad a las descripciones globales del movimiento 259

265 8 MEDIDA DEL CAMBIO CON LA ACCIÓN
El principio de mínima acción 270 • Lagrangianos y movimiento 274 • ¿Por qué el movimiento es limitado tan a menudo? 275 • Curiosidades y divertidos retos sobre Lagrangianos 280 • Resumen sobre la acción 283

284 9 MOVIMIENTO Y SIMETRÍA
¿Por qué podemos pensar y discutir sobre el mundo? 285 • Puntos de vista 289 • Simetrías y grupos 290 • Multipletes 291 • Representaciones 292 • La simetría y el vocabulario del movimiento 296 • Reproducibilidad, conservación y teorema de Noether 299 • Inversión de paridad e inversión del movimiento 303 • Simetría de interacción 305 • Curiosidades y divertidos retos sobre la simetría 305 • Resumen sobre la simetría 306

308 10 MOVIMIENTOS SIMPLES DE CUERPOS EXTENSOS - OSCILACIONES Y ONDAS
Oscilaciones 308 • Amortiguación 309 • Resonancia 311 • Ondas: general y armónica 313 • Ondas de agua 315 • Ondas y su movimiento 321 • ¿Por qué podemos hablar unos con otros? – Pricipio de Huygens 325 • Ecuaciones de onda 327 • ¿Por qué la música y el canto vocal son tan bellos? 328 • Medida del sonido 332 • ¿Es la imagen por ultrasonido (ecografía) segura para los bebés? 332 • Señales 334 • Ondas solitarias y solitones 336 • Curiosidades y desafíos divertidos sobre ondas y oscilaciones 339 • Resumen de ondas y oscilaciones 353

357 11 ¿EXISTEN LOS CUERPOS EXTENSOS? - LOS LÍMITES DE LA CONTINUIDAD
Montañas y fractales 357 • ¿Puede una tableta de chocolate durar para siempre? 357 • El caso de Galileo Galilei 360 • ¿Cuán alto pueden saltar los animales? 362 • La poda y tala de los árboles 362 • Pequeñas bolas duras 363 • El sonido del silencio 365 • Cómo contar lo que no se puede ver 365 • Experimentando los átomos 367 • Viendo átomos 369 • Curiosidades y divertidos retos sobre los sólidos y los átomos 370 • Resumen sobre los átomos 377

380 12 FLUIDOS Y SUS MOVIMIENTOS
¿Qué puede moverse en la naturaleza? – Flujos de todas clases 380 • El estado de un fluido 383 • Flujo laminar y turbulento 388 • La atmósfera 391 • La física de la sangre y de la respiración 392 • Curiosidades y divertidos retos sobre fluidos 396 • Resumen sobre los fluidos 409

411 13 SOBRE EL CALOR Y LA INVARIANCIA DEL MOVIMIENTO REVERSIBLE
Temperatura 411 • La energía térmica 415 • ¿Por qué los globos ocupan espacio? - El fin de la continuidad 418 • Movimiento Browniano 420 • ¿Por qué las piedras no pueden ser ni continuas, ni fractales, ni hechas de pequeñas bolas duras? 423 • Entropía 424 • Entropía de las partículas 426 • La entropía mínima de la naturaleza - el 'cuanto' de información 428 • ¿Está

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

todo hecho de partículas? 430 • El segundo principio de la termodinámica 432 • ¿Por qué no podemos recordar el futuro? 433 • Flujo de entropía 434 • ¿Existen los sistemas aislados? 435 • Curiosidades y divertidos desafíos sobre la reversibilidad y el calor 435 • Resumen del calor y de la invariancia temporal 444

445 14 Auto-organización y caos - la sencillez de la complejidad
Apariencia de orden 448 • Auto-organización en la arena 451 • La auto-organización de las esferas 453 • Condiciones para la aparición del orden 453 • Las matemáticas de la apariencia del orden 454 • Caos 455 • Emergencia 457 • Curiosidades y desafíos divertidos acerca de la auto-organización 459 • Resumen sobre auto-organización y caos 465

466 15 De las limitaciones de la física a los límites de movimiento
Temas de investigación en dinámica clásica 466 • ¿Qué es el contacto? 467 • ¿Qué determina la precisión y la exactitud? 467 • ¿Puede ser descrita en un libro toda la naturaleza? 469 • Algo está mal en lo que concierne a nuestra descripción del movimiento 470 • ¿Por qué es posible la medición? 470 • ¿Es ilimitado el movimiento? 471

473 16 Notación y convenciones
El alfabeto latino 473 • El alfabeto griego 475 • El alfabeto hebreo y otros tipos de letras (scripts) 477 • Números y dígitos indios 478 • Los símbolos utilizados en el texto 479 • Calendarios 482 • Nombre de personas 483 • ¿Abreviaturas y epónimos o conceptos? 484

485 17 Unidades, medidas y constantes
Unidades del SI 485 • El significado de la medición 488 • Curiosidades y desafíos divertidos acerca de las unidades 488 • La precisión y la exactitud de las mediciones 491 • Límites a la precisión 492 • Las constantes físicas 493

501 18 Fuentes de información sobre el movimiento

508 Pistas y soluciones de los desafíos

559 Bibliografía

594 Créditos
Reconocimientos 594 • Créditos de películas 595 • Créditos de imágenes 595

602 Índice de nombres

615 Índice de materias

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

Caída, Flujo y Calor

En nuestro afán por aprender cómo se mueven las cosas,
la aventura de una excursión paseando y otras experiencias de movimiento
nos llevan a introducir los conceptos de
velocidad, tiempo, longitud, masa y temperatura.
Aprenderemos a utilizarlos para *medir el cambio*
y encontraremos que la naturaleza lo minimiza.
Descubriremos cómo flotar en el espacio libre,
por qué tenemos piernas en lugar de ruedas,
por qué el desorden nunca puede ser eliminado,
y por qué uno de los problemas abiertos más difíciles
de la ciencia es el concerniente al flujo de agua a través de un tubo.

Capítulo 1

¿Por qué interesarse por el movimiento?

> Todo movimiento es una ilusión.
>
> Zenón de Elea**

Boom! El rayo que golpea violentamente el árbol cercano interrumpe nuestro tranquilo paseo forestal y hace que, de repente, nuestros corazones palpiten más rápido. En la copa del árbol vemos comenzar un fuego y luego apagarse. El viento apacible que mueve las hojas a nuestro alrededor ayuda a restaurar la calma del lugar. Cerca, el agua en un pequeño río sigue su tortuoso descenso hacia el valle, reflejando sobre su cambiante superficie las efímeras formas de las nubes.

El movimiento está por todas partes: amistoso y amenazante, terrible y hermoso. Es fundamental para nuestra existencia humana. Necesitamos el movimiento para el crecimiento, para el estudio, para el pensamiento y para el disfrute de la vida. Usamos el movimiento para pasear por un bosque,para escuchar sus ruidos y para hablar de todo esto. Como todos los animales, confiamos en el movimiento para proveernos de alimentos y sobrevivir a los peligros. Como todas las criaturas vivas, necesitamos el movimiento para reproducirnos, respirar y digerir. Como a todos los objetos, el movimiento nos calienta. El movimiento es la observación más fundamental que podemos hacer sobre la naturaleza en general. Resulta que *todo* cuanto acaece en el mundo es algún tipo de movimiento. No hay excepciones. El movimiento es una parte tan básica de nuestras observaciones que incluso el origen de la palabra está perdido en la oscuridad de la historia lingüística indoeuropea. La fascinación por el movimiento siempre ha hecho de él uno de los objetos favoritos de la curiosidad. Durante el siglo quinto C. en la Grecia antigua,
Ref. 1 dieron a su estudio un nombre: *física*.

El movimiento es también importante para la condición humana. ¿Qué podemos saber? ¿De dónde viene el mundo? ¿Quiénes somos? ¿De dónde venimos? ¿Qué haremos? ¿Qué deberíamos hacer? ¿Qué traerá el futuro? Qué es la muerte? ¿Dónde conduce la vida? Todas estas preguntas tratan sobre el movimiento. El estudio del movimiento proporciona respuestas tan profundas como sorprendentes.

El movimiento es misterioso. Aunque se le encuentra por todas partes – en las estre-
Ref. 2 llas, en las mareas, en nuestros párpados – ni los pensadores antiguos ni las miríadas de otros que les siguieron en los 25 siglos transcurridos desde entonces han sido capaces de arrojar luz sobre el misterio central: *¿qué es el movimiento?* Descubriremos que la respuesta estándar, 'el movimiento es el cambio de lugar en el tiempo', es inadecuada. Sólo

** Zenón de Elea (*c.* 450 C.), fue uno de los principales representantes de la Escuela Eleática de filosofía.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

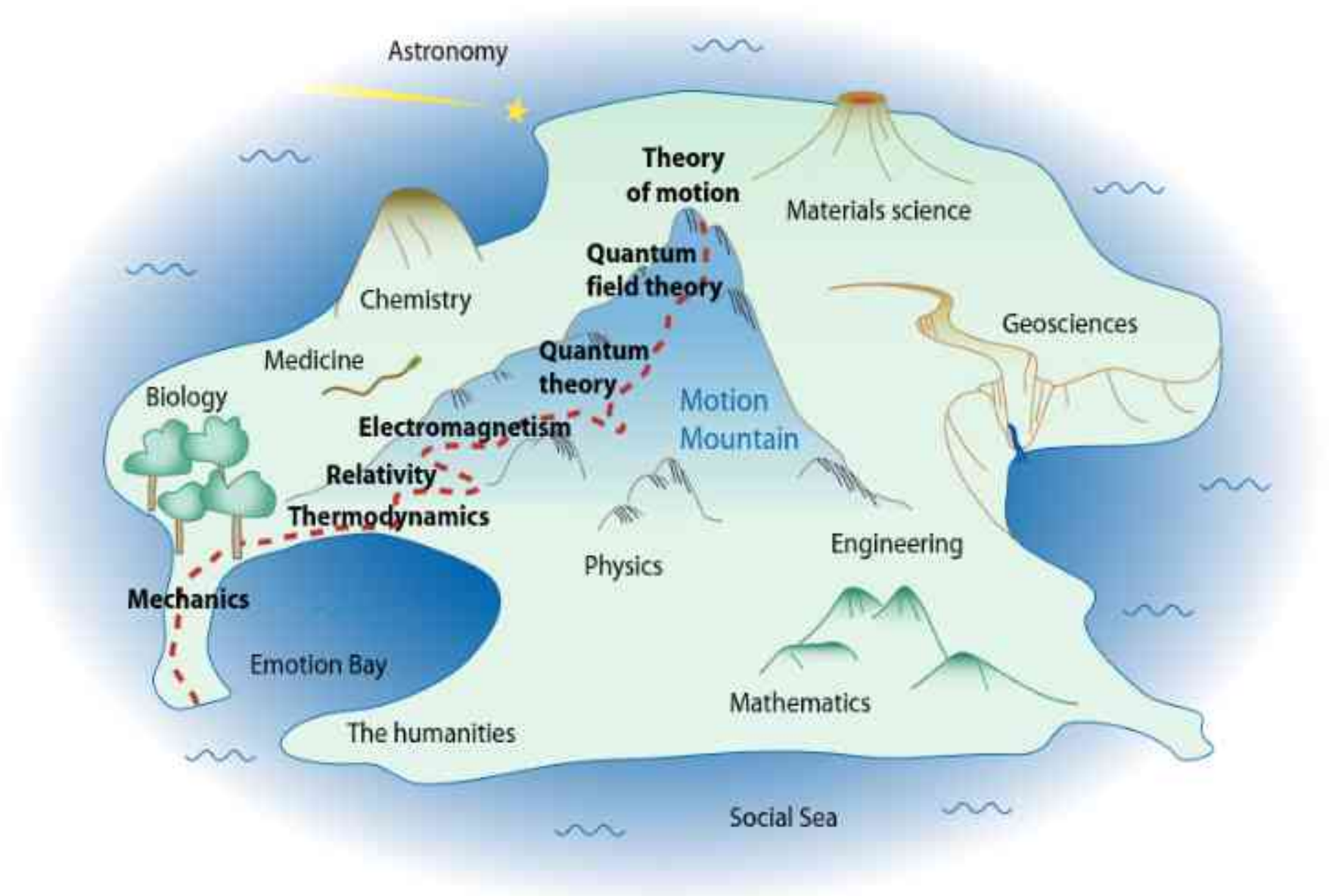


FIGURA 2 La Isla de la Experiencia, con La Montaña del Movimiento y la senda a seguir.

recientemente, por fin, se ha encontrado una respuesta. Esta es la historia de la manera de encontrarla.

El movimiento es parte de la experiencia humana. Si nos imaginamos la experiencia humana como una isla, entonces el destino, simbolizado por las olas del mar, nos trajo hasta su orilla. Cerca del centro de la isla una montaña especialmente alta se destaca. Desde su cima podemos divisar el paisaje entero y conseguir la impresión de que todas las experiencias humanas están relacionadas, y en particular los varios ejemplos de movimiento. Esto es una guía a la cima de lo que he llamado La Montaña del Movimiento (Ver Figura 2; hay una versión menos artística pero más exacta en la Figura 1). La excursión hasta esa cima es una de las aventuras más hermosas de la mente humana. Claramente la primera pregunta que podemos hacer es:

Página 8

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Existe el movimiento?

> *Das Rätsel* gibt es nicht. Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so *kann* sie beantwortet werden.* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez N.T. de EYM: A nuestro juicio, el texto en español que mejor refleja el pensamiento de L. Wittgenstein expresado en su 'Tractatus' es la traducción, realizada directamente del original en alemán, por el Prof. Dr. phil. Jesús Padilla Gálvez, M.A. (Univ. of Cologne) - Universidad de Castilla-La Mancha, contenida en su 'Edición crítica del TS 204, de la Biblioteca Nacional de Austria' sobre el Tratado Lógico-Filosófico, cuya Segunda Edición, revisada y ampliada, ha sido publicada por TIRANT HUMANIDADES. Por ello, tras haber consultado previamente con el Prof. Padilla Gálvez, quien amablemente nos ha otorgado su beneplácito para poder hacerlo, es ésa la traducción de los aforismos que vamos a utilizar en este texto.
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.5

Para aguzar la mente con vistas a la cuestión de la existencia del movimiento, eche una
Ref. 3 mirada a la Figura 3 o la Figura 4 y siga las instrucciones. En todos los casos las figuras parecen girar. Podemos experimentar efectos similares si caminamos sobre pavimentos de adoquines en forma de ondas o cuando echamos un vistazo a las numerosas ilusiones
Ref. 4 de movimiento coleccionadas por Kitaoka Akiyoshi en www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka. ¿Cómo podemos asegurarnos que el verdadero movimiento es diferente de esas u otras
Desafío 2 s ilusiones similares?

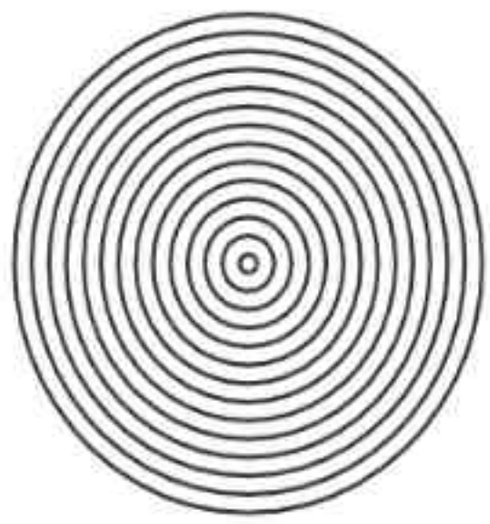
Muchos eruditos simplemente argumentaron que el movimiento no existe en absoluto. Sus argumentos influyeron profundamente en la investigación de movimiento du-
Ref. 5 rante muchos siglos. Por ejemplo, el filósofo griego Parménides (nacido *c.* 515 Ċ. en Elea, una pequeña ciudad cerca de Nápoles) argumentó que ya que nada procede de la nada, el cambio no puede existir. Él subrayó la *permanencia* de la naturaleza y así, coherente-
Ref. 6 mente mantuvo que todo cambio y por tanto todo el movimiento, es una ilusión.

Heráclito (*c.* 540 hasta *c.* 480 a.C.) sostuvo la opinión contraria. Lo expresó en su famosa declaración πάντα ῥεῖ 'panta rhei' o 'todo fluye'.** Imaginó el cambio como la esencia de naturaleza, en contraste con Parménides. Estas dos opiniones igualmente famosas indujeron a muchos eruditos a investigar más detalladamente si en la naturaleza hay cantidades que se *conservan* o si la *creación* continua es posible. Descubriremos la
Desafío 3 s respuesta más tarde; hasta entonces considere qué opción prefiere usted.

Zenón de Elea (nacido *c.* 500 Ċ.), colaborador de Parménides, argüía con tanta intensidad contra el movimiento, que algunas personas aún se ocupan de ello hoy día. En uno de sus argumentos alega -en un lenguaje sencillo - que es imposible dar una bofetada a alguien, ya que la mano primero debe viajar la mitad del camino a la cara, luego hacer la

* '*El enigma* no existe. Si, a fin de cuentas, se puede plantear una pregunta, también *se puede* responder.'
** El apéndice 16 explica como leer un texto en griego.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



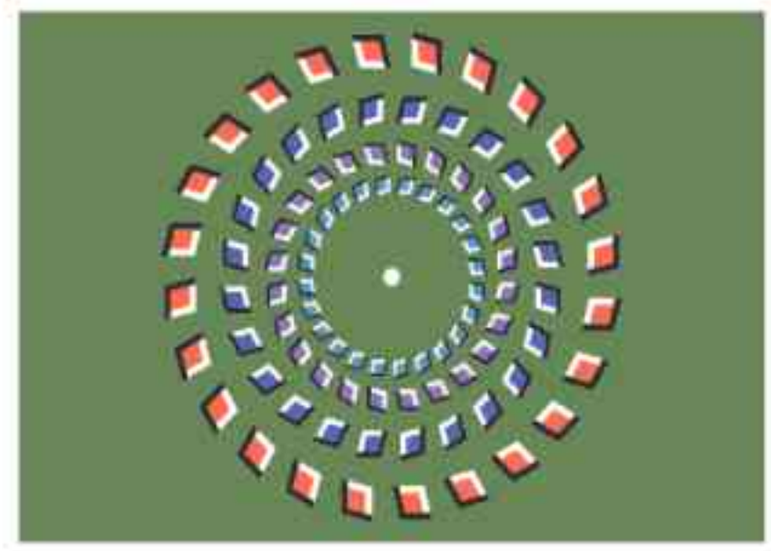


FIGURA 3 Ilusiones de movimiento: mire la figura de la izquierda y mueva ligeramente la página o mire el punto blanco en el centro de la figura a la derecha y mueva su cabeza hacia atrás y hacia adelante.

mitad de la distancia que resta, a continuación, de nuevo lo mismo, y así sucesivamente; y la mano por lo tanto, nunca debería llegar a la cara. El argumento de Zenón se centra sobre la relación entre lo *infinito* y su opuesto, la finitud, en la descripción del movimiento. En la teoría cuántica moderna, un asunto relacionado con ello resulta ser un tema de
Ref. 7 investigación a día de hoy.

Zenón también sostuvo que al ver un objeto en movimiento en un *único* instante de tiempo, no se puede afirmar que se mueva. Argumentó que en un instante de tiempo, no hay diferencia entre un cuerpo móvil y uno en reposo. Acto seguido, deduce que si no hay diferencias en un único instante, tampoco puede haberlas para tiempos más largos. En consecuencia Zenón se preguntó entonces si el movimiento puede ser claramente distinguido de su opuesto, la *quietud*. En efecto, en la historia de la física, los pensadores cambiaron atrás y adelante entre una respuesta positiva y una negativa a esta cuestión. Fue esta misma pregunta la que llevó a Albert Einstein al desarrollo de la relatividad general, uno de los puntos culminantes de nuestro viaje. En nuestra aventura, vamos a explorar todas las diferencias conocidas entre el movimiento y el reposo. Con el tiempo, vamos a atrevernos a preguntar si realmente los instantes individuales de tiempo existen. Responder a esta pregunta es esencial para alcanzar la cima de la Montaña del Movimiento.

Cuando exploremos la teoría cuántica, descubriremos que el movimiento es en realidad - hasta cierto punto- una ilusión, como Parménides reclamaba. Más concretamente, vamos a mostrar que el movimiento se observa sólo debido a las limitaciones de la condición humana. Nos daremos cuenta de que experimentamos el movimiento sólo porque

— Tenemos un tamaño finito,
— Estamos hechos de un número elevado pero finito de átomos,
— Tenemos una temperatura finita y moderada,
— Nos movemos mucho más lentamente que la velocidad de la luz,
— Vivimos en tres dimensiones,
— Somos grandes comparados con un agujero negro de nuestra misma masa,
— Somos grandes comparados con nuestra longitud de onda mecanocuántica asociada,
— Somos pequeños en comparación con el universo,
— Tenemos una memoria de trabajo limitada,
— Estamos constreñidos por nuestro cerebro a aproximar el espacio y el tiempo como entidades continuas y

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

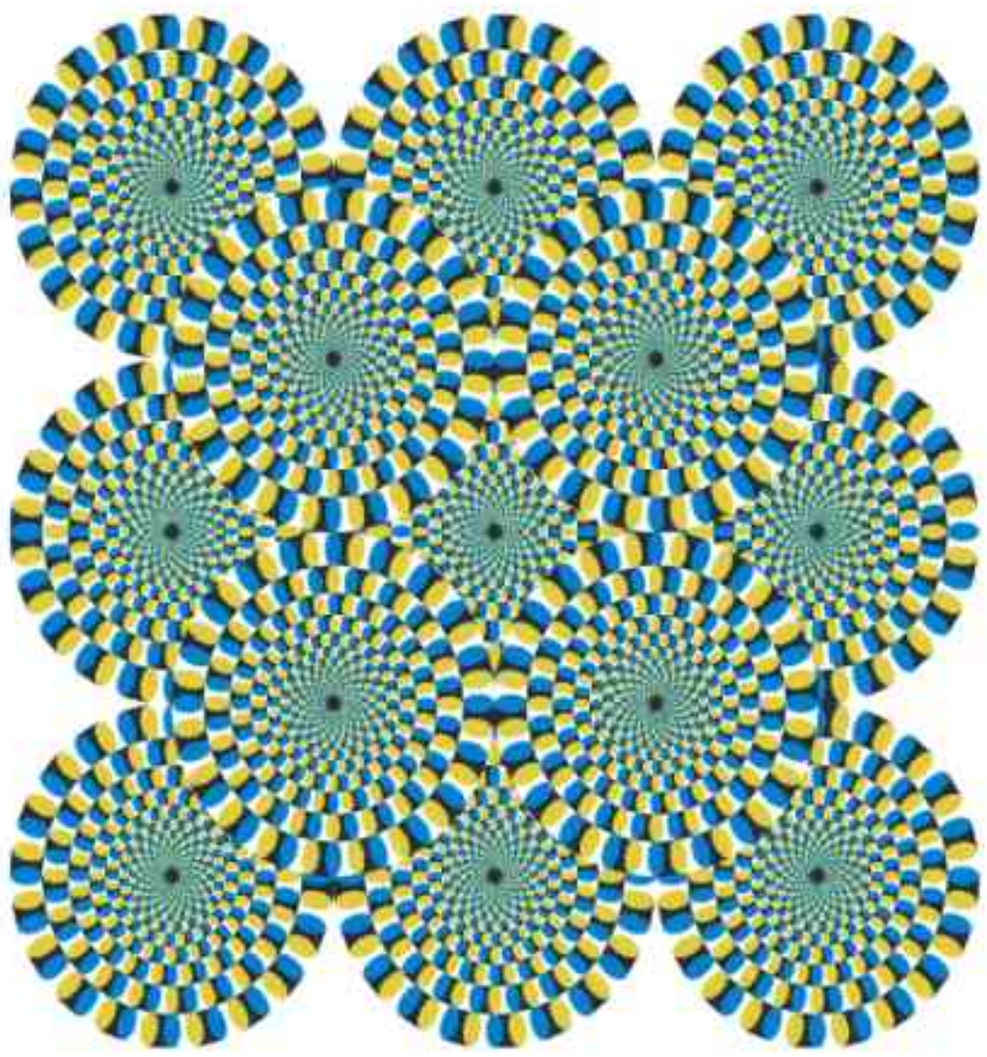


FIGURA 4 Haga zoom en esta imagen a tamaño grande o acérquela cuidadosamente para disfrutar de su aparente movimiento. (© Michael Bach luego del descubrimiento de Kitaoka Akiyoshi).

— Estamos obligados por nuestro cerebro a considerar la naturaleza como hecha de diferentes partes.

Si no se cumpliera alguna de estas condiciones, no observaríamos movimiento, ¡el movimiento, entonces, no existiría! Por si eso no fuera suficiente, tenga en cuenta que ninguna de las condiciones requeridas a los seres humanos, son igualmente válidas para muchos animales y máquinas. Cada una de estas condiciones puede ser descubierta más eficientemente si se comienza con la siguiente pregunta:

¿Cómo debemos hablar de movimiento?

> Je hais le mouvement, qui déplace les lignes,
> Et jamais je ne pleure et jamais je ne ris.
> Charles Baudelaire, *La Beauté*.*

Como en cualquier ciencia, la aproximación a la física es doble: se avanza con *precisión* y con *curiosidad*. La precisión es el grado en que la descripción corresponde a las observaciones. La curiosidad es la pasión que anima a todos los científicos. La precisión hace posible la comunicación significativa, y la curiosidad hace que valga la pena. Ya se trate de un eclipse, una hermosa pieza de música o una hazaña en los Juegos Olímpicos: el mundo está lleno de ejemplos fascinantes de movimiento. Ref. 9

Si alguna vez se encuentra hablando de movimiento, bien para comprender con mayor precisión o bien más profundamente, está subiendo los escalones de la Montaña del Movimiento. Los ejemplos de la Figura 6 nos lo hacen ver. Un cubo vacío cuelga verticalmente. Cuando usted llena una cubeta con una pequeña cantidad de agua, no se cuelga

* Charles Baudelaire (b. 1821 París, d. 1867 París) *Beauty*: 'Odio el movimiento, que descompone las líneas y jamás lloro y jamás río.' Ref. 8

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

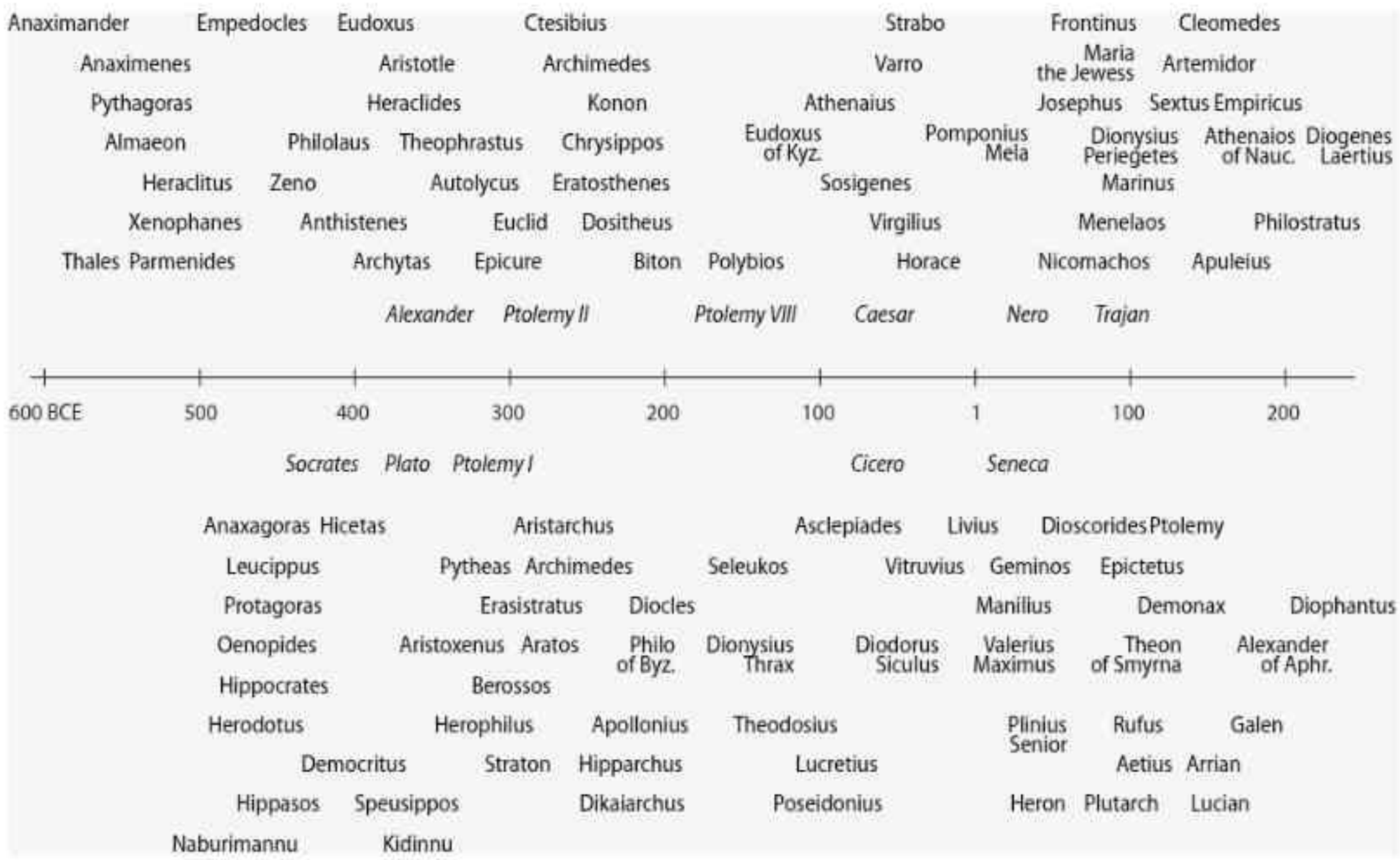


FIGURA 5 Una cronología de los científicos y de las personalidades *políticas* en la Antigüedad (la última letra del nombre está alineada con el año del fallecimiento). Por ejemplo, María la Judía inventó el proceso conocido como baño de maría y Thales es el primer matemático y científico conocido por su nombre.

Desafío 4 s verticalmente. (¿Por qué?) Si continúa la adición de agua, empieza a colgar verticalmente en un determinado momento. ¿ Cuanta agua se necesita? La segunda ilustración en Figura 6 es para el siguiente rompecabezas. Al tirar de un hilo en la manera que se muestra en la ilustración , el carrete se moverá hacia adelante o hacia atrás, dependiendo del ángulo en el que se tira. ¿Cuál es el ángulo límite entre las dos posibilidades?

Una alta precisión significa entrar en detalles finos, y estar en sintonía con los detalles realmente *aumenta* el placer de la aventura.* En la Figura 7 se muestra un ejemplo. Cuanto más alto lleguemos sobre la Montaña del Movimiento, más podremos ver y más se verá recompensada nuestra curiosidad. Las vistas que ofrece son impresionantes, sobre todo desde la parte superior. El camino que seguiremos - una de las muchas rutas posibles – se inicia desde el lado de la biología y entra directamente en el bosque que se
Ref. 10 encuentra al pie de la montaña.

Una intensa curiosidad nos impulsa a ir directamente a los límites: la comprensión del movimiento requiere una exploración de las distancias más grandes, de las más altas velocidades, de las partículas más pequeñas, de las fuerzas más fuertes y de los conceptos más extraños. Comencemos.

Desafío 6 s * Desconfíe de cualquiera que quisiera hablarle *sin* examinar los detalles. Él intenta engañarle. Los detalles son importantes. Así pues, permanezca vigilante durante *esta* excursión.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

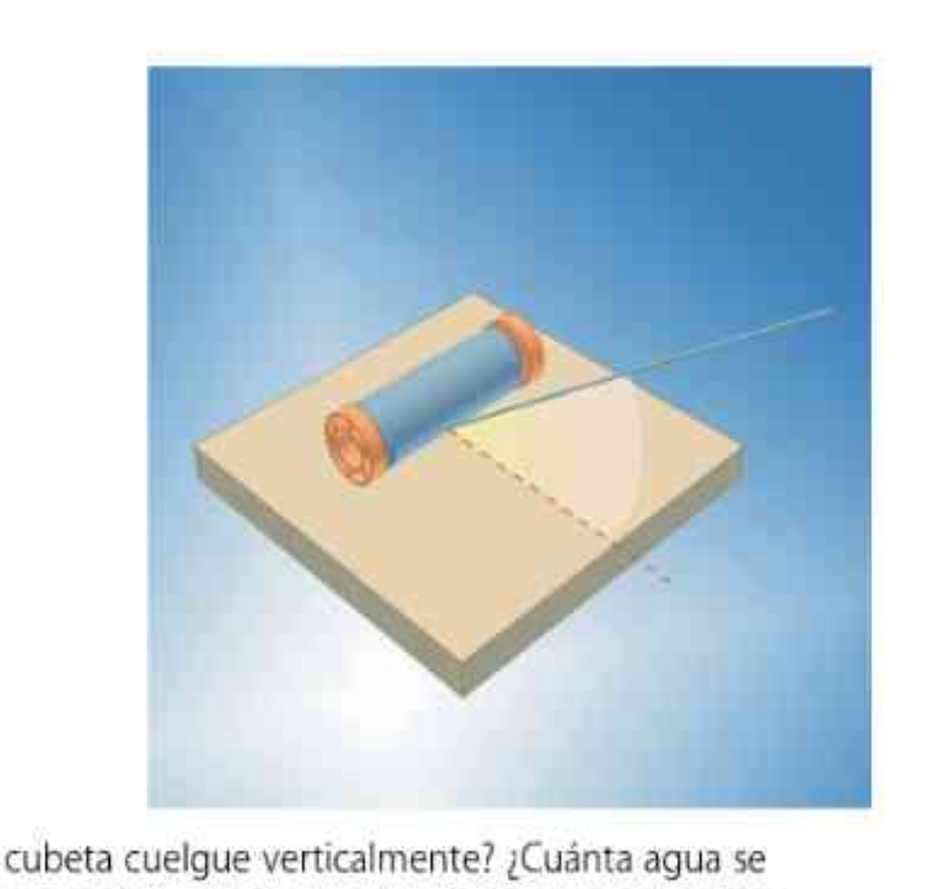


FIGURA 6 ¿ Cuanta agua se necesita para que la cubeta cuelgue verticalmente? ¿Cuánta agua se necesita para hacer que un cubo cuelgue verticalmente? ¿A qué ángulo el hilo que tira del carrete
Desafío 5 s (dibujado incorrectamente) cambia la dirección del movimiento de éste? (© Luca Gastaldi).

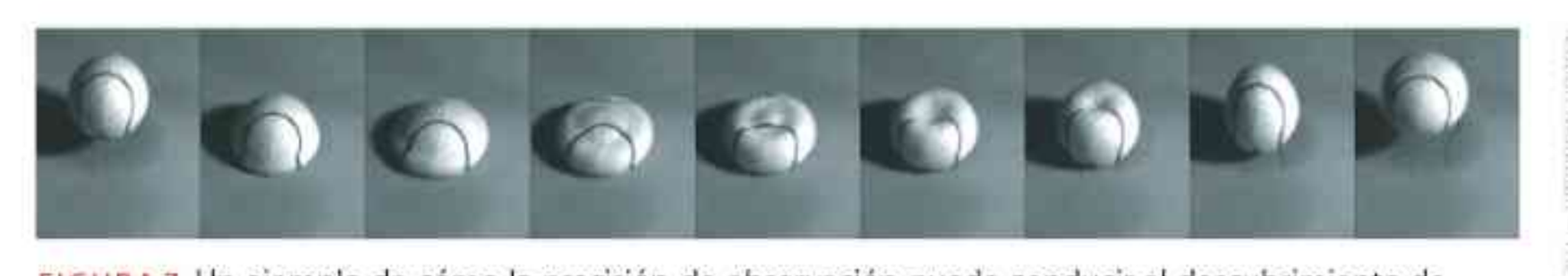


FIGURA 7 Un ejemplo de cómo la precisión de observación puede conducir al descubrimiento de nuevos efectos: la deformación de una pelota de tenis durante un rebote rápido (6 ms) (© Federación Internacional de Tenis).

¿Cuáles son los tipos de movimiento?

> Cada movimiento nace de un deseo de cambio.
> Antigüedad

Un buen lugar para obtener una visión general sobre los tipos de movimiento es una gran biblioteca. Véase la Tabla 1. Los ámbitos en los que el movimiento o los movimientos y los cambios de posición juegan un papel son, de hecho, variados. Ya los primeros investigadores en la antigua Grecia - enumerados en la Figura 5 - tuvieron la sospecha de que todos los tipos de movimiento, así como muchos otros tipos de cambio, están relacionados. Comúnmente se reconocen tres tipos de cambio:

1. *Transporte*. El único tipo de cambio que llamamos movimiento en la vida cotidiana es el transporte material, como, por ejemplo, una persona que camina, una hoja que cae de un árbol, o un instrumento musical sonando. El transporte es el cambio de posición o de orientación de los objetos, líquidos incluidos. En gran medida, el comportamiento de las personas también entra en esta categoría .
2. *Transformación*. Otra categoría de cambios agrupa observaciones tales como la disolución de sal en agua, la formación de hielo por congelación, la descomposición de la madera, la cocción de los alimentos, la coagulación de la sangre, y la fusión y aleación de metales. Estos cambios de color, brillo, dureza, temperatura y otras propiedades de los materiales son todas transformaciones. Las transformaciones son cambios que

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 1 Contenido de los libros sobre movimiento que se encuentran en una biblioteca pública.

Temas de Movimiento	Temas de Movimiento
Imágenes en movimiento y efectos digitales	El movimiento como terapia para el cáncer, la diabetes, acné y la depresión
Percepción del movimiento Ref. 11	Cinetosis: náuseas causadas por el movimiento
El movimiento para estar en forma y el bienestar	Movimiento para la meditación
Control de movimiento y entrenamiento en el deporte y el canto	Capacidad de movimiento como control de salud
Movimiento perpetuo	Movimiento en la danza, la música y otras artes escénicas
Movimiento como prueba de varios dioses Ref. 12	Movimiento de planetas, estrellas y ángeles Ref. 13
La eficiencia económica del movimiento	La conexión entre los hábitos dinámicos y emocionales
Movimiento como ayuda para superar traumas	Movimiento en psicoterapia Ref. 14
Locomoción de insectos, caballos, animales y robots	Movimientos de células y plantas
Colisiones de átomos, coches, estrellas y galaxias	El crecimiento de los seres multicelulares,las montañas, las manchas solares y las galaxias
Movimiento de resortes,articulaciones, mecanismos, líquidos y gases	El movimiento de los continentes, de las bandadas de pájaros,de las sombras y del espacio vacío
Conmoción y violencia	Movimientos en las artes marciales
Mociones en el parlamento	Movimientos en arte, ciencias y política
Movimientos en los relojes	Movimientos en el mercado de valores
Movimientos en enseñanza y aprendizaje	Desarrollo de movimiento en niños Ref. 15
Movimientos musicales	Movimientos de tropas Ref. 16
Movimientos religiosos	Movimientos intestinales
Movimientos en ajedrez	Movimientos de tramposos en los casinos Ref. 17
Conexión entre el producto nacional bruto y la movilidad ciudadana	

no están conectados visiblemente con el transporte. Para esta categoría, unos pocos pensadores antiguos añadieron la emisión y absorción de la luz. En el siglo XX, estos dos efectos se ha demostrado que son casos especiales de transformaciones, al igual que la aparición y desaparición de la materia recientemente descubierta, como se ha observado en el Sol y en la radiactividad. El *Cambio de idea*, como el cambio del estado de ánimo, de salud, de educación y de carácter, es también (en su mayoría) un tipo de transformación. Ref. 18

Ref. 19 3. *Crecimiento*. Esta última y especialmente importante categoría de cambio, se observa para los animales, plantas, bacterias, cristales, montañas, planetas, estrellas e incluso galaxias. En el siglo XIX, a esta categoría se añadieron los cambios en la población de

Moran Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at http://www.motionmountain.net

FIGURA 8
Ejemplo de transporte, en el Monte Etna (© Marco Fulle).

los sistemas, la *evolución biológica*, y en el siglo XX, se agregaron los cambios en el tamaño del universo, la *evolución cósmica*. Tradicionalmente, estos fenómenos fueron estudiados por ciencias separadas. Independientemente, todas llegaron a la conclusión de que el crecimiento es una combinación de transporte y transformación. La diferencia es de complejidad y de escala de tiempo.

En los inicios de la ciencia moderna en el Renacimiento, sólo el estudio del transporte se consideraba el tema de la física. El Movimiento se equiparaba con el transporte. Los otros dos dominios fueron abandonados por los físicos. A pesar de esta restricción, el campo de la investigación sigue siendo tan grande, que cubre una gran parte de la Isla de la experiencia.

Página 17

Los primeros estudiosos diferenciaban los tipos de transporte por su origen. Movimientos tales como los de las piernas al caminar se clasificaron como *volitivos*, porque están controlados por la propia voluntad, en tanto que los movimientos de objetos exteriores, tales como la caída de un copo de nieve, que no puede ser influenciado por la fuerza de voluntad, eran clasificados como *pasivos*. Las personas jóvenes, especialmente los jóvenes de sexo masculino, dedican mucho tiempo al aprendizaje de movimientos volitivos elaborados. Un ejemplo se muestra en la Figura 10.

La distinción completa entre el movimiento pasivo y el volitivo la realizan los niños hacia los seis años de edad, y esto es un paso fundamental en el desarrollo de todos los seres humanos hacia una descripción precisa del medio ambiente. * A partir de esta

* La realización completa de este aprendizaje puede fracasar entre individuos que tengan diversas creencias extrañas, como la creencia acerca la capacidad de influir sobre la bola del juego de la ruleta, tal como se descubre entre los jugadores compulsivos, o sobre la capacidad para desplazar objetos distantes con el pensamiento, como se encuentra entre otras numerosas personas aparentemente con buena salud. Una relación divertida e instructiva sobre todos los engaños y autoengaños implicados por la aparición y la conservación de estas creencias se ofrece en James Randi, JAMES RANDI, *The Faith Healers*, Prometheus Books, 1989. Prestidigitador profesional, presenta numerosos tópicos similares en varias de sus otras obras. Vea igual-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 9 Transporte, crecimiento y transformación (© Philip Plisson). (© Philip Plisson).

FIGURA 10 Uno de los movimientos volitivos más difíciles conocidos, interpretado por Alexander Tsukanov, el primer hombre capaz de hacer esto: saltar de un monociclo a otro (© Circo estatal de Moscú).

distinción se deriva la histórica, pero ahora anticuada, definición de la física como la ciencia del movimiento de las cosas no vivas.

El advenimiento de las máquinas obligó a los estudiosos a reconsiderar la distinción entre el movimiento volitivo y el pasivo. Al igual que los seres vivos, las máquinas son auto-móviles (se mueven por sí mismas)y así imitan el movimiento volitivo. Sin embargo, la observación cuidadosa muestra que todas las partes en movimiento de una máquina son movidas por otras, por lo que su movimiento es, de hecho, pasivo. ¿Son los seres vivientes también máquinas? ¿Son las acciones humanas ejemplos de movimiento pasivo también? La acumulación de observaciones en los últimos 100 años, dejó en claro que el movimiento volitivo,* de hecho tiene las mismas características físicas y propiedades

mente www.randi.org para más detalles.

* En inglés, movimiento se dice 'motion' [N.o.T.]. El término inglés 'movement' es más bien reciente; fue

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

que el movimiento pasivo en los sistemas no vivos. (Por supuesto, desde el punto de vista de lo emocional, las diferencias son importantes, por ejemplo, la *gracia* sólo puede ser
Ref. 20 atribuida a los movimientos volitivos). Una distinción entre los dos tipos de movimiento es por lo tanto innecesaria.

Pero como los movimiento pasivos y volitivos tienen las mismas propiedades, a través del estudio de movimiento de los objetos no vivos podemos aprender algo acerca de la condición humana. Esto es más evidente cuando se tocan los temas del determinismo, la causalidad, la probabilidad, el infinito, el tiempo, el amor y la muerte, por nombrar sólo algunos de los temas que se encontrarán durante nuestra aventura.

En los siglos XIX y XX, otras creencias clásicas sobre el movimiento se quedaron en el camino. Extensas observaciones mostraron que todas las transformaciones y todos los fenómenos de crecimiento, incluyendo el cambio de comportamiento y la evolución, son también ejemplos de transporte. En otras palabras, más de 2 000 años de estudios han demostrado que la clasificación antigua de las observaciones era inútil:

▷ Todo cambio es transporte.

Y

▷ Transporte y movimiento son lo mismo.

A mediados del siglo XX, el estudio del movimiento culminó con la confirmación experimental de una idea aún más específica, articulada ya en la antigua Grecia:

▷ Cada tipo de cambio es debido al movimiento de las partículas.

Se necesita tiempo y trabajo para llegar a esta conclusión, que sólo aparece cuando perseguimos sin tregua un cada vez más alto grado de precisión en la descripción de la Naturaleza. Las cinco primeras partes de esta aventura recorrerán el camino hacia este
Desafío 7 s resultado. (Desafío 7 s ¿Está de acuerdo con él?)

La última década del siglo XX volvió a cambiar por completo la descripción del movimiento: la idea de partículas resulta ser equivocada. Este nuevo resultado, que llegó a través de una combinación de una cuidadosa observación y deducción, se explorará en la última parte de nuestra aventura. Pero aún nos queda mucho camino por recorrer antes de llegar a esa parte, justo debajo de la cumbre de nuestro viaje. En resumen, la historia ha demostrado que la clasificación de los diferentes tipos de movimiento no es productiva. Sólo al tratar de conseguir la máxima precisión podemos esperar llegar a las propiedades fundamentales del movimiento. *Precisión, no clasificación, es el camino a seguir.* Como Ernest Rutherford dijo humorísticamente: 'Toda ciencia es física o filatelia'.

Para lograr precisión en nuestra descripción del movimiento, necesitamos seleccionar ejemplos específicos de movimiento y estudiarlos plenamente en detalle. Es intuitivamente obvio que la descripción más precisa es alcanzable para los ejemplos *más simples* posibles. En la vida cotidiana, este es el caso para el movimiento de cualquier cuerpo

importado a la lengua inglesa a partir del antiguo francés y solo llegó a ser popular hacia finales del siglo dieciocho. No fue nunca utilizado por Shakespeare.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

inerte, sólido y rígido en nuestro medio, como una piedra lanzada por los aires. De hecho, como todos los humanos, hemos aprendido a lanzar objetos mucho antes de aprender a caminar. Lanzar es uno de los primeros experimentos de física que llevamos a cabo por nosotros mismos. En realidad, durante nuestra primera infancia, al lanzar piedras, juguetes y otros objetos hasta el punto de que nuestros padres temían por cada pieza de la casa, explorábamos la percepción y las propiedades del movimiento. Nosotros hacemos lo mismo aquí. La importancia de lanzar (eyectar) se ve también a partir del propio término en Latín: *iactio*. Palabras como *subicio*, sujeto, poner abajo o «lanzar abajo», *adversus iactium*, objeto, protestar o « lanzar en frente », *interiactio*, interjección, insertar o « lanzar entre ». En Griego, el acto de lanzamiento ha llevado a términos como *símbolo* o « lanzados juntos », *problema* o « lanzado delante », *emblema* o « lanzado dentro » y – la última, pero no la menos importante – *demonio* o « lanzado a través ».

Ref. 21

> Die Welt ist unabhängig von meinem Willen.*
> Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.373

Percepción, continuidad y cambio

> Sólo los peleles se especializan en el caso general, los verdaderos científicos persiguen ejemplos.
> Adapatación de Michael Berry de la cita de Beresford Parlett

Los seres humanos disfrutan al percibir. La percepción comienza antes del nacimiento, y seguimos disfrutando de ella durante tanto tiempo como nos es posible. Esa es la razón por lo que la televisión, incluso cuando está desprovista de contenido, es tan exitosa. Durante nuestro paseo por el bosque, al pie de la Montaña del Movimiento no podemos evitar percibir. La percepción es en primer lugar la capacidad de *distinguir*. Utilizamos el acto mental básico de distinguir en casi cada instante de la vida; por ejemplo, durante la infancia aprendemos primero a distinguir observaciones familiares de las no familiares. Esto es posible en combinación con otra capacidad básica, a saber, la capacidad de *memorizar* experiencias. La memoria nos da la capacidad para experimentar, para hablar y así explorar la naturaleza. Percibir, clasificar y memorizar; estas tres actividades juntas conforman el *aprendizaje*. Sin cualquiera de estas tres posibilidades, no podríamos estudiar el movimiento.

Los niños aprenden rápidamente a distinguir la *continuidad* de la *variabilidad*. Aprenden a *reconocer* rostros humanos, a pesar de que una cara no se ve exactamente igual cada vez que se ve. A partir del reconocimiento de rostros, los niños amplían el reconocimiento a todas las demás observaciones. El reconocimiento funciona bastante bien en la vida cotidiana; es agradable reconocer a los amigos, incluso por la noche, e incluso después de muchas cervezas (esto no es un desafío). El acto de reconocer pues utiliza siempre una forma de *generalización*. Cuando observamos, siempre tenemos una idea general en nuestra mente. Vamos a precisar cuáles son las principales.

Sentado en la hierba en un claro del bosque, al pie de la Montaña del Movimiento, rodeado por los árboles y el silencio típico de tales lugares, una sensación de calma y

* 'El mundo es independiente de mi voluntad.'

Moses Mountain – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 11 ¿Cómo distinguimos un ciervo de su entorno? (© Tony Rodgers).

tranquilidad nos envuelve. Estamos pensando en la esencia de la percepción. De repente, algo se mueve en los arbustos, e inmediatamente los ojos se vuelven y nuestra atención se concentra. Las células nerviosas que detectan el movimiento son una porción de la parte primitiva de nuestro cerebro, que compartimos con las aves y los reptiles: el tronco
Ref. 22 cerebral. A continuación, el córtex, o cerebro moderno, toma el relevo y se hace cargo de analizar el tipo de movimiento e identificar su origen. Observando el movimiento a través de nuestro campo de visión, distinguimos dos entidades invariantes: el paisaje fijo y el animal que se mueve. Después de que reconocemos al animal como un ciervo, nos relajamos otra vez.

¿ Cómo podemos distinguir, en el caso de la Figura 11, entre el paisaje y el ciervo? La percepción implica varios procesos en el ojo y en el cerebro. Una parte esencial de estos procesos es el movimiento, como se deduce mejor a partir de la película del tirón (flip
Ref. 23 film) que se muestra en las esquinas inferiores izquierdas de estas páginas. Cada imagen muestra sólo un rectángulo relleno matemáticamente con un patrón al azar. Pero cuando las páginas se hacen desfilar en rápida sucesión, discernimos una forma - un cuadrado - moviéndose sobre un fondo fijo. En cualquier instante, el cuadrado no puede distinguirse del fondo; no hay ningún objeto visible en cualquier instante dado de tiempo. Sin embargo, es fácil percibir su movimiento. * Ensayos de percepción como éste se han realizado con muchas variantes. Por ejemplo, se encontró que la detección de un cuadrado en movimiento contra un fondo aleatorio no es nada especial para los seres humanos; las moscas tienen la misma capacidad, al igual que, de hecho, todos los animales que tienen ojos.

La película del tirón en la esquina inferior izquierda, al igual que muchos experimentos similares, ilustra dos atributos centrales del movimiento. En primer lugar, el movimiento se percibe sólo si un *objeto* se puede distinguir de un *fondo* o un *ambiente*. Muchas ilusiones de movimiento se centran en este punto. **

---

* El ojo humano es bastante bueno para detectar el movimiento. Por ejemplo, el ojo puede detectar el movimiento de un punto luminoso incluso si la variación del ángulo es más pequeña que la que pude ser distinguida sobre une imagen fija. Los detalles de este fenómeno y de otros temas análogos para los otros
Ref. 11 sentidos forman parte del dominio de la investigación sobre la percepción.

** El tema de la percepción del movimiento está lleno de aspectos interesantes. El capítulo 6 del magní-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

En segundo lugar, se precisa el movimiento para *definir* entrambos, el objeto y el ambiente y para distinguirlos entre si. De hecho, el concepto de espacio es - entre otros - una abstracción de la idea de fondo. El fondo se extiende; la entidad en movimiento está localizada. ¿Le parece aburrido? No lo es, sólo tiene que esperar un segundo.

Llamaremos *sistema físico* - o simplemente, *sistema* - a una entidad de investigación que pueda cambiar o moverse. Un sistema es un identificable, por lo tanto, una parte permanente de la naturaleza. Los sistemas pueden ser objetos - también llamados "cuerpos físicos"- o radiación. Por lo tanto, las imágenes, que están hechas de radiación, son aspectos de los sistemas físicos, pero no sistemas físicos ellas mismas. Entonces, ¿son los agujeros sistemas físicos? Estas conexiones se resumen en la Tabla 2.

Desafío 8 s

En otras palabras, llamamos *objeto* (físico) o *cuerpo* (físico) al conjunto de aspectos localizados que permanecen invariantes o permanentes durante el movimiento, tales como tamaño, forma, color, etc. en su conjunto. Nos ajustaremos a la definición en breve, para distinguir los objetos de las imágenes pues en caso contrario, las imágenes serían objetos también.

Notemos que para especificar los objetos en movimiento permanente, debemos distinguirlos del ambiente. Dicho de otro modo, desde el principio experimentamos el movimiento como un proceso *relativo*; se percibe en relación y en oposición al concepto de entorno o ambiente. La definición de objeto por lo tanto, es también un concepto relativo.

Pero la distinción conceptual básica entre los objetos localizados, aislables y el entorno ampliado no es trivial o sin importancia. En primer lugar, tiene la apariencia de una definición circular. (Desafío 9 s). ¿Está de acuerdo?) Este problema nos mantendrá ocupado más tarde en la página 467. En segundo lugar, estamos tan acostumbrados a nuestra capacidad de aislar los sistemas locales del ambiente que lo damos por sentado. Sin embargo, como veremos en la última parte de la caminata, Vol.VI, esta distinción resultará ser lógica y experimentalmente imposible! * El motivo de tal imposibilidad se revelará fascinante. Notemos como primer paso que además de la entidad en movimiento y el fondo permanente, necesitaremos conocer también sus relaciones, como se muestra en la Tabla 2.

Desafío 9 s
Página 470
Vol. VI, página ??

> No hay más que una cosa sabia: comprender el pensamiento que puede gobernarlo todo en todas partes.
>
> Heráclito de Éfeso

Ref. 24

fico libro de DONALD D. HOFFMAN, *Visual Intelligence – How We Create What We See*, W.W.Norton & Co., 1998. es una excelente introducción. Su serie de ilusiones sobre el movimiento elemental puede ser experimentada y profundizada asociándola con la página Web www.cogsci.uci.edu/~ddhoff.

* Contrariamente a lo que se lee a menudo en la literatura popular, la distinción *es* posible en teoría cuántica. Se hace imposible sólo cuando la teoría cuántica se unifica con la relatividad general.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 2 Árbol genealógico de nociones físicas fundamentales.

el movimiento

la forma fundamental del cambio: un sistema que cambia de posición relativa respecto a su fondo

elementos/sistemas		*relaciones*		*fondo*	
estable				medible	
limitado		genera límites		ilimitado	
tiene formas		genera formas		extendido	
objetos	*imágenes*	*estados*	*interacciones*	*esp. de fases*	*espacio-tiempo*
impenetrable	penetrable	global	local	compuesto	simple
Los aspectos correspondientes:					
masa	intensidad	instante	fuente	dimensión	curvatura
dimensión	color	posición	repartición	distancia	topología
carga	aparición	cant. de movimiento	fuerza	volumen	distancia
spin	desaparición	energía	dirección	sub-espacio	superficie
etc.	etc.	etc.	etc.	etc.	etc.

mundo – naturaleza – universo – cosmos

la colección de todos los elementos, relaciones y fondo

¿Necesita el mundo de los estados?

> 'Das Feste, das Bestehende und der Gegenstand sind Eins. Der Gegenstand ist das Feste, Bestehende. Die Konfiguration ist das Wechselnde, Unbeständige.'* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 2.027 – 2.0271 – 2.0272

¿Qué distingue a los diversos patrones en las esquinas inferior izquierda de este texto? En la vida cotidiana, diríamos: la situación o la configuración de las entidades involucradas. La situación describe de alguna manera todos los aspectos que pueden ser diferentes de un caso a otro. A la lista de todos los aspectos *variables* de un conjunto de objetos, es costumbre designarla como su *estado de movimiento* (físico), o simplemente su *estado*. ¿Cómo se caracteriza el estado?.

Las configuraciones en las esquinas inferior izquierda se diferencian en primer lugar en el *tiempo*. El tiempo es lo que hace posible los opuestos: el niño está en una casa y el mismo niño se encuentra fuera de la casa. El tiempo describe y resuelve este tipo de

* 'Lo fijo, lo existente y el objeto son equiparables. El objeto es lo fijo, lo existente; la configuración es la alteración, variable. La configuración de los objetos conforma el estado de cosas.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

contradicción. Pero el estado no sólo distingue las situaciones en el tiempo: el estado contiene *todos* los aspectos de un *sistema* (por ejemplo, de un grupo de objetos) que lo distinguen de todos los sistemas *similares*. Dos objetos similares pueden tener la misma masa, forma, color, composición y ser indistinguibles en todas las demás propiedades intrínsecas, pero pueden diferir, en todo instante de tiempo, en su

— posición,
— velocidad,
— orientación, o
— velocidad angular.

Estas propiedades determinan el estado e identifican la *individualidad* de un sistema físico, y nos permite distinguirlo de *copias exactas* de sí mismo. Igualmente, el estado también describe la relación entre un objeto (o un sistema) y su entorno. O de nuevo en palabras equivalentes:

▷ El *estado* describe todos los aspectos de un sistema que dependen del observador.

La definición de estado no es en absoluto aburrida - sólo reflexione sobre esto: ¿Tiene
Desafío 10 s el *universo* un estado? La lista de las propiedades de los estados que se acaba de dar, ¿es *completa*? Más aún, los sistemas físicos se distinguen además, por sus *propiedades intrínsecas* permanentes. Algunos ejemplos de éstas son:

— masa,
— forma,
— color,
— composición.

Las propiedades intrínsecas no dependen del observador y son independientes del estado del sistema. Son permanentes - al menos por un cierto intervalo de tiempo. Las propiedades intrínsecas también permiten distinguir a los sistemas físicos entre sí. (Desafío 10s) Y de nuevo, podemos preguntarnos: ¿ cuál es la lista *completa* de las propiedades
Desafío 11 s intrínsecas de la naturaleza? ¿Tiene el universo propiedades intrínsecas?

Los diversos aspectos de los objetos y de sus estados se llaman *observables*. Todas estas superficiales definiciones preliminares serán refinadas paso a paso en lo que sigue.

La descripción de la naturaleza como una colección de entidades permanentes y estados cambiantes es el punto de partida para el estudio del movimiento. Cada observación de movimiento requiere la distinción entre las propiedades intrínsecas, permanentes, - que describen a los objetos que se mueven - y los estados cambiantes - que son los que describen la forma en la que esos objetos se mueven. Sin esta distinción, no hay movimiento. Sin esa distinción, ni siquiera habrá siquiera forma de *hablar* sobre el movimiento. Usando los términos que acabamos de introducir, se puede decir que

▷ el movimiento es el cambio de estado de los objetos permanentes.

La separación exacta entre aquellos aspectos relacionados con el objeto, las *propiedades intrínsecas*, y los que pertenecen al estado, las *propiedades de estado*, depende de la precisión de la observación. Por ejemplo, la longitud de un trozo de madera no es permanente; la madera se contrae y se dobla con el tiempo, debido a procesos a nivel molecular. Para

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

ser precisos, la longitud de un trozo de madera no es la apariencia de un objeto, sino un aspecto de su estado. Observaciones precisas entonces, *llevan* a la distinción entre el objeto y su estado; la distinción en sí no desaparece - al menos no en el primero de los cinco volúmenes de nuestra aventura.

A finales del siglo XX, la neurociencia descubrió que la distinción entre objetos permanentes y estados mudables no sólo la hacen los científicos e ingenieros. La naturaleza también hace la distinción. De hecho, ¡la naturaleza ha conectado fuertemente la distinción en el cerebro!. Utilizando las señales procedentes del córtex visual, que es quien procesa lo que los ojos observan, las partes adyacentes de la parte *superior* del cerebro humano – *corriente dorsal* – procesan el estado de los objetos que se ven, como por ejemplo, la distancia entre ellos y el movimiento, mientras que las partes adyacentes en el lado *inferior* del cerebro humano *corriente ventral* -- procesan las *propiedades intrínsecas*, como la forma, el color y los patrones. En resumen, los estados son de hecho necesarios para la descripción del movimiento. Por tanto, son propiedades intrínsecas, permanentes. Con el fin de proceder y para lograr una descripción *completa* del movimiento, necesitaremos una descripción completa de los objetos y una descripción completa de sus estados posibles. El primer enfoque que lo intentó, denominado física Galileana, consiste en la especificación de nuestro entorno *cotidiano* y el movimiento en él con la mayor precisión posible.

Física Galileana en seis declaraciones interesantes

El estudio del movimiento cotidiano, la física Galileana, ya es útil en sí mismo: vamos a descubrir muchos resultados que están en contraste con nuestra experiencia habitual. Por ejemplo, si recordamos nuestro pasado, todos hemos experimentado cuán importantes, deliciosas o desagradables pueden ser las *sorpresas*. Sin embargo, el estudio del movimiento cotidiano demuestra que *no* hay sorpresas en la naturaleza. El movimiento, y así el mundo, es *predecible* o *determinista*.

La principal sorpresa de nuestra exploración del movimiento es que no hay sorpresas en la naturaleza. La naturaleza es predecible. De hecho, vamos a descubrir seis aspectos de la previsibilidad de movimiento cotidiano:

1. *Continuidad.* Sabemos que los ojos, las cámaras y los aparatos de medición tienen una resolución finita. Todos tienen una distancia mínima que pueden observar. Sabemos que los relojes tienen un tiempo mínimo que pueden medir. A pesar de estas limitaciones, en la vida cotidiana todos los movimientos, sus estados, así como el espacio y el tiempo mismos, son *continuos*.

2. *Conservación.* Todos observamos que la gente, la música y muchas otras cosas en movimiento dejan de moverse después de un tiempo. Del estudio del movimiento se obtiene el resultado contrario: el movimiento nunca se detiene. En realidad, tres aspectos de movimiento no cambian, sino que se *conservan*: la cantidad de movimiento, el momento angular y la energía (junto con la masa) se conservan, por separado, en todos los ejemplos de movimiento. Ninguna excepción a estos tres tipos de conservación se ha observado jamás. (Como contraste, la masa se conserva con frecuencia, pero no siempre.)

   Además, vamos a descubrir que la conservación implica que el movimiento y sus

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

propiedades son las mismas en todos los lugares y en todos los tiempos: el movimiento es *universal*.

3. *Relatividad.* Todos sabemos que el movimiento difiere del reposo. A pesar de esta experiencia, un estudio cuidadoso muestra que no hay diferencia intrínseca entre los dos. Movimiento y reposo dependen del observador. El movimiento es *relativo*. Y también lo es el reposo. Este es el primer paso hacia la comprensión de la teoría de la relatividad.
4. *Reversibilidad.* Todos observamos que muchos procesos suceden sólo en una dirección. Por ejemplo, la leche derramada nunca regresa al recipiente por sí misma. A pesar de estas observaciones, el estudio del movimiento nos muestran que todo el movimiento cotidiano es *reversible*. Los físicos llaman a esto la invariancia de movimiento cotidiano bajo el *movimiento inverso (reversibilidad)*. En forma apresurada, pero no correcta, se habla de 'inversión temporal'.
5. *Invariancia de reflexión.* La mayoría de nosotros encuentra difícil manejar las tijeras con la mano izquierda, tienen dificultades para escribir con la otra mano, y han crecido con un corazón en el lado izquierdo. No obstante estas observaciones, la exploración muestra que el movimiento diario es *invariante por reflexión* (o *invariante de paridad*). Los procesos de reflexión o espejo siempre son posibles en la vida cotidiana.
6. *Minimización del cambio.* Todos estamos asombrados por las muchas observaciones que el mundo ofrece: colores, formas, sonidos, el crecimiento, los desastres, la felicidad, la amistad, el amor. La variación, la belleza y la complejidad de la naturaleza es increíble. Confirmaremos que todas las observaciones se deben al movimiento. Y a pesar de la aparición de la complejidad, todo movimiento es simple. Nuestro estudio muestra que todas las observaciones se pueden resumir de una manera sencilla: La naturaleza es perezosa. Todo el movimiento ocurre de una manera que *minimiza el cambio*. El cambio puede ser medido, con una cantidad llamada 'acción', y la naturaleza lo mantiene al mínimo. Las situaciones, - o estados, como les gusta decir a los físicos - evolucionan, reduciendo al mínimo el cambio. La naturaleza es perezosa.

Estos seis aspectos son fundamentales para entender el movimiento en el deporte, en la música, en los animales, en las máquinas y en las estrellas. Este primer volumen de nuestra aventura será una exploración de tales movimientos. En particular, vamos a confirmar, contra todas las apariencias en contrario, las mencionadas seis propiedades clave del movimiento de todos los días: la continuidad, la conservación, la reversibilidad, invariancia de reflexión, la relatividad y la minimización.

Curiosidades y desafíos divertidos sobre el movimiento*

En contraste con la mayoría de los animales, las criaturas sedentarias, como las plantas o las anémonas de mar, no tienen patas y no puede moverse mucho, por lo que para su auto-defensa, desarrollaron *venenos*. Ejemplos de este tipo de plantas son la ortiga, la planta de tabaco, la digitalina, la belladona y la amapola; venenos son la cafeína, la

* Las secciones tituladas 'curiosidades' son colecciones de temas y problemas que permiten probar y extender el uso de conceptos ya introducidos.

Motion Multimedia – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmultimedia.net

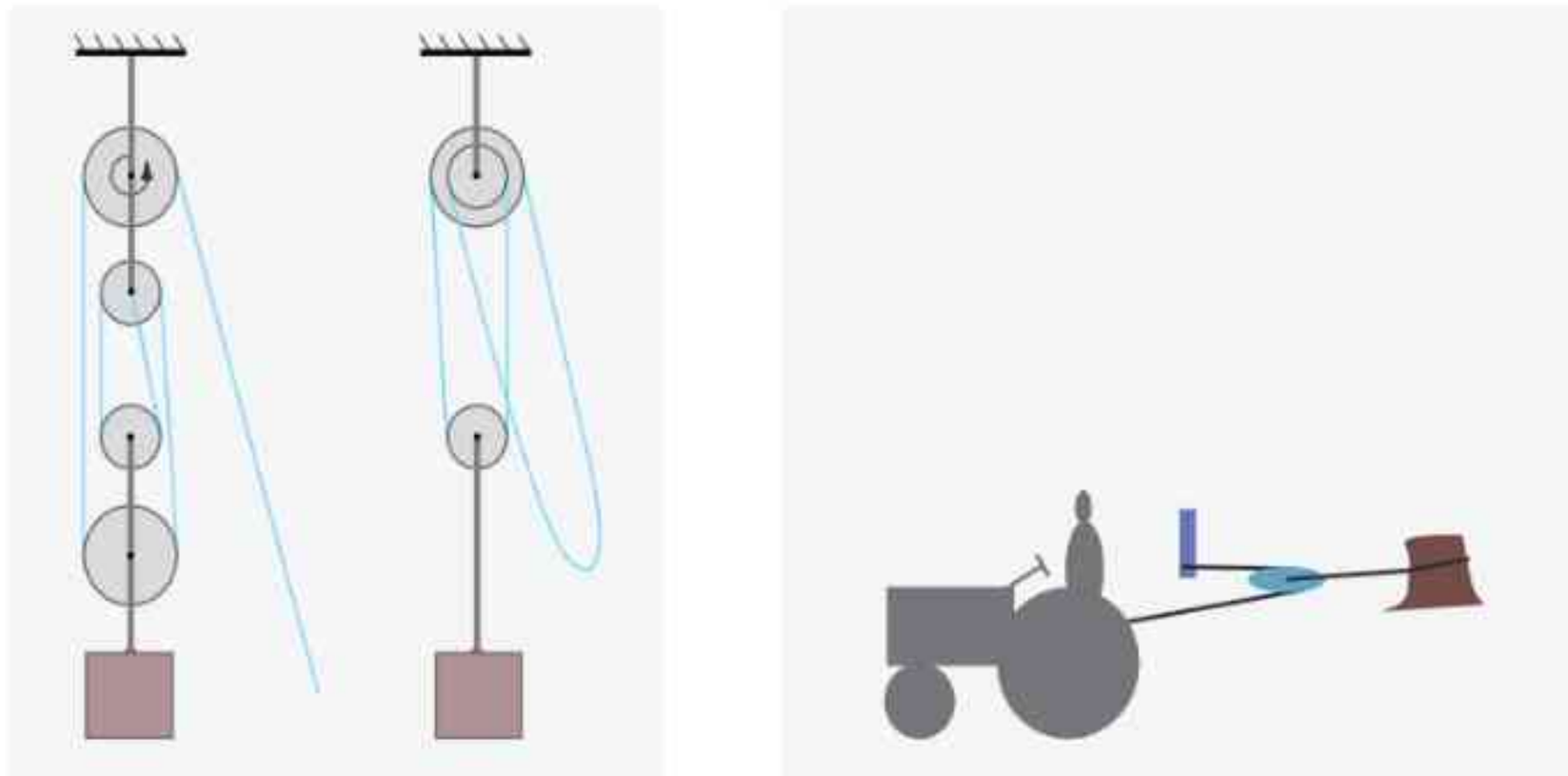


FIGURA 12 Un polipasto y polea diferencia (izquierda) y un granjero (derecha).

nicotina y el curare. Venenos como estos se encuentran en la base de la mayoría de los medicamentos. Por lo tanto, la mayoría de los fármacos existen básicamente porque las plantas no tienen patas.

* *

Un hombre sube una montaña desde las 9 a.m. hasta la 1 p.m. Duerme en la parte superior y regresa al día siguiente, volviendo a salir a las 09 a.m. y llegando abajo a la 1 p.m.
Desafío 12 s ¿Hay algún lugar en el camino en que el hombre pasa a la misma hora en los dos días?

* *

Cada vez que una pompa de jabón estalla, el movimiento de la superficie durante el estallido es el mismo. A pesar de que es demasiado rápido para ser visto por el ojo desnudo,
Desafío 13 s ¿puede usted imaginar los detalles?

* *

Desafío 14 s ¿Es el movimiento de un fantasma un ejemplo de movimiento?

* *

Desafío 15 s ¿Puede algo detener el movimiento? ¿Cómo demostrarlo?

* *

¿Un cuerpo que se mueve siempre en línea recta, muestra que la naturaleza o el espacio
Desafío 16 s es infinito?

* *

¿Cuál es la longitud de la cuerda que uno tiene que tirar para levantar una masa de una altura h con un polipasto de cuatro ruedas, como se muestra a la izquierda de la Figu-
Desafío 17 s ra 12? ¿El agricultor en la derecha de la figura hace algo sensato?

En el pasado, los polipastos eran muy importantes para muchas máquinas. Dos ver-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

siones particularmente útiles son polipastos *diferenciales*, también conocidos como polea diferencial, que son fáciles de hacer y el *aparejo español*, con el que se consigue el mayor efecto con el menor número de poleas. Incluso, hay uno conocido como *aparejo de los locos*. Disfrute indagando sobre ello.

Ref. 25
Desafío 18 e

Todos estos dispositivos son ejemplos de la *regla de oro de la mecánica*: lo que se gana en fuerza, se pierde en desplazamiento. O, equivalentemente: el producto de la fuerza por el desplazamiento – llamado también *trabajo* (físico)– permanece invariable, cualquiera que sea el dispositivo mecánico que se pueda utilizar. Esto es un ejemplo de conservación, el cual se observa en el movimiento cotidiano.

* *

Desafío 19 s

¿Se puede mover el universo?

* *

Para hablar de precisión con precisión, tenemos que medir la propia precisión. ¿Cómo se hace eso?

Desafío 20 s

* *

Desafío 21 s

¿Podríamos observar el movimiento si no tuviéramos memoria?

* *

Desafío 22 s

¿Cuál es la velocidad más baja que se ha observado? ¿Existe una velocidad mínima en la naturaleza?

* *

Según la leyenda, Sissa ben Dahir, el inventor indio del juego de *chaturanga* o ajedrez, exigió al rey Shirham la siguiente recompensa por su invento: quería un grano de trigo por la primera casilla, dos para la segunda, cuatro para la tercera, ocho para la cuarta, y así sucesivamente. ¿Cuánto tiempo necesitarían todos los campos de trigo del mundo para producir los granos necesarios?

Desafío 23 s

* *

Cuando se mueve una vela encendida, la llama va a la zaga de la vela. ¿Cómo se comporta la llama de la vela, si está dentro de un vaso, encendida aún, y el vaso se acelera?

Desafío 24 s

* *

Una buena manera de hacer dinero es la construcción de detectores de movimiento. Un detector de movimiento es una pequeña caja con un par de cables. La caja produce una señal eléctrica cada vez que se mueve. ¿Qué tipos de detectores de movimiento puede imaginar? ¿Es barato hacer una caja así? ¿Es muy precisa?

Desafío 25 d

* *

Una bola perfectamente esférica y sin fricción se encuentra cerca del borde de una mesa perfectamente plana y horizontal, como se muestra en la Figura 13. ¿Qué le sucede? ¿En qué escala de tiempo?

Desafío 26 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

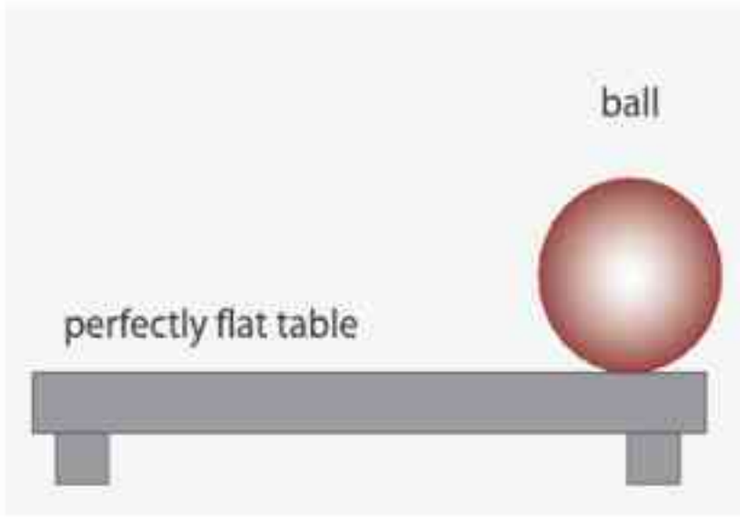


FIGURA 13 ¿Qué ocurrirá?

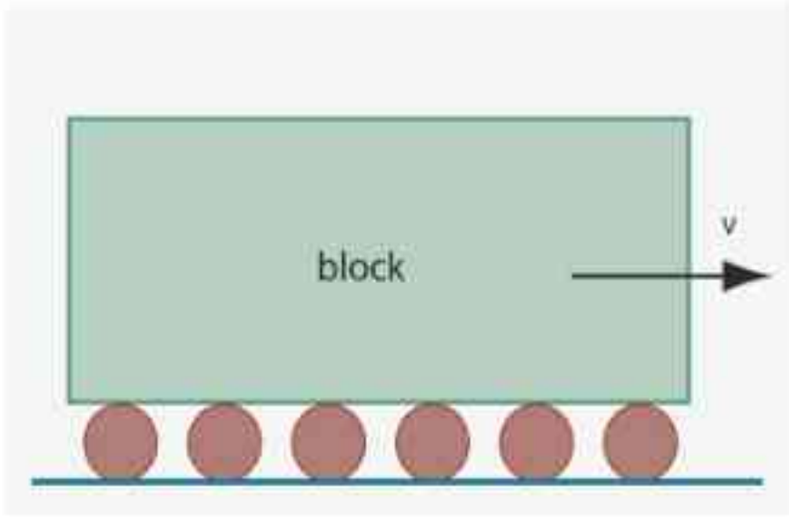


FIGURA 14 ¿Cuál es la velocidad de los rodillos? ¿Son posibles rodillos con otras formas?

* *

Usted entra en una caja cerrada y sin ventanas. La caja se mueve por fuerzas externas desconocidas para usted. ¿Puede determinar la *forma* en que se está moviendo desde el
Desafío 27 s interior de la caja?

* *

Cuando rueda un bloque sobre el suelo sobre un conjunto de cilindros, como se muestra
Desafío 28 s en la Figura 14, cómo están relacionadas la velocidad del bloque y la de los cilindros?

* *

Ref. 18 ¿No le gustan las fórmulas? Si es así, utilice el siguiente método que no le llevará más de tres minutos para cambiar la situación. Vale la pena intentarlo, ya que le hará disfrutar
Desafío 29 s de este libro mucho más. La vida es corta: ella debería ser, en tanto sea posible, un placer, como la lectura de este texto.

1. Cierre los ojos y recuerde una experiencia que fuera *absolutamente maravillosa*, una situación en que se sintió emocionado, curioso y optimista.
2. Abra los ojos por un segundo o dos y mire en la página 299
3. Luego cierre los ojos otra vez y vuelva a su maravillosa experiencia.
4. Repita la observación de las fórmulas y la visualización de su memoria - los pasos 2 y 3 - tres veces más.

A continuación deje el recuerdo, mire a su alrededor para regresar al aquí y ahora, y pruébese a sí mismo. Mire de nuevo en la página 299.

* *

En el siglo XVI, Niccolò Tartaglia* propuso el siguiente problema. Tres parejas jóvenes quieren cruzar un río. Sólo está disponible un pequeño barco que puede transportar a dos personas. Los hombres son muy celosos, y nunca dejan a sus novias con otro hom-
Desafío 30 s bre¿Cuántos viajes por el río son necesarios?

* *

Los cilindros pueden ser utilizados para rodar un objeto plano sobre el suelo, como se

* Niccolò Fontana Tartaglia (1499–1557), importante matemático del Renacimiento.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

muestra en la Figura 14. Los cilindros mantienen el objeto plano siempre a la misma distancia del suelo. ¿Qué secciones *distintas* de la circular, las llamadas *curvas de anchura constante*, puede tener un cilindro para realizar la misma hazaña? ¿Cuántos ejemplos se
Desafío 31 s pueden encontrar? ¿Son posibles objetos diferentes de los cilindros?

* *

Colgar cuadros en las paredes no es fácil. Primer rompecabezas: ¿cuál es la mejor manera de colgar un cuadro en un clavo? El método debe hacer posible mover el marco en la posición horizontal después de que el clavo se encuentre en la pared, en el caso en el
Desafío 32 s que el peso no está distribuido de manera uniforme. Segundo rompecabezas: ¿Se puede
Ref. 26 colgar un cuadro en una pared - esta vez con una cuerda larga - sobre dos clavos de manera que tirando cualquiera de los dos clavos el cuadro caiga? ¿Y con tres clavos? ¿Y
Desafío 33 s con *n* clavos?

Primer resumen sobre el movimiento

El movimiento, el cambio de posición de los sistemas físicos, es la observación más fundamental en la naturaleza. El movimiento diario es predecible y determinista. La previsibilidad se refleja en seis aspectos del movimiento: la continuidad, la conservación, la reversibilidad, invariancia especular o de reflexión, la relatividad y la minimización. Algunos de estos aspectos son válidos para *todos* los movimientos, y algunos son válidos
Desafío 34 d sólo para el movimiento *cotidiano*. ¿Cuáles y por qué? Exploraremos esto ahora.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 2

De la medida del movimiento a la continuidad

> Physic ist wahrlich das eigentliche Studium des Menschen.**
>
> Georg Christoph Lichtenberg

La descripción más simple de movimiento es la que todos nosotros utilizamos inconscientemente, como los gatos o los monos, en nuestra vida cotidiana: *sólo una cosa puede estar en un lugar determinado en un momento dado*. Esta descripción general puede ser separada en tres supuestos: la materia es *impenetrable* y se *mueve*, el tiempo está hecho de *instantes*, y el espacio está hecho de *puntos*. ¿Está de acuerdo con esos supuestos? Sin estos tres supuestos no es posible definir la velocidad en la vida cotidiana. Esta descripción de la naturaleza se llama *físca Galileana*, o a veces *física Newtoniana*. Galileo Galilei (1564–1642), profesor de matemáticas de la Toscana, fue uno de los fundadores de la física moderna y es famoso por haber defendido tanto la importancia de las observaciones, como los controles de las aseveraciones acerca de la naturaleza. La exigencia y realización de estos controles a lo largo de su vida, le llevaron a aumentar continuamente la precisión en la descripción del movimiento. Por ejemplo, Galileo estudió el movimiento midiendo el cambio de posición con un cronómetro que confeccionó él mismo. Su enfoque reemplazó la descripción especulativa de la antigua Grecia por la física experimental de la Italia del Renacimiento. ***

Desafío 35 s

Después de Galileo, el alquimista, ocultista, teólogo, físico y político inglés Isaac Newton (1643–1727), fue uno de los primeros en defender con vigor la idea de que diferentes tipos de movimiento tienen las mismas propiedades, y dio importantes pasos en la construcción de los conceptos necesarios para demostrar esta idea.****.

Las exploraciones de Galileo y sus predecesores proporcionaron las primeras enunciaciones claras sobre las propiedades de la velocidad, el espacio y el tiempo.

** 'La física es, realmente, el adecuado estudio del hombre.' Georg Christoph Lichtenberg (b. 1742 Ober-Ramstadt, d. 1799 Göttingen) fue un importante físico y ensayista.

*** El mejor libro y el que proporciona más información sobre la vida de Galileo y su tiempo es el de Pietro Redondi (vea la sección del capítulo página 360). Galileo nació el año en el que se inventó el lápiz. Antes de su época, era imposible hacer cálculos con papel y lápiz. Para el curioso, la página web www.mpiwg-berlin.mpg.de permite leer un manuscrito original de Galileo.

**** Newton nació un año después de que muriera Galileo. Durante la mayor parte de su vida Newton buscó la piedra filosofal. Otro hobby de Newton, como director de la casa de la Moneda, era supervisar personalmente el ahorcamiento de los falsificadores. Acerca del apasionamiento de Newton con la alquimia, vea el libro de Dobbs. Entre otras cosas, Newton creía que él mismo había sido elegido por Dios; tomó su nombre latino, *Isaacus Neuutonus*, y formó el anagrama *Ieova sanctus unus*. Acerca de Newton y su importancia para la mecánica clásica, vea el texto deClifford Truesdell.

Ref. 27
Ref. 28

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 15 Galileo Galilei (1564–1642).

¿Qué es la velocidad?

> No hay nada que se le parezca.
>
> Jochen Rindt*

La velocidad fascina. Para los físicos, no sólo las carreras de coches son interesantes, sino que cualquier entidad en movimiento lo es. En consecuencia, en primer lugar, los físicos evalúan tantos ejemplos como pueden. Una selección de los valores de velocidad medidos se presentan en la Tabla 3. Las unidades y prefijos utilizados se explican en detalle en el apéndice 17. Algunos dispositivos de medida se muestran en la Figura 16.

La vida cotidiana nos enseña mucho acerca del movimiento: los objetos pueden adelantarse unos a otros, y pueden moverse en diferentes direcciones. También observamos que las velocidades se pueden aumentar o modificar sin problemas. La lista exacta de estas propiedades, como se indica en la Tabla 4, la resumen los matemáticos mediante un término especial, dicen que las velocidades forman *espacio vectorial Euclidiano*. ** Más
Página 88 adelante se darán más detalles sobre este extraño término. Por ahora notemos simplemente que para la descripción de la naturaleza, los conceptos matemáticos se presentan como el instrumento más preciso.

Cuando se supone que la velocidad es un vector Euclidiano, se denomina *velocidad* Galileana. La velocidad es un concepto fundamental y profundo. Por ejemplo, la velocidad no necesita medidas de espacio y tiempo para ser definida. ¿Es capaz de encontrar
Desafío 37 d un método para medir velocidades sin medir el espacio y el tiempo? Si es así, es probable que desee pasar al siguiente volumen, dando un salto por encima de 2000 años de investigaciones. Si no puede hacerlo, considere esto: cada vez que se mide una cantidad se supone implícitamente que todo el mundo es capaz de hacerlo, y que todo el mundo va a obtener el mismo resultado. En otras palabras, se define la *medición* como una comparación con un estándar. Nosotros por lo tanto suponemos implícitamente la existencia de tal estándar, es decir, que se puede encontrar un ejemplo de una velocidad 'perfecta'.

* Jochen Rindt (1942–1970), famoso piloto austriaco de competiciones de Fórmula 1, hablando sobre velocidad.

** El conocido como Euclides, o Eukleides, el gran matemático griego que vivió en Alejandría alrededor del 300 C.. Euclides escribió un monumental tratado de geometría, los Στοιχεῖα o *Elementos*,, que constituye un hito en el pensamiento humano. El texto presenta todo el conocimiento sobre geometría de su tiempo. Por primera vez, Euclides introduce dos aproximaciones que son ahora de uso común: todos los enunciados son deducidos de un pequeño número de *axiomas* básicos y para cada enunciado se da una *prueba*. El libro, que todavía es editado hoy, ha sido el texto geométrico de referencia durante 2000 años. En la web se puede encontrar en aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 3 Algunos valores medidos

Observación	Velocidad
Crecimiento de un nódulo de manganeso en un mar profundo	80 am/s
¿Puede encontrar algo más lento?	Desafío 36 s
El crecimiento de las estalagmitas	0,3 pm/s
Crecimiento del liquen	por debajo de 7 pm/s
Movimiento típico de los continentes	10 mm/a = 0,3 nm/s
El crecimiento humano durante la infancia, crecimiento del cabello	4 nm/s
Crecimiento de un árbol	hasta 30 nm/s
Desplazamiento de electrones en un hilo metálico	1 μm/s
Movimiento de un espermatozoide	de 60 a 160 μm/s
Velocidad de la luz en el centro del Sol Ref. 29	1 mm/s
Movimiento del Ketchup	1 mm/s
La menor velocidad de la luz medida sobre la Tierra Ref. 30	0,3 m/s
Velocidad de caída de copos de nieve	0,5 m/s to 1,5 m/s
Velocidad de señales en las células nerviosas humanas Ref. 31	0,5 m/s to 120 m/s
Velocidad del viento a velocidad de 1 y 12 grados Beaufort (viento ligero y huracán)	< 1,5 m/s, > 33 m/s
Velocidad de las gotas de lluvia, en función de su radio	2 m/s a 8 m/s
El pez que nada más rápido, pez vela (*Istiophorus platypterus*)	22 m/s
Récord de navegación a vela 2009 sobre 500 m (por trimarán Hydroptère)	26,4 m/s
Animal que corre más rápido, guepardo (*Acinonyx jubatus*)	30 m/s
Velocidad del aire en la garganta al estornudar	42 m/s
Tiro más rápido: una pelota de cricket lanzada corriendo con la técnica del béisbol	50 m/s
Humano en caída libre, dependiendo de la ropa	50 to 90 m/s
La más rápida de las aves, el *Halcón peregrino* en picado	60 m/s
El mate más rápido en bádminton	70 m/s
La velocidad media de la molécula de oxígeno en el aire a temperatura ambiente	280 m/s
Velocidad del sonido con aire seco al nivel del mar y temperatura estándar	330 m/s
Velocidad del ecuador	434 m/s
Velocidad del extremo dellátigo en el chasquido	750 m/s
Velocidad de una bala de fusil	1 km/s
Velocidad de propagación de las grietas en la ruptura del silicio	5 km/s
Velocidad más alta de un objeto macroscópico alcanzada por el hombre – el satélite *Helios II*	70,2 km/s
Velocidad de la Tierra a través del universo	370 km/s
Velocidad media (y velocidad pico) de la punta del rayo	600 km/s (50 Mm/s)
Velocidad macroscópica más alta medida en nuestra galaxia Ref. 32	$0{,}97 \cdot 10^8$ m/s
Velocidad de los electrones en el interior de un tubo catódico de un televisor en color	$1 \cdot 10^8$ m/s
Velocidad de mensajes de radio en el espacio	299 792 458 m/s
La más alta velocidad de grupo de la luz jamás medida	$10 \cdot 10^8$ m/s
Velocidad del punto de luz emitido desde una faro al pasar pasa sobre la Luna	$2 \cdot 10^9$ m/s
La más alta velocidad *propia* de los electrones jamás realizada por el hombre	$7 \cdot 10^{13}$ m/s
La más alta velocidad posible para un punto de luz o una sombra	sin límite

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 16 Algunos dispositivos de medida de velocidades: un anemómetro, un taquímetro para patines en línea, una pistola radar para deportes y un tubo de Pitot–Prandtl en un aeroplano (© Fachhochschule Koblenz, Silva, Tracer, Wikimedia).

TABLA 4 Propiedades de la velocidad cotidiana o Galileana.

La velocidad puede	Propiedad física	Nombre matemático	Definición
Ser distinguida	distinguibilidad	Elemento de conjunto	Vol. III, página 307
Cambiar gradualmente	continuo	Espacio vectorial real	Página 88, Vol. V, página ??
Apuntar a cualquier parte	Dirección	Espacio vectorial, dimensionable	Página 88
Ser comparada	mensurabilidad	medible	Vol. IV, página ??
Ser sumada	adicionabilidad	espacio vectorial	Página 88
Tener ángulos definidos	dirección	Espacio vectorial Euclidiano	Página 88
Exceder cualquier límite	infinitud	infinitud	Vol. III, página 308

Históricamente, el estudio del movimiento no investigó esta cuestión en primer lugar, porque durante muchos siglos nadie pudo encontrar tal norma para la velocidad. Usted está por lo tanto en buena compañía.

¿Cómo se mide la velocidad en la vida cotidiana? Los animales y las personas estiman su velocidad de dos maneras: mediante la estimación de la frecuencia de sus propios movimientos, como sus pasos, o por el uso de sus ojos, los oídos, el sentido del tacto o el sentido de la vibración para deducir cómo cambia su propia posición con respecto al ambiente. Sin embargo, varios animales tienen capacidades adicionales: algunas serpientes pueden determinar la velocidad con sus órganos de detección por infrarrojos, otros con sus órganos de detección de campos magnéticos. Finalmente, otros animales emiten sonidos que crean ecos con el fin de medir las velocidades con alta precisión. La misma gama de soluciones es utilizado por los dispositivos técnicos. LaTabla 5 ofrece una panorámica general.

La velocidad no siempre es un tema fácil. A los físicos les gusta decir, de forma provocadora, que lo que no se puede medir no existe. ¿Puede usted medir su propia velocidad en el espacio interestelar vacío? Desafío 38 s

La velocidad es de interés tanto para los ingenieros como para la evolución. En ge-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 5 Aparatos de medida de veloidad en sistemas biológicos e ingenieriles.

Medida	Aparato	Rango
Velocidad propia corriendo de insectos, mamíferos y humanos	Frecuencia de pataleo medida con reloj interno	0 a 33 m/s
Velocidad propia de un coche	Taquímetro adherido a las ruedas	0 a 150 m/s
Predadores y cazadores midiendo la velocidad de la presa	Sistema de visión	0 a 30 m/s
Policía midiendo la velocidad de un coche	Radar o pistola láser	0 a 90 m/s
Murciélago midiendo su propia velocidad y la de la presa en la noche	Sonar de efecto Doppler	0 a 20 m/s
puerta deslizante midiendo la velocidad de aproximación de las personas	radar de efecto Doppler	0 a 3 m/s
Velocidad propia nadando en peces y humanos	Fricción y deformación de la piel	0 a 30 m/s
Velocidad propia nadando en delfines y barcos	sonar al fondo del mar	0 a 20 m/s
Velocidad de inmersión en peces, animales, buceadores y submarinos	cambio de presión	0 a 5 m/s
Predadores acuáticos y barcos de pesca midiendo la velocidad de la presa	sonar	0 a 20 m/s
Velocidad propia relativa a la Tierra en insectos	A menudo ninguna (saltamontes)	n.a.
Velocidad propia relativa en pájaros relativa a la Tierra	Sistema visual	0 a 60 m/s
Velocidad propia relativa a la Tierra en aeroplanos o cohetes	Radiogoniómetro, radar	0 a 8000 m/s
Velocidad propia relativa al aire en insectos y pájaros	Desviación del pelo filiforme, desviación del plumaje	0 a 60 m/s
Velocidad propia relativa al aire en aeroplanos	Tubo de Pitot–Prandtl	0 a 340 m/s
Velocidad del viento medida en estaciones meteorológicas	Anemómetro térmico, de rotación o de ultrasonido	0 a 80 m/s
Golondrinas midiendo la velocidad de sus presas	Sistema visual	0 a 20 m/s
Murciélagos midiendo la velocidad de sus presas	sonar	0 a 20 m/s
Movimiento macroscópico de la Tierra	GPS (Sistema de Posicionamiento Global), Galileo, Glonass	0 a 100 m/s
Pilotos midiendo la velocidad de un blanco	radar	0 a 1000 m/s
Movimiento de estrellas	Efecto Doppler óptico	0 a 1000 km/s
Movimientos de chorros estelares	Efecto Doppler óptico	0 to 200 Mm/s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

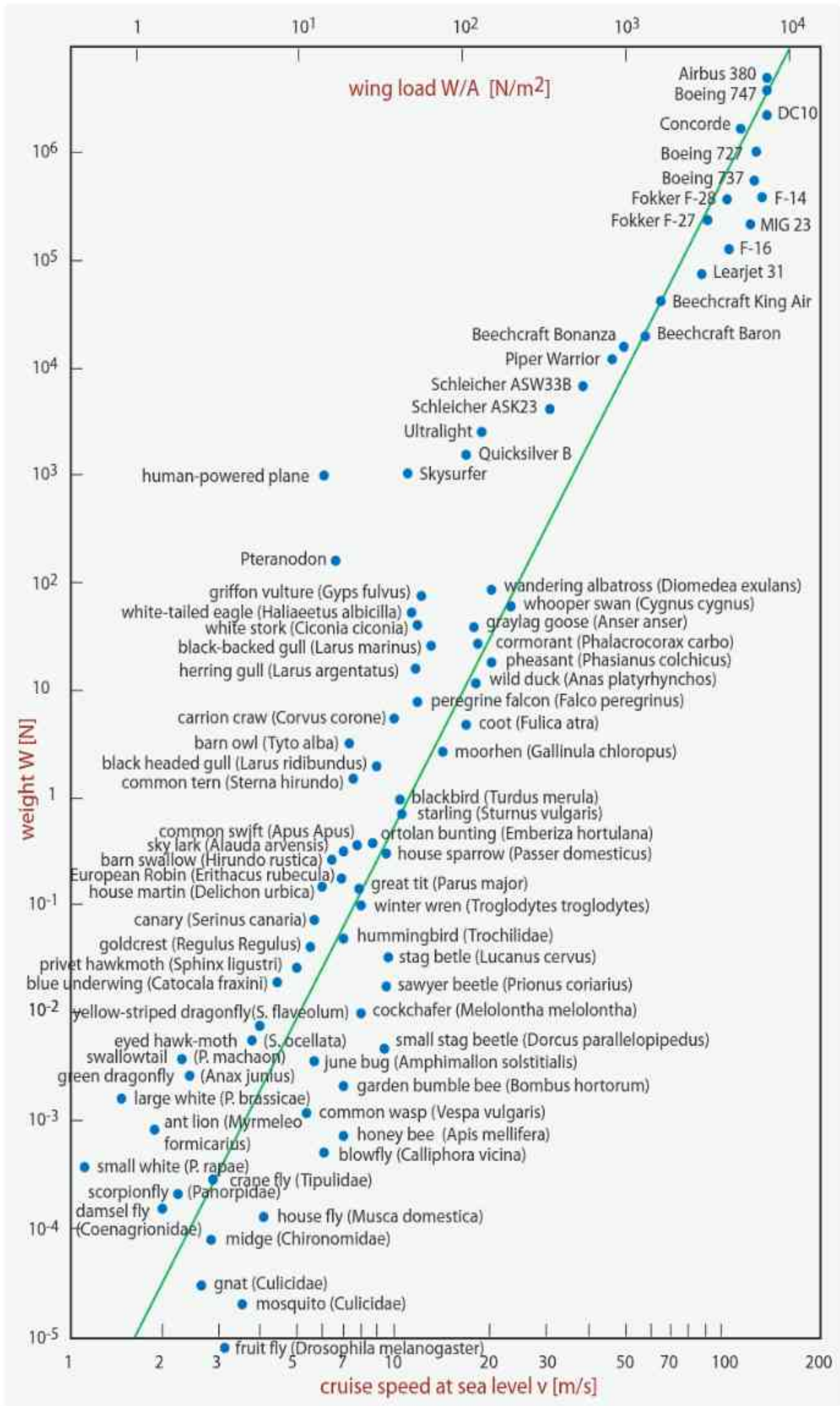


FIGURA 17 Cómo se relaciona la carga alar y la velocidad de crucero a nivel del mar con el peso en objetos volantes, respecto a la línea general de tendencia (tomado de un gráfico de © Henk Tennekes).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

neral, los sistemas semovientes (autopropulsados) son más rápidos cuanto más grandes son. Como ejemplo, la Figura 17 muestra cómo se aplica esto a la velocidad de crucero de los objetos que vuelan. En general, la velocidad de crucero es proporcional a la raíz sexta del peso, como se muestra por la línea de tendencia trazada en el gráfico. ¿Es capaz de encontrar por qué? Por cierto, relaciones de *escalas alométricas* similares son válidas para muchas otras propiedades de los sistemas móviles, como veremos más adelante.

Desafío 39 d

Algunos investigadores se han especializado en el estudio de las velocidades más bajas que se encuentran en la naturaleza: se llaman geólogos. No se pierda la oportunidad de caminar a través de un paisaje mientras escucha a uno de ellos.

Ref. 33

La velocidad es un asunto profundo por una razón adicional: vamos a descubrir que las siete propiedades de la Tabla 4 son sólo aproximadas, *ninguna* es realmente correcta. La mejora de los experimentos sacará a la luz los límites del fracaso para cada propiedad de la velocidad Galileana. El fracaso de las últimas tres propiedades de la Tabla 4 nos llevará a la relatividad especial y general, el fiasco de las dos de en medio a la teoría cuántica y el fracaso de las dos primeras propiedades a la descripción unificada de la naturaleza. Pero por ahora, nos quedaremos con la velocidad Galileana, y continuamos con otro concepto Galileano derivado de ella: el tiempo.

> Sin los conceptos de *lugar*, *vacío* y *tiempo*, el cambio no puede ser. [...] Es claro, pues, [...]que su investigación tiene que ser llevada a cabo, mediante el estudio de cada uno de ellos por separado.
>
> Aristóteles* *Física*, Libro III, parte 1.

¿Qué es el tiempo?

> El tiempo es un incidente del movimiento.
>
> Theofrasto**

> El tiempo no existe en sí mismo, sino sólo a través de los objetos percibidos, de los cuales resultan conceptos de pasado, de presente y de futuro.
>
> Lucrecio,*** *De rerum natura*, lib. 1, v. 460 ss.

En sus primeros años de vida, los niños pasan mucho tiempo lanzando objetos a su alrededor. El término 'objeto' es una palabra latina que significa 'lo que ha sido lanzado hacia adelante'. La Psicología del desarrollo ha demostrado experimentalmente que a partir de estos múltiples experimentos los niños extraen los conceptos de tiempo y espacio. Los físicos adultos hacen lo mismo cuando estudian el movimiento en la universidad.

Ref. 21

Cuando tiramos una piedra a través del aire, podemos definir una *secuencia* de observaciones. LaFigura 18 ilustra cómo. Nuestra memoria y nuestros sentidos nos dan esta

* Aristóteles (b. 384/3 Stageira, d. 322 C. Euboea), importante filósofo y científico griego, fundador de la *Escuela Peripatética* situada en el Liceo, un gimnasio dedicado a Apollo Lyceus.

** Theofrasto de Eresos (c. 371 – c. 287) fue un venerado filósofo de Lesbos, sucesor de Aristóteles en el Liceo.

*** Tito Lucrecio Carus (*c.* 95 hasta *c.* 55 C.), erudito y poeta romano.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

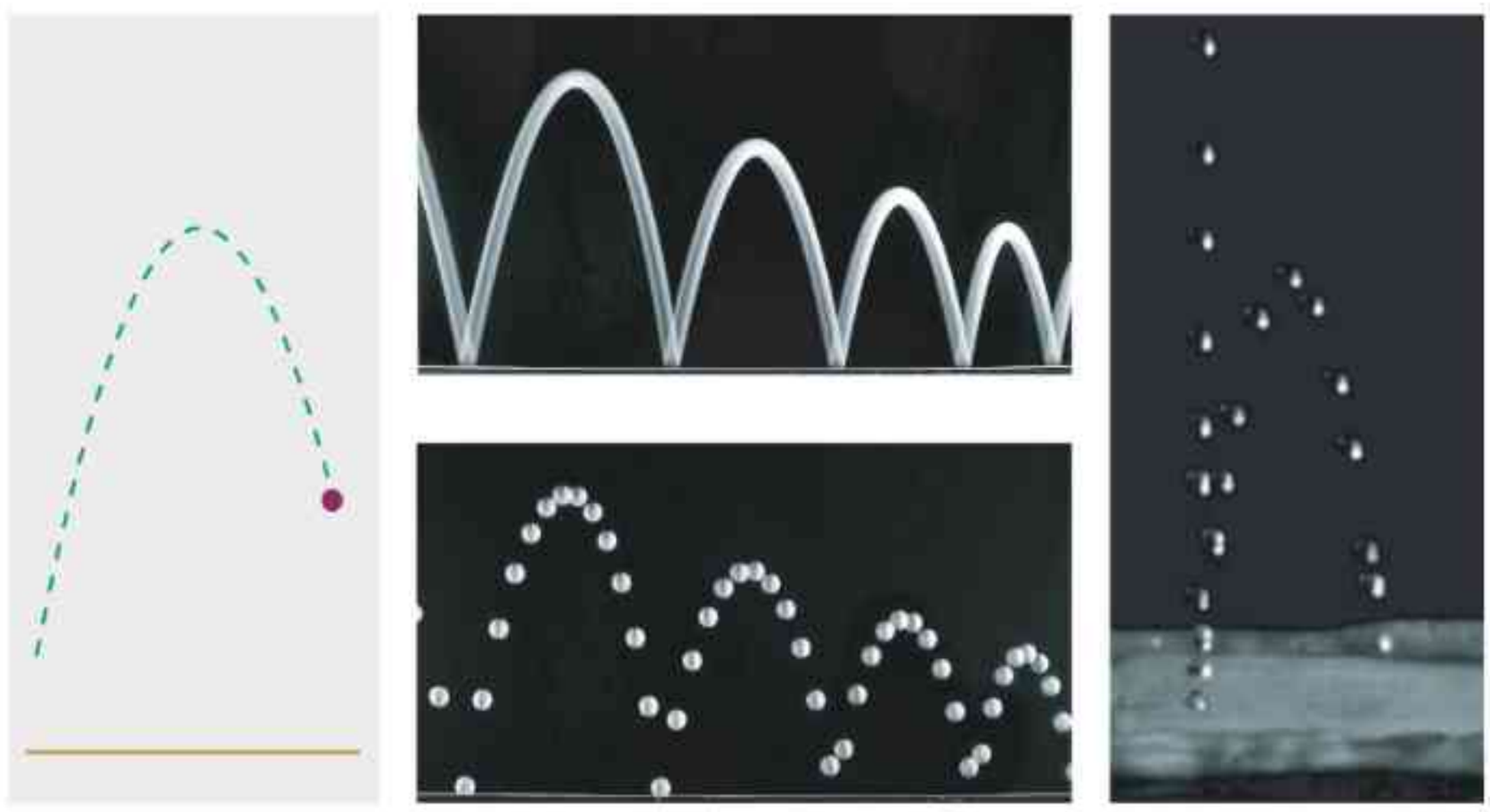


FIGURA 18 Una típica trayectoria seguida por una piedra lanzada al aire – una parábola – con fotografías (borrosa y estroboscópica) de una pelota de tenis de mesa y una fotografía estroboscópica de una gota de agua rebotando en una superficies fuertemente hidrofóbica (derecha), © Andrew Davidhazy, Max Groenendijk).

capacidad. El sentido del oído registra los diferentes sonidos durante el ascenso, el descenso y el aterrizaje de la piedra. Nuestros ojos localizan la ubicación de la piedra de un punto al siguiente. Todas las observaciones tienen su lugar en una secuencia, con algunas observaciones precediéndolas, algunas observaciones simultáneas a ellas, y otras más posteriores. Decimos que las observaciones se perciben al ocurrir en varios *instantes* y llamamos a la secuencia de todos los instantes, *tiempo*. Una observación, que se considera la parte más pequeña de una secuencia, es decir, no una secuencia en sí, se llama un *evento* o acontecimiento. Los eventos son fundamentales para la definición del tiempo, en particular, el inicio o la detención de un cronómetro son eventos. (Pero, ¿existen realmente los eventos? Mantenga esta pregunta en un rincón de su cabeza mientras seguimos adelante.)

Desafío 40 s

Los fenómenos secuenciales tienen una propiedad adicional conocida como el tramo, la extensión o duración. Algunos de los valores medidos se dan en la Tabla 6.* La *duración* expresa la idea del tiempo que *toman* las secuencias. Decimos que una secuencia se sirve de su tiempo para expresar que otras secuencias pueden llevarse a cabo en paralelo con ella.

¿Cómo es posible deducir exactamente el concepto de tiempo a partir de las observaciones, incluyendo secuencias y duraciones?. Muchas personas han examinado esta cuestión: astrónomos, físicos, relojeros, psicólogos y filósofos. Todos encontraron:

▷ El tiempo se deduce al comparar movimientos.

Este es aún el caso de los niños y los animales. A partir de una edad muy temprana, desarrollan el concepto de 'tiempo' por comparación de los movimientos en su vecindad.

Ref. 21

* Un año se abrevia como (Latin 'annus').

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 6 Selección de medidas de tiempo.

Observación	Tiempo
Menor tiempo posible	10^{-44} s
Tiempo más corto jamás medido	10 ys
Tiempo para la luz en cruzar un átomo típico	0.1 a 10 as
Máxima frecuencia de luz láser producida hasta el momento	200 as
Período de transición del cesio en tierra (del estado hiperfino)	108,782 775 707 78 ps
Batir de alas de la mosca dela fruta	1 ms
Período de púlsar (estrella de neutrones que gira) PSR 1913+16	0,059 029 995 271(2) s
'Instante' humano	20 ms
Vida más corta de un seer vivo	0,3 d
Duración media del día hace 400 millones de años	79 200 s
Duración media del día hoy	86 400,002(1) s
Desde el nacimiento hasta la celebración de 1000 millones de segundos	31,7 a
Edad del árbol vivo más antiguo	4600 a
El uso del lenguaje humano	0,2 Ma
Edad del Himalaya	35 a 55 Ma
Edad de las rocas más antiguas que se encuentran en el Cinturón I, Groenlandia y en Porpoise Cove, Bahía de Hudson	3,8 Ga
Edad de la Tierra	4,6 Ga
Edad de las estrellas más antiguas	13,8 Ga
Edad de la mayoría de protones de su cuerpo	13,8 Ga
Vida media de un núcleo de tántalo ^{180m}Ta	10^{15} a
Vida media de un núcleo de bismuto ^{209}Bi	$1{,}9(2) \cdot 10^{19}$ a

Los adultos toman como patrón el movimiento del Sol y al tipo de tiempo resultante lo llaman *tiempo local*. De la Luna se deduce un *calendario lunar*. Si toman un reloj de pueblo, en particular en una isla europea lo llaman el *tiempo coordinado universal* (UTC), antes conocido como "hora de Greenwich". *Los astrónomos usan los movimientos de las estrellas y el resultado obtenido es el tiempo de *efemérides* (o uno de sus sucesores). Un observador que usa su reloj personal llama a la lectura su *tiempo propio*, y es utilizado a menudo en la teoría de la relatividad. No todo movimiento es necesariamente una buena referencia para el tiempo. En el año 2000, la rotación de la Tierra no tuvo 86400 segundos, como lo hizo en el año 1900, sino 86400,002 segundos. ¿Puede deducir en qué año su cumpleaños habrá cambiado por un día entero del tiempo predicho con 86400 segundos? Todos los métodos para la definición de tiempo se basan por lo tanto en la

Página 488

Desafío 42 s

* El tiempo oficial UTC se usa para determinar la fase de la red de corriente eléctrica, el flujo de las transmisiones de compañías telefónicas y la señal del sistema GPS. Este último se usa en múltiples sistemas de navegación en todo el mundo, especialmente en barcos, aviones y camiones. Para más información, consulte la página www.gpsworld.com. La infraestructura de la gestión del tiempo es también importante para otros sectores de la economía moderna. ¿Puede señalar los más importantes?

Desafío 41 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

comparación entre movimientos. Con el fin de hacer que el concepto sea tan preciso y útil como sea posible, se elige una referencia *estándar* de movimiento, y con ello se define una secuencia estándar y una duración estándar. El dispositivo que realiza esta tarea se llama un *reloj*. Así, podemos responder a la pregunta del título de la sección:

▷ El tiempo es lo que se lee en un reloj.

Nótese que todas las definiciones de tiempo utilizadas en las distintas ramas de la física son equivalentes a ésta; no es posible obtener una definición más 'profunda' o más fundamental.* Tenga en cuenta que la palabra 'momento' es, de hecho, derivada de la palabra 'movimiento'. El lenguaje sigue a la física en este caso. Sorprendentemente, la definición del tiempo que acabamos de dar es definitiva, nunca cambiará, ni siquiera en la cumbre de la Montaña del Movimiento. Esto puede sorprender a primera vista, ya que se han escrito muchos libros sobre la naturaleza del tiempo. ¡En su lugar, se debería investigar la naturaleza del movimiento!

▷ Cada reloj nos recuerda que, a fin de entender el tiempo, tenemos necesidad de entender el movimiento.

Pero este es el objetivo de nuestra caminata de todos modos. Por lo tanto estamos preparados para descubrir todos los secretos del tiempo como consecuencia anexa a nuestra aventura. El tiempo es no sólo un aspecto de las observaciones, sino que también es una faceta de la experiencia personal. Incluso en nuestra vida privada, íntima, en nuestros pensamientos, sentimientos y sueños, experimentamos las nociones de secuencia y duración. Los niños aprenden a relacionar esta experiencia interna de tiempo con las observaciones externas, y para hacer uso de la propiedad secuencial de eventos en sus actividades. Los estudios sobre el origen del tiempo psicológico muestran que coincide - aparte de su falta de exactitud - con el tiempo del reloj.** Cada ser humano viviente se sirve necesariamente en su vida cotidiana del concepto del tiempo como una combinación de secuencia y duración; este hecho se ha comprobado en numerosas investigaciones.
Ref. 36 Por ejemplo, el término 'cuando' existe en todas las lenguas humanas. El tiempo es un concepto *necesario* para distinguir entre las observaciones. En cualquier secuencia, se constata que los acontecimientos se suceden los unos a los otros sin problemas, aparentemente sin fin. En este contexto, 'sin problemas' significa que las observaciones no muy lejanas tienden a ser no muy diferentes. Sin embargo, entre dos instantes, tan próximos como sea posible su observación, siempre hay espacio para otros eventos. Las duraciones, o *intervalos de tiempo*, medidas por diferentes personas con diferentes relojes están de acuerdo en la vida cotidiana y, además, todos los observadores están de acuerdo en el orden de una secuencia de eventos. El tiempo es, pues, *único* en la vida cotidiana. Se puede decir que el tiempo es *absoluto* en la vida cotidiana. El tiempo es necesario para

---

* Los relojes más antiguos son los solares, los antiguos cuadrantes solares. La ciencia de su construcción se
Ref. 34 llama *goniómica*.
Vol. V, página ?? ** El cerebro contiene numerosos relojes. El reloj más preciso para cortos intervalos de tiempo, el contador de intervalos internos, es más fiable de lo que frecuentemente se cree, especialmente cuando está entrenado.
Ref. 35 Para intervalos de tiempo de entre unas decenas de segundo, como se necesita para la música, y de varios minutos, los humanos pueden alcanzar una exactitud de pequeños porcentajes.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

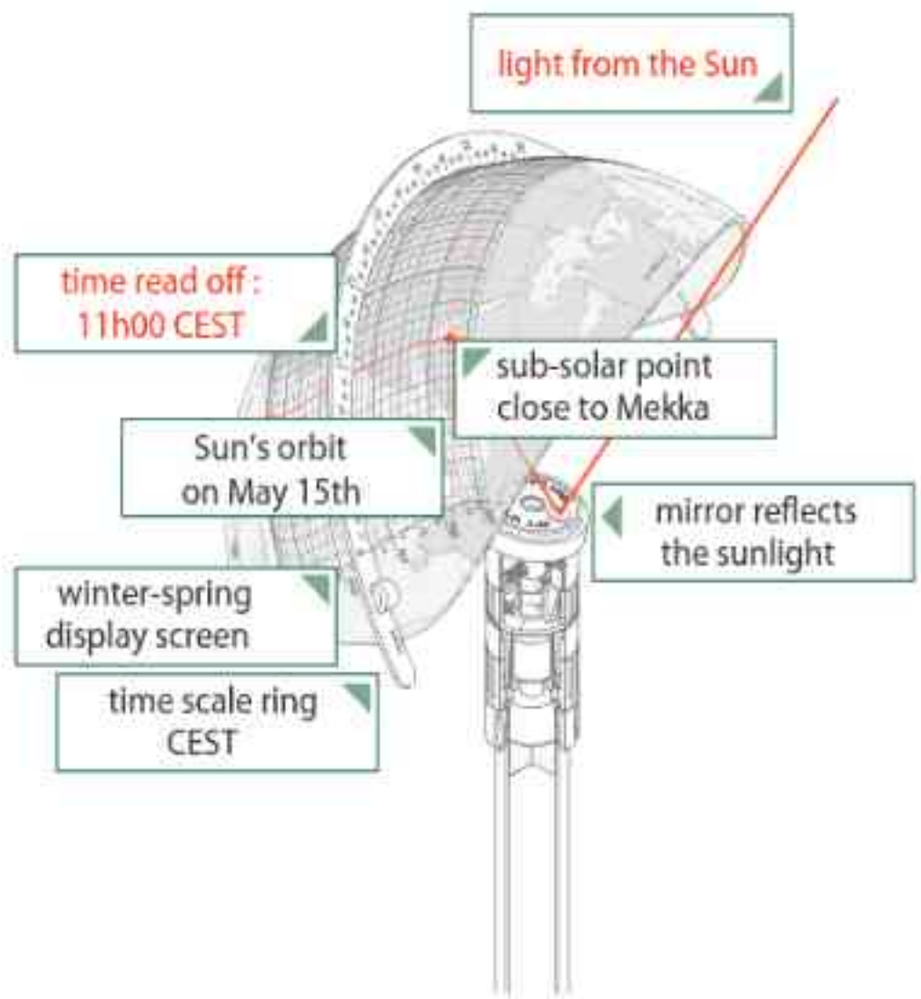
TABLA 7 Propiedades del tiempo Galileano.

Instantes de tiempo	Propiedad física	Nombre matemático	Definición
Puede distinguirse	distinguibilidad	elemento de un conjunto	Vol. III, página 307
Pueden ser ordenados	sucesión	orden	Vol. V, página ??
Definen la duración	mensurabilidad	medible	Vol. IV, página ??
Pueden tener una duración infinitesimal	continuidad	compacidad, completitud	Vol. V, página ??
Permiten que las duraciones puedan sumarse	aditividad	medible	Vol. IV, página ??
No ocultan sorpresas	invariancia por traslación	homogeneidad	Página 254
No tienen fin	infinito	infinitud	Vol. III, página 308
Son iguales para todos los observadores	absoluto	unicidad	

distinguir entre las observaciones. Por esta razón, todos los dispositivos observados que distinguen entre las observaciones, desde el cerebro a los dictáfonos y cámaras, tienen relojes internos. En particular, todos los cerebros animales tienen relojes internos. Estos relojes del cerebro permiten a sus usuarios distinguir entre los datos y las observaciones actuales, recientes y pasadas. Cuando Galileo estudió el movimiento en el siglo XVII, todavía no había cronómetros. Por lo tanto, él mismo tuvo que construirse uno, con el fin de medir los tiempos en el intervalo entre una fracción y unos pocos segundos. ¿Se imagina cómo lo hizo? Desafío 43 s

Si formulamos con precisión todas las propiedades del tiempo que experimentamos en nuestra vida cotidiana, como se hace en la Tabla 7, obtenemos un concepto de tiempo que se denomina *tiempo Galileano*; todas sus propiedades se pueden expresar colectivamente mediante la descripción de tiempo con ayuda de los *números reales*. De hecho, los números reales han sido construidos por los matemáticos y tienen exactamente las mismas propiedades que el tiempo de Galileo, como se explica en el capítulo sobre el cerebro. Vol. III, página 318 Cada instante de tiempo puede ser descrito por un número real, a menudo abreviado t, y la duración de una secuencia de eventos está dada por la diferencia entre los valores para el evento final y el evento de partida. Nos divertiremos bastante con el tiempo de Galileo en esta parte de nuestra aventura, los dos primeros capítulos. Sin embargo, cientos de años de examen minucioso han demostrado que *cada propiedad individual* de tiempo, que hemos listado en la Tabla 7, es sólo aproximativa y no es estrictamente correcta. Esta historia se cuenta en los capítulos que siguen del resto de nuestra aventura.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



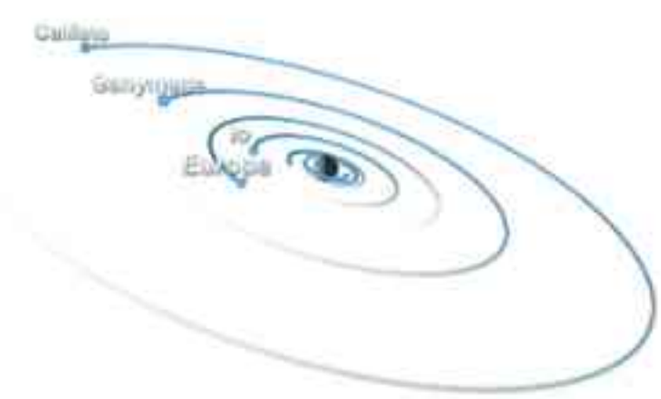


FIGURA 19 Diferentes tipos de relojes: un reloj de sol de alta tecnología (tamaño de unos 30 cm). Un cronómetro naval de bolsillo (tamaño de unos 6 cm), Un reloj atómico de cesio (tamaño unos 4 m). Un grupo de cianobacterias y los satélites Galileanos de Júpiter (© Carlo Heller at www.heliosuhren.de, Anonymous, INMS, Wikimedia, NASA).

Motion Multimedia – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmultimedia.net

Relojes

> Lo más valioso que un hombre puede gastar es el tiempo.
>
> Teofrasto

Un *reloj* es es un sistema móvil cuya posición se puede leer. Hay muchos tipos de relojes: cronómetros, relojes de doce horas, relojes de sol, relojes lunares, relojes estacionales, etc. Algunos se muestran en la Figura 19. Casi todos los tipos de reloj se encuentran tam-
Ref. 37 bién en plantas y animales, como se muestra en la Tabla 8. Curiosamente, hay una regla
Ref. 38 estricta en el reino animal: los grandes relojes van lentos. Cómo sucede esto se muestra en la Figura 20, otro ejemplo de una *'ley' de escalado alométrico*. Un reloj es, pues, un sistema móvil cuya posición se puede leer. Por supuesto, un reloj de *precisión* es un sistema en movimiento con tanta regularidad como sea posible, con las menores perturbaciones externas posibles. Los Fabricantes de relojes son expertos en la producción
Página 194 de movimientos lo más regulares posible. Vamos a descubrir algunos de sus trucos más abajo. También vamos a explorar, más tarde, los límites fundamentales de la precisión
Vol. V, página ?? de los relojes. ¿Hay un reloj perfecto en la naturaleza? A fin de cuentas, ¿existen realmente los relojes? Vamos a seguir estudiando estas cuestiones a lo largo de este trabajo y, finalmente, llegaremos a una conclusión sorprendente. En este punto, sin embargo, afirmamos un resultado intermedio sencillo: dado que los relojes existen, de alguna manera hay en la naturaleza una forma intrínseca, natural e *ideal* para medir el tiempo. ¿Puede
Desafío 44 s verlo?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 8 Ejemplos de ritmos biológicos y relojes.

Seres vivos	Sistemas oscilantes	Período
Pulga de mar (*Talitrus saltator*)	Sabe en qué dirección escapar por la posición del Sol y la Luna	circadiano
Humano (*Homo sapiens*)	ondas gamma del cerebro	0.023 a 0,03 s
	ondas alfa del cerebro	0.08 a 0,13 s
	latido del corazón	0.3 a 1,5 s
	ondas delta del cerebro	0.3 a 10 s
	circulación de la sangre	30 s
	ritmos celulares circhorales	1 a 2 ks
	Movimientos rápidos del ojo en un periodo de sueño	5,4 ks
	ciclo nasal	4 a 9 ks
	ciclo de crecimiento hormonal	11 ks
	Núcleo supraquiasmático (SCN), concentración circadiana de hormonas, temperatura, etc.; conduce al jet lag	90 ks
	reloj de la piel	circadiano
	periodo mensual	2,4(4) Ms
	envejecimiento incorporado	3,2(3) Gs
Mosca común (*Musca domestica*)	aleteo	30 ms
Mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*)	aleteo para el cortejo	34 ms
Mayoría de insectos (p.e., avispas, moscas de la fruta)	Detección de la proximidad del invierno por la medida de la longitud del día; desencadenan cambios metabólicos	anualmente
Algas (*Acetabularia*)	Concentración de ATP (adenosíntrifosfato)	
Mohos (e.g. *Neurospora crassa*)	formación de conidios	circadiano
Muchas plantas con flores	Apertura y cierre de las flores	circadiano
Planta del tabaco	Reloj de apertura de flores; disparado por la longitud del día, descubierto en 1920 por Garner y Allard.	anual
Arabidopsis	circunmutación	circadiano
	crecimiento	unas cuantas horas
Planta del telégrafo (*Desmodium gyrans*)	Rotación de la cara de la hoja	200 s
Forsythia europaea, *F. suspensa*, *F. viridissima*, *F. spectabilis*	Oscilaciones de los pétalos de las flores, descubierta por Van Gooch in 200	5,1 ks

Modern Mountain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.modernmountain.net

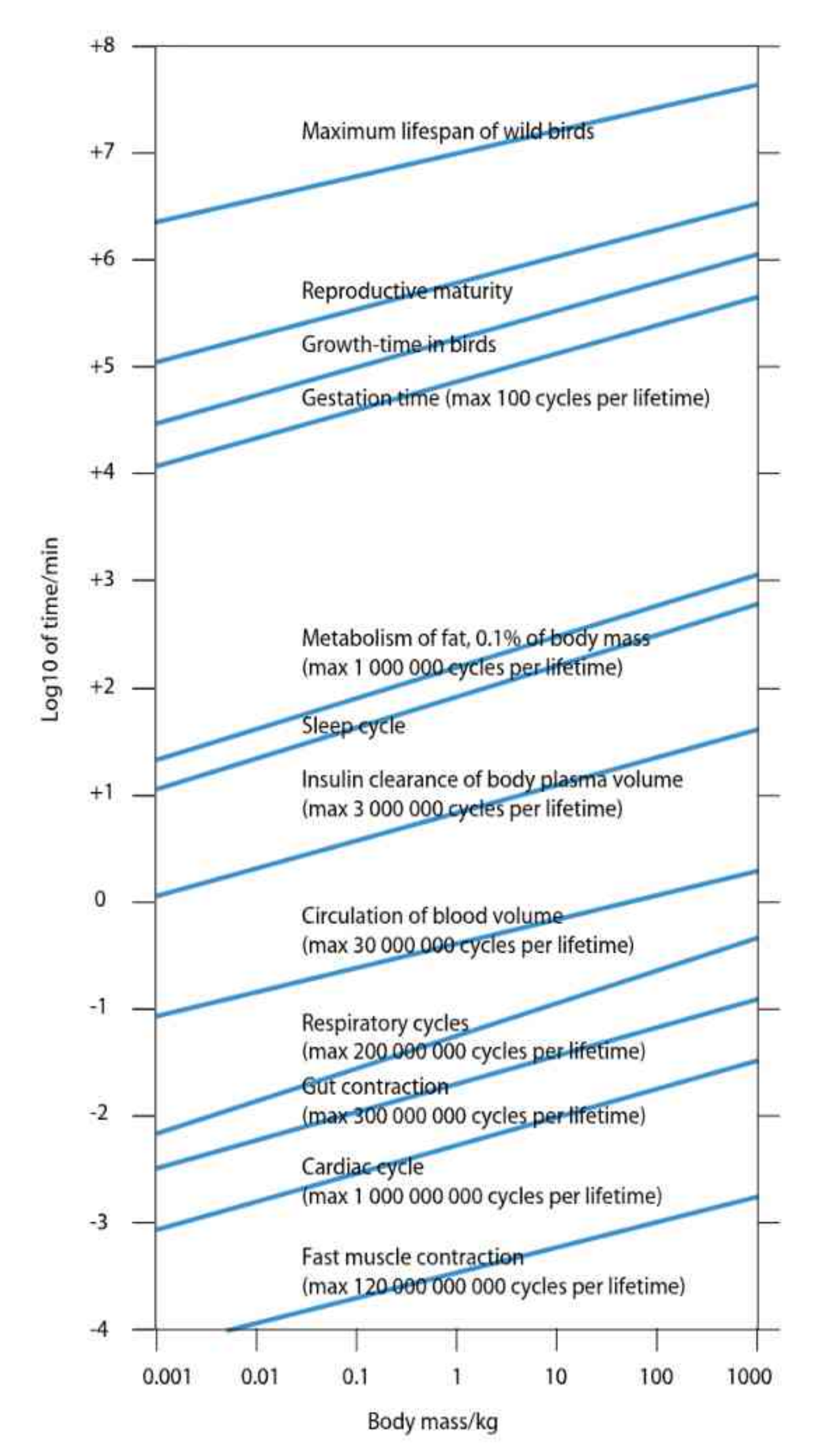


FIGURA 20 Relación escala ritmos biológico con el tamaño de los mamíferos: toda escala más o menos con la cuarta potencia de la masa (después de los datos de la EMBO y Enrique Morgado).

Moron: Militaldo - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Por qué van así las agujas del reloj en los relojes?

Desafío 45 s

¿Qué hora es en el Polo Norte ahora?

La mayoría de los movimientos de rotación de nuestra sociedad, tales como las carreras de atletismo, de caballos, bicicletas o carreras de patinaje sobre hielo, dan las vueltas hacia la izquierda, en sentido antihorario (contrario a las agujas del reloj).* Los matemáticos llaman a esto el sentido de giro positivo. Cada supermercado lleva a sus clientes en sentido antihorario a través de las salas. ¿Por qué? La mayoría de las personas son diestras, y la mano derecha tiene más libertad en el exterior de un círculo. Por esta causa hace miles de años, las carreras de carros en los estadios se hicieron en sentido antihorario. Como resultado, todas las competiciones en los estadios todavía lo hacen así hoy en día, y es por eso que los corredores se mueven en sentido antihorario. Por la misma razón, las escaleras de caracol en los castillos están construidas de tal manera que los defensores diestros, por lo general desde arriba, tuvieran la mano derecha en el exterior.

Por otra parte, el reloj imita a la sombra de los relojes de sol; obviamente, esto es cierto en el hemisferio norte, y únicamente para los relojes de sol en el suelo, que eran los más comunes. (El viejo truco para determinar el sur apuntando la aguja de las horas de un reloj horizontal con el Sol y reducir a la mitad el ángulo entre éste y la dirección de la 12:00 no funciona en el hemisferio sur). Así que cada reloj implícitamente continúa indicando en qué hemisferio se inventó. Además, también nos dice que los relojes de sol en las paredes empezaron a usarse mucho más tarde que los de suelo.

¿Fluye el tiempo?

Wir können keinen Vorgang mit dem 'Ablauf der Zeit' vergleichen – diesen gibt es nicht –, sondern nur mit einem anderen Vorgang (etwa dem Gang des Chronometers).** Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez

Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.3611

Si le temps est un fleuve, quel est son lit?***

La expresión 'el flujo del tiempo' se utiliza a menudo para expresar el hecho de que en la naturaleza un cambio sigue tras otro cambio, de una manera regular y continua. Pero aunque las manecillas de un reloj 'fluyen', el tiempo mismo no lo hace. El tiempo es un concepto introducido especialmente para describir el flujo de los acontecimientos que nos rodean, no fluye él mismo, *describe* el flujo. El tiempo no avanza. El tiempo no es lineal ni cíclico. La idea de que "el tiempo fluye" está obstaculizando la comprensión de la naturaleza tanto como la idea que los espejos cambian derecha e izquierda. El uso equívoco de la expresión 'flujo del tiempo', propagada por primera vez por algunos pensadores

Vol. III, página 97

* Una notable excepción la constituyen la mayoría, pero no todas, las competiciones de Fórmula 1.
** 'No podemos comparar ningún proceso con 'el paso del tiempo' -este no existe- sino sólo con algún otro proceso (como el funcionamiento de un cronómetro)'.
*** 'Si el tiempo fluye, ¿cuál es su lecho?'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref. 39 griegos y posteriormente, otra vez por Newton. Y así continúa todavía. Aristóteles, cuidadoso en el razonamiento lógico, señaló su error, y otros muchos lo hicieron después de él. Sin embargo, expresiones tales como 'inversión temporal', la 'irreversibilidad del tiempo' y 'flecha del tiempo', de la que tanto se abusa, son todavía comunes. Basta leer Desafío 46 e una revista de divulgación científica popular elegida al azar. El hecho es que el tiempo no puede ser invertido, sólo el movimiento lo puede ser, o mejor dicho, sólo las velocidades de los objetos, el tiempo no tiene flecha, solo el movimiento la tiene, no es el flujo del tiempo lo que los seres humanos son incapaces de parar, sino el movimiento de todos los objetos de la naturaleza. Increíblemente, incluso hay libros escritos por físicos Ref. 40 respetables que estudian diferentes tipos de 'flechas de tiempo' y las comparan entre sí. Como era de esperar, ningún resultado nuevo o tangible se extrae de ello.

▷ El tiempo *no* fluye. Solamente los cuerpos fluyen.

El tiempo no tiene dirección. El movimiento, si. De la misma manera, se deben evitar expresiones coloquiales como 'el principio (o el final) de los tiempos'. Un experto en el movimiento lo traduce correctamente de inmediato en 'el principio (o el final) del movimiento'.

¿Qué es el espacio?

> La introducción de números como coordenadas [...] es un acto de violencia [...].
>
> Hermann Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft.*[*]

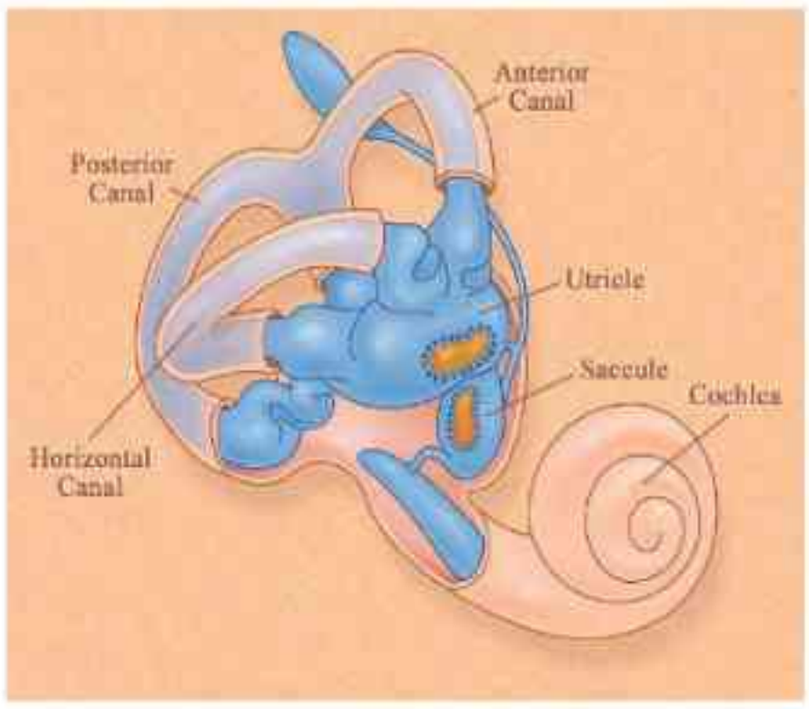
Siempre que distinguimos dos objetos entre sí, como dos estrellas, en primer lugar distinguimos sus posiciones. Distinguimos posiciones con nuestros sentidos de la vista, el tacto, la audición y la percepción propias. Por lo tanto, la posición es un aspecto importante del estado físico de un objeto. Una determinada posición es ocupada por un solo objeto a la vez. Las posiciones están limitadas. El conjunto de todas las posiciones disponibles, se llama *espacio (físico)*, actúa como un continente y un fondo.

En estrecha relación con el espacio y la posición está el *tamaño* o dimensión, el conjunto de las posiciones que ocupa un objeto. Los objetos pequeños ocupan sólo un subconjunto de las posiciones ocupadas por los grandes. Vamos a discutir el tamaño con Página 60 más detalle pronto.

¿Cómo deducir el espacio a partir de las observaciones? Durante la infancia, los humanos (y la mayor parte de animales superiores) aprenden a reunir las distintas *percepciones* del espacio, es decir, lo visual, lo táctil, lo auditivo, lo kinestésico, lo vestibular, etc, en un conjunto coherente de experiencias y descripciones. El resultado de este proceso de aprendizaje es un concepto determinado de espacio en el cerebro. De hecho, la pregunta '¿dónde?', se puede preguntar y responder en todos los idiomas del mundo. Siendo más precisos, los adultos deducen el origen del espacio de las medidas de distancias. Los conceptos de longitud, área, volumen, ángulo y ángulo sólido están deducidos con su

[*] Hermann Weyl (1885–1955) fue uno de los matemáticos más importantes de la época, y también un importante físico teórico. Fue uno de los últimos universalistas en ambos campos, colaborador de la teoría cuántica y la relatividad, padre del término teoría 'gauge', y autor de muchos libros populares.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



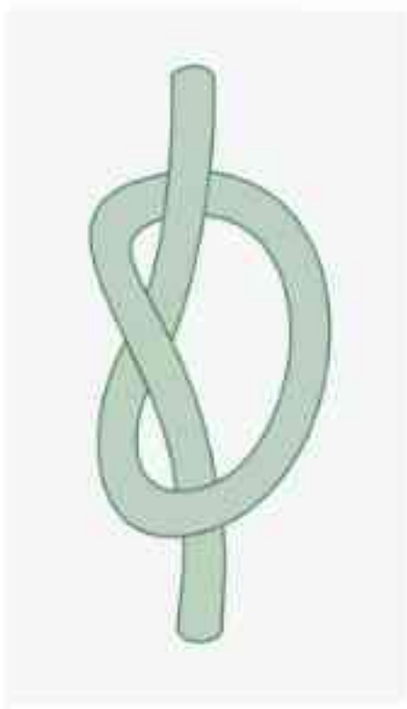


FIGURA 21 Dos pruebas de que el espacio tiene tres dimensiones: el laberinto vestibular en el oído interno de mamíferos (aquí un ser humano) con tres canales y un nudo. (© Northwestern University).

ayuda. Los geómetras, topógrafos, arquitectos, astrónomos, vendedores de alfombras y productores de cintas métricas basan su comercio en las medidas de distancias.

▷ El espacio es un concepto formado al reunir todas las relaciones de distancia entre los objetos para obtener una descripción precisa de las observaciones.

Los humanos desarrollaron varas de medir para especificar distancias, posiciones y tamaños tan ajustadas como les fuera posible. Las reglas y los metros funcionan bien sólo si son rectos. Pero cuando los seres humanos vivían en la selva, no había objetos rectos en lo que les rodeaba. No había reglas rectas, ni herramientas rectas, nada. Hoy en día, un paisaje urbano es esencialmente una colección de líneas rectas. ¿Puede describir cómo han conseguido esto los seres humanos? Desafío 47 s

Una vez que los humanos salieron de la selva con sus varas de medir de nueva construcción, obtuvieron una gran cantidad de resultados. Los principales se enumeran en la Tabla 9, se confirman fácilmente por la experiencia personal. Los objetos pueden tomar posiciones de forma aparentemente *continua*: hay de hecho más posiciones de las que se pueden contar.* El tamaño es aprehendido por la definición de la distancia entre varias posiciones, llamadas *longitud*, o utilizando el campo de visión que ocupa un objeto cuando se le toca, lo que se llama su *área superficial*. Longitud y superficie se pueden medir con la ayuda de reglas y metros, (los resultados de las mediciones seleccionadas se dan en la Tabla 10; algunos dispositivos de medida de longitud se muestran en la Figura 23.) La longitud de los objetos es independiente de la persona que la mida, de la posición de los objetos y de su orientación. En la vida cotidiana la suma de los ángulos de cualquier triángulo es igual a dos ángulos rectos. No hay límites a las distancias, a las longitudes y, por lo tanto, para el espacio.

La experiencia nos muestra que el espacio tiene tres dimensiones, podemos definir series de posiciones en precisamente tres direcciones independientes. De hecho, el oído interno de (prácticamente) todos los vertebrados tiene tres canales semicirculares que detectan la aceleración del cuerpo en las tres dimensiones del espacio, como se mues-

* Para una definición de incontabilidad, ver página 311 en Volume III.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 9 Propiedades del espacio Galileano.

Puntos, o posiciones en el espacio	Propiedad física	Nombre matemático	Definición
Pueden distinguirse	distinguibilidad	elemento de un conjunto	Vol. III, página 307
Pueden ser ordenados si están alineados	sucesión	orden	Vol. V, página ??
Pueden dar lugar a formas	Forma	topología	Vol. V, página ??
Se disponen en tres direcciones diferentes	Posibilidad de nudos	3-tridimensionalidad	Página 88, Vol. IV, página ??
Pueden tener una distancia infinitesimal	continuidad	compacidad, completitud	Vol. V, página ??
Definen distancias	measurabilidad	medible	Vol. IV, página ??
Permiten la adición de las traslaciones	aditibilidad	medible	Vol. IV, página ??
Definen los ángulos	producto escalar	espacio Euclidiano	Página 88
No presentan sorpresas	Invariancia de traslación	homogeneidad	
Pueden sobrepasar cualquier límite	infinito	infinitud	Vol. III, página 308
Están definidos para todos los observadores	absoluto	unicidad	Página 58

tra en la Figura 21. * Del mismo modo, cada ojo humano es movido por tres pares de
Desafío 48 s músculos. (Por qué tres?) Otra prueba de que el espacio tiene tres dimensiones es proporcionado por los cordones de los zapatos: si el espacio tuviera más de tres dimensiones, los cordones de los zapatos no serían útiles, debido a que existen nudos sólo en el espacio tridimensional. Pero ¿por qué el espacio tiene tres dimensiones? Esta es una de las cuestiones más difíciles de la física, sólo podrá ser respondida en la última parte de nuestro caminata.

A menudo se dice que el pensar en cuatro dimensiones es imposible. Eso está equivo-
Desafío 49 s cado. Simplemente inténtelo. Por ejemplo, ¿puede confirmar que en cuatro dimensiones los nudos son imposibles?

Como los intervalos de tiempo, los intervalos de longitud se pueden describir más precisamente con la ayuda de los *números reales*. Con el fin de simplificar la comunicación, se utilizan *unidades de referencia* estándar, por lo que todo el mundo utiliza los mismos números para la misma longitud. Las Unidades nos permiten explorar experimentalmente las propiedades generales del *espacio Galileano*: el espacio, el continente de los objetos, es continuo, tridimensional, isotrópico, homogéneo e infinito, euclídeo y único o 'absoluto'. En matemáticas, una estructura o un concepto matemático con todas

* Note que decir que el espacio tienen tres dimensiones implica que el espacio es continuo; el matemático y filósofo holandés Luitzen Brouwer (b. 1881 Overschie, d. 1966 Blaricum) demostró que la dimensionalidad es sólo un concepto usado para conjuntos continuos.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 22 René Descartes (1596–1650).

las propiedades que acabamos de mencionar se llama un *espacio Euclidiano* tridimensional. Sus elementos, los *puntos (matemáticos)*, se describen mediante tres parámetros reales. Por lo general, se escriben como

$$(x, y, z) \tag{1}$$

y se denominan *coordenadas*. Ellas especifican y ordenan la ubicación de un punto en el
Página 88 espacio. (Para la definición precisa de los espacios euclídeos, ver más abajo.) Lo que se acaba de decir aquí en tan solo media página, en realidad llevó 2000 años para ser resueltos, sobre todo porque primero tuvieron que ser descubiertos los conceptos de 'número real' y 'coordenadas'. La primera persona en describir los puntos del espacio de esta manera fue el famoso matemático y filósofo René Descartes*

Como el tiempo, el espacio es un concepto *necesario* para describir el mundo. En efecto, el espacio se introduce automáticamente cuando describimos situaciones con muchos objetos. Por ejemplo, cuando varias bolas se encuentran en una mesa de billar, no podemos evitar el uso del espacio para detallar las relaciones entre ellas. No hay manera alguna de evitar el uso de los conceptos espaciales cuando se habla de la naturaleza. A pesar de que necesitamos el espacio para hablar de la naturaleza, es, cuando menos, interesante preguntarse por qué esto es posible. Por ejemplo, puesto que hay muchos métodos de medición de la longitud – algunos de ellos están en la Tabla 11 – y puesto que todos presentan unos resultados consistentes, debe haber algunos que son la manera *natural* o
Desafío 50 s *ideal* para medir distancias, tamaños y rectitudes. ¿Puede encontrarlos?

Al igual que en el caso del tiempo, cada una de las propiedades del espacio que acabamos de mencionar tiene que ser revisada. Y otra vez, observaciones cuidadosas mostrarán que cada propiedad es una aproximación. En términos más concisos y más drásticos, *todas* ellas están equivocadas. Esto confirma la afirmación de Weyl al principio de esta sección. De hecho, su declaración acerca de la violencia relacionada con la introducción de los números es contada por todos y cada uno los bosques en el mundo, y por supuesto también por aquel situado a los pies de la montaña de movimiento. Para escucharla, sencillamente debemos prestar oídos atentos a lo que los árboles tienen que decirnos.

El resto de nuestra aventura mostrará esto.

* René Descartes o Cartesius (b. 1596 La Haye, d. 1650 Stockholm), matemático y filósofo francés, autor de la famosa sentencia 'pienso, luego existo', en latín 'cogito ergo sum' –. En su opinión, esta es la única declaración de la que puede estar seguro. En su honor las coordenadas de la expresión (1) se denominan *Cartesianas*.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 10 Algunos valores de distancias medidos.

Observaciones	Distancia
Longitud de onda de Compton de la Galaxia	10^{-85} m (solamente calculada)
Longitud de Planck, la longitud medible más corta	10^{-35} m
Diámetro del protón	1 fm
Longitud de onda de Compton	2,426 310 215(18) pm
Mínima oscilación del aire detectada por el oído humano	11 pm
Tamaño de un átomo de Hidrógeno	30 pm
Tamaño de una pequeña bacteria	0,2 μm
Longitud de onda de la luz visible	0.4 a 0,8 μm
Radio del borde cortante de la cuchilla de afeitar	5 μm
Punto: diámetro del objeto más pequeño visible a simple vista	20 μm
Diámetro de un cabello humano (delgado a grueso)	30 a 80 μm
Diámetro récord del granizo	(20) cm
Longitud total del ADN en cualquier célula humana	2 m
Tamaño del mayor ser vivo, el hongo *Armillaria ostoyae*	3 km
El lanzamiento humano más largo de un objeto utilizando un boomerang	427 m
La estructura de construcción humana más alta, Burj Khalifa	828 m
La tela de araña más grande en Méjico	*c.* 5 km
Longitud del Ecuador de la Tierra	40 075 014,8(6) m
Longitud total de los vasos sanguíneos humanos (estimación aproximada)	$4a16 \cdot 10^4$ km
Longitud total de las células nerviosas humanas (estimación aproximada)	$1{,}5a8 \cdot 10^5$ km
Distancia media al Sol	149 597 870 691(30) m
Año luz	9,5 Pm
Distancia a una estrella típica de noche	10 Em
Dimensión de la galaxia	1 Zm
Distancia a la galaxia Andrómeda	28 Zm
Máxima distancia a objetos visibles	125 Ym

« Μέτρον ἄριστον.* »

Cleobulus

¿Son el espacio y el tiempo absolutos o relativos?

En la vida cotidiana, los conceptos de espacio y tiempo Galileanos incluyen dos puntos de vista antagonistas: el contraste ha coloreado debates durante varios siglos. Por un lado, el espacio y el tiempo deben expresar algo invariable y permanente, ambos actúan

* 'La medida es la mejor (cosa).' Cleobulus (Κλεοβουλος) de Lindos, (*c.* 620–550 a.C.) fue uno de los proverbiales siete sabios de Grecia.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 23 Tres dispositivos de medidas de longitudes y distancias mecánicos (un calibre vernier, un tornillo micrométrico, un bigote, como el del tigre) y otros tres ópticos (los ojos, un medidor láser, una cortina de luz) (© www.medien-werkstatt.de, Napoles Zoo, Keyence, and Leica Geosystems).

como grandes *recipientes* para todos los objetos y eventos que se encuentran en la naturaleza. Visto así, el espacio y el tiempo tienen una existencia propia. En este sentido se puede decir que son fundamentales o *absolutos*. Por otro lado, el espacio y el tiempo son las herramientas de descripción que nos permiten hablar de las relaciones entre los objetos. Desde este punto de vista, no tienen ningún significado cuando se los separa de los objetos, y sólo resultan de las relaciones entre objetos; son derivados, relacionales o *relativos*. ¿Cuál de estos puntos de vista prefiere? Los resultados de la física han favorecido alternativamente un punto de vista u otro. Repetiremos esta alternancia a lo largo

Desafío 51 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 11 Dispositivos de medición de longitud en los sistemas biológicos y de ingeniería.

Medidas	Dispositivos	Rango
Humanos		
Medida de la forma del cuerpo, por ejemplo, tamaño de dedos , posición de los ojos, distancia dientes	sensores musculares	0,3 mm a 2 m
Medición de la distancia de los objetos	visión estereoscópica	1 hasta 100 m
Medición de la distancia del objeto	sonido efecto de eco	0.1 hasta 1000 m
Animales		
Medición del tamaño del agujero	bigote	hasta 0,5 m
Medición de la distancia caminada por las hormigas del desierto	contador de pasos	hasta 100 m
Medición de la distancia de vuelo de las abejas de miel	ojo	hasta 3 km
Medición de la distancia nadando de los tiburones	mapa de campo magnético	hasta 1000 km
Medición de la distancia a la presa por serpientes	sensor infrarrojos	hasta 2 m
Medición de la distancia a la presa por los murciélagos, delfines y ballenas jorobadas	sonar	hasta 100 m
Medición de la distancia a la presa por las rapaces	visión	0.1 a 1000 m
Máquinas		
Medición de la distancia del objeto mediante la luz láser	reflexión de la luz	0,1 m hasta 400 Mm
Medición de la distancia de los objetos por radar	radio echo	0.1 hasta 50 km
La medición de la longitud del objeto	interferómetro	0,5 µm hasta 50 km
Medición de la distancia a una estrella, galaxia o quasar	decaimiento de intensidad	hasta 125 Ym
Medición de tamaño de partículas	acelerador	hasta 10^{-18} m

Ref. 41 de nuestra aventura, hasta que encontremos la solución. Y, obviamente, se tratará de una tercera opción.

Tamaño - ¿por qué existe el área, pero no el volumen?

Un aspecto primordial de los objetos es su tamaño. Como un niño pequeño, que todavía no está en edad escolar, cada ser humano aprende a usar las propiedades de tamaño y espacio en sus acciones. Como adultos que buscan precisión, la definición de la *distancia* como la diferencia entre las coordenadas nos permite definir la *longitud* de una manera

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

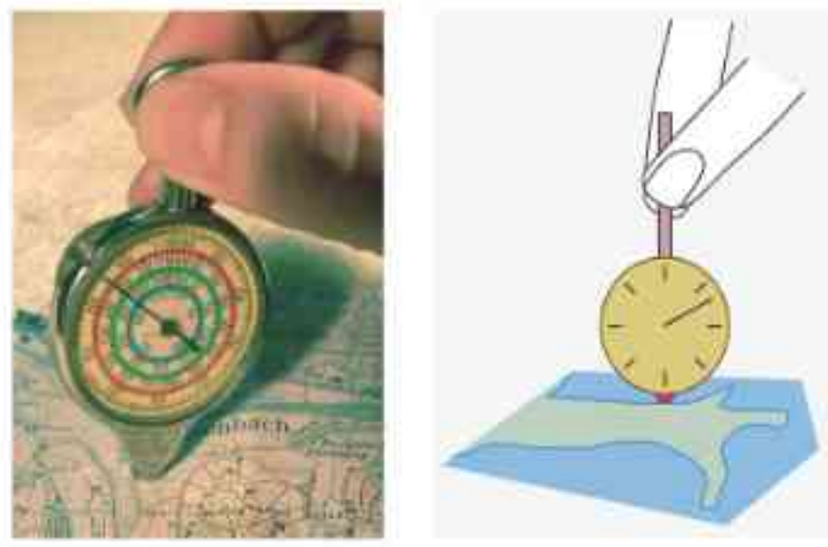


FIGURA 24 Un curvímetro u odómetro (fotografía © Frank Müller).

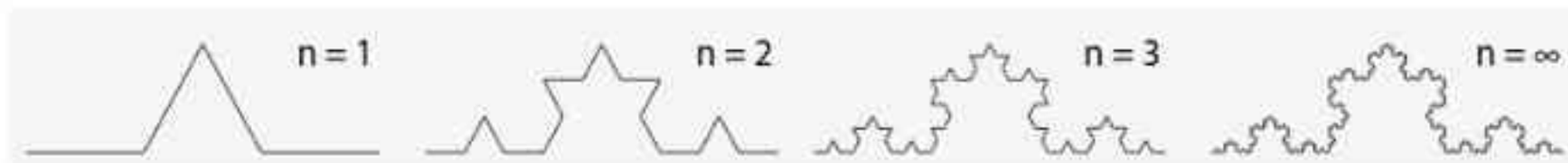


FIGURA 25 Un ejemplo de un fractal: una curva auto-similar de longitud *infinita* (a la derecha), y su construcción.

fiable. Se necesitaron cientos de años para descubrir que algo *no* cuadraba. Varias investigaciones en física y matemáticas condujeron a complicaciones.

Los problemas físicos comenzaron con una pregunta sorprendentemente sencilla hecha por Lewis Richardson: * ¿Cuánto mide la costa occidental de Gran Bretaña?. Siguiendo la línea del litoral en un mapa mediante un odómetro, un dispositivo que se muestra en la Figura 24, Richardson encontró que la longitud l de la costa depende de la escala del mapa utilizado s (por ejemplo 1 : 10 000 o 1 : 500 000):

$$l = l_0 \, s^{0,25} \tag{2}$$

(Richardson encontró otros exponentes para otras costas.) El número l_0 es la longitud a escala 1 : 1. El principal resultado es que cuanto mayor sea el mapa, más larga es la línea de costa. ¿Qué pasaría si la escala del mapa se incrementara incluso más allá del tamaño de la original? La longitud aumentaría más allá de todo límite. ¿Puede una costa realmente tener longitud *infinita*? Sí, puede. De hecho, los matemáticos han descrito muchas de estas curvas, se llaman *fractales*. Existe un número infinito de ellos, y la Figura 25 muestra
Desafío 52 e un ejemplo. ** ¿Puede Vd. construir otro?

La longitud tiene otras extrañas propiedades. El matemático italiano Giuseppe Vitali fue el primero en descubrir que es posible cortar un segmento de recta de longitud 1 en piezas que pueden volver a montarse - simplemente moviéndolos en la dirección del segmento – para dar un segmento de recta de longitud 2. ¿Es capaz de encontrar esa

* Lewis Fray Richardson (1881–1953), Físico y psicólogo inglés.

** Muchas de esas curvas son *autosimilares*, es decir, siguen leyes de escala similares a las arriba mencionadas. El término "fractal" se debe al matemático polaco Benoît Mandelbrot y se refiere a una extraña propiedad: en cierto sentido, no tienen un número entero D de dimensiones, pese a ello son unidimensionales por construcción. Mandelbrot dijo que la dimensión no entera estaba relacionada con el exponente
Ref. 42 e de Richardson por $D = 1 + e$, así, en el ejemplo de la costa anterior se obtiene $D = 1,25$. El número D varía caso a caso. Las medidas dan un valor $D = 1,14$ para la frontera de Portugal, $D = 1,13$ para la costa Australiana y $D = 1,02$ para la costa de Sudáfrica.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 53 d división con el indicio de que sólo es posible utilizando una infinidad de piezas? Para resumir,

▷ La longitud existe. La longitud está bien definida solamente para las líneas que son rectas o curvas regulares, pero no para las líneas intrincadas, o para las líneas hechas de infinidad de piezas.

Por lo tanto, evitaremos los fractales y otras curvas de formas extrañas en lo que sigue, y tendremos especial cuidado principalmente cuando hablemos de segmentos infinitamente pequeños. Estas son las premisas centrales de los primeros volúmenes de esta aventura, y nunca deberemos olvidarlas. Volveremos a estos supuestos en el último volumen de nuestra aventura. En realidad, todos estos problemas palidecen cuando se compara con el siguiente problema. Comúnmente, el área y el volumen se definen usando longitudes. ¿Cree que es fácil? Se equivoca, además de ser una víctima de los prejuicios difundidos por las escuelas de todo el mundo. Para definir el área y el volumen con precisión, sus definiciones deben tener dos propiedades: 1.- los valores deben ser aditivos, es decir, para conjuntos finitos e infinitos de objetos, el área total y el volumen tiene que ser la *suma*, Por ejemplo, para un conjunto de objetos finitos e infinitos, el área y el volumen total debe ser la suma de las áreas y volúmenes de cada elemento del conjunto, y 2.- deben ser *rígidas*, es decir, si uno corta un área o un volumen en pedazos y reorganiza las piezas, el valor sigue siendo el mismo. ¿Son posibles tales definiciones? En otras palabras, ¿existen los conceptos de volumen y área?

Para áreas en un plano, se procede de la siguiente forma estándar: se define el área A de un rectángulo de lados a y b como $A = ab$; ya que cualquier polígono puede ser re-
Desafío 54 s organizado en un rectángulo con un número finito de cortes rectos, uno puede entonces definir un valor de área de todos los polígonos. Posteriormente, se puede definir el área de formas suavemente curvadas como el límite de la suma de un número infinito de po-
Página 267 lígonos. Este método se llama *integración*, se presenta en detalle en la sección dedicada a la acción física.

Sin embargo, la integración no nos permite definir el área de regiones delimitadas
Desafío 55 s de manera arbitraria. ¿Puede imaginarse una de tales regiones?. Para una definición completa, se necesitan herramientas más sofisticadas. Fueron descubiertas en 1923 por el famoso matemático Stefan Banach. * Él demostró que, de hecho, uno puede definir un área para un conjunto de puntos cualquiera que éste sea, incluso si la frontera no está curvada continuamente, sino que es complicada en extremo, como la curva fractal que se mencionó anteriormente. Hoy en día este concepto generalizado de área, técnicamente una 'medida con aditividad finita e invariante isométricamente', se llama *medida de Banach* en su honor. Los matemáticos resumen esta explicación diciendo que ya que hay una medida de Banach en dos dimensiones, hay una manera de definir el concepto de área - una medida aditiva y rígida para cualquier conjunto de puntos dados. ** En

* Stefan Banach (n. 1892 Cracovia, f. 1945–Lvov) fue un importante matemático polaco.

** Realmente, esto sólo es verdad para conjuntos de un plano. Para superficies curvadas, tales como la superficie de una esfera, existen complicaciones que no expondremos aquí. Además, los problemas mencionados en la definición de la longitud de los fractales surgen igualmente para áreas si la superficie a medir no es plana. Un ejemplo típico es el área de los pulmones humanos: dependiendo del nivel de detalle con que se examina, se encuentra un valor que oscila entre unos pocos metros cuadrados hasta más de cien.

Moscow Mathematics - The Adventure of Complete copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

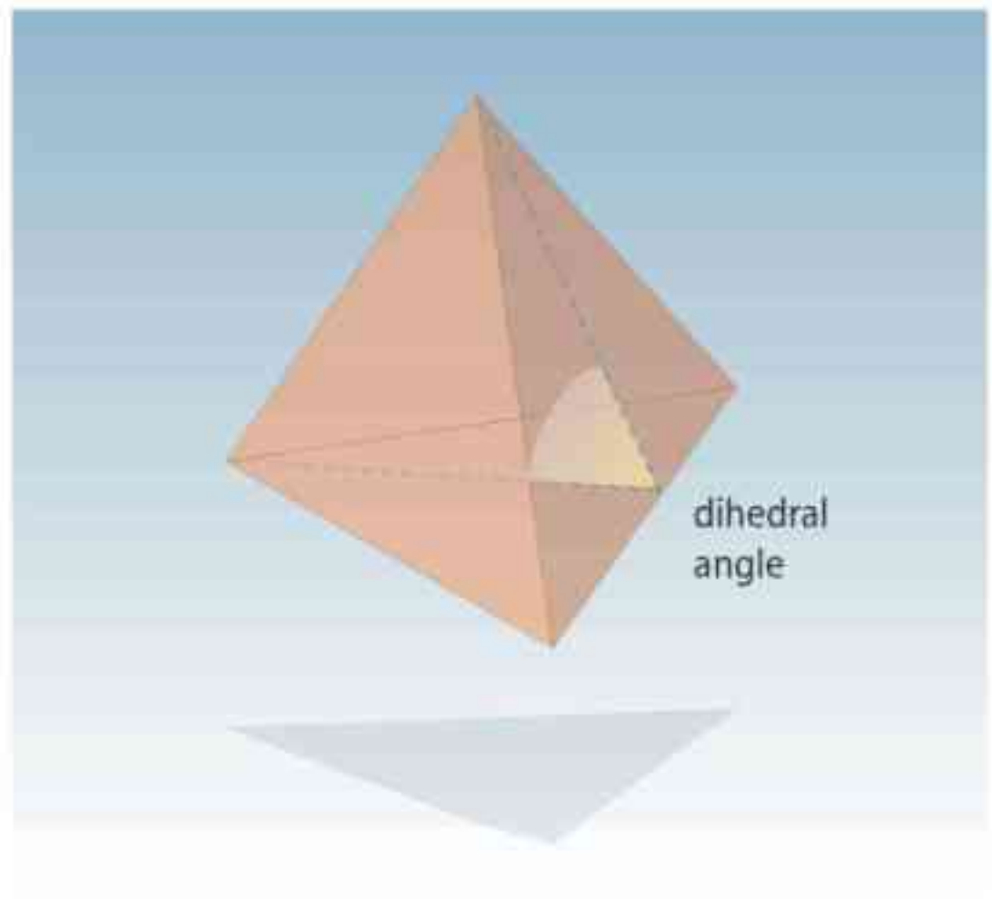


FIGURA 26 Un poliedro con uno de sus ángulos diedros (© Luca Gastaldi).

resumen,

▷ El área existe. El área está bien definida para superficies planas y otras superficies bien determinadas pero no para formas complejas.

¿Cuál es la situación en *tres* dimensiones, es decir, para el volumen? Podemos empezar de la misma manera que para el área, definiendo el volumen V de un poliedro rectangular con lados a, b, c como $V = abc$. Pero entonces nos encontramos con un primer problema: un poliedro general, ¡no se puede cortar en un cubo por cortes rectos!. La limitación fue descubierta en 1900 y 1902 por Max Dehn. * Él encontró que esta posibilidad depende de los valores de los ángulos de las aristas, o ángulos diedros, como los matemáticos los llaman. (Se definen en la Figura 26.) Si uno atribuye a cada arista de un poliedro general un número dado por su longitud l multiplicada por una función especial $g(\alpha)$ de sus ángulos diedros α, a continuación, Dehn encontró que la suma de todos los números de todas las aristas de un sólido no cambian después de la disección, a condición de que la función cumpla $g(\alpha + \beta) = g(\alpha) + g(\beta)$ y $g(\pi) = 0$. Un ejemplo de tal función extraña g es el de asignar el valor 0 para cualquier múltiplo racional de π y el valor 1 a un conjunto base de múltiplos irracionales de π. Los valores para todos los otros ángulos diedros del poliedro a continuación, se pueden construir por combinación de múltiplos racionales de estos ángulos básicos. Usando esta función, usted puede entonces deducir
Desafío 56 s por sí mismo que un cubo no puede ser diseccionado en un tetraedro regular porque sus respectivos invariantes Dehn son diferentes.** A pesar de los problemas con invariantes Dehn, se puede definir un concepto rígido y aditivo de volumen para poliedros, ya que para todos los poliedros y, en general, para todas las formas 'curvadas regularmente', se

* Max Dehn (b. 1878 Hamburg, d. 1952 Black Mountain), matemático alemán, estudiante de David Hilbert.
** Esto está igualmente explicado en el bello libro de M. Aigler & G. M. Ziegler, *Proofs from the Book*, Springer Verlag, 1999. El título se debe a la famosa costumbre del gran matemático Paul Erdős de imaginar que todas las hermosas demostraciones matemáticas pueden agruparse en el "libro de las demostraciones".

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 27 Líneas rectas encontradas en la naturaleza: la cerusita (anchura approx. 3 mm, © Stephan Wolfsried) y la selenita (anchura aproximada 15 m, © Arch. Speleoresearch & Films/La Venta en www.laventa.it y www.naica.com.mx).

puede utilizar de nuevo la integración para definir su volumen.

Ahora vamos a considerar las formas generales y cortes generales en tres dimensiones, no sólo las 'regulares' mencionadas hasta ahora. Tropezamos entonces con el famoso *teorema de Banach–Tarski* (o paradoja). En 1924, Stefan Banach y Alfred Tarski* demostraron que es posible cortar una esfera en cinco trozos que se pueden recombinar para dar *dos* esferas, cada una del tamaño de la original. Este resultado contra-intuitivo es el teorema de Banach-Tarski. Peor aún, otra versión del teorema establece: tomemos dos formas cualesquiera que no se extiendan hasta el infinito y que contengan una esfera sólida cada uno; entonces siempre es posible diseccionar uno en el otro con un número *finito* de cortes. En particular, es posible transformar, diseccionándolo, un guisante en la Tierra, o viceversa. El tamaño no cuenta! ** Por lo tanto, ¡el volumen no es un concepto útil en absoluto!.

Ref. 43

El teorema de Banach-Tarski plantea dos cuestiones: en primer lugar, ¿se puede aplicar el resultado al oro o al pan? Eso resolvería muchos problemas. En segundo lugar, ¿puede ser aplicado a un espacio vacío? En otras palabras, ¿son la materia y el espacio vacío continuos? Ambos temas serán explorados más adelante en nuestro caminar; cada tema tendrá sus propias consecuencias especiales. Por el momento, eliminamos este problema preocupante al restringir nuestro interés a formas suavemente curvadas (y cortes con cuchillos) Con esta restricción, el volumen de la materia y del espacio vacío se comportan muy bien: son aditivos y rígidos, y no muestran paradojas.*** En realidad, los cortes necesarios para la paradoja de Banach-Tarski no son suaves; no es posible llevarlos a cabo con un cuchillo común, ya que requieren infinitos ángulos infinitamente agudos realizados con un cuchillo infinitamente afilado. Tal cuchillo no existe. Sin embargo, guardaremos en un rincón de nuestra mente que el tamaño de un objeto o de

Desafío 57 s

* Alfred Tarski (b. 1902 Warsaw, d. 1983 Berkeley), matemático polaco.

** La demostración del resultado no precisa de muchas matemáticas; lo explica admirablemente Ian Stewart en *Paradox of the spheres*, New Scientist, 14 January 1995, pp. 28–31..La demostración se basa en el axioma de elección, que se presentará después. La paradoja Banach–Tarski también existe en cuatro dimensiones, así como en cualquier número mayor de dimensiones. Para más detalles matemáticos puede consultar el estupendo libro de Stan Wagon.

Vol. III, página 308

Ref. 44

*** Los matemáticos dicen que la llamada *medida de Lebesgue* es suficiente en física. Esta medida numerable y aditiva isométricamente invariante proporciona el modo más general para definir un volumen.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

un pedazo de espacio vacío es una cantidad sutil y que tenemos que ser cuidadosos y prudentes cuando hablemos de él. En resumen,

- El volumen solo existe como una aproximación. El volumen solamente está bien definido para regiones con superficies suaves. El volumen no existe en general, mientras sea posible realizar cortes infinitamente delgados.

Evitemos en lo sucesivo referirnos a volúmenes, superficies y curvas de formas raras y pongamos un cuidado especial al hablar de entidades infinitamente pequeñas. Hablaremos de longitudes, áreas y volúmenes *solamente* con esta restricción. Esta abstinencia es una aceptación central en los primeros volúmenes de esta aventura. Atención: no debemos olvidar estas restricciones, aunque ello no suponga un inconveniente para la vida cotidiana. Al final de nuestra aventura volveremos a estas asunciones.

¿Qué es lo recto?

Cuando vea a un objeto sólido con un borde recto, hay un 99 % de probabilidades de que esté hecho por el hombre. Por supuesto, hay excepciones, como se muestra en la Figura 27. *Los cristales más grandes que se han encontrado tienen 18 m de longitud. Pero, en general, el contraste entre los objetos que se ven en una ciudad -edificios, muebles, coches, postes eléctricos, cajas, libros - y los objetos que se ven en un bosque -árboles, plantas, piedras, nubes - es evidente: en el bosque nada es recto o plano, en la ciudad la mayoría de los objetos lo son. Cualquier bosque nos muestra el origen de la rectitud; presenta altos troncos de árboles y rayos de luz que entran desde arriba a través de las hojas. Por esta razón calificamos una línea como *recta* si, a lo largo de toda su longitud, está en contacto con una plomada o con un rayo de luz. De hecho, las dos definiciones son equivalentes. ¿Puede confirmarlo? ¿Puede encontrar otra definición? Indudablemente, calificamos una superficie como *plana* si para cualquier orientación y posición elegida de la superficie, ésta toca una plomada o un rayo de luz a lo largo de toda su extensión.

Ref. 46
Página 513
Desafío 59 s

En resumen, el concepto de rectitud - y por lo tanto también de la planitud - se define con la ayuda de cuerpos materiales o radiaciones. En realidad, todos los conceptos espaciales, como todos los conceptos temporales, requieren del movimiento para su definición.

¿Una Tierra hueca?

El espacio y la rectitud plantean desafíos sutiles. Algunas personas excéntricas sostienen que todos los seres humanos viven en el *interior* de una esfera; por lo general, llaman a esto la *teoría de la Tierra hueca*. Afirman que la Luna, el Sol y las estrellas están todos cerca del centro de la esfera hueca, como se ilustra en la Figura 29. También explican que la luz sigue trayectorias curvas en el cielo, y que cuando los físicos convencionales hablan de una distancia r del centro de la Tierra, la distancia real de la Tierra hueca es

Ref. 47

Desafío 58 ny
Página 461
Ref. 45

* ¿Por qué los cristales tienen bordes rectos? Otra famosa excepción, no relativa a estructuras atómicas, es la formación geológica irlandesa conocida como Calzada de los Gigantes.. Otros candidatos que nos vienen a la mente, como ciertas bacterias con formas casi cuadradas o aproximadamente triangulares no son contra-ejemplos dado que estas formas son sólo aproximadas.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 28 Una fotografía de la Tierra – vista desde la dirección del Sol.(NASA).

Desafío 60 s $r_{he} = R^2_{Tierra}/r$. ¿Puede demostrar que este modelo no es correcto? Roman Sexl* hacía regularmente esta pregunta a sus alumnos y colegas físicos. La respuesta es simple: si usted piensa que tiene un argumento para demostrar que esta opinión es errónea, ¡está equivocado! No hay *manera* alguna de demostrar que tal punto de vista es falso. Es posible explicar el horizonte, la aparición de día y de noche, así como las fotografías de satélites Desafío 61 e de la Tierra redonda, como por ejemplo la de la Figura 28. Explicar lo que se produciría durante un vuelo a la Luna también es divertido. El punto de vista de la Tierra hueca es coherente y totalmente *equivalente* a la imagen habitual de un espacio infinitamente Vol. II, página 290 extendido. Volveremos a este problema en la sección sobre la relatividad general.

Curiosidades y divertidos desafíos sobre el espacio y el tiempo cotidianos

¿Cómo se mide la velocidad de una bala de pistola con un cronómetro, en un espacio Desafío 62 s de 1 m^3, sin electrónica? Pista: el mismo método también se puede utilizar para medir la velocidad de la luz.

* *

Para una chocante e interactiva manera de hacer zoom a través de todas las escalas de

* Roman Sexl, (1939–1986), físico austriaco de renombre, autor de varias obras influyentes sobre gravitación y relatividad.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 29 Un modelo que ilustra la teoría de la Tierra hueca, que muestra cómo aparecen día y noche.(© Helmut Diehl).

longitud en la naturaleza, desde la longitud de Planck hasta el tamaño del universo, consulte el sitio web www.htwins.net/scale2/.

* *

Desafío 63 s ¿Qué es más rápido: una flecha o una moto?

* *

Desafío 64 s ¿Por qué los pozos son redondos?

* *

¿Puede demostrar a un niño que la suma de los ángulos de un triángulo equivalen a dos ángulos rectos?. ¿Qué pasa con un triángulo sobre una esfera o una silla de montar
Desafío 65 e (paraboloide hiperbólico)?

* *

¿Tiene algún vaso cuya altura sea mayor que su circunferencia máxima?

* *

Un jardinero quiere plantar nueve árboles de tal manera que forme diez líneas rectas de
Desafío 66 e tres árboles cada una. ¿Cómo lo hace?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 . free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 30 ¿A qué altura está el líquido en una copa cónica medio llena? (© Helmut Diehl).

* *

¿A qué velocidad camina la Parca? Esta pregunta es el título de una publicación en el
Desafío 67 d British Medial Journal del año 2011. ¿Se imagina cómo se responde?

* *

Las medidas de tiempo requieren fenómenos periódicos. Los anillos del árbol son los rastros de las estaciones. Los glaciares también tienen este tipo de rastros, las *ojivas*. Trazas similares se encuentran en los dientes. ¿Conoce más ejemplos?

* *

Un hombre quiere saber cuántos peldaños tendría que subir si la escalera mecánica que está delante de él, moviéndose hacia arriba, estuviera parada. Él camina hacia arriba por la escalera mecánica y cuenta 60 peldaños, caminando por la misma escalera mecánica
Desafío 68 s hacia abajo con la misma velocidad cuenta 90 peldaños. ¿Cuál es la respuesta?

* *

Usted tiene dos relojes de arena: uno de 4 minutos y otro de 3 minutos. ¿Cómo puede
Desafío 69 e usted utilizarlos para determinar cuándo han pasado 5 minutos?

* *

Usted tiene dos mechas de diferente longitud y cada una de ellas tarda un minuto en arder. No está permitido doblarlas ni utilizar una regla. ¿Cómo puede calcular que han
Desafío 70 e pasado 45 s? Ahora, algo más difícil. ¿Cómo calcula que han transcurrido 10 s con una sola mecha?

* *

Usted tiene tres vasijas de vino: una llena de 8 litros, una vacía de 5 litros y otra también
Desafío 71 e vacía de 3 litros. ¿Cómo puede usarlas para dividir el vino en dos partes iguales?

* *

Desafío 72 s ¿Cómo puede hacer un agujero en una postal que le permita pasar a través de ella?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

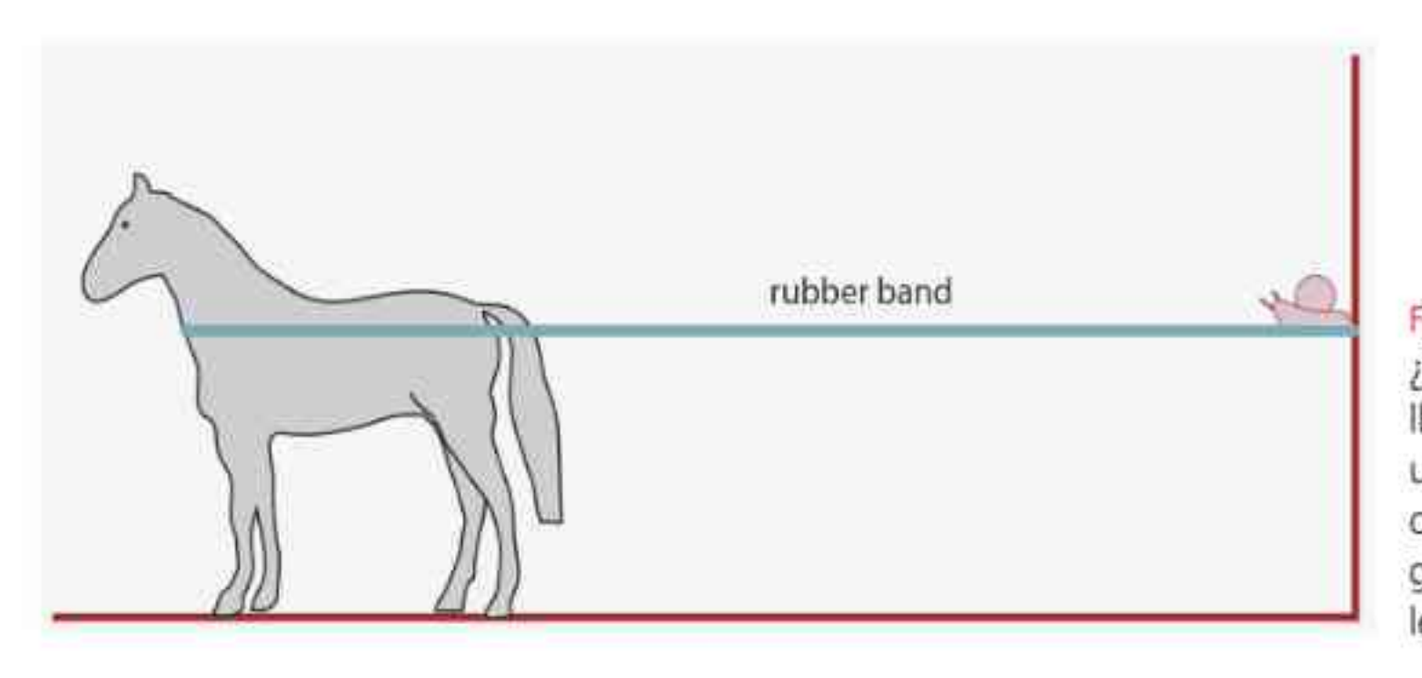


FIGURA 31 ¿Puede el caracol llegar al caballo una vez que comienza a galopar hacia lo lejos?

¿Qué fracción de la altura de una copa cónica, que se muestra en la Figura 30, se deben
Desafío 73 s rellenar para tener el vaso medio lleno?

* *

¿Cuántos lápices se necesitan para dibujar una línea, tan larga como la línea ecuatorial
Desafío 74 s de la Tierra?

* *

Puede colocar cinco monedas iguales de tal manera que cada una toque a las otras cua-
Desafío 75 e tro? ¿Es una solución para seis monedas el agruparlas en dos niveles de tres monedas cada uno que formen un triángulo?. ¿Por qué?

¿Cual es el menor número de monedas que pueden estar sobre una mesa (en contacto con ella) de tal manera que cada moneda esté tocando exactamente otras tres monedas?
Desafío 76 e

* *

¿Puede encontrar tres puntos de intersección en un tablero de ajedrez que formen un
Desafío 77 e triángulo equilátero?

* *

Todo el mundo conoce el rompecabezas sobre el oso: Un cazador sale de su casa, camina 10 km al sur y 10 km hasta el Oeste, le dispara a un oso, camina 10 km al norte, y está de vuelta a casa. ¿De qué color es el oso? Usted probablemente sabe la respuesta inmediatamente. Ahora viene una pregunta más difícil, útil para ganar dinero en apuestas. La casa podría estar en diversos puntos *adicionales* en la Tierra, ¿donde están estos lugares menos obvios desde los que un hombre puede hacer *exactamente* el mismo viaje (olvide
Desafío 78 s el oso ahora) que se acaba de describir y estar en casa de nuevo?

* *

Imagínese una banda elástica de goma que está unida a una pared en un extremo y unida a un caballo en el otro extremo, como se muestra en la Figura 31. En la banda de goma, cerca de la pared, hay un caracol. Tanto el caracol como el caballo comienzan a moverse, con velocidades típicas – si suponemos que la goma es infinitamente estirable. ¿Puede el

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 79 s caracol llegar al caballo?

* *

Para un matemático, 1 km es lo mismo que 1000 m. ¡Para un físico son dos cosas diferentes! De hecho, para un físico, 1 km es una medida situada entre 0,5 km y 1,5 km, en tanto que 1000 m es una medida entre 999,5 m y 1000,5 m. Así que tenga cuidado cuando escriba valores de medición. La forma profesional es escribir, por ejemplo, 1000 ± 8 m1000(8) m en el sentido de ± 8m, es decir, un valor que se encuentra entre 992 y 1008 m con una
Página 491 probabilidad del 68.3 %.

* *

Imagine un punto negro en una superficie blanca. ¿Cuál es el color de la línea que separa
Desafío 80 s el punto del fondo? Esta pregunta es llamada a menudo el rompecabezas de Peirce.

* *

También el pan es un fractal (aproximadamente), aunque uno irregular. La dimensión
Desafío 81 s fractal de pan es de alrededor de 2,7. ¡Trate de medirlo!

* *

Desafío 82 e ¿Cómo encontraría el centro de un posavasos con papel y lápiz?

* *

¿Cuantas veces en 24 horas las manecillas de un reloj, horaria y minutero, se superponen
Desafío 83 s una sobre la otra?. En los relojes con tres manecillas, ¿cuantas veces coinciden las tres?.

* *

¿Cuántas veces en 24 horas la manecilla de las horas y la de los minutos de un reloj
Desafío 84 s forman un ángulo recto?

* *

¿Cuántas veces en doce horas las dos agujas de un reloj pueden ser *intercambiadas* con
Desafío 85 s el resultado de que la nueva situación muestra un tiempo *válido*? ¿Qué sucede con los relojes que también tienen una tercera aguja para los segundos?

* *

Desafío 86 s ¿Cuántos minutos gira la Tierra en un minuto?

* *

¿Cuál es la velocidad más alta alcanzada por un lanzador (con y sin raqueta)? ¿qué pro-
Desafío 87 s yectil se usó?

* *

Una cuerda se pone alrededor de la Tierra, sobre el Ecuador, lo más apretada posible. La cuerda a continuación, se alargó en 1 m. ¿Puede un ratón deslizarse por debajo de la
Desafío 88 s cuerda? La cuerda original fuerte se alarga en 1 mm. ¿Puede un niño deslizarse debajo de la cuerda?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

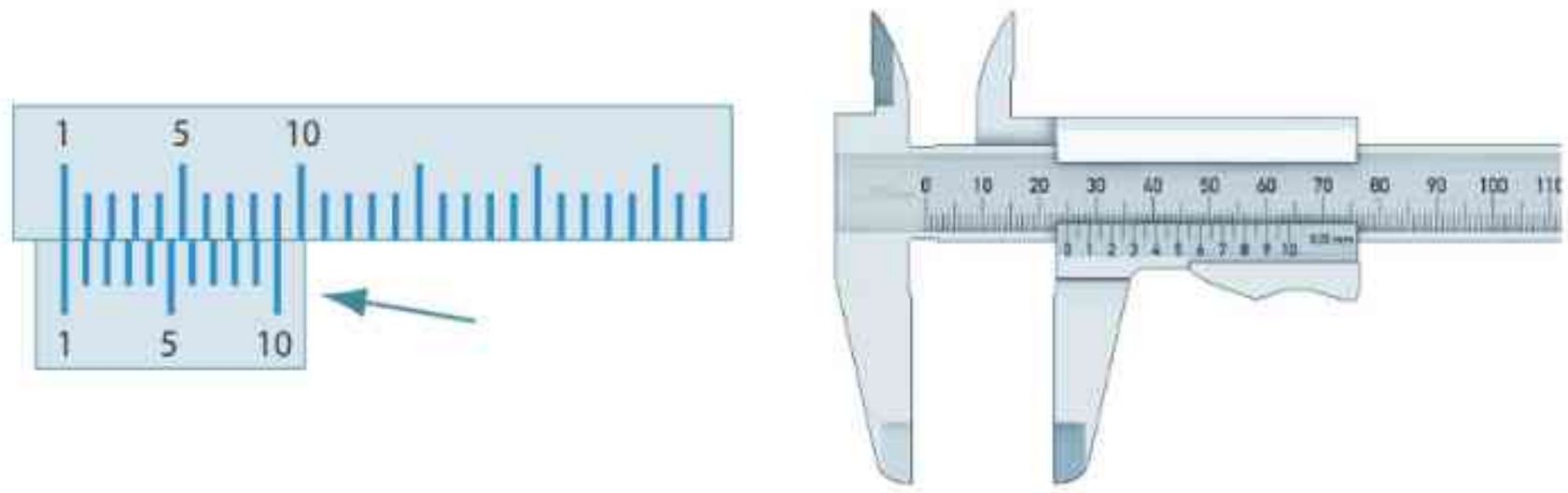


FIGURA 32 Un Vernier / Nonius / Clavius 9-a-10 y una versión 19-a-20 (de hecho, una versión de 38-a-40) en un (© www.medien-werkstatt.de).

* *

Jack remaba en su barco sobre un río. Cuando estaba debajo de un puente, dejó caer una pelota en el río. Jack siguió remando en la misma dirección durante 10 minutos después de que dejara caer la pelota. Luego se dio la vuelta y remó de nuevo. Cuando llegó a la pelota, la pelota había flotado 600 m desde el puente. ¿Cuál era la velocidad de
Desafío 89 s la corriente del río?

* *

Adán y Bert son hermanos. Adam tiene 18 años. Bert es dos veces mayor que en el mo-
Desafío 90 e mento en que Adán tenía la edad que Bert tiene ahora. ¿Qué edad tiene Bert?

* *

'¿Dónde estoy?' Es una pregunta común; '¿Cuando estoy?' nunca se pregunta, ni siquiera
Desafío 91 s en otros idiomas. ¿Por qué?

* *

Desafío 92 s ¿Hay un intervalo de tiempo mínimo en la naturaleza? ¿Y una distancia mínima?

* *

Suponiendo que usted sabe lo que es la rectitud, ¿cómo caracterizaría o definiría la cur-
Desafío 93 s vatura de una línea curva utilizando números? ¿Y la de una superficie?

* *

Desafío 94 s ¿Cuál es la velocidad del parpadeo?

* *

El área superficial del cuerpo humano es de unos 400 m^2. ¿Puede decir de dónde viene
Desafío 95 s este gran número?

* *

¿Cómo funciona un *vernier*? Se llama *nonius* en otros idiomas. El primer nombre se deriva de un ingeniero militar francés* que no lo inventó, el segundo es un juego de palabras

* Pierre Vernier (1580–1637), oficial militar francés apasionado de la cartografía.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

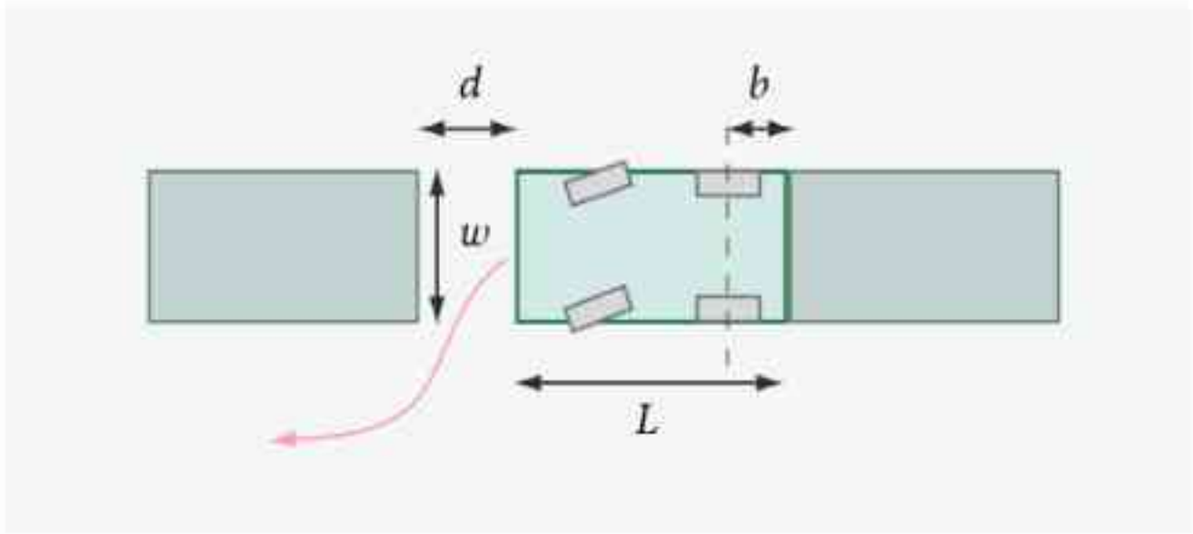


FIGURA 33 Leaving a parking space.

entre el nombre latinizado del inventor portugués de un dispositivo más elaborado * y la palabra latina para 'nueve'. En realidad, el dispositivo tal como lo conocemos hoy en día - se muestra en la Figura 32 – fue concebido en torno a 1600 por Christophonius Clavius,** el mismo astrónomo cuyos estudios fueron la base de la reforma del calendario Gregoriano de 1582. Desafío 83 s. ¿Es capaz de diseñar un vernier / nonius / Clavius que, en lugar de aumentar la precisión diez veces, lo haga en un factor arbitrario? ¿Hay un límite a la precisión alcanzable?

Desafío 96 s

* *

Los Fractales en tres dimensiones proporcionan muchas sorpresas. Vamos a generalizar la Figura 25 a tres dimensiones. Tome un tetraedro regular; luego pegue en cada una de sus caras triangulares un tetraedro regular más pequeño, de manera que la superficie del cuerpo esté hecho de nuevo por muchos triángulos regulares iguales. Repita el proceso, encolando tetraedros aún menores a estas nuevas (más numerosas) superficies triangulares. ¿Cuál es la forma del fractal final, después de un número infinito de pasos?

Página 61

Desafío 97 s

* *

El parque automovilista plantea muchos problemas matemáticos. Uno central es el siguiente problema de *aparcamiento paralelo* : ¿cuál es la distancia más corta *d* hasta el coche de delante necesaria para salir de una plaza de aparcamiento sin utilizar la marcha atrás? (Suponga que usted sabe cuál es la geometría de su coche, como se muestra en la Figura 33, y su pequeño radio de viraje exterior *R*, que es conocida para cada coche). Siguiente pregunta: ¿cuál es el menor hueco requerido cuando se le permite maniobrar hacia atrás y hacia adelante tantas veces como desee? Ahora, un problema para el cual ninguna solución parece estar disponible en la literatura: ¿De qué manera depende el hueco del número n, de veces que use la marcha atrás? (El autor había ofrecido 50 euros por la primera solución bien explicada-, la solución ganadora de Daniel Hawkins ahora se encuentra en el apéndice.)

Desafío 98 ny

Desafío 99 s

Desafío 100 s

Desafío 101 s

* *

* Pedro Nunes o Peter Nonnius (1502–1578), matemático y cartógrafo portugués.

** Christophonius Clavius o Schlüssel (1537–1612), astrónomo bávaro y uno de los principales astrónomos de su tiempo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 12 La notación exponencial: cómo escribir números pequeños y grandes.

Número	Notación Exponencial notation	Número	Notación Exponencial notation
1	10^0		
0.1	10^{-1}	10	10^1
0.2	$2 \cdot 10^{-1}$	20	$2 \cdot 10^1$
0.0324	$3{,}24 \cdot 10^{-2}$	32.4	$3{,}24 \cdot 10^1$
0.01	10^{-2}	100	10^2
0.001	10^{-3}	1000	10^3
0.000 1	10^{-4}	10 000	10^4
0.000 056	$5{,}6 \cdot 10^{-5}$	56 000	$5{,}6 \cdot 10^4$
0.000 01	10^{-5} etc.	100 000	10^5 etc.

Los científicos usan una forma especial para escribir los números grandes y pequeños, se explica en la Tabla 12

* *

Ref. 48 En 1996, la distancia mínima experimentalmente verificada fue 10^{-19} m, alcanzada entre los quarks en el Fermilab. (Para notar el valor de la distancia, apúntelo sin el exponente.)
Desafío 102 s ¿Qué significa esta medida en relación a la continuidad del espacio?

* *

Zenón, el filósofo griego, analizó en detalle lo que sucedería con un objeto en movimiento en un instante dado de tiempo. Para discutir con él, usted decide construir el obturador más rápido posible que se puede imaginar para una cámara fotográfica. Usted tiene todo el dinero que quiera. ¿Cuál es el tiempo de obturación más corto que podría
Desafío 103 s realizar?

* *

¿Se puede probar el teorema de Pitágoras solamente por medios geométricos, sin nece-
Desafío 104 s sidad de utilizar las coordenadas? (Hay más de 30 posibilidades.)

* *

Página 66 ¿Por qué la mayoría de los planetas y las lunas, incluyendo la nuestra, son (casi) esféricas
Desafío 105 s (véase, por ejemplo, la Figura 28)?

* *

Una banda de goma conecta las puntas de las dos agujas de un reloj. ¿Cuál es el camino
Desafío 106 s seguido por el punto medio de la banda?

* *

Hay dos magnitudes importantes vinculadas a los ángulos. Como se muestra en la Figura 34, lo que generalmente se llama un *ángulo (plano)* se define como la relación entre

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

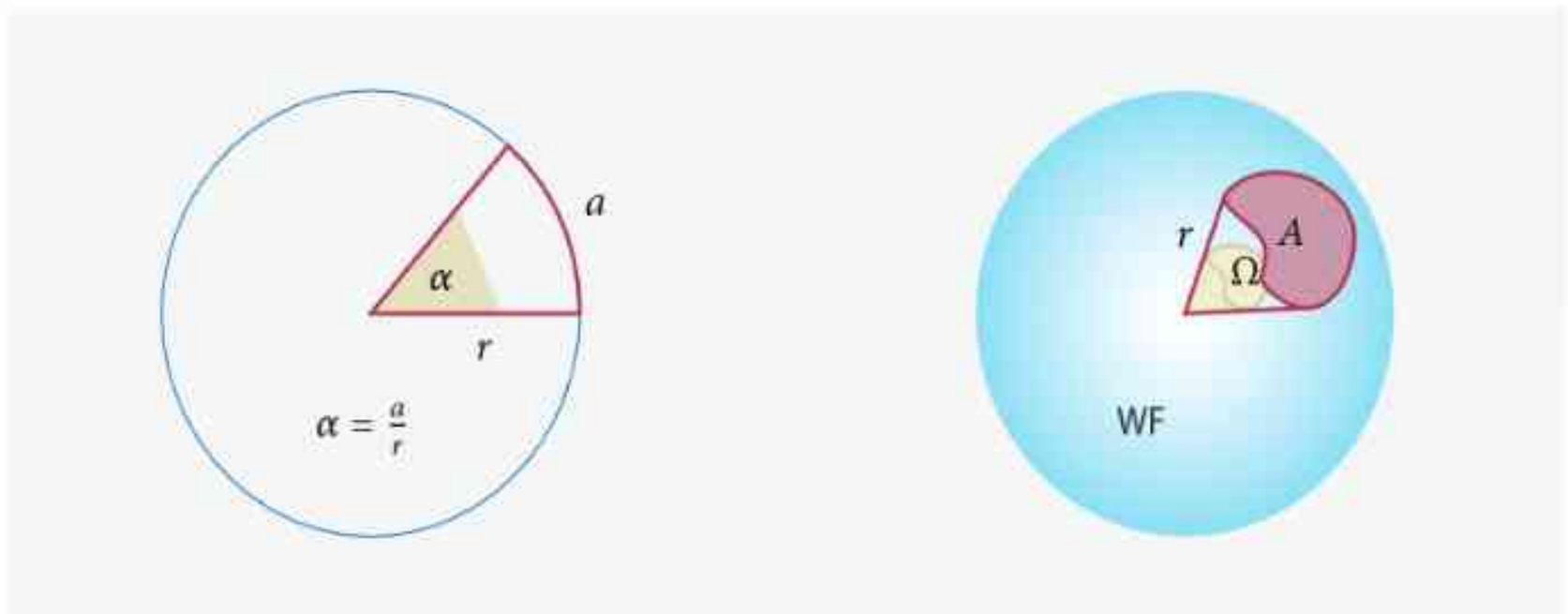


FIGURA 34 La definición de ángulos planos y sólidos.

las longitudes de arco y el radio. Un ángulo recto es $\pi/2$ *radianes* (o $\pi/2$ rad) o 90°.

El *ángulo sólido* es la relación entre el área y el cuadrado del radio. Una octava parte de una esfera es $\pi/2$ *esteorradián* o $\pi/2$ sr. (Los matemáticos, por supuesto, simplemente dejarían de lado la unidad estereorradián). Como resultado, un pequeño ángulo sólido en forma de cono y el ángulo de la punta del cono de son *diferentes*. ¿Puede encontrar la relación?

Desafío 107 s

* *

La definición de ángulo ayuda a determinar el tamaño de la explosión de los fuegos artificiales. Mida el tiempo T, en segundos, entre el momento en que se ve al cohete explotar en el cielo y en el momento que escuche la explosión, mida también el ángulo α (plano) de la bola formada por los fuegos artificiales con su mano. El diámetro D es

$$D \approx \frac{6\,\mathrm{m}}{s^{\circ}} T \alpha \,. \tag{3}$$

Desafío 108 e

¿Por qué? Para obtener más información acerca de los fuegos artificiales, consulte el sitio cc.oulu.fi/~kempmp Por cierto, la distancia angular entre los nudillos de un puño extendido son alrededor de 3°, 2° y 3°, del tamaño de una mano extendida 20°. ¿ puede determinar los otros ángulos relacionados con la mano?

Desafío 109 s

* *

Usando ángulos, el *seno*, *coseno*, *tangente*, *cotangente*, *secante* y *cosecante* pueden definirse, como se muestra en Figura 35. Usted debe recordar esto desde la escuela secundaria. ¿Puede confirmar que es correcto? $\sin 15^{\circ} = (\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$, $\sin 18^{\circ} = (-1 + \sqrt{5})/4$, $\sin 36^{\circ} = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}/4$, $\sin 54^{\circ} = (1 + \sqrt{5})/4$ and that $\sin 72^{\circ} = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}/4$? ¿Puede también demostrar que

$$\frac{\sin x}{x} = \cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{4}\cos\frac{x}{8}\ldots \tag{4}$$

Desafío 110 e

es correcto?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

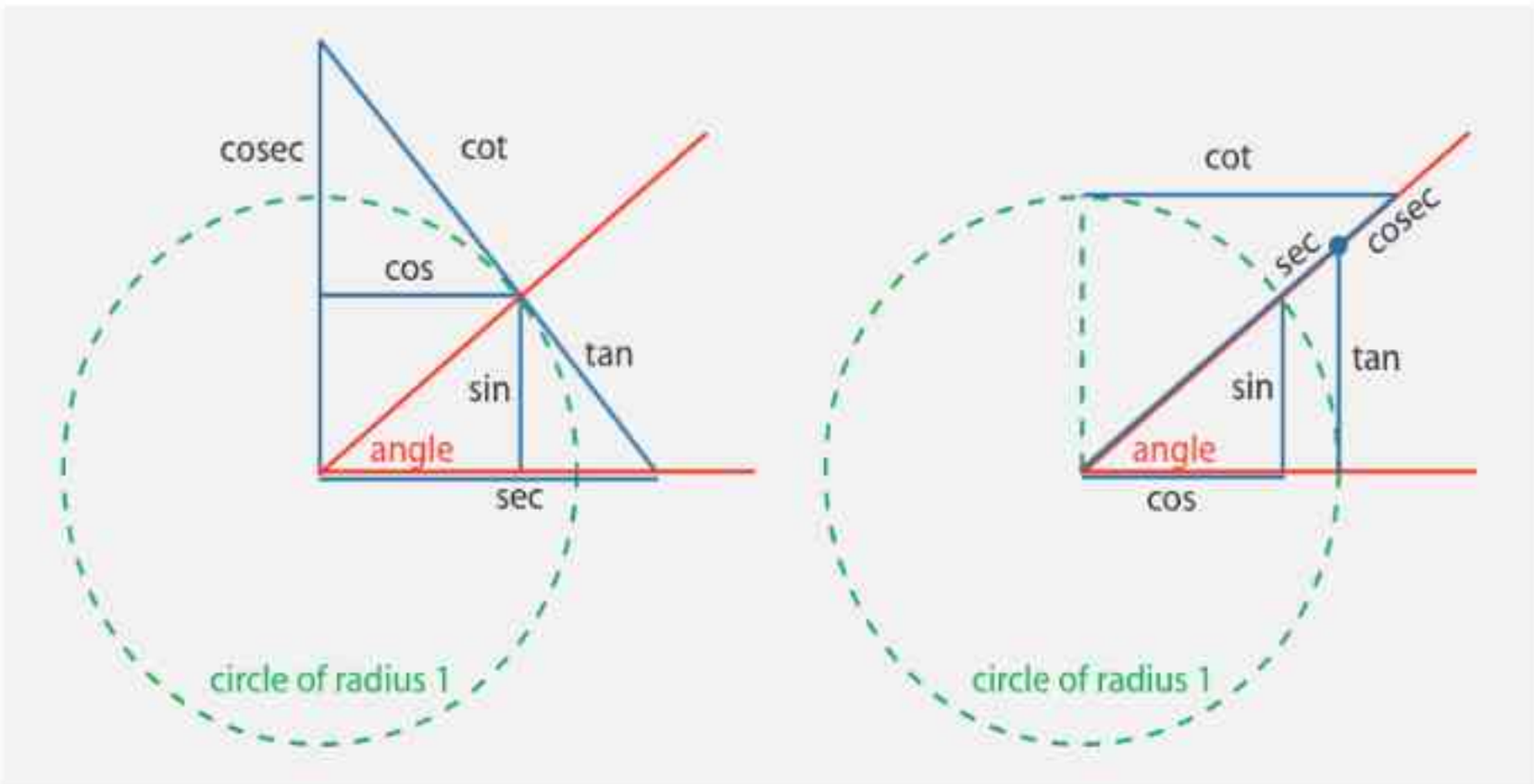


FIGURA 35 Dos definiciones equivalentes del seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante de un ángulo.

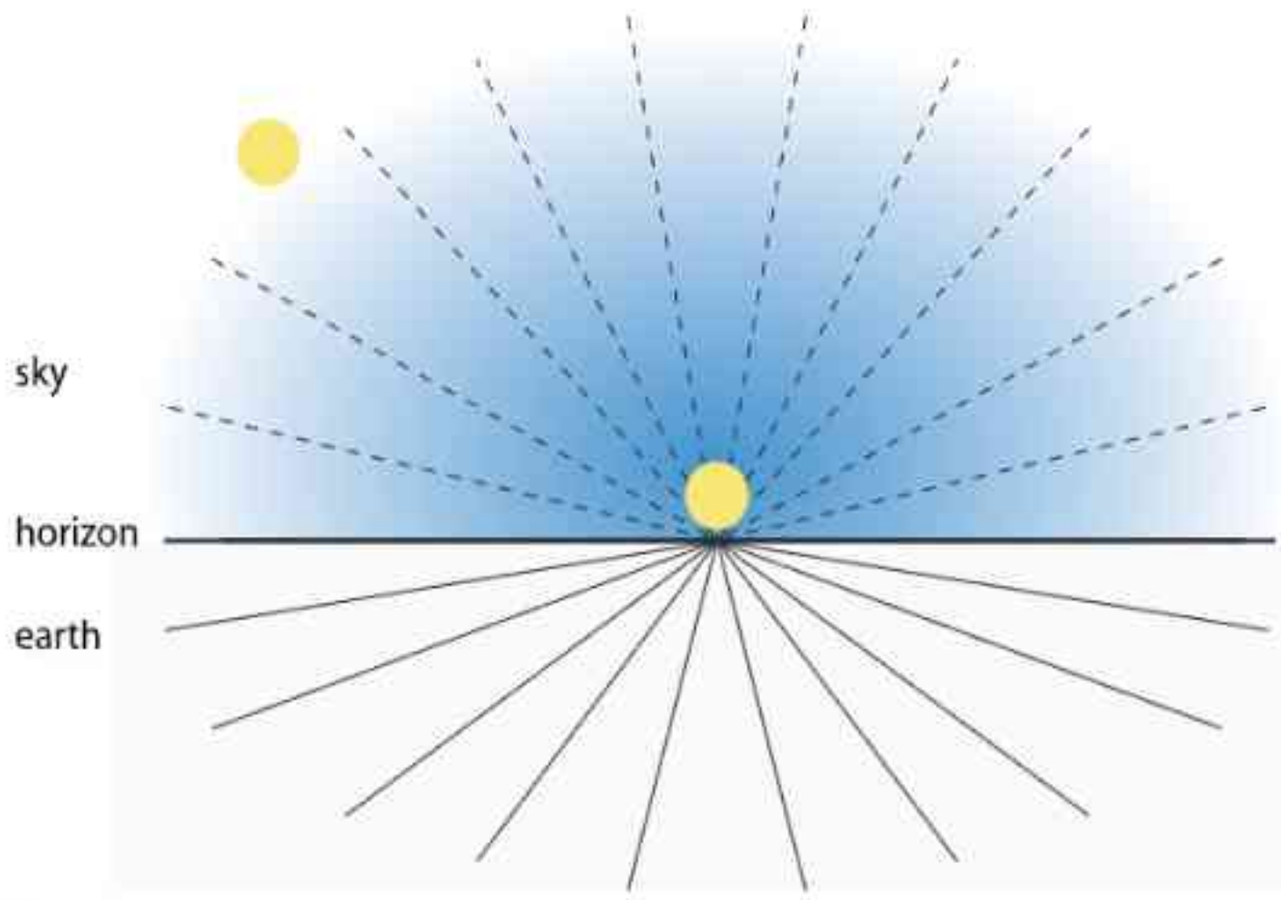


FIGURA 36 Cómo cambia durante un día el tamaño aparente de la Luna y el Sol.

* *

Medir el tamaño angular sólo con el ojo es complicado. Por ejemplo, ¿puede decir si la Luna es más grande o o más pequeña que la uña de su dedo pulgar en el extremo de su brazo extendido? El tamaño angular no es una cantidad intuitiva, sino que requiere de instrumentos de medición.

Desafío 111 e

Un ejemplo famoso, que se muestra en la Figura 36, ilustra la dificultad de calcular los ángulos. Tanto el Sol como la Luna parecen más grandes cuando están en el horizonte. En la antigüedad, Ptolomeo explicó esta supuesta *ilusión de la Luna* por un cambio inconsciente de la distancia aparente inducida por el cerebro humano. En efecto, la ilusión de la Luna desaparece cuando, de espaldas a la Luna, se inclina y mira a la Luna a través de sus piernas. De hecho, la Luna está aún *más lejos* del observador cuando está justo

Ref. 49

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 37 Cómo cambia el tamaño de la Luna en realidad durante su órbita. (© Anthony Ayiomamitis).

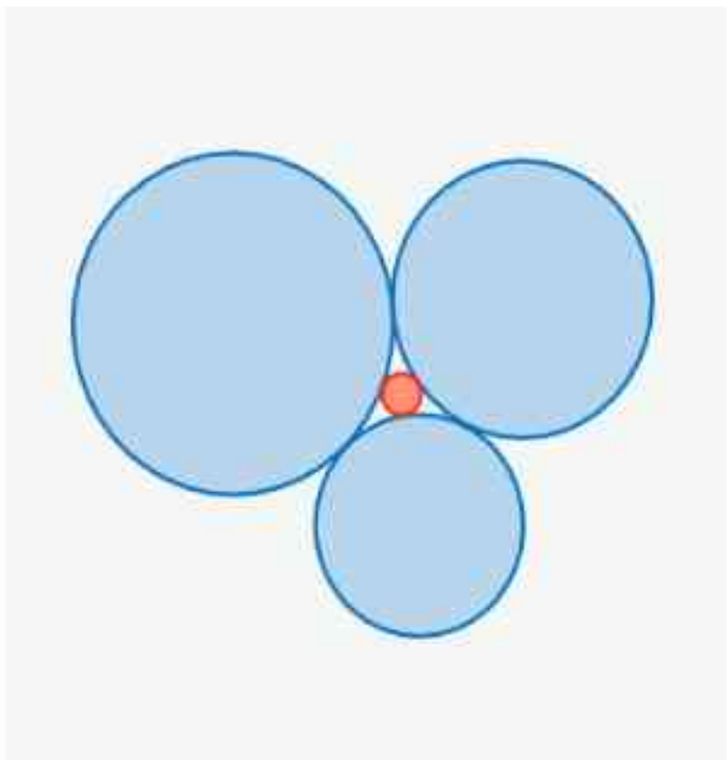


FIGURA 38 Un famoso rompecabezas: ¿cómo se relacionan los cuatro radios?

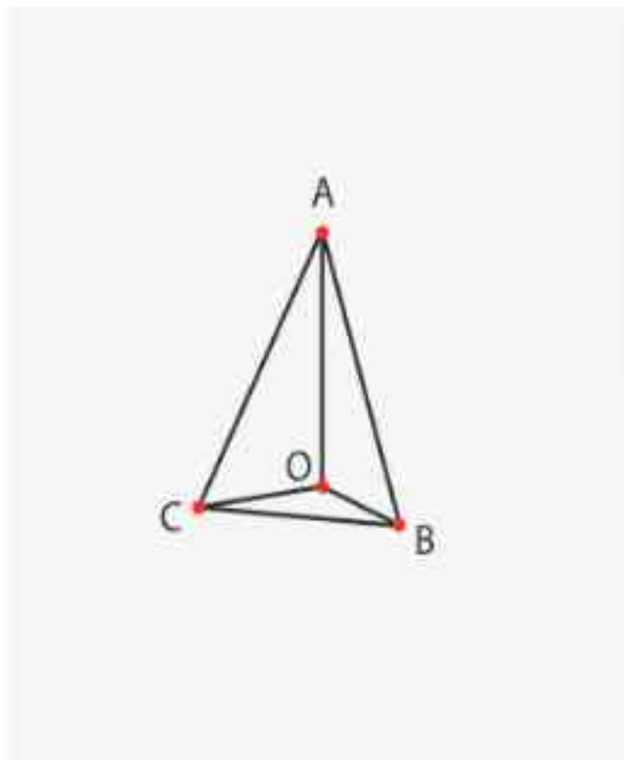


FIGURA 39 ¿Cuál es el área de ABC, dadas las otras tres áreas y tres ángulos rectos en O?

sobre el horizonte, por lo que su imagen es *más pequeña* de lo que era un par de horas antes, cuando estaba alta en el cielo. ¿Puede confirmar esto? Desafío 112 s

El tamaño angular de la Luna cambia aún más debido a otro efecto: la órbita de la Luna alrededor de la Tierra es elíptica. Un ejemplo de la consecuencia se muestra en la Figura 37.

* *

Galileo también cometió errores. En su famoso libro, los *Diálogos*,, dice que la curva formada por una fina cadena que cuelga entre dos postes es una parábola, es decir, la curva definida por $y = x^2$. Eso no es correcto. ¿Cuál es la curva correcta? Usted puede observar la forma (aproximadamente) en la forma de los puentes colgantes. Desafío 113 d

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

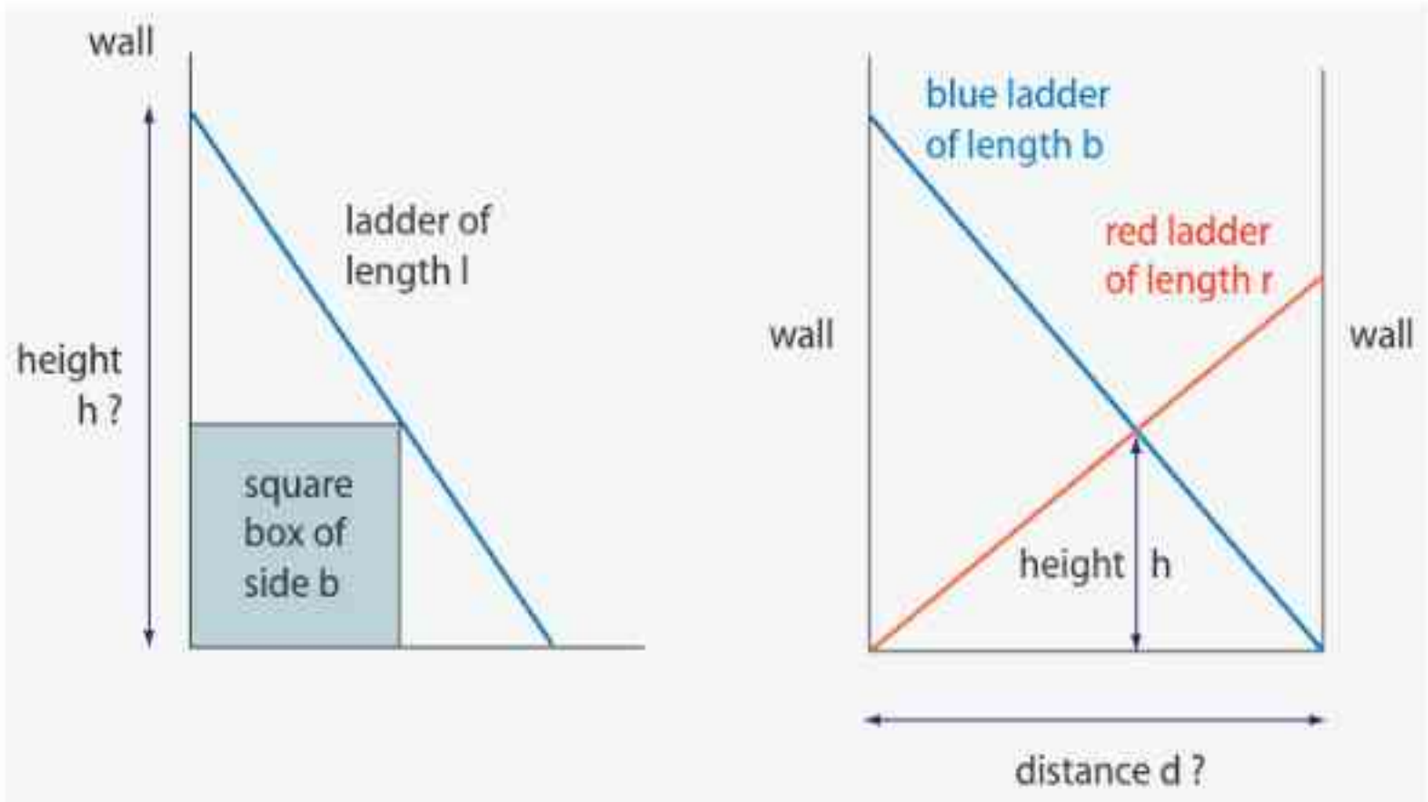


FIGURA 40 Dos rompecabezas sobre escaleras: uno moderadamente difícil (izquierda) y otro difícil (derecha).

* *

Dibuje tres círculos, de diferentes tamaños, que se tocan unos con otros, como se muestra en la Figura 38. Ahora dibuje un cuarto círculo en el espacio de en medio, que toque a los tres exteriores. ¿A qué relación simple obedecen los inversos de los radios de los cuatro círculos? Desafío 114 s

* *

Tome un tetraedro OABC cuyos lados triangulares OAB, OBC y OAC son rectangulares en O, como se muestra en la Figura 39. En otras palabras, los bordes de OA, OB y OC son perpendiculares entre sí. En el tetraedro, las áreas de la OAB triángulos, OBC y ACO son, respectivamente, 8, 4 y 1. ¿Cuál es el área del triángulo ABC? Desafío 115 s

* *

Ref. 50 Hay muchos problemas y rompecabezas acerca de escaleras. Dos de ellos se ilustran en la Figura 40. Si una escalera de 5 m se pone contra una pared de tal manera que apenas toque una caja con 1 m de altura y otro de anchura, ¿cuál es la altura a la que llega la escalera? Desafío 116 s Si se ponen dos escaleras contra dos paredes enfrentadas, y si se conocen las longitudes de las escaleras y la altura del punto de cruce, ¿a qué distancia se encuentran las paredes? Desafío 117 d

* *

Con dos reglas, usted puede sumar y restar números adosándolas una junto a otra. ¿Es capaz de diseñar reglas que permitan multiplicar y dividir de la misma manera? Desafío 118 s

Dispositivos más elaborados que utilizan este principio se llaman reglas de cálculo y fueron las precursoras de las calculadoras electrónicas. Fueron utilizadas por todas partes hasta la década de los 70 del pasado siglo.

* *

¿Cuántos días tendría el año si la Tierra girase en el otro sentido con la misma frecuencia de rotación? Desafío 119 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 41 Rayos anticrepusculares - ¿Dónde está el Sol en esta situación? (© Peggy Peterson)

* *

Desafío 120 s El Sol se oculta en la situación espectacular mostrada en la Figura 41 ¿Dónde está?

* *

Un poco diferente, pero igualmente fascinante - y útil para acostumbrarse al dibujo en perspectiva - es la situación que aparece cuando se tiene un faro en la espalda. ¿Puede
Desafío 121 e dibujar los rayos que se ven en el cielo hasta el horizonte?

* *

Dos cilindros de igual radio se intersecan en un ángulo recto. ¿Cuál es el valor del volu-
Desafío 122 s men de la intersección? (En primer lugar haga un dibujo.)

* *

Se eliminan las dos caras de un cubo hueco con 1 dm de largo en el lateral, para producir un túnel con abertura cuadrada. ¿Es cierto que un cubo de arista 1,06 dm se puede hacer
Desafío 123 s pasar a través del cubo hueco de lado 1 dm?

* *

Ref. 51 ¿Podría existir un universo de dos dimensiones? Alexander Dewdney imaginó un universo así en gran detalle y escribió un libro muy conocido sobre el tema. Él describe las casas, el sistema de transporte, la digestión, la reproducción y mucho más. ¿Puede
Desafío 124 d explicar por qué un universo de dos dimensiones no puede existir?

* *

Las cuerdas son estructuras maravillosas. Son flexibles, se tejen de forma helicoidal, pero a pesar de esto, no se desenrollan ni giran, son casi inextensibles, y su geometría depende
Ref. 52 poco del material utilizado en su fabricación. ¿Cuál es el origen de todas estas propiedades? La colocación de la cuerda es un antiguo arte, y se basa en un resultado puramente geométrico: entre todas las posibles hélices de n hebras de longitud dada establecidas alrededor de una estructura central de radio fijo, hay una hélice para la cual el número de vueltas es *máximo*. Por razones puramente geométricas, las cuerdas con determinado número de vueltas y el radio interior correspondiente tienen las propiedades menciona-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

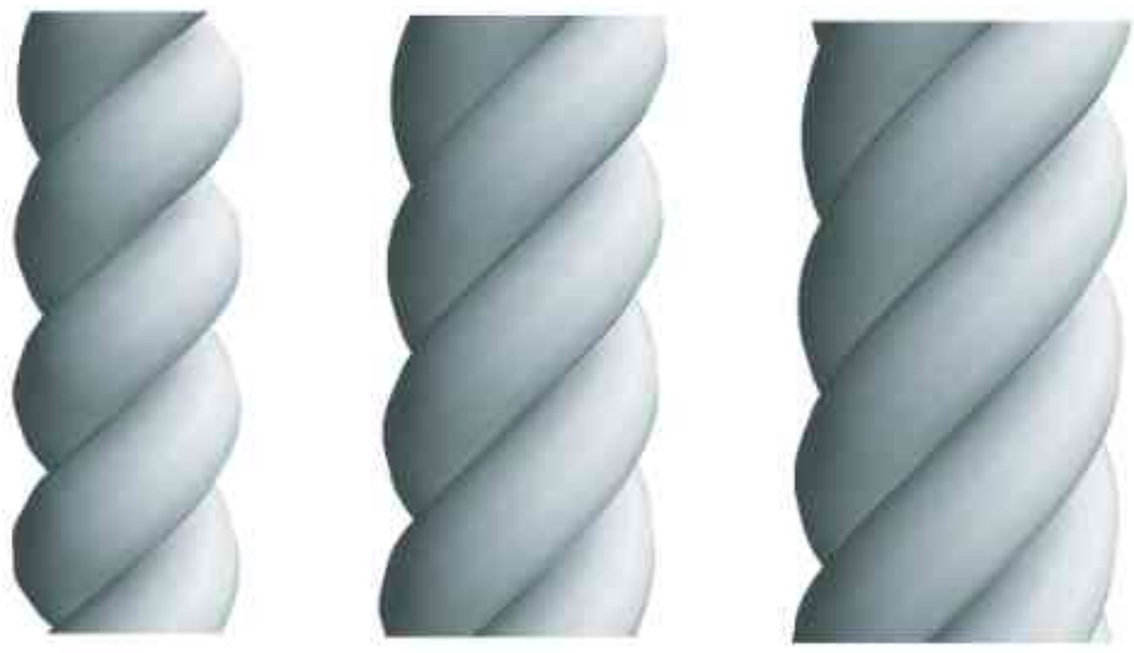


FIGURA 42 Configuraciones ideales de cuerdas hechas de dos, tres y cuatro hilos. En la configuración ideal, el ángulo de inclinación específico con respecto al plano ecuatorial - 39,4°, 42,8° and 43,8°, respectivamente - conduce a estructuras de torsión cero. En estas configuraciones ideales, la cuerda bajo tensión vertical no girará en una ni en la otra dirección (© Jakob Bohr).

das que hacen tan útiles las cuerdas. Las geometrías de las cuerdas ideales hechas de dos, tres y cuatro cadenas se muestran en la Figura 42.

* *

Algunos investigadores están estudiando si el tiempo podría ser de dos dimensiones.
Desafío 125 s ¿Puede ser así?

* *

Otros investigadores están estudiando si el espacio puede tener más de tres dimensiones.
Desafío 126 s ¿Puede ser esto?

* *

Una forma de comparar las velocidades de los animales y las máquinas es midiendo en 'longitudes de cuerpo por segundo'. El coleóptero Elatérido (saltapericos) alcanza un valor de alrededor de 2000 durante su fase de salto, ciertas células Archaea (similar a las bacterias) un valor de 500, y ciertos colibríes 380. Estos son los titulares de récords hasta el momento. Coches, aviones, guepardos, halcones, cangrejos y todos los demás sistemas
Ref. 53 motorizados son mucho más lentos.

* *

Desafío 127 e ¿Cual es la sección transversal de un tubo generalmente circular?

* *

¿Cuales son las dimensiones de un tanque de agua abierto de forma rectangular que
Desafío 128 e contiene 1 m^3 de agua y utiliza la menor cantidad de material para su construccioón?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 43 Un problema de investigación abierta: ¿Cuál es la longitud de la cuerda de un nudo apretado? (© Piotr Pieranski, from Ref. 54)

Dibuje un cuadrado formado por cuatro líneas de igual longitud que conecte los segmentos mediante bisagras en los vértices. Tal estructura puede deformarse libremente en un rombo si se aplica un poco de fuerza. ¿Cuántas líneas adicionales interconectadas de la misma longitud deberán suplementarse para evitar esta libertad y prevenir que el cuadrado se deforme? Las interconexiones de líneas adicionales deben estar en el mismo plano que el cuadrado y cada una de ellas sólo puede ser vinculada a otras en los puntos finales. Desafío 129 s

* *

La medida del área puede ser difícil. En 2014 se hizo evidente que el área del tracto gastrointestinal de los seres humanos adultos sanos es de entre 30 y 40 m^2. Durante muchos años, la estimación incorrecta del área fue entre 180 y 300 m^2.

* *

Si nunca ha explorado la geometría plana, hágalo por una vez en su vida. Una introducción excelente es Claudi Alsina & Roger B. Nelsen, *Icons of Mathematics: An Exploration of Twenty Key Images*, MAA Press, 2011. Es un maravilloso libro con muchos y sorprendentes hechos sobre la geometría que nunca han sido expuestos en la escuela ni en la universidad. Lo disfrutará.

* *

Los triángulos están llenos de sorpresas. Juntos, Leonhard Euler, Charles Julien Brianchon y Jean Victor Poncelet descubrieron que en cualquier triángulo, hay nueve puntos que yacen sobre el mismo círculo: los puntos medios de los lados, los pies de las alturas y los puntos medios de los segmentos de la altura que conectan cada vértice con el ortocentro. Por su parte Euler también descubrió que en cada triángulo el ortocentro, el baricentro, el circuncentro y el centro del círculo que unen los nueve puntos anteriores están sobre una misma línea, hoy conocida como línea de Euler.

Para los resultados de investigaciones más recientes sobre triángulos planos, consultar la maravillosa *Encyclopedia of Triangle Centers*, disponible en faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html

* *

Aquí hay un simple desafío de longitud que nadie ha resuelto aún. Tome un pedazo de cuerda ideal: de radio constante, idealmente flexible y totalmente resbaladiza. Ate un nudo apretado en ella, como se muestra en la Figura 43. ¿Cuánto se acercan los extremos de la cuerda? Desafío 130 r

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Resumen acerca del espacio y tiempo cotidianos

El movimiento define la velocidad, el tiempo y la longitud. Las observaciones de la vida cotidiana y de los experimentos de precisión son precisa y convenientemente descritos mediante el modelo de la velocidad como un vector euclidiano, el espacio como un espacio euclidiano tridimensional, y el tiempo como una línea real de una sola dimensión. Estas tres definiciones forman la descripción de nuestro ambiente cotidiano, o *Galileano*.

El Modelo que utiliza velocidad, tiempo y espacio como cantidades *continuas* es preciso y conveniente. La modelización funciona en la mayoría de las aventuras que siguen. Sin embargo, este modelo común del espacio y el tiempo *no puede* ser confirmado por la experiencia. Por ejemplo, no hay experimentos que pueden comprobar distancias más grandes que 10^{25} m o menores que 10^{-25} m; el modelo continuo es probable que sea incorrecto a escalas más pequeñas. Encontraremos en la última parte de la ascensión de la montaña que verdaderamente éste es el caso.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 3

Cómo describir el movimiento - Cinemática

> La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo) ... Egli è scritto in lingua matematica.**
>
> Galileo Galilei, *Il saggiatore* VI.

Los experimentos muestran que tanto los niños como la mayor parte de los animales extraen del entorno las propiedades del tiempo y del espacio Galileano. Esta extracción se ha confirmado en perros, gatos, ratas, ratones, hormigas y peces, entre otros. En todos ellos se encuentran los mismos resultados.

En primer lugar, *el movimiento es el cambio de posición con el tiempo*. Esta descripción se ilustra volteando rápidamente las esquinas inferiores izquierdas de este libro, a partir de la página 259. Cada página simula un instante de tiempo, y el único cambio que tiene lugar durante el movimiento está en la posición del objeto, por ejemplo una piedra, representado por la mancha oscura. Las otras variaciones de una imagen a la siguiente, que se deben a las imperfecciones de las técnicas de impresión, se pueden tomar para simular los inevitables errores de medición. Ahora ya está claro que llamar 'movimiento' al cambio de posición con el tiempo, *no* es una explicación *ni* una definición, ya que tanto los conceptos de tiempo y posición se deducen del movimiento mismo. Este cambio de posición en el tiempo es sólo una *descripción* del movimiento. Aún así, la descripción es útil, puesto que permite una elevada precisión, como descubriremos mediante la exploración de la gravitación y de la electrodinámica. Después de todo, la precisión es nuestro principio rector durante este paseo. Además la descripción detallada de los cambios de posición tiene una denominación especial: se llama *cinemática*.

La idea del cambio de posiciones implica que se puede seguir al objeto durante su movimiento. Esto no es obvio, en la sección sobre la teoría cuántica encontrará ejemplos en los que esto es imposible. Pero en la vida cotidiana, los objetos siempre pueden ser rastreados. El conjunto de todas las posiciones adoptadas por un objeto en el tiempo forma su *trayecto* o *trayectoria*. El origen de este concepto es evidente cuando uno observa los
Ref. 55 fuegos artificiales u otra vez la película que se obtiene del volteo rápido de las esquinas inferiores izquierdas a partir de la página 259.

En la vida cotidiana, los animales y los seres humanos están de acuerdo con las propiedades euclidianas de la velocidad, el espacio y el tiempo. En particular, esto implica

** La ciencia está escrita en este gran libro que está continuamente abierto ante nuestros ojos (me refiero al universo)... Está escrito en lenguaje matemático.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

que una trayectoria se puede describir mediante la especificación de tres números, tres *coordenadas* (x, y, z) - una para cada dimensión - como funciones continuas del tiempo
Vol. III, página 312 t. (Las funciones se definen en detalle más adelante.) Estas funciones generalmente se escriben como

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \,. \tag{5}$$

Por ejemplo, ya Galileo encontró, utilizando un cronómetro y una regla, que la altura z de cualquier piedra lanzada o en caída libre cambia como

$$z(t) = z_0 + v_{z0}\,(t - t_0) - \tfrac{1}{2} g\,(t - t_0)^2 \tag{6}$$

donde t_0 es el tiempo en el que la caída comienza, z_0 es la altura inicial, v_{z0} es la velocidad inicial en la dirección vertical y $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ es una constante que se encontró que era la misma, con un margen de error de aproximadamente una parte entre 300, para todos los cuerpos que caen sobre cualquiera de los puntos de la superficie de la Tierra. ¿De dónde
Ref. 56 vienen el valor $9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ y sus ligeras variaciones? Una respuesta preliminar se dará en breve, pero la explicación completa nos ocupará durante la mayor parte de esta caminata. El caso especial sin velocidad inicial es de gran interés. Al igual que algunas personas antes que él, Galileo dejó claro que g es la misma para todos los cuerpos, si la resistencia del aire puede ser despreciada. Él tenía muchos argumentos en favor de esta conclusión,
Página 216 ¿Puede encontrar uno? Y, por supuesto, su famoso experimento en la torre inclinada de Pisa confirmó la declaración. (Es una *falsa* leyenda urbana que Galileo nunca realizó el
Ref. 57 experimento. Él lo hizo.)

La ecuación (6), por lo tanto nos permite determinar la profundidad de un pozo,
Desafío 131 s sabiendo el tiempo que tarda una piedra en llegar a su fondo. La ecuación también da la velocidad v con la que uno choca contra el suelo después de saltar de un árbol, a saber,

$$v = \sqrt{2gh} \,. \tag{7}$$

Para una altura de 3 m se obtiene una velocidad de 27 km/h. La velocidad es por lo tanto proporcional sólo a la raíz cuadrada de la altura. ¿Significa esto que el fuerte temor de
Desafío 132 s uno a una caída resulta de una sobreestimación de sus efectos reales?

Galileo fue el primero en declarar un resultado primordial de la caída libre: los movimientos en las direcciones horizontal y vertical son *independientes*. Demostró que el tiempo que tarda en caer una bala de cañón que se dispara de forma exactamente horizontal es *independiente* de la fuerza de la pólvora, como se muestra en la Figura 44. Muchos grandes pensadores no estaban de acuerdo con esta afirmación, incluso después de
Ref. 58 su muerte: en 1658, la Academia del Cimento organizó un experimento para comprobar esta afirmación, mediante la comparación de la bala de cañón disparada horizontalmente a cierta altura con otra que simplemente cayó verticalmente desde la misma altura.
Desafío 133 s ¿Se imaginan cómo comprobaron la simultaneidad? La Figura 44 también muestra cómo se puede comprobar esto en casa. En este experimento, sea cual sea la compresión del muelle del cañoncito, los dos cuerpos siempre chocan en el aire (si la mesa es lo suficientemente alta), lo que demuestra la aserción.

Dicho en otras palabras, una bala de cañón volando no se acelera en la dirección horizontal. Su movimiento horizontal es simplemente inmutable - siempre y cuando la re-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

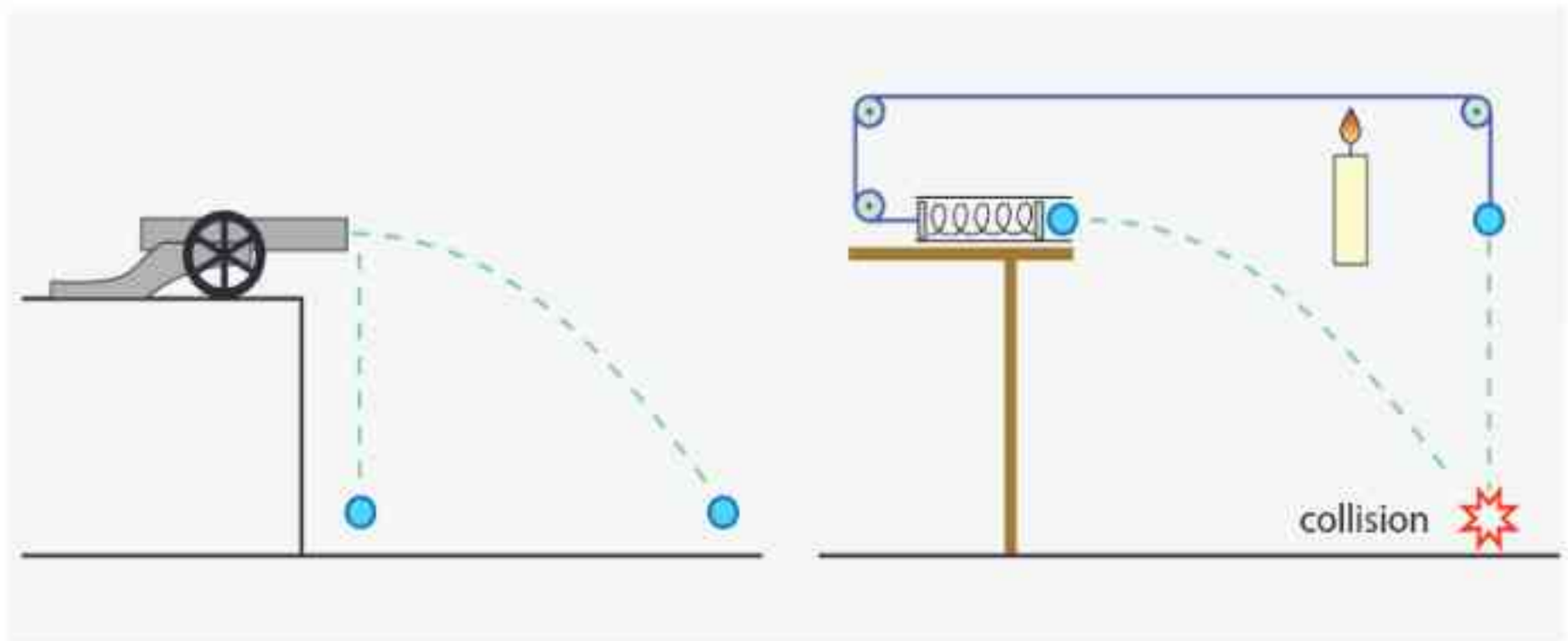


FIGURA 44 Dos modos de verificar que el tiempo de caída libre no depende de la velocidad horizontal.

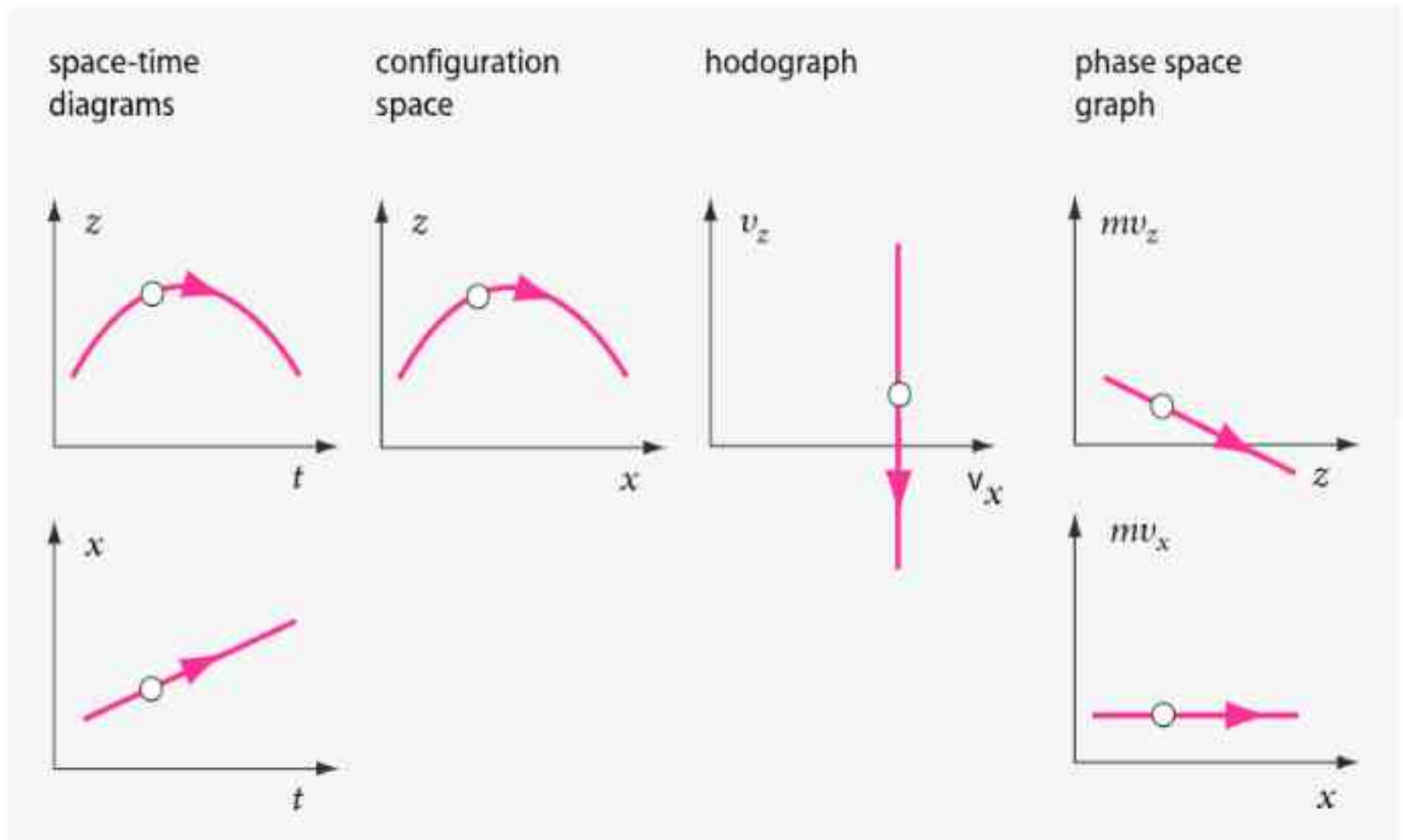


FIGURA 45 Varios tipos de gráficos que describen la misma trayectoria de una piedra lanzada.

sistencia del aire sea despreciable. Al extender la descripción de la ecuación (6) con las dos expresiones para las coordenadas horizontales x e y, a saber,

$$x(t) = x_0 + v_{x0}(t - t_0)$$
$$y(t) = y_0 + v_{y0}(t - t_0)\,, \qquad (8)$$

resulta una descripción *completa* de la trayectoria seguida por los objetos cuando son lanzados. Un camino de esta forma se llama una *parábola*. Ésta se muestra en las Figuras 18, 44 y 45. (Una forma parabólica se utiliza también para los reflectores de luz en el interior de las linternas o de los faros de los automóviles.¿Puede demostrar por qué?

Página 45
Desafío 134 s
Ref. 59

Los físicos disfrutan generalizando la idea de trayectoria. Como muestra la Figura 45, una trayectoria es una huella dejada en un diagrama por un objeto en movimiento. De-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

pendiendo de para qué se utilice el diagrama, estas trayectorias tienen nombres diferentes. - Los diagramas espacio-temporales son útiles para hacer que la teoría de la relatividad sea accesible. - El *espacio de configuración* abarca las coordenadas de todas las partículas de un sistema. Para muchas partículas, tiene un alto número de dimensiones.
Página 445 Desempeña un papel importante en la auto-organización. La diferencia entre el caos y el orden se puede describir como una diferencia en las propiedades de trayectorias en el espacio de configuración. - Las *hodógrafas*, trayectorias en el 'espacio de velocidades', se utilizan en la predicción del tiempo. - El diagrama de espacio de fase (cantidad de movimiento frente a velocidad) también es llamado *diagrama de estado del espacio*. Desempeña un papel esencial en la termodinámica.

Lanzamiento, salto y tiro

La descripción cinemática del movimiento es útil para responder a toda una serie de preguntas.

* *

¿Cuál es el límite superior para el salto de longitud? El récord mundial de velocidad de 2008 muestra un pico de velocidad máxima en carrera de más de 12,5 m/s ≈ 45 km/h
Ref. 60 conseguido por Usain Bolt, y el del récord femenino de 1997 fue de 11 m/s ≈ 40 km/h. Sin embargo, los mejores saltadores masculinos de longitud nunca van mucho más rápido que aproximadamente 9,5 m/s. ¿Cuánta distancia de salto adicional podrían lograr si pudiesen correr a toda velocidad? ¿Cómo iban a lograr eso? Además, los saltadores de longitud despegan en ángulo de aproximadamente 20°, ya que no son capaces de lograr un ángulo superior con la velocidad a la que están corriendo. ¿Cuánto ganarían si
Desafío 135 s pudieran alcanzar 45°? ¿Es 45°, el ángulo óptimo?

* *

¿Poe qué tuvo tanto éxito el jugador de baloncesto Dirk Nowitzki? su entrenador Holger Geschwindner le explicó que un lanzamiento es más estable frente a los errores cuando cae en una canasta a unos 47 grados de la horizontal. Luego le dijo a Novintki que la pelota vuela en un plano y que, por tanto, los brazos también deberían moverse sólo en ese plano. Le explicó que cuando la pelota deja la mano, debe rodar sobre los últimos dos dedos como un tren que se mueve sobre rieles. Usando estos criterios para comprobar y mejorar los lanzamientos de Nowintzki, lo convirtieron en uno de los mejores lanzadores de baloncesto del mundo.

* *

¿Qué tienen en común los atletas Usain Bolt y Michael Johnson, los dos últimos poseedores del récord mundial en la carrera de 200 m en el momento de escribir estas líneas? Eran altos, atléticos, y tenía muchas fibras de contracción rápida en los músculos. Estas propiedades los hacen buenos velocistas. Una última diferencia los hizo velocistas de clase mundial: tenían una columna vertebral aplanada, casi sin forma de S. Esta condición anormal les ahorra un poco de tiempo a cada paso, debido a que su columna vertebral no tiene la flexibilidad de las personas normales. Esto les permite sobresalir en carreras de corta distancia.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

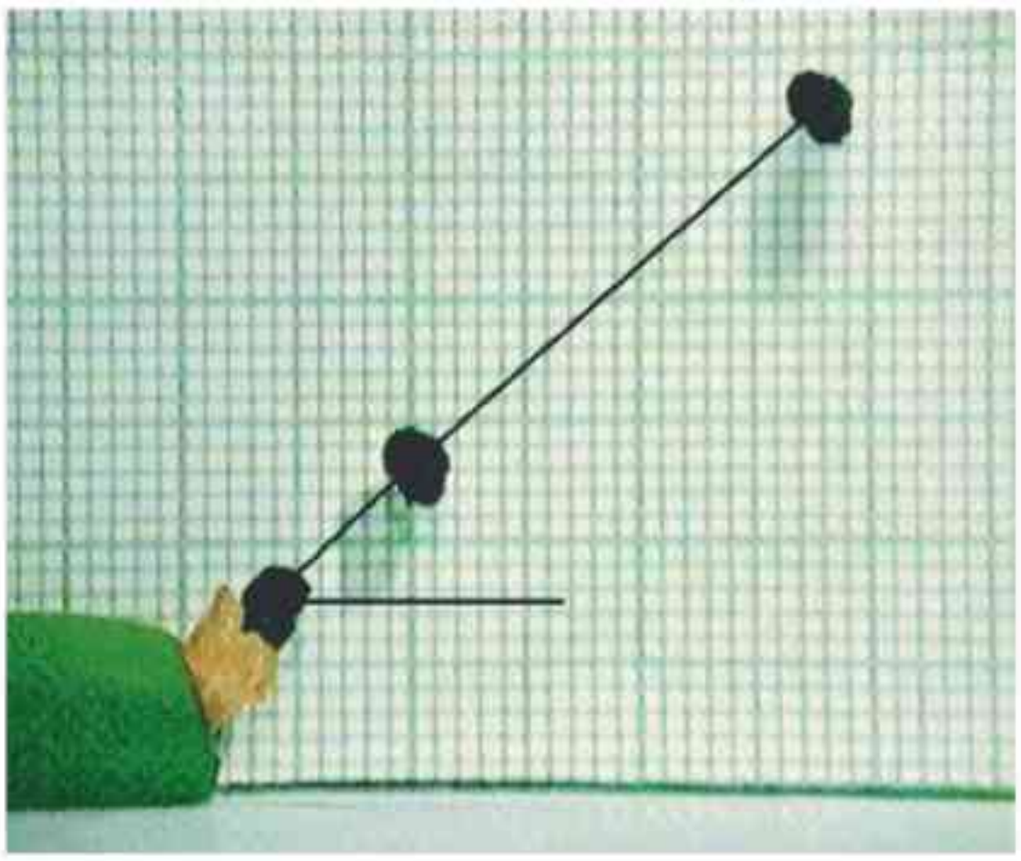


FIGURA 46 Tres imágenes superpuestas de una bolita de excremento expulsada por una oruga dentro de una hoja enrollada. (© Stanley Caveney).

* *

Los atletas mejoran continuamente los récords de velocidad. Los caballos de carreras no lo hacen. ¿Por qué? Para los caballos de carreras, el ritmo de respiración está relacionada con la marcha, para los humanos, no lo está. Como resultado, las caballos de carreras no pueden cambiar o mejorar su técnica, y la velocidad de los caballos de carreras es esencialmente la misma desde que se mide.

* *

¿Cuál es la altura máxima alcanzada por un lanzamiento humano de cualquier objeto? ¿Cuál es la distancia más larga alcanzada por un tiro humano? ¿Cómo clarificaría las
Desafío 136 s reglas? Compare los resultados con el récord de distancia con una ballesta, 1871,8 m, llevado a cabo en 1988 por Harry Drake, un récord de distancia con un arco de pie, 1854,4 m, construido en 1971 también por Harry Drake, y un arco, 1222,0 , llevado a cabo en 1987 por Don Brown.

* *

Desafío 137 s ¿Cómo puede medirse la velocidad de la caída de la lluvia usando un paraguas? La respuesta es importante: el mismo método se puede utilizar también para medir la velocidad
Vol. II, página 18 de la luz, como vamos a encontrar más adelante. (¿Puede adivinar cómo?)

* *

Cuando un bailarín salta en el aire, ¿cuántas veces puede él o ella girar alrededor de su
Desafío 138 s eje vertical antes de llegar de nuevo a tierra?

* *

Numerosas especies de orugas de polillas y de mariposas orugas tiran lejos de sí su ex-
Ref. 63 cremento - para decirlo más crudamente: su mierda - para que su olor no ayude a los depredadores a localizarlos. Stanley Caveney y su equipo tomaron fotografías de este proceso. La Figura 46 muestra una oruga (amarillo) espéride del género *Calpodes ethlius*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

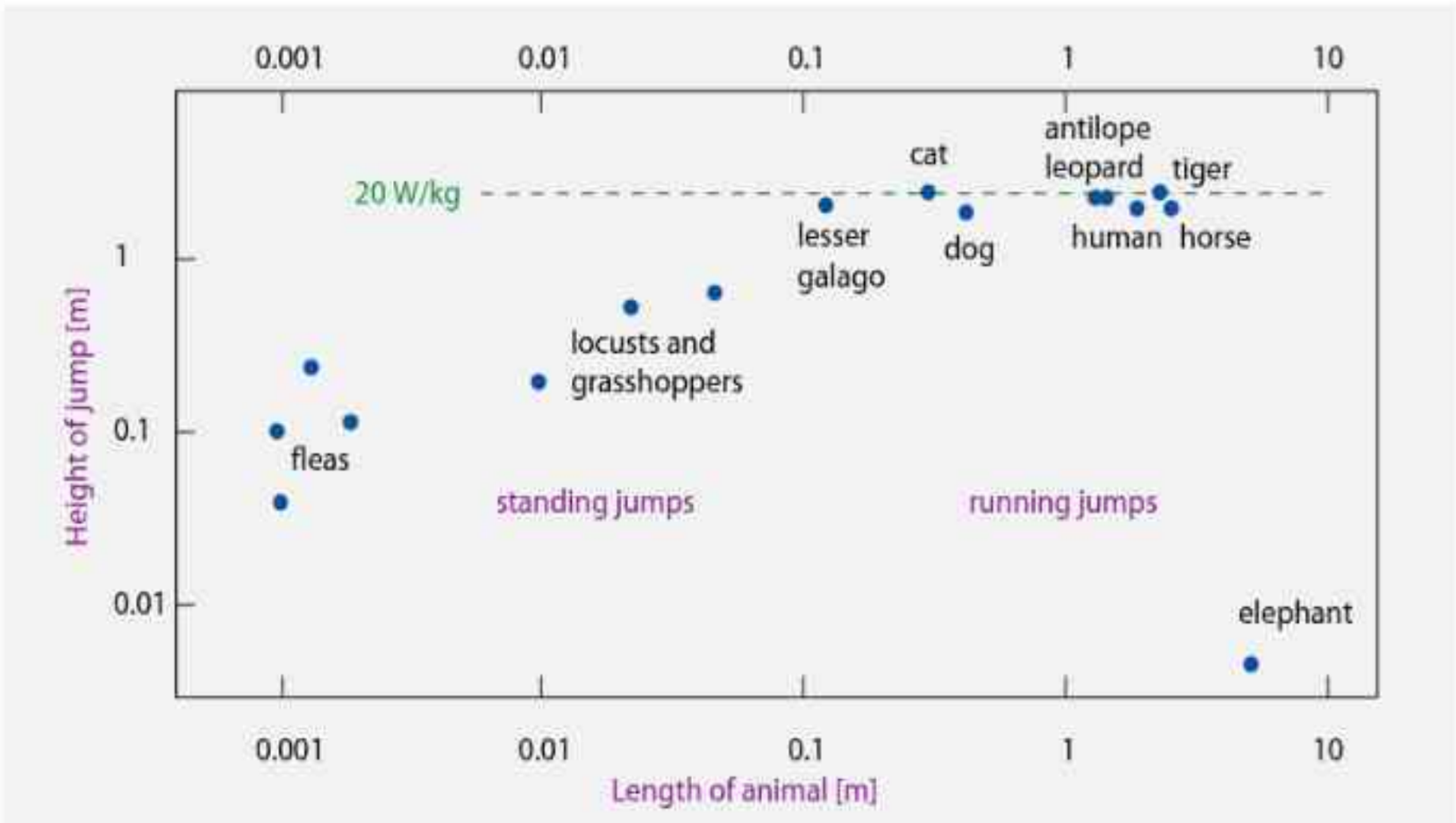


FIGURA 47 La altura alcanzada en el salto por animales terrestres.

dentro de una hoja verde enrollada sorprendida en el acto. Teniendo en cuenta que la distancia récord observado es 1,5 m (aunque de otra especie, *Epargyreus clarus*), ¿cuál es
Desafío 139 s la velocidad de eyección? ¿Cómo lo consiguen las orugas?

* *

¿Cuál es la distancia horizontal a que se puede llegar al tirar una piedra, dada la velocidad
Desafío 140 s y el ángulo respecto a la horizontal con que se lanza?

* *

¿Cuál es el máximo número de pelotas que podrían mantenerse en el aire al hacer mala-
Desafío 141 s barismos al mismo tiempo?

* *

¿Es cierto que las gotas de lluvia matarían si no fuera por la resistencia del aire de la
Desafío 142 s atmósfera? ¿Qué pasa con el granizo?

* *

Desafío 143 s ¿Son peligrosas las balas disparadas al aire con una pistola, cuando caen hacia abajo?

* *

La Policía encuentra un cuerpo humano muerto en el fondo del acantilado, con una
Desafío 144 s altura de 30 m, a una distancia de 12 m desde el acantilado. ¿Fue suicidio o asesinato?

* *

Todos los animales terrestres, independientemente de su tamaño, lograr saltar alturas de
Ref. 64 a lo sumo 2,2 m, como se muestra en la Figura 47. La explicación de este hecho tiene sólo
Desafío 145 s dos líneas. ¿Puede encontrarla?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Las dos últimas cuestiones se plantean porque la ecuación (6), que describe la caída libre no se sostiene en todos los casos. Por ejemplo, las hojas o las patatas fritas no lo siguen. Como Galileo ya sabía, esto es una consecuencia de la resistencia del aire, lo discutiremos en breve. Debido a la resistencia del aire, el camino de una piedra no es una parábola.

En realidad, hay otras situaciones en las que la trayectoria de caída de una piedra no es una parábola, incluso sin resistencia del aire. ¿Puede encontrar una?

Desafío 146 s

Disfrutando de los vectores

Las cantidades físicas con una dirección definida, tales como la velocidad, se describen con tres números, o tres componentes, y se denominan *vectores*. Aprender a calcular con tales cantidades de varios componentes es una habilidad importante para muchas ciencias. He aquí un resumen.

Los vectores pueden ser representados por pequeñas flechas. Tenga en cuenta que los vectores no tienen puntos específicos en los que se inician: dos flechas con la misma dirección y la misma longitud son el *mismo* vector, incluso si comienzan en puntos diferentes en el espacio. Dado que los vectores se comportan como flechas, se pueden sumar y pueden ser multiplicados por números. Por ejemplo, estirar una flecha $\boldsymbol{a} = (a_x, a_y, a_z)$ un número de veces c corresponde, en notación de componentes, al vector $c\boldsymbol{a} = (ca_x, ca_y, ca_z)$.

En un lenguaje matemático preciso, un vector es un elemento de un conjunto, llamado *espacio vectorial*, en el que se cumplen las siguientes propiedades para todos los vectores $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, y para todos los números c y d:

$$c(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = c\boldsymbol{a} + c\boldsymbol{b} \quad , \quad (c+d)\boldsymbol{a} = c\boldsymbol{a} + d\boldsymbol{a} \quad , \quad (cd)\boldsymbol{a} = c(d\boldsymbol{a}) \quad \text{y} \quad 1\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \,. \qquad (9)$$

Ejemplos de espacios vectoriales son el conjunto de todas las *posiciones* de un objeto o el conjunto de todas sus posibles velocidades. ¿Forma el conjunto de todas las rotaciones un espacio vectorial?

Desafío 147 s

Todos los espacios vectoriales permiten definir un *vector nulo* único y un *vector negativo* único para cada vector.

Desafío 148 e

En la mayoría de los espacios vectoriales de importancia en ciencia se puede introducir el concepto de *longitud* (especificando la 'magnitud'). Esto se hace a través de un paso intermedio, a saber, la introducción del producto escalar de dos vectores. El producto se llama 'escalar' porque su resultado es un escalar; un *escalar* es un número que es el mismo para todos los observadores, por ejemplo, es el mismo para observadores con diferentes orientaciones. * El *producto escalar* entre dos vectores $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ es un número

* Mencionemos que mientras en matemáticas, un escalar es un *número*, en la física, un escalar es un número *invariante*, es decir, un número que es el mismo para todos los observadores. Del mismo modo, en las matemáticas, un vector es un elemento de un espacio vectorial; en la física, un vector es un elemento *invariante* de un espacio vectorial, es decir, una cantidad cuyas coordenadas, cuando es observada por diferentes observadores, cambian como los componentes de la velocidad.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

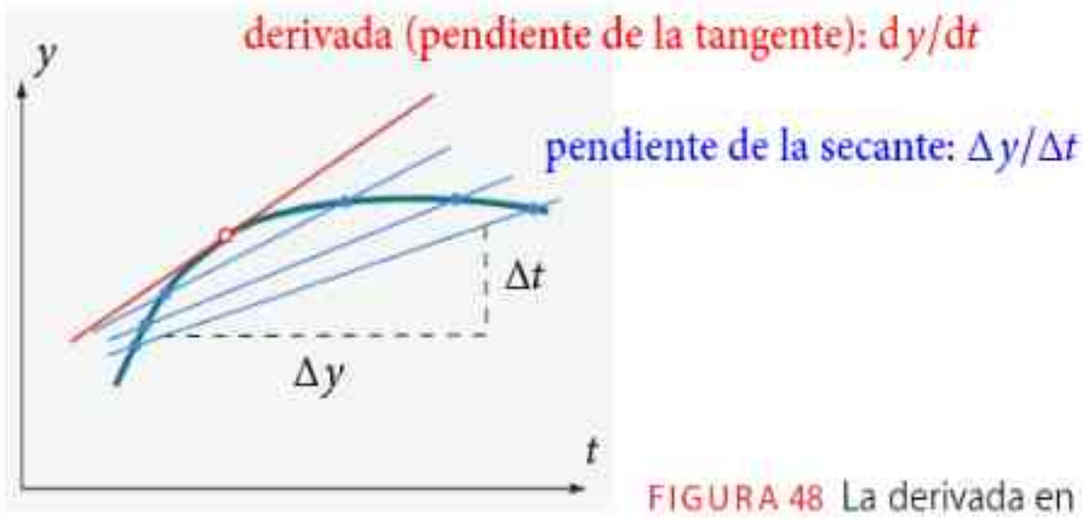


FIGURA 48 La derivada en un punto como límite de secantes.

que satisface

$$\begin{aligned} \boldsymbol{aa} &\geqslant 0\,, \\ \boldsymbol{ab} &= \boldsymbol{ba}\,, \\ (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}')\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{ab}+\boldsymbol{a}'\boldsymbol{b}\,, \\ \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}') &= \boldsymbol{ab}+\boldsymbol{ab}' \quad \text{y} \\ (c\boldsymbol{a})\boldsymbol{b} &= \boldsymbol{a}(c\boldsymbol{b}) = c(\boldsymbol{ab})\,. \end{aligned} \tag{10}$$

Esta definición de un producto escalar no es única; sin embargo es posible definir un producto escalar *estándar*. En la notación de coordenadas cartesianas, el producto escalar estándar viene dado por

$$\boldsymbol{ab} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z\,. \tag{11}$$

Si el producto escalar de dos vectores es nulo, los dos vectores son *ortogonales*, forman un ángulo recto entre sí. ¡Demuéstrelo! Nótese que el producto escalar puede representarse como $\boldsymbol{ab}$ o bien como $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ con un punto central.

Desafío 149 e

La *longitud*, *magnitud*, *módulo* o *norma* de un vector se puede definir como la raíz cuadrada del producto escalar de un vector por sí mismo: $a = \sqrt{\boldsymbol{aa}}$ A menudo, y también en este texto, las longitudes están escritas en *cursiva*, mientras que los vectores se escriben en letras en **negrita**. La magnitud se escribe frecuentemente como $a = \sqrt{\boldsymbol{a}^2}$. Un espacio vectorial con un producto escalar se llama un espacio vectorial *Euclidiano*.

El producto escalar también es útil para especificar direcciones. De hecho, el producto escalar entre dos vectores codifica el ángulo entre ellos. ¿Puede deducir esta importante relación?

Desafío 150 s

¿Qué es el reposo? ¿qué es la velocidad?

En la descripción Galileana de la naturaleza, el movimiento y el reposo son opuestos. En otras palabras, un cuerpo está en reposo cuando su posición, es decir, sus coordenadas, no cambian con el tiempo. En otras palabras, el *reposo* (Galileano) se define como

$$\boldsymbol{x}(t) = \text{const}\,. \tag{12}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Recordemos que $\boldsymbol{x}(t)$ es la abreviatura de las tres coordenadas $(x(t), y(t), z(t))$. Más adelante veremos que esta definición del reposo, contrariamente a nuestra primera impresión, no es de mucha utilidad y tendrá que ser ampliada. Sin embargo, cualquier definición de reposo implica que los objetos que no están en reposo se pueden distinguir mediante la comparación de la rapidez de sus desplazamientos. Así podemos definir la *velocidad* $\boldsymbol{v}$ de un objeto como el cambio de su posición $\boldsymbol{x}$ en el tiempo t. Esto normalmente se escribe como

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t} \,. \tag{13}$$

En esta expresión, válida para cada coordenada por separado, $\mathrm{d}/\mathrm{d}t$ significa 'cambio con el tiempo'. Por lo tanto, podemos decir que velocidad es la *derivada* de la posición con respecto al tiempo. La *rapidez* v es el nombre dado a la magnitud de la velocidad $\boldsymbol{v}$. Así pues, tenemos $v = \sqrt{\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}}$. Las derivadas se escriben como fracciones con el fin de recordar al lector que provienen de la idea de la pendiente. La expresión

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad \text{es como un abreviación de} \quad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \,, \tag{14}$$

es una forma abreviada de decir que la *derivada en un punto* es el límite de las pendientes de las secantes en el entorno del punto, como se muestra en la Figura 48. Esta definición
Desafío 151 e implica las reglas de funcionamiento

$$\frac{\mathrm{d}(s+r)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(cs)}{\mathrm{d}t} = c\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} \quad , \quad \frac{\mathrm{d}(sr)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}r + s\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} \,, \tag{15}$$

c es cualquier número. Esto es todo lo que uno siempre tiene que saber acerca de las derivadas en física. Las cantidades como $\mathrm{d}t$ y $\mathrm{d}s$, a veces son útiles por sí mismas, se llaman *diferenciales*. Estos conceptos se deben a Gottfried Wilhelm Leibniz. *

Las derivadas se encuentran en la base de todos los cálculos basados en la continuidad del espacio y del tiempo. Leibniz fue la persona que hizo posible describir y utilizar la velocidad en las fórmulas físicas y, sobre todo, la aplicación a los cálculos de la idea de la velocidad en un punto dado en el tiempo o en el espacio.

La definición de la velocidad presupone que tiene sentido tomar el límite $\Delta t \to 0$. Dicho de otro modo, se admite que existen intervalos de tiempo *infinitamente pequeños* en la naturaleza. La definición de la velocidad con derivadas sólo es posible porque el espacio y el tiempo son descritos por conjuntos que son *contínuos*, o en lenguaje matemático, *conexos y completos*. En el resto de nuestro paseo no debemos olvidar que desde el nacimiento de la física clásica, los *infinitos* están presentes en su descripción de la naturaleza. Lo infinitamente pequeño es parte de nuestra definición de velocidad. De hecho, el cálculo diferencial se puede definir como el estudio de la infinitud y sus usos. De este

* Gottfried Wilhelm Leibniz (b. 1646 Leipzig, d. 1716 Hannover), abogado sajón, físico, matemático, filósofo, diplomático e historiador. Fue una de las grandes mentes de la humanidad; él inventó el cálculo diferencial (antes que Newton) y publicó varios libros influyentes y exitosos en los diversos campos que exploró, entre ellos *De arte combinatoria*, *Hypothesis physica nova*, *Discours de métaphysique*, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, la *Théodicée* y la *Monadologia*.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 49 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716).

modo, descubrimos que la aparición del infinito no implica automáticamente que una descripción sea imposible o imprecisa. Con el fin de seguir siendo precisos, los físicos usan sólo dos de los más pequeños entre los diversos tipos posibles de infinitos. Su definición precisa y una visión general de otros tipos se introducirán más adelante.

Vol. III, página 310

La aparición de infinito en la descripción usual del movimiento fue criticada por primera vez por Zenón de Elea (en torno al 445 C.), discípulo de Parménides, en sus famosas paradojas sarcásticas). En su tercera paradoja, Zenón explica que, dado que en cada instante un objeto dado ocupa una parte del espacio que corresponde a su tamaño, la noción de la velocidad en un instante dado, no tiene sentido; provocadoramente concluye que, por tanto, el movimiento no existe. Hoy en día no podríamos llamar a esto una paradoja contra la *existencia* del movimiento, sino contra su *descripción* habitual, en particular contra el uso del espacio y el tiempo infinitamente divisible. ¿Está de acuerdo? Sin embargo, la descripción criticada por Zenón en realidad funciona bastante bien en la vida cotidiana. La razón es simple pero profunda: en la vida cotidiana, los cambios son, en efecto, continuos.

Ref. 65

Desafío 152 e

Los grandes cambios en la naturaleza se componen de muchos pequeños cambios. La estructura de la naturaleza no es obvia. Por ejemplo, notamos que hemos (otra vez) asumido tácitamente que la trayectoria de un objeto no es un fractal o alguna otra entidad de apariencia compleja. En la vida cotidiana esto es correcto, pero en otros dominios de la naturaleza no lo es. Las desconfianzas de Zenón serán parcialmente rehabilitadas más adelante en nuestra caminata, y cada vez más a medida que más avancemos. La rehabilitación es sólo parcial, ya que la solución final será diferente de la que se entreveía, por otro lado, las dudas sobre la idea de 'la velocidad instantánea en un punto' resultan ser fundadas. Por el momento, a pesar de todo, no tenemos otra opción: seguimos con la premisa básica de que los cambios en la naturaleza ocurren de manera continua.

Vol. VI, página ??

¿Por qué es necesaria la velocidad como concepto indispensable? Porque con el objetivo de alcanzar precisión en la descripción del movimiento, tenemos que encontrar la lista completa de los aspectos necesarios para especificar el estado de un objeto. El concepto de velocidad está, obviamente, en esta lista.

Aceleración

Siguiendo en la misma línea, llamamos *aceleración* $\boldsymbol{a}$ de un cuerpo al cambio de la velocidad $\boldsymbol{v}$ con el tiempo, o

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{x}}{\mathrm{d}t^2} \,. \qquad (16)$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 13 Algunos valores medidos de aceleración.

Observación	Aceleración
¿Cuál es la aceleración más pequeña que puede encontrar?	Desafío 153 s
Aceleración de la galaxia M82 debida a su eyección de materia	10 fm/s^2
Aceleración de una estrella joven por un chorro interestelar	10 pm/s^2
Fathoumi Aceleración del Sol en su órbita alrededor de la Vía Láctea	0,2 nm/s^2
Deceleración inexplicada de los satélites Pioneer (¿debido al equilibrio de la radiación de calor?)	0,8 nm/s^2
La aceleración centrífuga en el Ecuador debido a rotación de la Tierra	33 mm/s^2
La aceleración de electrones en un cable eléctrico doméstico debido a la corriente alterna	50 mm/s^2
Aceleración del metro(tren) más rápido	1,3 m/s^2
Aceleración de la gravedad en la Luna	1,6 m/s^2
Deceleración mínima de un coche, por ley, sobre asfalto seco	5,5 m/s^2
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra, dependiendo de su ubicación	9,8 ± 0,3 m/s^2
Aceleración gravitacional Estándar	9,806 65 m/s^2
La mayor aceleración para un coche o una moto con ruedas motorizadas	15 m/s^2
Cohetes espaciales en el despegue	20 a 90 m/s^2
Aceleración del guepardo	32 m/s^2
Aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter	25 m/s^2
Mosca en vuelo (*Musca domestica*)	*c.* 100 m/s^2
Aceleración de la piedra lanzada	*c.* 120 m/s^2
La aceleración desencadenada al dispararse los airbags de los coches	360 m/s^2
La aceleración más rápida proporcionada por patas (la del afróforo, *Philaenus spumarius* un insecto hemíptero)	4 km/s^2
Una pelota de tenis contra la pared	0,1 Mm/s^2
Aceleración de una bala en un fusil	2 Mm/s^2
Centrifugadoras más rápidas	0,1 Gm/s^2
Aceleración de protones en un gran acelerador de partículas	90 Tm/s^2
Aceleración de protones dentro del núcleo	10^{31} m/s^2
La mayor aceleración posible en la naturaleza	10^{52} m/s^2

La aceleración es lo que sentimos cuando la tierra tiembla, cuando un avión despega, o cuando una bicicleta da la vuelta a una esquina. En la Tabla 13 se dan más ejemplos. La aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración tiene tanto una magnitud como una dirección. En resumen, la aceleración, como la velocidad, es una magnitud vectorial. Como es habitual, esta propiedad viene indicada por el uso de **negrita** o de una flecha encima para sus abreviaturas.

La aceleración se *siente*. En un coche corriente, o una moto, podemos sentir que somos acelerados. (Estas aceleraciones son menores de 1*g* y por lo tanto son inofensivas.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 14 Algunos sensores de aceleración .

Medida	Sensor	Rango
Dirección de la gravedad en las plantas (raíces, tronco, ramas, hojas)	estatolitos en las células	0 a 10 m/s^2
Dirección y valor de aceleración en mamíferos	el utrículo y sáculo del oído interno (detectando las aceleraciones lineales), y las membranas en cada canal semicircular (detectando las aceleraciones rotacionales)	0 a 20 m/s^2
Dirección y valor de aceleración en modernos contadores de pasos para excursionistas	sensores piezoeléctricos	0 a 20 m/s^2
Dirección y valor de la aceleración en el airbag de los coches	sensores que usan cerámicas piezoeléctricas	0 a 2000 m/s^2

Sentimos la aceleración debido a que una parte de nosotros se mueve en contra de otra parte: la aceleración nos deforma. Esta parte móvil puede ser, por ejemplo, una pequeña parte dentro de nuestro oído (los sensores en los canales semicirculares del oído), el estómago o en el vientre, o simplemente nuestras extremidades contra nuestro tronco. Todos los sensores de aceleración, como son los que se enumeran en la Tabla 14 o los que se muestran en la Figura 50, sean biológicos o técnicos, funcionan de esta manera.

La aceleración se siente. Nuestro cuerpo se deforma y los sensores en nuestro cuerpo lo detectan, por ejemplo en los parques de atracciones. Aceleraciones más altas pueden tener efectos más fuertes. Por ejemplo, cuando una persona sentada se acelera en la dirección de la cabeza a dos o tres veces el valor de la aceleración gravitatoria habitual, los ojos dejan de funcionar y la visión se nubla, porque la sangre no puede llegar al ojo. Entre 3 y 5g de aceleración continua, o de 7 a 9g de aceleración durante un corto tiempo, se pierde la consciencia, debido a que el cerebro no recibe suficiente sangre, y la sangre puede filtrarse en los pies o las piernas. Una alta aceleración de una persona sentada en la dirección hacia los pies puede conducir a accidentes cerebro-vasculares hemorrágicos en el cerebro. Las personas con mayor riesgo son los pilotos de reactores; ellos tienen una ropa especial que envía aire a presión en zonas de los cuerpos de los pilotos para evitar la acumulación de sangre en los lugares equivocados.

Ref. 66

Desafío 154 s ¿Puede pensar en una situación en la que uno se acelera, pero *no* lo siente?

La velocidad es la derivada de la posición, la aceleración es la derivada segunda de la posición. Igualmente, también se pueden definir de la misma manera derivadas de órdenes superiores a la aceleración. Estas añaden poco a la descripción de la naturaleza, porque - como mostraremos dentro de poco - ni estas derivadas de orden superior ni siquiera la aceleración misma son útiles para la descripción del estado de movimiento de un sistema.

Desafío 155 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

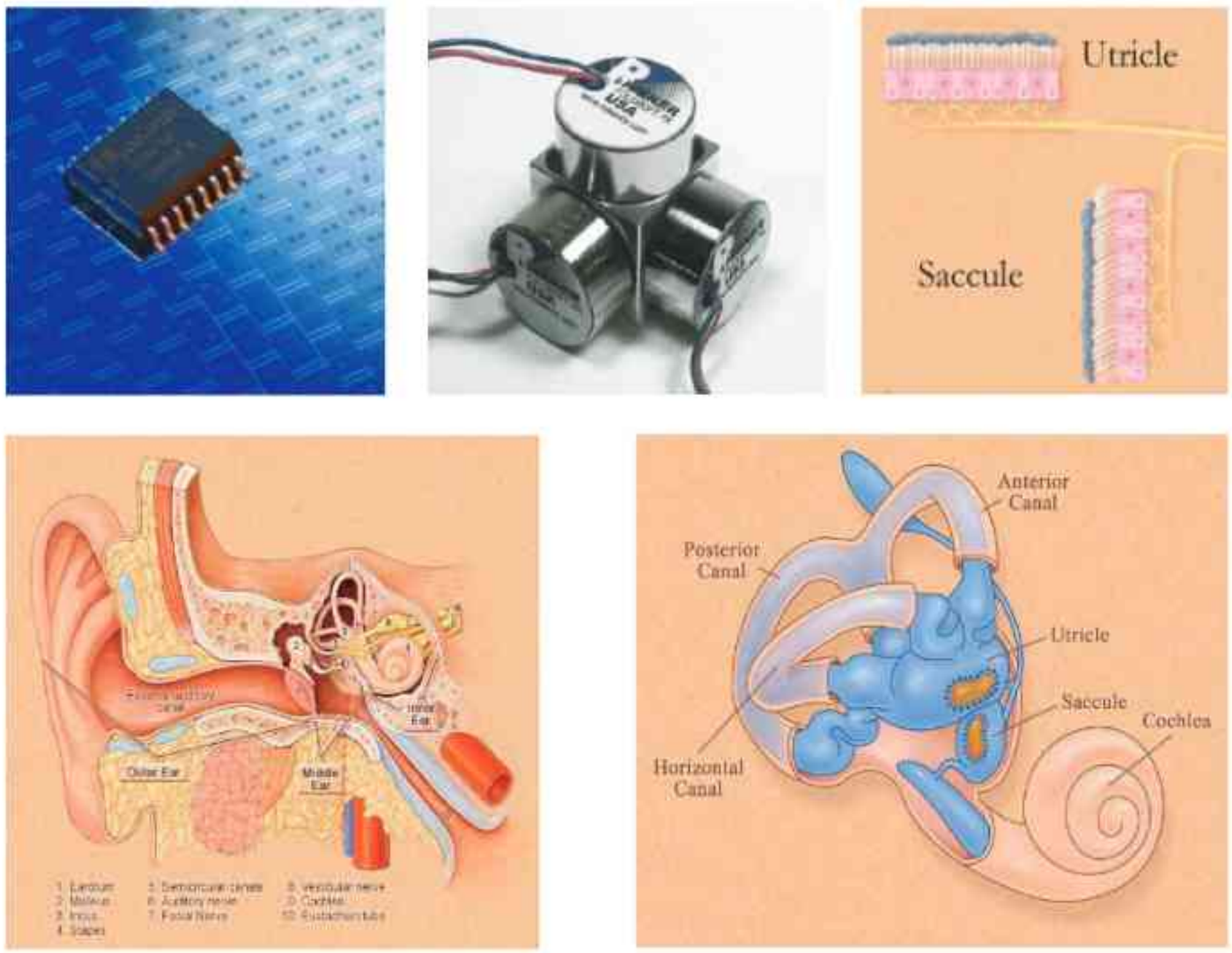


FIGURA 50 Tres acelerómetros: un sensor piezoeléctrico de airbag de un solo eje, un acelerómetro capacitivo de tres ejes, y el utrículo y sáculo cerca de los tres canales semicirculares en el oído humano (© Bosch Rieker Electronics,Northwestern University).

De los objetos a las partículas puntuales

> Wenn ich den Gegenstand kenne, so kenne ich auch sämtliche Möglichkeiten seines Vorkommens in Sachverhalten.* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 2.0123

Uno de los objetivos del estudio del movimiento es encontrar una descripción completa y precisa tanto de los estados como de los objetos a la vez. Con la ayuda del concepto de espacio, la descripción de los objetos puede ser refinada considerablemente. En particular, sabemos por experiencia que todos los objetos que se observan en la vida cotidiana tienen una propiedad importante: pueden ser divididos en *partes*. A menudo, esta observación se expresa diciendo que todos los objetos o cuerpos, tienen dos propiedades. En primer lugar, que están hechos de *materia*,** definida como el aspecto de un objeto responsable de su impenetrabilidad, es decir, la propiedad que impide que dos objetos puedan encontrarse en el mismo lugar. En segundo lugar, los cuerpos tienen una cier-

Desafío 156 e

* 'Si conozco el objeto, entonces también conozco la totalidad de sus posibilidades de acontecer en los estados de cosas.'

** Materia es una palabra derivada del latín 'materia', que originalmente significaba 'madera' y fue derivada a través de pasos intermedios de 'mater', que significa 'madre'.

Ref. 67

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

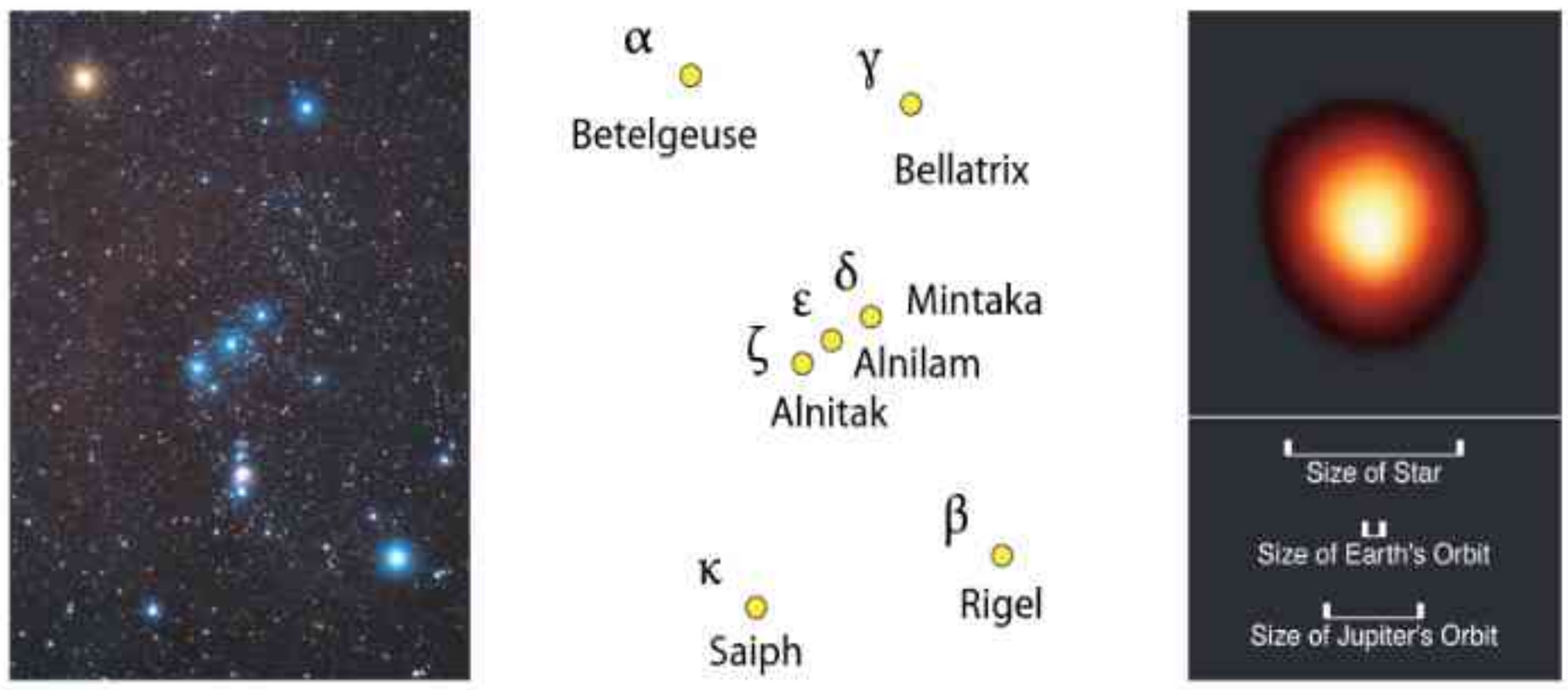


FIGURA 51 Orion en colores naturales (© Matthew Spinelli) y Betelgeuse (ESA, NASA).

ta forma o *figura*, que se define como el modo preciso en que esta impenetrabilidad se distribuye en el espacio.

Con el fin de poder describir el movimiento tan fielmente como sea posible, es conveniente comenzar con los cuerpos más elementales posibles. En general, cuanto más pequeño es un cuerpo, más simple es. Un cuerpo que es tan pequeño que sus partes no necesitan forzosamente ser tenidas en cuenta se llama una *partícula* (el antiguo término *corpúsculo*, ha caído en desuso). Así pues, las partículas son como pequeñas piedras idealizadas. El caso extremo, una partícula cuyo tamaño es *insignificante* en comparación con las dimensiones de su movimiento, de tal manera que su posición se describe completamente mediante una *única* terna de coordenadas, se denomina *partícula puntual* o *masa puntual* o *punto masivo*. En la ecuación (6), la piedra es asimilada a una partícula puntual.

Los objetos asimilados a puntos, es decir, los objetos más pequeños que cualquier cosa que podamos medir, ¿existen en la vida cotidiana?. Sí y no. Los más notables ejemplos son las estrellas. Hoy día pueden medirse tamaños angulares tan pequeños como 2 μrad, un límite impuesto por las fluctuaciones del aire en la atmósfera. En el espacio, como ocurre con el telescopio Hubble, en órbita alrededor de la Tierra, el límite se debe al diámetro del telescopio y es del orden de 10 nrad. Prácticamente todas las estrellas vistas desde la Tierra son más pequeñas que esta resolución y son así efectivamente 'comparables a puntos', incluso cuando son vistas a través de los más potentes telescopios.

Como excepción a la regla general, el tamaño de un par de estrellas grandes y cercanas, de tipo gigante roja, se puede medir con instrumentos especiales.* Betelgeuse, el mayor de los dos hombros de Orión que se muestra en la Figura 51, Mira en Cetus, Antares en Scorpio, Aldebaran en Taurus and Sirius en Canis Major son ejemplos de estrellas
Ref. 68 cuyo tamaño se ha medido, todas están a sólo unos pocos años luz de la Tierra. Para

* La página web stars.astro.illinois.edu/sow/sowlist.html proporciona una introducción a los diferentes tipos de estrellas.La www.astro.wisc.edu/~dolan/constellations ofrece información detallada e interesante sobre las constelaciones. Para una panorámica de los planetas, vea el bellísimo libro de Kenneth R. Lang & Charles A. Whitney, *Vagabonds de l'espace – Exploration et découverte dans le système solaire*, Springer Verlag, 1993.. Imágenes sorprendentemente bellas de las estrellas se pueden encontrar en David Malin, *A View of the Universe*, Sky Publishing and Cambridge University Press, 1993.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

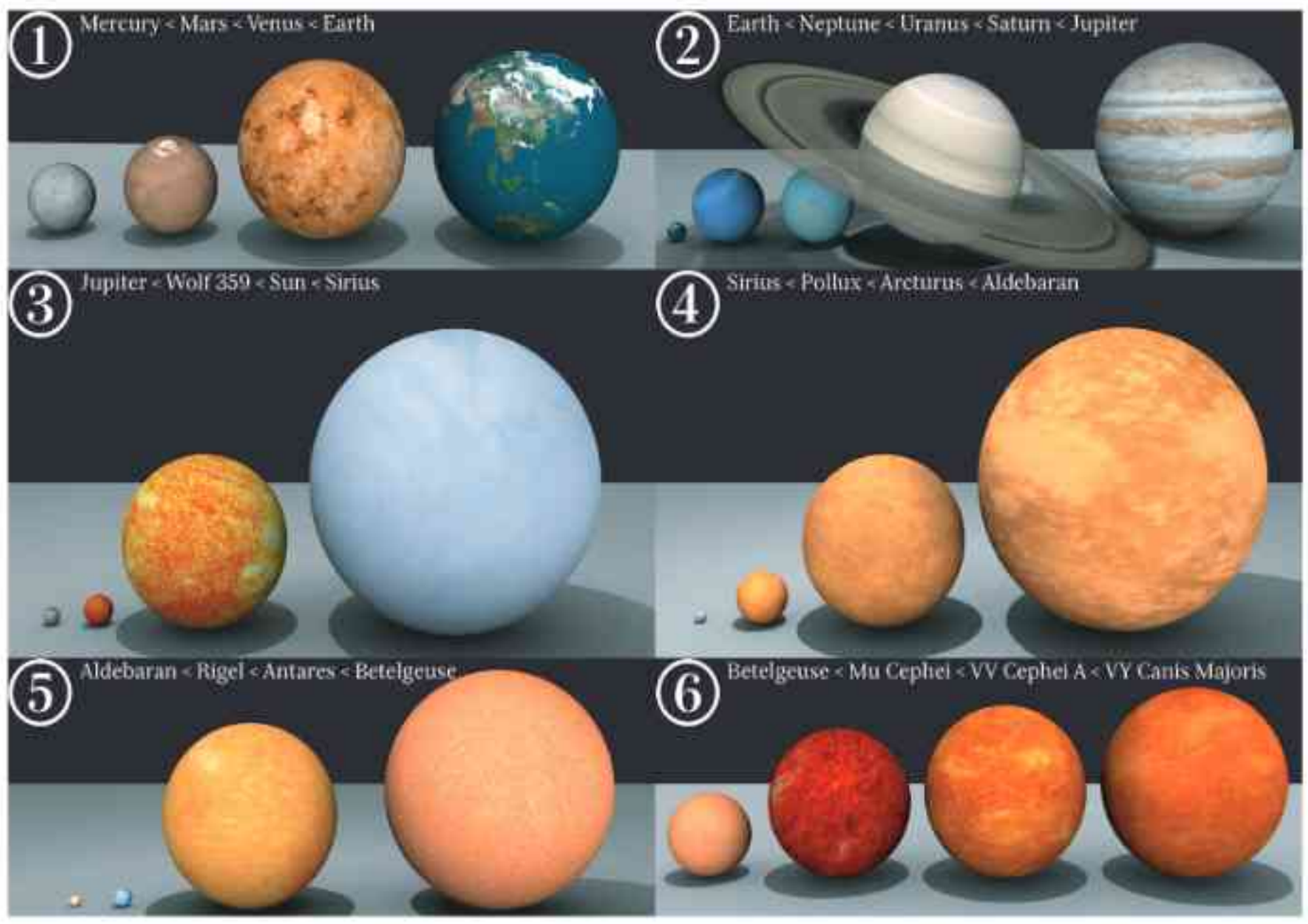


FIGURA 52 Comparación de tamaño de estrellas (© Dave Jarvis).

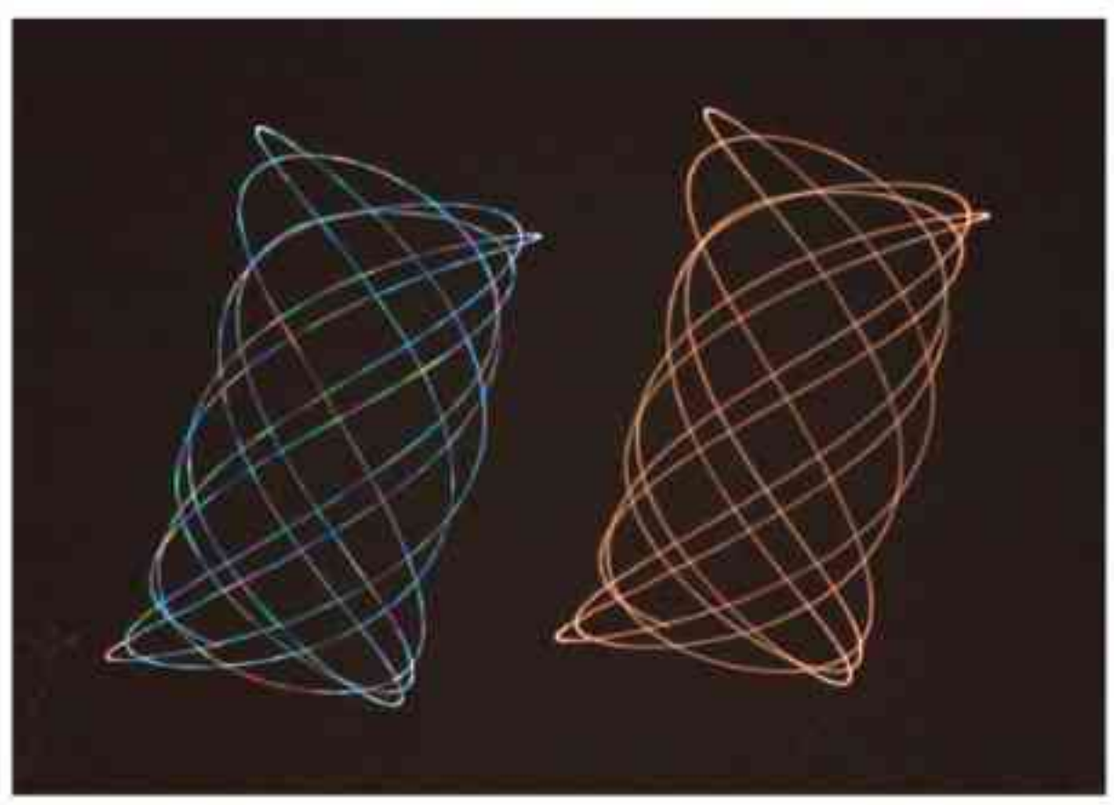


FIGURA 53 Regulus y Marte, fotografiados con 10 s de tiempo de exposición, el 4 de junio de 2010 con una cámara tambaleante, muestran la diferencia entre una estrella puntual que centellea y un planeta extenso que no lo hace (© Jürgen Michelberger).

una comparación de dimensiones, ver Figura 52. Por supuesto, como el Sol, también el resto de las estrellas tienen un tamaño finito, pero no se puede probar esto mediante la medición de las dimensiones en las fotografías. ¿Es cierto?

Desafío 157 s

La diferencia entre 'puntual' y fuentes de tamaño finito se puede notar a simple vista: en la noche, las estrellas titilan, pero los planetas no lo hacen. ¡Compruébelo! Una visualización hermosa se muestra en la Figura 53. Este efecto es debido a la turbulencia de aire. La turbulencia tiene un efecto sobre la mayor parte de las estrellas asimiladas a puntos porque desvía los rayos de luz en una pequeña cantidad. Por otro lado, la turbu-

Desafío 158 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

lencia del aire es demasiado débil para provocar el titileo de fuentes de tamaño angular más grande, tales como planetas o satélites artificiales,* porque la deflexión se promedia en este caso.

Un objeto es *puntiforme para el ojo desnudo* si su tamaño angular es menor que aproximadamente 2′ = 0,6 mrad. ¿Puede estimar el tamaño de una partícula de polvo
Desafío 159 s 'puntual'? Por cierto, un objeto es *invisible* a simple vista si es puntual y si su luminosidad, es decir, la intensidad de la luz que desde el objeto llega al ojo, está por debajo de un valor crítico. ¿Puede estimar si existen objetos artificiales visibles desde la Luna o desde
Desafío 160 s el transbordador espacial?

La anterior definición de 'puntual' en la vida cotidiana es, obviamente engañosa. ¿Existen partículas reales que sean puntuales? De hecho, ¿es del todo posible demostrar que una partícula posea un tamaño nulo? De la misma manera, tenemos que preguntar y comprobar si existen puntos en el espacio. Nuestro paseo nos llevará al resultado sorprendente de que todas las respuestas a estas preguntas son negativas. ¿Se imagina por
Desafío 161 s qué? No se desanime si usted encuentra difícil este tema, muchas mentes brillantes han tenido el mismo problema.

Sin embargo, muchas partículas, como los electrones, los quarks o los fotones son consideradas puntuales a todos los efectos prácticos. Una vez que se sabe cómo describir el movimiento de partículas puntuales, también se puede describir el movimiento de los cuerpos extensos, rígidos o deformables, asumiendo que están constituidos de partes. Este es el mismo enfoque que describir el movimiento de un animal en su conjunto mediante la combinación del movimiento de las diversas partes de su cuerpo. La descripción más simple, la *aproximación continua*, describe los cuerpos extensos como un conjunto infinito de partículas puntiformes. Esto nos permite entender y predecir el movimiento de la leche y de la miel, el movimiento del aire en los huracanes y del perfume en las habitaciones. El movimiento del fuego y todos los demás cuerpos gaseosos, la flexión del bambú bajo el viento, los cambios en la forma de un chicle, y el crecimiento de las plantas
Ref. 69 y de los animales también se pueden describir de esta manera.

Sin embargo, todas las observaciones hasta el momento han confirmado que el movimiento de cuerpos voluminosos puede ser descrito con alta precisión como el resultado del movimiento de sus partes. Todas las máquinas que siempre han construido los humanos están basadas en esta idea. Este enfoque nos guiará a través de los cinco primeros volúmenes de la ascensión a la Montaña; por ejemplo, entenderemos la vida de esta forma. Una descripción que resulta todavía más precisa que la aproximación continua se
Vol. IV, página ?? dará más adelante. Sólo en el volumen final vamos a descubrir que, en una escala fundamental, esta descomposición es imposible.

Patas y ruedas

Las partes de un cuerpo determinan su forma. La forma es un aspecto importante de los cuerpos: entre otras cosas, nos dice cómo contarlos. En particular, los seres vivos están hechos siempre de un solo cuerpo. Esta no es una afirmación vacía: de este hecho se puede deducir que los animales no pueden tener ruedas o hélices, sino únicamente patas, aletas o alas. ¿Por qué? Los seres vivos tienen una sola superficie, en otras palabras, tienen

* Un *satélite* es un objeto que circunda un planeta, al igual que la Luna, un *satélite artificial* es un sistema puesto en órbita por los seres humanos, como los Sputnik.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

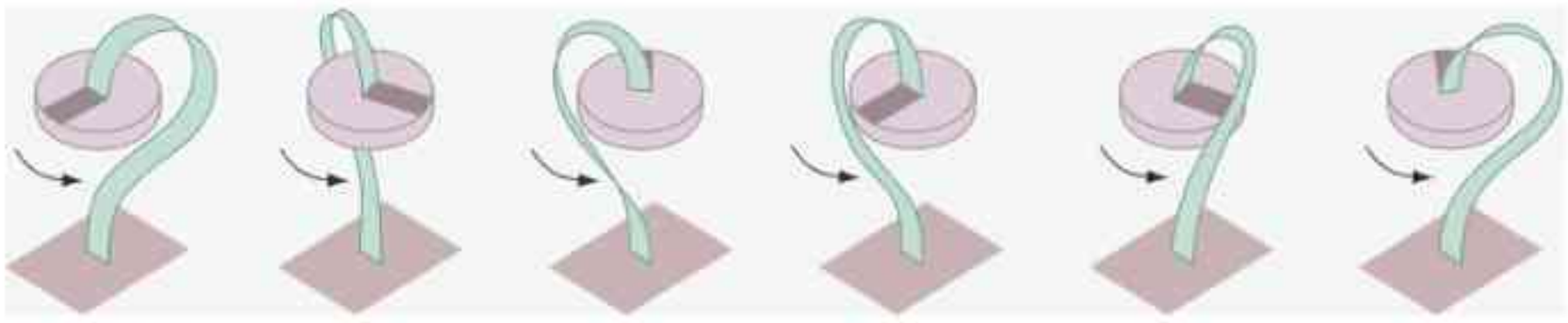


FIGURA 54 Rotación atada: Cómo un objeto puede girar de forma continua sin enredar la conexión a un segundo objeto.

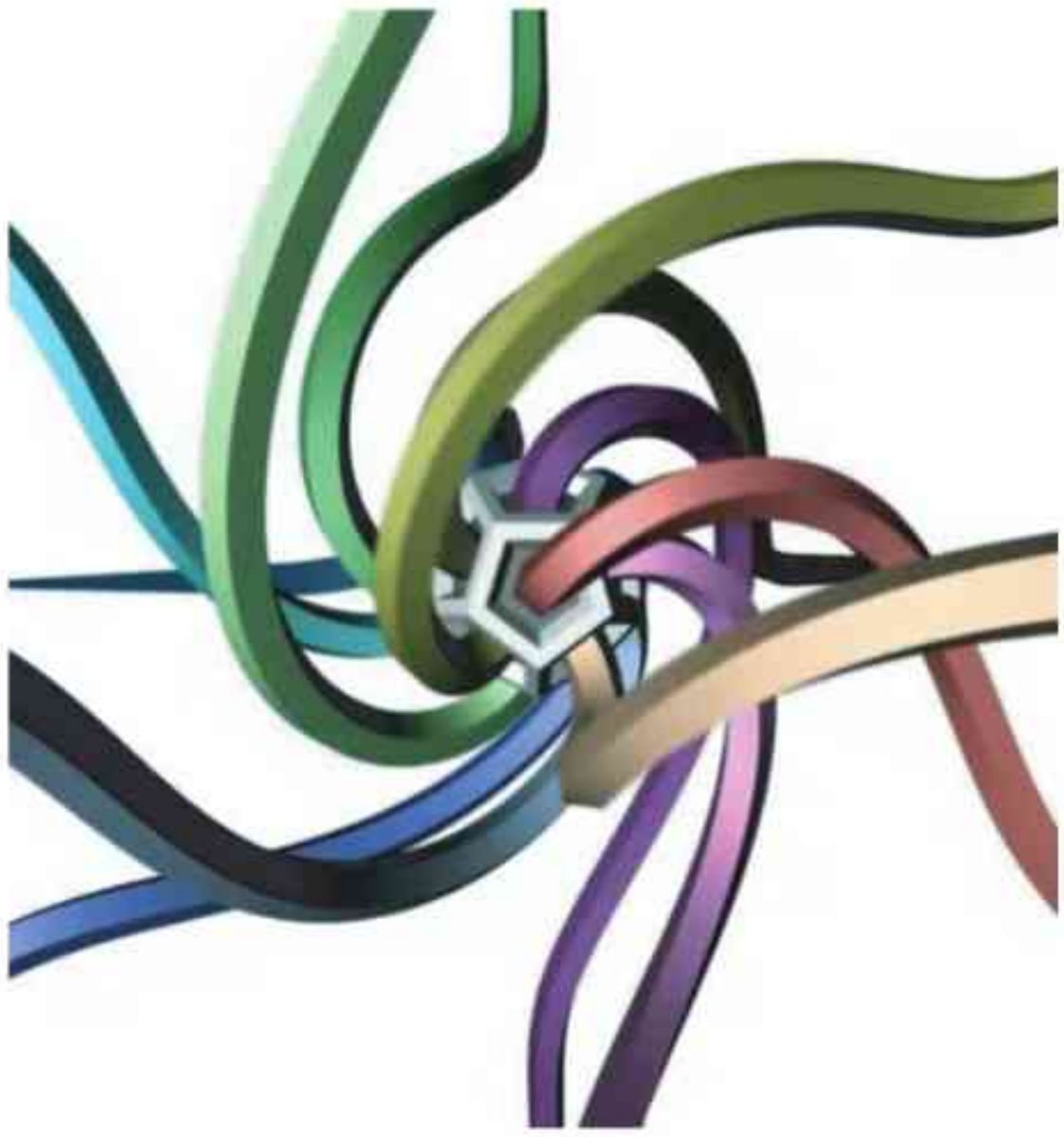


FIGURA 55 Rotación atada: la rotación continua de un objeto atado (sujeto) a su entorno (QuickTime film © Jason Hise).

Vol. V, página ??
Ref. 70
la piel en una única pieza. Matemáticamente hablando, los animales son *conexos*. Esto, a menudo, se supone obvio, y se dice a menudo que la circulación sanguínea, los nervios y las conexiones linfáticas conectadas a una pieza giratoria se enredarían. Sin embargo, este argumento no es tan sencillo, ya que como la Figura 54 muestra, es posible, de hecho, girar un cuerpo de forma continua en relación a un segundo, sin que se enreden las conexiones. Las tres dimensiones del espacio permiten las *rotaciones atadas o amarradas*. ¿Puede encontrar un ejemplo de este tipo de movimiento, frecuentemente llamado *rotación atada*, en su propio cuerpo? ¿Es capaz de ver cómo varios cables pueden estar pegados al cuerpo giratorio de la figura sin obstaculizar la rotación?

Desafío 162 s
Desafío 163 s

A pesar de la posibilidad de que los animales tengan partes rotatorias, el método de la Figura 54 o de la Figura 55 todavía no se puede utilizar para hacer una rueda o una hélice que sean prácticas. ¿Puede ver por qué? La evolución no tuvo elección: tenía que evitar animales con partes que giraran alrededor de ejes. Esa es la razón por la que no existen hélices y ruedas en la naturaleza. Por supuesto, esta limitación no descarta que

Desafío 164 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

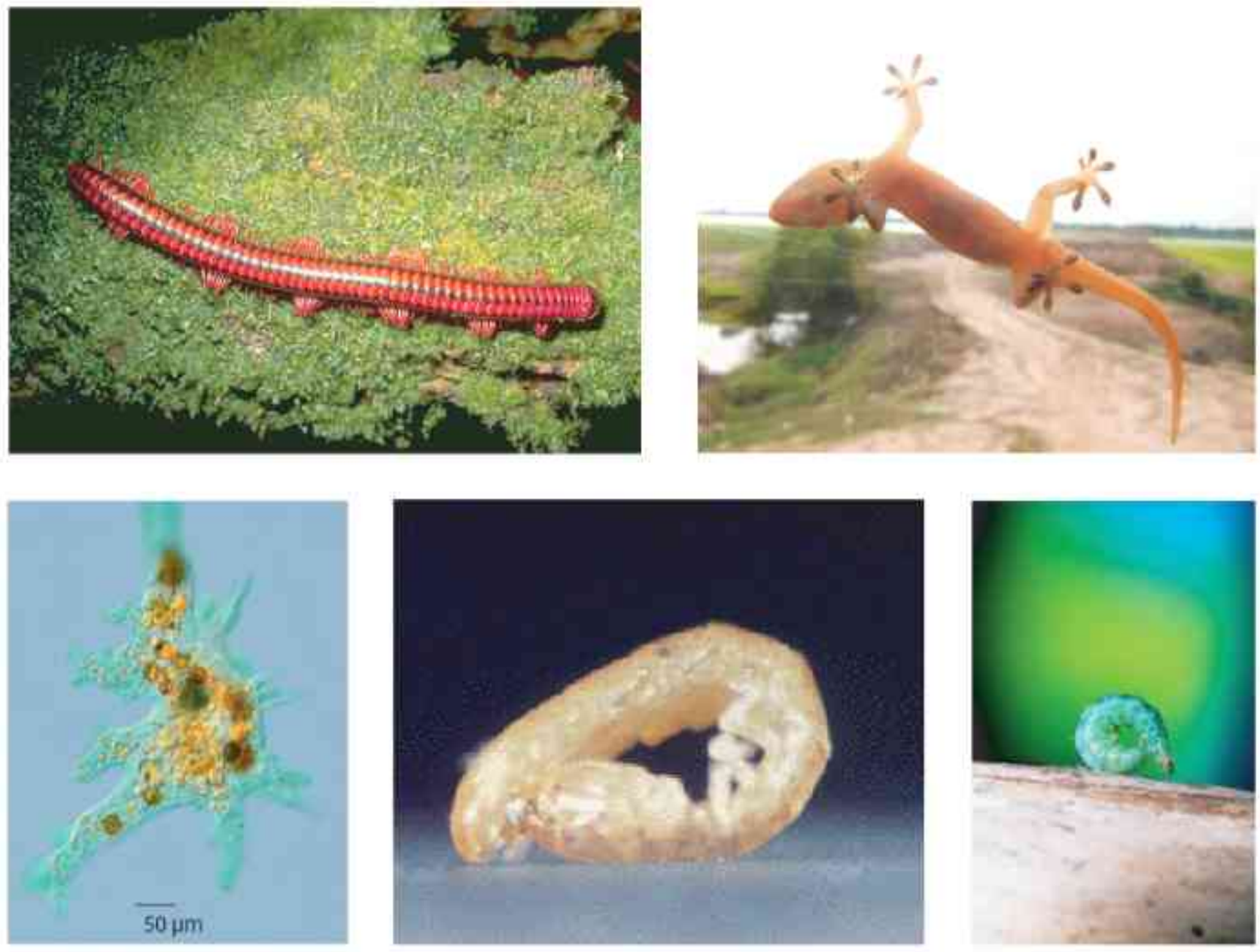


FIGURA 56 Patas y 'ruedas' en los seres vivos: la milpiés rojo *Aphistogoniulus erythrocephalus* (15 cm de longitud corporal), un Gekko en una hoja de vidrio (15 cm de longitud corporal), una ameba *Amoeba proteus* (1 mm de tamaño), el camarón rodante *Nannosquilla decemspinosa* (2 cm de longitud corporal, 1.5 revoluciones por segundo, hasta 2 m, puede incluso rodar cuesta arriba, laderas de poca pendiente) y la oruga rodante *Pleurotya ruralis* (*Pleurotya ruralis* (sólo puede rodar cuesta abajo, para escapar de los depredadores), (© David Parks, Marcel Berendsen, Antonio Guillén Oterino, Robert Full, John Brackenbury / Science Photo Library).

los cuerpos vivos se muevan por rotación como un conjunto: las rodadoras (arbustos
Ref. 71 espinosos de esos que se ven en los "westerns"), las semillas de varios árboles, ciertos insectos, diversas arañas, algunos otros animales, los niños y los bailarines de vez en cuando se mueven rodando o girando como un todo.

Los *grandes cuerpos individuales*, y por lo tanto todos los seres vivos grandes, sólo
Ref. 72 pueden moverse mediante la *deformación* de su cuerpo: por lo tanto, se limitan a caminar, correr, rodar, gatear o agitar sus alas o sus aletas. Mover una pierna es una manera común de deformar un cuerpo.

Ref. 73 Ejemplos extremos del uso de las patas en la naturaleza se muestran en la Figura 56 y en la Figura 57. El ejemplo más extremo está en las arañas rodantes - existen diferentes
Ref. 74 especies - son las *Cebrennus villosus* que viven en la arena en Marruecos. Utilizan sus patas para acelerar la rotación, pueden guiar la dirección de rotación e incluso pueden rodar cuesta arriba 30 % - una hazaña que los humanos no son capaces de lograr. Películas sobre el movimiento rodante se pueden encontrar en www.bionik.tu-berlin.de.*

* La rodadura es también conocida por las arañas rueda de Namibia del género *Carparachne*; películas sobre su movimiento se pueden encontrar en Internet.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

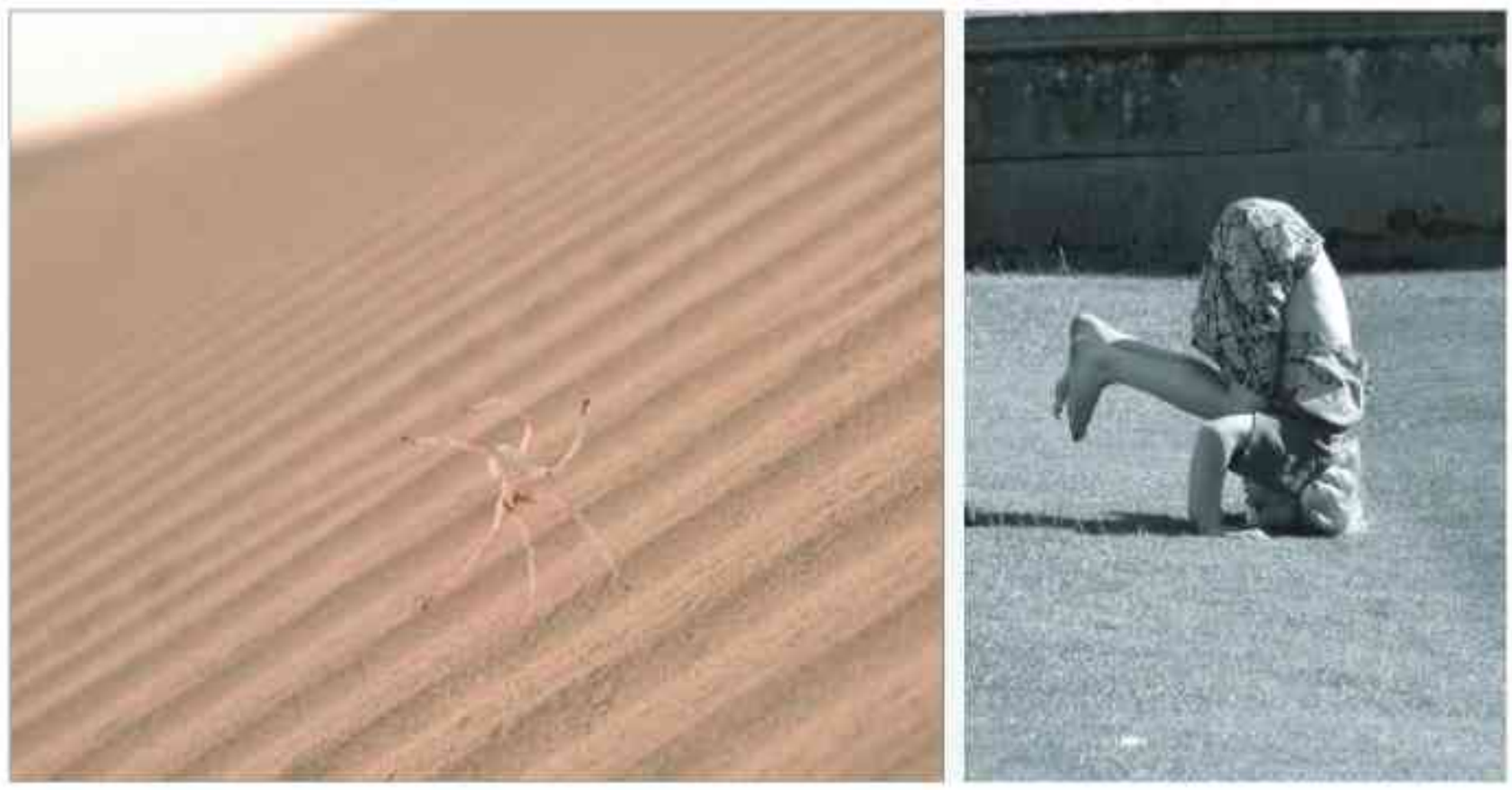


FIGURA 57 Dos de las raras formas de la vida que son capaces de rodar *cuesta arriba* también en pendientes pronunciadas: la araña del desierto *Cebrennus villosus* y *Homo sapiens* (© Ingo Rechenberg, Karva Javi).

Vol. V, página ?? Caminar sobre el agua se muestra en la Figura 127 página 183; otros ejemplos de alas se darán más adelante en este mismo Vol. I, así como distintos tipos de deformaciones que Vol. V, página ?? permiten nadar en el agua.

En contraste, los *sistemas constituidos por varios cuerpos*, tales como bicicletas, botes a pedal u otras máquinas, pueden desplazarse sin ningún cambio de la forma de sus componentes, permitiendo así el uso de ejes con ruedas, hélices u otros dispositivos giratorios.*

En resumen, cada vez que se observa una construcción en la que una parte está girando continuamente (y sin el 'cableado' de la Figura 54) sabemos inmediatamente que es un artefacto: es una máquina y no un ser vivo (pero construida por uno). Sin embargo, como tantas afirmaciones acerca de las criaturas vivientes, ésta también tiene excepciones.

La distinción entre uno y dos cuerpos está mal definida si todo el sistema está hecho de sólo unas pocas moléculas lo que sucede claramente en el interior de las bacterias. Los organismos tales como *Escherichia coli*, la bien conocida bacteria huésped del intestino humano, o bacterias de la familia *Salmonella*, nadan todas usando flagelos. Los *flagelos* son filamentos finos, similares a pequeños pelos que sobresalen de la membrana celular. En la década de 1970 se demostró que cada flagelo que está hecho de una o unas pocas moléculas de largo con un diámetro de unas pocas decenas de nanómetros, gira, en

* A pesar de la desventaja de no ser capaz de utilizar las piezas giratorias y de estar restringido a sólo una pieza, las construcciones móviles de la naturaleza, generalmente llamadas animales, a menudo superan a las máquinas construida por humanos. Como ejemplo, comparemos el tamaño de los sistemas de vuelo más pequeños construidos por la evolución con los construidos por los seres humanos. (Véase, por ejemplo, pixelito.reference.be.) Hay dos razones para esta discrepancia. En primer lugar, los sistemas de la naturaleza han integrado los sistemas de reparación y mantenimiento. En segundo lugar, la naturaleza puede construir grandes estructuras internas en recipientes con pequeñas aberturas. De hecho, la naturaleza es muy buena en lo que hace la gente cuando construye barcos de vela en el interior de botellas de vidrio. El cuerpo Desafío 165 s humano está lleno de ejemplos de este tipo, ¿puedes nombrar unos pocos?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

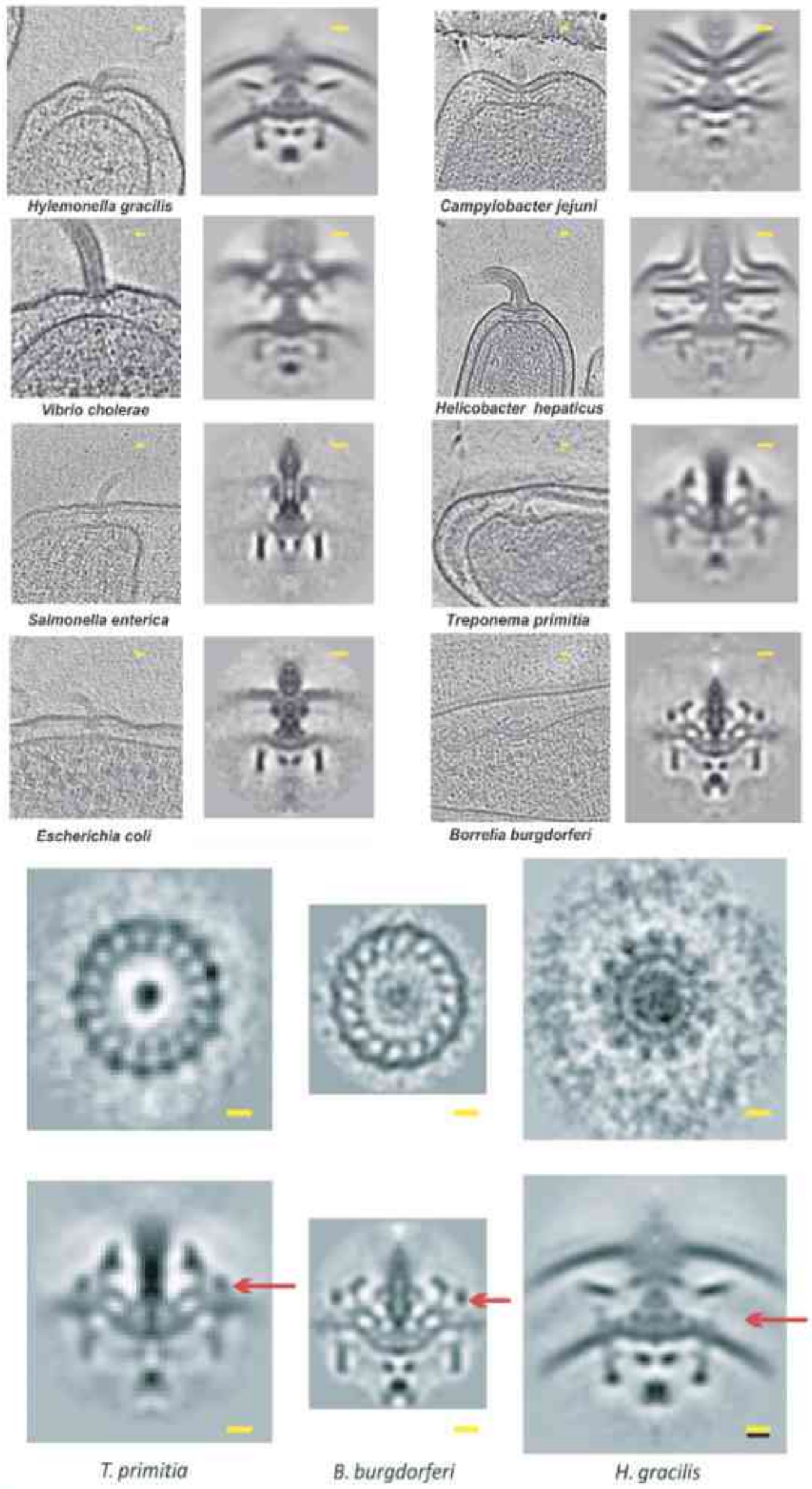


FIGURA 58 Algunos tipos de motores flagelares encuentran en la naturaleza; Se toman fotos por tomografía crioelectrónica, con todas las barras de escala del amarillo de 10 nm de longitud (© S. Chen & al., EMBO Journal, Wiley & Sons).

Motion: Mountain – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

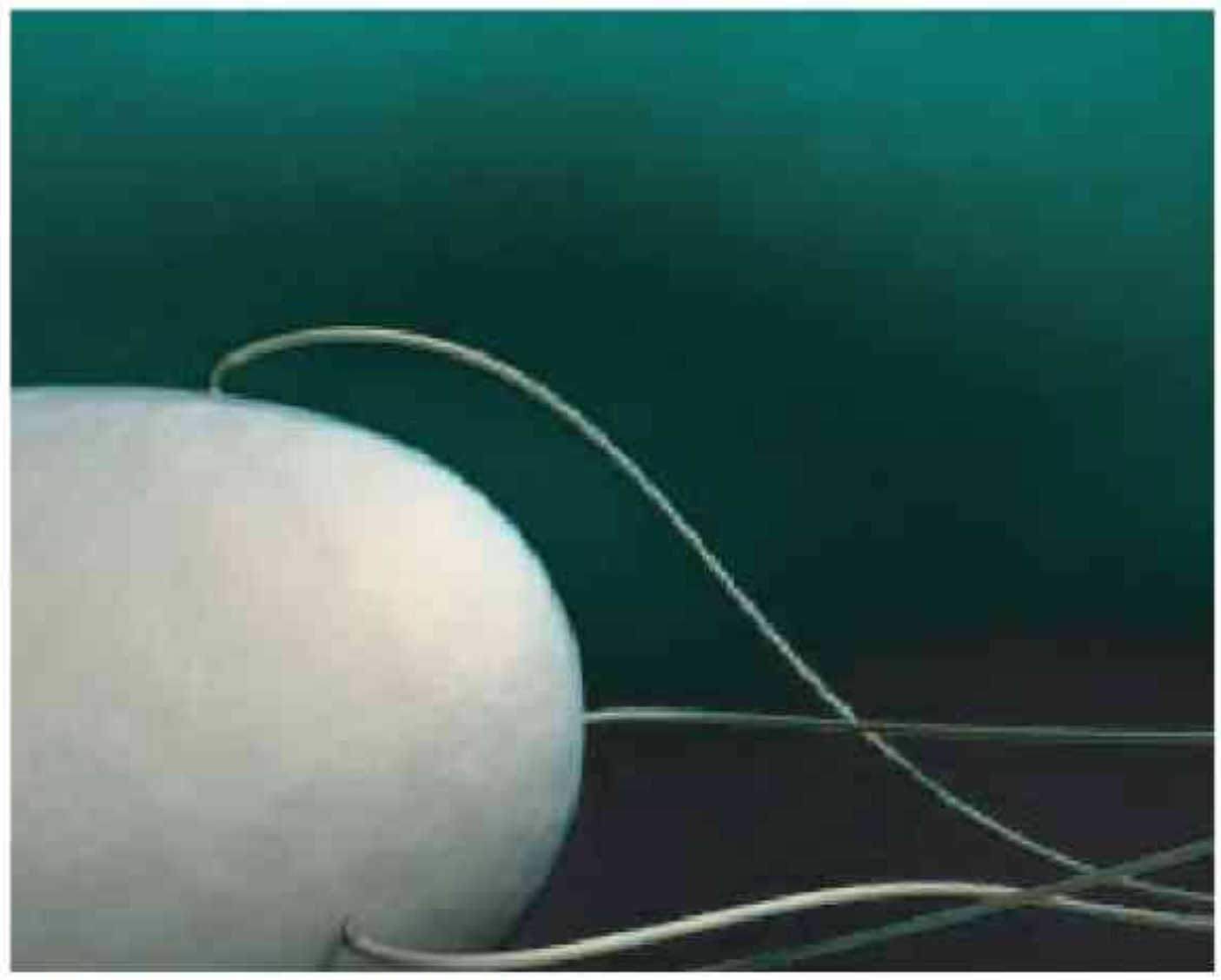


FIGURA 59 El movimiento de rotación de un flagelo bacteriano , y su inversión (QuickTime film© Osaka University).

FIGURA 60 El crecimiento de un flagelo bactérico que muestra el montaje molecu-lar(QuickTime film © Osaka University).

Vol. V, página ??

realidad alrededor de su eje. Una bacteria es capaz de hacer girar sus flagelos a la vez en sentido horario y antihorario, puede alcanzar más de 1000 vueltas por segundo, y puede hacer girar todos sus flagelos en perfecta sincronización. Estas ruedas son tan pequeñas que no necesitan una conexión mecánica. la Figura 58 muestra una serie de modelos a motor encontrados en las bacterias. El movimiento y la construcción de estas estructuras

Ref. 75
Ref. 76

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 61 ¿Son los cometas, como el hermoso cometa McNaught vistos en 2007, imágenes o cuerpos? ¿Cómo se puede demostrarlo? (¿Y por qué se curva la cola?) (© Robert McNaught)

increíbles se muestran con más detalle en las películas de la Figura 59 y la Figura 60.

En síntesis, las ruedas existen efectivamente en los seres vivos, aunque sólo en los muy pequeños. El crecimiento y el movimiento de estas ruedas son maravillas de la naturaleza. Las ruedas macroscópicas no son posibles en los seres vivos, incluso si el movimiento de rodadura lo es. Pero continuemos ahora con nuestro estudio de objetos ordinarios.

Curiosidades y divertidos retos sobre la cinemática

Desafío 166 s ¿Cuál es la mayor rueda que jamás se ha hecho?

* *

Un balón de fútbol es disparado, por un portero, con alrededor de 30 m/s. Utilizando un vídeo para calcular la distancia que debe volar y compararlo con las distancias realizadas en un partido de fútbol. ¿De dónde viene la diferencia? Desafío 167 s

* *

Un tren comienza a viajar a una velocidad constante de 10 m/s entre dos ciudades A y B, a 36 km de distancia una de otra. Al tren el viaje le llevará una hora. Al mismo tiempo que el tren, una rápida paloma empieza a volar de A a B, a 20 m/s. Al ser más rápida que el tren, la paloma llega a B primero. La paloma entonces vuela de regreso hacia A, cuando se encuentra con el tren, que se vuelve de nuevo, a la ciudad de B. Continúa volando hacia atrás y adelante hasta que el tren llega a B. ¿Qué distancia recorrió la paloma? Desafío 168 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

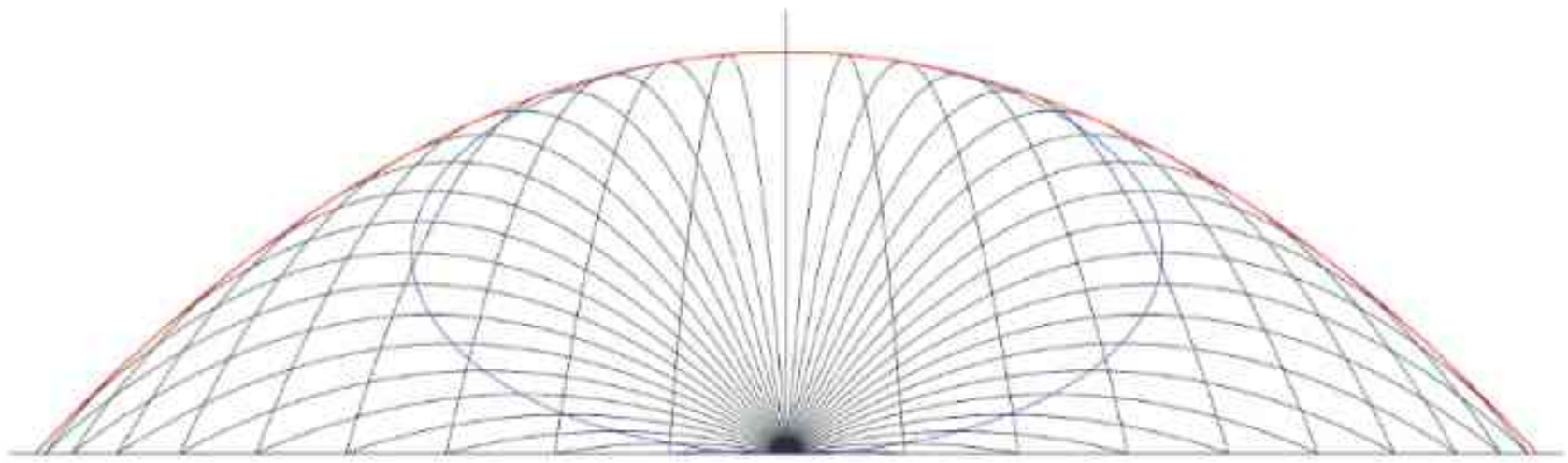


FIGURA 62 La parábola de seguridad alrededor de un cañón, mostrada en rojo. Los puntos más altos de todas las trayectorias forman una elipse, se muestran en azul. (© Theon)

* *

La Figura 62 muestra que alrededor de un cañón, hay una línea fuera de la cual no se puede ser alcanzado. Ya en el siglo XVII, Evangelista Torricelli demostró, sin utilizar el álgebra, que la línea es una parábola, la cual se conoce con el nombre de *parábola de seguridad*. ¿puede usted demostrarlo también? ¿Puede confirmar que los puntos más altos de todas las trayectorias pertenecen a una elipse? La parábola de seguridad también aparecen en determinadas fuentes de agua.

Desafío 169 e

* *

Equilibre un lápiz verticalmente (¡con la punta hacia arriba!) en un pedazo de papel cerca del borde de una mesa. ¿Cómo se puede sacar el papel sin dejar que el lápiz caiga?

Desafío 170 e

* *

Un vuelo en avión de ida y vuelta- desde el punto A a B y de vuelta de B a A - ¿es más rápido si sopla el viento o si no lo hace?

Desafío 171 e

* *

El nivel de aceleración al que un ser humano puede sobrevivir depende de la duración a la que el sujeto se somete a ella. Por una décima de segundo, es aceptable $30\,g = 300\,\mathrm{m/s^2}$, la generada por un asiento eyector en un avión. (Parece que la aceleración récord un ser humano ha sobrevivido es de aproximadamente $80\,g = 800\,\mathrm{m/s^2}$.) Sin embargo, como regla general, se dice que las aceleraciones de $15\,g = 150\,\mathrm{m/s^2}$ o más son fatales.

* *

Las mayores aceleraciones *microscópicas* se observan en las colisiones de partículas, donde valores de hasta$10^{35}\,\mathrm{m/s^2}$ son alcanzados. Las mayores aceleraciones *macroscópicas* se encuentran probablemente en el interior de las *supernovas* cuando colapsan, las supernovas son explosiones de estrellas que pueden ser tan brillantes como para ser visibles en el cielo incluso durante el día. Un candidato en la Tierra es el colapso de burbujas en el interior de los líquidos, un proceso llamado *cavitación*. La cavitación a menudo produce luz, un efecto descubierto por Frenzel y Schultes en 1934 y llamado *sonoluminiscencia*. (Véase la Figura 63.) Al parecer, lo más prominente cuando las burbujas de aire en el

Ref. 77

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 63 Observación de la luminiscencia mediante un equipo simple que enfoca ultrasonidos en el agua(© Detlef Lohse).

agua se expanden y se contraen por altavoces bajo el agua en torno a 30 kHz y permite mediciones precisas de movimiento de la burbuja. En un cierto umbral de intensidad, la burbuja cambia de radio a 1500 m/s en tan poco como unos pocos μm, dando una aceleración de alrededor de 10^{11} m/s^2.. Ref. 78

* *

Las patas son fáciles de construir. La Naturaleza incluso ha producido un milpiés, *Illacme plenipes*, que dispone de 750 patas. El animal tiene de 3 a 4 cm de largo y 0,5 mm de ancho. Este parece ser el récord hasta la fecha. En contraste con su nombre, el milpiés en realidad no tiene mil patas.

Resumen de cinemática

La descripción del movimiento cotidiano de puntos de masa con tres coordenadas como $(x(t), y(t), z(t))$ es simple, precisa y completa. Esta descripción de trayectorias es la base de la cinemática. Como consecuencia, el espacio es descrito como un espacio tridimensional Euclidiano y la velocidad y la aceleración son vectores Euclidianos.

La descripción del movimiento mediante trayectorias asume que el movimiento de los objetos pueden ser *seguidos* a lo largo de sus trayectorias. Por eso, la descripción a menudo no funciona para un caso importante: el movimiento de las imágenes.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 4

De los objetos y las imágenes a la conservación

Caminando a través de un bosque observamos dos tipos muy diferentes de movimiento: Vemos que la brisa bambolea las hojas y, al mismo tiempo, en el suelo, ve-
Ref. 79 mos el movimiento de sus sombras. Las sombras son un tipo simple de imágenes. Tanto los objetos como las imágenes, son capaces de moverse, ambos cambian de posición con el tiempo. Unos tigres corriendo, unos copos de nieve que caen y el material expulsado por los volcanes son ejemplos de movimientos, pero también la sombra que sigue a nuestro cuerpo, el haz de luz circundando la torre de un faro en una noche brumosa, y el arcoíris que se mantiene constantemente a la misma distancia aparente de nosotros son igualmente ejemplos de movimientos.

Ambos, objetos e imágenes, difieren de su entorno en que tienen *límites* que definen su tamaño y forma. Pero todos los que han visto alguna vez unos dibujos animados saben que las imágenes se pueden mover de una manera más sorprendente que los objetos. Las imágenes pueden cambiar de tamaño y forma, pueden incluso cambiar de color, una hazaña que sólo unos pocos objetos son capaces de realizar.** Las imágenes pueden aparecer y desaparecer sin dejar rastro, se multiplican, se interpenetran, van hacia atrás en el tiempo y desafían la gravedad o cualquier otra fuerza. Las imágenes, incluso las sombras ordinarias, pueden moverse más rápido que la luz. Las imágenes pueden flotar en el espacio y mantener la misma distancia en comparación con los objetos que se aproximan.
Ref. 81 Los objetos no pueden hacer casi nada de esto. En general, las 'leyes de la física de dibujos animados' son bastante diferentes de las de la naturaleza. De hecho, el movimiento de las imágenes no parece seguir ninguna regla, en contraste con el movimiento de los objetos. Sentimos la necesidad de criterios precisos, que permitan distinguir estos dos casos.

Para establecer una clara distinción entre las imágenes y los objetos utilizamos el mismo método que usan los niños o los animales cuando están de pie delante de un espejo por primera vez: tratar de *tocar* lo que ven. En realidad,

** Excluyendo cambios muy lentos, como el cambio de color de las hojas en el otoño, en la naturaleza sólo ciertos cristales, el pulpo y otros cefalópodos, el camaleón y algunos otros animales lo logran. De los objetos hechos por el hombre, la televisión, las pantallas de ordenador, los objetos calientes y ciertos láseres pueden
Desafío 172 s hacerlo. ¿Sabe usted más ejemplos? Una excelente fuente de información sobre el tema del color es el libro de K. Nassau, *K. Nassau, La física y la química del color - las quince causas de color*, J. Wiley & Sons, 1983. En el dominio de la ciencia popular, el libro más hermoso es el trabajo clásico por el astrónomo flamenco Marcel G. J. Minnaert, *Luz y color en el aire libre*, Springer, 1993, una versión actualizada basada en su serie de libros maravillosos, *De natuurkunde van 't vrije veld*, Thieme & Cie, 1937. Su lectura es una necesidad para todos los científicos naturales. En la web, también es el - simple, pero excelente sitio web - webexhibits.org/causesofcolour .

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

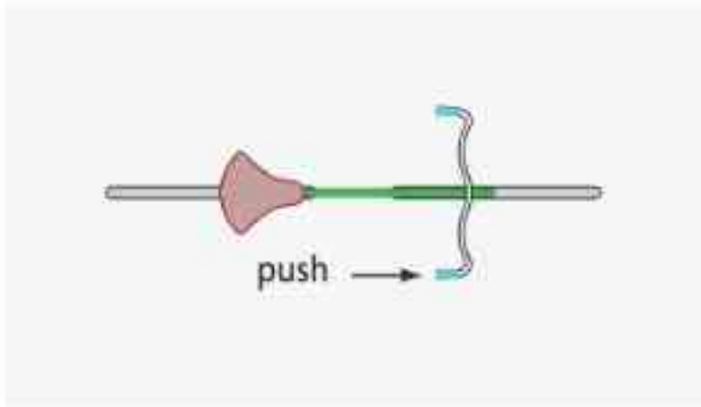


FIGURA 64 ¿En qué dirección girará la bicicleta?

▷ Si somos capaces de tocar lo que vemos -o más precisamente, si somos capaces de desplazarlo- lo llamaremos *objeto*, en caso contrario, *imagen*.*

Vol. IV, página ?? Las imágenes no se pueden palpar, mientras que los objetos sí. Las imágenes no se pueden golpear entre sí, los objetos sí pueden hacerlo. Y como todo el mundo sabe, tocar algo significa sentir que se resiste al movimiento. Algunos organismos, como las mariposas, oponen poca resistencia y se mueven con facilidad, otros, como los barcos, se resisten más, y son desplazados con más dificultad.

▷ A esta resistencia al movimiento -o más precisamente, al cambio de movimiento - se le llama *inercia*, y a la dificultad con la que un cuerpo se puede mover se llama su *masa (inercial)*.

Las imágenes no tienen ni inercia ni masa.

En conclusión, para la descripción del movimiento hay que distinguir los objetos (cuerpos), que pueden ser tocados y que son impenetrables, de las imágenes, que ni se pueden tocar ni son impenetrables. Todo lo visible es o bien un objeto o bien una imagen, no hay ninguna tercera posibilidad. ¿Está de acuerdo? Si el objeto está tan lejos que no se puede tocar, como una estrella o un cometa, puede ser difícil determinar si uno está tratando con una imagen o un objeto; nos encontraremos con esta espinosa dificultad en repetidas ocasiones. Por ejemplo, ¿cómo demostraría usted que los cometas -como el bello ejemplo de la Figura 61- son objetos y no imágenes, como Galileo (falsamente) sostiene?

Desafío 173 s
Desafío 174 s

De la misma manera que los objetos están hechos de *materia*, las imágenes están hechas de *radiación*. Las imágenes son el dominio del teatro de sombras, del cine, de la televisión, de la infografía, de los sistemas de creencias y de los expertos en drogas. Las fotografías, las películas cinematográficas, los fantasmas, los ángeles, los sueños y muchas alucinaciones son imágenes (a veces, junto con una disfunción cerebral). Para entender las imágenes, tenemos que estudiar la radiación (y además, el ojo y el cerebro). Sin embargo, debido a la importancia de los objetos -después de todo, nosotros mismos somos objetos- estudiaremos estos últimos primero.

Ref. 82

* Se podría proponer que incluyera el requisito de que los objetos pueden rotar, sin embargo, este requisito, sorprendentemente, da dificultades en el caso de los átomos, como se explica en página ?? en el Volumen IV.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Movimiento y contacto

> Demócrito afirma que sólo hay un tipo de movimiento: el que resulta de la colisión.
>
> Aetius, *Opinions*.

Ref. 83

Cuando un niño monta un monociclo, él o ella hace uso de una regla general en nuestro universo: un cuerpo que actúa sobre otro lo pone en movimiento. De hecho, en unas seis horas, todo el mundo puede aprender a montar y disfrutar de un monociclo. Al igual que en todos los placeres de la vida, como los juguetes, los animales, las mujeres o los hombres, las máquinas, los niños, el mar, el viento, el cine, los juegos malabares, el senderismo y hacer el amor, algo empuja a algo. Así, nuestro primer reto es el de describir esta transferencia de movimiento debido al contacto – y las colisiones –en términos más precisos.

El contacto no es la única forma de poner algo en movimiento: una manzana que cae de un árbol o un imán que atrae a otro son contra-ejemplos. Las influencias a distancia, sin contacto, son más fascinantes: no hay nada oculto y, sin embargo, algo misterioso sucede. El movimiento por contacto parece más fácil de entender, y es por eso que por lo general se comienza con él. No obstante, a pesar de esta elección, las fuerzas sin contacto no son fáciles de evitar. A la luz de esta elección vamos a hacer una experiencia similar a la de todos los que montan en bicicleta. (Ver Figura 64.) Si usted rueda en una bicicleta a una velocidad suficientemente elevada y trata de girar a la izquierda, empujando la empuñadura derecha del manillar, se gira a la *derecha*. Por cierto, este efecto sorprendente, también conocido por los motoristas, obviamente sólo funciona por encima de una cierta velocidad mínima. ¿Puede determinar cual es esa velocidad? ¡Tenga cuidado! un impulso demasiado fuerte le hará caer.

Desafío 175 s

Algo similar nos ocurrirá a nosotros también, a pesar de nuestra elección del movimiento por contacto, el resto de nuestra caminata nos obligará a estudiar las interacciones sin contacto.

¿Qué es la masa?

> Δός μοί (φησι) ποῦ στῶ καὶ κινῶ τὴν γῆν.
> Da ubi consistam, et terram movebo.*
>
> Archimedes

Cuando empujamos algo con lo que no estamos familiarizados, por ejemplo, cuando golpeamos un objeto en la calle, automáticamente prestamos atención a la misma noción que los niños exploran cuando por primera vez están de pie delante de un espejo, o cuando por primera vez ven el punto rojo de un láser. Analizamos si la entidad desconocida puede ser empujada o atrapada, y prestamos atención a la forma en que el objeto desconocido reacciona bajo nuestra influencia. Una versión de alta precisión de este experimento se muestra en la Figura 65. Repitiendo el experimento con diversos pares de objetos, encontramos:

* 'Dadme un punto de apoyo y moveré la Tierra.' Arquímedes (*c.* 283–212), científico e ingeniero griego. Esta frase se le atribuye por Pappus. Ya Arquímedes sabía que la distinción utilizada por los abogados entre los bienes muebles y los bienes inmuebles no tenía sentido.

Ref. 84

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

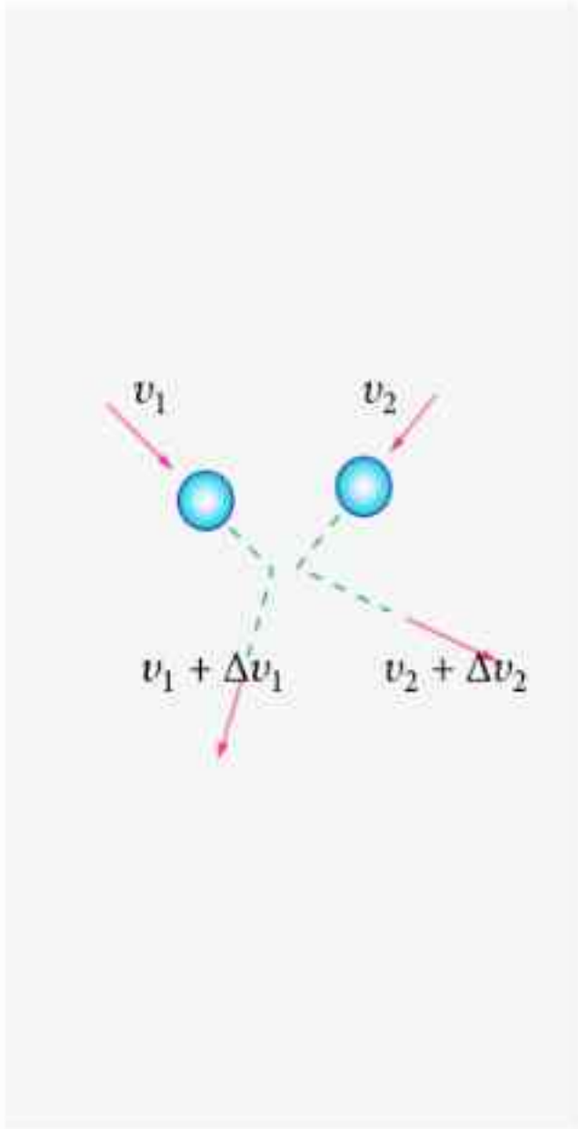


FIGURA 65 Las Colisiones definen las masas.

FIGURA 66 El kilogramo estándar. (© BIPM).

▷ A cada objeto i, se le puede atribuir una cantidad *fija* m_i, determinada por la relación

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2} \tag{17}$$

donde Δv es el cambio de velocidad producido por la colisión. Al número m_i se lo conoce como la *masa* del objeto i.

Cuanto más difícil sea mover un objeto, mayor es el número. Con el fin de manipular valores de masa que sean comunes a todo el mundo, el valor de la masa de un objeto seleccionado en particular tiene que ser fijado por anticipado. Este objeto especial, que se muestra en la Figura 66, se llama el *Kilogramo estándar* y se mantiene con mucho cuidado en un recipiente de vidrio en Sèvres, cerca de París. El kilogramo patrón se toca sólo una vez cada pocos años, porque de lo contrario el polvo, la humedad, o los rasguños cambiarían su masa. Por cierto, el kilogramo estándar *no* se mantiene bajo vacío, porque esto daría lugar a la liberación de gases y por lo tanto a cambios en su masa. Gracias a este kilogramo estándar podemos determinar el valor de la masa de todos los demás objetos en el mundo.

Así, la *masa* cuantifica *la dificultad de conseguir que algo se mueva*. Las masas grandes son más difíciles de desplazar que las masas pequeñas. Obviamente, sólo los objetos tienen masa; las imágenes no tienen. (Por cierto, la palabra 'masa' se deriva, a través del latín, del griego μαζα - pan - o del hebreo 'mazza', pan sin levadura (ázimo). Ese es un bello cambio en el significado).

Ref. 67

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 67 Antoine Lavoisier (1743–1794) y su esposa.

Los experimentos con objetos de la vida cotidiana también muestran que a lo largo de una colisión, la suma de todas las masas se *conserva*:

$$\sum_i m_i = \text{const} . \tag{18}$$

El principio de conservación de la masa fue establecido por primera vez por Antoine-Laurent Lavoisier.* La conservación de la masa también implica que la masa de un sistema compuesto es la suma de la masa de los componentes. En resumen, la *masa galileana es también una medida de la cantidad de materia.* En un famoso experimento en el siglo XVI, durante varias semanas Santorio Santorio (Sanctorius) (1561–1636), amigo de Galileo, vivió con todo su suministro de comida y bebida, y también con su baño, en una gran balanza. Quería probar la conservación de la masa. ¿Cuál fue el cambio de peso
Desafío 176 s medido con el tiempo?

Algunos líderes de sectas han pretendido y aún pretenden que ellos puede producir materia de la nada. Esto sería un ejemplo de la no-conservación de la masa. ¿Cómo de-
Desafío 177 s mostraría que tales líderes son unos farsantes?

Cantidad de movimiento (o Momento lineal) y masa

La definición de la masa puede ser formulada también de otra manera. Podemos atribuir un número m_i a cada objeto i tal que en una colisión, libre de interferencias externas, la

* Antoine-Laurent Lavoisier (b. 1743 Paris , d. 1794 Paris), Químico francés y un genio. Lavoisier fue el primero en comprender que la combustión es una reacción con el oxígeno; descubrió los componentes del agua e introdujo medidas de la masa en la química. Hay una buena, pero muy probablemente falsa historia sobre él: Cuando fue (injustamente) condenado a la guillotina durante la Revolución Francesa, decidió utilizar la situación para un experimento científico. Se trataría de abrir y cerrar los ojos con la mayor frecuencia como fuera posible después de que su cabeza fuese cortada, con el fin de mostrar a los demás cuánto tiempo se tarda en perder la conciencia. Lavoisier consiguió parpadear once veces. No está claro si la historia es verdadera o no. Se sabe, sin embargo, que podría ser verdad. De hecho, si un decapitado no
Ref. 85 sufre dolor o descarga eléctrica, puede permanecer consciente durante un máximo de medio minuto.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 68 Christiaan Huygens (1629–1695).

siguiente suma permanezca invariante *a lo largo de* la colisión:

$$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = \text{const} . \tag{19}$$

El producto de la velocidad $\boldsymbol{v}_i$ y la masa m_i se llama el *momento* lineal o cantidad de movimiento del cuerpo. * La suma o *cantidad de movimiento total del sistema*, es la misma antes y después de la colisión; la cantidad de movimiento es una cantidad *conservada*.

▷ La conservación de la cantidad de movimiento define la masa.

Los dos principios de conservación (18) y (19), fueron expresados por primera vez en esta forma por el importante físico holandés Christiaan Huygens. **

La cantidad de movimiento y la masa se conservan en el movimiento cotidiano de los objetos. En particular, ninguna cantidad semejante se puede definir para el movimiento de las imágenes. Algunos valores típicos de cantidad de movimiento se dan en la Tabla 15.

La conservación de la cantidad de movimiento implica que cuando una bola en movimiento impacta con otra de la misma masa en reposo y sin pérdida de energía, una regla simple determina el ángulo entre las direcciones que las dos bolas toman después de la colisión. ¿Puede encontrar esa regla que es particularmente útil cuando se juega al billar? Averiguaremos más tarde que *no* es válida para velocidades cercanas a la de la luz.

Desafío 178 s
Vol. II, página 63

Otra consecuencia de la conservación de la cantidad de movimiento se muestra en la Figura 69: un hombre está acostado en una cama de clavos con un gran bloque de hormigón sobre su estómago. Otro hombre golpea el bloque con un martillo pesado. A

* El término inglés es 'momentum', y para distinguirlo del momento de una fuerza (par, a veces en Hispanoamérica, torque), en español se le añade el adjetivo lineal. En francés y en italiano se usa siempre, y en español muy frecuentemente para evitar confusiones, la expresión 'cantidad de movimiento'. No debería confundirse el término con impulso (en inglés, impulse), pues este último es la integral de la fuerza en función del tiempo. Por abuso del lenguaje, en las secciones de relatividad se hablará del 'tensor impulso-energía' cuando en rigor deberíamos decir 'tensor energía-cantidad de movimiento'.

** Christiaan Huygens (b. 1629 's Gravenhage, d. 1695 Hofwyck) fue uno de los principales físicos y matemáticos de su época. Huygens aclaró los conceptos de la mecánica; También fue uno de los primeros en demostrar que la luz es una onda. Escribió libros influyentes en la teoría de la probabilidad, mecanismos de relojería, óptica y astronomía. Entre otros logros, Huygens demostró que la nebulosa de Orión se compone de estrellas, descubrió Titán, la luna de Saturno, y demostró que los anillos de Saturno se componen de rocas. (Esto está en contraste con el mismo Saturno, cuya densidad es menor que la del agua.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 69 ¿Es esto peligroso?

TABLA 15 Algunos de los valores medidos de la cantidad de movimiento.

Observación	Cantidad de movimiento
Imágenes	0
Cantidad de movimiento de un fotón verde	$1{,}2 \cdot 10^{-27}$ Ns
Cantidad de movimiento promedio de la molécula de oxígeno en el aire	10^{-26} Ns
Cantidad de movimiento de un fotón de rayos X	10^{-23} Ns
Cantidad de movimiento de un fotón γ	10^{-17} Ns
Mayor momento lineal de partículas en los aceleradores de partículas	1 fNs
Mayor cantidad de movimiento posible de una sola partícula elemental – cantidad de movimiento de Planck	6,5 Ns
Bola de billar rápida	3 Ns
Bala de fusil volando	10 Ns
Puñetazo en boxeo	15 a 50 Ns
Humano caminando confortablemente	80 Ns
Zarpazo de un león	*c.* 0,2 kNs
Golpe de la cola de una ballena	*c.* 3 kNs
Coche en autopista	40 kNs
Impacto de meteorito con 2 km de diámetro	100 TNs
Momento de una galaxia en colisión con otra galaxia	hasta 10^{46} Ns

medida que el impacto es absorbido principalmente por el hormigón, no hay dolor y no hay peligro - a menos que el hormigón se deshaga. ¿Por qué? Desafío 179 s

La definición precedente(17) de masa ha sido generalizada por el físico y filósofo Ernst Mach* de tal manera que permanece válida incluso si los dos objetos interactúan sin

* Ernst Mach (1838 Chrlice–1916 Vaterstetten), físico y filósofo austriaco. La unidad *mach* de velocidad para los aviones como un múltiplo de la velocidad del sonido en el aire (aproximadamente 0,3 km/s) se llama

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

contacto, siempre y cuando lo hagan a lo largo de la línea que conecta sus posiciones.

▷ La relación de masa entre dos cuerpos se define como una relación negativa inversa de sus aceleraciones, así pues

$$\frac{m_2}{m_1} = -\frac{a_1}{a_2}\,, \tag{20}$$

donde a es la aceleración de cada cuerpo durante la interacción.

Esta definición ha sido estudiada con gran detalle en la comunidad de la física, sobre todo en el siglo XIX. Algunos puntos resumen estos resultados:

— La definición de masa *implica* la conservación de la cantidad de movimiento total $\sum mv$. La conservación de la cantidad de movimiento *no* es un principio independiente. La conservación de la cantidad de movimiento no se puede comprobar experimentalmente, porque la masa se define de tal manera que la conservación de la cantidad de movimiento permanece.
— La definición de masa *implica* la igualdad de los productos m_1a_1 y $-m_2a_2$. Tales productos se denominan *fuerzas*. La igualdad de fuerzas de acción y reacción no es un principio independiente; las masas se define de tal manera que el principio pueda ser formulado.
— La definición de la masa es *independiente* de si hay o no contacto, y si el origen de las aceleraciones es debido a la electricidad, la gravitación, u otras interacciones.* Dado que la interacción no entra en la definición de masa, los valores de masa definidos con la ayuda de la interacción eléctrica, nuclear o gravitacional estarán todos en concordancia, siempre y cuando la cantidad de movimiento se conserve. Todas las interacciones conocidas conservan la cantidad de movimiento. Por algunas razones históricas desafortunadas, al valor de la masa medida con las interacciones eléctricas o nucleares se llama masa 'inercial' y la masa que se mide usando la gravedad se llama la masa 'gravitacional'. Como resultado, esta distinción artificial no tiene ningún significado intrínseco real; esto se hace especialmente evidente cuando se tiene un punto de observación que está *muy lejos* de todos los cuerpos en cuestión
— La definición de la masa requiere observadores en reposo o en movimiento inercial.

Al medir las masas de los cuerpos que nos rodean, podemos explorar la ciencia y el arte de la experimentación. Una visión general de los dispositivos se da en la Tabla 18 y la Figura 71. Algunos resultados de la medición se muestran en la Tabla 16.

así en su honor. Desarrolló el denominado interferómetro de Mach-Zehnder; también estudió la base de la mecánica. Sus pensamientos sobre la masa y la inercia influyeron en el desarrollo de la relatividad general, y dieron lugar al principio de Mach, que aparecerá más adelante. También tuvo el orgullo de ser el último científico en negar - con humor, y en contra de toda la evidencia - la existencia de los átomos.

* Como se mencionó anteriormente, sólo las fuerzas *centrales* que obedecen a la relación (20) se utilizan para definir la masa. Las fuerzas centrales actúan entre los centros de masa de los cuerpos. Daremos una definición precisa más adelante. Sin embargo, puesto que todas las fuerzas fundamentales son centrales, esto no es una restricción. Parece que hay una notable excepción: el magnetismo. ¿Es la definición de masa válida en este caso?

Página 128
Desafío 180 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 16 Algunos valores medidos de masa.

Observación	Masa
Probablemente el objeto más ligero conocido: neutrino	*c.* $2 \cdot 10^{-36}$ kg
Aumento de masa debido a la absorción de un fotón verde	$4{,}1 \cdot 10^{-36}$ kg
El objeto cargado más ligero conocido: electrón	$9{,}109\,381\,88(72) \cdot 10^{-31}$ kg
Átomo de argón	39,962 383 123(3) u = 66,359 1(1) yg
Objeto más ligero jamás pesado (una partícula de oro)	0,39 ag
Humano en su edad más temprana (óvulo fecundado)	10^{-8} g
Agua adsorbida sobre un peso de metal de un kilogramo	10^{-5} g
Masa de Planck	$2{,}2 \cdot 10^{-5}$ g
Huella dactilar	10^{-4} g
Hormiga típica	10^{-4} g
Gota de agua	1 mg
Abeja melífera, *Apis mellifera*	0,1 g
Moneda de un Euro	7,5 g
Ballena azul, *Balaenoptera musculus*	180 Mg
Los seres vivos más pesados, como el hongo *Armillaria ostoyae* o una gran Sequoia *Sequoiadendron giganteum*	10^{6} kg
Tren más pesado jamás fabricado	$99{,}7 \cdot 10^{6}$ kg
Mayor buque de alta mar	$400 \cdot 10^{6}$ kg
El objeto más grande movido por el hombre (una enorme plataforma de gas)	$687{,}5 \cdot 10^{6}$ kg
Mayor iceberg antártico	10^{15} kg
Agua sobre la Tierra	10^{21} kg
Masa de la Tierra	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Masa solar	$2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg
Masa visible de nuestra galaxia	$3 \cdot 10^{41}$ kg
Masa total estimada de nuestra galaxia	$2 \cdot 10^{42}$ kg
Supercluster de Virgo	$2 \cdot 10^{46}$ kg
Masa Total visible en el universo	10^{54} kg

También descubriremos las principales propiedades de la masa. Es *aditiva* en la vida cotidiana, de modo que la masa de dos cuerpos combinados es igual a la suma de las dos masas separadas. Además, la masa es *continua*; porque aparentemente puede tomar cualquier valor positivo. Por último, la masa se *conserva*; la masa de un sistema, que se define como la suma de la masa de todos los componentes, no cambia con el tiempo si el sistema se mantiene aislado del resto del universo. La masa no sólo se conserva en las colisiones, sino también durante la fusión, la evaporación, la digestión y todos los demás procesos de transformación.

Todas las propiedades de la masa de la vida cotidiana se encuentran resumidas en la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 17 Propiedades de la masa Galileana en la vida cotidiana.

Las masas	Propiedad física	Nombre matemático	Definition
Pueden ser diferenciadas	distinguibilidad	elemento de un conjunto	Vol. III, página 307
Pueden ser ordenadas	Sucesión o secuencia	orden	Vol. IV, página ??
Pueden ser comparadas	mensurabilidad	medible	Vol. IV, página ??
Pueden cambiar gradualmente	continuidad	completitud	Vol. V, página ??
Pueden ser adicionadas	cantidad de materia	aditividad	Página 88
Sobrepasan cualquier límite	infinito	infinitud, apertura	Vol. III, página 308
No cambian	conservación	invariancia	$m = \text{const}$
No desaparecen	impenetrabilidad	positividad	$m \geqslant 0$

Tabla 17. Más tarde nos daremos cuenta de que en el caso de la masa todas estas propiedades, sólo son aproximadas. Experimentos con mucha precisión muestran algunas desviaciones.* No obstante, la definición de masa permanecerá invariable a lo largo de nuestra aventura.

La definición de la masa a través de la conservación de la cantidad de movimiento implica que cuando un objeto cae, la Tierra se acelera hacia arriba una pequeña cantidad. Si se pudiera medir esta minúscula cantidad, se podría determinar la masa de la Tierra. Desafortunadamente, esta medida es imposible de realizar. ¿Puede encontrar una mejor manera de determinar la masa de la Tierra? Desafío 181 s

La definición de masa y cantidad de movimiento permiten responder a la pregunta de la Figura 70. Un ladrillo cuelga del techo. Un segundo hilo cuelga por debajo del ladrillo y se puede tirar de él. ¿Cómo realizaría el tirón para que se rompiera el hilo superior? ¿Y para que se rompiera el hilo inferior? Desafío 182 e

Como la Tabla 17 resume, la masa de un cuerpo es descrita con más precisión por un *número real positivo*, a menudo abreviado m o M. Esto es una consecuencia directa de la impenetrabilidad de la materia. De hecho, una masa *negativa* (inercial) querría decir que tal cuerpo se movería en la dirección opuesta de cualquier fuerza o aceleración que se le aplique. Este cuerpo no podía ser guardado en una caja, ya que buscaría romper cualquier pared que tratara de detenerlo. Por extraño que parezca, los cuerpos de masa negativa aún caerían hacia abajo en el campo de una masa grande y positiva (aunque más lentamente que una masa positiva equivalente). ¿Es capaz de confirmar este hecho? Por el contrario, un pequeño objeto de masa positiva flotaría lejos de un cuerpo voluminoso de masa negativa, como se puede deducir fácilmente comparando las diversas aceleraciones implicadas. Una masa positiva y una negativa del mismo valor pueden estar a Desafío 183 e

* Por ejemplo, para poder definir la masa deberemos ser capaces de poder *distinguir* cuerpos. Esto puede parecer un requerimiento trivial, pero se ha podido constatar que ello no es siempre posible en la naturaleza.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

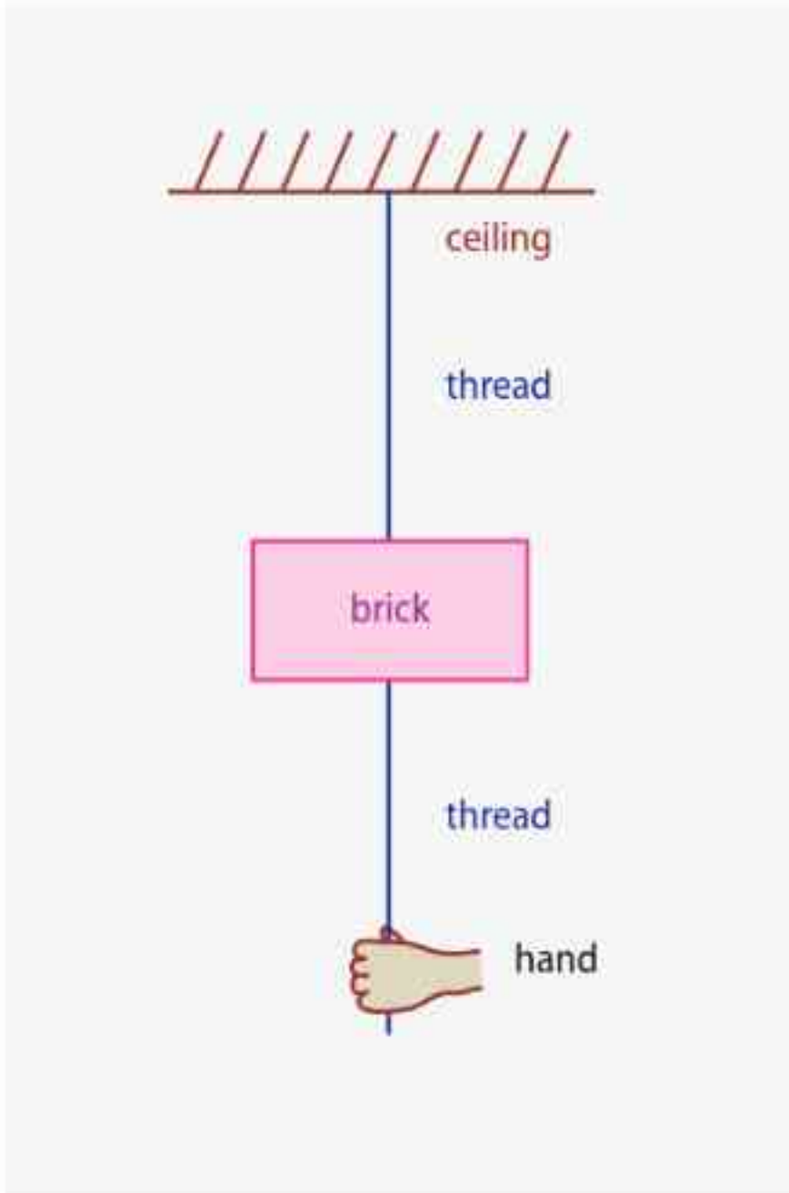


FIGURA 70 Dependiendo de hacia dónde tire, el hilo superior o el inferior se romperá. ¿Cuales son las opciones?

una distancia constante y espontáneamente acelerar a lo largo de la línea que conecta las
Desafío 184 e dos masas. Tenga en cuenta que tanto la energía como la cantidad de movimiento se conservan en todas estas situaciones.

Vol. II, página 67 * Nunca han sido observados cuerpos de masa-negativa. La antimateria, que se discutirá más adelante, también tiene masa positiva.

Dispositivos de medición de masas: una balanza de vacío utilizada en 1890 por Dmitriy Ivanovich Mendeleyev, una balanza de laboratorio moderno, un dispositivo para medir la masa de un cosmonauta en el espacio y una báscula de camiones (© Thinktank Trust, Mettler-Toledo, NASA, Anonymous).

* Para los curiosos, lean R. H. PRICE, *Negative mass can be positively amusing*, American Journal of Physics **61**, pp. 216–217, 1993. Partículas de masa negativa encerradas en una caja calentarían esta caja de masa
Página 119 positiva y acelerarían, es decir, perderían energía al mismo tiempo, permitiéndonos concebir un *móvil perpetuo* de segunda especie, es decir, un dispositivo que contradiría el segundo principio de la termodinámica.
Desafío 185 e Además, tal sistema no tendría equilibrio termodinámico porque su energía podría disminuir indefinidamente. Cuanto más reflexionamos sobre las masas negativas, más propiedades extrañas encontramos que
Desafío 186 s contradicen las observaciones. Por otra parte, ¿cuál es el rango de posibles valores de masa para los taquiones?

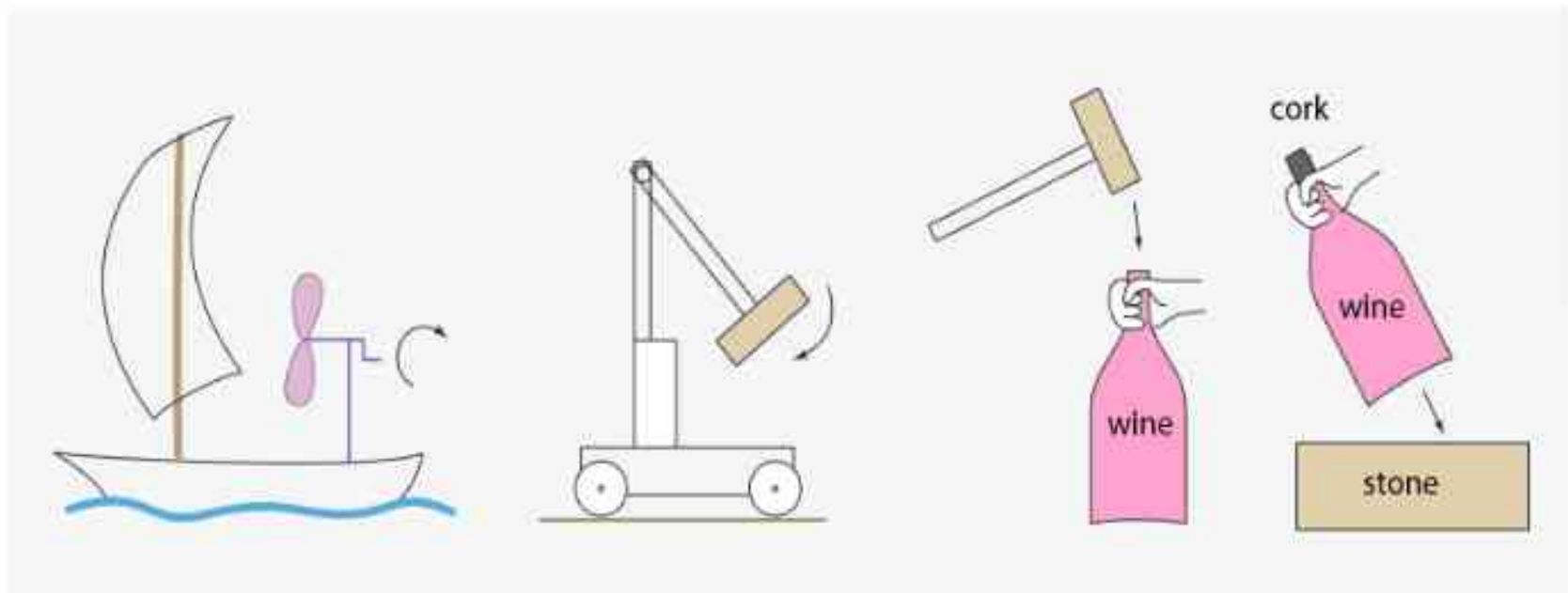
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 18 Algunos sensores de masa.

Medida	Sensor	Rango
Balanzas de precisión	balanza, péndulo, o muelle	1 pg a 10^3 kg
Colisión de partículas	velocidad	por debajo de 1 mg
Sentido del tacto	células sensibles a la presión	1 mg a 500 kg
Efecto Doppler de la luz reflejada en el objeto	interferómetro	1 mg a 100 g
Dispositivo para medir la masa de un cosmonauta	frecuencia de un muelle	alrededor de 70 kg
Báscula de camiones	balanza hidráulica	10^3 a $60 \cdot 10^3$ kg
Peso de un barco	medida del volumen de agua	hasta $500 \cdot 10^6$ kg

FIGURA 71

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



Desafío 187 s FIGURA 72 ¿Qué pasa en estas cuatro situaciones?

¿Es eterno el movimiento? – La conservación de la cantidad de movimiento

> Todo cuerpo continúa en el estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta, salvo en la medida en la que no lo hace.
>
> Arthur Eddington*

El producto $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ de la masa de una partícula por su velocidad se llama *momento lineal* o cantidad de movimiento de una partícula (a veces, no del todo correctamente, impulso). Describe la tendencia de un objeto a persistir en su movimiento durante las colisiones. Cuanto más grande es, más difícil es detener el objeto. Al igual que la velocidad, el momento lineal tiene una dirección y una magnitud: es un vector. En francés, el impulso se llama 'cantidad de movimiento', un término más apropiado. En los viejos tiempos, se utilizaba el término 'movimiento' (motion) en vez de 'momentum' (cantidad de movimiento), por ejemplo, por Newton. La conservación de la cantidad de movimiento en la relación (19), en consecuencia, explicita la conservación de la cantidad de movimiento durante las interacciones.

La cantidad de movimiento es una *cantidad extensiva*. Eso significa que se puede decir que *fluye* desde un cuerpo a otro, y que puede ser *acumulada* en los cuerpos, de la misma manera que el agua fluye y puede acumularse en recipientes. Imaginar la cantidad de movimiento como algo que se puede *intercambiar* entre cuerpos en las colisiones resulta intuitivo y siempre es útil al reflexionar acerca de la descripción de objetos en movimiento. Ref. 86

La cantidad de movimiento se conserva. Eso explica las dificultades que usted podría encontrar si estuviera sobre una superficie perfectamente sin fricción, como hielo o mármol pulido cubierto de aceite: usted no podría propulsarse hacia adelante dándose golpecitos sobre su espalda. (¿Alguna vez ha tratado de poner un gato en una superficie como el mármol? Ni siquiera es capaz de sostenerse sobre sus cuatro patas. Tampoco los seres humanos. ¿Se imagina por qué?) La conservación de la cantidad de movimiento también permite resolver los rompecabezas de la Figura 72. Desafío 188 s

La conservación de la cantidad de movimiento y de la masa también significa que el

* Arthur Eddington (1882–1944), astrofísico británico.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

teletransporte no es posible en la naturaleza ('beam me up')(como en Star Trek). ¿Puede
Desafío 189 s explicar esto a un no-físico?

La conservación de la cantidad de movimiento implica que ésta se puede imaginar como un *fluido* invisible. En una interacción, el fluido invisible se transfiere de un objeto a otro. En dichas transferencias, la suma de fluido es siempre constante.

La conservación de la cantidad de movimiento implica igualmente que el movimiento no se detiene, sino que sólo se *intercambia*. Por otro lado, el movimiento 'desaparece' a menudo en nuestro medio ambiente, como en el caso de un pequeño guijarro caído al suelo, o de una pelota rodando abandonada sobre la hierba. También en la vida diaria observamos a menudo la creación de movimiento, por ejemplo, cada vez que abrimos una mano. ¿Cómo encajan estos ejemplos con la conservación de la cantidad de movimiento?

Resulta que la respuesta está en los aspectos microscópicos de estos sistemas. Un músculo sólo *transforma* un tipo de movimiento, a saber, la de los electrones en ciertos compuestos químicos,* en otro, el movimiento de los dedos. El funcionamiento de los músculos es similar al de un motor de automóvil que transforma el movimiento de los electrones contenidos en el combustible en movimiento de las ruedas. Ambos sistemas necesitan carburante y se calientan en el proceso.

También debemos estudiar el comportamiento microscópico cuando una pelota rueda en el césped hasta que se detiene. La desaparición de movimiento se llama *fricción* o rozamiento. Estudiando la situación con cuidado, nos encontramos con que la hierba y la pelota se calientan un poco durante este proceso. *Durante la fricción, el movimiento visible se transforma en calor.* Una observación sorprendente de este efecto para una bicicleta
Página 412 se muestra unas páginas más adelante, en la Figura 273. Más tarde, cuando se descubra la estructura de la materia, resultará claro que el calor es el movimiento desordenado de los componentes microscópicos de cada material. Cuando estos componentes se mueven todos en la misma dirección, el objeto como un todo se mueve; cuando oscilan al azar, el objeto está en reposo, pero se calienta. El calor es una forma de movimiento. La fricción por lo tanto sólo parece ser la desaparición del movimiento, de hecho se trata de una transformación de movimiento ordenado en desordenado.

Página 424 A pesar de la conservación de la cantidad de movimiento, no existe la máquina de movimiento perpetuo *macroscópico*, ya que la fricción no puede ser eliminada por completo.**

Ref. 87 * Por lo general, el trifosfato de adenosina (ATP), el combustible de la mayoría de los procesos en los animales.

** Algunos ejemplos divertidos de los intentos anteriores para construir una *máquina de movimiento perpetuo* se describen en STANISLAV MICHEL, *Perpetuum mobile*, VDI Verlag, 1976. Curiosamente, la idea del eterno movimiento llegó a Europa desde la India, a través del mundo islámico, en torno al año 1200, y se convirtió en popular, ya que se opuso a la visión, entonces estándar que todo el movimiento en la Tierra desaparece con el tiempo. Ver también las páginas web.archive.org/web/20040812085618/http://www.geocities.com/mercutio78_99/pmm.html y la www.lhup.edu/~dsimanek/museum/unwork.htm websites. El error conceptual realizado por los excéntricos y utilizado por los delincuentes es siempre el mismo: la esperanza de superar la fricción. (De hecho, esto se aplica sólo a las máquinas de movimiento perpetuo de segunda especie, los de la primera clase - que están aún más en contraste con la observación - incluso tratan de generar energía de la nada.) Si la máquina está bien construida, es decir, con poca fricción, que puede tomar la poca energía que necesita para el sostenimiento de su movimiento de efectos ambientales muy sutiles. Por ejemplo, en el Museo 'Victoria and Albert' de Londres se puede admirar un hermoso reloj

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

El movimiento es eterno sólo a escala microscópica. En otras palabras, la desaparición y la aparición espontánea del movimiento en la vida cotidiana es una ilusión debido a las limitaciones de nuestros sentidos. Por ejemplo, existe el movimiento propio de todo ser vivo antes de su nacimiento, y se mantiene después de su muerte. Lo mismo ocurre con su energía. Este resultado es, probablemente, el más cercano que se puede tener de la idea de la vida eterna a través de las pruebas obtenidas por la observación. Es quizás menos que una coincidencia que la energía antes se llamaba *vis viva*, o 'fuerza viva', por Leibniz y muchos otros.

Desde el momento que el movimiento se conserva, no tiene origen. Por lo tanto, en esta etapa de nuestro camino no podemos responder a las preguntas fundamentales: ¿Por qué existe el movimiento? ¿Cuál es su origen? El final de nuestra aventura no está cerca.

Más conservación – energía

Cuando se estudian las colisiones con cuidado, aparece una segunda cantidad conservada. Los experimentos muestran que en el caso de colisiones perfectas, o elásticas - colisiones sin fricción - también se conserva la siguiente cantidad, llamada *energía cinética* T del sistema:

$$T = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i \boldsymbol{v}_i^2 = \text{const} \,. \qquad (21)$$

La energía cinética es la capacidad que tiene un cuerpo para inducir cambios en los cuerpos que golpea. La energía cinética depende por tanto de la masa y del cuadrado de la velocidad v de un cuerpo. El nombre completo 'energía cinética' fue introducido por Gustave-Gaspard Coriolis.* Algunos valores de energía medidos se presentan en la Tabla 19.

Los experimentos y las ideas mencionadas hasta ahora pueden quedar resumidos en la siguiente definición:

▷ *La energía* (física) es la medida de la capacidad para generar el movimiento.

Un cuerpo tiene una gran cantidad de energía si tiene la capacidad de mover muchos otros cuerpos. La energía es un número; la energía, en contraste con la cantidad de movimiento, no tiene ninguna dirección. La cantidad de movimiento total de dos masas iguales que se mueven con velocidades opuestas es cero, pero su energía total no lo es, y aumenta con la velocidad. La Energía por lo tanto también mide el movimiento, pero de una manera diferente a la cantidad de movimiento. La Energía mide el movimiento de una manera más global.

Ref. 88 alimentado por las las variaciones de la presión del aire a través del tiempo.

Baja fricción significa que el movimiento necesita mucho tiempo para detenerse. Uno piensa inmediatamente en el movimiento de los planetas. De hecho, *hay* fricción entre la Tierra y el Sol. ¿Puede adivinar uno de los mecanismos?) Pero el valor es tan pequeño que la Tierra ya ha girado en torno al Sol durante miles de millones de años, y lo hará por mucho tiempo más.

Desafío 190 s

* Gustave-Gaspard Coriolis (b. 1792 Paris, d. 1843 Paris), ingeniero y matemático francés. Introdujo los conceptos modernos de 'trabajo' y de la 'energía cinética', y exploró el efecto Coriolis descubierto por Laplace. Coriolis también introdujo el factor de 1/2 en la energía cinética T, con el fin de que la relación $dT/dv = p$ se cumpliera siempre. ¿Por qué?)

Página 149

Desafío 191 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Una definición equivalente es la siguiente:

▷ La energía es la capacidad para realizar el trabajo.

Aquí, el concepto físico de trabajo es sólo la versión más detallada de lo que se entiende por trabajo en la vida cotidiana. Como de costumbre, el *trabajo* (físico) es el producto de la fuerza y la distancia en dirección de la fuerza. En otras palabras, el trabajo es el *producto escalar* de la fuerza y la distancia. El trabajo físico es una cantidad que describe el esfuerzo de empujar un objeto a lo largo de una distancia. Como consecuencia, en física, el trabajo es una forma de energía.

Otra definición, equivalente a la energía se aclarará más adelante:

▷ La energía es lo que se puede transformar en calor.

La energía es una palabra tomada del griego antiguo, originalmente se usaba para describir el carácter, la determinación, y significaba 'el vigor intelectual o moral'. Fue introducida en física por Thomas Young (1773–1829) en 1807, ya que su significado literal es 'fuerza interior'. (Las letras E, W, A y varias otras también se utilizan para denotar la energía.)

Tanto la energía como la cantidad de movimiento miden cómo cambian los sistemas. La cantidad de movimiento nos muestra cómo cambian los sistemas *con la distancia*: la cantidad de movimiento es la acción (o cambio), dividido por la distancia. Se necesita cantidad de movimiento para comparar el movimiento, aquí y allá.

La energía mide cómo cambian *con el tiempo* los sistemas: la energía es la acción (o cambio) dividido por el tiempo. La energía es necesaria para comparar el movimiento ahora y después.

No se sorprenda si no entiende la diferencia entre la cantidad de movimiento y la energía de inmediato: ¡a los físicos les llevó cerca de un siglo averiguarlo! Así que se le permite tomarse algún tiempo para familiarizarse con ambas nociones. De hecho, durante muchas décadas, los físicos ingleses insistieron en utilizar el mismo término para ambos conceptos, lo que se debió a la insistencia de Newton de que - no es broma - la existencia de Dios da a entender que la energía era lo mismo que la cantidad de movimiento. Leibniz, en cambio, sabía que la energía aumentaba con el cuadrado de la velocidad y demostró que Newton estaba equivocado. En 1722, Willem Jacob 's Gravesande incluso
Ref. 89 demostró experimentalmente la diferencia entre energía y cantidad de movimiento. Dejó que bolas de metal de diferentes masas cayeran en barro desde diferentes alturas. Al comparar el tamaño de las huellas confirmó que Newton estaba equivocado tanto en sus declaraciones físicas como teológicas.

Una manera de conocer la diferencia entre la energía y la cantidad de movimiento es pensar en los siguientes desafíos. ¿Es más difícil de detener a un hombre corriendo con masa m y velocidad v, o uno con masa $m/2$ y $2v$ de velocidad, o uno con masa $m/2$ y la
Desafío 192 e velocidad $\sqrt{2}\,v$? Usted puede pedirle a un amigo jugador de rugby que se lo confirme.

Otra distinción se ilustra con el atletismo: el *verdadero* récord mundial de salto de longitud, casi 10 m, aún se conserva por un atleta que a principios del siglo XX corrió con dos pesas en sus manos, y luego arrojó las pesas detrás de él en el momento en que
Desafío 193 s comenzó el salto. ¿Puede explicar la hazaña?

Moser, Mathias - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 19 Algunos valores medidos de la energía.

Observación	Energía
Energía cinética media de la molécula de oxígeno en el aire	6 zJ
Energía de un fotón de color verde	0,37 aJ
Energía de un fotón de rayos X	1 fJ
Energía de un fotón γ	1 pJ
Energía más alta de una partícula en los aceleradores	0,1 μJ
Energía cinética de un mosquito volando	0,2 μJ
Humano caminando tranquilamente	20 J
Flecha en pleno vuelo	50 J
Derechazo en el boxeo	50 J
Energía en una pila de linterna	1 kJ
Energía en una explosión de 1 g de TNT	4,1 kJ
Energía de 1 kcal	4,18 kJ
Bala de fusil volando	10 kJ
Un gramo de grasa	38 kJ
Un gramo de gasolina	44 kJ
Digestión de una manzana	0,2 MJ
Coche en autopista	0.3 a 1 MJ
Mayor energía de un pulso láser	1,8 MJ
Flash de un relámpago	hasta 1 GJ
Energía de Planck	2,0 GJ
Pequeña bomba nuclear (20 kilotones)	84 TJ
Terremoto de magnitud 7	2 PJ
Bomba nuclear más grande (50 Megatones)	210 PJ
Impacto de un meteorito de 2 km de diámetro	1 EJ
Consumo anual de energía por las máquinas	420 EJ
Energía de rotación de la Tierra	$2 \cdot 10^{29}$ J
Explosión de una supernova	10^{44} J
Estallido de rayos Gamma	hasta 10^{47} J
Energía contenida de la masa del Sol $E = c^2 m$	$1{,}8 \cdot 10^{47}$ J
Energía contenida en el agujero negro central de la Galaxia	$4 \cdot 10^{53}$ J

Cuando un automóvil que viaja a 100 m/s choca de frente contra un automóvil estacionado de la misma clase y marca, qué coche recibe el mayor daño? ¿Qué cambia, si el coche aparcado tiene puestos sus frenos?

Desafío 194 s

Para tener una mejor intuición de la energía, podemos adoptar un enfoque adicional. El consumo mundial de energía por máquinas concebidas por el hombre (procedentes de diversas fuentes: solar, geotérmica, biomasa, eólica, nuclear, hidroeléctrica, gas, petróleo,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 73 Robert Mayer (1814–1878).

carbón, animales) en el año 2000 fue aproximadamente de 420 EJ,* para una población
Ref. 90 mundial de unos 6.000 millones de personas. Para ver lo que significa este consumo de energía, lo traducimos en un consumo de potencia personal; tenemos alrededor de 2,2 kW. El watt W es la unidad de potencia y se define simplemente como 1 W = 1 J/s, lo que refleja la definición de *potencia (física)* como la energía utilizada por unidad de tiempo. (la formulación exacta es: la potencia es la energía que fluye por unidad de tiempo a través de una superficie cerrada definida). Consultar la Tabla 20 para conocer algunos valores de potencia encontrados en la naturaleza, y la Tabla 21 para algunos dispositivos de medida.

Como una persona que trabaja puede producir trabajo mecánico de alrededor de 100 W, el consumo energético medio por persona corresponde a unos 22 seres humanos que trabajaran las 24 horas del día. En particular, si nos fijamos en el consumo de energía en los países del Primer Mundo, un habitante promedio tiene máquinas que trabajan para él equivalente a varios cientos de 'sirvientes'. Las máquinas realizan un montón de
Desafío 195 s trabajos. ¿Puede señalar algunas de estas máquinas?

La energía cinética no se conserva en la vida cotidiana. Por ejemplo, en las colisiones no elásticas, tales como la de un trozo de goma de mascar estrellándose contra una pared, la energía cinética se pierde. La *fricción* destruye la energía cinética. Al mismo tiempo, la fricción produce calor. Uno de los descubrimientos conceptuales importantes de la física fue que si se incluye el hallazgo de que el calor es una forma de energía, el *total* de la energía se conserva. La fricción es por lo tanto, realmente, un proceso de transformación de la energía cinética, es decir, de la energía asociada al movimiento de un cuerpo, en calor. A escala microscópica, la energía se conserva.

Cualquier ejemplo de no-conservación de la energía es solamente aparente. ** De hecho, sin la conservación de la energía, el concepto de tiempo no sería definible. Vamos a mostrar esta correspondencia en breve.

Página 485 * Para la explicación de la abreviación E, consultar el apéndice 17.

** En realidad, la conservación de la energía se manifestó en toda su generalidad para el público sólo en 1842, por Julius Robert Mayer. Él era médico de profesión, y la revista *Annalen der Physik* se negó a publicar su artículo, ya que supuestamente contenía 'errores fundamentales'. Lo que los editores llamaban errores eran, de hecho en su mayoría, - pero no sólo - contradicciones de sus prejuicios. Más tarde, Helmholtz, Thomson-Kelvin, Joule y muchos otros reconocieron el genio de Mayer. Sin embargo, el primero en haber declarado la conservación de energía en su forma moderna fue el físico francés Sadi Carnot (1796–1832) en 1820. Para él, el problema era tan claro que no publicó el resultado. De hecho, siguió y descubrió la segunda 'ley' de la termodinámica. Hoy en día, la conservación de energía, también llamada la primera 'ley' de la termodinámica, es uno de los pilares de la física, ya que es válida en todos sus dominios.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 74 Algunos dispositivos de medida de potencia: un medidor de potencia para bicicleta, un medidor de potencia láser, y un un medidor de potencia eléctrica (© SRAM, Laser Components, Wikimedia).

En resumen, además de la masa y la cantidad de movimiento, el movimiento lineal cotidiano también conserva la energía. Para descubrir la última cantidad conservada, vamos a explorar otro tipo de movimiento: la rotación.

El producto cruzado o producto vectorial

La discusión acerca de la rotación es más fácil si se introduce una forma adicional para multiplicar vectores. Este nuevo producto entre dos vectores $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ se llama el *producto cruzado* o *producto vectorial* $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$.

El resultado del producto vectorial es otro *vector*, por lo que se diferencia del producto *escalar*, cuyo resultado es un escalar, es decir, un número. El resultado del producto vectorial es aquel vector

— que es ortogonal a los dos vectores que se multiplican,
— cuya orientación está dada por la *regla de la mano derecha*, y
— cuya longitud está dada por el área de superficie del paralelogramo abarcado por los dos vectores, es decir, por $ab \sin \sphericalangle(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$.

La definición implica que el producto vectorial se anula si y sólo si los vectores son paralelos. De la definición también se puede demostrar que el producto vectorial tiene las propiedades Desafío 196 e

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}\,, \quad \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} + \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}\,,\\
&\lambda \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \lambda(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a} \times \lambda \boldsymbol{b}\,, \quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}\,,\\
&\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}(\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c}(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})\,, \quad \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{a}\boldsymbol{c})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{a}\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}\,,\\
&(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})(\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d}) = \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} \times (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d})) = (\boldsymbol{a}\boldsymbol{c})(\boldsymbol{b}\boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{b}\boldsymbol{c})(\boldsymbol{a}\boldsymbol{d})\,,\\
&(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d}) = ((\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})\boldsymbol{d})\boldsymbol{c} - ((\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})\boldsymbol{c})\boldsymbol{d}\,,\\
&\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) + \boldsymbol{b} \times (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c} \times (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{0}\,.
\end{aligned} \tag{22}$$

El producto vectorial existe sólo en espacios vectoriales con *tres* dimensiones. Vamos a explorar más detalles sobre esta conexión enseguida. Vol. IV, página ??

El producto vectorial es útil para describir sistemas que *rotan* - y (por tanto) también

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 20 Algunos valores medidos de potencia.

Observación	Potencia
La señal de radio que la sonda espacial Galileo envía desde Júpiter	10 zW
Potencia del motor que impulsa unos flagelos en una bacteria	0,1 pW
Potencia de una célula típica	1 pW
Potencia de sonido en el oído en el umbral de la audición	2,5 pW
CR-R laser, at 780 nm	40-80 mW
La salida del sonido al tocar un 'fortissimo' en el piano	0,4 W
Tórtola (0,16 kg) tasa metabólica basal	0,97 W
Rata (0,26 kg) tasa metabólica basal	1,45 W
Paloma (0,30 kg) tasa metabólica basal	1,55 W
Gallina (2,0 kg) tasa metabólica basal	4,8 W
Bombilla incandescente, salida de luz del bulbo	1 a 5 W
Perro (16 kg) tasa metabólica basal	20 W
Oveja (45 kg) tasa metabólica basal	50 W
Mujer (60 kg) tasa metabólica basal	68 W
Hombre (70 kg) tasa metabólica basal	87 W
Consumo de una bombilla eléctrica-incandescente	25 a 100 W
Ser humano, durante un turno de trabajo de ocho horas	100 W
Vaca (400 kg) tasa metabólica basal	266 W
Un caballo, en un turno de ocho horas	300 W
Buey (680 kg) tasa metabólica basal	411 W
Eddy Merckx, el gran atleta ciclista, durante una hora	500 W
Unidad oficial de potencia caballo de vapor (75 kg · 9,81 m/s^2 · 1 m/s)	735,5 W
Unidad de potencia británica caballo de vapor	745,7 W
Motocicleta grande	100 kW
Estación de potencia eléctrica (salida)	0.1 a 6 GW
Producción mundial de potencia eléctrica en Ref. 90	450 GW
Potencia usada por la geodinamo terrestre	200 a 500 GW
Límite de producción de energía eólica Ref. 91	18 a 68 TW
Aporte en la superficie de la Tierra: la radiación del Sol en la Tierra Ref. 92	0,17 EW
Aporte en la superficie de la Tierra: energía térmica del interior de la Tierra	32 TW
Aporte en la superficie de la Tierra: Potencia de las mareas (es decir, de la rotación de la Tierra)	3 TW
Aporte en la superficie de la Tierra: potencia generada por los combustibles fósiles	8 to 11 TW
Pérdida de la superficie de la Tierra: la energía almacenada por la fotosíntesis de las plantas	40 TW
Récord mundial de potencia de un láser	1 PW
Salida de la superficie de la Tierra: La luz solar reflejada en el espacio	0,06 EW
Salida de la superficie de la Tierra: potencia irradiada al espacio a 287 K	0,11 EW
Pico de potencia en la bomba nuclear más grande	5 YW
Salida del Sol	384,6 YW
Potencia máxima en la Naturaleza, $c^5/4G$	$9{,}1 \cdot 10^{51}$ W

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 21 Algunos sensores de potencia.

Medida	Sensor	Rango
Latido del corazón como medida de potencia	sensor de deformación y reloj	75 a2 000 W
Medidor de potencia para Fitness	sensor piezoeléctrico	75 a 2 000 W
Medidor de electricidad en casa	disco de aluminio rodante	20 a 10 000 W
Medidor de potencia del motor de un automóvil	freno electromagnético	hasta 1 MW
Medidor de potencia láser	efecto fotoeléctrico en los superconductores	hasta10 GW
Calorímetro para reacciones químicas	sensor de temperatura	hasta 1 MW
Calorímetro para partículas	sensor de luz	hasta unos pocos μJ/ns

sistemas con fuerzas magnéticas. La razón principal de su utilidad es que el movimiento de un cuerpo en órbita es siempre perpendicular tanto al eje de rotación como a la línea más corta que conecta el cuerpo con el eje. En una rotación, ejes, radios y velocidad forman un conjunto de mano derecha de vectores mutuamente ortogonales. Esta conexión configura el origen del producto vectorial.

Desafío 197 e Confirme que la mejor manera de calcular el producto vectorial $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ componente por componente está dada por el determinante simbólico

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & a_x & b_x \\ \boldsymbol{e}_y & a_y & b_y \\ \boldsymbol{e}_z & a_z & b_z \end{vmatrix} \quad \text{o, chapuceramente} \quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} + & - & + \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} . \qquad (23)$$

Este determinante simbólico es fácil de recordar y fácil de realizar, tanto con letras como con valores numéricos. (Aquí, $\boldsymbol{e}_x$ es la base vector unitario en la dirección x). Desarrollado en línea, es equivalente a la relación

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = (a_y b_z - b_y a_z, b_x a_z - a_x b_z, a_x b_y - b_x a_y) \qquad (24)$$

que es más difícil de recordad, por tanto.

Desafío 198 e Demostrar que el *paralelepípedo* formado por tres vectores arbitrarios $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{c}$ tiene el volumen $V = \boldsymbol{c}\,(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$. Demostrar que la *pirámide* o *tetraedro* formado por los mismos
Desafío 199 e tres vectores tiene una sexta parte de ese volumen.

Rotación y momento angular

El movimiento de rotación nos mantiene vivos. Sin la alternancia del día y de la noche, estaríamos muertos fritos o congelados, dependiendo de nuestra ubicación sobre el globo terráqueo. Pero la rotación aparece en muchos otros entornos, como muestra la Tabla 22. Una breve exploración de la rotación es, pues, apropiada y necesaria.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 22 Algunas frecuencias de rotación medidas.

Observación	Velocidad angular $\omega = 2\pi/T$
Rotación galáctica	$2\pi \cdot 0{,}14 \cdot 10^{-15}/\,\mathrm{s} = 2\pi\,/(220 \cdot 10^{6}\,\mathrm{a})$
Rotación media del Sol en torno a su eje	$2\pi \cdot 3{,}8 \cdot 10^{-7}/\,\mathrm{s} = 2\pi\,/\,30\,\mathrm{d}$
Faro típico	$2\pi \cdot 0{,}08/\,\mathrm{s}$
Pirueta de un bailarín	$2\pi \cdot 3/\,\mathrm{s}$
Motor diésel de un navío	$2\pi \cdot 5/\,\mathrm{s}$
Rotor de un helicóptero	$2\pi \cdot 5{,}3/\,\mathrm{s}$
Lavadora automática	hasta $2\pi \cdot 20/\,\mathrm{s}$
Flagelo de una bacteria	$2\pi \cdot 100/\,\mathrm{s}$
Grabador CD veloz	hasta $2\pi \cdot 458/\,\mathrm{s}$
Motor de un coche de carreras	hasta $2\pi \cdot 600/\,\mathrm{s}$
La turbina más veloz jamás construida	$2\pi \cdot 10^{3}/\,\mathrm{s}$
El púlsar (estrella rotante) más veloz	hasta al menos $2\pi \cdot 716/\,\mathrm{s}$
Ultracentrifugadora	$> 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{3}/\,\mathrm{s}$
Taladro dental	hasta $2\pi \cdot 13 \cdot 10^{3}/\,\mathrm{s}$
Disco técnico	$2\pi \cdot 333 \cdot 10^{3}/\,\mathrm{s}$
Rotación de un protón	$2\pi \cdot 10^{20}/\,\mathrm{s}$
La velocidad angular más alta posible, velocidad angular de Planck	$2\pi \cdot 10^{35}/\,\mathrm{s}$

Todos los objetos tienen la capacidad de rotar. Vimos antes que un cuerpo se describe por su renuencia a moverse, a lo cual lo llamamos masa; de manera similar, un cuerpo también tiene una renuencia a girar. A esta cantidad se la conoce como su *momento de inercia* y, a menudo se abrevia Θ - pronunciado 'teta'- , en español es más frecuente la abreviatura I. La velocidad o la frecuencia de rotación es descrita por la *velocidad angular*, generalmente abreviada ω - pronunciado 'omega'. Unos cuantos valores encontrados en la naturaleza se dan en la Tabla 22.

Los observables que describen la rotación son similares a los que describen un movimiento de traslación lineal, como se muestra en la Tabla 24. Como la masa, el momento de inercia se define de tal manera que la suma de *momentos cinéticos o angulares L* - el producto del momento de inercia y la velocidad angular - se conserva en los sistemas que no interactúan con el mundo exterior:

$$\sum_i \Theta_i \boldsymbol{\omega}_i = \sum_i \boldsymbol{L}_i = \text{const}\,. \tag{25}$$

De la misma manera que la conservación de la cantidad de movimiento (o momento lineal) define la masa, la conservación del momento angular define el momento de inercia. El momento angular es un concepto introducido en la década de 1730 y 1740 por Leonhard Euler y Daniel Bernoulli.

El momento de inercia puede estar relacionado con la masa y la forma de un cuerpo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 23 Algunos valores medidos de momento angular.

Observación	Momento angular
El mínimo valor observado en la naturaleza $\hbar/2$ -aplicado a la componente z de partículas de materia elemental (fermiones)	$0{,}53 \cdot 10^{-34}$ Js
Máximo de rotación	$5 \cdot 10^{-6}$ Js
CD (compact disc) funcionando	*c.* 0,029 Js
Humano que camina (en torno al eje de su cuerpo)	*c.* 4 Js
Bailarín en una pirueta	5 Js
Rueda de automóvil normal a 30 m/s	10 Js
Aerogenerador típico a 12 m/s (6 Beaufort)	10^4 Js
Atmósfera de la Tierra	1 a 2 · 10^{26} Js
Océano de la Tierra	$5 \cdot 10^{24}$ Js
La Tierra alrededor de su eje	$7{,}1 \cdot 10^{33}$ Js
La Luna alrededor de su eje	$2{,}9 \cdot 10^{34}$ Js
La Tierra alrededor del Sol	$2{,}7 \cdot 10^{40}$ Js
El Sol alrededor de su eje	$1{,}1 \cdot 10^{42}$ Js
Júpiter alrededor del Sol	$1{,}9 \cdot 10^{43}$ Js
Sistema Solar alrededor del Sol	$3{,}2 \cdot 10^{43}$ Js
Vía Láctea	10^{68} Js
Todas las masas del universo	0 (dentro del error de medida)

Si se imagina el cuerpo como formado por pequeñas partes o elementos de masa, la expresión resultante es

$$\Theta = \sum_n m_n r_n^2 \,, \tag{26}$$

donde r_n es la distancia desde el elemento de masa m_n al eje de rotación. ¿Puede confirmar la expresión? En consecuencia, el momento de inercia de un cuerpo depende del eje de giro elegido. ¿Puede confirmar que esto es así para un ladrillo?

Desafío 200 e
Desafío 201 s

En contraste con el caso de la masa, *no* hay conservación del momento de inercia. De hecho, el valor del momento de inercia depende de la ubicación del eje utilizado en su definición. Para cada dirección del eje, podemos distinguir un momento *intrínseco* de inercia cuando el eje pasa a través del centro de masa del cuerpo, y un momento de inercia *extrínseco*, cuando no lo hace.* De la misma manera, se distingue momento angular intrínseco y extrínseco. (Por cierto, el *centro de masa* de un cuerpo es ese punto imaginario que se mueve en línea recta durante la caída vertical, incluso si el cuerpo está

* Los momentos de inercia extrínsecos e intrínsecos están relacionados por:

$$\Theta_{\text{ext}} = \Theta_{\text{int}} + md^2 \,, \tag{27}$$

donde d es la distancia entre el centro de la masa y el eje de rotación extrínseca. Esta relación se conoce como *teorema de los ejes paralelos de Steiner*. ¿Es usted capaz de deducirlo?

Desafío 202 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 24 Correspondencia entre movimiento lineal y rotacional.

Cantidad	Movimiento lineal		Movimiento rotacional	
Estado	tiempo	t	tiempo	t
	posición	$\boldsymbol{x}$	ángulo	$\boldsymbol{\varphi}$
	cantidad de movimiento	$p = m\boldsymbol{v}$	momento angular	$\boldsymbol{L} = \Theta\boldsymbol{\omega}$
	energía	$mv^2/2$	energía	$\Theta\omega^2/2$
Movimiento	velocidad	$\boldsymbol{v}$	velocidad angular	$\boldsymbol{\omega}$
	aceleración	$\boldsymbol{a}$	aceleración angular	$\boldsymbol{\alpha}$
Renuencia al movimiento	masa	m	momento de inercia	Θ
Cambio de movimiento	fuerza	$m\boldsymbol{a}$	torque	$\Theta\boldsymbol{\alpha}$

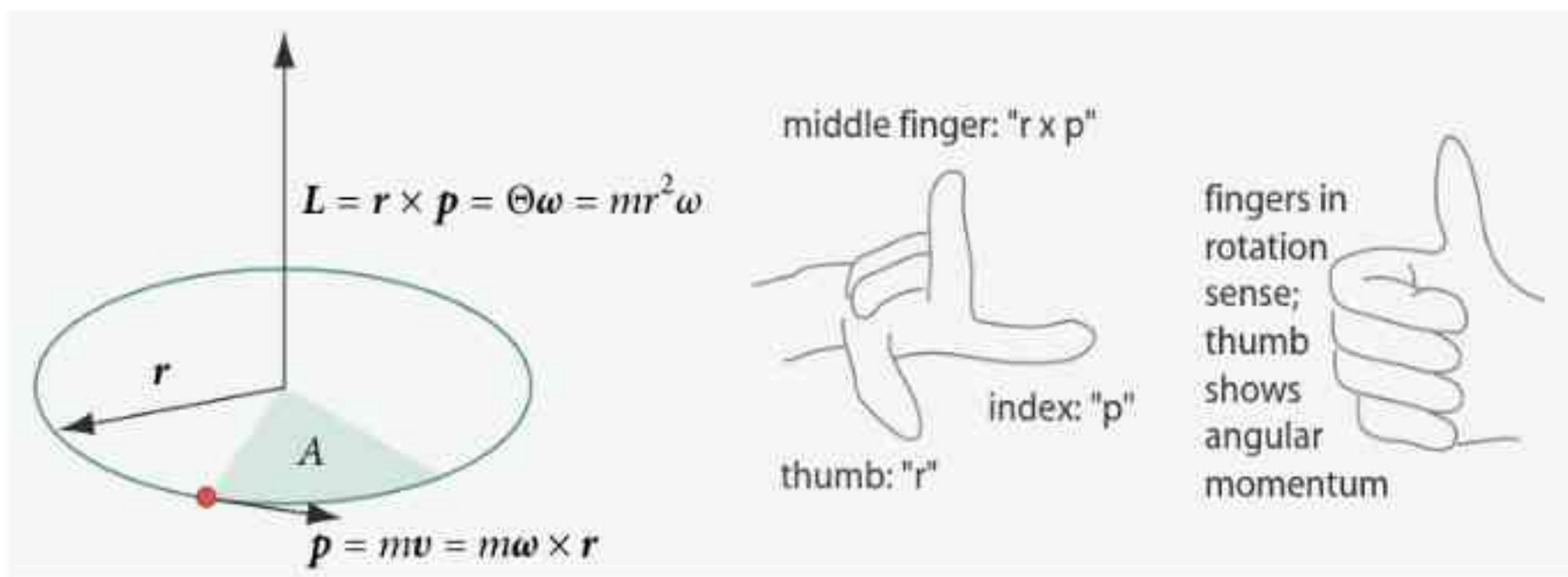


FIGURA 75 Momento angular y otras cantidades para una partícula puntual en movimiento circular, y las dos versiones de la regla de la mano derecha.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 203 s girando. ¿Puede encontrar una manera de determinar su ubicación para un cuerpo en particular?

Definimos la *energía de rotación* como

$$E_{\text{rot}} = \tfrac{1}{2}\,\Theta\,\omega^2 = \frac{L^2}{2\Theta}\,. \tag{28}$$

La expresión es similar a la expresión para la energía cinética de una partícula. Para objetos de forma fija en rotación, la energía de rotación se conserva.

¿Puede adivinar cuánto mayor es la energía de rotación de la Tierra comparada con
Desafío 204 s el uso anual de electricidad de la humanidad? De hecho, si pudiera encontrar una manera de aprovechar esta energía, se haría famoso. Para objetos rotados sin distorsiones, la energía de rotación se conserva. Cada objeto que tiene una orientación también tiene un momento angular intrínseco.

Todos los objetos que tienen una orientación también tienen un momento angular
Desafío 205 s intrínseco.(¿Qué pasa con una esfera?) Por lo tanto, las partículas *puntuales no* tienen

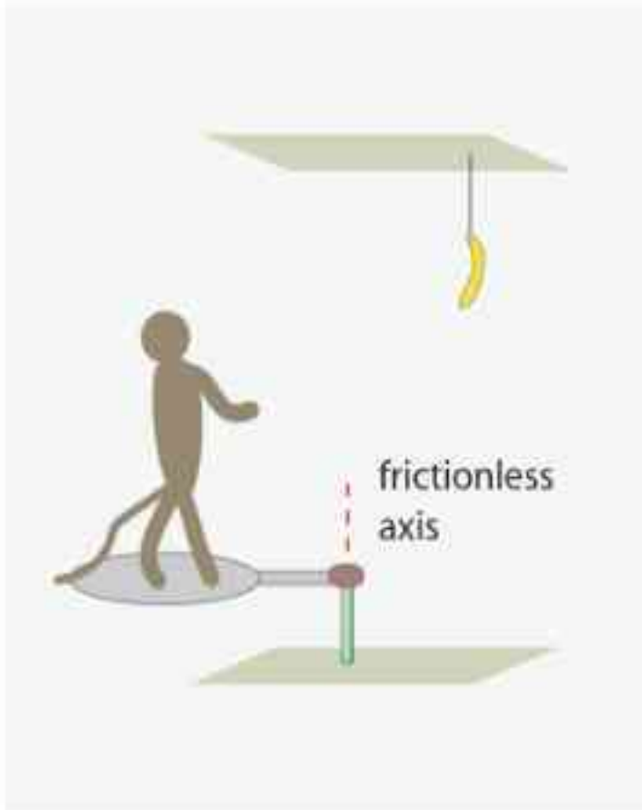


FIGURA 76 ¿Puede el simio llegar a la banana?

FIGURA 77 Cómo una serpiente gira en torno a sus ejes.

momento angular intrínseco - por lo menos para la física clásica. (Esta conclusión va a cambiar en la teoría cuántica.) El momento angular *extrínseco* $\boldsymbol{L}$ de una partícula puntual está dada por

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} \tag{29}$$

donde $\boldsymbol{p}$ es la cantidad de movimiento de la partícula y $\boldsymbol{r}$ el vector de posición. El momento angular por tanto apunta a lo largo de eje de rotación, siguiendo la regla de la mano derecha, como se muestra en la Figura 75. Algunos valores observados se dan en la Tabla 23. La definición implica que el momento angular puede ser determinado utilizando la expresión

Desafío 206 e

$$L = \frac{2A(t)m}{t}\,, \tag{30}$$

donde $A(t)$ es el área *barrida* por el vector de posición, $\boldsymbol{r}$, de la partícula durante un tiempo t. Por ejemplo, la determinación de la superficie barrida con la ayuda de su telescopio, permitió a Johannes Kepler descubrir en 1609 que todos los planetas en órbita alrededor del Sol tiene un valor de momento angular que es *constante* en el tiempo.

Un cuerpo físico puede girar simultáneamente sobre *varios* ejes. La película de la Figura 108 muestra un ejemplo: La parte superior gira alrededor de su eje del cuerpo y alrededor de la vertical al mismo tiempo. (N. del traductor: Para poder ver esta figura en movimiento, así como las que aparecen más adelante en forma de vídeo, es necesario tener descargado en el ordenador un reproductor multimedia tipo Quick Time o similar) Una exploración detallada muestra que la rotación exacta de la parte superior está dada por la *suma vectorial* de estas dos rotaciones. Para averiguarlo, se "congela" el cambio del eje de rotación en un momento específico. Por lo tanto las rotaciones son vectores.

Página 159

Desafío 207 e
Página 174

Al igual que en el caso de movimiento lineal, la energía de rotación y el momento angular no siempre se conservan en el mundo macroscópico: la energía de rotación puede cambiar debido a la fricción, y el momento angular puede cambiar debido a fuer-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

zas externas (pares o torques). Sin embargo, para los sistemas *cerrados* (no perturbados) siempre se conservan las dos cantidades. En particular, en una escala microscópica, la mayoría de los objetos son no perturbados, de modo que la conservación de la energía de rotación y el momento angular es especialmente evidente allí.

El momento angular se conserva. Esta afirmación es válida para cualquiera de los ejes de un sistema físico, *a condición de* que las fuerzas externas (pares o torques) no jueguen
Ref. 2 ningún papel. Para dejarlo claro, Jean-Marc Lévy-Leblond plantea el problema de la Figura 76. ¿Puede el mono alcanzar el plátano sin salir de la placa, en el supuesto de que la
Desafío 208 s placa en la que se encuentra el simio puede rotar sin fricción en torno al eje?,

Observamos que los efectos de la rotación son los mismos que los de la aceleración. Por lo tanto, muchos sensores de rotación son los mismos que los sensores de aceleración
Página 93 que exploramos anteriormente. Pero algunos sensores para la rotación son fundamen-
Página 152 talmente nuevos. En particular, nos encontraremos con el giroscopio en breve.

En una superficie sin fricción, como la aproximación que se realiza con el hielo liso o con un suelo de mármol cubierto por una capa de aceite, es imposible avanzar. Para avanzar, tenemos que empujar en *contra* de algo. ¿Es este también el caso de la rotación?

Sorprendentemente, es posible girar aún *sin* empujar en contra de algo. Esto se puede comprobar con una silla de oficina giratoria bien lubricada: basta con hacer girar un brazo por encima de la cabeza. Después de cada vuelta, la orientación de la silla ha cambiado por una pequeña cantidad. De hecho, la conservación del momento angular y de la energía de rotación *no* impide que los cuerpos cambien su orientación. Los gatos aprenden esto en su juventud. Después de que han aprendido el truco, si se dejan caer con
Ref. 93 las patas hacia arriba, pueden revolverse de tal manera que siempre caen de pie. Las serpientes también saben cómo revolverse sobre sí mismas, como muestra la Figura 77. Durante los Juegos Olímpicos podemos ver a los nadadores, saltadores de trampolín y gimnastas realizar trucos similares. En este aspecto, la rotación es, por lo tanto, distinta
Desafío 209 d de la traslación. ¿Por qué?

Ruedas en rotación

La rotación es un fenómeno interesante en muchos aspectos. Una rueda en rotación *no* gira alrededor de su eje, sino en torno a su punto de contacto. Mostremos esto.

Una rueda de radio R está *rodando* si la velocidad del eje v_{eje} está relacionada con la velocidad angular ω por

$$\omega = \frac{v_{\text{eje}}}{R} . \tag{31}$$

Para todo punto P situado en la rueda, a una distancia r del eje, la velocidad v_{P} es la suma del movimiento del eje y el movimiento alrededor del eje. La Figura 78 muestra que v_{P} es ortogonal a d, la distancia entre el punto P y el punto de contacto de la rueda. La figura
Desafío 210 e también muestra que la relación de longitud entre v_{P} y d es la misma que entre v_{eje} y R. Como resultado, podemos escribir

$$\boldsymbol{v}_{\text{P}} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{d} , \tag{32}$$

lo que indica que una rueda giratoria rota de hecho alrededor de su punto de contacto

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

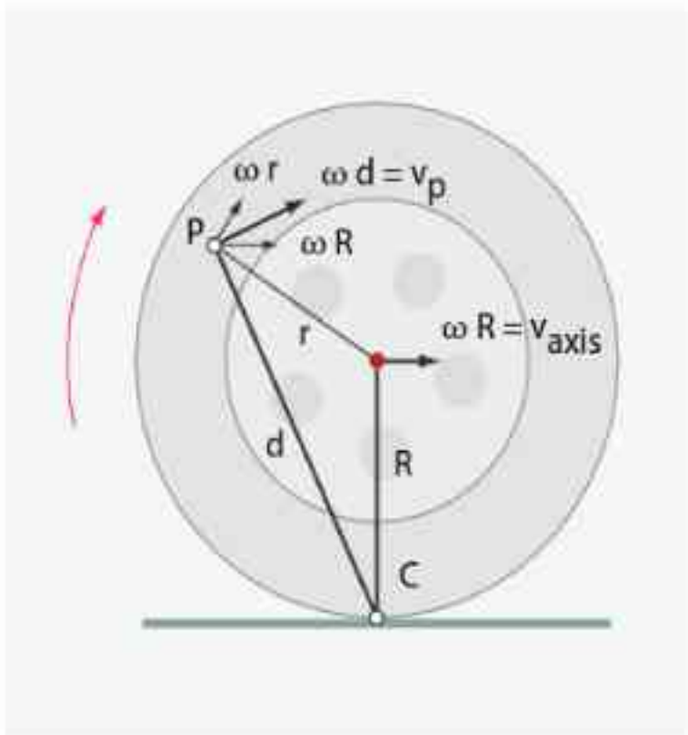


FIGURA 78 Las velocidades y vectores unitarios de una rueda giratoria.

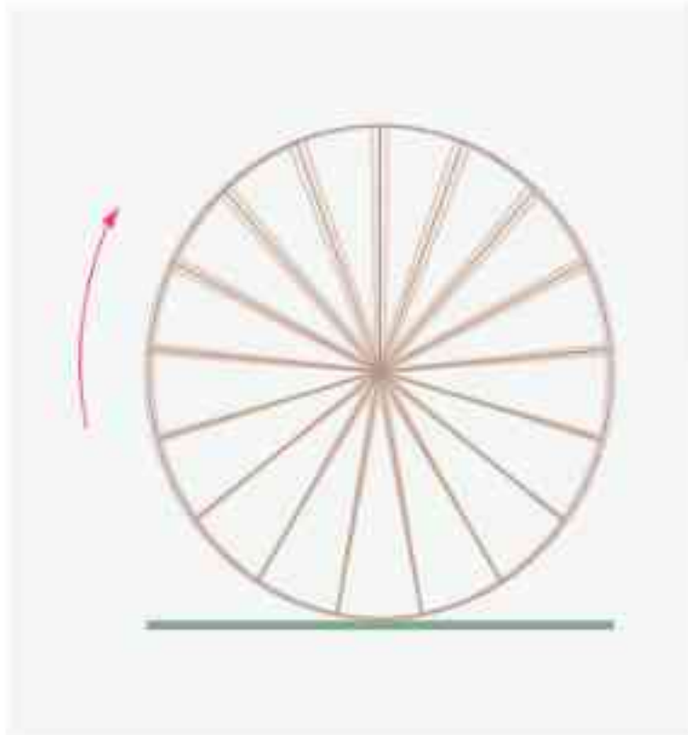


FIGURA 79 fotografía simulada de una rueda rodante con radios.

con el suelo.

Sorprendentemente, cuando una rueda gira, algunos puntos se mueven *hacia* el eje de la rueda, algunos se quedan a una distancia fija y otros se alejan de él. ¿Puede determinar la ubicación de estos puntos? Al mismo tiempo, nos llevan a descubrir motivos o patrones interesantes cuando se fotografía una rueda giratoria con radios, como una rueda de bicicleta, como se muestra en la Figura 79.

Desafío 211 s
Ref. 94

Con estos resultados se puede hacer frente al siguiente hermoso desafío. Cuando una rueda de bicicleta girando se pone en una superficie resbaladiza, deslizará por un tiempo, luego deslizará y rodará, y finalmente rodará solamente. ¿Cómo depende la velocidad final de la velocidad inicial y de la fricción?

Ref. 95
Desafío 212 d

¿Cómo caminamos y corremos?

> El golf es un buen paseo estropeado por una pequeña bola blanca. Mark Twain.
>
> The Allens

¿Por qué movemos los brazos cuando caminamos o corremos? ¿Para ahorrar energía o para ser gráciles? En realidad, cada vez que un movimiento del cuerpo se lleva a cabo con la menor energía posible, es natural y elegante. Esta correspondencia puede ser tomada como la definición misma de la gracia o elegancia. Esta conexión es de conocimiento común en el mundo de la danza, igualmente también es un aspecto central de los métodos utilizados por los actores para aprender a mover sus cuerpos tan grácilmente como fuera posible.

Ref. 20

Para convencerse a sí mismo acerca del ahorro de energía, trate de caminar o correr con los brazos fijos o en movimiento en la dirección opuesta a la habitual: el esfuerzo requerido es considerablemente mayor. De hecho, cuando se mueve una pierna, produce un par de torsión alrededor del eje del cuerpo que tiene que ser contrarrestado. El método que utiliza la menor cantidad de energía es el balanceo de los brazos, como se representa en la Figura 80. Dado que los brazos son más ligeros que las piernas, deben moverse más lejos en relación al eje del cuerpo, para compensar la cantidad de movi-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

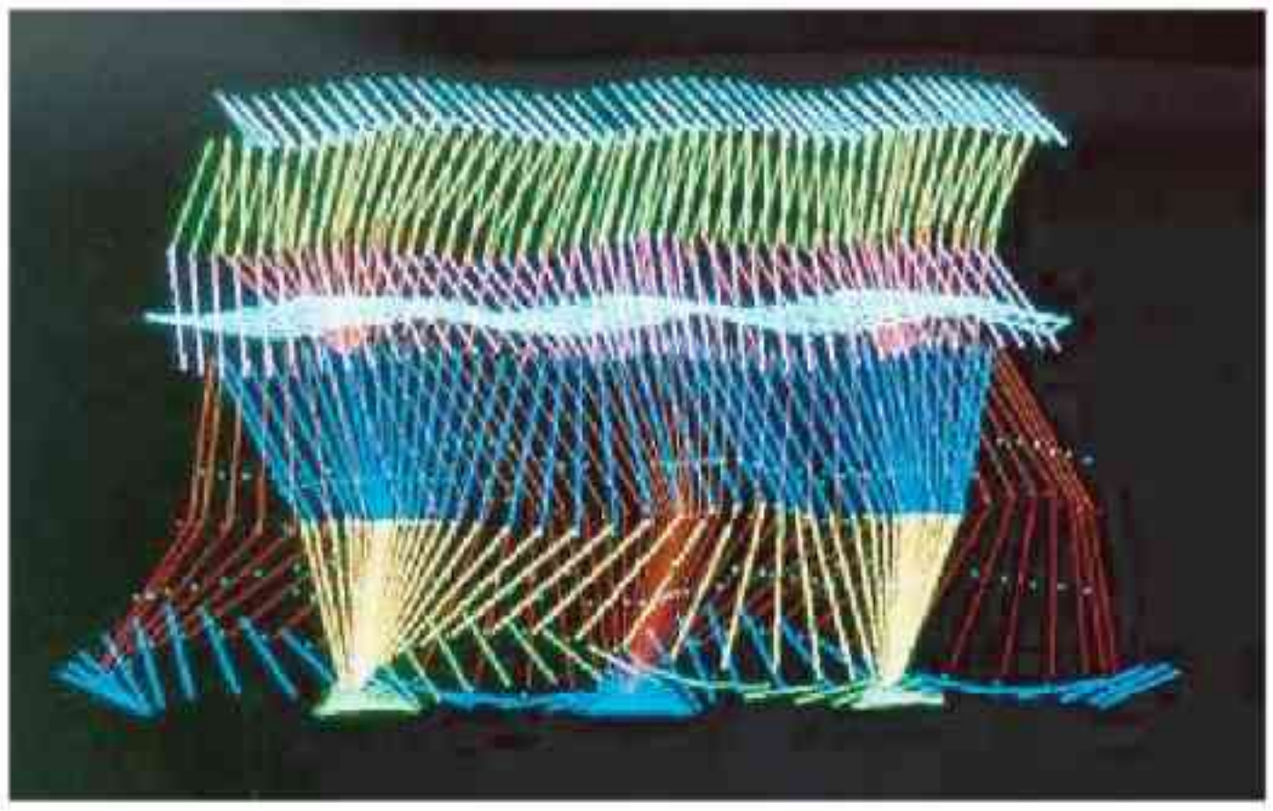


FIGURA 80 El movimiento medido de un humano caminando (© Ray McCoy).

miento, consecuentemente, la evolución ha desplazado la unión de los brazos al tronco, los hombros, separándolos más del eje que la de las piernas, las caderas. Los animales con dos patas, pero sin brazos, como los pingüinos o las palomas, tienen más dificultades para caminar, tienen que mover todo su torso con cada paso.

Ref. 96 Las mediciones muestran que todos los animales que andan cumplen

$$v_{\text{max. al caminar}} = (2{,}2 \pm 0{,}2\,\text{m/s})\,\sqrt{l/\text{m}}\,. \qquad (33)$$

De hecho, al caminar, el movimiento de una pierna después de la otra, se puede describir como una concatenación de oscilaciones de péndulo (invertida). La longitud del péndulo está dada por la longitud de las piernas l. La escala de tiempo típico de un péndulo es $t \sim \sqrt{l/g}$. La velocidad máxima para caminar se convierte en $v \sim l/t \sim \sqrt{gl}$, que, salvo un factor constante, es el resultado medido.

¿Qué músculos hacen la mayoría del trabajo cuando caminamos en el movimiento Ref. 97 que los especialistas llaman *marcha*? En 1980, Serge Gracovetsky descubrió que en la marcha humana la mayor fracción de la potencia viene de los músculos situados a lo largo de la *columna vertebral*, no de los de las piernas. (De hecho, las personas sin piernas también son capaces de caminar, sin embargo, también una serie de músculos de las piernas deben trabajar con el fin de caminar normalmente.). Cuando usted da un paso, los músculos lumbares enderezan la columna vertebral, lo que automáticamente le hace girar un poco a un lado, de modo que la rodilla de la pierna de ese lado viene hacia adelante automáticamente. Cuando se mueve el pie, los músculos lumbares pueden relajarse, y luego enderezarse de nuevo para el siguiente paso. De hecho, uno puede experimentar el aumento de la tensión en los músculos de la *espalda* al caminar sin mover los brazos, Desafío 213 e lo que confirma que allí se encuentra el motor humano, el llamado *motor espinal*.

Las piernas humanas difieren de las de los simios en un aspecto fundamental: el ser humano es capaz de *correr*. En realidad, todo el cuerpo humano ha sido optimizado para el funcionamiento de una capacidad que ningún otro primate tiene. El cuerpo humano se ha despojado de la mayor parte de su cabello para lograr una mejor refrigeración, ha desarrollado la capacidad de correr, manteniendo la cabeza en una posición estable, ha

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

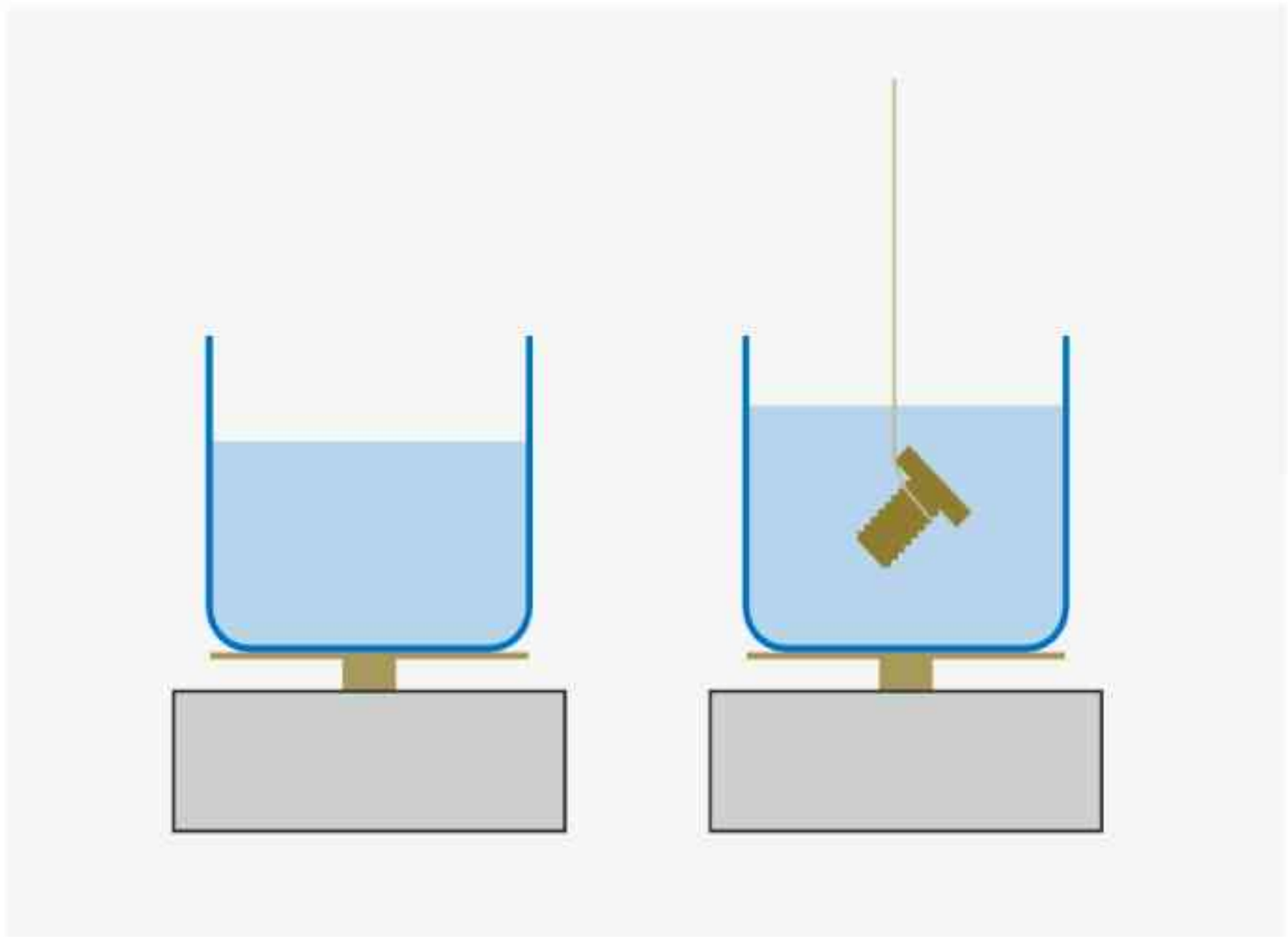


FIGURA 81 Cómo cambia el valor del peso medido cuando un objeto cuelga dentro del agua?

evolucionado la longitud adecuada de los brazos para mantener el equilibrio apropiado al correr, e incluso tiene un ligamento especial en la parte trasera que funciona como amortiguador durante la carrera. En otras palabras, correr es la más humana de todas las formas de movimiento.

Curiosidades y divertidos retos acerca de la conservación y la rotación de la masa

> Es un hecho matemático que el lanzamiento de este guijarro de mi mano altera el centro de gravedad del universo.
>
> Thomas Carlyle,* *Sartor Resartus III.*

Una taza con agua es colocada en una balanza, como se muestra en la Figura 81. ¿Cómo varía el resultado de la masa si se introduce una pieza de metal sujeta con una cuerda dentro del agua?

Desafío 215 e

* *

Tome diez monedas del mismo valor. Ponga nueve de ellas en una mesa y forme una especie de anillo cerrado de cualquier forma a su gusto. (Las nueve monedas aparecen así como una sección de collar de perlas en el que las perlas están en contacto). Ahora tome la décima moneda y hágala rodar alrededor del anillo, sin que nunca se deslice. ¿Cuántas vueltas da esta última moneda durante una ronda?

Desafío 216 e

Desafío 214 s * Thomas Carlyle (1797–1881), ensayista escocés. ¿Está de acuerdo con la cita?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

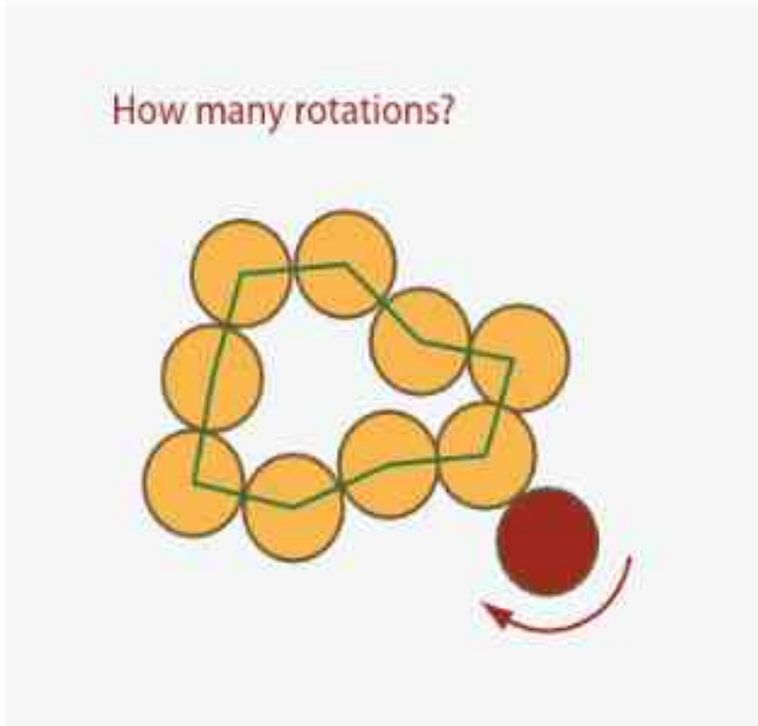


FIGURA 82 ¿Cuántas rotaciones efectúa la décima moneda completar un giro?

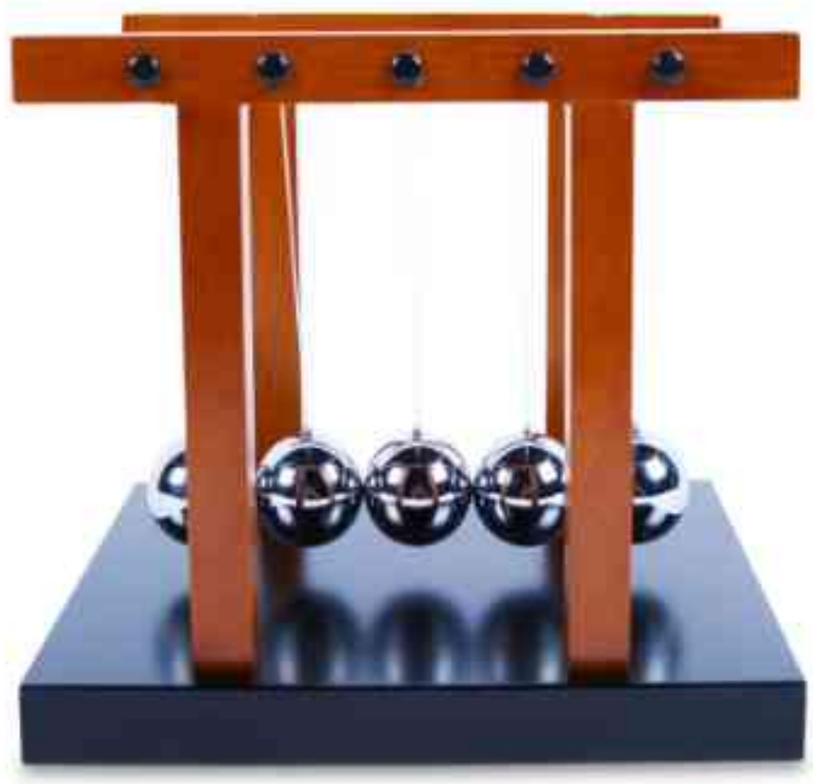


FIGURA 83 La cadena de bolas o cuna inventada por Mariotte permite explorar la conservación de la cantidad de movimiento, la conservación de la energía y las dificultades para una fabricación con precisión (© www.questacon.edu.au).

* *

La conservación del momento se estudia mejor jugando y explorando el billar, el 'snooker' y el 'pool' (tipos de juegos de billar). La mejor carta de presentación son las películas sobre Trickshot (tipo de juego de billar) que se encuentran en Internet. ¿Es usted capaz de utilizar la conservación del momento para averiguar la manera de mejorar su juego de billar?

Desafío 217 e

Otra forma de explorar la conservación de la cantidad de movimiento es estudiar la cadena de bolas o el péndulo de colisión de bolas, inventado por Edme Mariotte. Décadas después, Newton lo reclamó como suyo, de la misma manera que frecuentemente hacía con los resultados de otra gente. Jugar con el juguete es divertido – y explicar su comportamiento, lo es aún más. De hecho, si se levantan tres bolas de un lado y se sueltan, otras tres bolas se separarán del otro lado; para la explicación de este hecho, la conservación de la cantidad de movimiento y la de la energía *no* es suficiente, como debería ser capaz de descubrir. ¿Sería capaz de construir una cadena de bolas de alta precisión?

Desafío 218 d

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

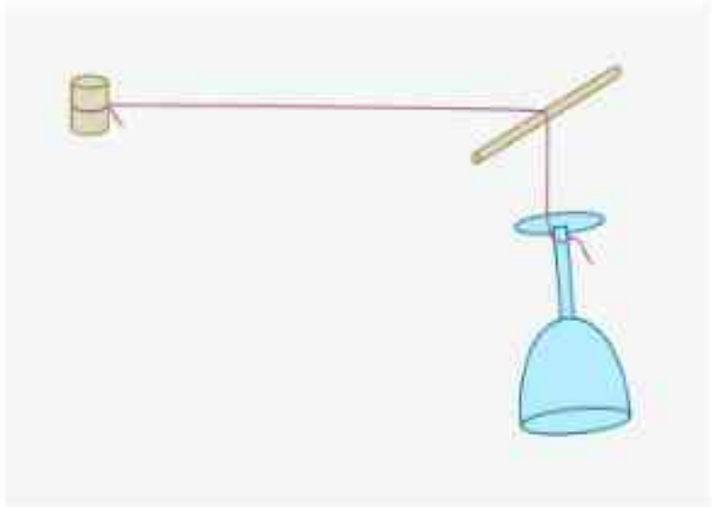


FIGURA 84 ¿Es seguro soltar el corcho?

Desafío 219 s Hay una manera conocida de experimentar 81 salidas del Sol en sólo 80 días. ¿Cómo?

* *

Caminar es una fuente de muchos problemas de la física. Al subir una montaña, la forma energéticamente más eficaz no siempre es seguir el ascenso más rápido, de hecho Ref. 98 zigzaguear por pendientes pronunciadas es más eficiente energéticamente. ¿Por qué? Desafío 220 s ¿Puede estimar el ángulo de la pendiente en la que esto ocurrirá?

* *

Asterix y sus amigos en las famosas tiras de comics, solamente tenían miedo de una cosa: Desafío 221 e que el cielo se derrumbara. ¿Es el cielo un objeto? ¿Una imagen?

* *

La muerte es un proceso físico y por tanto, puede ser explorado. En general, los animales tienen una *duración de vida* T que es proporcional con la raíz cuarta de su masa M. En otros términos, $T = M^{1/4}$. Esto es válido desde las bacterias a las ballenas azules pasando por los insectos. Los animales también tienen un consumo de energía por unidad de masa, o la *tasa metabólica* por masa, que es *inversamente* proporcional a la cuarta raíz. Llegamos a la conclusión de que la muerte se produce para todos los animales cuando cierto consumo fijo de energía por masa se ha logrado. Este es, de hecho, el caso, la muerte se produce en la mayoría de los animales cuando se han consumido alrededor Ref. 99 de 1 GJ/kg.. (Sin embargo, un poco más tarde para los seres humanos.) Este resultado sorprendentemente simple es válido, en promedio, para todos los animales conocidos.

Tenga en cuenta que el argumento sólo es válido cuando se comparan *diferentes* especies. La dependencia de la masa *no* es válida cuando se comparan especímenes de la misma especie. (No se puede vivir más tiempo comiendo menos.) En resumen, los animales mueren después de que metabolizan 1 GJ/kg. En otras palabras, una vez que nos comimos todas las calorías para las que fuimos diseñados, morimos.

* *

Un coche a cierta velocidad utiliza 7 litros de gasolina por cada 100 km. ¿Cuál es la resis- Desafío 222 s tencia combinada del aire y la rodadura? (Supongamos que el motor tiene una eficiencia del 25 %.)

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

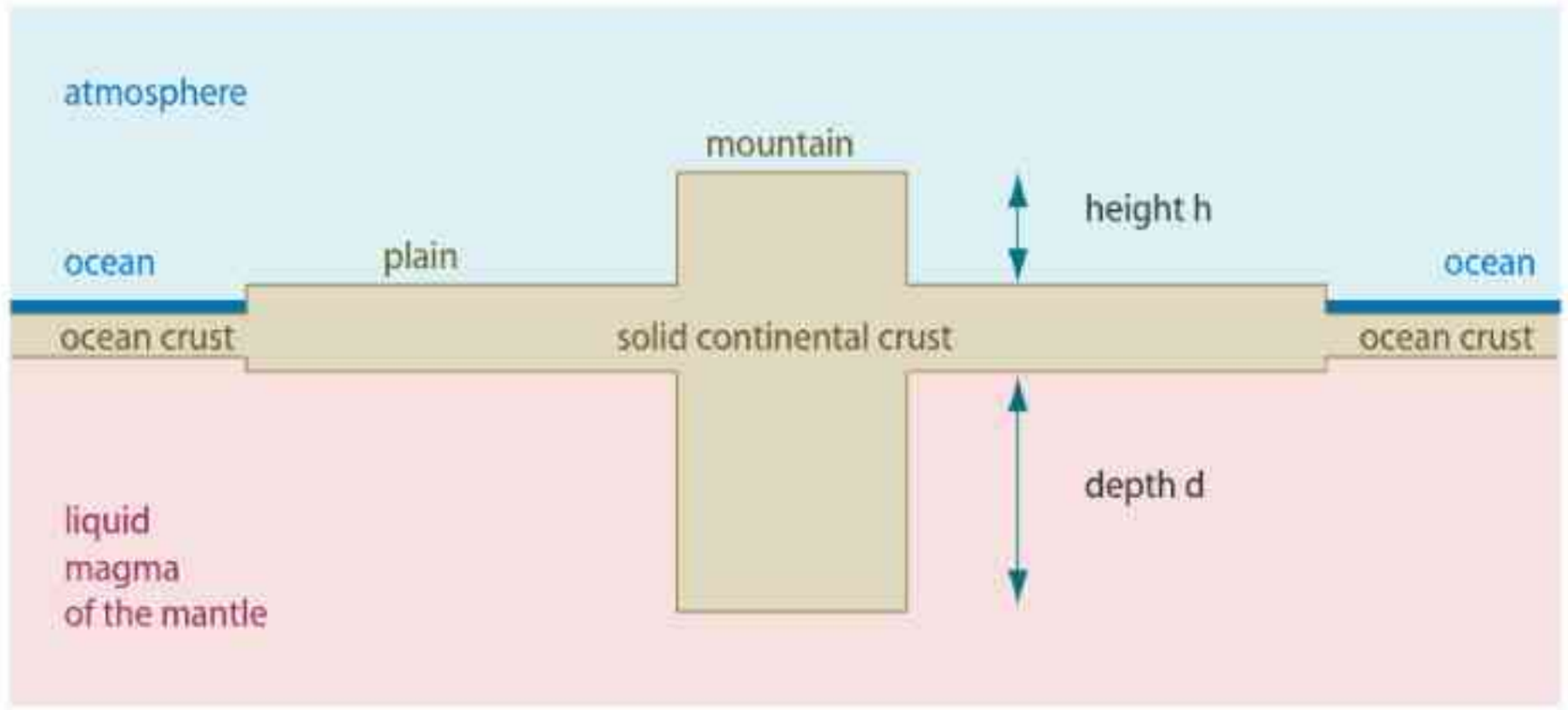


FIGURA 85 Un modelo simple para los continentes y montañas.

Un tapón de corcho está unido a una cuerda delgada de un metro de largo. La cuerda se pasa a través de una varilla larga en posición horizontal, y una copa de vino está unida al otro extremo. Si deja ir el corcho, nada se rompe. Vea Figura 84 ¿Por qué no? ¿Y qué
Desafío 223 s pasa exactamente?

* *

En 1907, Duncan MacDougalls, médico de profesión, midió el peso de los moribundos,
Ref. 100 con la esperanza de ver si la muerte provocaba una variación de la masa. Se encontró una disminución repentina entre 10 y 20 g en el momento de la muerte. Él lo atribuyó a
Desafío 224 s que el alma sale del cuerpo. ¿Puede encontrar una explicación más satisfactoria?

* *

Es bien sabido que el peso de un niño de un año de edad depende de si quiere ser llevado
Desafío 225 e o si quiere alcanzar el suelo. ¿Contradice esto la conservación de la masa?

* *

La corteza terrestre es menos densa (2,7 kg/l) que el manto de la Tierra (3,1 kg/l) y flota sobre ella. Como resultado, la corteza más ligera debajo de una cresta de la montaña debe estar mucho más profunda que por debajo de una planicie. Si una montaña se eleva 1 km por encima de la llanura, ¿a cuánta profundidad debe estar hundida la corteza por de-
Desafío 226 s bajo de la llanura? El modelo simple de bloques que se muestra en la Figura 85 funciona bastante bien: en primer lugar, se explica por qué, cerca de las montañas, las mediciones de la desviación de la caída libre desde la línea de avance vertical conduce a valores mucho más bajos que los esperados sin una corteza profunda. Más tarde, las mediciones de sonido han confirmado directamente que la corteza continental es de hecho más gruesa debajo de montañas.

* *

Todos los cilindros homogéneos ruedan por un plano inclinado de la misma manera.
Desafío 227 e ¿Verdadero o falso? ¿qué pasa con las esferas? ¿Se puede demostrar que las esferas rueden

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

más rápido que los cilindros?

* *

¿Qué rueda más rápido: una lata de refresco llena de líquido o una lata de refresco rellena
Desafío 228 s con hielo? (Y ¿cómo hacer una lata rellena de hielo?)

* *

Tome dos latas del mismo tamaño y peso, una llena de raviolis y una llena de guisantes.
Desafío 229 e ¿Cuál rueda más rápido en un plano inclinado?

* *

Otra diferencia entre la materia y las imágenes: la materia huele. De hecho, la nariz es un sensor de materia. Lo mismo se puede decir de la lengua y su sentido del gusto.

* *

Tome una pila de monedas. Usted puede empujar las monedas, comenzando por la de la parte inferior, mediante disparos con otra moneda sobre la superficie de la mesa. El
Desafío 230 e método también ayuda a visualizar la conservación del momento en dos dimensiones.

* *

A principios de 2004, dos hombres y una mujer ganaron £ 1.2 millones en una sola noche en un casino de Lóndres. Lo hicieron mediante la aplicación de las fórmulas de la mecánica de Galileo. Utilizaron el método iniciado por varios físicos en la década de 1950 que construyeron varios pequeños computadores que podrían predecir el resultado de una
Ref. 101 bola de ruleta a partir de la velocidad inicial impartida por el crupier. En el caso de Gran Bretaña, el grupo añadió un escáner láser para un teléfono inteligente que mide la trayectoria de una bola de la ruleta y predijo los números donde podría llegar. De esta manera, aumentaron las probabilidades de 1 de cada 37 a 1 de cada 6. Después de seis meses de investigaciones, Scotland Yard decidió que podían quedarse con el dinero que ganaron. De hecho en la misma época, algunas personas ganaron alrededor de 400 000 euros durante un par de semanas con el mismo método en Alemania, pero sin ningún equipo en absoluto. En algunos casinos, eran máquinas las que lanzaban la bola de la ruleta. Mediante la medición de la posición del cero cuando entraba la bola a simple vista, estos jugadores fueron capaces de aumentar las probabilidades de las apuestas que se colocan en los últimos segundos permitidos y así ganaron una suma considerable puramente a través de reacciones rápidas.

* *

Desafío 231 s ¿Rota el Universo?

* *

El juguete de la Figura 86 muestra un comportamiento interesante: cuando se levanta un cierto número de esferas y luego se sueltan y golpean a las que están en reposo, el mismo número de esferas se separan en el otro lado, mientras que las esferas que cayeron permanecen inmóviles. A primera vista, todo esto parece desprenderse de la energía y la conservación del momento. Sin embargo, la conservación de energía y momento pro-

Moon Motion - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

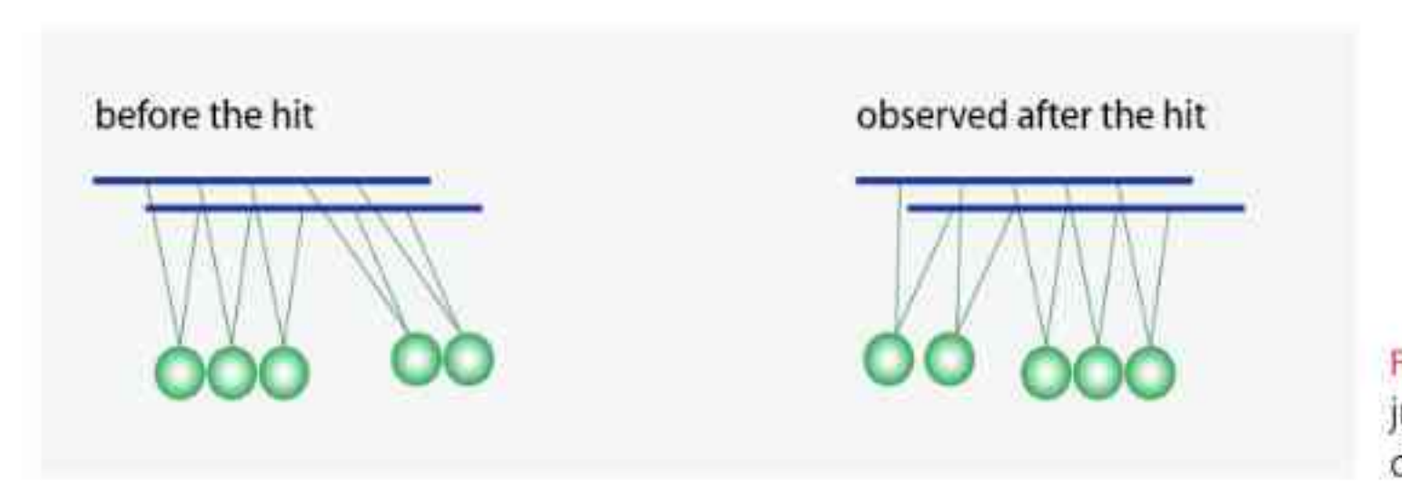


FIGURA 86 Un juguete muy conocido.

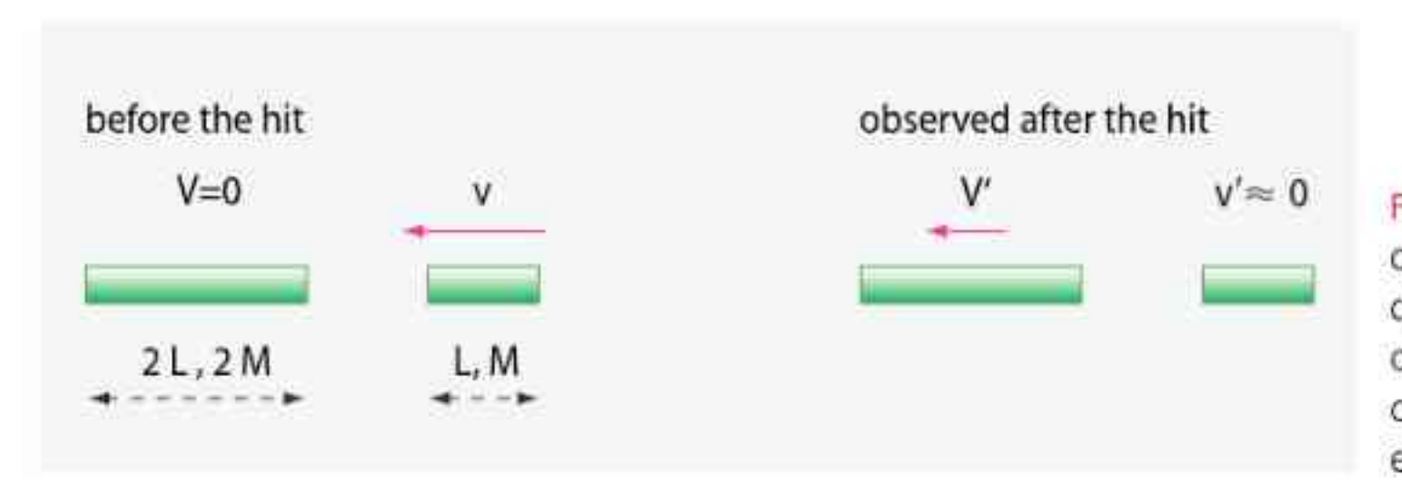


FIGURA 87 Una colisión elástica que parece no obedecer a la conservación de energía.

porcionar sólo dos ecuaciones, que son insuficientes para explicar o para determinar el comportamiento de las cinco esferas. ¿Por qué entonces se comportan las esferas de esta manera? ¿Y por qué oscilan todas en fase cuando ha pasado un tiempo más largo? Desafío 232 d

* *

Un efecto sorprendente se utiliza en las herramientas caseras tales como martillos perforadores. Recordemos que cuando una pequeña bola golpea elásticamente una grande en reposo, las dos bolas se mueven tras el golpe, y la pequeña, obviamente, se mueve más rápido que la grande. A pesar de este resultado, cuando un cilindro corto choca con uno largo del mismo diámetro y material, pero con una longitud que es un múltiplo *entero* del corto, sucede algo extraño. Después del golpe, el pequeño cilindro permanece casi en reposo, mientras que el grande se mueve, como se muestra en la Figura 87. A pesar de que la colisión es elástica, la conservación de la energía parece no llevarse a cabo en este caso. (De hecho esta es la razón de que las demostraciones de las colisiones elásticas en las escuelas siempre se realizan con esferas.) ¿Qué ocurre con la energía? Ref. 102 Desafío 233 d

* *

¿Es posible la estructura que se muestra en la Figura 88?

* *

¿Cuándo hay una sacudida más fuerte en una pared, cuando es golpeada por una pelota que rebota de ella o cuando se golpea con una pelota que queda pegada a ella? Desafío 234 s

* *

Las amas de casa saben cómo descorchar el corcho de una botella de vino con un paño. ¿Se imagina cómo? También saben cómo extraer el corcho con el paño, si el corcho ha Desafío 235 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 88 ¿Es esto posible?

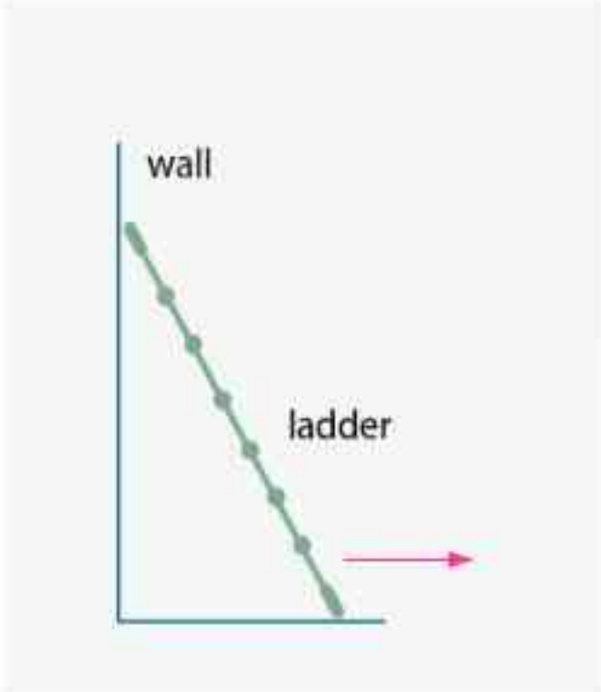


FIGURA 89 ¿Cómo se cae la escalera?

caído dentro de la botella. ¿Cómo?

* *

El problema de la escalera deslizante, que se muestra esquemáticamente en la Figura 89, requiere el movimiento detallado de la escalera con el tiempo. El problema es más difícil de lo que parece, incluso si la fricción no se tiene en cuenta. ¿Puede decir si el extremo inferior siempre toca el suelo o si se levanta del suelo durante un corto intervalo de tiempo? Desafío 236 s

* *

Una escalera homogénea de 5 m de longitud y de masa 30 kg se inclina en una pared. El ángulo es de 30°; el coeficiente de fricción estática en la pared es insignificante, y en el suelo es 0,3. Una persona de 60 kg de masa sube la escalera. ¿Cuál es la altura máxima de la persona puede subir antes de que la escalera comience a deslizarse? Este y muchos enigmas acerca de escaleras puede encontrarse en www.mathematische-basteleien.de/leiter.htm.

* *

Ref. 103 Una mosca común en la popa de un barco de 30 000 toneladas y 100 m de longitud lo inclina algo menos que el diámetro de un átomo. Hoy en día, distancias tan pequeñas se miden fácilmente. ¿Puede pensar en al menos dos métodos, uno de los cuales no debería costar más de 2.000 €? Desafío 237 s

* *

La imagen de tres giróscopos apilados mostrados en la Figura 90, ¿es una verdadera fotografía, que muestra una observación real, o es el resultado de la composición digital, mostrando una situación imposible? Desafío 238 ny

* *

¿Cómo es la energía cinética de una bala de fusil en comparación con la de un hombre

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 90 ¿Es esta una situación posible o es una una impostura fotográfica? (© Wikimedia)

Desafío 239 s que corre?

* *

¿Qué pasa con el tamaño de un huevo cuando uno coloca en un frasco de vinagre durante
Desafío 240 s unos días?

* *

¿Cuál es la amplitud de oscilación de un péndulo de tal manera que el valor absoluto de
Desafío 241 s su aceleración en el punto más bajo y en el punto de retorno sean iguales?

* *

¿Puede usted confirmar que el valor de la aceleración de una gota de agua que cae a través
Desafío 242 d de vapor es $g/7$?

* *

Usted tiene dos esferas huecas: tienen el mismo peso, el mismo tamaño y están pintados en el mismo color. Una está hecho de cobre, la otra de aluminio. Obviamente, caen con la misma velocidad y aceleración. ¿Qué sucede si ambas ruedan por un plano inclinado?
Desafío 243 s

* *

Desafío 244 s Cuál es la forma de una cuerda cuando saltamos la cuerda?

* *

¿Cómo se puede determinar la velocidad de una bala de rifle con sólo una balanza y una
Desafío 245 s regla de un metro?

* *

¿Por qué un arma hace un agujero en una puerta, pero no puede empujar para abrirla,
Desafío 246 e exactamente lo contrario de lo que un dedo puede hacer?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 91 Un reloj comercial que no necesita ninguna fuente de energía especial, ya que toma su energía del medio ambiente (© Jaeger-LeCoultre).

* *

¿Cuál es la curva descrita por el punto medio de una escalera deslizándose por una pa-
Desafío 247 s red?

* *

Una compañía de alta tecnología, ver www.enocean.com, vende interruptores eléctricos para las luces de las habitaciones que no tienen cables y sin célula de energía (batería). Usted puede pegar un interruptor de este tipo en el centro de un cristal de la venta-
Desafío 248 s na.¿Cómo es esto posible?

* *

Durante más de 50 años, un famoso fabricante de relojes suizo estuvo vendiendo relojes de mesa con un péndulo giratorio que no necesitan batería y sin rebobinado manual, ya
Desafío 249 s que aprovechan la energía del ambiente. Uno de tales relojes se muestra en la Figura 91.

* *

Ascensores de barcos, como el que se muestra en la Figura 92, son máquinas impresio-
Desafío 250 s nantes. ¿Cómo cambia el peso del elevador cuando el barco entra?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 92 El espectacular elevador de barcos en Strépy-Thieu en Bélgica. ¿qué potencia del motor se necesita para levantar una nave, si los ascensores a derecha e izquierda están conectados por cables o por un sistema hidráulico? (© Jean-Marie Hoornaert)

Moeller: Mechanics — The Achievements of Physics — copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 — free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 93 La famosa piedra oscilante Celta - arriba, a la derecha - y una versión hecha con una cuchara - izquierda (© Ed Keath).

Desafío 251 e ¿Cómo se mide la masa de un barco?

* *

Todas las masas se miden comparándolas, directa o indirectamente, con el *kilogramo estándar* en Sèvres, cerca de París. Desde hace algunos años, existe la seria duda de que el kilogramo estándar está perdiendo peso, posiblemente a través de la liberación de gases, con una tasa estimada de alrededor de 0,5 μg/a. Esta es una situación incómoda, y hay un gran esfuerzo, en todo el mundo para encontrar una definición mejor del kilogramo. Tal definición mejor debe ser simple, precisa y hacer innecesarios los viajes a Sèvres. Tal alternativa no se ha definido todavía.

* *

¿Qué motor es más eficiente: un ciclomotor o un ser humano en una bicicleta?

* *

Tanto la masa como el momento de inercia se pueden definir y medir ambos con y sin
Desafío 252 e contacto. ¿Puede hacerlo?

* *

La Figura 93 muestra la llamada piedra oscilante Celta, también llamado *anagyre* o *rattleback*, una piedra que empieza a girar sobre una superficie plana cuando se pone a oscilar
Ref. 102 arriba y abajo. El tamaño puede variar entre unos pocos centímetros y unos pocos metros. Simplemente doblando una cuchara uno puede darse cuenta de una forma primitiva de este extraño dispositivo, si la curva no es completamente simétrica. La rotación es siempre en la misma dirección. Si la piedra se pone en rotación en la dirección equivocada, después de un tiempo se detiene y empieza a girar en el otro sentido! ¿Puede explicar
Desafío 253 d el efecto que parece contradecir la conservación del momento angular?

* *

Un bonito efecto, la *fuente de las cadenas*, fue descubierto en 2013 por Steve Mould.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Algunas cadenas, cuando salen de un recipiente, primero se elevan en el aire. Mire el video en www.youtube.com/embed/_dQJBBklpQQ y la historia del descubrimiento en stevemould.com. ¿le puede explicar el efecto a su abuela?

Desafío 254 ny

Resumen sobre la conservación del movimiento

> Los dioses no son tan ricos como uno podría pensar: lo que le dan a uno, se lo quitan a otro.
> Antigüedad

Nos hemos encontrado con cuatro principios de conservación que son válidos para sistemas cerrados en la vida cotidiana:

— Conservación de la cantidad de movimiento total,
— La conservación del momento angular total,
— La conservación de la energía total,
— Conservación de la masa total.

Ninguna de estas leyes de conservación se aplica al movimiento de las imágenes. Estos principios, por tanto, nos permiten distinguir los objetos de las imágenes.

Estos principios de conservación se encuentran entre los grandes resultados de la ciencia. Limitan las sorpresas que la naturaleza puede ofrecer: la conservación significa que el momento lineal, el momento angular, y la masa-energía no pueden ser creados de la nada, ni pueden desaparecer en la nada. La Conservación limita la creación. La cita anterior, casi blasfema, expresa esta idea.

Página 299

Más adelante nos encontraremos con que estos resultados podrían haber sido deducidos a partir de tres observaciones simples: los sistemas cerrados se comportan igual con independencia de dónde se encuentren, en qué dirección se orienten y del momento en el que se establezcan. En términos más abstractos y en cierto modo más general, a los físicos les gusta decir que todos los principios de conservación son consecuencias de *invariancias*, o *simetrías*, de la naturaleza.

Más tarde, la teoría de la relatividad especial se mostrará que la energía y la masa se conservan sólo cuando se consideran juntas. Muchas aventuras nos esperan todavía .

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 5

De la rotación de la Tierra a la relatividad del movimiento

« Eppur si muove! »

Anonymous**

¿Está girando la Tierra? La búsqueda de respuestas concretas a esta pregunta es un capítulo interesante de la historia de la física clásica. En el siglo cuarto, en la antigua Grecia , Hicetas y Filolaus, afirmaron ya que la Tierra rotaba. Luego, en el año 265 C., Aristarco de Samos fue el primero en explorar el tema con detalle. Había medido el paralaje de la Luna (hoy se sabe que está por encima de 0,95°) y del Sol (conocida hoy por ser 8,8′).*** El *paralaje* es una noción cautivadora. Es el ángulo que describe la diferencia entre las direcciones de la posición de un cuerpo en la bóveda celeste cuando es visto por un observador en la superficie de la Tierra y cuando es visto por un observador hipotético en el centro de la Tierra. (Ver Figura 94) Aristarco notó que la Luna y el Sol *oscilan* a través del firmamento, y esta oscilación tiene una duración de 24 horas. Llegó a la conclusión de que la Tierra gira. Parece que Aristarco recibió amenazas de muerte por su resultado.

La observación de Aristarco da un argumento aún más poderoso que los senderos de las estrellas que se muestran en la Figura 95. ¿Puede explicar por qué? . (Y ¿cómo se ven los senderos en los lugares más poblados de la Tierra?)

Desafío 255 e
Desafío 256 s

El deseo de observar lo que muestra la Figura 95 puede ser una razón por la que la gente soñó y aún sueña con alcanzar los polos. La rotación y el movimiento de la Tierra hacen de los polos unos lugares extremadamente fríos; la aventura de alcanzarlos no es fácil. Muchos lo han intentado sin éxito. Un famoso embaucador, Robert Peary, sostenía que había alcanzado el Polo Norte en 1909. (De hecho, Roald Amundsen alcanzó ambos Polos, el Norte y el Sur, con anterioridad). Entre otras cosas, Peary sostenía que había hecho fotografías allí, pero fueron esas mismas fotografías, las cuales dieron la vuelta al mundo, una de las pruebas que mostraron que él no había estado allí. ¿Puede imaginar cómo?

Ref. 135
Desafío 257 s

Si la Tierra girara en lugar de permanecer en reposo, dijo un no convencido, la velocidad en el ecuador tendría el considerable valor de 0,46 km/s. ¿Cómo explicó Galileo

** 'Y sin embargo se mueve' es la frase sobre la Tierra atribuida, probablemente de manera incorrecta, a Galileo desde la década de 1640. Es cierto, sin embargo, que en el juicio se vio obligado a retractarse públicamente de la idea de una Tierra en movimiento para salvar su vida. Para más detalles de esta famosa historia, página 360.

*** Para la definición del concepto de ángulo, ver la página 74, y para la definición de las unidades de medidas para los ángulos, ver apéndice I7.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2002 free pdf file available at www.motionmountain.net

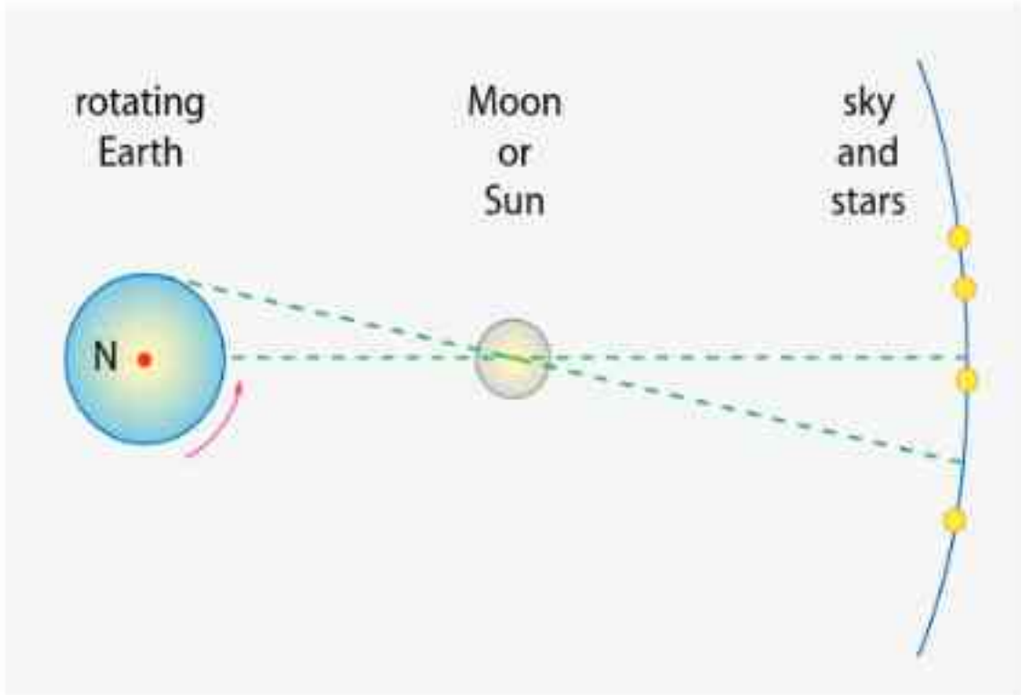


FIGURA 94 El paralaje – no dibujado a escala.

Desafío 258 e
Vol. II, página 18

por qué no lo sentimos o no nos damos cuenta de esta velocidad?

Las medidas de la aberración de la luz muestran también la rotación de la Tierra, ésta puede ser detectada con un telescopio mientras miramos las estrellas. La *aberración* es un cambio de la dirección esperada de la luz, que vamos a discutir en breve. En el Ecuador, la rotación de la Tierra agrega una desviación angular de 0,32′, que cambia de signo cada 12 horas, la aberración debida al movimiento de la Tierra alrededor del Sol, agrega unos 20,5′. En los tiempos modernos, los astrónomos han encontrado una serie de pruebas adicionales, pero ninguna es accesible al hombre de la calle.

Por otra parte, las medidas que mostraban que la Tierra no es una esfera, sino que está *achatada* en los polos, confirmaron la rotación de la Tierra. La Figura 96 ilustra la situación. Una vez más, sin embargo, esta medida realizada en el siglo XVIII por Maupertuis no es accesible a la observación cotidiana.*

Fue entonces, en los años 1790 a 1792 en Bolonia, que Giovanni Battista Guglielmini (1763–1817) finalmente tuvo éxito en medir lo que Galileo y Newton habían pronosticado que era la prueba más simple para la rotación de la Tierra. En la Tierra, los *objectos no caen verticalmente*, sino que están ligeramente desviados hacia el este. Esta desviación aparece porque un objeto mantiene la mayor velocidad horizontal que tenía a la altura desde la que empezó a caer, como se muestra en la Figura 97. El resultado de Gugliemini fue la primera prueba no astronómica de la rotación de la Tierra. Los experimentos fueron repetidos en 1802 por Johann Friedrich Benzenberg (1777–1846). Usando bolas de metal que dejó caer desde la torre Michaelis en Hamburgo - una altura de 76 m - Benzenberg encontró que la desviación hacia el este fue de 9,6 mm. ¿Puede confirmar que el valor medido por Benzenberg casi coincide con la hipótesis de que la Tierra gira una vez cada 24 horas? También hay una desviación mucho menor hacia el Ecuador, no medida

Desafío 259 d

* Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698–1759), físico y matemático francés. Era una de las figuras clave en la búsqueda del principio de mínima acción, que él nombró de esta manera. También fue presidente fundador de la Academia de Ciencias de Berlín. Maupertuis pensó que el principio refleja la maximización de la bondad en el Universo. Esta idea fue ridiculizada a fondo por Voltaire en su *Histoire du Docteur Akakia et du natif de Saint-Malo*, 1753. (leala en www.voltaire-integral.com/Html/23/08DIAL.htm.) Maupertuis realizó su medición de la Tierra para distinguir entre la teoría de la gravitación de Newton y la de Descartes, que había predicho que la Tierra es alargada en los polos, en lugar de aplanada..

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

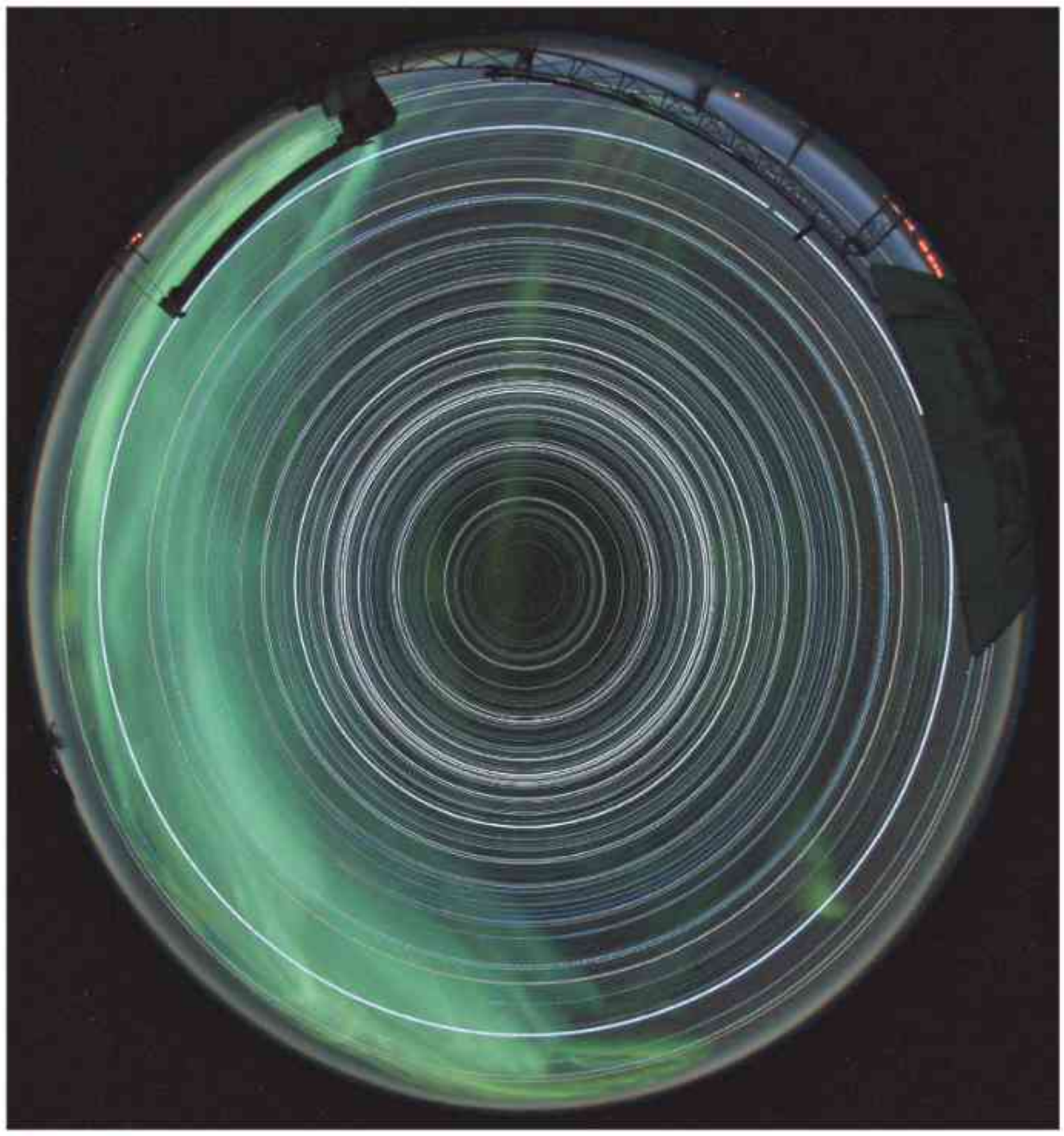


FIGURA 95 El movimiento de las estrellas durante la noche, observado el 1 de mayo de 2012 desde el Polo Sur, junto con la luz verde de una aurora austral (© Robert Schwartz).

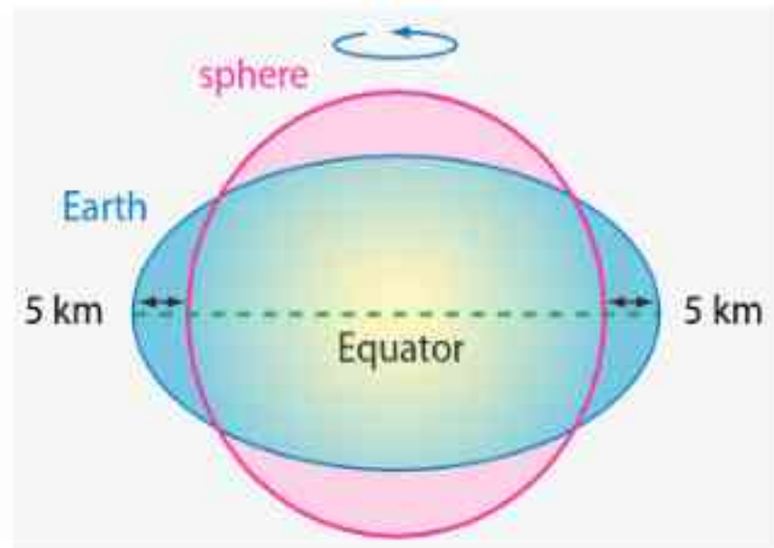


FIGURA 96 Desviación de la Tierra de la forma esférica debido a su rotación (exagerada).

ni por Gugliemini, ni Benzenberg ni ningún otro hasta el día de hoy; No obstante, esto

Motion: Millimeter – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–31 2022 free pdf file available at www.motionmillimeter.net

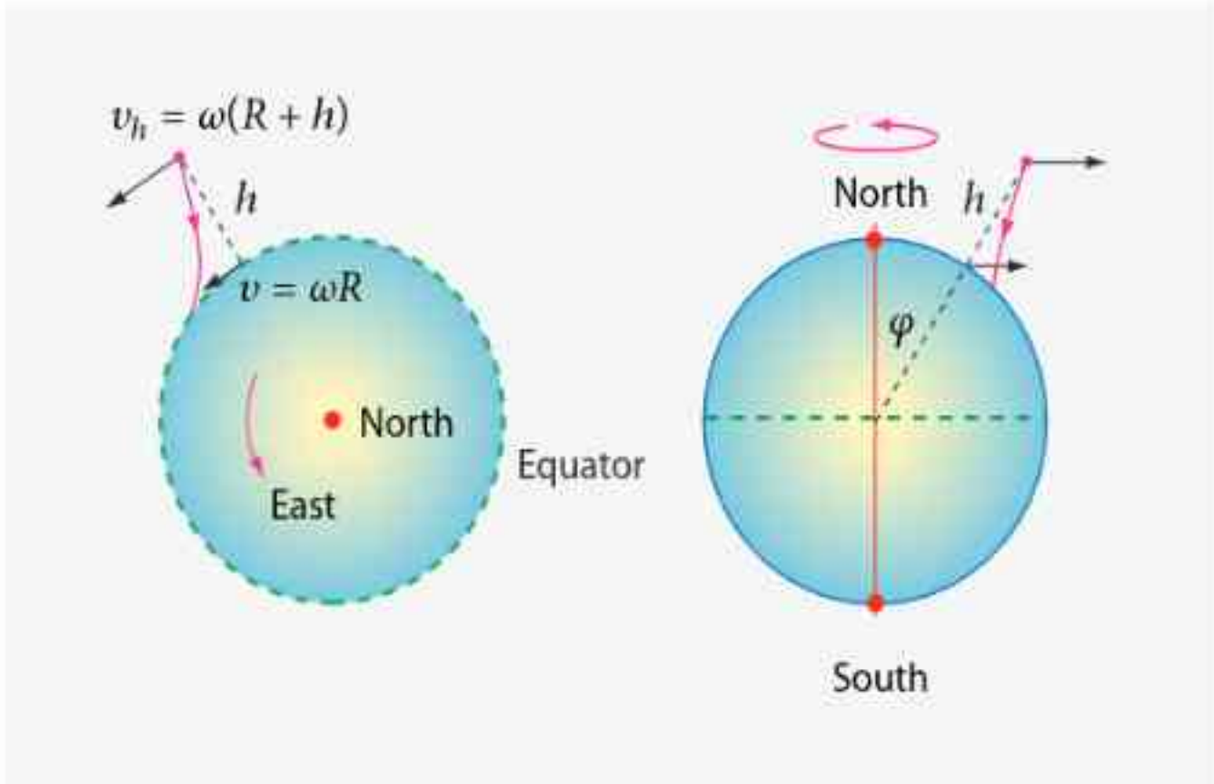


FIGURA 97 Las desviaciones de la caída libre hacia el este y hacia el Ecuador, debido a la rotación de la Tierra.

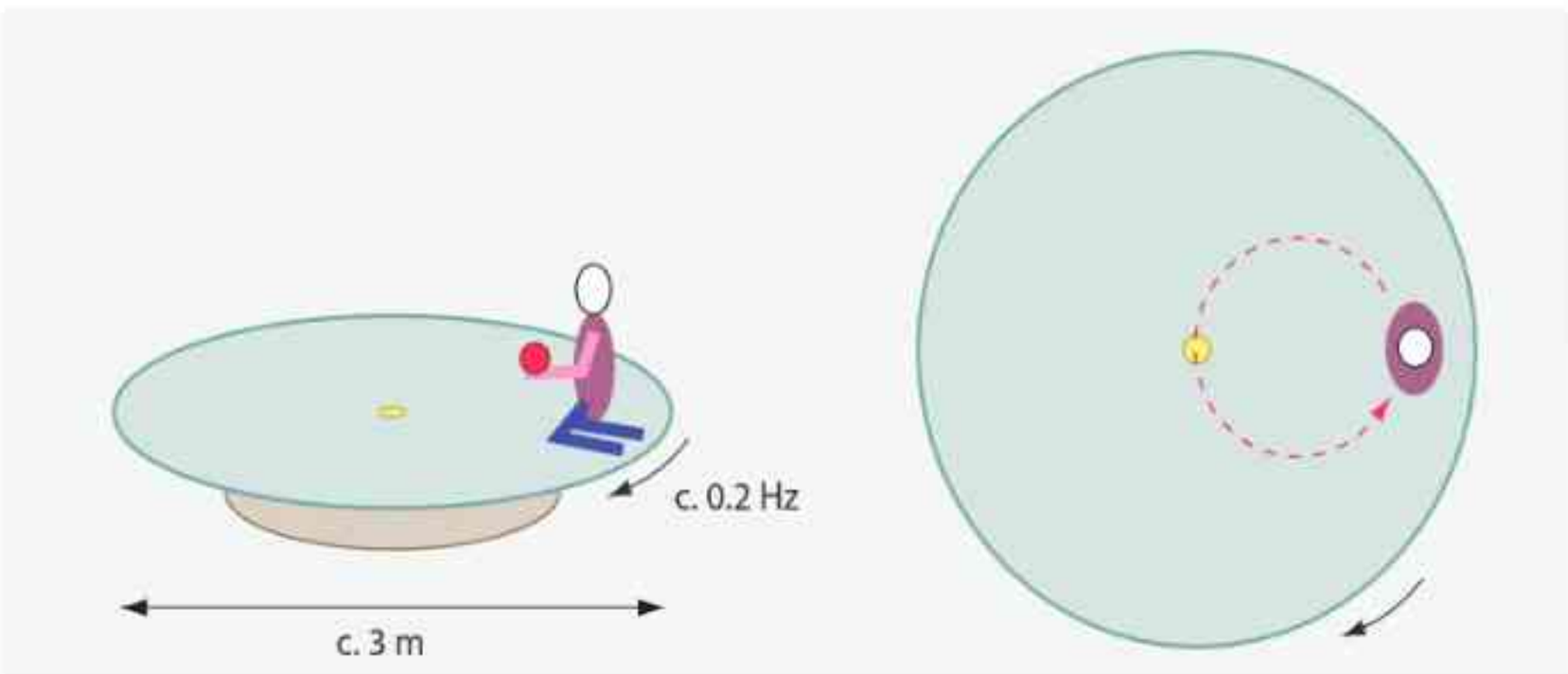


FIGURA 98 Un carrusel típico permite observar el efecto de Coriolis, en su aspecto más llamativo: si una persona hace rodar una bola con la velocidad y la dirección correcta, la pelota es desviada con tanta fuerza que retornar a él.

completa la lista de los efectos de la rotación de la Tierra sobre la caída libre.

Ambas desviaciones de la caída vertical, se entienden fácilmente si utilizamos el re-
Página 206 sultado (que se describe más adelante) de que los objetos que caen describen una elipse alrededor del centro de la Tierra en rotación. La forma elíptica muestra que la trayectoria de una piedra lanzada al aire no se encuentra en un plano para un observador situado en la Tierra; por lo tanto, para tal observador, la trayectoria exacta ¡no puede ser dibujada en un trozo de papel!.

En 1798, Pierre Simon Laplace* explicó cómo se mueven los cuerpos en la Tierra en
Ref. 105 rotación y demostró que sienten una fuerza aparente. Posteriormente, en 1835, Gustave-Gaspard Coriolis reformuló la descripción. Imagínese una bola que rueda sobre una me-

* Pierre Simon Laplace (b. 1749 Beaumont-en-Auge, d. 1827 Paris), importante matemático francés. Su famoso tratado *Traité de mécanique céleste* apareció en cinco volúmenes entre 1798 y 1825. Él fue el primero en proponer que el sistema solar se formó a partir de una nube de gas en rotación, y una de las primeras personas en imaginar y explorar agujeros negros.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 99 Los ciclones, con su centro de bajas presiones, difieren en el sentido de rotación entre el hemisferio sur, aquí el ciclón Larry en 2006, y el hemisferio norte, aquí el huracán Katrina en 2005. (Courtesy NOAA)

sa. Para una persona en el suelo, la bola rueda en línea recta. Ahora imagine que la mesa gira. Para la persona en el suelo, la pelota sigue rodando en línea recta. Pero para una persona en la mesa giratoria, la pelota recorre una trayectoria *curva*. En resumen, cualquier objeto que se desplaza en un fondo de rotación está sujeto a una aceleración transversal. La aceleración, descubierta por Laplace, hoy en día se llama *aceleración de Coriolis* o *efecto Coriolis*. Sobre un espacio en rotación, los objetos que viajan se desvían de la línea recta. La mejor manera de entender el efecto de Coriolis es experimentarlo usted mismo, lo que se puede hacer en un carrusel, como se muestra en la Figura 98. Ver películas en Internet sobre el tema también es útil. Usted se dará cuenta de que en un carrusel que gira no es fácil darle a un blanco lanzando o haciendo rodar una pelota.

Ref. 106

También la Tierra es un sistema rotacional. En el hemisferio norte, la rotación es antihoraria (hacia la izquierda). Como resultado, cualquier objeto en movimiento se desvía ligeramente en sentido horario (hacia la derecha) aunque la magnitud de su velocidad se mantiene constante. En la Tierra, al igual que en todos los sistemas rotacionales, la *aceleración de Coriolis* $\boldsymbol{a}_C$ resulta de la variación de la distancia al eje de rotación. ¿Puede deducir la expresión analítica para el efecto de Coriolis, a saber: $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$?

Desafío 260 s

En la Tierra, la aceleración de Coriolis en general, tiene un valor pequeño. Por lo tanto, se observa mejor bien sea a escalas grandes o bien en fenómenos con alta velocidad. De hecho, la aceleración de Coriolis determina la tendencia de muchos fenómenos a gran escala, a adoptar forma de espiral, como las direcciones de los ciclones y anticiclones en meteorología – como se muestra en la Figura 99–, los patrones generales de los vientos sobre la Tierra y la desviación de las corrientes oceánicas y las mareas. Estos fenóme-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

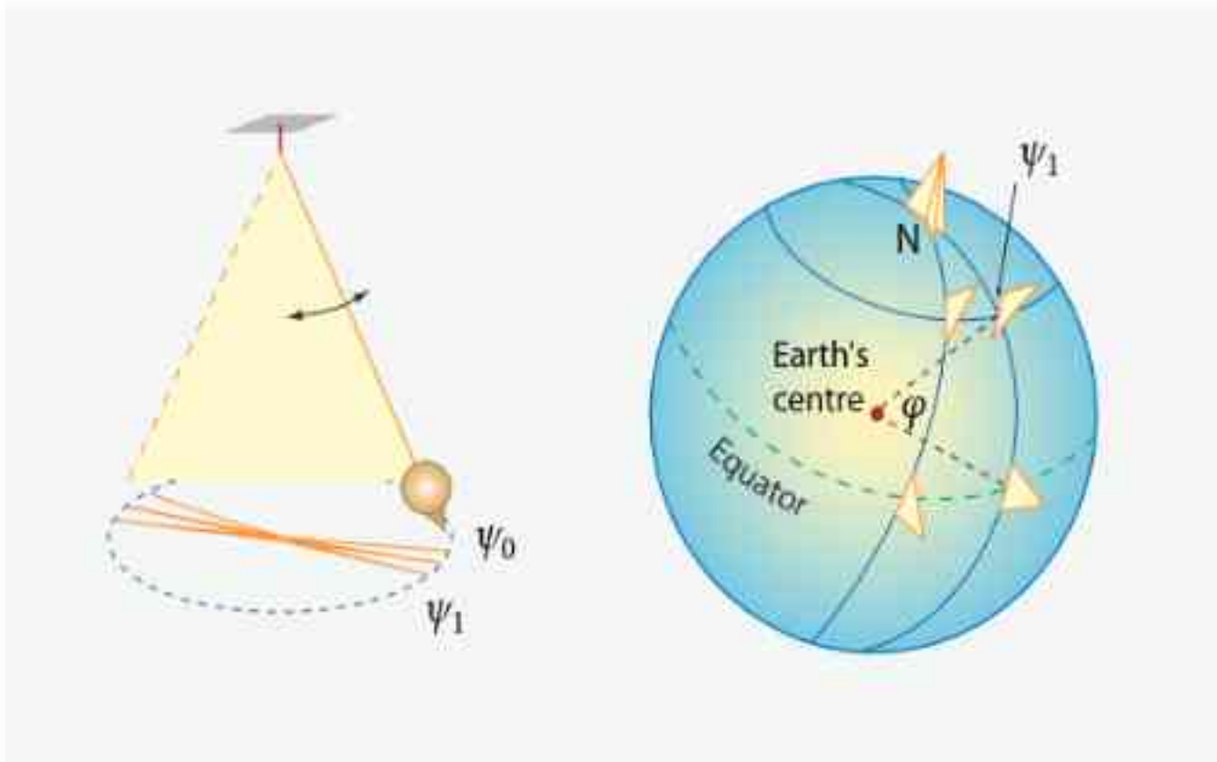


FIGURA 100 El movimiento de giro del plano de un péndulo muestra la rotación de la Tierra.

nos tienen tendencias opuestas en el hemisferio norte y en el sur. De forma elegante, la aceleración de Coriolis explica por qué los icebergs no siguen la dirección del viento a
Ref. 107 medida que se alejan de los casquetes polares. La aceleración de Coriolis también juega un papel en el vuelo de las balas de cañón (que era el interés original de Coriolis), en los lanzamientos de satélites, en el desplazamiento de las manchas solares e incluso en el
Ref. 108 movimiento de los electrones en las moléculas. Todas estas aceleraciones de Coriolis son de signo contrario en los hemisferios norte y sur y así demuestran la rotación de la Tierra. (En la Primera Guerra Mundial, muchos cañones navales erraron sus objetivos en el hemisferio sur debido a que los ingenieros les habían compensado el efecto de Coriolis en el hemisferio norte).

No fue hasta 1962, después de varios intentos anteriores llevados a cabo por otros
Ref. 109 investigadores, que Asher Shapiro verificó por primera vez que el efecto de Coriolis tiene una pequeña influencia en la dirección del vórtice formado por el agua que fluye por el desagüe de una bañera. En lugar de una bañera normal, tenía que utilizar un cuidadoso diseño experimental, ya que, contrariamente a la afirmación oída con frecuencia, este efecto no se puede ver en una bañera real. Él tuvo éxito sólo al eliminar cuidadosamente todas las perturbaciones del sistema; por ejemplo, esperó 24 horas después de llenar la bañera (y en realidad nunca cedió su lugar a ninguna persona ni dio un paso dentro o fuera de ella!) con el fin de evitar cualquier movimiento residual hacia la izquierda del agua que pudiera alterar el efecto, y construyó un mecanismo de apertura con un cuidado diseño, totalmente simétrico rotacionalmente. Otros han repetido el experimento en el
Ref. 109 hemisferio sur, buscando un sentido de giro contrario confirmando así el resultado. En otras palabras, la tendencia de los vórtices en una bañera ordinaria *no* es causada por la rotación de la Tierra, sino que resulta de la forma en que el agua empieza a fluir hacia el desagüe. (Una serie de delincuentes en Quito, ciudad situada en el Ecuador, muestran a turistas incautos que el vórtice en un fregadero cambia al cruzar la línea del Ecuador dibujado en la carretera.) Pero vamos adelante con la historia de la rotación de la Tierra.

En 1851, el médico francés reconvertido en físico, Jean Bernard Léon Foucault (b. 1819 Paris, d. 1868 Paris) realizó un experimento que eliminó todas las dudas al respecto y

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

le hizo famoso de la noche a la mañana. Suspendió un largo péndulo de 67 m* en el Panteón de París y mostró a un público estupefacto que la dirección de su giro cambiaba con el tiempo, rotando lentamente. Para cualquier persona paciente bastan unos pocos minutos para ver el cambio de dirección; el experimento demostraba que la Tierra gira. Si la Tierra no rotara, la oscilación del péndulo siempre continuará en la misma dirección. En una rotación de la Tierra, en París, la dirección cambia hacia la derecha, en sentido agujas del reloj, como se muestra en la Figura 100. La dirección de giro no cambia si el péndulo se encuentra en el ecuador, y cambia a la izquierda en el hemisferio sur.** Una versión moderna del péndulo se puede observar a través de la web cam en pendelcam.kip.uni-heidelberg.de; películas de alta velocidad de movimiento del péndulo durante el día y la noche se pueden descargar en www.kip.uni-heidelberg.de/oeffwiss/pendel/zeitraffer/.

El tiempo durante el cual la orientación de oscilación del péndulo realiza una vuelta completa - el *tiempo de precesión* – se puede calcular. Estudiando un péndulo que comienza a oscilar en la dirección Norte-Sur se encuentra que el tiempo de precesión
Desafío 262 d T_{Foucault} viene dado por

$$T_{\text{Foucault}} = \frac{23\,\text{h}\ 56\,\text{min}}{\sin\varphi} \tag{34}$$

donde φ es la latitud de la ubicación del péndulo, por ejemplo, 0° en el ecuador y 90° en el Polo Norte. Esta fórmula es uno de los más bellos resultados de la cinemática de Galileo.***

Foucault fue también el inventor del *giroscopio* y quien le dio nombre. Construyó el dispositivo, que se muestra en la Figura 101 y en la Figura 102, en 1852, un año después de su péndulo. Con él, se volvió a demostrar la rotación de la Tierra. Una vez que un giroscopio gira, el eje permanece fijo en el espacio - pero sólo cuando se ve desde las estrellas distantes o galaxias. (Esto no es lo mismo que hablar de espacio absoluto. ¿Por
Desafío 263 s qué?) Para un observador en la Tierra, la dirección del eje cambia regularmente con un período de 24 horas. Los giroscopios se utilizan actualmente de forma rutinaria en los buques y aviones para dar la dirección del norte, debido a que son más precisos y fiables que las brújulas magnéticas. En las versiones más modernas, se utiliza luz láser corriendo en círculos en lugar de las masas en rotación. ****

En 1909, Roland von Eötvös midió un pequeño, pero sorprendente efecto: debido a la rotación de la Tierra, el peso de un objeto depende de la dirección en que se mueve. Como resultado, una balanza en rotación alrededor de un eje vertical no se mantiene

---

Desafío 261 d * ¿Por qué fue necesario un péndulo tan largo? Comprender las razones permiten repetir el experimento en
Ref. 110 casa, utilizando un péndulo tan corto como 70 cm, con la ayuda de un par de trucos. Para observar el efecto de Foucault con una simple puesta a punto, adjunte un péndulo a su silla de oficina y gire la silla lentamente. Varias animaciones de péndulo, con una desviación exagerada, se puede encontrar en commons.wikimedia.org/wiki/Foucault_pendulum.

** El descubrimiento también muestra cómo la precisión y la genialidad van de la mano. En realidad, el primero en observar el efecto fue Vincenzo Viviani, alumno de Galileo, ya en 1661!. De hecho, Foucault había leído sobre el trabajo de Viviani en las publicaciones de la Academia dei Lincei. Pero fue necesario el genio de Foucault para conectar el efecto a la rotación de la Tierra; nadie lo había hecho antes que él.

*** El cálculo del período del péndulo de Foucault supone que la tasa de precesión es constante durante una rotación. Esta es sólo una aproximación (aunque por lo general una buena).

Desafío 264 s **** ¿Puede adivinar cómo se detecta la rotación en este caso?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

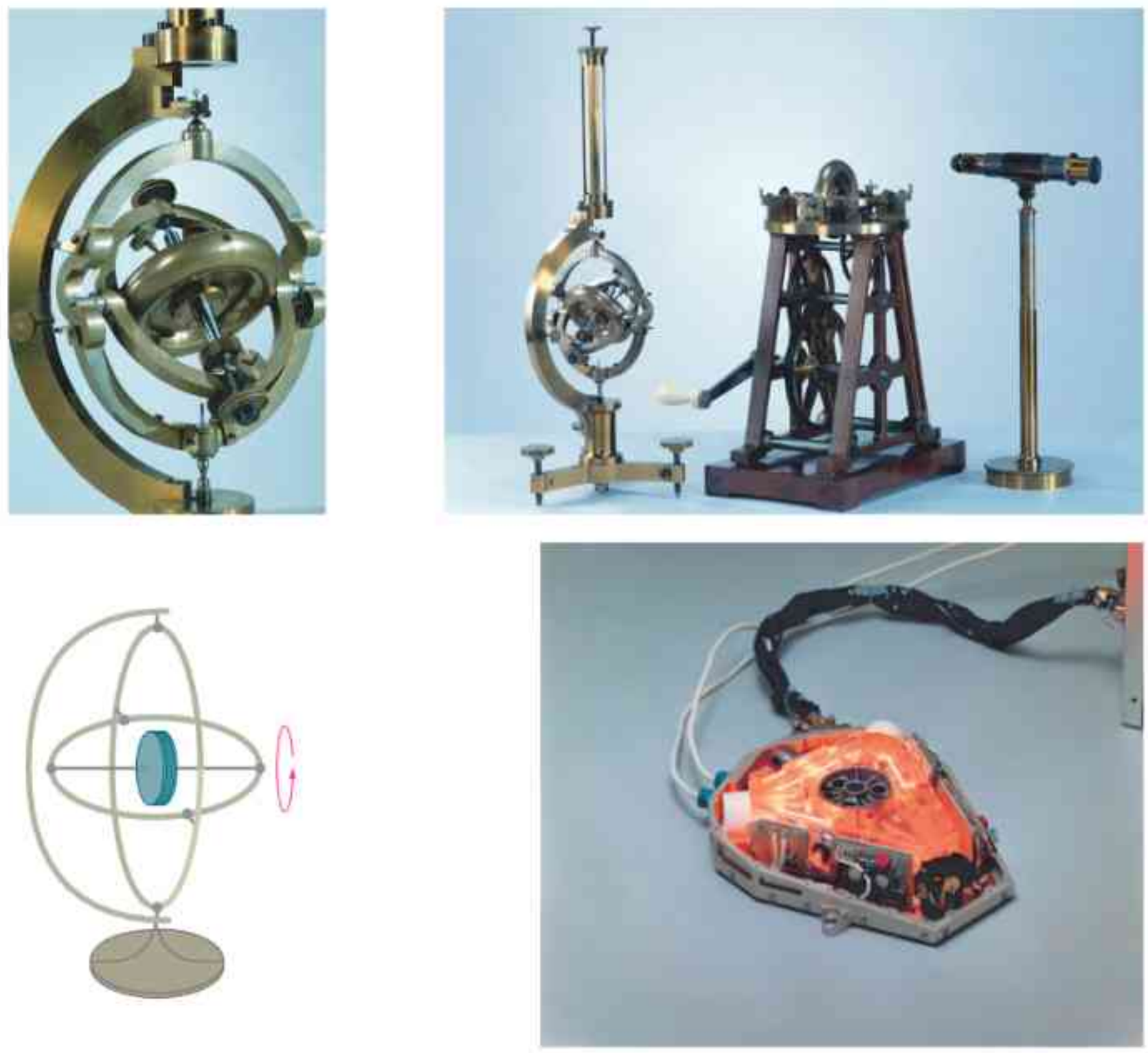


FIGURA 101 El giroscopio: el sistema original por Foucault con su peonza que se puede mover libremente, el dispositivo mecánico para proporcionarle velocidad, el dispositivo óptico para detectar su movimiento, el principio de la construcción en general, y un moderno (triangular) anillo giroscópico láser, basado en el cambio de color de la luz láser girando en lugar de cambios angulares de una masa giratoria (© CNAM, JAXA).

perfectamente horizontal: la balanza empieza a oscilar ligeramente. ¿Puede explicar el origen del efecto? Desafío 265 s

En 1910, John Hagen publicó los resultados de un experimento aún más simple, propuesto por Louis Poinsot en 1851. Dos masas se ponen en una barra horizontal que puede girar alrededor de un eje vertical, el llamado *isotomeógrafo*. Su masa total era de 260 kg. Si las dos masas se mueven lentamente hacia el soporte, como se muestra en la Figura 103, y si la fricción se mantiene lo suficientemente baja, la barra rota. Obviamente, esto no pasaría si la Tierra no estuviera girando. ¿Puede explicar la observación? Este efecto poco conocido es también útil para ganar apuestas entre físicos. Ref. 111 Desafío 266 s

En 1913, Arthur Compton mostró que un tubo cerrado lleno de agua y algunas partículas flotantes pequeñas (o burbujas) se puede utilizar para mostrar la rotación de la Tierra. El dispositivo se llama *tubo de Compton* o *rueda de Compton*. Compton demostró que cuando un tubo horizontal lleno de agua se gira 180°, sucede algo que le permite a uno probar que la Tierra gira. El experimento, se muestra en la Figura 104, incluso per- Ref. 112

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

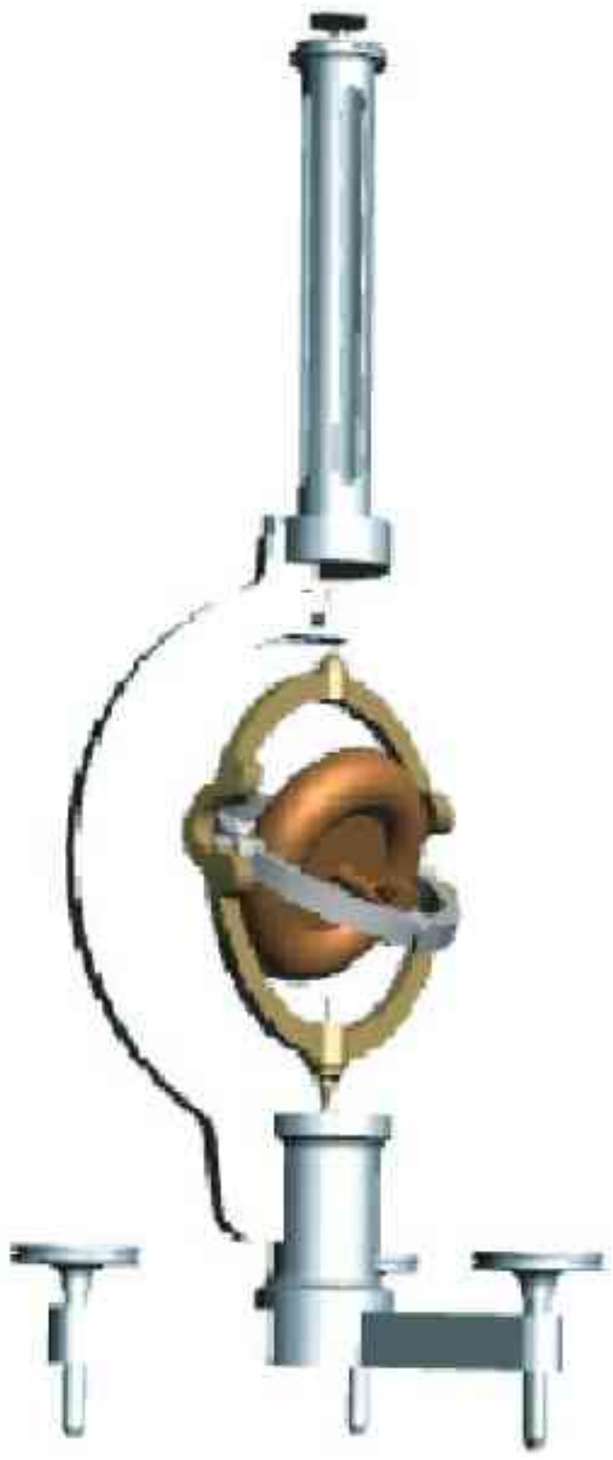


FIGURA 102 Un modelo tridimensional del giróscopo de Foucault original: en la versión pdf de este texto, el modelo se puede rotar y ampliar moviendo el cursor sobre él (© Zach Joseph Espiritu).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

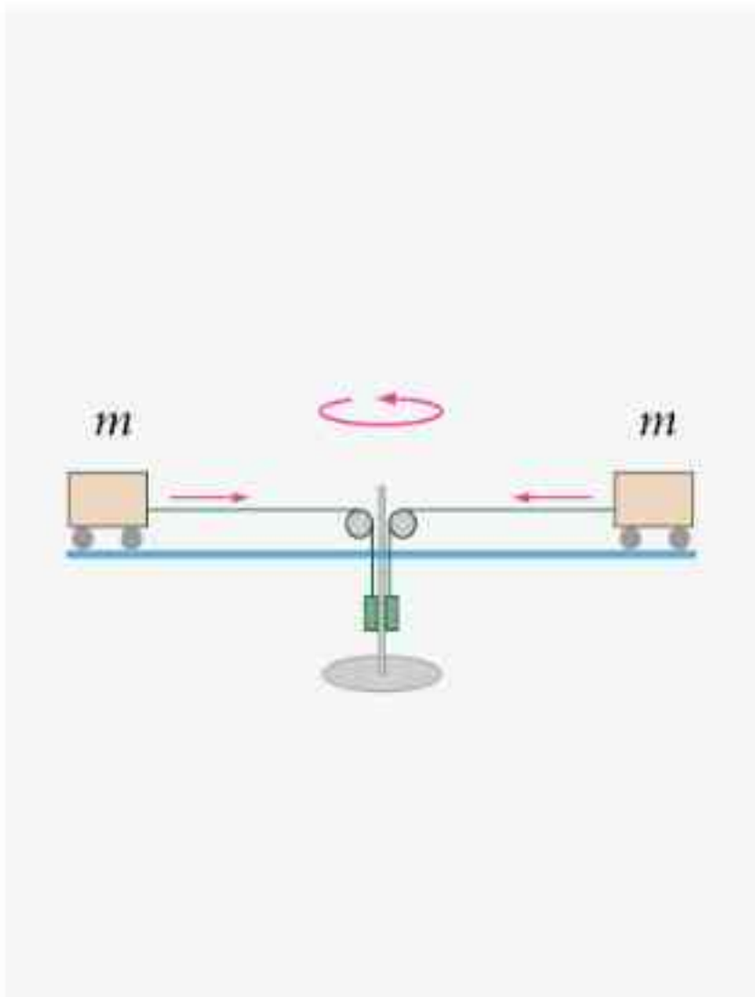


FIGURA 103 Mostrando la rotación de la Tierra a través de la rotación de un eje.

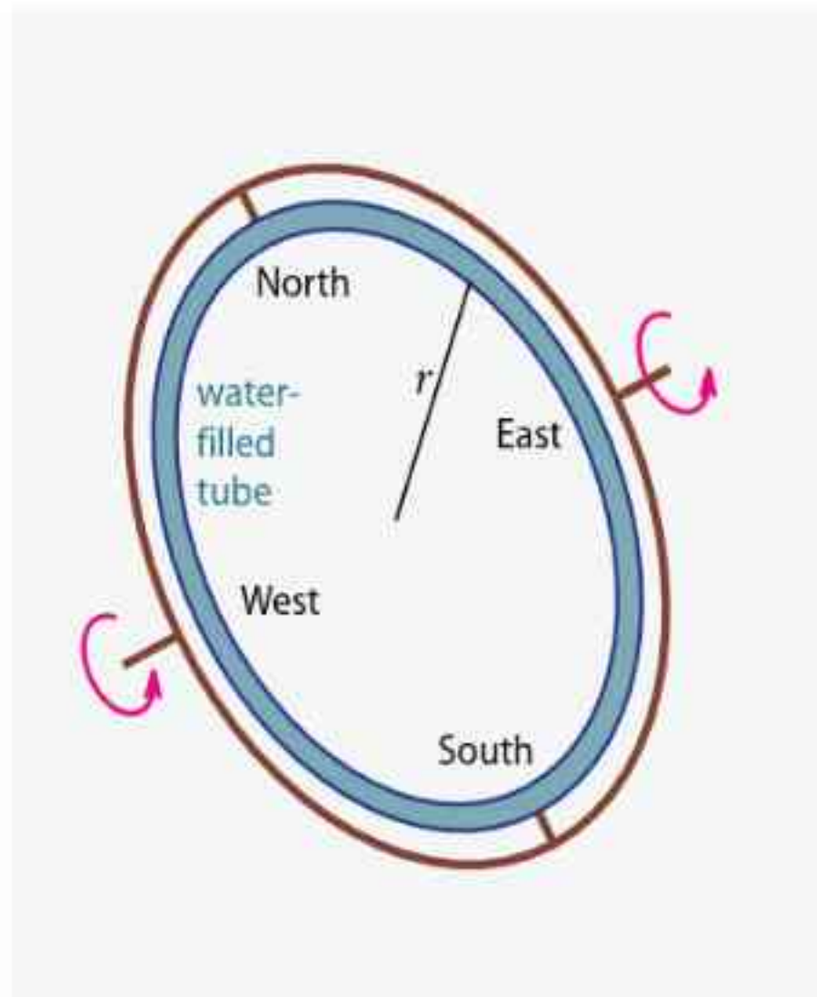
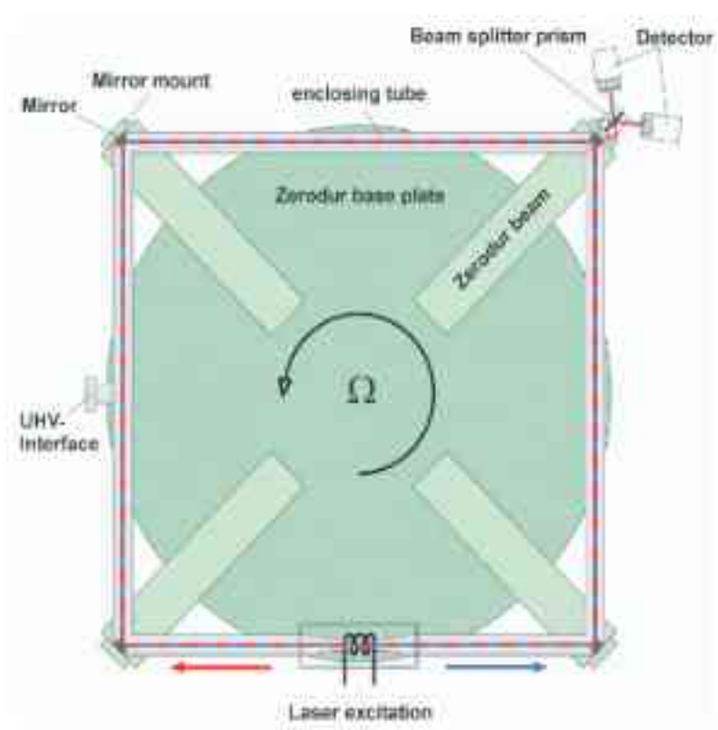


FIGURA 104 Demostración de la rotación de la Tierra con agua.



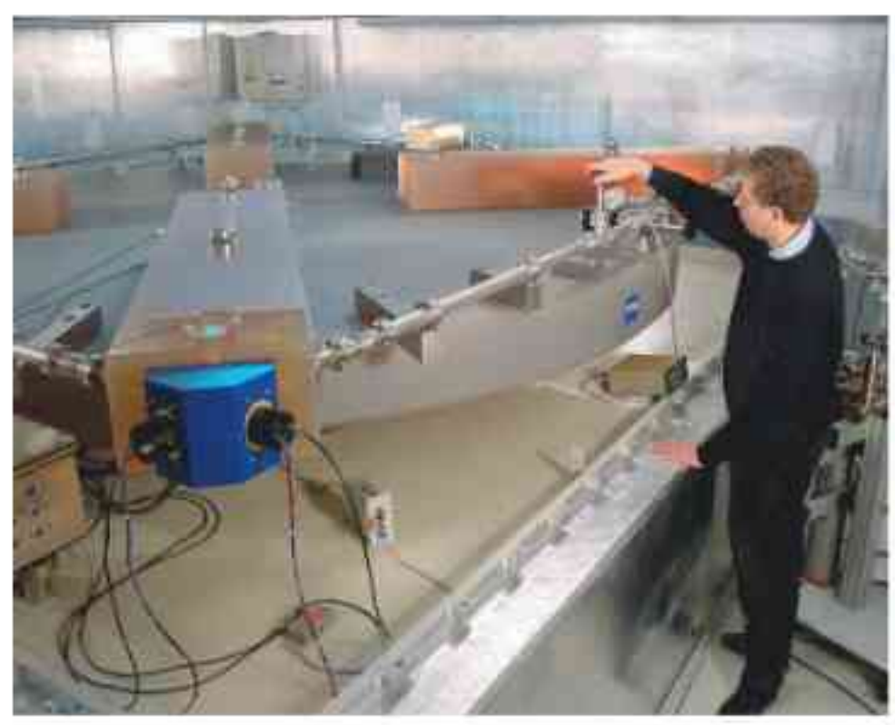


FIGURA 105 Un moderno interferómetro láser de anillo de alta precisión (© Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Carl Zeiss).

mite la medición de la latitud del punto donde se realiza el experimento. ¿Puede adivinar lo que sucede?

Desafío 267 d

Otro método para detectar la rotación de la Tierra usando la luz lo realizó por primera vez en 1913 el físico francés Georges Sagnac:* se utiliza un *interferómetro* para producir franjas brillantes y oscuras de luz con dos haces de luz, uno que circula en dirección hacia la derecha (sentido horario), y el segundo que circula en sentido antihorario. Las franjas de interferencia se *desplazan* cuando todo el sistema gira; cuanto más rápido gira,

Vol. IV, página ??

* Georges Sagnac (b. 1869 Périgeux, d. 1928 Meudon-Bellevue) fue un físico en Lille y París, amigo de los Curie, Langevin, Perrin, y Borel. Sagnac también deducirá de su experimento que la velocidad de la luz es independiente de la velocidad de su fuente, y así confirmó una predicción de la relatividad especial.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref. 113 más grande es el cambio. Una versión moderna, de alta precisión del experimento, que utiliza el láser en lugar de lámparas, se muestra en la Figura 105. (Más detalles sobre in-
Vol. III, página 113 terferencia y franjas se podrán encontrar en el volúmen III.) Sagnac también determinó la relación entre el desplazamiento de las franja y los detalles del experimento. La rotación de un interferómetro de anillo completo con frecuencia angular (vector) $\boldsymbol{\Omega}$ produce
Desafío 268 s un cambio de fase de la franja angular $\Delta\varphi$ dada por

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi\,\boldsymbol{\Omega}\,\boldsymbol{a}}{c\,\lambda} \tag{35}$$

donde $\boldsymbol{a}$ es el área (vector) encerrada por los dos rayos de luz que interfieren, su longitud de onda λ y c la velocidad de la luz. El efecto se llama ahora *efecto Sagnac* en honor a su
Ref. 114 descubridor. Ya lo había predicho, 20 años antes, Oliver Lodge.* Hoy, los interferómetros Sagnac son la parte central de los giroscopios láser - mostrados en la Figura 101 - y se encuentran en todos los aviones de pasajeros, misiles y submarinos, con el fin de medir los cambios en su movimiento y por lo tanto para determinar su posición real.

Una parte del desplazamiento de la franja es debida a la rotación de la Tierra. Modernos interferómetros Sagnac de alta precisión utilizan el láser de anillo con áreas de unos pocos metros cuadrados, como se muestra en la Figura 105. Tal interferómetro de anillo es capaz de medir las variaciones de las tasas de rotación de la tierra de menos de una parte por millón. De hecho, en el transcurso de un año, la duración de un día varía irregularmente en unos pocos milisegundos, sobre todo debido a las influencias del Sol o la Luna, debido a los cambios de tiempo y debido al magma caliente que fluye en el interior
Ref. 115 de la Tierra.** Pero también los terremotos, el efecto de El Niño en el clima y el llenado de las grandes presas de agua tienen efectos sobre la rotación de la Tierra. Todos estos efectos se pueden estudiar con tales interferómetros de alta precisión; también pueden ser utilizados para la investigación sobre el movimiento del suelo debido a las mareas lunares o terremotos, y para los controles sobre la teoría de la relatividad especial.

Por último, en 1948, siendo estudiante universitario Hans Bucka desarrolló el experi-
Ref. 116 mento más simple hasta el momento para demostrar la rotación de la Tierra. Una barra de metal le permite a uno detectar la rotación de la Tierra después de sólo unos segundos de observación, mediante la puesta a punto del dispositivo de la Figura 106. El experi-
Desafío 269 s mento puede ser fácilmente realizado en clase. ¿Puede adivinar cómo funciona?

En resumen, las observaciones muestran que la superficie de la Tierra gira a 464 m/s en el ecuador, un valor mayor que el de la velocidad del sonido en el aire, que es de unos 340 m/s en condiciones habituales. La rotación también implica una aceleración, en el Ecuador, de 0,034 m/s^2. En efecto, estamos *dando vueltas* por el universo.

* Oliver Lodge (b. 1851, Stoke, d. on-Trent-1940, Wiltshire) fue un físico británico que estudió las ondas electromagnéticas y trató de comunicarse con los muertos. Una figura extraña, pero influyente, sus ideas se citan a menudo cuando los físicos quieren divertirse; por ejemplo, fue uno de esos (raros) físicos que creían que al final del siglo XIX la física ya estaba completa.

** El crecimiento de las hojas en los árboles y el consiguiente cambio en el momento de inercia de la Tierra, que ya fue pensado en 1916 por Harold Jeffreys, es demasiado pequeño para ser visto, y queda escondido por efectos mayores.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

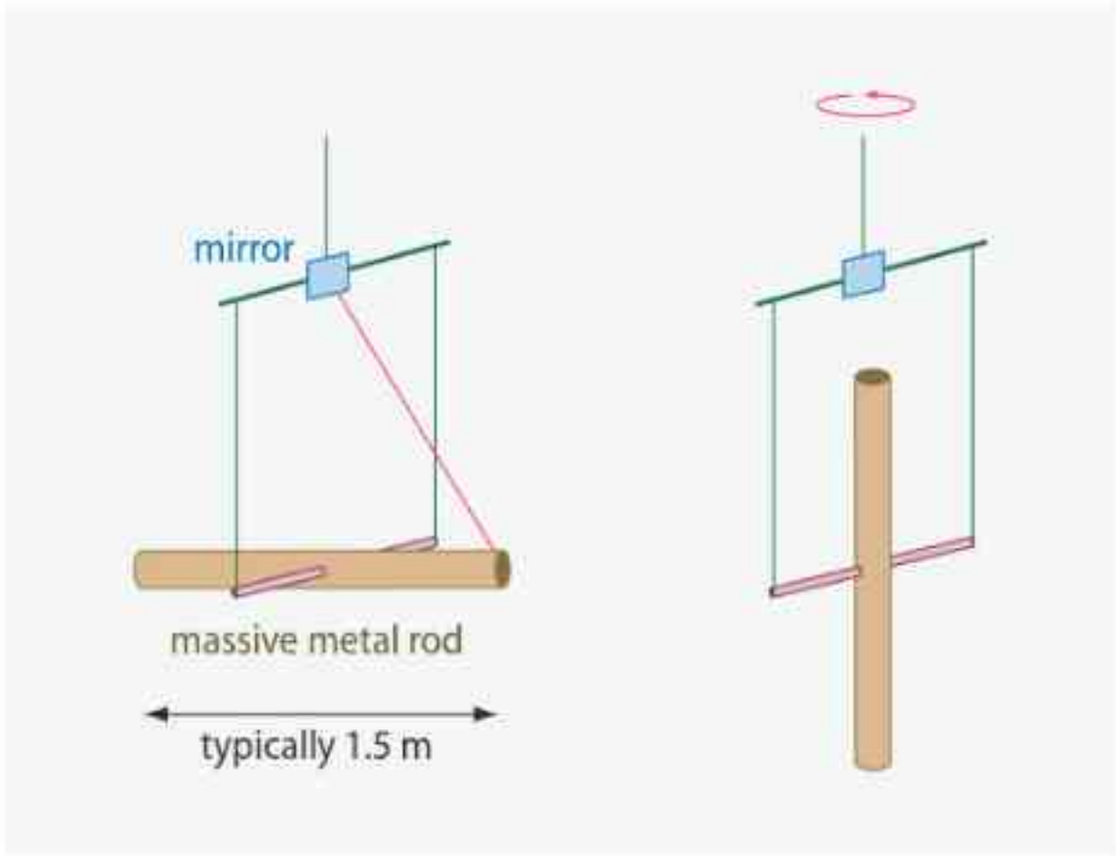


FIGURA 106 Observando la rotación de la Tierra en dos segundos.

¿Cómo gira la Tierra?

¿Es la rotación de la Tierra, o sea la longitud del día, *constante* en escalas de tiempo geológicas?. Esa es una pregunta difícil. Si usted encuentra un método que conduzca a una respuesta, ¡publíquelo! (Lo mismo es cierto para la cuestión de si la duración del
Ref. 117 año es constante.) Sólo unos pocos métodos son conocidos, como vamos a encontrar en breve.

La rotación de la Tierra no es ni siquiera constante durante el período de una vida humana. Varía por unas pocas partes en 10^8. En particular, en una escala de tiempo 'secular' (de un siglo), la duración de los días aumenta en alrededor de 1 a 2 ms por siglo, principalmente debido a la fricción de la Luna y el derretimiento de los casquetes polares. Esto se dedujo mediante el estudio de las observaciones astronómicas históricas de la
Ref. 118 antigua Babilonia y de los astrónomos árabes. Cambios adicionales 'decádicos' tienen una amplitud de 4 o 5 ms y son debido al movimiento de la parte líquida del núcleo de la Tierra. (El centro del núcleo de la Tierra es sólido, lo que fue descubierto en 1936 por la sismóloga danesa Inge Lehmann (1888–1993), su descubrimiento fue confirmado de forma más impresionante por dos sismólogos británicos en 2008, que detectaron ondas de corte del núcleo interno, confirmando así la conclusión de Lehmann. Hay un núcleo líquido alrededor del núcleo sólido.)

Los cambios estacionales y bianuales de la duración del día - con una amplitud de 0,4 ms durante seis meses, otro de 0,5 ms a largo del año, y 0,08 ms en periodos de 24 a 26 meses - se deben principalmente a los efectos de la *atmósfera*. En la década de 1950 la disponibilidad de mediciones de precisión mostró que hay incluso un período de 14 y 28 días con una amplitud de 0,2 ms, debido a la Luna. En la década de 1970, se descubrieron las *oscilaciones* debidas al *viento* con una escala de longitud de alrededor de 50 días, que también se encontró que alteran la longitud del día, con una amplitud de alrededor de 0,25 ms. Sin embargo, estas últimas variaciones son bastante irregulares.

También los océanos influyen en la rotación de la Tierra, debido a las mareas, a las
Ref. 119 corrientes del océano, al empuje del viento y al empuje de la presión atmosférica. Otros

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

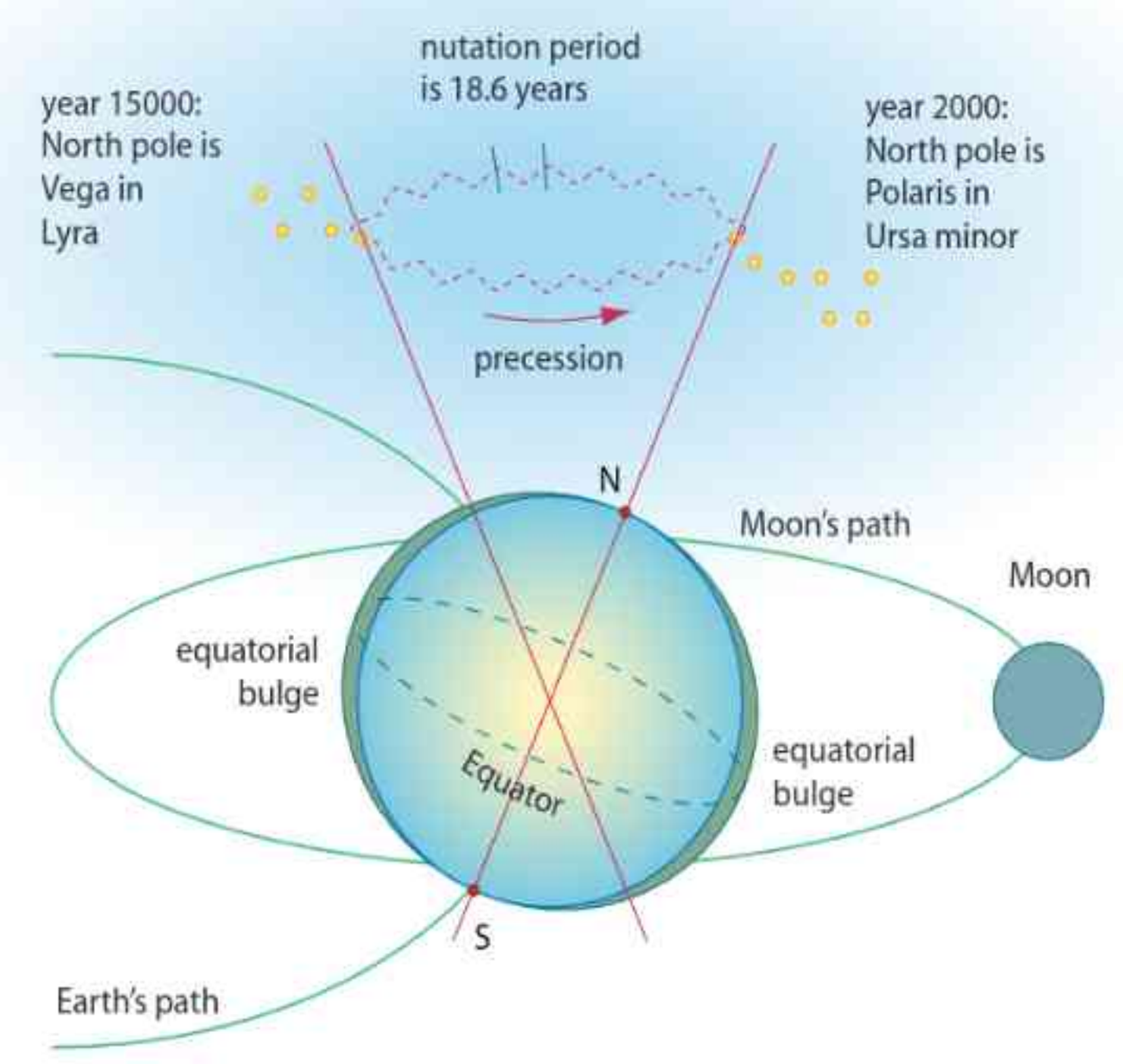


FIGURA 107 La precesión y la nutación del eje de la Tierra.

efectos se deben a las variaciones de la capa de hielo y también a la evaporación del agua y a la lluvia que cae. Por último, pero no menos importante, los flujos en el interior de la Tierra, tanto en el manto como en el núcleo, cambian la rotación. Por ejemplo, los terremotos, el movimiento de las placas, el rebote post-glacial y las erupciones volcánicas, influyen en la rotación.

Pero, después de todo ¿por qué gira la Tierra? La rotación se deriva de la rotación de la nube de gas que giraba en el origen del Sistema Solar. Esta conexión explica que el Sol y todos los planetas, excepto uno, giran en la misma dirección, y también que todos
Ref. 120 giran alrededor del Sol en la misma dirección. Pero la historia completa está fuera del alcance de este texto.

La rotación alrededor de su eje no es el único movimiento de la Tierra; realiza otros movimientos también. Esto ya era conocido hace mucho tiempo. En 128 C., el astrónomo griego Hiparco descubrió lo que hoy se llama la *precesión (equinoccial)*. Comparó la medición hecha por él mismo con otra realizada 169 años antes. Hiparco encontró que el eje de la Tierra apuntaba a diferentes estrellas en diferentes momentos. Llegó a la conclusión de que el cielo se estaba moviendo. Hoy preferimos decir que el eje de la Tierra
Desafío 270 e se está moviendo. (¿Por qué?) Durante un período de 25 800 años el eje traza un cono con un ángulo de apertura de 23,5°. Este movimiento, que se muestra en la Figura 107, se genera por las fuerzas de marea de la Luna y el Sol sobre el abultamiento ecuatorial de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 108 La precesión de una peonza suspendida (mpg film © Lucas Barbosa)

la Tierra que forma su achatamiento. El Sol y la Luna tratan de alinear el eje de la Tierra en ángulo recto con la trayectoria de la Tierra; este par conduce a la precesión del eje de la Tierra.

La precesión es un movimiento común a todos los sistemas rotatorios: aparece en los planetas, trompos y átomos. (La precesión está también en la base de la sorpresa relacionada con la rueda suspendida mostrada en la página 261.) La precesión se ve más fácilmente en trompos, estén suspendidos o no. Un ejemplo se muestra en la Figura 108; para los núcleos atómicos o planetas, solo imagine que falta el cable de suspensión y el cuerpo giratorio es menos plano. Sobre la Tierra la precesión conduce a la surgencia del agua profunda en el Océano Atlántico Ecuatorial, que cambia regularmente la ecología de las algas.

Además, el eje de la Tierra no está ni siquiera fijado en relación con la superficie de la Tierra. En 1884, mediante la medición del ángulo exacto sobre el horizonte del Polo Norte celeste, Friedrich Küstner (1856–1936) encontró que el eje de la Tierra se *mueve* con respecto a la corteza de la Tierra, como Bessel había sugerido 40 años antes. Como consecuencia del descubrimiento de Küstner, se creó el Servicio Internacional de la Latitud. El *movimiento polar* que Küstner descubrió resultó constar de tres componentes: una pequeña deriva lineal - que todavía no entendemos - un movimiento anual elíptico debido a los cambios estacionales de las masas de aire y agua, y un movimiento circular con un período de alrededor de 1,2 años debido a las fluctuaciones de la presión en el fondo de los océanos. En la práctica, el Polo Norte se mueve con una amplitud de unos
Ref. 121 15 m alrededor de una posición central media, como se muestra en la Figura 109. Las variaciones a corto plazo de la posición del Polo Norte, debido a las variaciones locales
Ref. 122 en la presión atmosférica, al cambio del clima y a las mareas, también se han medido.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

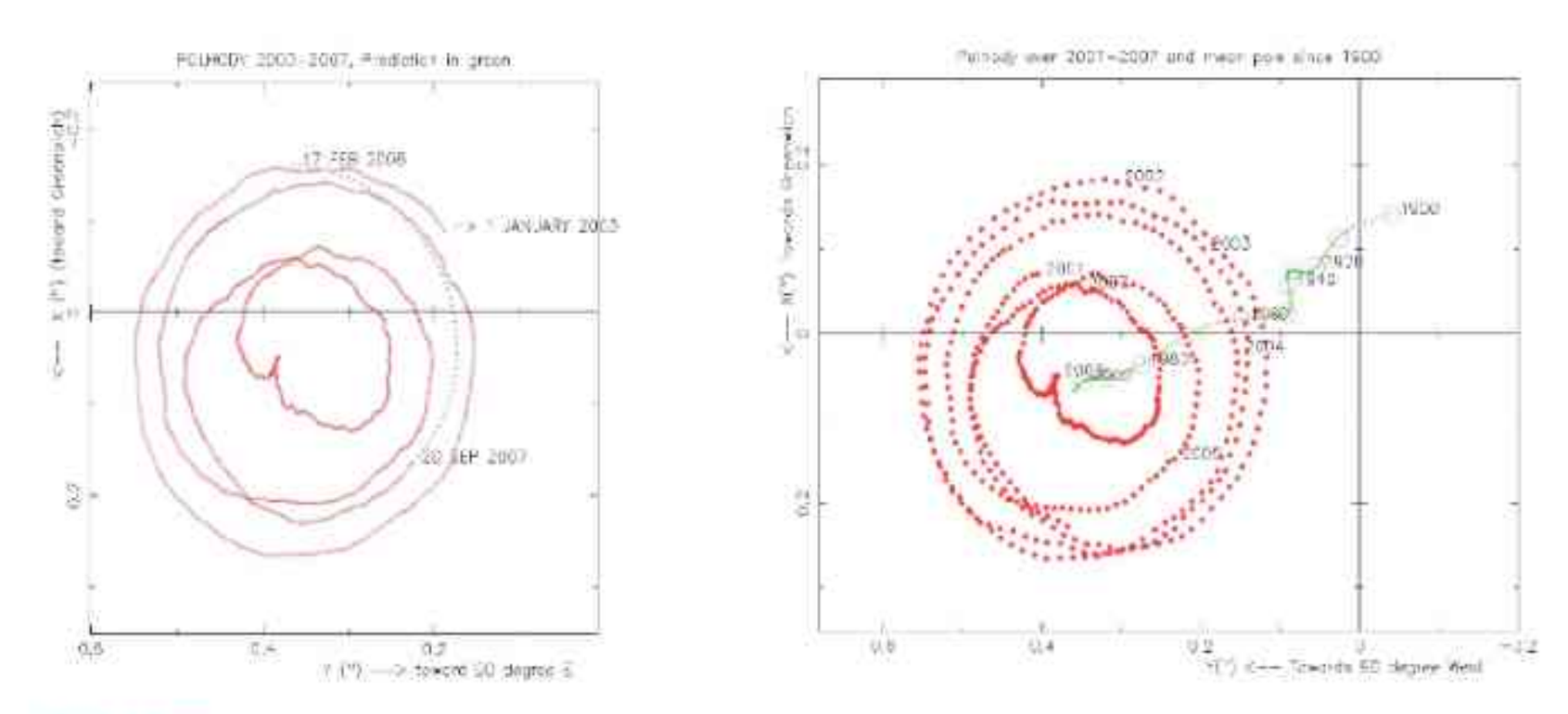


FIGURA 109 El movimiento del Polo Norte, de manera aproximada, *polhode* desde 2003 a 2007, incluyendo la predicción hasta 2008 (izquierda) y la posición promedio desde 1900 (derecha) - con 0,1 segundos de arco estará alrededor de 3,1 m en la superficie de la Tierra - no se representan las variaciones diurnas y semidiurnas de una fracción de un milisegundo de arco debido a las mareas (de hpiers.obspm.fr/eop-pc).

FIGURA 110 Las placas continentales son los objetos del movimiento tectónico. (HoloGlobe project, NASA).

Sólo con la ayuda de la posición exacta del eje de la Tierra es posible la alta precisión del sistema GPS; y sólo con este conocimiento pueden guiarse satélites artificiales a Marte u otros planetas.

Los detalles del movimiento de la Tierra se han estudiado con gran minuciosidad. La Tabla 25 ofrece una visión general de los conocimientos y la precisión que se encuentra disponible en la actualidad.

En 1912, el meteorólogo y físico alemán Alfred Wegener (1880–1930) descubrió un efecto aún mayor. Después de estudiar las formas de las plataformas continentales y las capas geológicas en ambos lados del Atlántico, conjeturó que los continentes se *mueven*,

Motion Mountain – The Adventure of physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

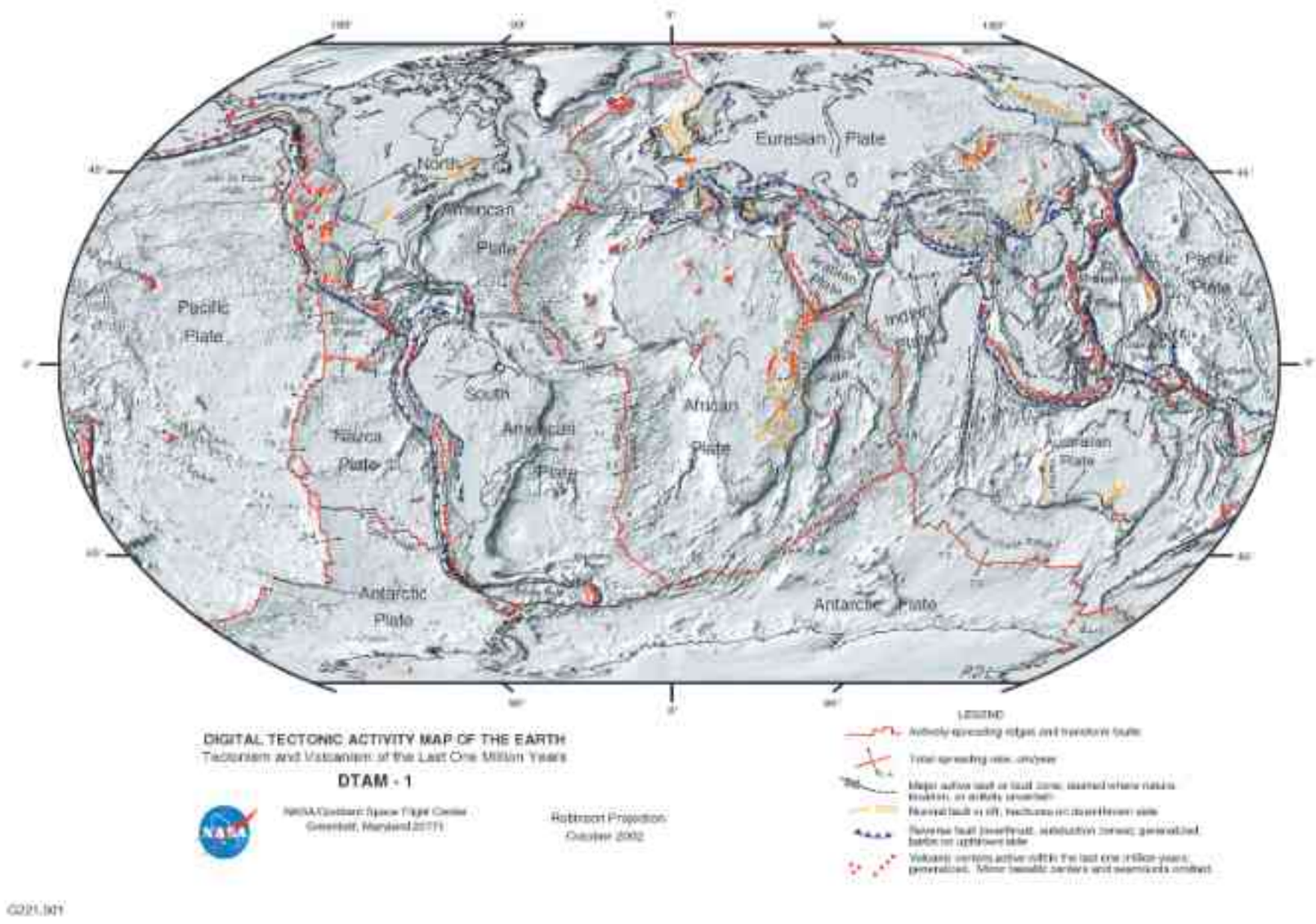


FIGURA 111 Las placas tectónicas de la Tierra, con las velocidades relativas en los contornos. (© NASA)

y que todos ellos son fragmentos de un único continente que se separó hace 200 millones de años.*

A pesar de que en un primer momento todo el mundo, se burló de él, los descubrimientos de Wegener eran correctos. Mediciones modernas con satélites, que se muestran en la Figura 110, confirman este modelo. Por ejemplo, el continente americano se aleja del continente europeo por unos 23 mm por año, como se muestra en la Figura 111. También hay especulaciones de que esta velocidad puede haber sido mucho mayor en ciertos períodos en el pasado. La manera de comprobar esto es mirando la magnetización de las rocas sedimentarias. En la actualidad, éste sigue siendo un tema candente de la investigación. Después de la versión moderna del modelo, llamada *tectónica de placas*, los continentes (con una densidad de $2{,}7 \cdot 10^3$ kg/m^3) flotan en el manto fluido de la tierra (con una densidad de $3{,}1 \cdot 10^3$ kg/m^3) como piezas de corcho en agua, y la convección en el interior del manto proporciona el mecanismo de accionamiento para el movimiento.

Página 137
Vol. III, página 239
Ref. 123

¿Se mueve la Tierra?

El centro de la Tierra no está en reposo en el Universo. En el siglo III C. Aristarco de Samos afirmó que la Tierra gira alrededor del Sol. Los experimentos tales como la de la Figura 112 confirman que la órbita es una elipse. Sin embargo, una dificultad fundamental

* En este viejo continente, llamado Gondwana, había un enorme río que fluye hacia el oeste desde el Chad hasta Guayaquil en Ecuador. Después de que el continente se separara, este río aún fluía hacia el oeste. Cuando aparecieron los Andes, el agua fue bloqueada, y muchos millones de años más tarde, fluía hacia atrás. Hoy en día, el río sigue fluyendo hacia el este y se llama Rio Amazonas.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 25 Datos modernos de medición sobre el movimiento de la Tierra (de hpiers.obspm.fr/eop-pc).

Observable	Símbolo-bol	Valor
Velocidad media angular de la Tierra	Ω	72,921 150(1) μrad/s
Velocidad angular nominal de la Tierra (época 1820)	Ω_N	72,921 151 467 064 μrad/s
Día solar medio convencional (época 1820)	d	86 400 s
Día sidéreo convencional	d_{si}	86 164,090 530 832 88 s
Razón Día solar medio conv. a día sidéreo conv.	$k = d/d_{si}$	1.002 737 909 350 795
Duración convencional del día estelar	d_{st}	86 164,098 903 691 s
Razón Día solar medio conv. a Día estelar	$k' = d/d_{st}$	1.002 737 811 911 354 48
Precisión general en longitud	p	5,028 792(2) ″/a
Oblicuidad dela eclíptica (época 2000)	ε_0	23° 26′ 21,4119″
Período Küstner-Chandler en el marco terrestre	T_{KC}	433,1(1,7) d
Factor de calidad del pico Küstner-Chandler	Q_{KC}	170
Período de mutación libre en la trama celeste	T_F	430,2(3) d
Factor de calidad de la mutación libre del núcleo	Q_F	$2 \cdot 10^4$
Unidad astronómica	AU	149 597 870,691(6) km
Año sidéreo (época 2000)	a_{si}	365,256 363 004 d = 365 d 6 h 9 min 9,76 s
Año trópico	a_{tr}	365,242 190 402 d = 365 d 5 h 48 min 45,25 s
Período principal de la Luna	T_M	27,321 661 55(1) d
Radio ecuatorial de la Tierra	a	6 378 136,6(1) m
Primer momento de inercia ecuatorial	A	$8{,}0101(2) \cdot 10^{37}$ kg m^2
Longitud del eje principal de inercia A	λ_A	−14,9291(10)°
Segundo momento ecuatorial de inercia	B	$8{,}0103(2) \cdot 10^{37}$ kg m^2
Momento de inercia axial	C	$8{,}0365(2) \cdot 10^{37}$ kg m^2
Momento de inercia ecuatorial del manto	A_m	$7{,}0165 \cdot 10^{37}$ kg m^2
Momento de inercia axial del manto	C_m	$7{,}0400 \cdot 10^{37}$ kg m^2
Achatamiento dela Tierra	f	1/298,25642(1)
Achatamiento dinámico Astronómico de la Tierra	$h = (C - A)/C$	0,003 273 794 9(1)
Achatamiento dinámico Geofísico de la Tierra	$e = (C - A)/A$	0,003 284 547 9(1)
Aplanamiento dinámico del núcleo de la Tierra	e_f	0,002 646(2)
Término de segundo grado del potencial de gravedad de la Tierra	$J_2 = -(A + B - 2C)/(2MR^2)$	$1{,}082\,635\,9(1) \cdot 10^{-3}$
Razón secular de J_2	dJ_2/dt	$-2{,}6(3) \cdot 10^{-11}$ /a
Número de Love (medidas de la distorsión de formas por las mareas)	k_2	0.3
Número secular de Love	k_s	0.9383
Principal gravedad ecuatorial	g_{eq}	9,780 3278(10) m/s^2
Constante de gravitación Geocéntrica	GM	$3{,}986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}$ m^3/s^2
Constante de gravitación Heliocéntrica	$GM_\odot$	$1{,}327\,124\,420\,76(50) \cdot 10^{20}$ m^3/s^2
Relación de masas Luna-Tierra	μ	0.012 300 038 3(5)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

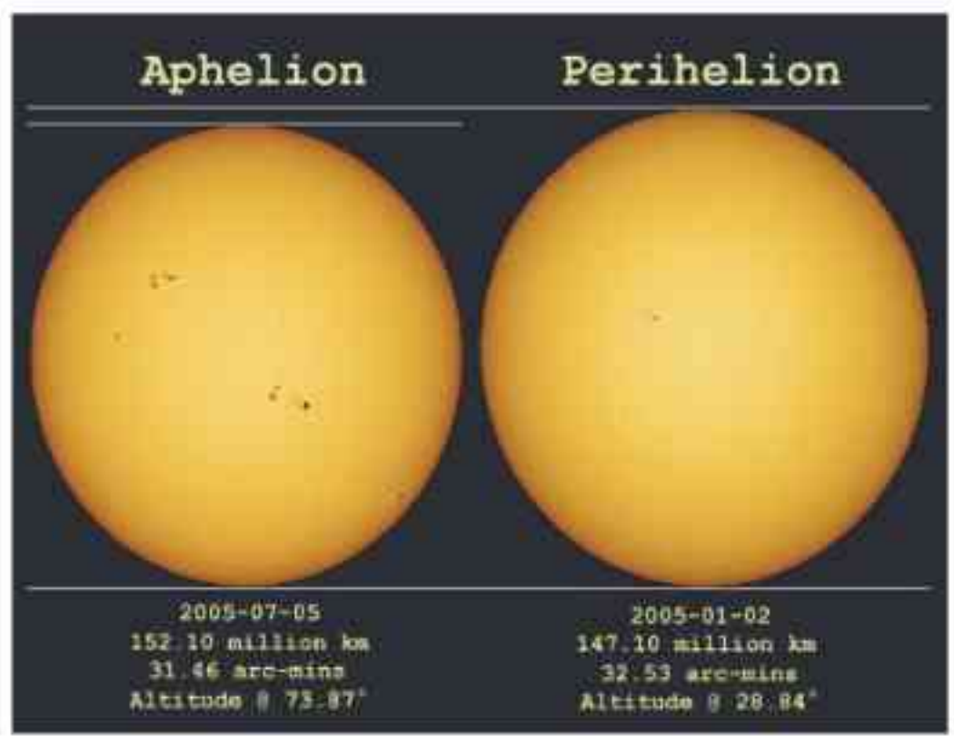


FIGURA 112 El tamaño angular del Sol cambia debido al movimiento elíptico de la Tierra (© Anthony Ayiomamitis).

FIGURA 113 Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846).

del sistema heliocéntrico es que las estrellas tienen el mismo aspecto durante todo el año. ¿Cómo puede ser esto, si la Tierra gira alrededor del Sol?. La distancia entre la Tierra y el Sol se conoce desde el siglo XVII, pero fue sólo en 1837 que Friedrich Wilhelm Bessel* se convirtió en el primero en observar la *paralaje* de una estrella. Este fue el resultado de mediciones muy cuidadosas y cálculos complejos: descubrió las *funciones de Bessel* con el fin de realizarlo. Él fue capaz de encontrar una estrella, 61 Cygni, cuya posición aparente cambiaba con el mes del año. Visto a lo largo de todo el año, la estrella describe una pequeña elipse en el cielo, con una apertura de 0,588″ que es el valor actual). Después de eliminar cuidadosamente todas las otras posibles explicaciones, dedujo que el cambio de posición se debe al movimiento de la Tierra alrededor del Sol, y por el tamaño de la elipse determinó la distancia a la estrella que resultó ser 105 Pm, o 11,1 años luz.

Desafío 271 s

Bessel por lo tanto había logrado por primera vez medir la distancia a una estrella. Al hacerlo, también demostró que la Tierra no está fija con respecto a las estrellas en el cielo y que, de hecho, la Tierra gira alrededor del Sol. El movimiento en sí mismo no fue una sorpresa. Se confirmó el resultado de la aberración de la luz que se ha mencionado antes, descubierta en 1728 por James Bradley** y que se discutirán más adelante. Vista

Vol. II, página 18

* Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846), astrónomo de Westfalia que abandonó una exitosa carrera de negocios para dedicar su vida a las estrellas y llegar a ser el astrónomo más famoso de su tiempo.

** James Bradley (b. 1693 Sherborne , d. 1762 Chalford), astrónomo Inglés. Fue uno de los primeros as-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

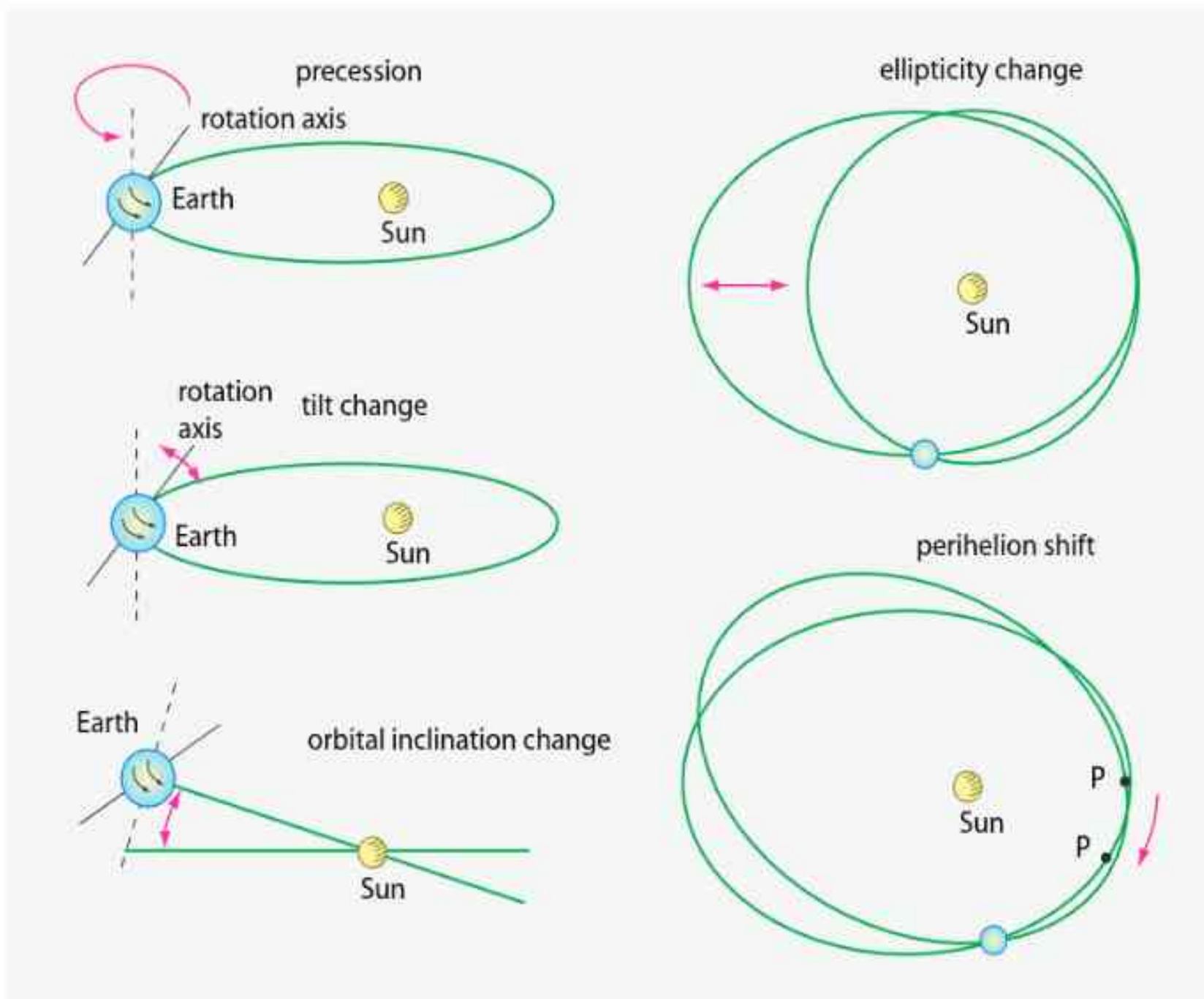


FIGURA 114 Cambios en el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, como la ven diferentes observadores fuera del plano orbital.

desde el cielo la Tierra se mueve alrededor del sol.

Con la mejora de los telescopios, se descubrieron otros movimientos de la Tierra. En 1748, James Bradley anunció que hay un pequeño *cambio* regular de la precesión, que él llamó *nutación*, con un periodo de 18,6 años y una amplitud angular de 19,2″. La nutación se debe a que el plano de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra no es exactamente el mismo que el plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. ¿Es capaz de confirmar que esta situación produce nutación?. Desafío 272 e

Los astrónomos también descubrieron que la inclinación de 23,5° - u *oblicuidad* - del eje de la Tierra, el ángulo entre su momento orbital intrínseco y su momento orbital angular, en realidad cambia de 22,1° a 24,5° con un período de 41 000 años. Este movimiento se debe a la atracción del Sol y de las desviaciones de la Tierra de una forma esférica. En 1941, durante la Segunda Guerra Mundial, el astrónomo serbio Milutin Milankovitch (1879–1958) se retiró a la soledad y exploró las consecuencias. En sus estudios se dio cuenta de que este período de 41 000 años de la oblicuidad, junto con un período

trónomos en comprender el valor de la medición precisa, y modernizó a fondo Greenwich. Él descubrió, de manera independiente de Eustachio Manfredi, la aberración de la luz, un descubrimiento que demostró que la Tierra se mueve y también le permitió medir la velocidad de la luz y confirmar el valor de 0,3 Gm/s. Con posterioridad descubrió la nutación del eje de la Tierra.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

medio de 22 000 años, debido a la precesión,* da lugar a las más de 20 *eras glaciares* de los últimos 2 millones de años. Esto ocurre mediante la mayor o menor irradiación de los polos por el Sol. Las cantidades cambiantes de hielo derretido dan lugar a cambios en la temperatura media. La última edad de hielo tuvo su auge hace unos 20 000 años y finalizó hace unos 11 800 años; la siguiente está todavía muy lejos. Una espectacular confirmación de la relación entre los ciclos de la edad de hielo y la astronomía vino a través de las mediciones de las proporciones de isótopos de oxígeno en los núcleos de hielo y sedimentos marinos, que permiten que pueda ser rastreada la temperatura media en los
Ref. 124 últimos millones de años. La Figura 115 muestra cómo de cerca sigue la temperatura los cambios en la irradiación debidos a cambios en la oblicuidad y la precesión.

La órbita de la Tierra también cambia su *excentricidad* con el tiempo, desde completamente circular a ligeramente ovalada y viceversa. Sin embargo, esto ocurre en formas muy complejas, no con regularidad periódica, y se debe a la influencia de los grandes planetas del sistema solar en la órbita de la Tierra. La escala de tiempo típica es de 100 000 a 125 000 años.

Además, la órbita de la Tierra cambia en *inclinación* con respecto a las órbitas de los otros planetas; esto parece ocurrir con regularidad cada 100 000 años. En este período la inclinación cambia de +2,5° a −2,5° y viceversa.

Incluso la dirección en la que apunta la elipse cambia con el tiempo. Este llamado *desplazamiento del perihelio* se debe en gran parte a la influencia de los otros planetas; una pequeña parte restante será importante en el capítulo de la relatividad general. La primera pieza de datos que confirmaban la teoría de Einstein fue el desplazamiento del perihelio de Mercurio.

Obviamente, la longitud del año también cambia con el tiempo. Las variaciones medidas son del orden de unas pocas partes en 10^{11} o alrededor de 1 ms por año. Sin embargo, el conocimiento de estos cambios y de su origen están mucho menos detallados que los cambios en la rotación de la Tierra.

El siguiente paso es preguntarse si el propio Sol se mueve. En efecto, lo hace. A nivel local, se mueve con una velocidad de 19,4 km/s hacia la constelación de Hércules. Esto fue demostrado por William Herschel en 1783. Pero a nivel global, el movimiento es aún más interesante. El diámetro de la galaxia es de al menos 100 000 años luz, y estamos ubicados a 26 000 años luz del centro. (Esto se sabe desde 1918. El centro de la galaxia se encuentra en la dirección de Sagitario.) En nuestra posición, la galaxia tiene 1 300 años
Ref. 125 luz de espesor; actualmente, estamos 68 años luz 'por encima' del plano central. El Sol, y con ella el sistema solar, tarda unos 225 millones de años en girar una vez alrededor del centro galáctico, su velocidad orbital es alrededor de 220 km/s. Parece que el Sol continuará alejándose del plano de la galaxia hasta que esté a unos 250 años luz por encima del plano, y entonces retrocederá, como se muestra en la Figura 116. El período de oscilación se estima en torno a los 62 millones de años, y se ha sugerido que el mecanismo de las extinciones masivas de la vida animal en la Tierra, posiblemente debido a alguna nube de gas o alguna fuente de radiación cósmica que pueden encontrarse periódicamente en el camino. La cuestión sigue siendo un tema candente de la investigación.

El movimiento del Sol alrededor del centro de la Vía Láctea implica que los planetas

* De hecho, la precesión de 25 800 años, lleva a tres períodos de insolación, de 23 700, 22 400 y 19 000 años, debido a la interacción entre la precesión y el desplazamiento del perihelio.

Andreas Müllenhain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

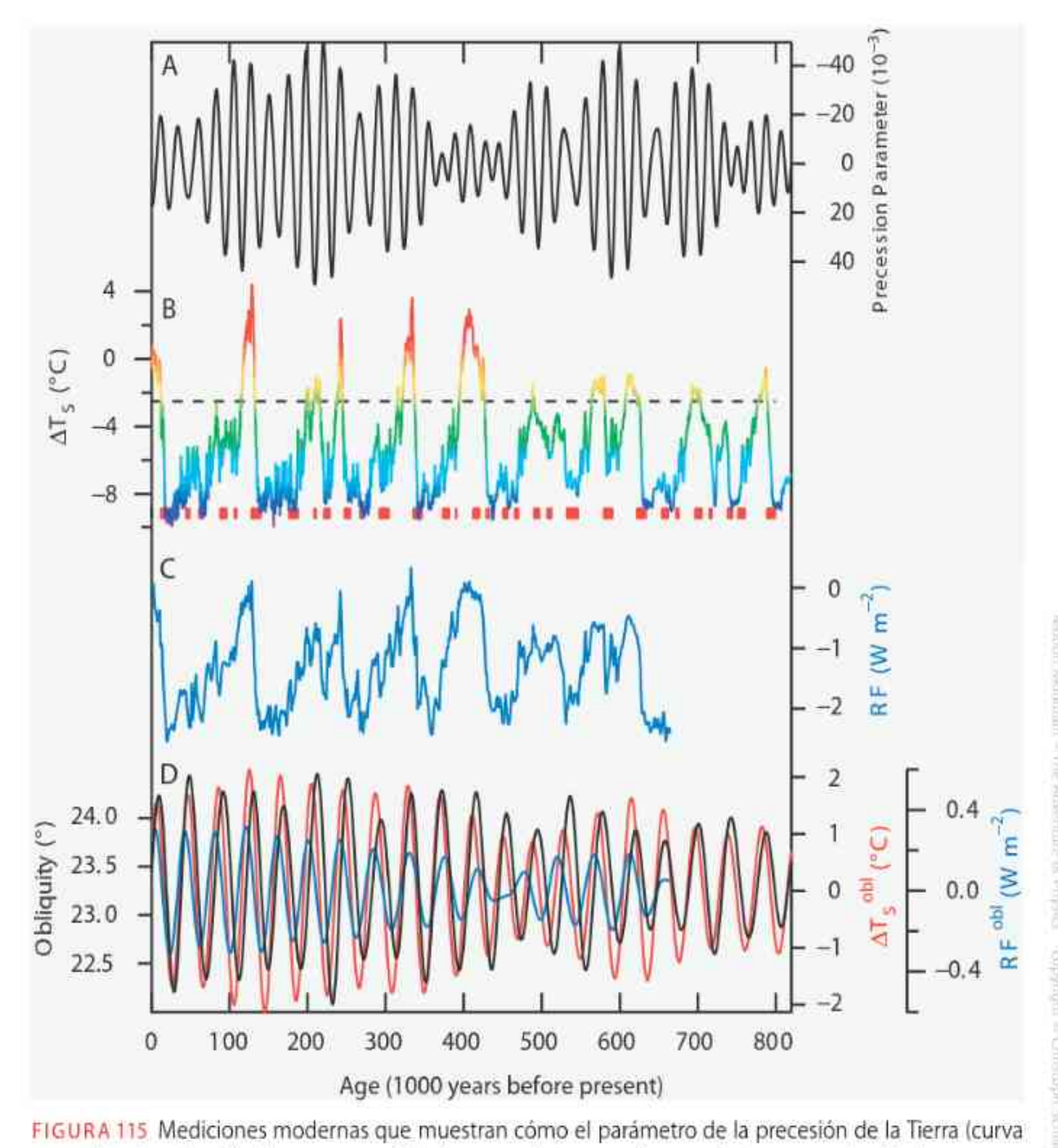


FIGURA 115 Mediciones modernas que muestran cómo el parámetro de la precesión de la Tierra (curva negra A) y la oblicuidad (curva negra D) influyen en la temperatura media (curva a color B) y la irradiación de la Tierra (curva azul C) en los últimos 800 000 años: la oblicuidad deducida por análisis de Fourier de la irradiación de RF de datos (curva azul D) y la oblicuidad deducida por el análisis de Fourier de la temperatura (curva roja D) que coincida con la oblicuidad conocida a partir de datos astronómicos (negro curva D); eventos de refrigeración agudos tuvieron lugar cuando la oblicuidad aumentó mientras que el parámetro de precesión estaba cayendo (marcado en rojo por debajo de la curva de temperatura) (© Jean Jouzel/Science from Ref. 124).

del sistema solar pueden ser vistos como formando hélices alrededor del Sol. La Figura 117 muestra esa trayectoria.

Damos vueltas alrededor del centro de la galaxia porque la formación de las galaxias, como el de los sistemas solares, siempre ocurren en un vórtice. Por cierto, ¿puede confirmar desde su propia observación que nuestra propia galaxia gira?

Desafío 273 s

Por último, podemos preguntarnos si la propia galaxia se mueve. Su movimiento de hecho se puede observar, ya que es posible dar un valor para el movimiento del Sol a tra-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

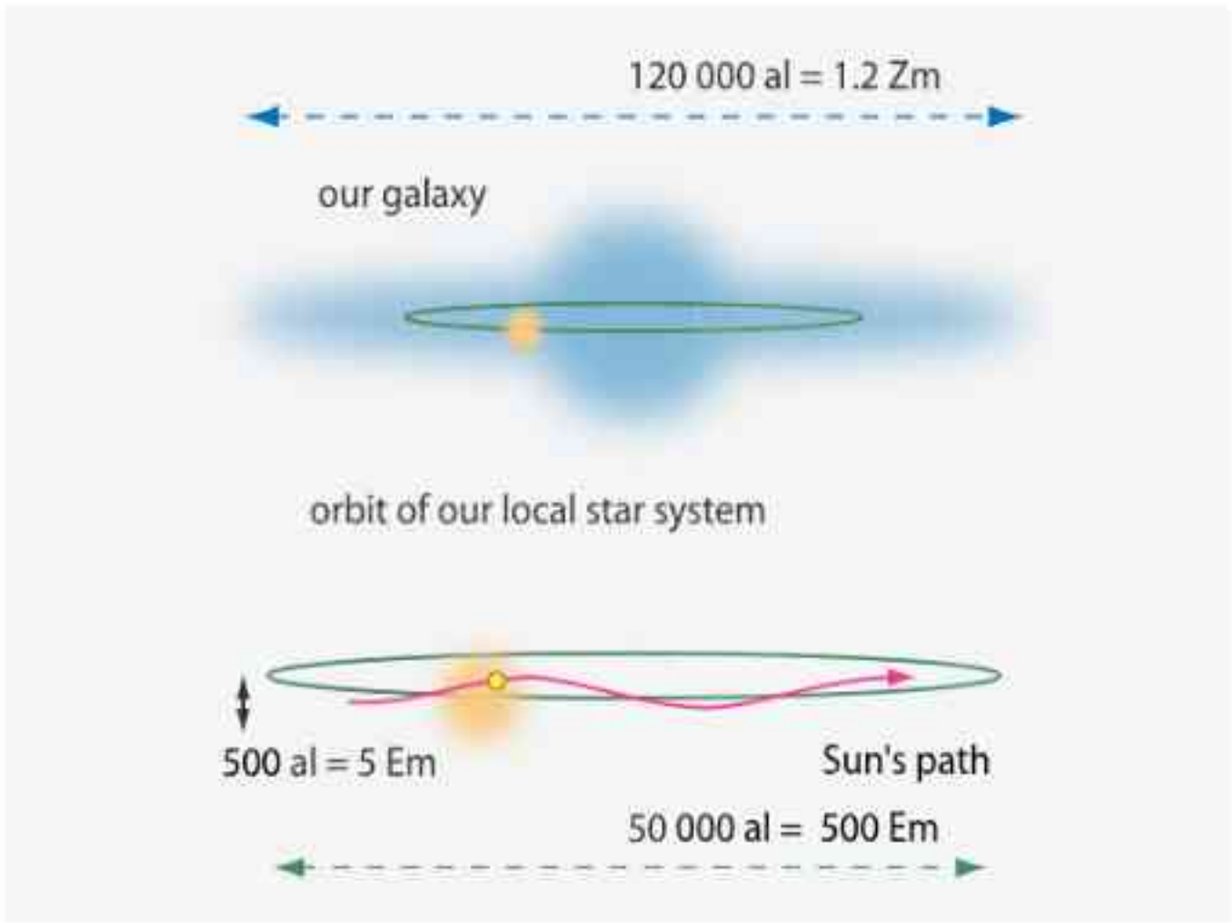


FIGURA 116 El movimiento del Sol alrededor de la galaxia.

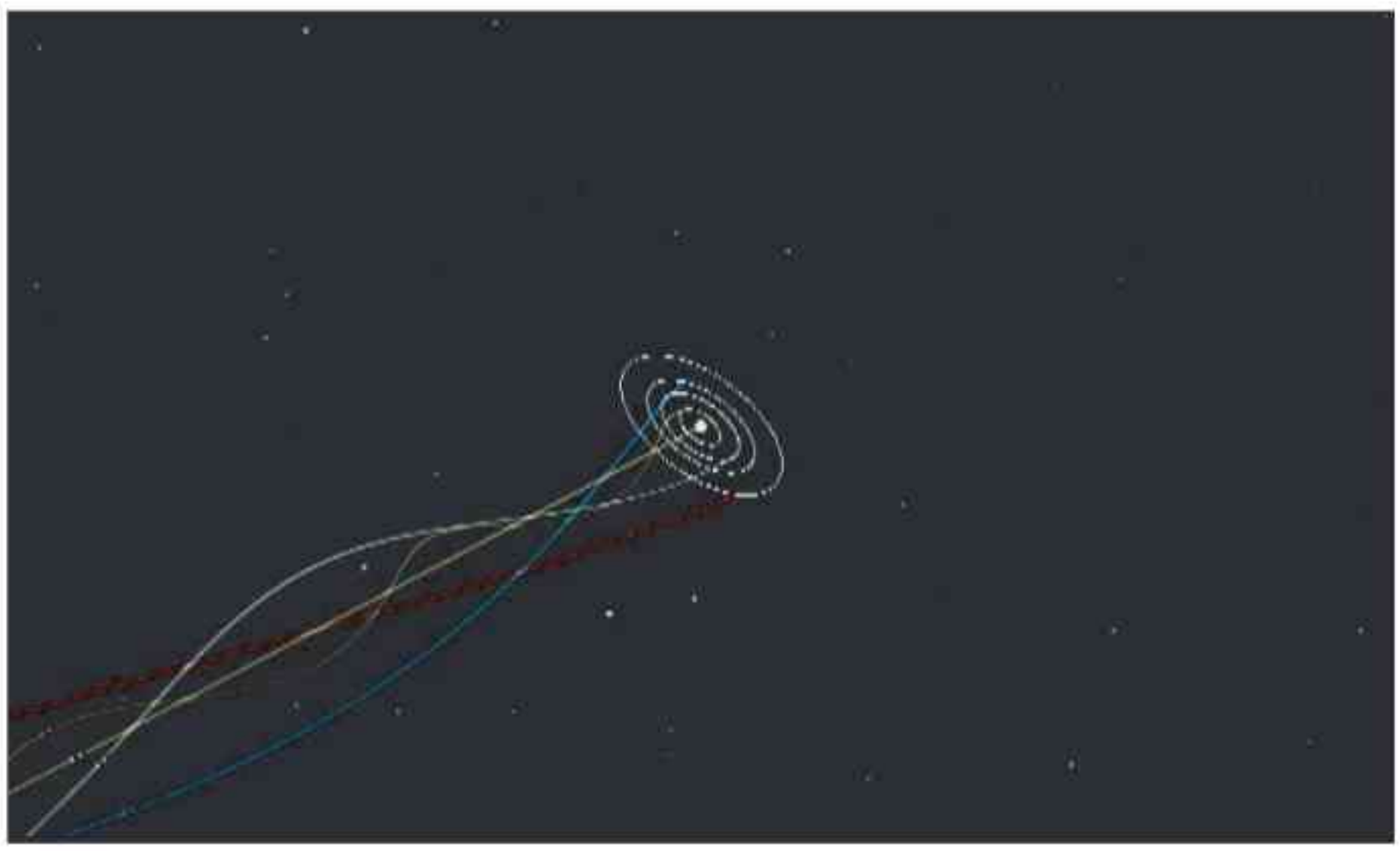


FIGURA 117 El movimiento helicoidal de los primeros cuatro planetas en torno a la trayectoria trazada por el Sol durante su viaje alrededor del centro de la Vía Láctea. Marrón: Mercurio, blanco: Venus, Azul: Tierra, rojo: Marte. (QuickTime film © Rhys Taylor at www.rhysy.net).

vés del universo, definiéndolo como el movimiento en contra de la radiación de fondo. Ref. 126 Este valor se ha medido de 370 km/s. (La velocidad de la *Tierra* a través de la radiación de fondo, por supuesto, depende de la estación). Este valor es una combinación del movimiento del Sol alrededor del centro de la galaxia y del movimiento de la propia galaxia. Este último movimiento es debido a la atracción gravitatoria de las galaxias, cerca de nuestro grupo local de galaxias. *

* Este es más o menos el extremo de la escalera. Tenga en cuenta que la expansión del universo, que será

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 118 Conducir a través de copos de nieve produce el efecto de movimiento relativo en tres dimensiones. Efectos similares son observados cuando la Tierra viaja por el universo. (© Neil Provo en neilprovo.com).

Página 220

En resumen, la Tierra realmente se mueve mucho, y lo hace de una manera bastante compleja. Como Henri Poincaré decía, si nos encontramos en un punto dado hoy, digamos que el Panteón de París, y volvemos al mismo lugar mañana a la misma hora, en realidad estamos a 31.000.000 de kilómetros de distancia. Esta situación haría que viajar en el tiempo fuera extremadamente difícil, incluso si fuera posible (que no lo es); cuando usted regrese al pasado, tendría que llegar al antiguo lugar exactamente!

¿Es absoluta la velocidad? – La teoría de la relatividad cotidiana

¿Por qué no sentimos todos los movimientos de la Tierra?. Las dos partes de la respuesta ya eran conocidas en 1632. En primer lugar, según explicó Galileo, no sentimos las aceleraciones de la Tierra debido a que los efectos que producen son demasiado pequeños para ser detectadas por los sentidos. De hecho, muchas de las aceleraciones mencionadas inducen efectos medibles sólo en experimentos de alta precisión, por ejemplo, en los relojes atómicos.

Vol. II, página 150

Pero el segundo punto planteado por Galileo es igualmente importante: es imposible sentir la alta velocidad a la que nos estamos moviendo. No sentimos un movimiento traslacional no acelerado porque esto es imposible *en principio*. No podemos probar el hecho de que estamos en movimiento. Galileo discutió la cuestión mediante la compa-

estudiado más adelante, no produce ningún movimiento.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

ración de las observaciones de dos observadores, uno en tierra y otro sobre el medio de transporte acelerado más moderno de su tiempo, un barco. Galileo se preguntó si un hombre en el suelo y un hombre en un barco en movimiento con velocidad constante experimentan (o 'sienten') algo diferente. Einstein utilizó observadores en trenes. Más tarde se puso de moda usar viajeros en cohetes. (¿Qué vendrá después?) Galileo explicó que sólo las velocidades *relativas* entre cuerpos producen efectos, no los valores absolutos de las velocidades. Para los sentidos y todas las medidas que encontramos:

Desafío 274 e

▷ no hay diferencia entre el reposo y un movimiento rectilíneo uniforme sin perturbaciones, cuya velocidad, sin embargo, puede ser rápida. Esto es lo que ahora llamamos *principio de la relatividad de Galileo.*

En la vida diaria sentimos el movimiento solamente si los medios de transporte 'tiemblan' (por tanto, si aceleran), o si se mueven contra el aire. En consecuencia Galileo concluye que dos observadores en movimiento recto e imperturbado uno junto a otro no pueden decir quién está 'realmente' en movimiento. Sea cual sea su velocidad relativa, ninguno de los dos 'se siente' en movimiento.*

El reposo es relativo. O más claramente: el reposo es un concepto dependiente del observador. Este resultado de la física Galileana es tan importante que Poincaré introdujo la expresión 'teoría de la relatividad' y Einstein repitió el principio explícitamente cuando publicó su famosa teoría de la relatividad especial. Sin embargo, estos nombres son

* En 1632, en su *Diálogo*, Galileo escribe: 'Enciérrate con algún amigo en la cabina principal bajo la cubierta de un barco grande, y ten contigo algunas moscas, mariposas y otros animales voladores pequeños. Dispón un recipiente grande con agua y algunos peces en el mismo; cuelga una botella que se vacía gota a gota en un recipiente ancho situado bajo de ella. Con la nave aún parada, observa cuidadosamente cómo los pequeños animales vuelan con la misma velocidad a todos los lados de la cabina. Los peces nadan indistintamente en todas las direcciones; las gotas caen en el recipiente de abajo; y, lanzando algo a tu amigo, no necesitarás tirarlo con más fuerza en una dirección que en otra, las distancias son iguales: saltando con los pies juntos, se alcanzan distancias iguales en todas las direcciones. Cuando hayas observado todas estas cosas con cuidado (aunque no hay duda de que cuando el barco está parado todo debe suceder de esta manera), haz que el buque se mueva con cualquier velocidad que quieras, siempre y cuando el movimiento sea uniforme y no fluctuante, no descubrirás el menor cambio en todos los efectos mencionados, ni te diste cuenta de cualquiera de ellos si el barco se movía como si está quieto. En el salto, alcanzas en el suelo las mismos distancias que antes, ni va a hacer saltos más grandes hacia la popa que hacia la proa a pesar de que la nave se mueve muy rápidamente, a pesar del hecho de que durante el tiempo que estás en el aire, el suelo va en una dirección opuesta a la de tu salto. Tirando algo a tu compañero, no necesitarás más fuerza para llegar a él si está en la dirección de la proa o la popa, con uno mismo situado enfrente. Las gotas caerán como antes en el recipiente de abajo sin que se caiga hacia la popa, aunque mientras las gotas están en el aire la nave ha corrido muchos tramos. Los peces en el agua nadan hacia la parte delantera del recipiente sin más esfuerzo que hacia la parte posterior, y acuden con la misma facilidad al cebo colocado en cualquier lugar alrededor de los bordes del recipiente. Finalmente las mariposas y las moscas continuarán sus vuelos con indiferencia hacia todos los lados, nunca sucederá que se concentren hacia la popa, como si estuvieran fatigadas de mantenerse al día con el curso de la nave, de la que han estado separadas durante largos intervalos manteniéndose en el aire. Y si hacemos humo quemando incienso, se verá que sube en forma de una pequeña nube, permaneciendo quieta y no se moverá más hacia un lado que al otro. La causa de todas estas correspondencias de efectos está el hecho de que el movimiento del barco es común a todas las cosas contenidas en el mismo, y para el aire también. Por eso he dicho que debe estar por debajo de las cubiertas; porque si este se llevara a cabo al aire libre, que no siga el curso de la nave, se observarían diferencias más o menos notables en algunos de los efectos observados.' (Traducido por Stillman Drake)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

embarazosos. ¡La Física Galileana es también una teoría de la relatividad! La relatividad del reposo es común a *toda* la física; es un aspecto esencial del movimiento.

En resumen, el movimiento sin perturbaciones o uniforme no tiene ningún efecto observable; solo el *cambio* de movimiento lo tiene. La velocidad no se puede sentir; la aceleración, sí. Como resultado, todos los físicos puede deducir algo simple sobre la siguiente declaración de Wittgenstein:

> Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir *wissen* nicht, ob sie aufgehen wird.* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez

Esta frase es *incorrecta*. ¿Puede explicar por qué Wittgenstein se equivocó aquí, a pesar de su fuerte deseo de no *errar*?

Desafío 275 s

¿Es relativa la rotación?

Cuando giramos rápidamente, se levantan nuestros brazos. ¿Por qué ocurre esto? ¿Cómo puede nuestro cuerpo detectar si estamos rotando o no? Hay dos respuestas posibles. El primer enfoque, promovido por Newton, es decir que hay un espacio absoluto; cuando rotamos en relación a este espacio, el sistema reacciona. La otra respuesta es tener en cuenta que cada vez que se levantan los brazos, las estrellas también giran, y exactamente de la misma manera. En otras palabras, nuestro cuerpo detecta la rotación porque nos movemos en comparación con la distribución media de masa en el espacio.

El argumento más citado en relación a esta discusión se debe a Newton. En lugar de brazos, examinó el caso del agua en un cubo en rotación. En un cubo que gira, la superficie del agua asume una forma cóncava, mientras que la superficie es plana para un cubo que no gira. Como es habitual en cuestiones filosóficas, la respuesta de Newton fue guiada por su comportamiento místico provocado por la temprana muerte de su padre. Newton vio el espacio absoluto como un concepto religioso y ni siquiera era capaz de concebir una alternativa. Newton ve pues la rotación como un tipo de movimiento (concepto) *absoluto*. La mayoría de los científicos modernos tienen menos problemas y más sentido común que Newton; como resultado, el consenso actual es que los efectos de rotación se deben a la distribución de masas en el universo:

▷ la rotación es relativa.

Un número de experimentos de alta precisión confirman esta conclusión; por tanto esto es también parte de la teoría de la relatividad de Einstein.

Curiosidades y divertidos retos sobre la rotación y la relatividad

Al viajar en el tren, usted puede probar la afirmación de Galileo sobre la relatividad del movimiento cotidiano. Cierre los ojos y pídale a alguien que le dé vueltas muchas veces:

* 'Que el sol se levantará mañana es una hipótesis; y esto significa: no *sabemos* si se levantará'. Esta declaración conocida se encuentra en Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.36311.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 276 e ¿es usted capaz de decir en qué dirección está marchando el tren?

* *

Una buena báscula de baño, utilizada para determinar el peso de una persona, no muestra un peso constante cuando usted sube a ella y cuando permanece inmóvil. ¿Por qué
Desafío 277 s no?

* *

Si un arma que se encuentra en el ecuador dispara una bala verticalmente, ¿donde se cae
Desafío 278 s la bala?

* *

¿Por qué la mayoría de los sitios de lanzamiento de cohetes están lo más cerca posible de
Desafío 279 s la línea del Ecuador?

* *

En el Ecuador, la velocidad de rotación de la Tierra es de 464 m/s, o alrededor de Mach 1,4; el segundo número significa que es 1,4 veces la velocidad del sonido. Este movimiento supersónico tiene dos consecuencias interesantes.

En primer lugar, la velocidad determina el tamaño de los fenómenos meteorológicos típicos. Este tamaño, la llamada *longitud (o radio) de Rosby*, está dada por la velocidad del sonido (o alguna otra velocidad típica) dividida por el doble de la velocidad de rotación local. En latitudes moderadas, la longitud Rosby es cerca de 2000 km. Esta es una fracción considerable del radio de la Tierra, por lo que sólo unos pocos grandes sistemas climáticos están presentes en la Tierra en un momento específico. Si la Tierra girara más lentamente, el tiempo atmosférico estaría determinado por los flujos de corta duración, locales y no tendrían regularidades generales. Si la Tierra girara más rápido, el tiempo atmosférico sería mucho más violento - como en Júpiter -, pero una pequeña longitud Rosby implica que las grandes estructuras del clima tendrían una duración enorme, como la mancha roja en Júpiter, que se prolonga durante varios siglos. En cierto sentido, la rotación de la Tierra tiene la velocidad que ofrece el clima más interesante.

La otra consecuencia del valor de la velocidad de rotación de la Tierra se refiere a la atmósfera. Mach 1 es también, en términos generales, la velocidad térmica de las moléculas de aire. Esta velocidad es suficiente para una molécula de aire para alcanzar la altura característica de la atmósfera, a unos 6 km. Por otro lado, la velocidad de rotación Ω de la Tierra determina su desvío, h, de la esfericidad: la tierra se aplana, como vimos
Página 148 anteriormente. En términos generales, tenemos $gh = \Omega^2 R^2/2$, o cerca de 12 km. (Esto es correcto dentro del 50 %, el valor real es de 21 km.) Así encontramos que la velocidad de rotación de la Tierra implica que su aplanamiento es comparable al grosor de la atmósfera.

* *

El efecto Coriolis influye en los ríos y sus riberas. Esta sorprendente conexión fue hecha en 1860 por Karl Ernst von Baer quien encontró que en Rusia, muchos ríos que fluyen hacia el norte en las tierras bajas tienen orillas derechas que son empinadas y altas, y
Desafío 280 e orillas bajas y planas a la izquierda. (¿Puede explicar los detalles?) También encontró

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

que los ríos del hemisferio sur muestran el efecto contrario.

* *

El efecto de Coriolis salva vidas y ayuda a las personas. De hecho, tiene una aplicación importante para los sistemas de navegación; los usos típicos se muestran en la Figura 119. Los insectos utilizan masas (halterios) vibrantes para estabilizar su orientación, para determinar su sentido de la marcha y para encontrar su camino. La mayoría de los insectos de dos alas, o dípteros, utilizan *halterios vibrantes* para la navegación: en particular, abejas, moscas domésticas, moscas de la flor y moscas grúa (tipuloidea) los utilizan. Otros insectos, como las polillas, utilizan *antenas vibrantes* para la navegación. Coches, satélites, teléfonos móviles, modelos de helicópteros a control remoto, y juegos de ordenador también utilizan pequeñas masas vibrantes como sensores de orientación y navegación, exactamente del mismo modo que lo hacen los insectos.

En todas estas aplicaciones de navegación, una o unas pocas pequeñas masas se hacen vibrar; si el sistema al que están conectados gira, el cambio de orientación conduce a un efecto de Coriolis. El efecto se mide detectando el cambio resultante en la geometría; el cambio, y por tanto la potencia de la señal, depende de la velocidad angular y su dirección. Tales sensores de orientación se llaman *giroscopios vibrantes de Coriolis*. Su desarrollo y producción es una parte importante de la actividad de las empresas de alta tecnología - y la evolución biológica.

* *

Un cliente rico y extravagante pidió a su arquitecto diseñar y construir una casa cuyos cuatro paredes estuvieran todas orientadas al sur. ¿Cómo hizo el arquitecto para satisfa-
Desafío 281 e cer la demanda?

* *

¿Quiere viajar a través del espacio interplanetario permaneciendo sano? La gente a menudo fantasean acerca de los viajes largos a través del cosmos. Los experimentos han demostrado que en los viajes de larga duración, los mayores peligros son la radiación cósmica, el debilitamiento de los huesos, la degeneración muscular y los problemas psicológicos. Muchos expertos cuestionan la viabilidad de viajes espaciales que duren más de un par de años. Otros peligros son las quemaduras solares rápidas, por lo menos cerca del Sol, y la exposición al vacío. Hasta ahora, sólo un hombre ha experimentado el vacío
Ref. 127 sin protección. Perdió el conocimiento al cabo de 14 segundos, pero sobrevivió ileso.

* *

¿En qué dirección se inclina una llama si se quema dentro de un frasco en una pletina
Desafío 282 s en rotación?

* *

El Principio de relatividad de Galileo cotidiano afirma que es imposible determinar una velocidad absoluta. Es igualmente imposible determinar una posición absoluta, un tiem-
Desafío 283 s po absoluto y una dirección absoluta. ¿Es así?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

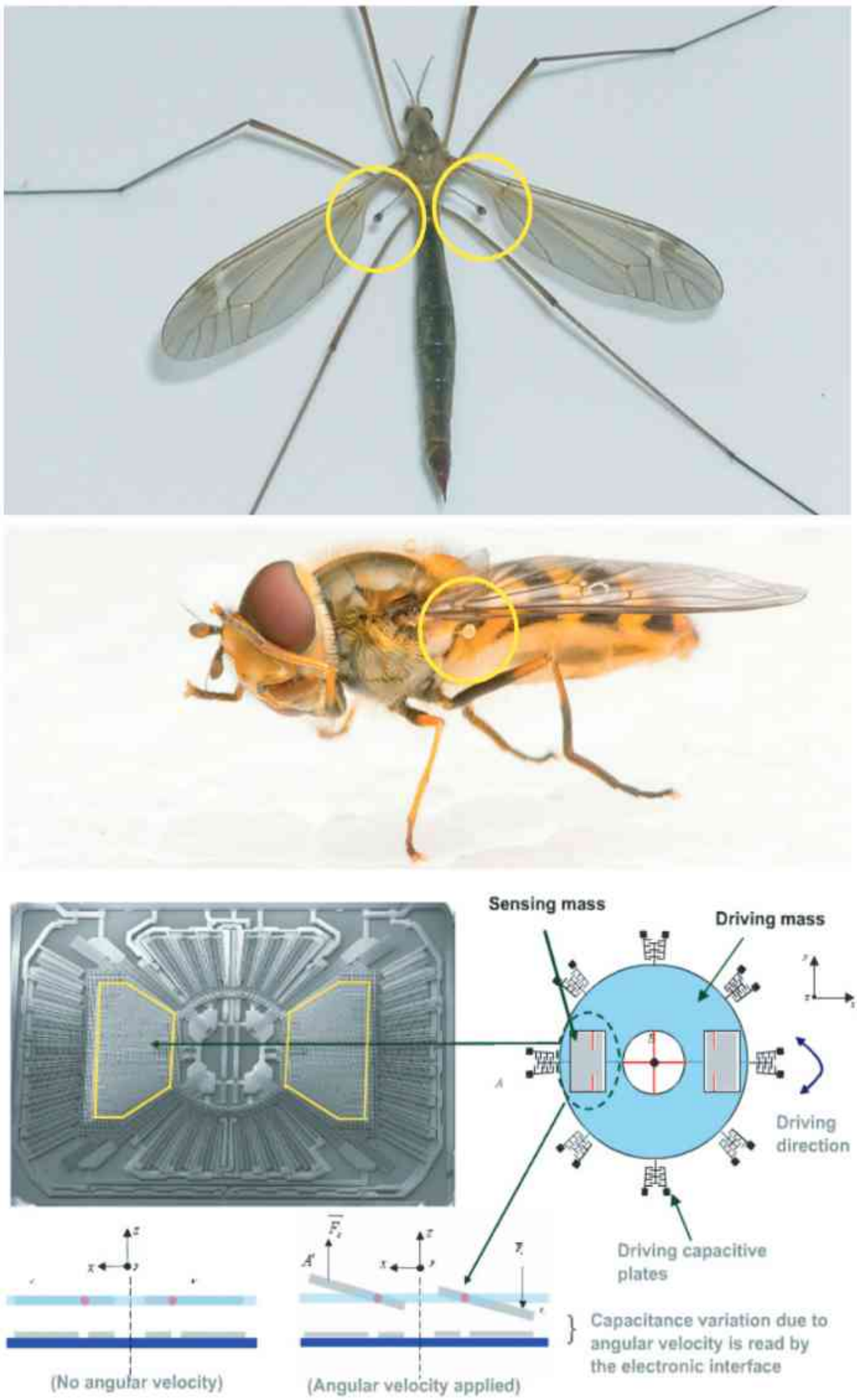


FIGURA 119 El uso del efecto Coriolis en los insectos - de ahí el vuelo de una mosca de la grúa y el vuelo de una mosca de la flor - y sistemas microelectromecánicos (tamaño de unos pocos mm); todos proporcionan señales de navegación a los sistemas que se adjuntan (© Pinzo, Sean McCann, ST Microelectronics).

Modern Multimedia – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Existe la *aceleración centrífuga*? La mayoría de los estudiantes universitarios pasan por la conmoción de conocer a un profesor que dice que no es así, ya que es una cantidad 'ficticia', en contra de lo que se experimenta cada día en un coche cuando se conduce por una curva. Simplemente pregunte al profesor que lo niega que defina 'existencia'. (La
Vol. III, página 349
definición que generalmente utilizan los físicos se dará más adelante.) A continuación,
Desafío 284 s
compruebe si la definición se aplica al término y tome su propia decisión.

Si le gusta el término 'aceleración centrífuga' o lo evita mediante el uso de su negativo, la llamada *aceleración centrípeta*, usted debe saber lo que se calcula. Nosotros usamos un simple truco. Para un objeto en movimiento circular de radio r, la magnitud v de la velocidad $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ es $v = 2\pi r/T$. El vector $\boldsymbol{v}$ se comporta en el tiempo exactamente como la posición del objeto: gira continuamente. Por lo tanto, la magnitud a de la aceleración centrífuga / centrípeta $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ viene dada por la expresión correspondiente, a saber, $a = 2\pi v/T$. Eliminando T, nos encontramos con que la aceleración centrífuga / centrípeta a de un cuerpo en rotación respecto a la velocidad v y al radio r está dada por

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r \,. \tag{36}$$

Esta es la aceleración que sentimos cuando nos encontramos sentados en un coche que toma una curva.

* *

La rotación contiene una sorpresa para cualquiera que la estudie detenidamente. El momento angular es una cantidad con una magnitud y una dirección. Sin embargo, *no* es un vector, como nos muestra cualquier espejo. El momento angular de un cuerpo girando en un plano paralelo a un espejo se comporta de una manera diferente al de una flecha habitual: ¡su imagen en el espejo no está reflejada si apunta hacia el espejo! Puede
Desafío 285 e
comprobar fácilmente esto por sí mismo. Por esta razón, el momento angular se llama
Página 304
un *pseudovector*. El hecho no tiene consecuencias importantes en física clásica; pero hay
Vol. V, página ??
que tenerlo en cuenta para ocasiones posteriores, cuando exploremos la física nuclear.

* *

¿Cuál es la mejor manera de transportar un cierto número de tazas de café o té llenas y
Desafío 286 s
al mismo tiempo evitar que se derrame el precioso líquido?

* *

Una pelota de pinpón está unida por una cuerda a una piedra, y el conjunto se mete en un frasco con agua. La configuración se muestra en la Figura 120. Ahora la jarra se
Desafío 287 s
acelera en sentido horizontal. ¿En qué dirección se mueve la pelota? ¿Qué deduce para una jarra en reposo?

* *

La Luna se aleja de la Tierra en 3,8 cm por año, debido a la fricción. ¿Puede encontrar el
Desafío 288 s
mecanismo responsable del efecto?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

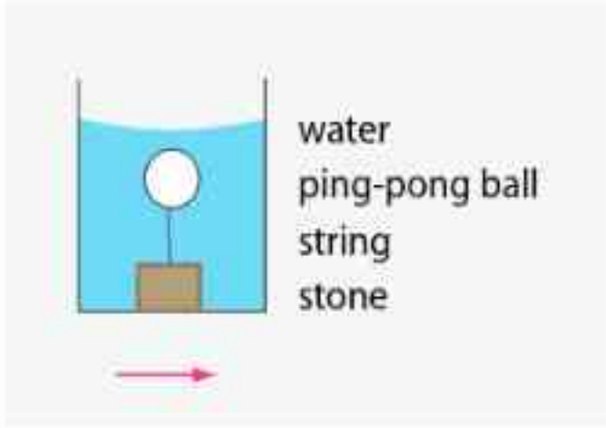


FIGURA 120 ¿De qué manera se mueve la pelota cuando el frasco se acelera en la dirección de la flecha?

¿Qué son los terremotos? Los *terremotos* son grandes ejemplos del mismo proceso que hace chirriar las puertas. Las placas continentales corresponden a las superficies metálicas en las juntas de la puerta. Los terremotos pueden ser descritos como fuentes de energía. La escala de Richter es una medida directa de esta energía. La *magnitud Richter* M_s de un terremoto, un número puro, se define a partir de su energía E en julios por medio de la expresión

$$M_s = \frac{\log(E/1\,\mathrm{J}) - 4{,}8}{1{,}5} \,. \qquad (37)$$

Los números extraños en la expresión se han elegido para poner los valores del terremoto lo más cerca posible de la más antigua escala cualitativa de escala Mercalli EMS98) (ahora llamada escala macrosísmica europea EMS98) que clasifica la intensidad de los terremotos. Sin embargo, esto no es totalmente posible; los instrumentos más sensibles hoy detectan terremotos con magnitudes de −3. El valor más alto jamás medido tuvo una magnitud de 10, en la escala de Richter, en Chile en 1960. Magnitudes superiores a
Desafío 289 s 12 son probablemente imposibles. (¿Puede demostrar por qué?)

* *

¿Cuál es el movimiento del punto de la superficie de la Tierra que tiene al Sol en su cenit (es decir, verticalmente por encima de él), cuando se ve en un mapa de la Tierra durante
Desafío 290 ny un día? ¿Y día tras día?

* *

¿Puede suceder que una antena parabólica para satélites geoestacionarios de televisión
Desafío 291 s enfoque la luz del sol en el receptor?

* *

¿Por qué es difícil disparar un cohete desde un avión en dirección opuesta al movimiento
Desafío 292 s del mismo?

* *

Un mono cuelga de una cuerda. La cuerda se enrolla sobre una rueda y está unido a una masa de igual peso que cuelga hacia abajo en el otro lado, como se muestra en la Figura 121. La cuerda y la rueda no tienen masa ni fricción. ¿Qué pasa cuando el mono
Desafío 293 s sube la cuerda?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

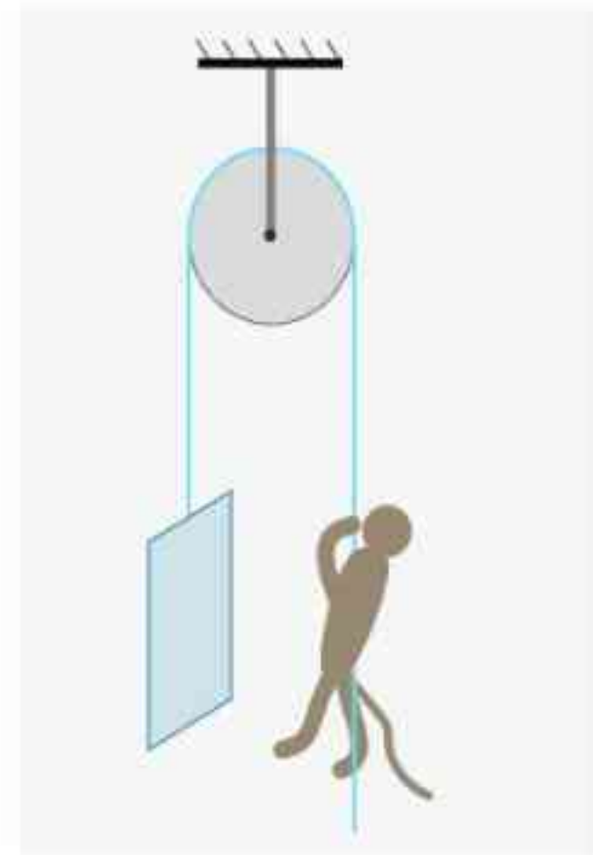


FIGURA 121 ¿Qué sucede cuando el mono sube?

* *

¿Puede un esquiador acuático moverse con una velocidad mayor que el barco que tira
Desafío 294 s de él?

* *

Usted puede conocer la 'Dynabee', (una imitación del Powerball), un dispositivo giroscópico de mano que puede ser acelerado a gran velocidad por los movimientos propios
Desafío 295 d de la mano. ¿Cómo funciona?

* *

Es posible hacer un trompo con un clip de metal. Incluso es posible hacer un tipo de trompo que se dé la vuelta sobre su cabeza al ir girando. ¿Puede descubrir de qué manera?
Desafío 296 s

El momento de inercia de un cuerpo depende de la forma del cuerpo; por lo general, el momento angular y la velocidad angular no apuntan en la misma dirección. ¿Puede
Desafío 297 s confirmar esto con un ejemplo?

* *

Desafío 298 s ¿Cuál es el momento de inercia de una esfera homogénea?

* *

El momento de inercia completo de un cuerpo rígido se determina por los valores de sus tres ejes principales. Estos son todos iguales para una esfera y un cubo. ¿Significa esto
Desafío 299 s que es imposible distinguir una esfera de un cubo por su comportamiento inercial?

* *

A continuación, alguna curiosidad matemática sobre la rotación de un cuerpo rígido libre. Aún para un cuerpo rígido y libre que rota, tal como un ladrillo que gira libremente en el espacio, la velocidad angular , en general, *no* es constante: el ladrillo *bascula* mien-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

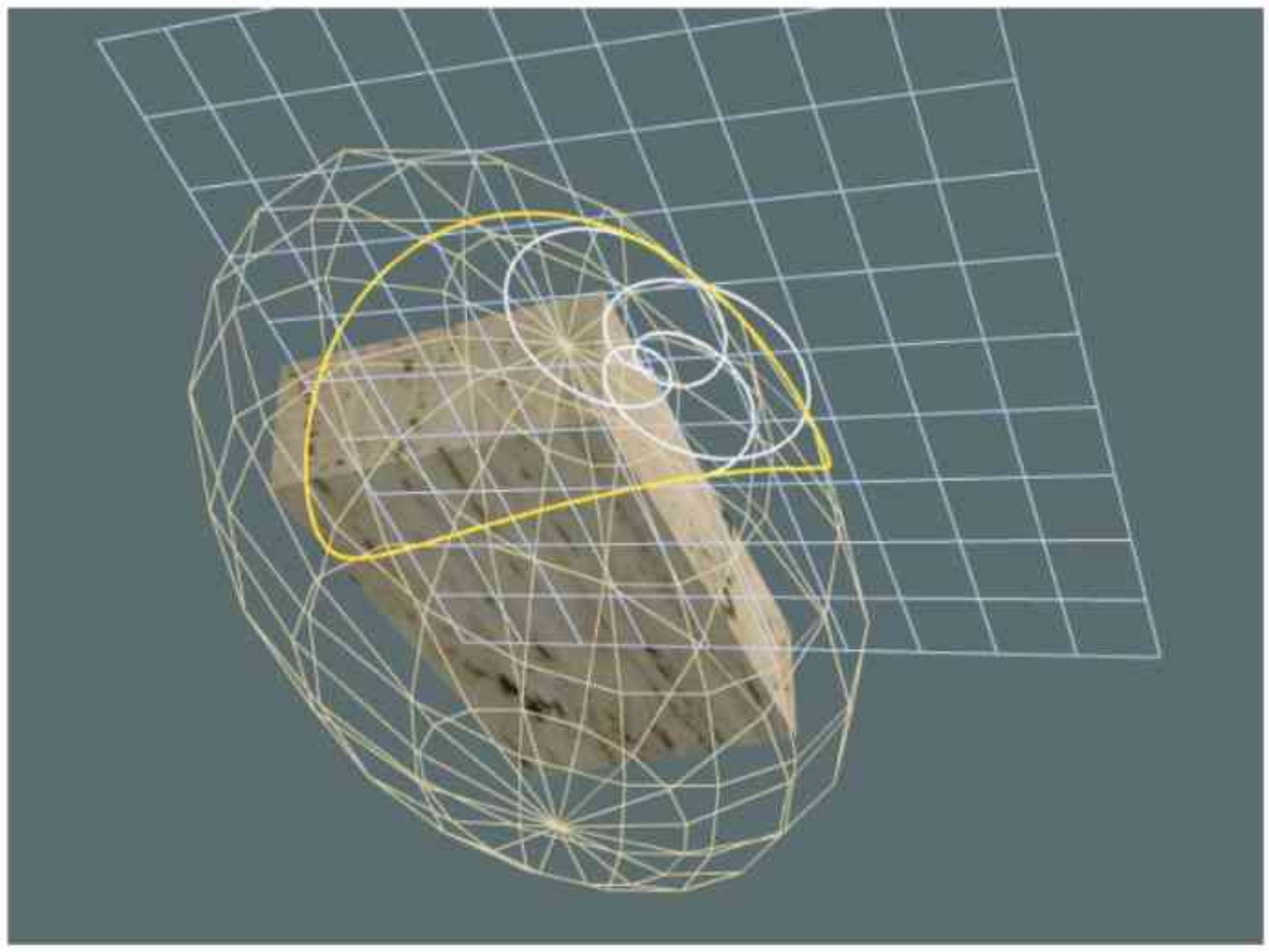


FIGURA 122 El movimiento de la velocidad angular de un ladrillo basculante. La punta del vector velocidad angular se mueve a lo largo de la curva amarilla, la *polhode*. Se mueve junto al objeto basculante, como lo hace la malla elíptica que representa la energía elipsoide; la *herpolhode* es la curva blanca y se sitúa en el plano de forma entrecruzada azul brillante que representa el plano invariable (ver texto). La animación capturada de la pantalla, ilustra la bien conocida afirmación de los empollones: *la polhode rueda sin deslizamiento sobre la herpolhode yaciendo en el plano invariable*. La animación completa se puede encontrar online en www.ialms.net/sim/3d-rigid-body-simulation/. Cualquier cuerpo rígido irregular que cae libremente rotando, describe este movimiento. Para la Tierra, que es irregular y que gira, pero que no es completamente libre ni completamente rígida, esta descripción es solamente una aproximación. (© Svetoslav Zabunov)

tras gira. En este movimiento, tanto la energía como el momento angular son constantes, pero no lo es la velocidad angular. En particular, ni siquiera la dirección de la velocidad angular es constante; en otras palabras, el polo norte cambia con el tiempo. De hecho, el polo norte cambia con el tiempo tanto para un observador sobre un cuerpo como para uno que esté libre en el espacio. ¿Cómo se mueve el polo norte, el punto final del vector velocidad angular?

Página 296 El momento de inercia es un tensor y por tanto se puede representar por un elipsoide. Además, el movimiento de un cuerpo rígido libre, es descrito en el espacio de velocidad angular, por la energía cinética elipsoidal – ya que su energía de rotación es constante.

Cuando un cuerpo rígido libre se mueve, la energía elipsoidal – no el momento de inercia elipsoidal – *rueda* sobre el plano invariable que es perpendicular al momento angular inicial (y constante) del cuerpo. Esta es la descripción matemática del movimiento basculante. La curva trazada por la velocidad angular, o el polo norte extendido del cuerpo, sobre el plano invariable es llamado el *herpolhode*. Es una curva que resulta de la

Desafío 300 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

superposición de dos movimientos cónicos. Para un observador situado sobre el cuerpo que gira, tiene más interés otra curva. El polo del cuerpo rotante traza una curva sobre la energía elipsoidal - que está a si misma unida al cuerpo. Esta curva recibe el nombre de *polhode*. La polhode es una curva cerrada en tres dimensiones; la herpolhode es una curva abierta en dos dimensiones. Louis Poinsot puso nombre a estas curvas que son especialmente útiles para la descripción del movimientos de cuerpos rotantes de forma irregular. Para una completa visualización, vea la excelente website www.ialms.net/sim/3d-rigid-body-simulation/.

El polhode es un círculo solamente si el cuerpo rígido tiene simetría rotacional; el movimiento del polo entonces, recibe el nombre de *precesión*; lo hemos comentado arriba. Página 158 Como muestra la Figura 109, el polhode medido de la Tierra no es de la forma esperada; esta irregularidad es consecuencia de varios efectos, entre ellos se encuentra la no rigidez de nuestro planeta.

Aunque el momento angular de un ladrillo oscilante libre es fijo en el espacio, no lo Desafío 301 e es en la estructura del cuerpo. ¿Podría confirmar esto? En la estructura del cuerpo, el final del momento angular de un ladrillo oscilante se mueve a lo largo de otra curva, que viene dada por la intersección de una esfera y un elipsoide, como señala Jacques Binet.

* *

¿Es cierto que la Luna en el primer cuarto en el hemisferio norte se parece a la Luna en Desafío 302 s el último cuarto en el hemisferio sur?

* *

Una confirmación impresionante que la Tierra es una esfera se puede ver con la puesta del Sol, si uno vuelve, contra los hábitos usuales, la espalda a sol. En el cielo del Este se puede ver el impresionante aumento de la sombra de la Tierra. Se puede admirar una gran sombra que se levanta sobre todo el horizonte, que tiene claramente la forma de un segmento de un círculo enorme. La Figura 124 muestra un ejemplo. En realidad, las investigaciones más precisas muestran que no es la sombra de la Tierra por sí sola sino la sombra de su ionosfera.

* *

Desafío 303 s ¿Cómo veríamos la Figura 123 si la foto se toma en el Ecuador?

* *

Mediciones de precisión muestran que no todos los planetas se mueven en su propio plano. Mercurio muestra la desviación más grande. De hecho, ningún planeta se mueve en una elipse con exactitud, ni en un plano alrededor del Sol. La mayoría de estos efectos son demasiado pequeños y demasiado complejos para explicarlos aquí.

* *

Dado que la Tierra es redonda, hay muchos caminos para ir de un punto de la Tierra a otro siguiendo la curva de un segmento de círculo. Esto tiene consecuencias interesantes para las pelotas de voleibol y para los que gustan de observar a las muchachas bonitas. Tome una pelota de voleibol y observe su válvula. Si desea mover la válvula a una posición diferente, con una simple rotación, puede elegir el eje de rotación de muchas maneras

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 123 Una larga exposición de las estrellas por la noche cuando se expone al norte - sobre el telescopio Gemini en Hawai y otra sobre los Alpes que incluye el ecuador celeste, con satélites geoestacionarios en él(© Gemini Observatory/AURA, Michael Kunze).

Modern Mechanics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 124 La sombra de la Tierra - aquí una foto panorámica tomada en el Polo Sur - muestra que la Tierra es redonda (© Ian R. Rees).

Desafío 304 e diferentes. ¿Puede confirmar esto? En otras palabras, cuando miramos en una dirección determinada y luego queremos mirar en otra, el ojo puede llevar a cabo este cambio de diferentes maneras. La opción elegida por el ojo humano ya había sido estudiada por los científicos médicos en el siglo XVIII. Es lo que se llama *'ley' de Listing.** Establece que todos los ejes que la naturaleza elige se encuentran en un plano único. ¿Puede us-
Desafío 305 s ted imaginar su posición en el espacio? Los hombres tienen un interés real de que este mecanismo se siga estrictamente; si no, observar a las chicas en la playa podría causar el anudamiento de los músculos que mueven los ojos.

* *

Imagine que le hace un corte a un colchón blando, cuelga una bola de acero dentro de él y pega el colchón y lo cuelga todo junto otra vez. Ahora imagine que se usa un campo magnético para rotar la bola de acero de dentro. Intuitivamente se puede pensar que la bola solamente puede rotar en un ángulo finito, cuyo valor vendría limitado por la elasticidad del colchón. Pero en realidad, la bola de acero puede ser rotada *sin límite!* Esta sorpren-
Página 98 dente posibilidad es consecuencia de la forma de rotación mostrada en la Figura 54 y la Figura 55. Tal rotación continua en un colchón es mostrada en la Figura 125. Pero a pesar
Desafío 306 r de su fascinación, hasta la fecha nadie ha realizado esa proeza. ¿Podría hacerlo usted?

¿Patas o ruedas? - Otra vez

La aceleración y deceleración de los vehículos estándar impulsados con ruedas raramente sobrepasan el valor de 1 g = 9,8 m/s^2, la aceleración de la gravedad en nuestro planeta. Las motos y coches de carreras logran aceleraciones más altas mediante la utilización de suspensiones que desvían el peso hacia los ejes y por el uso de alerones, de manera

* Si usted está interesado en aprender más detalladamente cómo la naturaleza y el ojo hacen frente a las complejidades de tres dimensiones, consulte schorlab.berkeley.edu/vilis/whatisLL.htm y www.physpharm.fmd.uwo.ca/undergrad/llconsequencesweb/ListingsLaw/perceptuall.htm websites.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 125 Una bola de acero atada a un colchón puede permaneceer rotando siempre. (QuickTime film © Jason Hise).

que la máquina es empujada hacia abajo con fuerzas mayores que su propio peso. Los alerones modernos son tan eficientes en empujar un coche hacia la pista que los coches de carreras podrían competir en el techo de un túnel sin caerse.

Mediante el uso de neumáticos especiales estas fuerzas hacia abajo se transforman en fuerzas de agarre; los neumáticos de carreras modernos permiten aceleraciones hacia delante, hacia atrás y hacia los lados (necesarias para aumentar la velocidad, para frenar y para tomar una curva) de aproximadamente 1,1 a 1,3 veces la carga. Los ingenieros creían que un factor 1 era el límite teórico y este límite aún se encuentra a veces en los libros de texto; pero los avances en la tecnología de las gomas del neumático, principalmente por una mejor comprensión y un uso inteligente del ajuste entre el neumático y la superficie de la carretera como en un mecanismo de engranaje de las cajas de cam-

Motion Multimedia – The Adventure of Physics. copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. free pdf file available at www.motionmultimedia.com

FIGURA 126 Un lagarto basilisco (*Basiliscus basiliscus*) corriendo en el agua, con una longitud total de unos 25 cm, que muestra cómo la pata propulsora empuja al agua (© TERRA).

bio, han permitido a los ingenieros alcanzar estos valores más altos. Las aceleraciones más altas, alrededor de 4 *g*, se logran cuando parte del neumático se funde y se pega a la superficie. Los neumáticos especiales diseñados para que esto ocurra se utilizan para coches trucados para competición, pero las maquetas de coches radiocontrolados de alto rendimiento también alcanzan esos valores.

¿Cómo son todos estos esfuerzos en comparación con el uso de patas o piernas? Los atletas de salto pueden alcanzar aceleraciones máximas de alrededor de 2 a 4 *g*, los guepardos más de 3 *g*, los lémures (gálagos) hasta 13 *g*, langostas sobre los 18 *g*, y a las pul-
Ref. 128 gas se les han medido aceleraciones de aproximadamente 135 *g*. La aceleración máxima conocida para los animales es la del saltapericos, (un escarabajo elatérido), un pequeño insecto capaz de acelerar hasta más de 2000 m/s^2= 200 *g*, casi la misma que la de un balín cuando es disparado por una escopeta de aire comprimido. Las patas son así definitivamente dispositivos de aceleración más eficientes que las ruedas - un guepardo puede superar fácilmente a cualquier coche o moto - y la evolución ha desarrollado patas, en lugar de ruedas, para mejorar las posibilidades de ponerse a salvo para un animal en peligro.

En resumen, las patas tienen un *rendimiento superior* a las ruedas. Pero hay otras ra-
Desafío 307 s zones para usar patas en lugar de ruedas. (¿Puede enumerar algunas?) Por ejemplo, las patas, a diferencia de las ruedas, permiten caminar sobre el agua. El animal más famoso con esta facultad es el *basilisco*, * una lagartija que vive en América Central y que se muestra en la Figura 126. Este reptil es de hasta 70 cm de largo y tiene una masa de alrededor de 500 g. Se parece a un *Tyrannosaurus rex* en miniatura y es capaz de correr sobre sus patas traseras por encima de superficies de agua. El movimiento se ha estudiado en detalle con cámaras de alta velocidad y por mediciones utilizando modelos de aluminio de las patas del animal.

Los experimentos muestran que los pies golpeando en el agua proporcionan sólo el
Ref. 129 25 % de la fuerza necesaria para funcionar por encima del agua; el otro 75 % es proporcionado por una bolsa de aire comprimido que los basiliscos crean entre sus pies y el agua una vez que los pies están dentro del agua. En realidad, los basiliscos caminan, principalmente en el aire. (Ambos efectos utilizados por los basiliscos se encuentran también

* En la edad Media, el término 'basilisco' se refería a un monstruo mítico que se suponía que aparecería al final del mundo. Hoy es un pequeño reptil de las américas.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 127 Un zancudo de agua, su tamaño total es de unos 10 mm (© Charles Lewallen).

FIGURA 128 Un robot que camina sobre el agua, el tamaño total de unos 20 mm (© AIP).

Ref. 130 en el piragüismo rápido.) Se ha calculado que los seres humanos también son capaces de caminar sobre el agua, siempre y cuando sus pies golpeen el agua con una velocidad de 100 km/h utilizando la potencia física y simultánea de 15 velocistas. Toda una hazaña para todos aquellos que alguna vez lo hagan.

Hay una segunda forma de caminar y correr sobre el agua; este segundo método incluso permite a sus usuarios permanecer inmóviles en la parte superior de la superficie del agua . Esto es lo que son capaces de hacer los zapateros, insectos de la familia *Gerridae* con una longitud total de hasta 15 mm, (junto con varias especies de arañas), como se muestra en la Figura 127 . Como todos los insectos, el zapatero tiene seis patas (las arañas tienen ocho). El zapatero utiliza las patas traseras y delanteras que se ciernen sobre la superficie, ayudado por miles de diminutos pelos pegados a su cuerpo. Los pelos, junto con la tensión superficial del agua, impiden el zapatero se moje. Si usted pusiera champú en el agua, el zapatero se hundiría y ya no podría moverse. El zapatero utiliza sus grandes patas como remos para avanzar sobre la superficie del medio, alcanzando velocidades de hasta 1 m/s al hacerlo. En resumidas cuentas, los zapateros realmente reman sobre el agua. El mismo mecanismo es utilizado por los pequeños robots que pueden moverse sobre el agua y que fueron desarrollados por Metin Sitti y su grupo, como se Ref. 131 muestra en la Figura 128.

El diseño de robots está todavía en su infancia. Ningún robot puede caminar o incluso correr tan rápido como el sistema animal al que trata de copiar. Para los robots bípedos, los más difíciles, el récord de velocidad es de alrededor de 3,5 veces la longitud de las piernas por segundo. Actualmente está habiendo una competición en los departamentos de robótica: cada departamento trata de construir el primer robot que sea más rápido, ya sea en metros por segundo o en longitud de las piernas por segundo, que el animal original de cuatro patas o que el humano de dos piernas. Las dificultades para la realización de este objetivo de desarrollo muestran lo complicado del movimiento de caminar y cómo la naturaleza ha optimizado bien los sistemas vivos. Las piernas plantean muchos problemas interesantes. Los ingenieros saben que una escalera es cómoda para subir sólo si para cada paso la profundidad l más *dos veces* la altura h es una constante: $l + 2h = 0{,}63 \pm 0{,}02$ m. Esta es la denominada *fórmula de la escalera*. ¿Por qué se expresa Desafío 308 s así?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

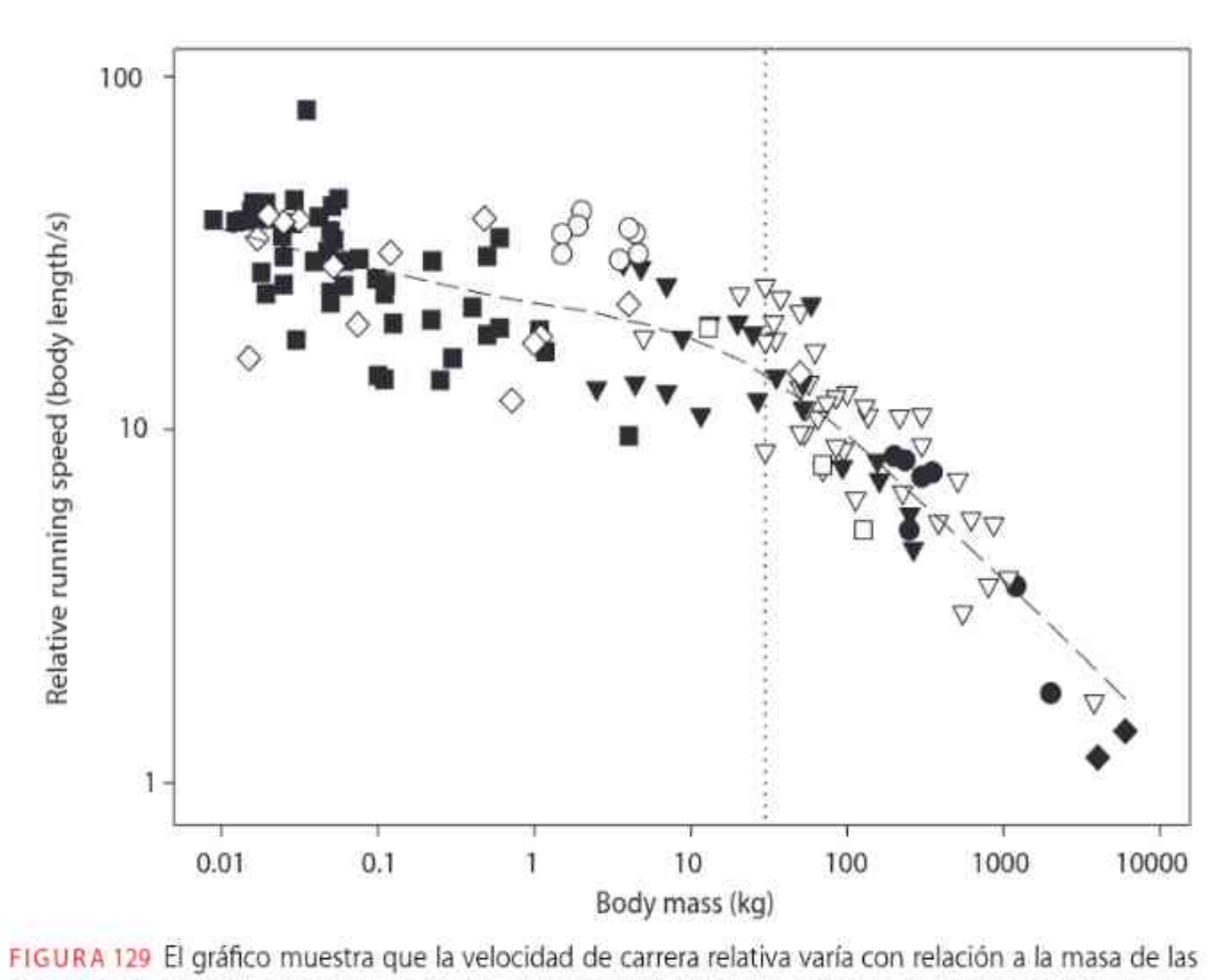


FIGURA 129 El gráfico muestra que la velocidad de carrera relativa varía con relación a la masa de las especies de mamíferos terrestres, para 142 especies diferentes. El gráfico también muestra cómo cambiar el rendimiento de la carrera por encima de 30 kg. Los cuadrados negros muestran roedores; cuadrados abiertos muestran Primates; rombos completos proboscideanos; rombos blancos Marsupiales; triángulos llenos carnívoros; triángulos abiertos Artiodactyla; los círculos llenos Perisodáctilos; los círculos abiertos Lagomorfos (© José Iriarte-Díaz/JEB).

La mayoría de los animales tienen un número *par* de patas. ¿Sabe usted alguna ex-
Desafío 309 s cepción? ¿Por qué no? De hecho, se puede argumentar que ningún animal tiene menos de cuatro patas. ¿Por qué es este el caso?

Por otra parte, todos los animales con dos patas tienen una pata al lado de la otra, mientras que los sistemas con dos ruedas tienen una rueda detrás de la otra. ¿Por qué es
Desafío 310 e así y no al revés?

Las patas son actuadores muy eficientes. Como se muestra en la Figura 129, la mayoría
Ref. 132 de los pequeños animales pueden correr con cerca de 25 longitudes por segundo. A modo de comparación, casi ningún coche alcanza esa velocidad. Sólo los animales que pesen más de 30 kg, incluidos los humanos, son más lentos.

Las piernas o las patas también proporcionan reglas de distancia sencillas: basta contar sus pasos. En 2006, se descubrió que este método es utilizado por ciertas especies de hormigas, como *Cataglyphis fortis*. Pueden contar hasta 25 000, por lo menos, como
Ref. 133 mostraron Matthias Wittlinger y su equipo. Estas hormigas utilizan esa capacidad para encontrar el camino más corto de regreso a su casa, incluso en un terreno desierto desprovisto de toda señal.

¿Por qué corren los velocistas los 100 m más rápido que la gente común? Una inves-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref. 134 tigación a fondo muestra que la velocidad v de un velocista viene dada por

$$v = f\,L_{\text{zancada}} = f\,L_c\,\frac{F_c}{W}\,, \tag{38}$$

donde f es la frecuencia de las piernas, L_{zancada} es la longitud de la zancada, L_c es la longitud de contacto - la longitud que el velocista avanza durante el tiempo que el pie está en contacto con el suelo- W el peso del velocista, y F_c la fuerza media que el velocista ejerce sobre el suelo durante el contacto. Resulta que la frecuencia f es casi la misma para todos los velocistas; la única manera de ser más rápido que la competencia es aumentar la longitud de la zancada L_{zancada}. También la longitud L_c de contacto varía poco entre los atletas. El aumento de la longitud de los pasos de este modo requiere que el atleta golpee el suelo con golpes fuertes. Esto es lo que debe conseguir el entrenamiento deportivo para los velocistas.

Resumen de relatividad galileana

La Tierra gira. La aceleración es tan pequeña que no la sentimos. La velocidad es grande, pero no la sentimos, porque *no hay manera* de hacerlo.

El Movimiento no perturbado o inercial *no se puede* sentir o medir. Por tanto, es imposible distinguir el movimiento del reposo; la distinción depende del observador: *el movimiento de los cuerpos es relativo.* Es por eso que el suelo bajo nuestros pies parece tan estable para nosotros, a pesar de que se mueve a gran velocidad a través del universo.

Ya que el movimiento es relativo, los valores de la velocidad dependen del observador. Sólo más adelante vamos a descubrir un ejemplo de movimiento en la naturaleza que tiene un valor de velocidad que *no* es relativo: el movimiento de la luz.

Pero seguiremos de aquí en adelante con el estudio del movimiento transmitido a distancia, sin que haya el menor contacto en absoluto.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 6

El movimiento debido a la gravitación

Caddi come corpo morto cade.
Dante, *Inferno*, c. V, v. 142.**

El primer y principal método para generar movimiento sin contacto que descubrimos en nuestro entorno es la *altura*. Las cascadas, la nieve, la lluvia, la pelota de su juego deportivo favorito y las manzanas que caen, todos estos fenómenos se basan en ello. Fue uno de los descubrimientos de la física que la altura tuviera esta propiedad, lo que es debido a la existencia de una interacción entre todos los cuerpos y la Tierra. *La gravitación* produce una *aceleración* a lo largo de la línea que conecta los centros de gravedad del cuerpo y el de la Tierra. Tenga presente que con el fin de hacer esta aseveración, es indispensable darse cuenta de que la Tierra es un cuerpo de la misma manera que una piedra o la Luna, que este cuerpo es finito y que consecuentemente tiene un centro y una masa. Hoy en día, estos asertos son de conocimiento común, pero de ninguna manera son evidentes a partir de la experiencia personal cotidiana.

En varios mitos sobre la creación o la organización del mundo, como el bíblico o el de la India, la Tierra no es un objeto, sino una entidad imprecisa, como una isla flotante o rodeada de agua con límites poco claros y explicaciones confusas acerca de cómo está suspendida. ¿Es usted capaz de convencer a un amigo que la Tierra es redonda y no plana? ¿Puede encontrar otro argumento, aparte de la redondez de la sombra de la Tierra cuando es visible en la Luna, que se muestra en la Figura 134?

Desafío 311 s

La gravitación como límite al movimiento uniforme

Un camino productivo para definir la gravitación o la gravedad, para abreviar, surge cuando tomamos consciencia de que ningún objeto a nuestro alrededor se mueve a lo largo de una línea recta. En la naturaleza, hay un *límite* para lo regular o el movimiento constante:

- La gravedad impide el movimiento uniforme, por ejemplo, impide el movimiento constante y rectilíneo.

En la naturaleza, *nunca* observamos cuerpos moviéndose a una velocidad constante a lo largo de una línea recta. Hablando con el vocabulario de la cinemática: La grave-

** 'Caí como los cuerpos muertos caen.' Dante Alighieri (1265, Firenze–1321, Rávena), el poderoso poeta italiano.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

dad introduce una *aceleración* para cada cuerpo físico. La gravitación de los objetos en el entorno curva la trayectoria de un cuerpo, cambia su velocidad o ambas cosas. Este límite presenta dos aspectos. Primero, la gravedad no permite un movimiento uniforme ilimitado:

▷ El movimiento no puede ser rectilíneo siempre. El movimiento no es ilimitado.

Más adelante aprenderemos lo que ésto significa respecto al Universo como un todo. En segundo lugar

▷ El movimiento no puede ser constante y rectilíneo ni siquiera durante cortos intervalos de tiempo.

En otras palabras, si medimos con la suficiente precisión, siempre encontraremos desviaciones al movimiento uniforme. (Los físicos también dicen que el movimiento nunca es inercial.) Estos límites son de aplicación sin importar cuan *potente* sea el movimiento ni que tan *libre* de influencias externas esté el cuerpo que se mueve. En la naturaleza, la gravitación impide la quietud, el movimiento uniforme de los átomos, las bolas de billar, los planetas, las estrellas y aún las galaxias.

La gravitación es la primera limitación al movimiento que descubrimos en la naturaleza. Más adelante en nuestro paseo, descubriremos dos límites adicionales al movi-
Página 8 miento. Estos tres límites fundamentales están ilustrados en la Figura 1. Para conseguir una descripción *precisa* del movimiento, necesitamos tener en cuenta cada uno de estos límites. Este es nuestro principal objetivo para el resto de nuestra aventura.

La gravedad afecta a *todos* los cuerpos, aunque se encuentren distantes unos de otros. ¿Cómo afecta con exactitud la gravedad a dos cuerpos que estén muy separados? Se lo preguntaremos a los expertos en la medición de objetos distante: los astrónomos.

La gravitación en el cielo

La gravitación de la Tierra fuerza a la Luna en una órbita a su alrededor. La gravitación del Sol fuerza a la Tierra en una órbita a su alrededor y establece la duración del año. Similarmente, la gravitación del Sol determina el movimiento de todos los demás planetas a través del espacio. Generalmente imaginamos estar localizados en el centro del Sol y, por ello, decimos que los planetas 'orbitan el Sol'. El Sol, por consiguiente, evita que los planetas se muevan en líneas rectas y los fuerza a describir órbitas. ¿Cómo se puede comprobar ésto?

Primeramente, mirando al cielo por la noche, se puede comprobar que los planetas
Página 237 siempre están dentro del *zodiaco*, una estrecha franja a través del cielo. La línea central del zodiaco señala la trayectoria del Sol y es conocida como la *eclíptica*, ya que la Luna debe estar situada sobre ella para producir un eclipse. Esto prueba que los planetas se mueven
Página 239 (de manera aproximada) en un único plano común.* Para conocer más acerca del movimiento en el cielo, los astrónomos realizaron numerosas medidas del movimiento de

* La altura aparente de la eclíptica cambia con el época del año y está en función de la estación. Por tanto las estaciones son también un efecto gravitacional.

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

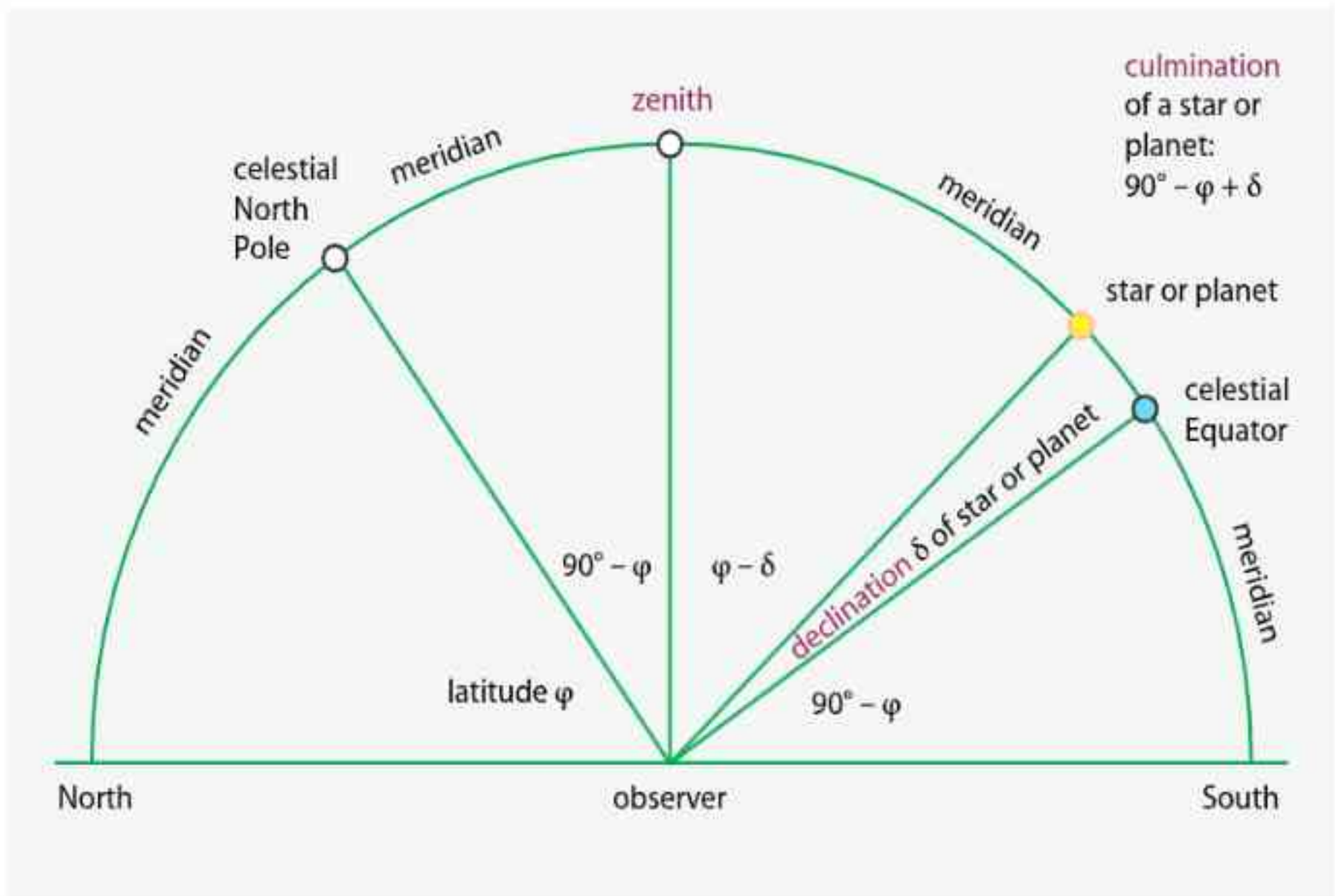


FIGURA 130 Algunos conceptos importantes para la observación de las estrellas y por la noche.

la Luna y los planetas. El más laborioso de todos fue Tycho Brahe,* quien organizó una búsqueda a gran escala, casi industrial, para hechos astronómicos gracias al patrocinio de su rey. Sus mediciones fueron la base para la investigación de su joven asistente, el astrónomo de Suabia, Johannes Kepler** que constituye la primera descripción precisa del movimiento planetario. Esta no es una tarea fácil, como muestra la observación de la Figura 131. En su concienzuda investigación sobre los planetas en el zodiaco, Kepler descubrió varias 'leyes', o sea, patrones o reglas. El movimiento de todos los planetas siguen las mismas reglas, confirmando que el Sol determina sus órbitas. Las tres más importantes son las siguientes:

Vol. III, página 349

1. Los planetas se mueven sobre elipses con el Sol en uno de sus focos (1609),
2. Los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales (1609).
3. Todos los planetas tienen la misma relación T^2/d^3 entre la duración de su órbita T y el semieje mayor d (1619).

* Tycho Brahe (b. 1546 Scania, d. 1601 Praga), famoso astrónomo danés, constructor de Uraniaborg (castillo de Urano o castillo de los cielos; Urano era la musa de la astronomía). Para su investigación consumió casi el 10 % del producto nacional bruto de Dinamarca, pero produjo el primer catálogo de estrellas y las primeras mediciones de la posición precisa de los planetas.

** Johannes Kepler (1571 Weil der Stadt–1630 Regensburg) estudió teología protestante y se convirtió en un profesor de matemáticas, astronomía y retórica. Ayudó a su madre para defenderla con éxito en un juicio en el que fue acusada de brujería. Su primer libro de astronomía lo hizo famoso, y se convirtió en ayudante de Tycho Brahe y después, a la muerte de su maestro, en Matemático Imperial. Él fue el primero en utilizar las matemáticas en la descripción de las observaciones astronómicas, e introdujo el concepto y el ámbito de la 'física celeste'.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 131 'Planeta' quiere decir 'errante'. Esta imagen compuesta, muestra el movimiento retrógrado de planeta Marte en el cielo - el cúmulo estelar de las Pléyades está en la parte superior izquierda - cuando el planeta está en el otro lado del Sol. Las fotos fueron tomadas con una semana de diferencia y se superpusieron. El movimiento es uno de los muchos ejemplos que se explica completamente por la gravitación universal (© Tunc Tezel).

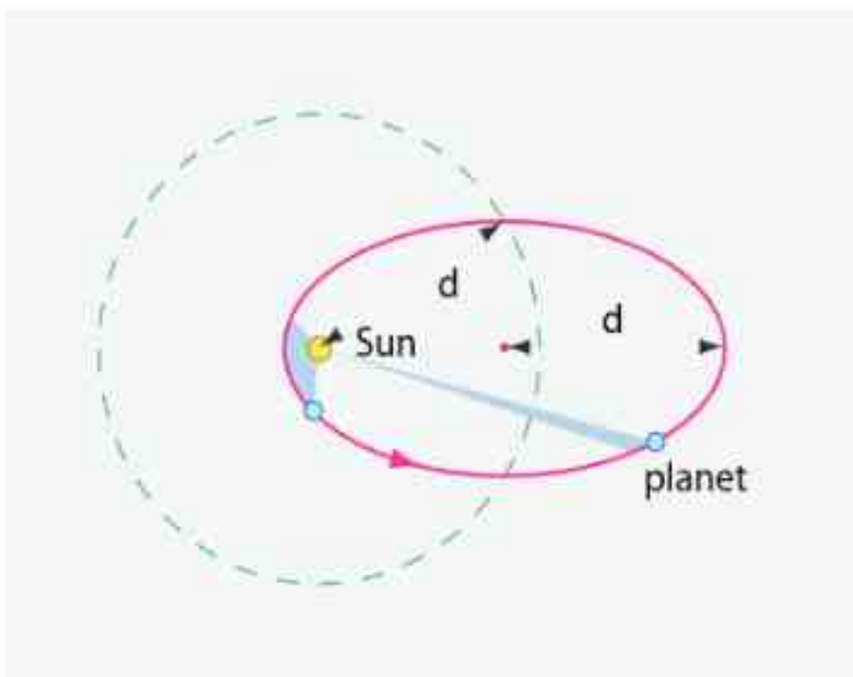


FIGURA 132 El movimiento de un planeta alrededor del Sol, mostrando su eje mayor *d*, el cual es también el promedio espacial de su distancia desde el Sol.

Los resultados de Kepler están ilustrados en la Figura 132. El fino trabajo requerido para deducir las tres 'leyes' fue enorme. Kepler no contaba con calculadoras. La tecnología de cálculo que utilizó fue la recientemente descubierta de los logaritmos. Cualquiera que haya utilizado tablas de logaritmos para llevar a cabo ciertos cálculos, puede comprender la cantidad de trabajo realizado detrás de esos descubrimientos. Finalmente, en 1684, todas las observaciones acerca de los planetas y las piedras fueron condensadas en un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

resultado sorprendentemente sencillo por el físico inglés Robert Hooke y unos cuantos más:*

▷ Cada cuerpo de masa M atrae a cualquier otro cuerpo hacia su centro con una aceleración cuya magnitud a viene dada por

$$a = G\frac{M}{r^2} \tag{39}$$

donde r es la distancia de centro a centro entre los dos cuerpos.

Esto se conoce como *gravitación universal* , atracción universal, o la *'ley' universal de gravitación*, ya que es válida en general, y se aplica tanto en la Tierra como en el cielo. La constante de proporcionalidad G, se denomina *constante gravitacional*; es una de las constantes fundamentales de la naturaleza, al igual que la velocidad de la luz c o el cuanto de acción h. Pronto diremos más acerca de G . El efecto de la gravedad, por tanto, disminuye al aumentar la distancia: el efecto depende del inverso del cuadrado de la distancia de los cuerpos que se consideran. Si los cuerpos son pequeños en comparación con la distancia r, o si son esféricos, la expresión (39) es correcta tal y como está. Para formas no esféricas la aceleración se debe calcular por separado para cada parte de los cuerpos y luego sumarlas.

Página 195

Ref. 146 ¿Por qué generalmente la órbita planetaria es una elipse? El argumento más simple viene dado en la Figura 133. Sabemos que la aceleración debida a la gravedad varía como $a = GM/r^2$. También sabemos que un cuerpo orbitante de masa m tiene una energía constante $E < 0$. Podemos entonces dibujar, alrededor del Sol, un círculo con radio $R = -GMm/E$, el cual proporciona la distancia más lejana al Sol a la que puede estar un cuerpo con energía E. Proyectemos ahora la posición del planeta P sobre ese círculo, marcando por tanto una posición c. Luego reflejamos C sobre la tangente para obtener una posición F. Esta última posición F es fija en el espacio y en el tiempo, como muestra un simple argumento. (¿Lo puede encontrar?) Como resultado de esta construcción, la distancia suma SP+PF es constante en el tiempo, y viene dad por el radio $R = -GMm/E$. Al ser la distancia suma una constante, la órbita resulta ser una elipse, porque una elipse, es precisamente la curva que aparece cuando esta suma es constante. (Recuerde que una elipse se puede dibujar de esta manera con un trozo de cuerda.) El punto F, como el Sol, es un foco de la elipse. La construcción por tanto, muestra que el movimiento de un planeta define dos focos y sigue una órbita elíptica definida por esos dos focos. Dicho con brevedad, hemos deducido la primera 'ley' de Kepler a partir de la expresión de la gravitación universal. La segunda 'ley' de Kepler, sobre las áreas barridas, implica que los planetas se moverían más rápidamente cuando se encuentran más próximos al Sol. Es una forma fácil de establecer la conservación del momento angular. ¿Qué hace la tercera 'ley'? ¿Podría confirmar también que la segunda y la tercera 'ley' de Kepler siguen la expresión de Hooke de la gravedad universal? La publicación de este resultado - que era obvio para Hooke - fue uno de los éxitos de Newton. Trate de repetir este logro; ello

Desafío 312 s

Desafío 313 e

Desafío 314 s

* Robert Hooke (1635–1703), eminente físico inglés y secretario de la Royal Society. Además de descubrir la relación del cuadrado inverso y muchas otras, como la 'ley' de Hooke, él también escribió *Micrographia*, una soberbia exploración bellamente ilustrada del mundo de lo muy pequeño.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–11 2002 – free pdf file available at www.motionmountain.net

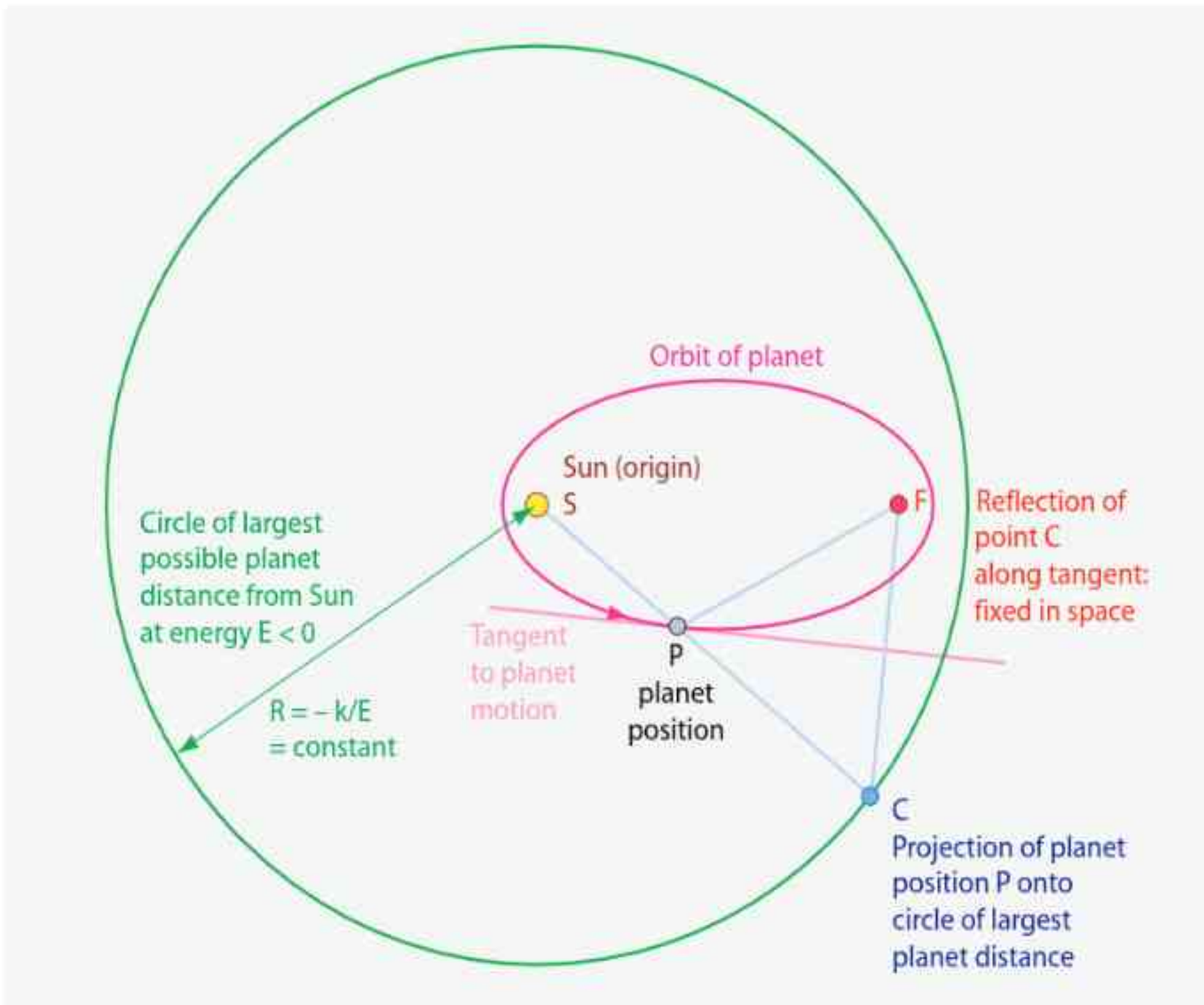


FIGURA 133 La prueba de que un planeta se mueve en una elipse (magenta) alrededor del Sol, dada una relación inversa al cuadrado de la distancia por gravitación. La prueba - detallada en el texto - está basada en la relación SP+PF=R. Donde R es constante, la órbita es una elipse.

le mostrará no sólo las dificultades, sino también las posibilidades de la física y el placer que proporcionan los rompecabezas. Newton resolvió estos rompecabezas con dibujos geométricos - aunque de una manera bastante compleja. Es bien conocido que Newton no era capaz de escribir, y mucho menos manejar, ecuaciones diferenciales en el tiempo que publicó sus resultados sobre la gravitación. De hecho, las notaciones de Newton y sus métodos de cálculo eran pobres. (¡Mucho más que los de usted!) El matemático inglés Godfrey Hardy* solía decir que el empeño por parte de Newton en el uso de la notación integral y diferencial en lugar del método anterior, mucho más fácil y mejor, todavía de uso común hoy en día, debido a su rival Leibniz - retrasó las matemáticas inglesas en unos 100 años. Resumiendo, Kepler, Hooke y Newton se hicieron famosos porque pusieron orden en la descripción del movimiento planetario. Demostraron que todo movimiento debido a la gravedad se ajusta a la misma descripción, el inverso del cuadrado de la distancia. Por esta razón. la relación del inverso del cuadrado de la distancia $a = GM/r^2$ es conocida como la ley *universal* de la gravedad. El logro de esta unificación sobre la descripción del movimiento fue ampliamente divulgado, aunque de

Ref. 28

* Godfrey Harold Hardy (1877–1947) fue un importante teórico de los números, y el autor de la bien conocida *A Mathematician's Apology*. Él también 'descubrió' al famoso matemático indio Srinivasa Ramanujan, al que se llevó a Inglaterra.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

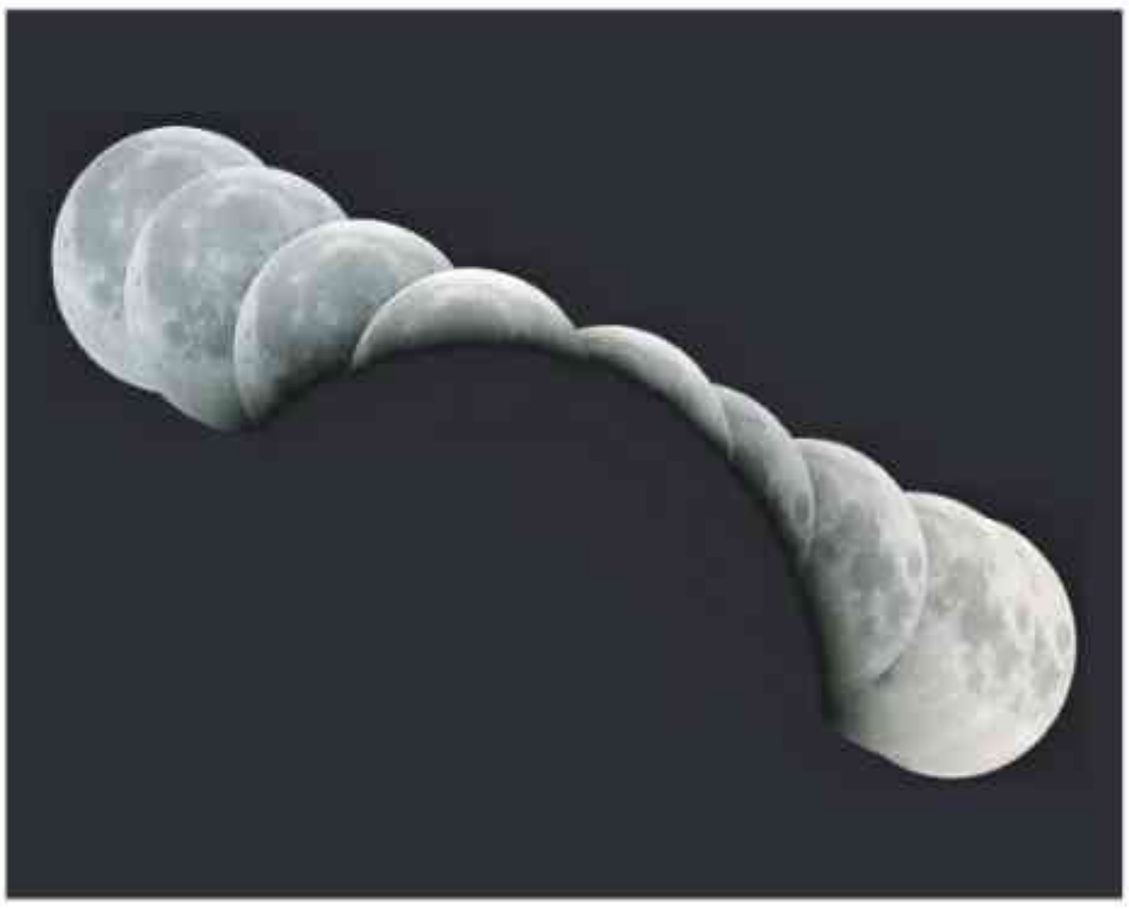


FIGURA 134 Cómo comparar el radio de la Tierra con la de la Luna durante un eclipse lunar parcial (© Anthony Ayiomamitis).

pequeña significación práctica. La principal razón fue debida a los anticuados prejuicios y fantasías ligados a la astrología. En realidad, la relación del inverso del cuadrado de la distancia explica mucho fenómenos adicionales. Ello explica el movimiento y la forma de la Vía Láctea y las otras galaxias, el movimiento de muchos fenómenos meteorológicos y explica por qué la Tierra tiene Atmósfera pero la Luna no. (¿Puede explicar esto?)

Desafío 315 s

La gravitación en la Tierra

La dependencia del cuadrado inverso es a menudo, pero incorrectamente, llamada 'ley' de Newton de la gravitación. En realidad, el ocultista y físico Inglés Isaac Newton demostró más elegantemente que Hooke que la expresión estaba de acuerdo con todas las observaciones astronómicas y terrestres. Sin embargo, por encima de todo, organizó una campaña de relaciones públicas mejor, en la que pretendía de manera falaz ser el creador de la idea.

Ref. 136

Newton publicó una prueba simple que muestra que esta descripción del movimiento astronómico también da la descripción correcta de las piedras lanzadas al aire, aquí abajo sobre nuestra "Tierra original". Para lograr esto, comparó la aceleración a_m de la Luna con la de las piedras g. Para la relación entre estas dos aceleraciones, la relación inversa del cuadrado predice un valor $g/a_m = d_m^2/R^2$, donde d_m es la distancia a la Luna y R es el radio de la Tierra. La distancia a la Luna se puede medir por triangulación, comparando la posición de la Luna contra el fondo de estrellas desde dos puntos diferentes de la Tierra.* El resultado es $d_m/R = 60 \pm 3$, dependiendo de la posición orbital de la luna, prediciendo de esta manera una relación promedio $g/a_m = 3{,}6 \cdot 10^3$ a partir de la gravitación universal. Pero ambas aceleraciones también se pueden medir directamente. En la superficie de la Tierra, las piedras están sujetas a una aceleración debida a la gra-

* La primera medición precisa - pero no la primera- se realizó en 1752 por los astrónomos franceses Lalande y La Caille, que midieron simultáneamente la posición de la Luna vista desde Berlín y desde Le Cap.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

vitación con magnitud $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, tal como se determina midiendo el tiempo que las piedras tardan en caer desde una altura dada. Para la Luna, la definición de la aceleración, $a = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$, en el caso de movimiento circular -aproximadamente correcto aquí - da $a_\mathrm{m} = d_\mathrm{m}(2\pi/T)^2$, donde $T = 2{,}4\,\mathrm{Ms}$ es el tiempo que la Luna tarda en efectuar una revolución alrededor de la Tierra.* La medida del radio de la Tierra da $R = 6{,}4\,\mathrm{Mm}$, por lo que el promedio de la distancia Tierra-Luna es $d_\mathrm{m} = 0{,}38\,\mathrm{Gm}$. Lo que da $g/a_\mathrm{m} = 3{,}6\cdot 10^3$, de acuerdo con la predicción anterior. Por lo tanto con este famoso 'cálculo de la Luna', hemos demostrado que la propiedad del inverso del cuadrado de la gravitación de hecho describe tanto el movimiento de la Luna como el de las piedras. Quizá quiera usted
Desafío 317 s calcular el valor del producto GM para la Tierra.** La gravitación universal describe el movimiento debido a la gravedad en la Tierra y en el cielo. Este fue un paso importante hacia la unificación de la física. Antes de este descubrimiento, Aristóteles y muchos otros habían llegado a la conclusión de que el movimiento en el mundo *sublunar* tiene propiedades *diferentes* de movimiento en el mundo *translunar* partiendo de la observación de que en la Tierra todo el movimiento finalmente termina en reposo, mientras que en el cielo todo movimiento es eterno. Varios pensadores criticaron esta distinción, en
Ref. 139 particular, el filósofo francés y rector de la Universidad de París, Jean Buridan.

*** El cálculo de la Luna fue el resultado más importante que demostraba que esta distinción era errónea. Esta es la razón por la cual se llama a la expresión de Hooke (39) la ley de la gravitación *universal*.

La gravitación universal nos permite responder a otra vieja pregunta. ¿Por qué la Luna no cae del cielo?. Bueno, la discusión anterior mostró que la *caída* es un movimiento debido a la gravitación. Por lo tanto, la Luna en realidad *está* cayendo, con la particularidad de que en lugar de caer *hacia* la Tierra, está cayendo continuamente a su *alrededor*. La Figura 135 ilustra la idea. La Luna está continuamente desapareciendo de la Tierra.****

---

* Esta expresión para la aceleración centrípeta se deduce fácilmente observando que para un objeto en movimiento circular, la magnitud v de la velocidad $\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t$ viene dada como $v = 2\pi r/T$. El dibujo del vector
Desafío 316 s $\boldsymbol{v}$ con el tiempo, la llamada *hodógrafa*, muestra que se comporta exactamente igual que la posición del objeto. Por lo tanto la magnitud a de la de la aceleración $\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ viene dada por la expresión correspondiente, a saber, $a = 2\pi v/T$.

** Esta es la cantidad más difícil de medir por uno mismo. La manera más sorprendente para determinar el tamaño de la Tierra es la siguiente: observe un ocaso desde el jardín de una propiedad que incluya una
Ref. 137 casa con terraza, con un cronómetro, tal como el de en su móvil. Cuando el último rayo de Sol desaparezca, inicie el cronómetro y corra escaleras arriba. Allí, el sol sigue siendo visible; detenga el cronómetro cuando el sol desaparezca de nuevo y anote el tiempo t. Mida la distancia de altura h de las dos posiciones del ojo
Desafío 318 s donde se observó el sol. Entonces el radio R de la Tierra está dada por $R = k\,h/t^2$, con $k = 378\cdot 10^6\,\mathrm{s}^2$. Existe
Ref. 138 también una forma simple de medir la distancia a al Luna cuando se conoce el tamaño de la Tierra. Cuando la Luna se encuentre alta en el cielo, tome una fotografía y llame θ a su ángulo cenital, es decir, a su ángulo desde la vertical (cénit). Tome otra fotografía de la Luna unas horas más tarde, cuando esté justamente en
Página 75 el horizonte. Sobre esta fotografía, a diferencia de la ilusión óptica común, la Luna es más pequeña, porque está más alejada. Con un boceto, la razón de ésto se hace inmediatamente clara. Si q es la razón de los dos diámetros angulares, la distancia Tierra-Luna d_m viene dada por la relación $d_\mathrm{m}^2 = R^2 + (2Rq\cos\theta/(1-q^2))^2$.
Desafío 319 s Páselo bien encontrando lo que se deriva de este boceto.Otra posibilidad es determinar el tamaño de la Luna por comparación con el tamaño de la shadow!Tierra, durante un eclipse lunar, como muestra la Figura 134. La distancia a la Luna es calculada a partir de su tamaño angular, aproximadamente 0,5°.

*** Jean Buridan (*c.* 1295 hasta *c.* 1366) fue también uno de los primeros pensadores modernos para analizar la rotación de la Tierra alrededor de un eje.

**** Otra manera de decirlo es el utilizando la respuesta del físico holandés Christiaan Huygens (1629–

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

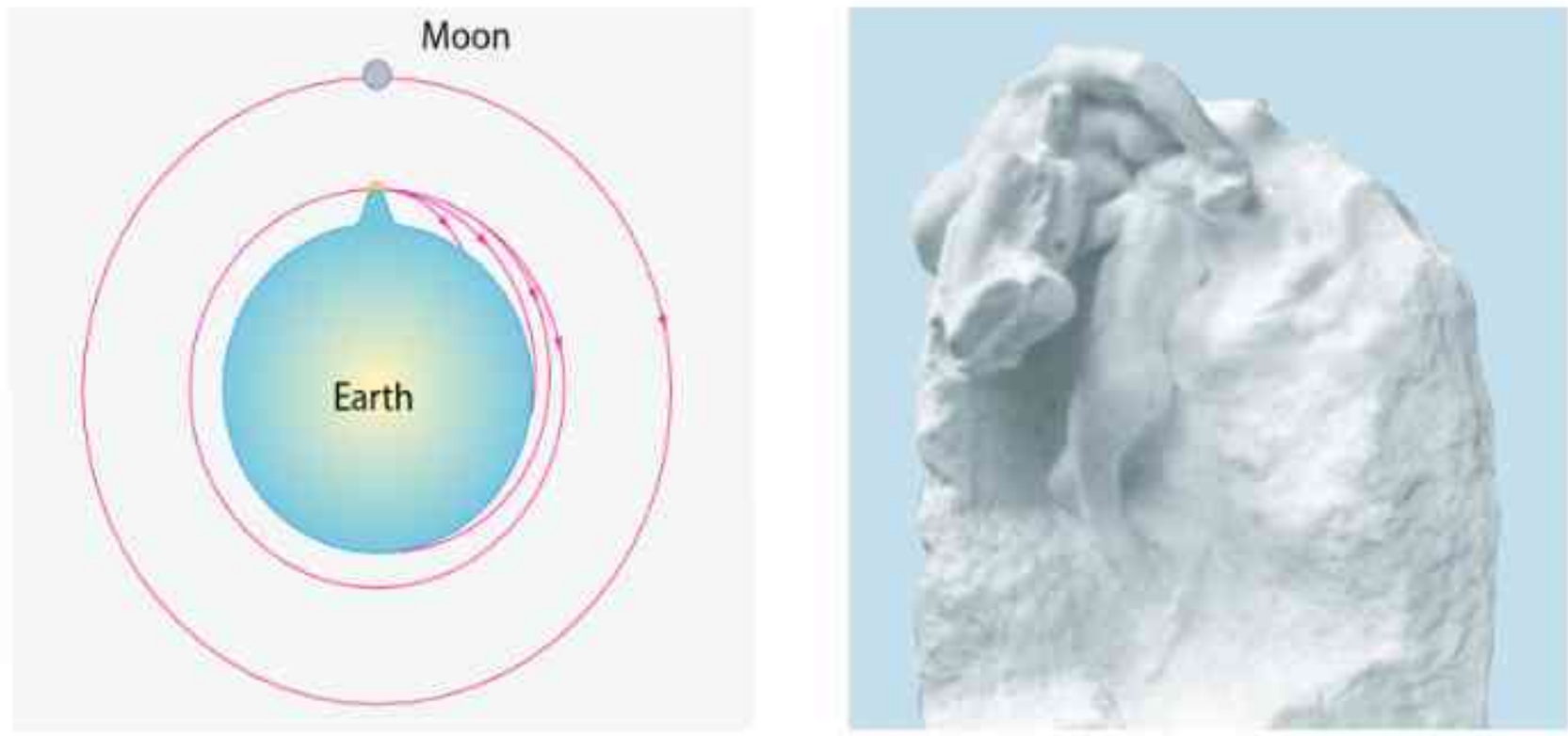


FIGURA 135 Un físico y un artista dan su visión de de la caída de la Luna: un diagrama por Christiaan Huygens (no a escala) y una estatua de mármol de Auguste Rodin.

FIGURA 136 Un péndulo de precisión de segundo, por lo tanto de alrededor de 1 m de longitud; casi en el extremo superior, la cámara de vacío que compensa los cambios en la presión atmosférica; hacia el extremo inferior, la amplia construcción que compensa las variaciones de temperatura de la longitud del péndulo; en la parte inferior, el tornillo que compensa las variaciones locales de la aceleración de la gravedad, dando una precisión final de aproximadamente 1 s por mes (© Erwin Sattler OHG).

1695): la Luna no cae del cielo a causa de la aceleración centrífuga. Como se explica más adelantepágina 172, esta explicación a menudo no cuenta con el favor de la mayoría de las universidades.

Ref. 140
Desafío 320 d

Hay un hermoso problema relacionado con el lado izquierdo de la figura: ¿Qué puntos de la superficie de la Tierra puede ser alcanzado por disparos desde una montaña? Y qué puntos pueden ser golpeados por disparos horizontales?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

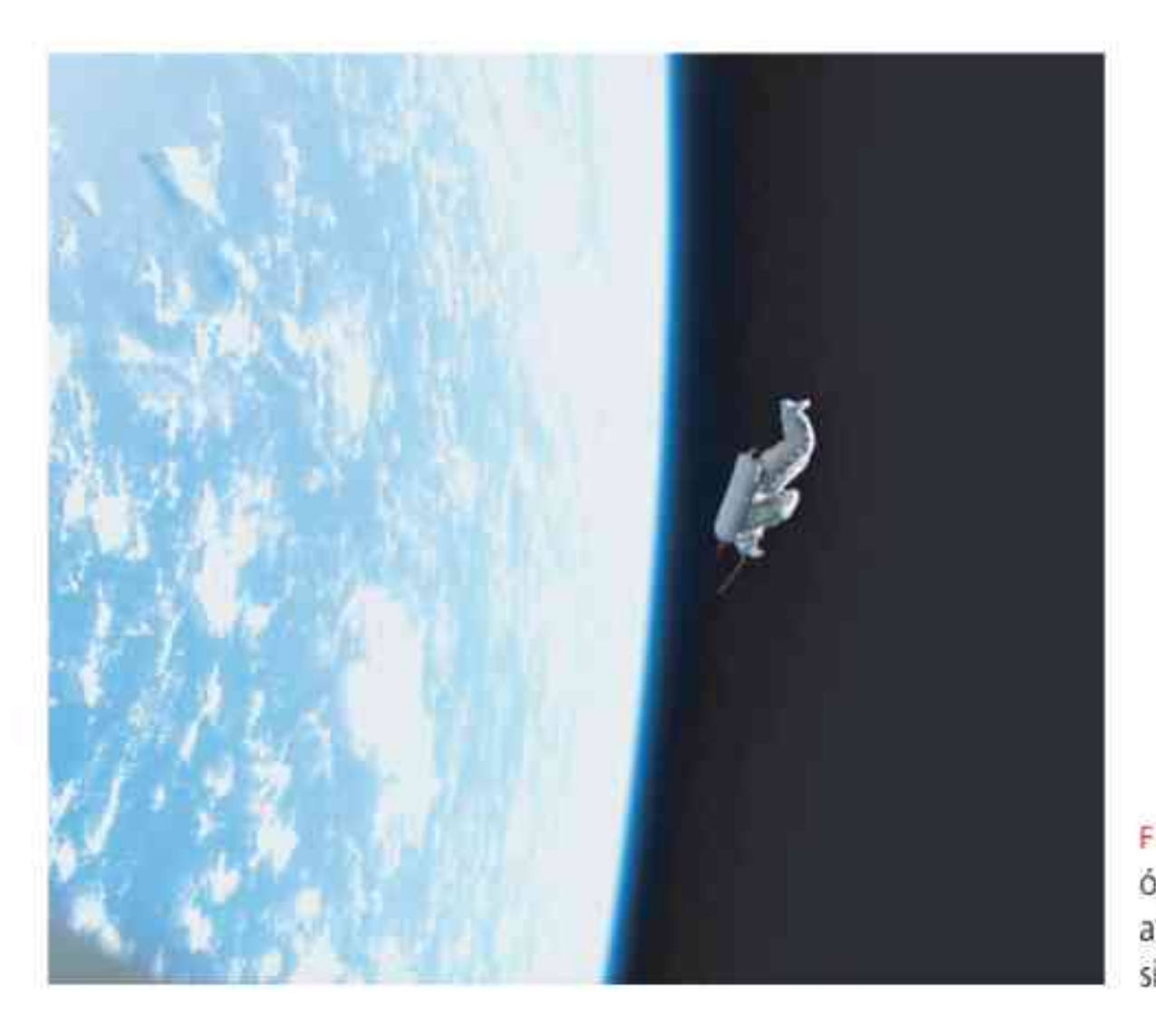


FIGURA 137 El hombre en órbita no siente el peso, la atmósfera azul, que no lo es, si (NASA).

TABLA 26 Algunos valores medidos de la aceleración debida a la gravedad.

Lugar	Valor
Polos	9,83 m/s^2
Trondheim	9,8215243 m/s^2
Hamburgo	9,8139443 m/s^2
Munich	9,8072914 m/s^2
Roma	9,8034755 m/s^2
Ecuador	9,78 m/s^2
Luna	1,6 m/s^2
Sol	273 m/s^2

La Luna no es el único objeto que cae en torno a la Tierra, la Figura 137 muestra otro.

Propiedades de la gravitación: G y g

La gravitación implica que la trayectoria de una piedra no es una parábola, como se dijo anteriormente, sino que en realidad es una *elipse* alrededor del centro de la Tierra. Esto sucede por la misma razón que los planetas se mueven en elipses alrededor del sol. ¿Es usted capaz de confirmar esta declaración?

Página 83
Página 191

La gravitación universal nos permite comprender el desconcertante valor de la aceleración $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ que encontramos en la ecuación (6). El valor es debido a la relación

$$g = GM_{\text{Tierra}}/R^2_{\text{Tierra}}\,. \tag{40}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

La expresión puede deducirse de la ecuación (39), la gravitación universal, mediante la suposición de que la Tierra es esférica. La aceleración de la gravedad cotidiana g por lo tanto, resulta del tamaño de la Tierra, de su masa y de la constante universal de la gravitación G. Obviamente, el valor para g es casi constante en la superficie de la Tierra, como se muestra en la Tabla 26, debido a que la Tierra es casi una esfera. La expresión (40) también explica por qué g disminuye a medida que uno se eleva por encima de la Tierra, y las desviaciones de la forma de la Tierra en relación a la esfericidad explican por qué g es diferente en los polos y más elevada que sobre una meseta. (¿Cual sería g
Desafío 321 s sobre la Luna?, ¿sobre Marte?, ¿sobre Júpiter?)

Por cierto, es posible diseñar una máquina simple, que no sea un yo-yo, que disminuya la aceleración efectiva de la gravedad una cierta cantidad conocida permitiendo medir
Desafío 322 s su valor más fácilmente. ¿Puede imaginarlo?

Tenga en cuenta que 9,8 es aproximadamente π^2. Esto *no* es una coincidencia: el metro ha sido elegido de tal manera que haga esto (más o menos) correcto. El periodo T de un
Desafío 323 s péndulo oscilante, es decir, que se balancea a un lado y a otro, está dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ , \tag{41}$$

donde l es la longitud del péndulo, y $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración de la gravedad. (El péndulo se supone que consiste en una masa compacta unida a un hilo de masa despreciable). La duración de la oscilación de un péndulo sólo depende de la longitud del hilo y de g, por tanto del planeta en que se encuentre.*

Si el metro se hubiera definido de tal manera que $T/2 = 1$ s, el valor de la aceleración
Desafío 325 e normal g habrían sido exactamente $\pi^2\,\mathrm{m/s^2} = 9{,}869\,604\,401\,09\,\mathrm{m/s^2}$. De hecho, esta fue la primera propuesta para la definición del metro; que fue hecha en 1673 por Huygens y repetida en 1790 por Talleyrand, pero fue rechazada por la conferencia que definió el metro ya que las variaciones en el valor de g con la posición geográfica, las variaciones de la longitud de un péndulo inducidas por la temperatura e incluso las variaciones de presión de aire ocasionan errores que son demasiado grandes para producir una definición de precisión suficiente. (De hecho, todos estos efectos deben ser corregidos en los relojes de péndulo, como se muestra en la Figura 136.)

Por último, se hizo la propuesta para definir el metro como 1/40 000 000 de la circunferencia de la Tierra a través de los polos, el llamado *meridiano*. Esta propuesta era casi idéntica a la propuesta del péndulo- pero mucho más precisa- . La definición meridiana del metro fue entonces adoptada por la Asamblea Nacional francesa el 26 de marzo de 1791, según la fórmula consagrada de que 'pasa un meridiano bajo los pies de todo ser

* La Fórmula (41) destaca sobre todo por todo lo que falta. El periodo de un péndulo *no* depende de la masa del cuerpo oscilante. Además, el periodo de un péndulo *no* depende de la amplitud. (Esto es cierto siempre y cuando el ángulo de oscilación sea menor que aproximadamente 15°.) Galileo descubrió esto cuando era estudiante, al observar una lámpara de araña colgando de una cuerda larga en la cúpula de Pisa. Usando el latido de su corazón como un reloj encontró que a pesar de que la amplitud de la oscilación era cada vez más pequeña, el tiempo de cada oscilación se mantenía igual. Una pierna también se mueve como un péndulo, cuando uno camina normalmente. ¿Por qué entonces las personas más altas tienden a caminar
Desafío 324 s más rápido? La relación también es cierta para los animales de distintos tamaños?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 138 Las mediciones que condujeron a la definición de la metro (© Ken Alder).

humano y todos los meridianos son iguales'. (Sin embargo, la distancia desde el ecuador a los polos no es exactamente 10 Mm; ésta es una extraña historia: Uno de los dos geógrafos que determinó el tamaño del primer metro patrón fue deshonesto Los datos que dio para sus mediciones - el método general de las cuales se muestra en la Figura 138 – fueron falsificados. Así, la primera barra oficial de un metro patrón en París fue más corta de lo que debería ser).

Continuando nuestra exploración de la aceleración de la gravedad, g, todavía podemos preguntar: ¿Por qué la Tierra tiene la masa y el tamaño que tiene? ¿Y por qué G tienen el valor que tiene? La primera pregunta requiere el conocimiento de la historia del Sistema Solar; la pregunta sigue sin respuesta y es tema de investigación. La segunda cuestión se aborda en el apéndice 17.

Si la gravitación es, en efecto, universal, y si todos los objetos realmente se atraen entre sí, la atracción también se produciría para los objetos de nuestra vida cotidiana. La gravedad también debe funcionar incluso *lateralmente*. Este es, de hecho, el caso, a pesar de que los efectos son tan pequeños que se midieron sólo mucho tiempo después de que la gravitación universal los hubiera predicho. En realidad, la medición de este efecto permite determinar la constante gravitacional G. Veamos cómo.

Notemos que la medición de la constante gravitacional G es también la única manera de determinar la masa de la *Tierra*. El primero en hacerlo, en 1798, fue el físico Inglés Henry Cavendish; él utilizó la máquina, las ideas y el método de John Michell, que murió cuando intentaba el experimento. Michell y Cavendish* llamaron al objetivo y al resul-

* Henry Cavendish (b. 1731 Nice, d. 1810 London) fue uno de los grandes genios de la física; rico, autista, misógino, soltero y solitario, encontró muchas leyes de la naturaleza, pero nunca las publicó. Si lo hubiera hecho, su nombre sería mucho más conocido. John Michell (1724–1793) fue ministro de la iglesia, geólogo

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 139 Un experimento casero que permite determinar la constante gravitacional G, pesar la Tierra y que demuestra que la gravedad también trabaja lateralmente y curva el espacio. Arriba a la izquierda y a la derecha: una balanza de torsión hecha de espuma y plomo, con bolas de petanca macizas como masas fijas; centro-derecha: una balanza de torsión de madera y plomo, con piedras como masas fijas; parte inferior: una secuencia de tiempo que muestra cómo las piedras atraen al plomo (© John Walker).

tado de sus experimentos "el pesaje de la Tierra".

La idea de Michell era suspender un mango horizontal, con dos masas en los extremos, al final de un alambre de metal largo. A continuación, acercar dos grandes masas en los dos extremos del mango, evitando cualquier corriente de aire, y medir la cantidad de giro del mango. La Figura 139 muestra cómo repetir este experimento en su sótano, y la Figura 140 la forma de llevarla a cabo cuando se tiene un presupuesto mayor.

El valor de la constante de gravitación G encontrado en las versiones más elaboradas

y astrónomo aficionado.

Motion: Mechanics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmechanics.net

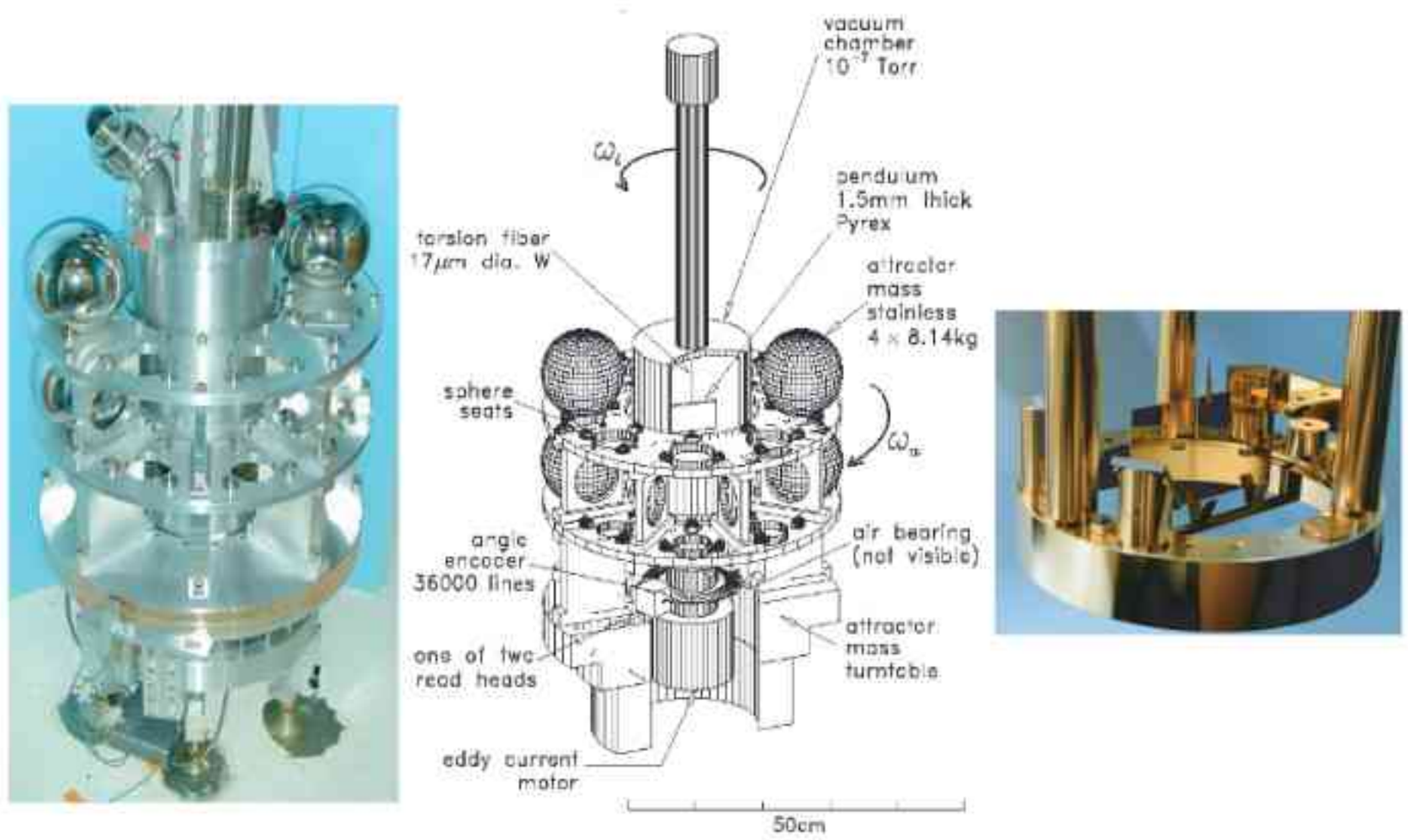


FIGURA 140 Un moderno experimento con balanza de torsión de precisión para medir la constante gravitacional, realizado en la Universidad de Washington (© Eöt-Wash Group).

de los experimentos Michell-Cavendish es

$$G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/kg\ s^2}\ . \qquad (42)$$

El experimento de Cavendish fue así el primero en confirmar que la gravedad también trabaja lateralmente. El experimento también permite deducir la masa M de la Tierra
Desafío 326 e a partir de su radio R y la relación $g = GM/R^2$. Por lo tanto, el experimento también permite calcular la densidad media de la Tierra. Por último, como veremos más adelante, este experimento demuestra, si tenemos en cuenta que la velocidad de la luz es finita e
Vol. II, página 135 invariable, que el espacio es curvo. Todo esto se consigue con este sencillo montaje!

Ref. 142 Cavendish encontró una densidad de masa de la Tierra de 5,5 veces mayor que la del agua. A su vez, esto fue un resultado sorprendente, porque una piedra solo tiene 2,8 veces
Desafío 327 e la densidad del agua.¿Cual es el origen de este gran valor para la densidad?

Notamos que G tiene un valor pequeño. Anteriormente, hemos dicho que la gravedad limita el movimiento. De hecho, la expresión para la gravitación universal puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\frac{ar^2}{M} = G > 0 \qquad (43)$$

La gravedad impide el movimiento uniforme. En realidad, podemos decir más: *La gravedad es el efecto más pequeño del entorno sobre un cuerpo en movimiento.* Cualquier otro efecto supera al de la gravedad. No obstante, no es tarea fácil expresar esta afirmación
Desafío 328 d en una fórmula sencilla. La gravitación entre objetos cotidianos es débil. Por ejemplo, dos personas promedio separadas 1 m sienten una aceleración una hacia otra menor que
Desafío 329 s la ejercida por una mosca común al aterrizar en la piel. Por lo tanto las personas, por

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

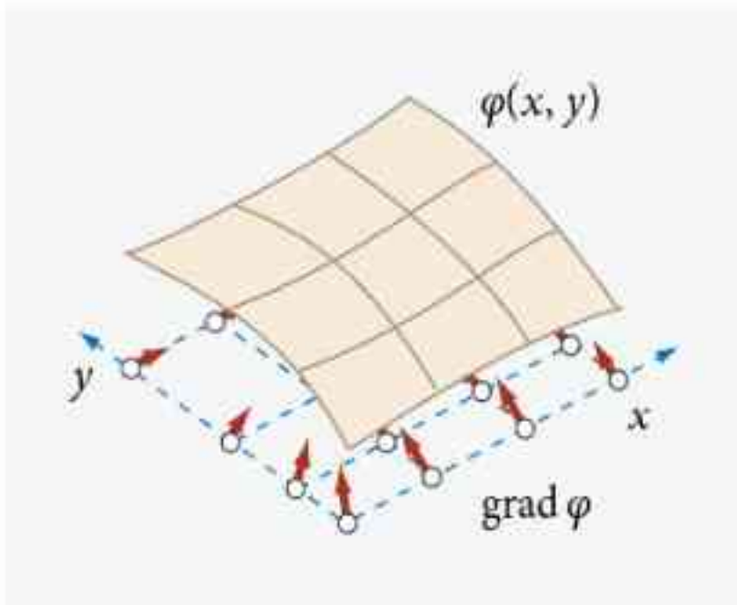


FIGURA 141 El potencial y el gradiente, visualizado para dos dimensiones espaciales.

lo general no se dan cuenta de la atracción hacia otras. Cuando la notamos, es mucho más fuerte que eso. La medida de G por tanto prueba que la gravitación no puede ser la verdadera causa de que la gente se enamore, y también que la atracción erótica no es de origen gravitacional, sino de una fuente diferente. La base física del amor será estudiada más adelante en nuestra caminata: se llama *electromagnetismo*.

Vol. III, página 16

El potencial gravitacional

La gravedad tiene una propiedad importante: todos los efectos de la gravedad también pueden ser descritos por otro observable, a saber, el *potencial (gravitacional)* φ. Tenemos, pues, la relación sencilla de que la aceleración está dada por el *gradiente* del potencial

$$\boldsymbol{a} = -\nabla\varphi \qquad \text{o} \qquad \boldsymbol{a} = -\operatorname{grad}\varphi\,. \tag{44}$$

El gradiente es sólo un término culto para definir 'la inclinación a lo largo de la dirección con mayor pendiente'. El gradiente se define para cualquier punto como una inclinación, es grande para una pendiente abrupta y pequeño para una poco pronunciada. Apunta en la dirección de ascenso más pronunciado, como se muestra en la Figura 141. El gradiente se abrevia ∇, pronunciado 'nabla', y se define matemáticamente a través de la relación $\nabla\varphi = (\partial\varphi/\partial x, \partial\varphi/\partial y, \partial\varphi/\partial z) = \operatorname{grad}\varphi$.* El signo menos (44) se introduce por convención, con el fin de obtener valores de potencial más elevados para alturas mayores. En la vida cotidiana, cuando la forma esférica de la Tierra puede ser despreciada, el potencial gravitatorio viene dado por

$$\varphi = gh\,. \tag{45}$$

El potencial φ es una cantidad interesante; con un solo número en cada posición en el espacio, podemos describir los aspectos del vector de aceleración de la gravedad. Esto aboca mecánicamente en que la gravedad en Nueva Zelanda actúa en la dirección opuesta a la gravedad en París. Además, el potencial sugiere la introducción de la llama-

* En dos o más dimensiones las pendientes están denotadas por $\partial\varphi/\partial z$ - donde ∂ también se pronuncia 'd' - ya que en esos casos la expresión $d\varphi/dz$ tiene un significado ligeramente diferente. Los detalles se encuentran fuera del ámbito de esta caminata.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

da *energía potencial* U estableciendo

$$U = m\varphi \tag{46}$$

lo que nos permite, por tanto, determinar el cambio de la energía *cinética* T de un cuerpo que cae desde el punto 1 al punto 2 a través de

$$T_1 - T_2 = U_2 - U_1 \qquad \text{o} \qquad \tfrac{1}{2}m_1\boldsymbol{v}_1{}^2 - \tfrac{1}{2}m_2\boldsymbol{v}_2{}^2 = m\varphi_2 - m\varphi_1 \,. \tag{47}$$

En otras palabras, la *energía total*, que se define como la suma de la energía cinética y potencial, se *conserva* en el movimiento debido a la gravedad. Esta es una propiedad característica de la gravitación. La Gravedad conserva la energía y la cantidad de movimiento.

Página 120 No todas las aceleraciones derivan forzosamente de un potencial; los sistemas con esta propiedad se llaman *conservativos*. La observación muestra que las aceleraciones debidas a la fricción, no son conservativas, sin embargo las aceleraciones debidas al electromagnetismo sí lo son. En resumen, podemos decir que la gravedad puede ser descrita por un potencial, o decir que se conserva la energía y la cantidad de movimiento. Ambas afirmaciones quieren decir lo mismo. Cuando la forma esférica de la Tierra puede ser despreciada, la energía potencial de un objeto a la altura h está dada por

$$U = mgh \,. \tag{48}$$

Para tener una idea de la cantidad de energía que es, responda a la siguiente pregunta. Un coche con masa de 1 Mg cae por un acantilado de 100 m. ¿Cuánta agua se puede calentar desde el punto de congelación al punto de ebullición con la energía del coche? Desafío 330 s

La forma de la Tierra

La gravedad universal también explica por qué la Tierra y la mayoría de los planetas son (casi) esféricos. Ya que la gravedad se incrementa con distancias decrecientes, un cuerpo líquido en el espacio siempre tenderá a tener una forma esférica. Vista a gran escala, la Tierra es en verdad líquida. También sabemos que la Tierra se está enfriando - ese es el motivo por el que se han formado la corteza y los continentes, de igual manera que en la Luna, lo que indica en que tiempos muy anteriores eran líquidos. La Tierra, por tanto, no es plana sino aproximadamente esférica. Por tanto, la parte alta de dos rascacielos están más separadas que sus bases. ¿Se puede medir este efecto? Desafío 331 s La esfericidad simplifica considerablemente la descripción del movimiento. Para un cuerpo esférico o puntual de masa M, el potencial φ es Desafío 332 e

$$\varphi = -G\frac{M}{r} \,. \tag{49}$$

Un potencial simplifica considerablemente la descripción del movimiento, ya que el potencial es aditivo: dado el potencial de una partícula puntual, podemos calcular el po-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

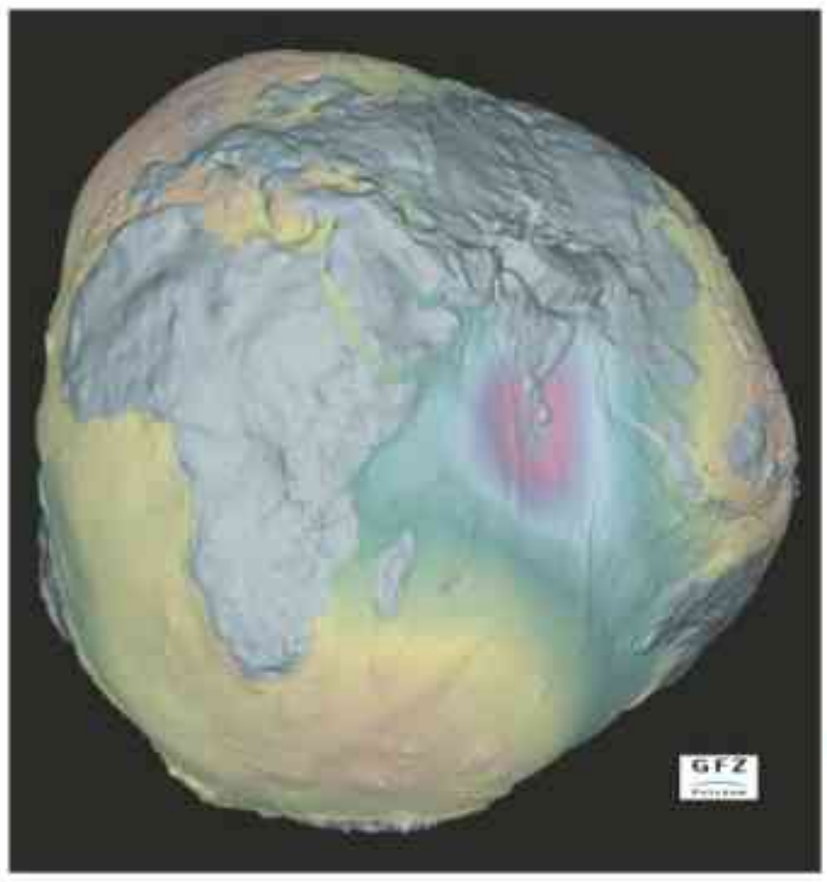


FIGURA 142 La forma de la Tierra, con escala de altura exagerada. (© GeoForschungsZentrum Potsdam).

tencial y entonces el movimiento alrededor de cualquier otro objeto de forma irregular.* Curiosamente, el número d de dimensiones del espacio se codifica en el potencial φ de una masa esférica: La dependencia de φ en el radio r es, de hecho, $1/r^{d-2}$. El exponente $d-2$ se ha comprobado experimentalmente con una precisión extremadamente alta: Nunca se ha encontrado ninguna desviación de d a partir de 3.

Desafío 334 s
Ref. 143

El concepto de potencial nos ayuda a comprender mejor la *forma* de la Tierra. Dado que la mayoría de la Tierra es todavía líquida cuando se la observa a gran escala, su superficie es siempre horizontal con respecto a la dirección determinada por la combinación de las aceleraciones de la gravedad y la rotación. En pocas palabras, la Tierra *no* es una esfera. No es un elipsoide tampoco. La forma matemática definida por el requisito de equilibrio se llama un *geoide*. La forma del geoide, se ilustra en la Figura 142, se diferencia de un elipsoide adecuadamente elegido en más de 50 m. ¿Puede describir el

Ref. 144
Ref. 145

* Por otra parte, para un cuerpo extenso en general, el potencial se encuentra al exigir que la *divergencia* de su gradiente esté dada por la densidad de masa (o carga) multiplicada por alguna constante de proporcionalidad. Más precisamente, se tiene

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \tag{50}$$

donde $\rho = \rho(\boldsymbol{x}, t)$ es la densidad masa-volumen del cuerpo y el *operator* de *Laplace* Δ, que se pronuncia 'delta', se define como $\Delta f = \nabla\nabla f = \partial^2 f/\partial x^2 + \partial^2 f/\partial y^2 + \partial^2 f/\partial z^2$. La ecuación (50) se llama la *ecuación de Poisson* para el potencial φ. Lleva el nombre de Siméon-Denis Poisson (1781–1840), matemático francés y eminente físico. Las posiciones en las que ρ no es cero se llaman las *fuentes* del potencial. El denominado término fuente $\Delta\varphi$ de una función es una medida para la cantidad de la función $\varphi(x)$ en la que un punto x difiere del valor medio en una región alrededor de ese punto. (¿Puede mostrar esto, mostrando que $\Delta\varphi \sim \bar{\varphi} - \varphi(x)$?) En otras palabras, la ecuación de Poisson (50) implica que el valor real del potencial en un punto es el mismo que el valor promedio alrededor de ese punto, menos la densidad de la masa multiplicada por $4\pi G$. En particular, en el caso del espacio vacío el potencial en un punto es igual a la media del potencial alrededor de ese punto.

Desafío 333 e

A menudo, el concepto de *campo gravitatorio* se introduce definiéndolo como $\boldsymbol{g} = -\nabla\varphi$. Evitamos esto en nuestra caminata, porque vamos a descubrir que, siguiendo la teoría de la relatividad, la gravedad no es completamente causada por un campo; de hecho, incluso el concepto de potencial gravitatorio resulta ser sólo una aproximación.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 335 ny geoide matemáticamente?

El geoide es una excelente aproximación a la forma real de la Tierra; el nivel del mar difiere de él en menos de 20 metros. Las diferencias pueden ser medidas con radar por satélite y son de gran interés para los geólogos y los geógrafos. Por ejemplo, resulta que el Polo Sur está más cerca del plano ecuatorial que el Polo Norte en unos 30 m. Esto es probablemente debido a las grandes masas de tierra en el hemisferio norte.

Anteriormente hemos visto cómo la inercia de la materia, a través de la llamada Página 148 'fuerza centrífuga', aumenta el radio de la Tierra en el ecuador. En otras palabras, la Tierra está *achatada* en los polos. El Ecuador tiene un radio a de un 6,38 Mm, mientras que la distancia b desde los polos al centro de la Tierra es de 6,36 Mm. La precisión de Apéndice 17 aplanamiento $(a - b)/a$ tiene el valor $1/298{,}3 = 0{,}0034$. Como resultado, la cima del Monte Chimborazo, en Ecuador, a pesar de que su altura está sólo a 6267 m sobre el nivel del mar, se encuentra a unos 20 km más lejos del centro de la Tierra que la cima del Monte Sagarmatha* en Nepal, cuya altura sobre el nivel del mar es de 8850 m. La cima del monte Chimborazo es de hecho el punto de la superficie del globo terráqueo más distante del centro de la Tierra.

La forma de la Tierra tiene otra consecuencia importante. Si la Tierra detuviera su rotación (pero mantuviera su forma), el agua de los océanos fluiría desde el ecuador a los polos; toda Europa estaría bajo el agua, con excepción de algunas montañas de los Alpes con altura superior a unos 4 km. Las regiones del norte de Europa estarían cubiertas por entre 6 km and 10 km de agua. El Monte Sagarmatha estaría a más de 11 km sobre el nivel del mar. También caminaríamos inclinados. Si tenemos en cuenta el cambio resultante de la forma de la Tierra, los números salen algo menores. Además, el cambio en la forma produciría terremotos y tormentas extremadamente violentos. Siempre y cuando no sobrevengan ninguno de estos efectos, podemos estar *seguros* de que, el Sol, Página 170 de hecho, saldrá mañana a pesar de lo que pretendían algunos filósofos.

Dinámica - ¿cómo se mueven las cosas en varias dimensiones?

El concepto de potencial es una herramienta poderosa. Si un cuerpo sólo puede moverse a lo largo de una línea - recta o curva -, los conceptos de energía cinética y potencial son suficientes para determinar completamente la manera en que el cuerpo se mueve. Dicho brevemente, el movimiento en *una dimensión* se desprende directamente de la conservación de energía. Para un cuerpo que se mueve a lo largo de una curva dada, la velocidad en cada instante viene dada por la conservación de la energía.

Si hay implicadas más de una dimensión, la conservación de energía no es suficiente. En el caso de un cuerpo que pueda moverse en *dos dimensiones* - es decir, sobre una superficie plana o curva - *y* si las fuerzas involucradas son *internas* (que es siempre el caso en la teoría, pero no en la práctica), se puede utilizar además la conservación del momento angular. El movimiento completo en dos dimensiones, por tanto, se sigue de la conservación de la energía y del momento angular. Por ejemplo, todas las propiedades de caída libre se derivan de la conservación de la energía y del momento angular. ¿Es Desafío 336 s usted capaz de mostrar esto?) Una vez más, el potencial es esencial.

En el caso de movimiento en *tres dimensiones*, se necesita una regla más general para la determinación del movimiento. Tratándose de más de *dos dimensiones espaciales*, los

* Monte Sagarmatha es también conocido con el nombre de Monte Everest.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 143 El cambio de la luna durante el mes, mostrando su libración (QuickTime film © Martin Elsässer)

principios de conservación son insuficientes para determinar cómo se mueve un cuerpo. Resulta que el movimiento en general se sigue de un principio simple: el tiempo medio de la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial debe resultar tan pequeño como sea posible. Esto se conoce como el *principio de mínima acción*. Vamos a explicar los detalles de este método de cálculo más tarde. Pero, de nuevo, el potencial es el ingrediente principal en el cálculo de la variación, y por lo tanto en la descripción de cualquier ejemplo de movimiento.

Página 265

Para movimientos gravitacionales simples, el movimiento es bidimensional, en un plano. La mayoría de los problemas tridimensionales están fuera del alcance de este texto; de hecho, algunos de estos problemas son tan difíciles que todavía son objeto de investigación. En esta aventura, vamos a explorar el movimiento tridimensional sólo en casos seleccionados que nos proporcionen importantes ideas.

La Luna

¿Cuánto dura un día en la Luna? La respuesta es de aproximadamente 29 días terrestres. Ese es el tiempo que le lleva a un observador en la Luna ver el Sol de nuevo en la misma posición en el cielo.

A menudo se oye que la Luna siempre muestra la misma cara a la Tierra. Pero esto es un error. Como se puede comprobar a simple vista, una determinada característica en el centro de la cara de la Luna en Luna llena no está en el centro de ella una semana después. Los diversos movimientos que conducen a este cambio se llaman *libraciones*; y se muestran en la película de la Figura 143. Los movimientos aparecen principalmente porque la Luna no describe una órbita circular alrededor de la Tierra, sino una elíptica y porque el eje de la Luna está ligeramente inclinado, en comparación con el de su rotación alrededor de la Tierra. Como resultado, sólo alrededor del 45 % de la superficie de la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

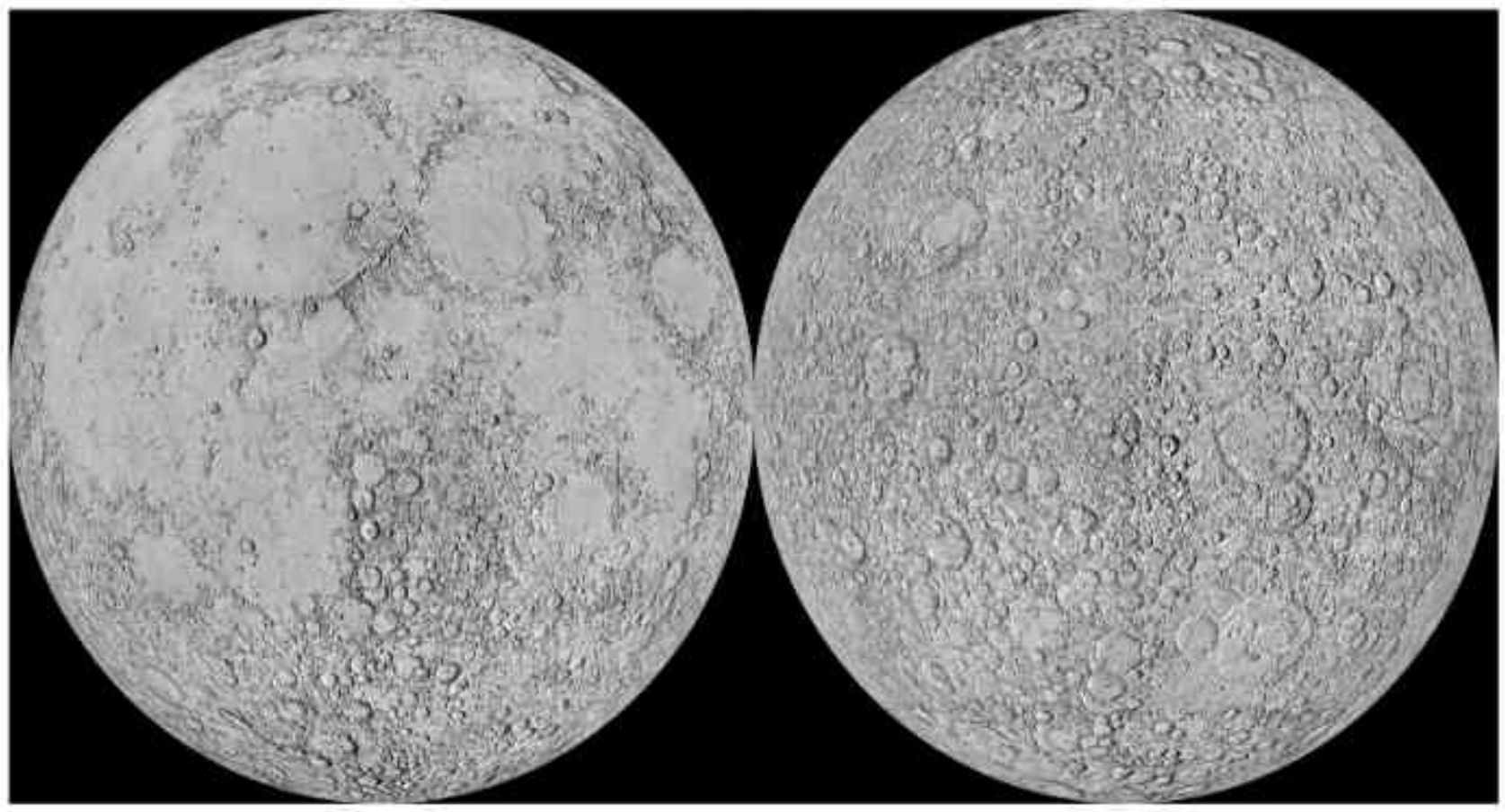


FIGURA 144 Los mapas de alta resolución (no fotografías) de la cara visible (izquierda) y la invisible (derecha) de la luna, que muestra con qué frecuencia la segunda salvó a la Tierra de impactos de meteoritos (cortesía del USGS).

Luna se oculta de forma permanente de la Tierra.

Las primeras fotografías de la zona oculta fueron tomadas en los años 1960 por un satélite artificial soviético; los satélites modernos proporcionan mapas exactos, como se
Desafío 337 e muestra en la Figura 144. (Haga zoom en la figura como diversión.) La superficie oculta es mucho más irregular que la visible, ya que el lado oculto es el que intercepta la mayoría de los asteroides atraídos por la Tierra. Así, la gravedad de la Luna ayuda a desviar los asteroides de la Tierra. El número de extinciones de la vida animal se reduce así a un número pequeño, pero no despreciable. En otras palabras, la atracción gravitacional de la Luna ha salvado a la raza humana de la extinción muchas veces.*

Los viajes a la Luna en la década de 1970 también mostraron que la Luna se originó en la Tierra misma: hace mucho tiempo, un objeto golpeó la Tierra de manera casi tangencial y lanzó una fracción considerable de material hacia el cielo. Este es el único mecanismo capaz de explicar el gran tamaño de la Luna, su bajo contenido de hierro, así
Ref. 147 como la composición general de su material.

Ref. 148 La Luna se aleja de la Tierra a 3,8 cm al año. Este resultado confirma la antigua deducción que las mareas frenan la rotación de la Tierra. ¿Se imagina cómo se llevó a cabo esta
Desafío 338 s medida? Como la Luna ralentiza la Tierra, la Tierra también cambia de forma debido a este efecto. (Recuerde que la forma de la Tierra depende de su velocidad de rotación.) Estos cambios en la forma influyen en la ctividad tectónica de la Tierra, y tal vez también en la deriva de los continentes.

La Luna tiene muchos efectos sobre la vida animal. Un ejemplo famoso es el mos-
Ref. 149 quito quironómido *Clunio*, que vive en las costas con pronunciadas mareas. Clunio vive entre seis y doce semanas como una larva, luego eclosiona y vive sólo una o dos horas

* Las página web www.minorplanetcenter.net/iau/lists/Closest.html y InnerPlot.html dan una impresión del numero de objetos que casi golpean la Tierra cada año. Sin la Luna, tendríamos muchas catástrofes suplementarias.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

como un insecto volador adulto, tiempo durante el cual se reproduce. Los mosquitos sólo se reproducirán si su eclosión ocurre durante la fase de bajamar de las *mareas vivas*. Las mareas vivas son las mareas especialmente fuertes durante las lunas llena y nueva, cuando los efectos solares y lunares se combinan, y ocurren sólo cada 14,8 días. En 1995, Dietrich Neumann demostró que las larvas tienen dos relojes incorporados, uno circadiano y otro circatidal o circalunar, que en conjunto controlan la eclosión precisamente en las pocas horas en que el insecto puede reproducirse. También demostró que el reloj circalunar está sincronizado con el resplandor de la luna en la noche. En otras palabras, las larvas supervisan la Luna en la noche y luego deciden cuándo salir del cascarón: son los astrónomos más pequeños conocidos.

Si los insectos pueden tener ciclos circalunares, no debería constituir ninguna sorpresa que las mujeres también tengan un ciclo de este tipo; sin embargo, en este caso el
Ref. 150 origen preciso de la longitud del ciclo es todavía desconocido y tema de investigación.

La Luna también ayuda a estabilizar la inclinación del eje de la Tierra, manteniéndolo más o menos fijo con relación al plano del movimiento alrededor del Sol. Sin la Luna, el eje podría cambiar su dirección de manera irregular, no tendríamos un ritmo regular día y noche, tendríamos cambios climáticos extremadamente grandes, y la evolución de
Ref. 151 la vida habría sido imposible. Sin la Luna, la Tierra también giraría mucho más rápido
Ref. 152 y tendríamos un clima mucho menos benigno. El principal efecto remanente de la Luna
Página 158 sobre la Tierra, la precesión de su eje, es responsable de las edades de hielo.

La órbita de la Luna es todavía un asunto de investigación. No está claro todavía por qué la órbita de la Luna está a 5° de la eclíptica y cómo ha cambiado la órbita desde la formación de la Luna. Posiblemente, la colisión que dio lugar a la formación de la Luna inclinó el eje de rotación de la Tierra y el original de la Luna; así, después de millones
Ref. 153 de años, ambos ejes se movieron en complicadas trayectorias hacia la eclíptica, una más que otra. Durante esta evolución, se estima que la distancia a la Luna se ha incrementado en un factor de 15.

Órbitas - secciones cónicas y más

La trayectoria de un cuerpo orbitando a otro continuamente bajo la influencia de la gravedad es una *elipse* con el cuerpo central en un foco. Una órbita circular también es posible, un círculo es un caso especial de elipse. La trayectoria de un objeto gravitando alrededor de otro puede tomar también la forma de *parábolas* or *hipérbolas*, como se muestra en la Figura 145. Círculos, elipses, parábolas y hipérbolas se conocen colectivamente como *secciones cónicas*. De hecho cada una de estas curvas pueden ser producidas
Desafío 339 e por el corte de un cono con un cuchillo. ¿Puede mostrarlo?

Si las órbitas son principalmente elipses, se concluye que los cometas *retornen*. El astrónomo inglés Edmund Halley (1656–1742) fue el primero en llegar a esta conclusión, y predecir el regreso de un cometa. Llegó en la fecha prevista en 1756, y ahora lleva su nombre. El período del cometa Halley es de entre 74 y 80 años; el primer avistamiento registrado fue hace 22 siglos, y se ha seguido viendo en cada uno de sus 30 pases, la última vez en 1986.

Dependiendo de la energía inicial y el momento angular inicial del cuerpo con respecto al astro central, las trayectorias pueden ser *elípticas*, *parabólicas* o *hiperbólicas*. ¿Puede determinar las condiciones de la energía y el momento angular necesarios para que apa-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

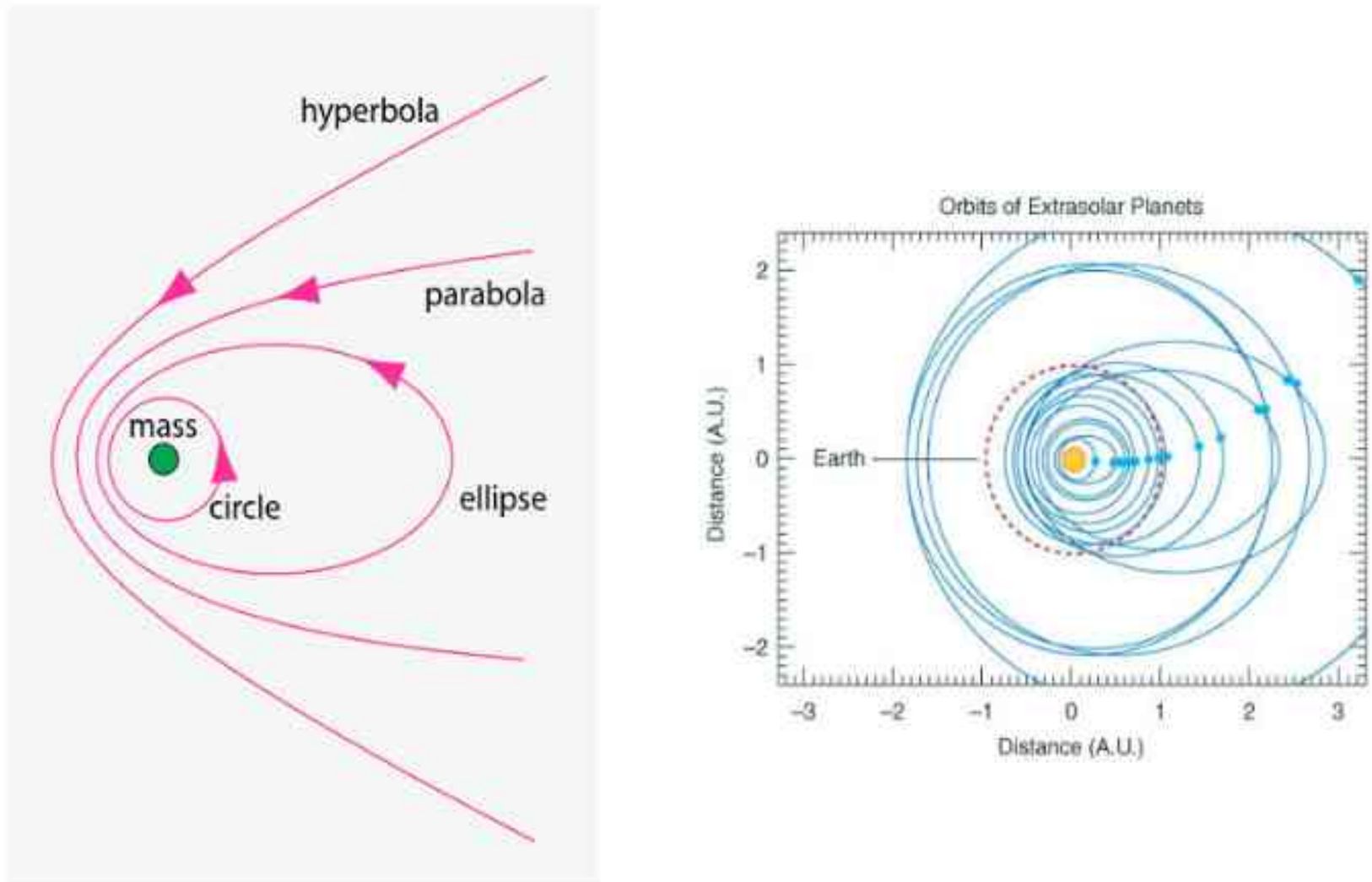


FIGURA 145 Las posibles órbitas, debido a la gravitación universal, de una pequeña masa alrededor de una *única* masa grande (izquierda) y un par de ejemplos recientes de órbitas medidos (derecha), a saber, los de algunos planetas extrasolares y de la Tierra, todos dibujados alrededor de su respectiva estrella central, con distancias dadas en unidades astronómicas (© Geoffrey Marcy).

Desafío 340 s rezcan estas trayectorias?

En la práctica, no existen trayectorias parabólicas en la naturaleza. (Aunque algunos cometas parecen acercarse a este caso cuando se mueven alrededor del Sol; casi todos los cometas siguen trayectorias elípticas - en tanto en cuanto se encuentren alejados de otros planetas). Las trayectorias hiperbólicas sí existen; los satélites artificiales las siguen cuando se les dispara hacia un planeta, por lo general con el objetivo de cambiar la dirección del recorrido del satélite a través del sistema solar.

¿Por qué la 'ley' de la inversa del cuadrado nos lleva a las secciones cónicas? En primer lugar, para dos cuerpos, el momento angular total L es una constante:

$$L = mr^2\dot{\varphi} = mr^2\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right) \tag{51}$$

y por lo tanto el movimiento se encuentra en un plano. También la energía E es una constante

$$E = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \tfrac{1}{2}m\left(r\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2 - G\frac{mM}{r}\,. \tag{52}$$

Desafío 341 e Juntas, las dos ecuaciones implican que

$$r = \frac{L^2}{Gm^2M}\,\frac{1}{1+\sqrt{1+\dfrac{2EL^2}{G^2m^3M^2}}\,\cos\varphi}\,. \tag{53}$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ahora bien, cualquier curva definida por la expresión general

$$r = \frac{C}{1 + e\cos\varphi} \quad \text{o} \quad r = \frac{C}{1 - e\cos\varphi} \tag{54}$$

es una elipse para $0 < e < 1$, una parábola para $e = 1$ y una hipérbola para $e > 1$, estando uno de los focos en el origen. La cantidad e, llamada la *excentricidad*, describe cómo de apretada está la curva. En otras palabras, un cuerpo en órbita alrededor de una masa central sigue una sección cónica.

En todas las órbitas, también la masa pesada central se mueve. De hecho, ambos cuerpos orbitan alrededor del centro de masa común. Ambos cuerpos siguen el mismo tipo de curva (elipse, parábola o hipérbola), pero las dimensiones de las dos curvas difieren.

Desafío 342 e

Si hay más de dos objetos que se desplazan bajo influencia gravitacional mutua, aparecen muchas posibilidades adicionales para los movimientos. La clasificación y los movimientos son bastante complejos. En realidad, este problema conocido como el *problema de muchos cuerpos* sigue siendo un tema de investigación, tanto para los astrónomos como para los matemáticos y los resultados son matemáticamente fascinantes. Veamos algunos ejemplos.

Cuando varios planetas giran alrededor de una estrella, también se atraen entre sí. Los planetas de este modo no se mueven en elipses perfectas. La desviación más grande es el avance del perihelio, como se muestra en la Figura 114. Esto ha sido observado para Mercurio y otros pocos planetas, incluyendo la Tierra. Otras desviaciones en relación a la trayectoria elíptica aparecen durante una única órbita. En 1846, se utilizaron las desviaciones observadas del movimiento del planeta Urano respecto al camino previsto por la gravedad universal para predecir la existencia de otro planeta, Neptuno, que fue descubierto poco después.

Página 164

Hemos visto que la masa es siempre positiva y que la gravitación es, pues, siempre atractiva; *no* hay *antigravedad*. Sin embargo, ¿puede utilizarse la gravedad para la *levitación*, utilizando eventualmente más de dos cuerpos? Sí; hay dos ejemplos.* El primero son los satélites geoestacionarios, que se utilizan para facilitar la transmisión de las cadenas de televisión y otras señales desde y hacia la Tierra.

Página 115

Los *puntos de libración de Lagrange* son el segundo ejemplo. Nombrados así en honor su descubridor, estos son puntos del espacio situados en las proximidades de un sistema de dos cuerpos, como la Luna-Tierra o Tierra-Sol, en los cuales los objetos pequeños tienen una posición de equilibrio estable. Una visión general se da en la Figura 147. ¿Puede usted encontrar su posición exacta, recuerde tomar en cuenta la rotación? Hay tres puntos de Lagrange adicionales en la línea Tierra-Luna (o la línea Sol-planeta). ¿Cuantos de ellos son estables?

Desafío 343 s
Desafío 344 d

Hay miles de asteroides, llamados *asteroides Troyanos*, en y alrededor de los puntos de Lagrange del sistema Sol-Júpiter. En 1990, se descubrió un asteroide troyano para el sistema de Marte-Sol. Finalmente, en 1997, un asteroide 'casi troyano' se constató que sigue la Tierra en su camino alrededor del Sol (esto es sólo transitorio y sigue una órbita algo más compleja). Este 'segundo compañero' de la Tierra tiene un diámetro de 5 km. Del mismo modo, en los principales puntos de Lagrange del sistema Tierra-Luna se ha

Ref. 155

* La levitación se discutirá en detalle en la sección sobre electrodinámica.

Vol. III, página 242

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 146 Los satélites geoestacionarios, vistos aquí en el cuadrante superior izquierdo, se mueven en sentido contrario a las otras estrellas y muestran la ubicación del ecuador celeste. (MP4 film © Michael Kunze)

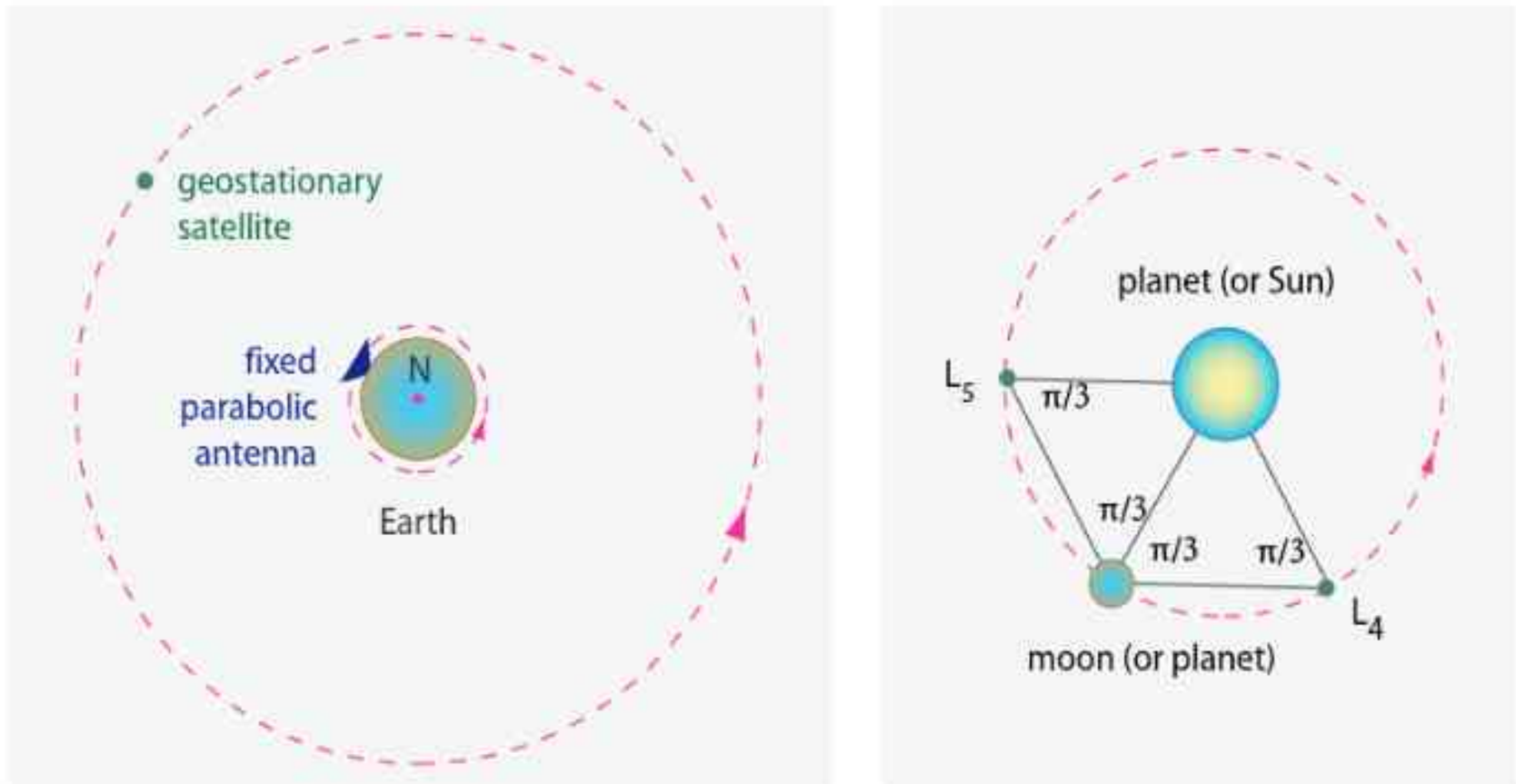


FIGURA 147 satélites geoestacionarios (izquierda) y los principales puntos de Lagrange estables (derecha).

observado una alta concentración de polvo.

Los astrónomos saben que muchos otros objetos siguen órbitas irregulares, en particular, los asteroides. Por ejemplo, un asteroide 2003 YN107 siguió una órbita irregular, que se muestra en la Figura 148, que acompañó a la Tierra durante un cierto número de años.

Ref. 154

En resumen, una única y sencilla ecuación $\boldsymbol{a} = -GM\boldsymbol{r}/r^3$ describe correctamente un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

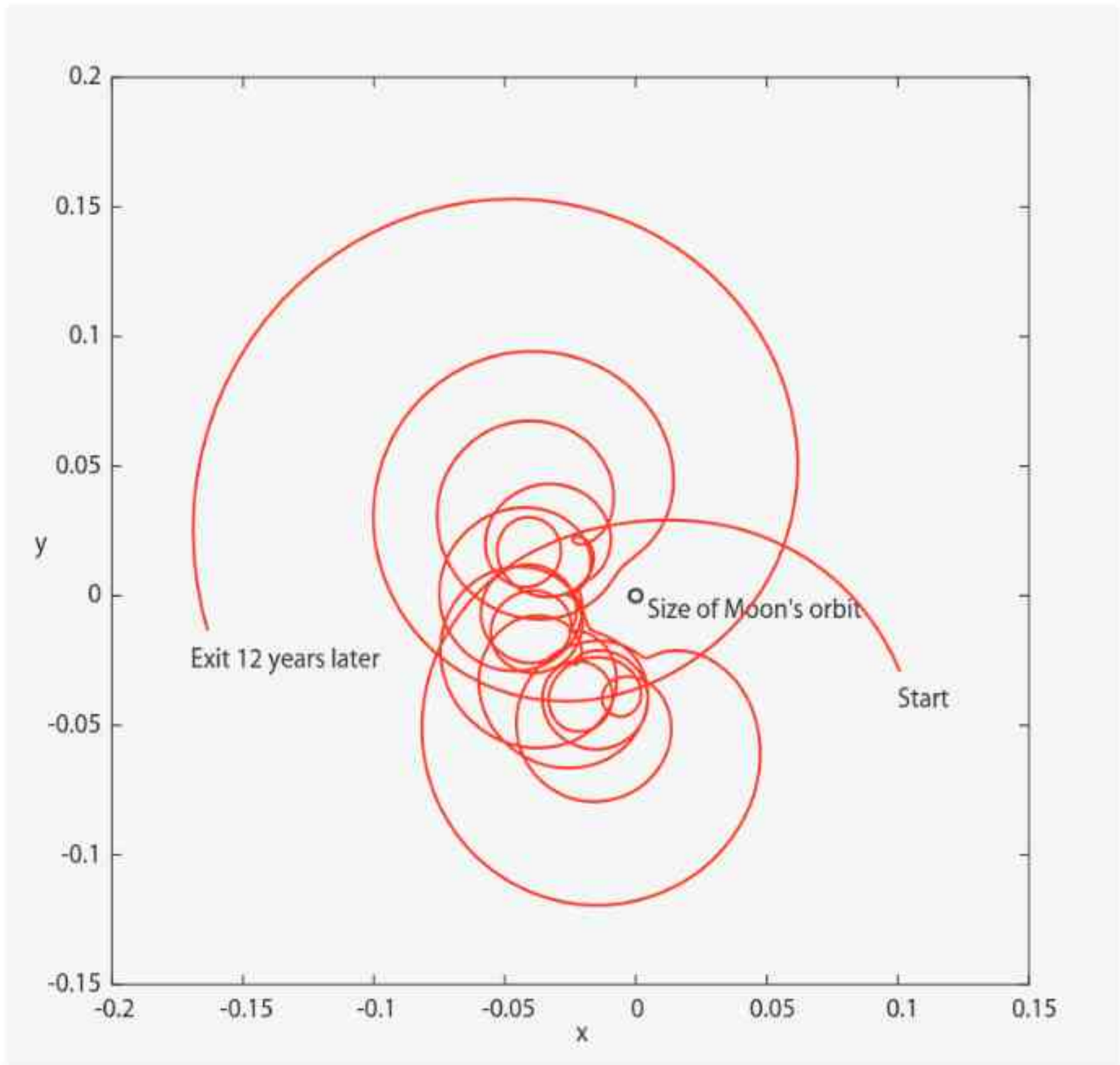


FIGURA 148 Un ejemplo de la órbita irregular, en parte, medida y en parte calculada, debido la atracción gravitatoria de *diferentes* masas: la órbita del efímero cuasi-satélite de la Tierra 2003 YN107 en coordenadas geocéntricas. Este asteroide, con un diámetro de 20(10) m, quedó orbitalmente atrapado cerca de la Tierra alrededor de 1995 y se mantuvo así hasta el año 2006. El círculo negro es la órbita de la Luna alrededor de la Tierra. (© Seppo Mikkola).

gran número de fenómenos celestes. La primera persona en revelar de manera clara que esta expresión describe todo lo que ocurre en el cielo fue Pierre Simon Laplace en su famoso tratado *Traité de mécanique céleste*. Cuando Napoleón le dijo que no encontraba ninguna mención sobre el creador en el libro, Laplace respondió con una famosa frase, resumen de su libro: *Je n'ai pas eu besoin de cette hypothese.* 'No he tenido necesidad de esta hipótesis.' En particular, Laplace estudió la estabilidad del sistema solar, la excentricidad de la órbita lunar, y las excentricidades de las órbitas planetarias, obteniendo siempre un pleno acuerdo entre los cálculos teóricos y las observaciones.

Estos resultados son toda una verdadera proeza para la simple expresión de la gravitación universal; también explican por qué se le califica de 'universal'. Pero, ¿cómo de *exacta* es la fórmula? Puesto que la astronomía permite las mediciones más precisas del movimiento gravitacional, también proporciona las pruebas más rigurosas. En 1849, Urbain Le Verrier concluyó después de un estudio intensivo que sólo había un ejemplo

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 149 Mareas en Saint-Valery en Caux el 20 de septiembre, 2005. (© Gilles Régnier).

conocido de una discrepancia entre la observación y la gravitación universal, a saber, una observación concerniente al planeta Mercurio. (Hoy en día se conocen unas pocas más). El punto de la órbita del planeta Mercurio menos alejado del Sol, su *perihelio*, cambia a un ritmo que es ligeramente menor que el predicho: se encontró con una minúscula
Ref. 156 diferencia, en torno a 38″ por siglo. (Esto se corrigió a 43″ por siglo en 1882 por Simon Newcomb. Le Verrier pensó que la diferencia se debía a un planeta situado entre Mercurio y el Sol, *Vulcano*, que persiguió en vano durante muchos años. De hecho, Vulcano
Vol. II, página 160 no existe. La explicación correcta de esa diferencia tuvo que esperar a Albert Einstein.

Mareas

Ref. 157 ¿Por qué los textos de física siempre hablan de las mareas?. Porque, como mostrará la relatividad general, ¡las mareas muestran que el espacio es curvo! Por lo tanto, es útil estudiarlas un poco más en detalle. La Figura 149 muestra cuán sorprendentes pueden ser las mareas. La gravitación explica las mareas marinas como resultado de la atracción de agua del océano por la Luna y el Sol. Las mareas son interesantes; aunque la magnitud de las mareas es de sólo 0,5 m en mar abierto, puede ser de hasta 20 m en lugares especiales
Desafío 345 s cerca de la costa. ¿Puede imaginar por qué? El *suelo* también es elevado y bajado por
Ref. 56 el Sol y la Luna, alrededor de 0,3 m, como se muestra en las mediciones de satélite. La atmósfera también está sujeta a mareas, y las correspondientes variaciones de presión
Ref. 158 pueden ser filtradas de las mediciones de presión meteorológica.

Las Mareas aparecen en cualquier cuerpo *extenso* moviéndose en el campo gravitacional de otro. Para entender el origen de las mareas, imagine un cuerpo en órbita, como

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

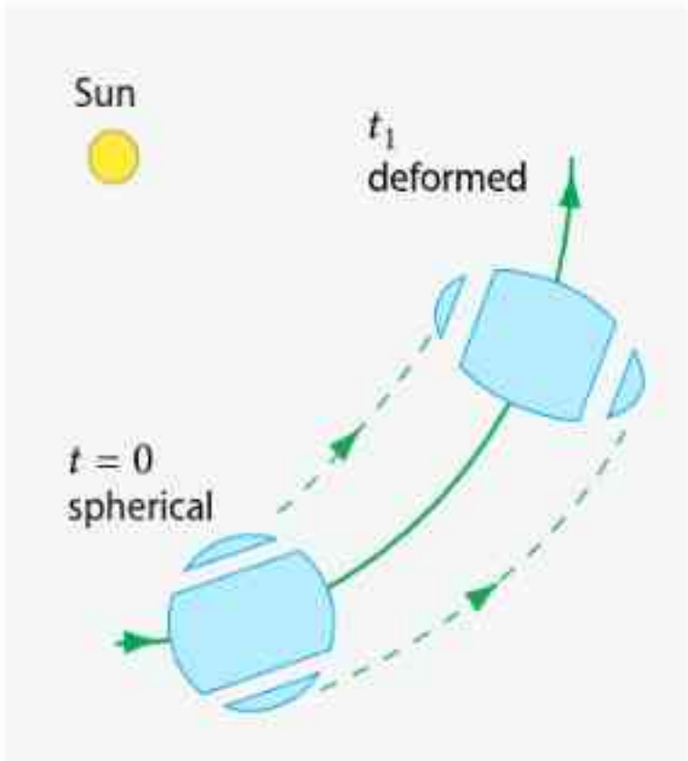


FIGURA 150 Deformaciones de marea debido a la gravedad.

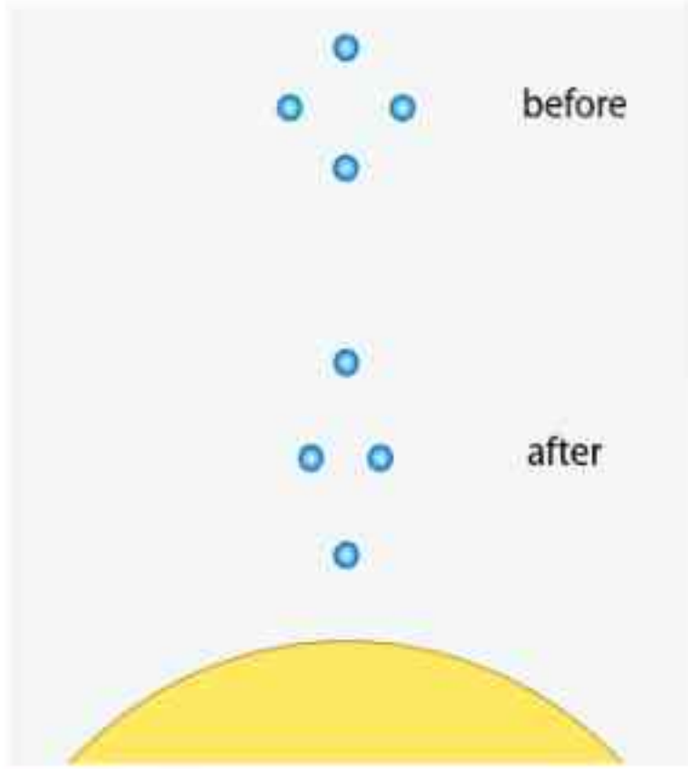


FIGURA 151 El origen de las mareas.

la Tierra, e imagine sus componentes, tales como los segmentos de la Figura 150, unidos por resortes. La Gravitación universal implica que las órbitas son más lentas cuanto más distantes estén del cuerpo central. Como resultado, al segmento exterior de la órbita le gustaría ser más lento que el central; pero es *jalado* por el resto del cuerpo a través de los resortes. Por el contrario, al segmento interior le gustaría orbitar más rápido, pero está *retenido* por los demás. Siendo ralentizados, los segmentos internos querrían caer hacia el Sol. En suma, los dos segmentos sienten un tirón que los aleja del centro del cuerpo, limitado por los resortes que detienen la deformación. Por lo tanto, *los cuerpos extensos se deforman en la dirección de la falta de homogeneidad del campo.*

Por ejemplo, como resultado de las fuerzas de marea, la Luna siempre presenta (más o menos) la misma cara a la Tierra. Además, su radio en la dirección de la Tierra es mayor en aproximadamente 5 m que el radio perpendicular a ella. Si los resortes internos son demasiado débiles, el cuerpo se rompe en pedazos; de esta manera se puede formar un *anillo* de fragmentos, como el anillo de asteroides entre Marte y Júpiter o los anillos alrededor de Saturno.

Volvamos a la Tierra. Si un cuerpo está rodeado por el agua, se formarán protuberancias en la dirección del campo gravitacional aplicado. Con el fin de medir y comparar la intensidad de las fuerzas de las mareas debidas al Sol y a la Luna, reducimos los efectos de marea a su mínima expresión. Como se muestra en la Figura 151, se puede estudiar la deformación de un cuerpo debido a la gravedad mediante el estudio de la deformación de cuatro piezas. Podemos estudiarlo en caída libre, porque el movimiento orbital y la caída libre son equivalentes. Ahora, la gravedad hará de modo que algunas de las piezas se aproximen y otras diverjan, dependiendo de sus posiciones relativas. La figura revela claramente que la intensidad de la deformación - el agua no está integrada por muelles - depende de la variación de aceleración gravitacional con la distancia. En otras palabras, la aceleración *relativa* que conduce a las mareas es proporcional a la derivada de la aceleración de la gravedad.

Página 485 Usando las cifras del apéndice 17, las aceleraciones gravitacionales del Sol y de la Luna

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

medidos en la Tierra son

$$a_{\text{Sol}} = \frac{GM_{\text{Sol}}}{d^2_{\text{Sol}}} = 5{,}9\,\text{mm/s}^2$$
$$a_{\text{Luna}} = \frac{GM_{\text{Luna}}}{d^2_{\text{Luna}}} = 0{,}033\,\text{mm/s}^2 \qquad (55)$$

y por lo tanto la atracción de la Luna es de unos 178 veces más débil que la del Sol. Cuando dos cuerpos cercanos caen cerca de una gran masa, la aceleración relativa es proporcional a su distancia, y sigue $da = (da/dr)\,dr$. El factor de proporcionalidad que $da/dr = \nabla a$, la llamada *aceleración de marea* (gradiente), que es la verdadera medida de
Desafío 346 e los efectos de las mareas. Cerca de una gran masa esférica M, está dado por

$$\frac{da}{dr} = -\frac{2GM}{r^3} \qquad (56)$$

que produce los valores

$$\frac{da_{\text{Sol}}}{dr} = -\frac{2GM_{\text{Sol}}}{d^3_{\text{Sol}}} = -0{,}8 \cdot 10^{-13}\,/\text{s}^2$$
$$\frac{da_{\text{Luna}}}{dr} = -\frac{2GM_{\text{Luna}}}{d^3_{\text{Luna}}} = -1{,}7 \cdot 10^{-13}\,/\text{s}^2\,. \qquad (57)$$

En otras palabras, a pesar de la fuerza mucho más débil de la Luna, sus mareas se prevé que sean más de *dos veces más fuertes* que las mareas del Sol; esto es, en efecto, lo observado. Cuando el Sol, la Luna y la Tierra están alineados, las dos mareas se suman; estas llamadas *mareas vivas* son especialmente fuertes y ocurren cada 14,8 días, con las fases de luna llena y luna nueva.

Las mareas conducen a un bonito rompecabezas. Las mareas lunares son mucho más fuertes que las mareas solares. Esto implica que la Luna es mucho más densa que el Sol.
Desafío 347 s ¿Por qué?

Las mareas también producen *fricción*, como se muestra en la Figura 152. La fricción conduce a una disminución de la rotación de la Tierra. Hoy en día, la desaceleración se puede medir por relojes precisos (a pesar de que las variaciones a corto plazo debidas
Ref. 115 a otros efectos, tales como el clima, son netamente más importantes). Los resultados se corresponden bien con los resultados de fósiles que demuestran que hace 400 millones
Vol. II, página 232 de años, en el período Devónico, un año tenía 400 días, y un día cerca de 22 horas. Se ha estimado igualmente que hace 900 millones de años, cada uno de los 481 días de un año tenían 18,2 horas de duración. La fricción que está en la base de esta desaceleración también se traduce en un aumento en la distancia de la luna a la Tierra en aproximadamente
Desafío 348 s 3,8 cm por año. ¿Es usted capaz de explicar por qué?

Como se mencionó anteriormente, el movimiento de la corteza terrestre debido a las mareas es asímismo responsable de la activación de los *terremotos*. Así pues, la Luna puede tener también efectos peligrosos en la Tierra. (Desafortunadamente, el conocimiento del mecanismo no permite la predicción de terremotos.) El ejemplo más fascinante de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

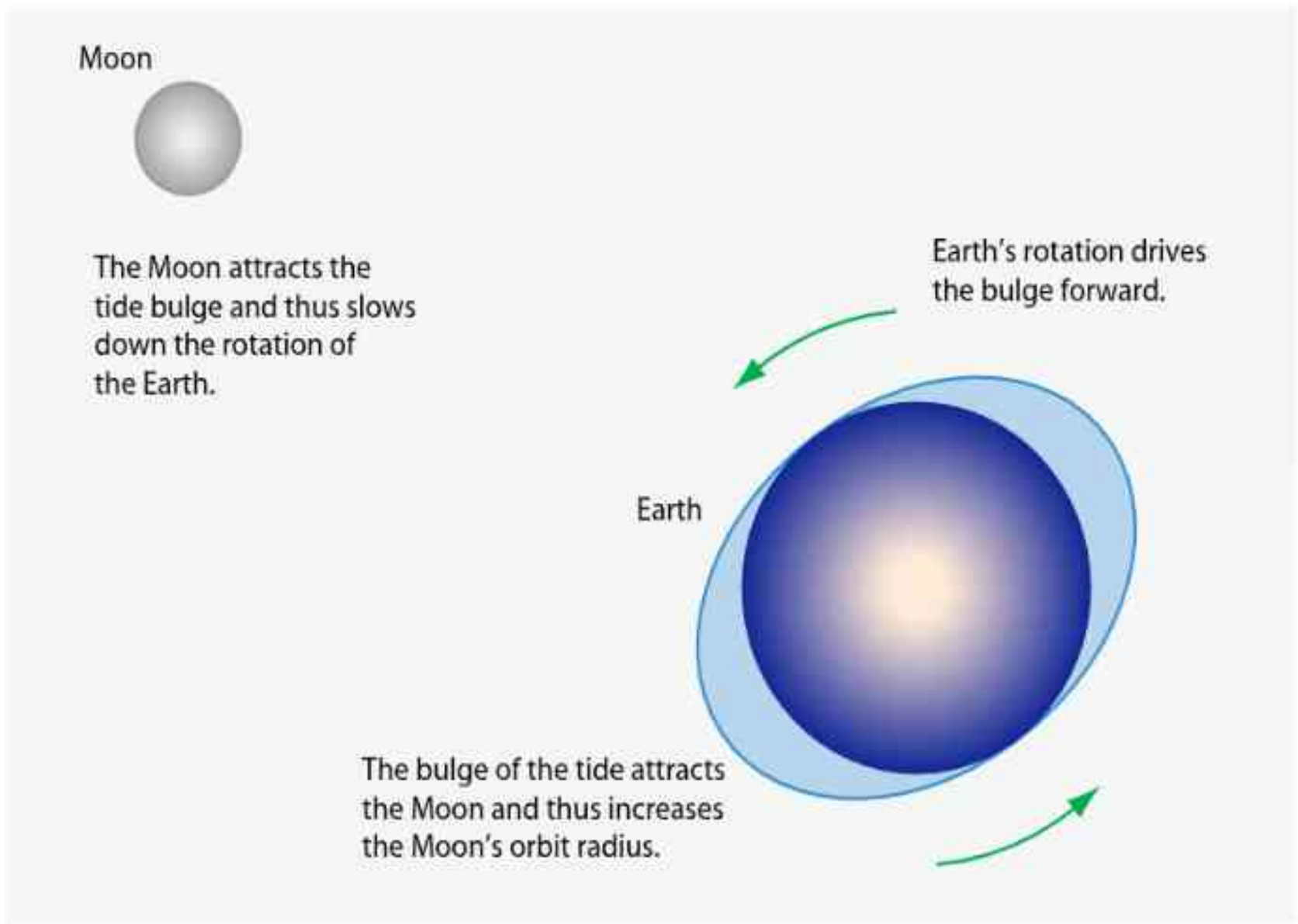


FIGURA 152 La Tierra, la Luna y los efectos de la fricción de las mareas (no a escala).

FIGURA 153 Un resultado espectacular de las mareas: vulcanismo en Io (NASA).

los efectos de las marea se ve en el satélite de Júpiter, Io. Sus mareas son tan fuertes que inducen una intensa actividad volcánica, como se muestra en la Figura 153, con penachos de erupciones de hasta 500 km de altura. Si las mareas fueran aún más fuertes, podrían destruir el cuerpo por completo, como ocurrió con el astro situado entre Marte y Júpiter, que formó los planetoides, y (posiblemente) con las lunas que dieron lugar a los anillos

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

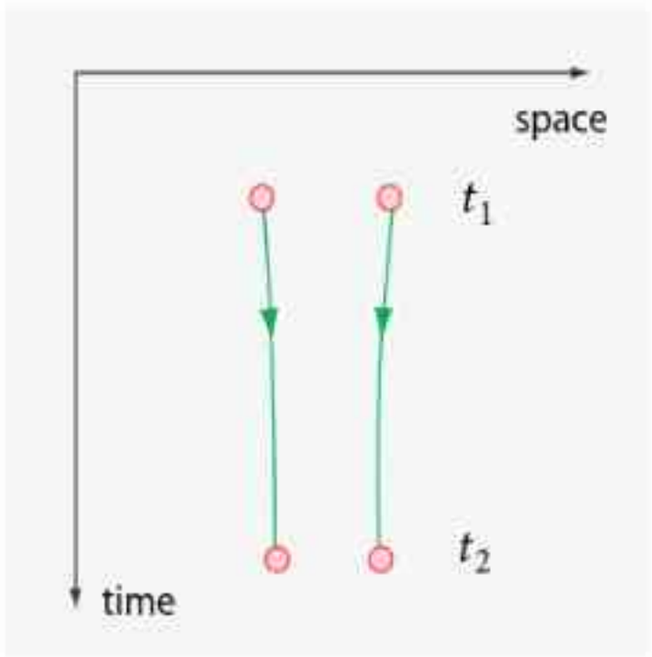


FIGURA 154 Partículas que caen juntas aproximándose con el tiempo.

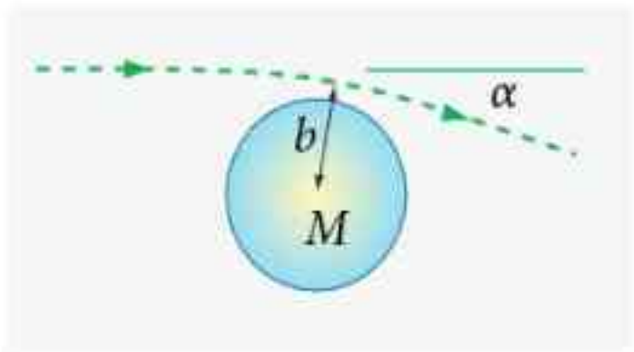


FIGURA 155 Las masas doblan la luz.

de Saturno.

En resumen, las mareas son debidas a las aceleraciones relativas de las masas puntuales próximas. Esto tiene una consecuencia importante. En el capítulo sobre la relatividad general nos encontraremos con que el tiempo multiplicado por la velocidad de la luz juega el mismo papel que la longitud. El Tiempo se convierte entonces en una dimensión adicional, como se muestra en la Figura 154. Usando esta similitud, dos partículas libres que se mueven en la misma dirección corresponden a líneas paralelas en el espacio-tiempo. Dos partículas que caen juntas también se corresponden con líneas paralelas. Las Mareas muestran que tales partículas se aproximan entre sí. En otras palabras, las mareas implican que las líneas paralelas se aproximan entre sí. Pero las líneas paralelas se aproximan entre sí *sólo* si el espacio-tiempo es curvo. En resumen, las mareas implican que el espacio-tiempo y el espacio son *curvos*. Este sencillo razonamiento se podría haber realizado en el siglo XVIII; sin embargo, tuvieron que transcurrir otros 200 años y el genio de Albert Einstein para descubrirlo.

Vol. II, página ??
Vol. II, página 188

¿Puede caer la luz?

> Die Maxime, jederzeit selbst zu denken, ist die Aufklärung.
>
> Immanuel Kant*

Hacia el final del siglo XVII, el mundo descubrió que la luz tiene una velocidad finita - una epopeya que contaremos en detalle más adelante. Una entidad que se mueve con velocidad infinita no puede ser afectada por la gravedad, ya que no habría tiempo para producir su efecto. Una entidad con una velocidad finita, sin embargo, debe sentir la gravedad y por lo tanto caer.

Vol. II, página 16

¿Puede aumentar su velocidad cuando la luz llega a la superficie de la Tierra? Durante casi tres siglos, la gente no tenía medios para detectar tales efectos; así que esta pregunta no se investigó. Luego, en 1801, el astrónomo prusiano Johann Soldner (1776–1833) fue el primero en plantear la cuestión de una manera diferente. Al ser un astrónomo, estaba acostumbrado a la observación de las estrellas y medir sus ángulos de visión. Se

Ref. 159

* La máxima de pensar en todo momento por uno mismo es la Ilustración.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

dio cuenta de que la luz que pasara cerca de un cuerpo masivo se *desviaría* debido a la gravedad.

Soldner analizó la situación de un cuerpo en una trayectoria hiperbólica, que se mueve con velocidad c pasando por una masa M esférica a distancia b (medida desde el centro), como se muestra en la Figura 155. Soldner dedujo el ángulo de deflexión

$$\alpha_{\text{univ. grav.}} = \frac{2}{b}\frac{GM}{c^2} \,. \tag{58}$$

Se ve que el ángulo es máximo cuando el cuerpo en movimiento casi roza la masa M. Para la luz desviada por la masa del Sol, el ángulo resulta ser a lo sumo un pequeño $0{,}88''$ = 4,3 μrad. En la época de Soldner, este ángulo era demasiado pequeño para ser medido. Así, el tema quedó en el olvido. Si su resolución hubiera continuado, la relatividad general habría comenzado como una ciencia experimental, y no como el esfuerzo teórico de Albert Einstein! ¿Por qué? El valor que acaba de calcular es *diferente* del valor medido. La primera medición se llevó a cabo en 1919,* que encontró la dependencia correcta en relación a la distancia, pero se encontró una deflexión de hasta $1{,}75''$, exactamente el doble que el de la expresión (58). La razón no es fácil de encontrar; de hecho, es debido a la curvatura del espacio, como veremos. En resumen, la luz puede caer, pero el asunto esconde numerosas sorpresas.

Vol. II, página 157

Masa: inercial y gravitacional

La masa describe cómo un objeto interactúa con los demás. En nuestro paseo, nos hemos encontrado con dos de sus aspectos. La *masa inercial* es la propiedad que mantiene los objetos en movimiento y que ofrece resistencia a un cambio en su movimiento. La *Masa gravitacional* es la propiedad responsable de la aceleración de los cuerpos cercanos (el aspecto activo) o de ser acelerado por objetos cercanos (el aspecto pasivo). Por ejemplo, el aspecto activo de la masa de la Tierra determina la aceleración en su superficie de los cuerpos; el aspecto pasivo de los cuerpos nos permite pesarlos con el fin de medir su masa usando sólo distancias, por ejemplo, una báscula o una balanza. La masa gravitacional es la base de *peso*, que es la resistencia a levantar las cosas.**

¿Es la masa gravitacional de un cuerpo igual a su masa inercial? Una respuesta aproximada viene dada por la experiencia: un objeto difícil de desplazar también es difícil de levantar. El experimento más simple es tomar dos cuerpos de diferente masa y dejarlos caer. Si la aceleración es la misma para todos los cuerpos, la masa inercial es igual a la masa gravitacional (pasiva), ya que en la relación $ma = \nabla(GMm/r)$, la m de la izquierda es en realidad la masa inercial y la m de la derecha es en realidad la masa gravitacional.

Ya en el siglo XVII, Galileo había difundido ampliamente un conocido argumento aún más antiguo que muestra sin un solo experimento que la aceleración de la gravedad es, de hecho, *la misma* para todos los cuerpos. Si las masas más grandes cayeran más rápidamente que las más pequeñas, entonces aparecería la siguiente paradoja. Cualquier cuerpo puede verse como estando compuesto de un fragmento grande unido a

Desafío 349 s

* Por cierto, ¿cómo medir la desviación de la luz cerca del brillante Sol?

Desafío 350 ny

** ¿Cuáles son los valores que muestra una balanza para una persona de 85 kg haciendo juegos malabares con tres bolas de 0,3 kg cada una?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

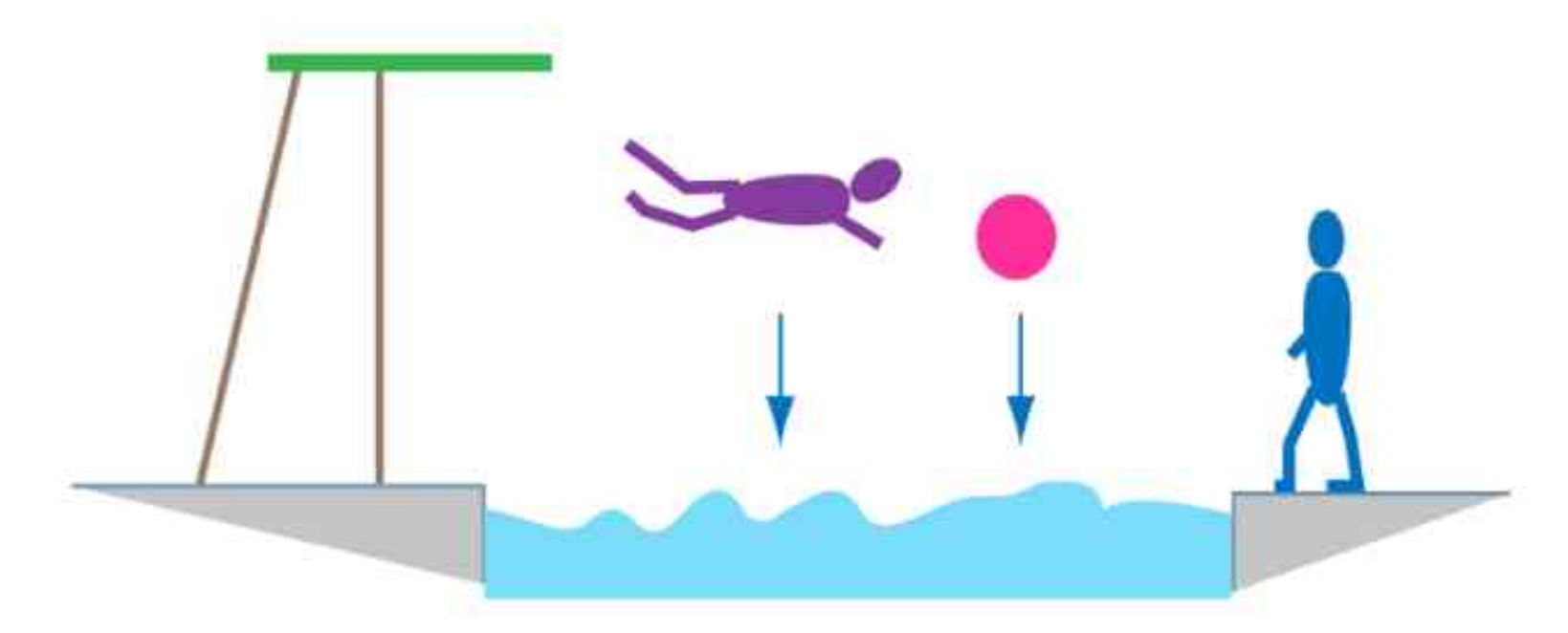


FIGURA 156 La bola que cae es un movimiento inercial para un observador que cae y un movimiento gravitacional para un observador en la Tierra. Por lo tanto, la masa inercial es la misma que la masa gravitacional.

un fragmento pequeño. Si los cuerpos pequeños realmente cayeran menos rápidamente, el fragmento pequeño frenaría al grande hacia abajo, de modo que el cuerpo completo tendría que caer *menos* rápidamente que el fragmento más grande solo (o romperse en pedazos). Al mismo tiempo, el cuerpo es más grande que su fragmento, por lo que debe caer *más* rápidamente que el fragmento. Esto es obviamente imposible: todas las masas deben caer con la misma aceleración.

Muchos experimentos precisos se han realizado desde la discusión inicial de Galileo. En todos ellos la independencia de la aceleración de caída libre en relación a la masa y a la composición del material que la forma, ha sido confirmado con la precisión que los experimentos permitían. En otras palabras, por lo que podemos decir, los experimentos confirman:

Ref. 160

▷ La masa gravitacional y la masa inercial son *idénticas*.

¿Cuál es el origen de esta misteriosa igualdad?

La igualdad entre las masas grvitacional e inercial no es un misterio en absoluto. Volvamos a la definición de la masa como una relación inversa y negativa de las aceleraciones. Hemos mencionado que los orígenes físicos de las aceleraciones no juegan un papel en la definición porque el origen no aparece en la expresión. En otras palabras, el valor de la masa es, por definición, independiente de la interacción. Esto significa, en particular, que la masa inercial, basada en la interacción electromagnética y la masa gravitacional son iguales *por definición*.

Página 108

La mejor prueba de la igualdad entre las masas inercial y gravitacional viene ilustrada en la Figura 156: en ella se muestra que los dos conceptos solamente difieren debido al diferente punto de vista del observador. La masa inercial y la masa gravitacional describen

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

la misma observación.

También tomamos nota de que nunca hemos definido un concepto separado de la 'masa gravitacional pasiva'. (Este concepto se encuentra a veces en papeles de investigación) La masa que se acelera por la gravitación es la masa inercial. Peor aún, no hay manera de definir una «masa gravitacional pasiva' que difiera de la masa inercial. ¡Pruébelo! Todos los métodos, tales como el peso de un objeto, no se pueden distinguir de los que determinan la masa inercial de su reacción a la aceleración. De hecho, en todos los métodos de medición de la masa se emplean mecanismos no gravitacionales. Las básculas son un buen ejemplo.

Desafío 351 s

Si la 'masa gravitacional pasiva' fuera diferente de la masa inercial, tendríamos consecuencias inquietantes. No solamente sería difícil poder distinguir las dos en un experimento, sino que para aquellos cuerpos para los que fueran diferentes nos encontraríamos con problemas con la conservación de energía. De hecho, también asumiendo que la 'masa gravitacional activa' se diferencia de la masa inercial nos metemos en problemas. Otra forma de ver el problema es el siguiente. ¿Cómo podría la 'masa gravitacional' diferir de la masa inercial? ¿La diferencia dependería de la velocidad relativa, del tiempo, de la posición, de la composición o de la masa en sí? Cada una de estas posibilidades contradice, ya sea la energía o la conservación de la cantidad de movimiento.

Desafío 352 e

Desafío 353 s

En resumen, no es de extrañar que todas las medidas confirmen la igualdad de todos los tipos de masas: no hay otra opción - como Galileo subrayó. La falta de otras opciones se debe a la equivalencia fundamental de todas las definiciones de las masas:

▷ las relaciones de masa son relaciones de aceleración.

Vol. II, página 153

La cuestión resurgió en la relatividad general, sin nuevos resultados, porque la definición de masa sigue siendo la misma. Ambas 'masas', gravitacional e inercial, siguen siendo iguales. En resumen:

▷ La masa es una propiedad única de todo cuerpo.

Otro tema más profundo, permanece sin embargo. ¿Cuál es el *origen* de la masa? ¿Por qué existe? Esta pregunta simple pero profunda no puede encontrar respuesta en la física clásica. Deberemos armarnos de un poco de paciencia para averiguarlo.

Curiosidades y divertidos retos obre la gravitación

> Fallen ist weder gefährlich noch eine Schande;
> Liegen bleiben ist beides.*
>
> Konrad Adenauer

Los astronautas de la Estación Espacial Internacional se enfrentan a dos desafíos: radiación cósmica inductora de cáncer y la falta de gravedad. La falta de gravedad conduce a menudo a problemas de orientación y náuseas en los primeros días, la llamada *enfermedad del espacio* y *enfermedad del movimiento*. Cuando estas desaparecen, los músculos

* 'La caída no es ni peligrosa ni una vergüenza; mantener la mentira es ambas cosas.' (b. 1876 Köln, d. 1967 Rhöndorf), West German Chancellor.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

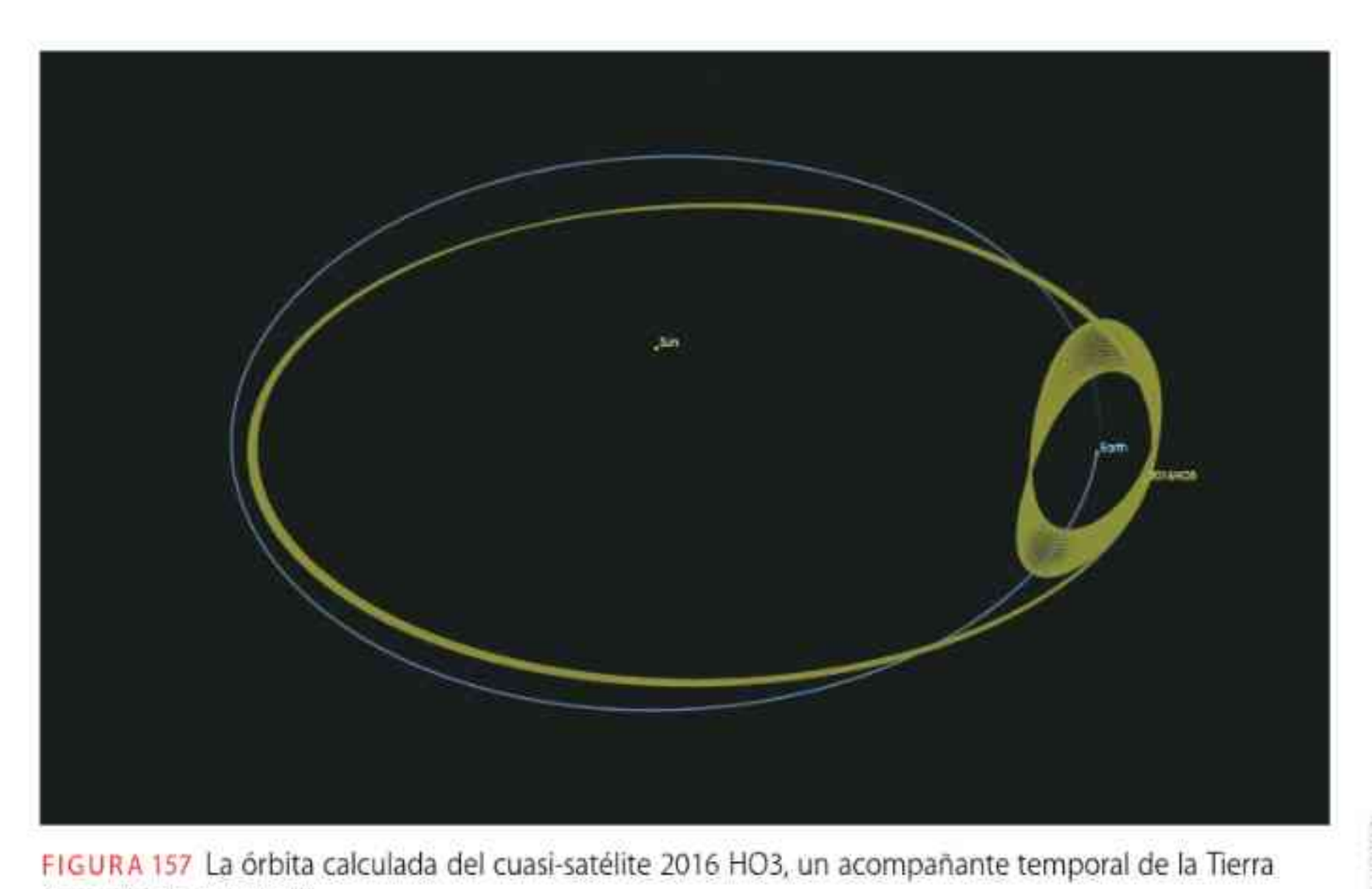


FIGURA 157 La órbita calculada del cuasi-satélite 2016 HO3, un acompañante temporal de la Tierra (cortesía de la NASA).

comienzan a reducir su volumen un determinado % al mes, los huesos se debilitan cada semana, el sistema inmunológico está en estado de alarma permanente, la sangre se bombea a la cabeza más de lo normal y produce redondas 'caras de bebé' – pueden ser observadas con facilidad en televisión – y fuertes dolores de cabeza, las piernas pierden sangre y adelgazan, la temperatura corporal aumenta permanentemente en más de un grado Celsius, el cerebro se comprime por la sangre y el líquido cefalorraquídeo y la vista se deteriora porque, también, los ojos se comprimen. Cuando los astronautas regresan a la Tierra después de varios meses en el espacio, tienen los huesos y los músculos débiles y no son hábiles para caminar ni permanecer en pie. Necesitan uno o dos días para aprender a hacerlo nuevamente. Más tarde, a menudo tienen hernias y, debido a la reducción ósea, cálculos renales. Cabe la posibilidad de que aparezcan otros problemas de salud; pero los astronautas los han mantenido de manera confidencial para mantener su imagen y sus posibilidades en misiones posteriores.

La gravedad sobre la Luna es sólo una sexta parte que sobre la Tierra. ¿Por qué esto implica que sea difícil caminar rápidamente y correr en la luna (como se puede ver en las imágenes de TV grabadas allí)?

* *

Entender y explicar la siguiente afirmación: una balanza de platillos mide la masa, una balanza de resorte (muelle) mide el peso.

Desafío 354 e

* *

¿Tiene la Tierra otros satélites aparte de la Luna y los satélites artificiales puestos en órbita por cohetes? Sí. La Tierra tiene un número de minisatélites y un gran número de cuasi-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 158 Una fotografía compuesta de la lluvia de meteoritos de las Perseidas que son visibles cada año a mitad de Agosto. En ese mes, la Tierra cruza una nube de restos del cometa Swift-Tuttl, y la fuente de los meteoros parece estar en la constelación de Perseo, ya que es en esa dirección en la que se mueve la Tierra en la mitad de Agosto. El efecto producido es similar al que se ve en el parabrisas de un coche mientras se conduce en una nevada. (© Brad Goldpaint at goldpaintphotography.com).

satélites. Un cuasi-satélite especialmente longevo, un asteroide llamado 2016 HO3, de un tamaño aproximado de 60 m, que fue descubierto en 2016. Como se muestra en la Figura 157, órbita alrededor de la Tierra y continuará haciéndolo durante unos cientos de años más, a una distancia de entre 40 y 100 veces la de la Luna.

* *

Demostrar que una esfera que baja botando - sin pérdida de energía - por un plano inclinado, golpea el plano en puntos cuya distancia se incrementa en un valor constante en cada rebote.

* *

¿Es la aceleración debida a la gravedad constante? En realidad no. Cada día, se estima que 10^8 kg de material caen sobre la Tierra en forma de meteoritos y asteroides. (Un ejemplo se puede ver en la Figura 158. Sin embargo, se desconoce si la masa de la Tierra aumenta con el tiempo (debido a la recolección de meteoritos y polvo cósmico) o disminuye (debido a la pérdida de gas). Si usted encuentra una manera de resolver la cuestión, publíquela.

* *

Por cierto, el descubrimiento de objetos que puedan chocar contra la Tierra no es nada

Modern Mechanics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 159 Dos fotografías, tomada una segunda aparte, que muestra la rotura de un meteoro (© Robert Mikaelyan).

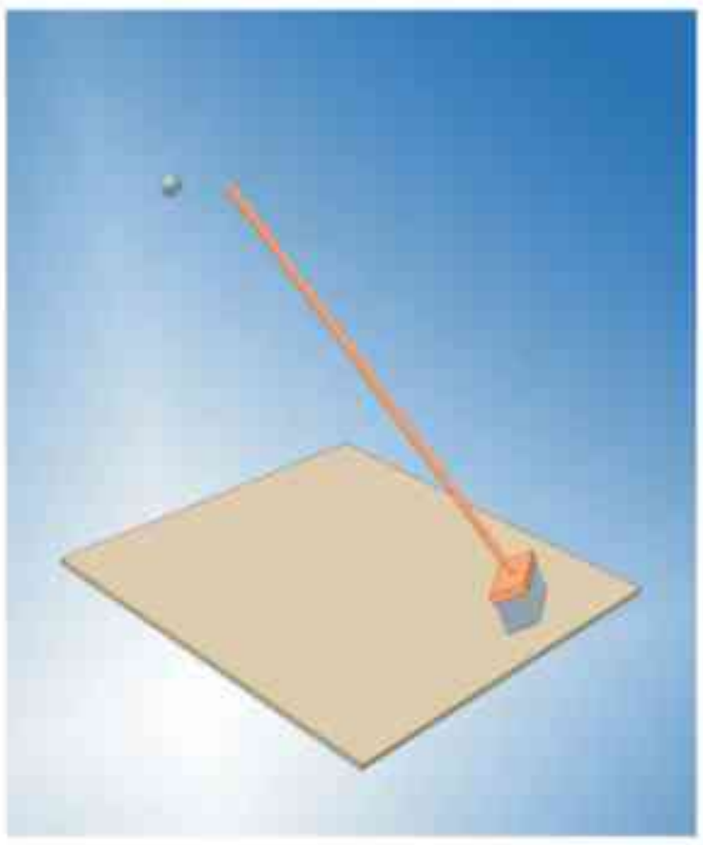


FIGURA 160 Las escobas caen más rápidamente que las piedras (© Luca Gastaldi).

fácil. A los astrónomos les gusta señalar que un asteroide tan grande como el que llevó a la extinción de los dinosaurios podría chocar con la Tierra sin que ningún astrónomo lo advirtiera por adelantado, por ejemplo si la dirección del asteroide es un poco inusual, como desde el sur, donde se encuentran pocos telescopios.

* *

Varios seres humanos han sobrevivido a la caída libre desde los aviones de mil o más metros, a pesar de que no tenían paracaídas. Una minoría de ellos incluso lo hizo sin ningún daño en absoluto. ¿Cómo fue esto posible?

Desafío 355 s

* *

Imagine que tiene doce monedas de apariencia idéntica, de las cuales una es una falsificación. La falsificada tiene una masa diferente de las once auténticas. ¿Cómo puede decidir cuál es la falsificada y si es más ligera o más pesada, con una balanza ordinaria con sólo tres pesadas?

Desafío 356 e

Usted tiene nueve esferas de aspecto idéntico, todas de la misma masa, excepto una,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

que es más pesada. ¿Puede determinar cuál de ellas es, usando la balanza sólo dos veces?

* *

Para un físico, la *antigravedad* es la gravedad repulsiva; eso no existe en la naturaleza. Sin embargo, muchas personas utilizan el término 'antigravedad' de forma incorrecta, como nos muestra una breve búsqueda en Internet. Algunas personas llaman a cualquier efecto que *vence* la gravedad, 'antigravedad'. Sin embargo, esta definición implica que las mesas y sillas son dispositivos de 'antigravedad'. Según la definición, la mayoría de los productores de madera, acero y hormigón están en el negocio de la 'antigravedad'. La definición de Internet no tiene ningún sentido.

* *

Desafío 357 s ¿Cuál es la forma más barata para eliminar la gravedad durante 25 segundos?

* *

¿Todos los objetos en la Tierra caen con la misma aceleración de 9,8 m/s^2, suponiendo que la resistencia del aire puede ser despreciada? No; todas las ama de casa lo saben. Puede comprobarlo por si mismo. Como se muestra en la Figura 160, una escoba inclinada un ángulo de alrededor de 35° golpea el suelo antes que una piedra, como los sonidos del impacto confirman. ¿Es usted capaz de explicar por qué? Desafío 358 s

* *

También los aficionados al 'puenting' son acelerados con más fuerza que g. Para una cuerda elástica de masa m y un puente de masa M, la aceleración máxima a es

$$a = g\left(1 + \frac{m}{8M}\left(4 + \frac{m}{M}\right)\right) . \qquad (59)$$

Desafío 359 s ¿Puede deducir la relación de la Figura 161?

* *

Desafío 360 s Adivine: ¿Cuál es el peso de una bola de corcho con un radio de 1 m?

* *

Desafío 361 s Adivine: se reúnen mil bolas de acero de 1 mm de diámetro. ¿Cuál es su masa?

* *

¿Cómo puede usar sus observaciones realizadas durante sus viajes con una báscula de baño para demostrar que la Tierra no es plana? Desafío 362 s

* *

Tanto la Tierra como la Luna atraen los cuerpos. El centro de gravedad del sistema Tierra-Luna está 4800 km de distancia del centro de la Tierra, muy cerca de su superficie. ¿Por qué los cuerpos en la Tierra sigue cayendo hacia el centro de la Tierra? Desafío 363 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 161 La situación de partida de un saltador con amortiguación.

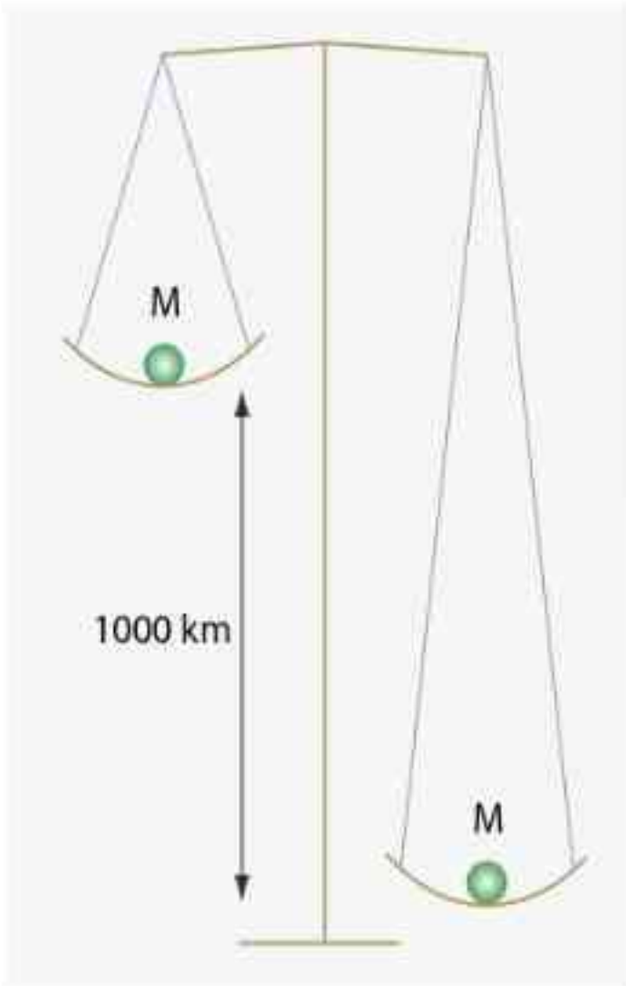


FIGURA 162 ¿Un equilibrio honesto?

¿Caen todos los cuerpos esféricos con la misma aceleración? No. Si el peso del objeto es comparable al de la Tierra, la distancia disminuye de una manera diferente. ¿Puede confirmar esta afirmación? La Figura 162 muestra un rompecabezas relacionado. Entonces, ¿qué está mal en el argumento de Galileo sobre la constancia de la aceleración de la caída libre?

Desafío 364 e

* *

Cuál es la velocidad más rápida que un ser humano puede lograr haciendo uso de la aceleración de la gravedad? Existen varios métodos que tratan de esto; unos pocos se muestran en la Figura 163. La Velocidad Terminal de paracaidistas en caída libre puede ser aún mayor, pero no existe ningún registro de valor de velocidad fiable. La última palabra no se ha dicho, sin embargo, ya que todos estos registros serán superados en los próximos años. Es importante requerir una altitud normal; a alturas estratosféricas, los valores de velocidad pueden ser cuatro veces los valores de la velocidad a baja altitud.

Vol. II, página 130

* *

Es fácil levantar una masa de un kilogramo de la superficie de una mesa. Veinte kilogramos es más difícil. Mil kg es imposible. Sin embargo, $6 \cdot 10^{24}$ kg es fácil. ¿Por qué?

Desafío 365 s

* *

Página 213

La fricción entre la Tierra y la Luna ralentiza la rotación de ambas. La Luna detuvo su rotación hace millones de años, y la Tierra está en camino de hacer lo mismo. Cuando la Tierra deje de girar, la Luna dejará de moverse lejos de la Tierra. ¿Cuán lejos estará la Luna de la Tierra en ese momento? Posteriormente, sin embargo, en un futuro más

Desafío 366 ny

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 163 Reduciendo la resistencia del aire aumenta la velocidad terminal: a la izquierda, el titular del récord mundial de velocidad esquiando en 2007 Simone Origone con 69.83 m/s y a la derecha, el poseedor del récord mundial de velocidad 2007 para bicicletas en la nieve Éric Barone con 61,73 m/s (© Simone Origone, Éric Barone)

lejano, la Luna se moverá de nuevo hacia la Tierra, debido a la fricción entre el sistema Tierra-Luna y el Sol. A pesar de que este efecto sólo se llevaría a cabo si el Sol ardiera
Desafío 367 s por siempre, lo cual se sabe que es falso, ¿puede explicarlo?

* *

Cuando Vd. camina hacia el este, *pierde peso*. Hay dos razones para esto: la aceleración 'centrífuga' aumenta de manera que la fuerza con que le tiran hacia abajo disminuye, y aparece la fuerza de Coriolis, con un resultado similar. ¿Puede estimar el tamaño de los
Desafío 368 ny dos efectos?

* *

Los laboratorios utilizan dos tipos de ultracentrifugadoras: la ultracentrifugadora *preparativa* que aísla virus, orgánulos y biomoléculas, mientras que las ultracentrifugadoras *analíticas* miden la forma y la masa de las macromoléculas. Los modelos más veloces disponibles en el mercado alcanzan 200 000 rpm o 3,3 kHz, y una aceleración centrífuga de $10^6 \cdot g$.

* *

¿Cuál es la relación entre el tiempo que tarda una piedra en caer una distancia l y el tiem-
Desafío 369 s po que tarda un péndulo oscilando en recorrer la mitad de un círculo de radio l? (Este problema se debe a Galileo.) ¿Cuántos dígitos del número π se puede esperar determinar de esta manera?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

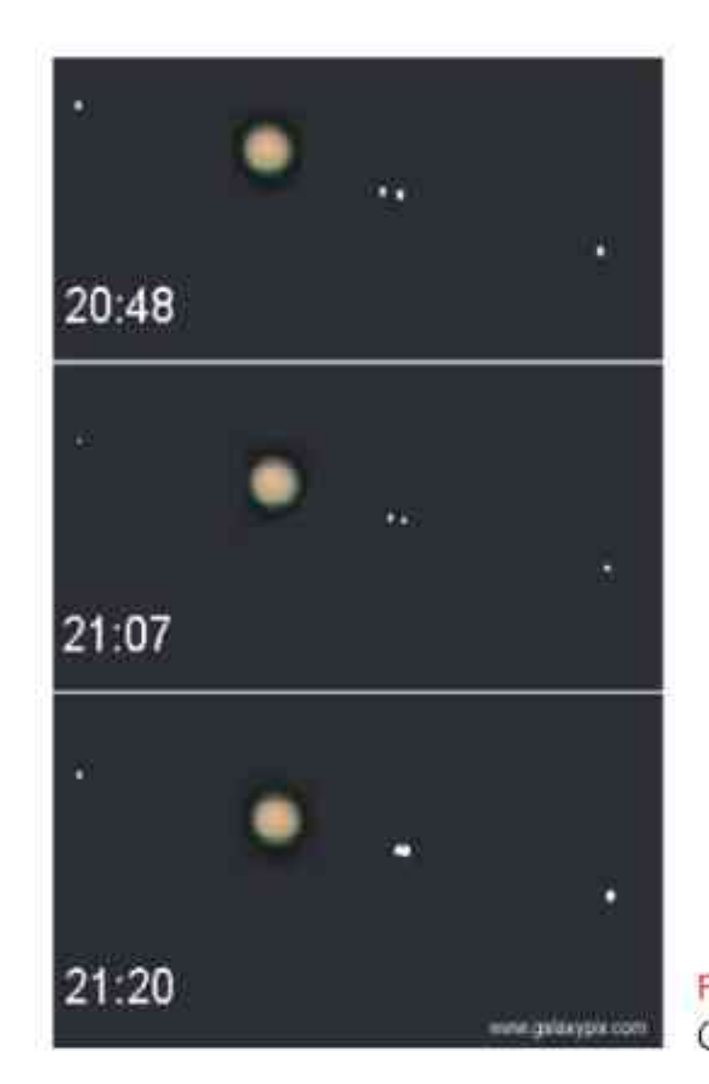


FIGURA 164 Los cuatro satélites de Júpiter descubiertos por Galileo y su movimiento (© Robin Scagell).

* *

Desafío 370 s ¿Por qué puede acelerar una nave espacial a través del *efecto honda* cuando va alrededor de un planeta, a pesar de la conservación de la cantidad de movimiento? Se especula que el mismo efecto es también la razón de las pocas estrellas excepcionalmente rápidas que se observan en la galaxia. Por ejemplo, la estrella HE0457-5439 se mueve con 720 km/s, que es mucho más alta que la de 100 a 200 km/s de la mayoría de las estrellas de la Vía Láctea. Parece que el papel del centro de la aceleración está ocupado por un agujero negro.

* *

Ref. 162
Desafío 371 s La órbita de un planeta alrededor del Sol tiene muchas propiedades interesantes. ¿Cuál es la hodógrafa de la órbita? ¿Cuál es la hodógrafa para órbitas parabólicas e hiperbólicas?

* *

Los *satélites Galileanos* de Júpiter, que se muestra en la Figura 164, se pueden ver con pequeños telescopios de aficionados. Galileo los descubrió en 1610 y los llamó los *satélites de los Medici*. (Hoy, se les nombra, en orden creciente de la distancia desde Júpiter, como Io, Europa, Ganímedes y Calisto.) Son objetos casi míticos. Ellos fueron los primeros cuerpos encontrados que obviamente no orbitan la Tierra; por tanto, Galileo las usó para deducir que la Tierra no es el centro del universo. Los satélites también han sido candidatos para ser el primer *reloj estándar*, ya que su movimiento se puede predecir con gran precisión, por lo que la 'hora estándar' podría leerse desde su posición. Por último, debido a esta alta precisión, en 1676, la velocidad de la luz se midió por primera vez con su ayuda, según lo dicho en la sección sobre la relatividad especial. Vol. II, página 17

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

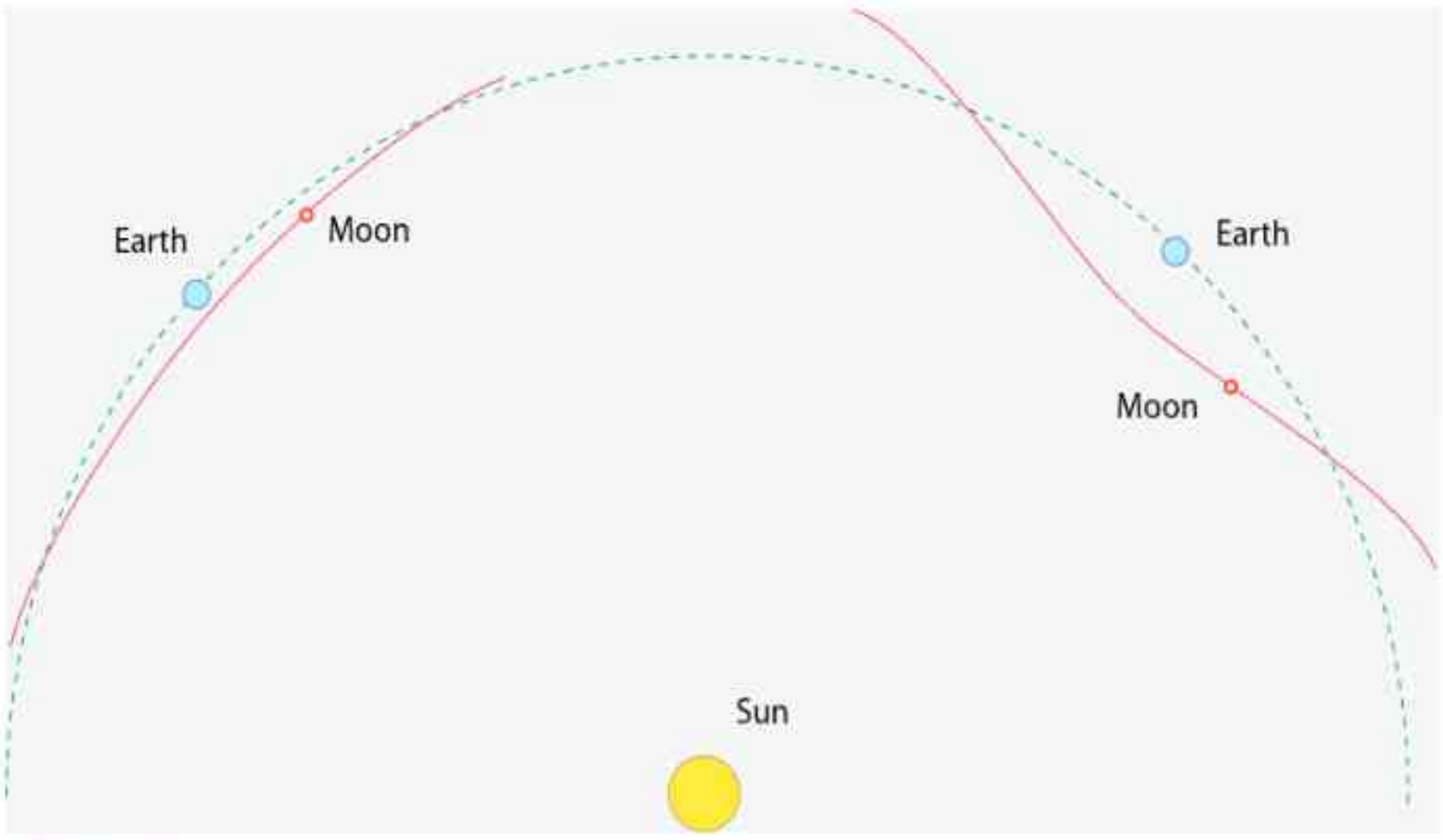


FIGURA 165 ¿Cuál de las dos trayectorias de la Luna es la correcta?

Una pregunta simple, pero difícil de responder: Si todos los cuerpos se ataren mutuamente, ¿por qué las estrellas no chocan o han chocado unas contra otras?. En realidad, la expresión del cuadrado inverso de la gravitación universal tiene una limitación: no permite establecer afirmaciones adecuadas acerca de la materia en el universo. La gravedad universal predice que una distribución de masa homogénea es inestable. Sin embargo, la gravedad universal no predice la densidad de la masa media, la oscuridad de la noche, las velocidades observadas de las galaxias distantes, etc. De hecho, la gravedad 'universal' no explica ni predice una sola propiedad del Universo. Para hacerlo, es necesaria la relatividad general.

Desafío 372 s
Vol. II, página 211

* *

La aceleración g de la gravedad a una profundidad de 3000 km es 10,05 m/s^2, más del 2 % que en la superficie de la Tierra. ¿Cómo es esto posible? También, en la meseta tibetana, el valor de g es mayor que a nivel del mar, dicho valor está influenciado por el material de debajo de ella.

Ref. 163

* *

Cuando la Luna circunda al Sol, su trayectoria ¿tiene secciones *cóncavas* hacia el Sol, como se muestra en la parte derecha de la Figura 165, o no las tiene, como se muestra a la izquierda? (Independientemente de esta cuestión, ambas trayectorias en el diagrama esconden el hecho de que la trayectoria de la luna *no* está en el mismo plano que la trayectoria de la Tierra alrededor del Sol).

Desafío 373 s

* *

Usted puede probar que los objetos *se atraen entre sí* (y que son no sólo atraídos por la Tierra) con un experimento simple que cualquiera puede realizar en casa, tal como se describe en el sitio web www.fourmilab.ch/gravitation/foobar.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Es instructivo calcular la *velocidad de escape* de la Tierra, es decir, la velocidad con la que un cuerpo debe ser lanzado para que nunca caiga de nuevo. Esta resulta ser alrededor de 11 km/s. (Se le llamó la *segunda velocidad cósmica* en el pasado; la primera velocidad cósmica era el nombre dado a la velocidad más baja para una órbita, 7,9 km/s.) El valor exacto de la velocidad de escape depende de la latitud del lanzador, y en la dirección del
Desafío 374 e lanzamiento. (¿Por qué?)

¿Cuál es la velocidad de escape del sistema solar? (una vez fue llamada la *tercera velocidad cósmica*.) Por cierto, la velocidad de escape de nuestra galaxia es de más de 500 km/s. ¿Qué pasaría si un planeta o un sistema fueran tan pesados que su velocidad de escape
Desafío 375 s fuera mayor que la velocidad de la luz?

* *

Desafío 376 s ¿Cuál es el asteroide más grande del que uno puede escapar saltando?

* *

Para los cuerpos de forma irregular, el centro de gravedad de un cuerpo *no* es el mis-
Desafío 377 s mo que el centro de masas. ¿Puede usted confirmar esto (Consejo: Buscar y utilizar el ejemplo más simple posible.)

* *

¿Puede la gravedad producir repulsión? ¿Qué sucede con un pequeño cuerpo de prueba en el interior de una gran masa en forma de C? ¿Es empujado hacia el centro de la masa?
Desafío 378 ny

* *

Un argumento muy disputado sobre la igualdad entre la masa inercial y la masa gra-
Ref. 164 vitacional fue dado por Chubykalo, y Vlaev. La energía cinética total T de dos cuerpos circulando alrededor de su centro de masas común, como la Tierra y la Luna, viene dado por $T = GmM/2R$, donde las dos cantidades m y M son las masas *gravitacionales* de los dos cuerpos siendo R sus distancias. De esta expresión, en la que las masas inerciales *no* aparecen en el lado derecho, ellos deducen que las masas inercial y gravitacional deben
Desafío 379 s ser proporcionales entre sí. ¿Puede ver cómo? ¿Es correcto el razonamiento?

* *

Ref. 165 La *forma* de la Tierra no es una esfera. Como consecuencia de ello, una plomada no suele
Desafío 380 ny apuntar al centro de la Tierra. ¿Cuál es la mayor desviación en grados?

* *

Debido al ligero aplanamiento de de la forma de la Tierra, la fuente del Misisipi está alrededor de 20 km más cerca del centro de la Tierra que su desembocadura; el agua
Desafío 381 s efectivamente va hacia arriba. ¿Cómo puede ser esto?

* *

Si observamos el cielo todos los días a las 6 de la mañana, la posición del Sol varía durante el año. El resultado de fotografiar el Sol en la misma película se muestra en la Figura 166.

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller, June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

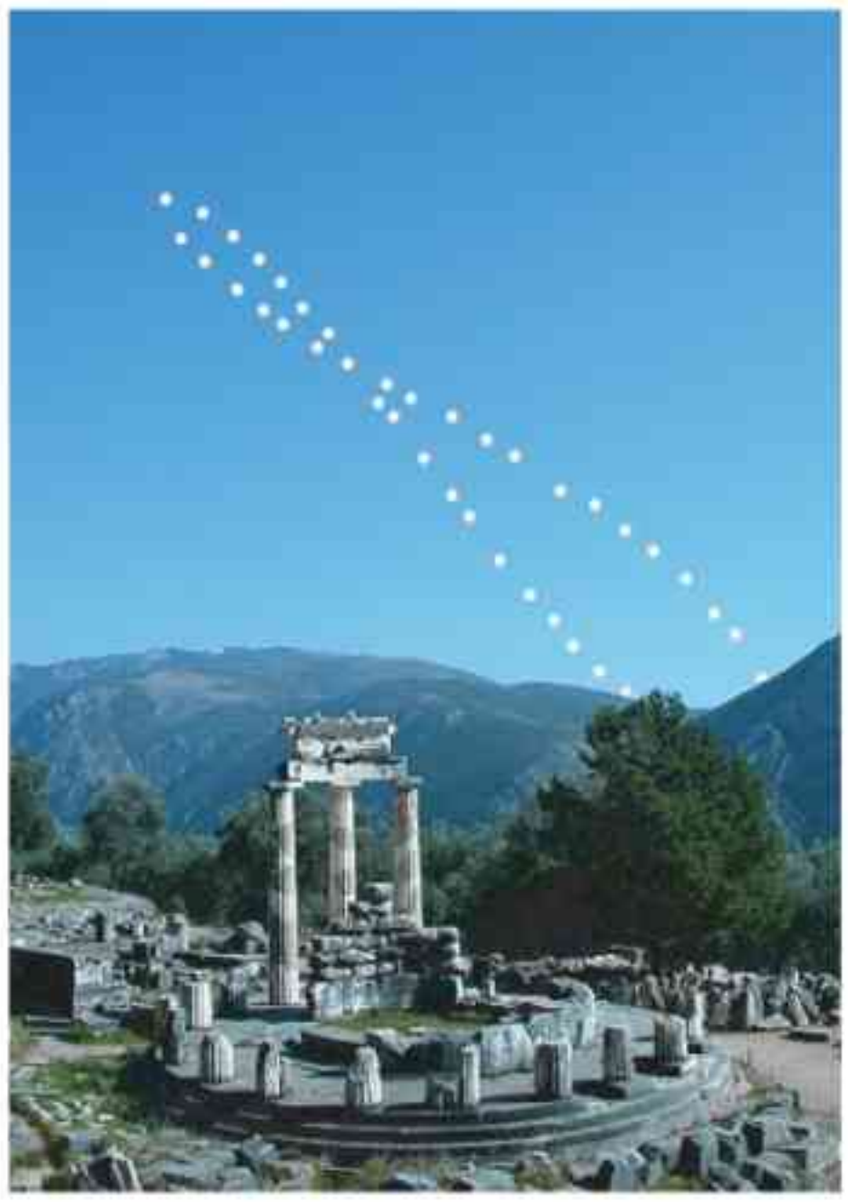


FIGURA 166 La analema sobre Delfos, fotos tomadas entre enero y diciembre de 2002 (© Anthony Ayiomamitis).

La curva, llamada analema, se debe a dos efectos combinados: la inclinación del eje de la Tierra y la forma elíptica de la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Los puntos superior e inferior (este último oculto) de la analema corresponden a los solsticios. ¿Cómo se ve la analema si se fotografía todos los días al mediodía local? ¿Por qué no es una línea recta que apunte exactamente al sur?

Desafío 382 s

* *

La constelación en la que el Sol se encuentra a medio día (en el centro de la zona horaria) es el supuestamente llamado 'signo zodiacal' de ese día. Los astrólogos dicen que hay doce de ellos, a saber, Aries, Tauro, Géminis, Cáncer, Leo, Virgo, Libra, Escorpión, Sagitario, Capricornio, Acuario y Piscis y que cada uno toma (con bastante precisión) un doceavo de un año o de una duodécima parte de la eclíptica. Cualquier verificación con un calendario muestra que en la actualidad, el Sol del mediodía por lo general nunca está en el signo zodiacal en los días conectados a él. La relación se ha desplazado por alrededor de un mes desde que fue definido, debido a la precesión del eje de la Tierra. Una comprobación con un mapa del cielo estelar muestra que las doce constelaciones no tienen la misma longitud y que en la eclíptica hay catorce de ellos, no doce. Existe *Ofiuco* o *Serpentario*, la constelación del portador de la serpiente, entre Escorpio y Sagitario, y *Cetus*, la ballena, entre Acuario y Piscis. De hecho, ni una sola afirmación astronómica acerca de los signos zodiacales es correcta. Para decirlo claramente, la astrología, a diferencia de su nombre, *no* trata de estrellas. (En alemán, la palabra 'Strolch', que significa 'pícaro' o 'canalla', se deriva de la palabra 'astrólogo'.)

Página 164

Ref. 166

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

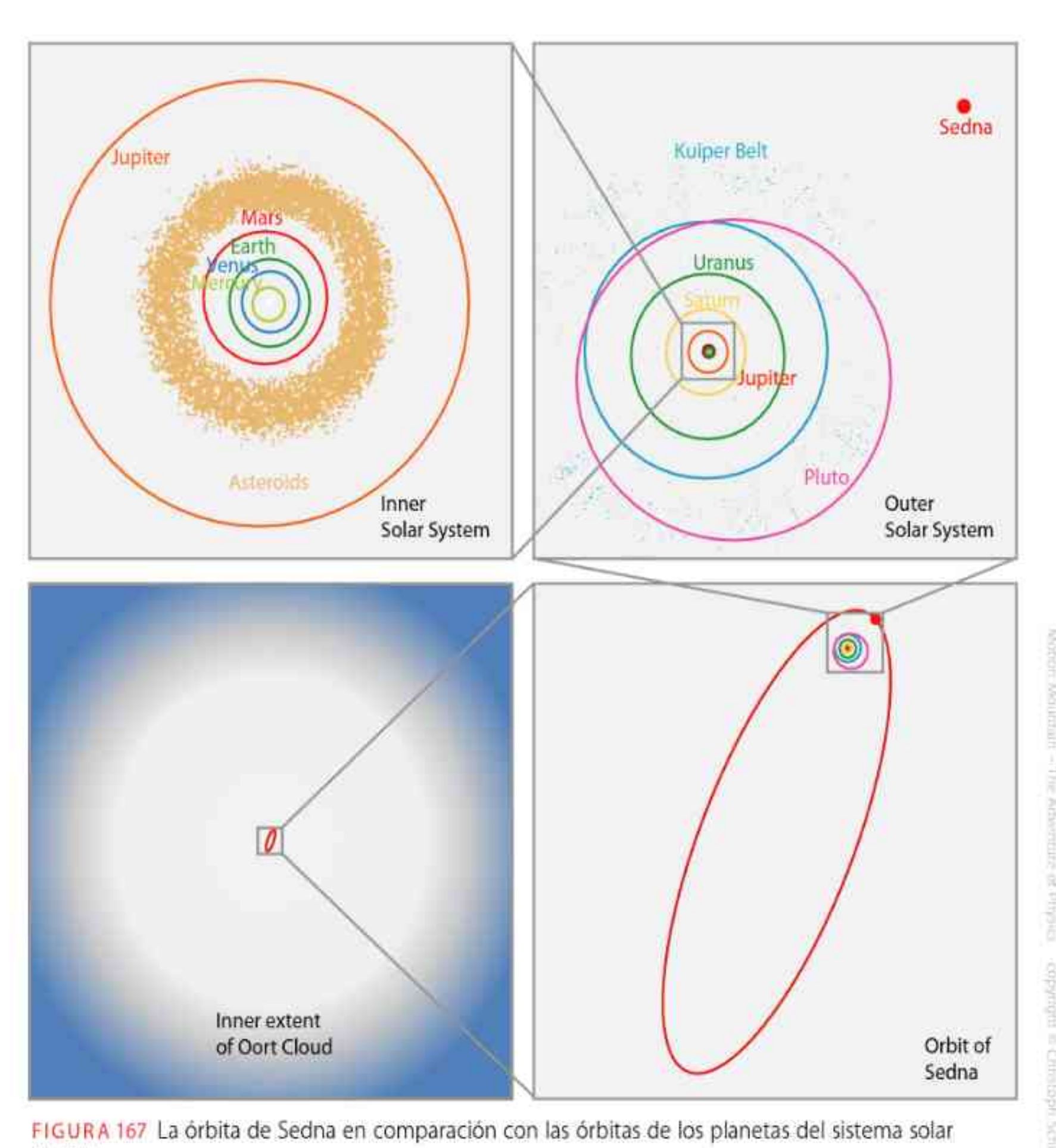


FIGURA 167 La órbita de Sedna en comparación con las órbitas de los planetas del sistema solar (NASA).

* *

Durante mucho tiempo, se pensó que no había ningún planeta adicional en nuestro Sistema Solar exterior a Neptuno y Plutón, porque sus órbitas no muestran alteraciones debidas a otro cuerpo. Hoy en día, esta visión ha cambiado. Se sabe que sólo hay ocho planetas: Plutón no es un planeta, sino el primero de un conjunto de objetos más pequeños en el llamado *cinturón de Kuiper*. Los objetos del cinturón de Kuiper son descubiertos regularmente; hoy en día se conocen más de 1.000.

Ref. 167

En 2003, se descubrieron dos grandes objetos de Kuiper; uno, llamado *Sedna*, es casi tan grande como Plutón, pero tres veces más alejado del Sol, y el otro, llamado *Eris*, que es aún más grande que Plutón y tiene una luna. Ambos tienen órbitas fuertemente elípticas (ver Figura 167). Dado que tanto Plutón y Eris, como el asteroide Ceres, han limpiado su órbita de los escombros, estos tres objetos se clasifican ahora como *planetas enanos*.

Ref. 168

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

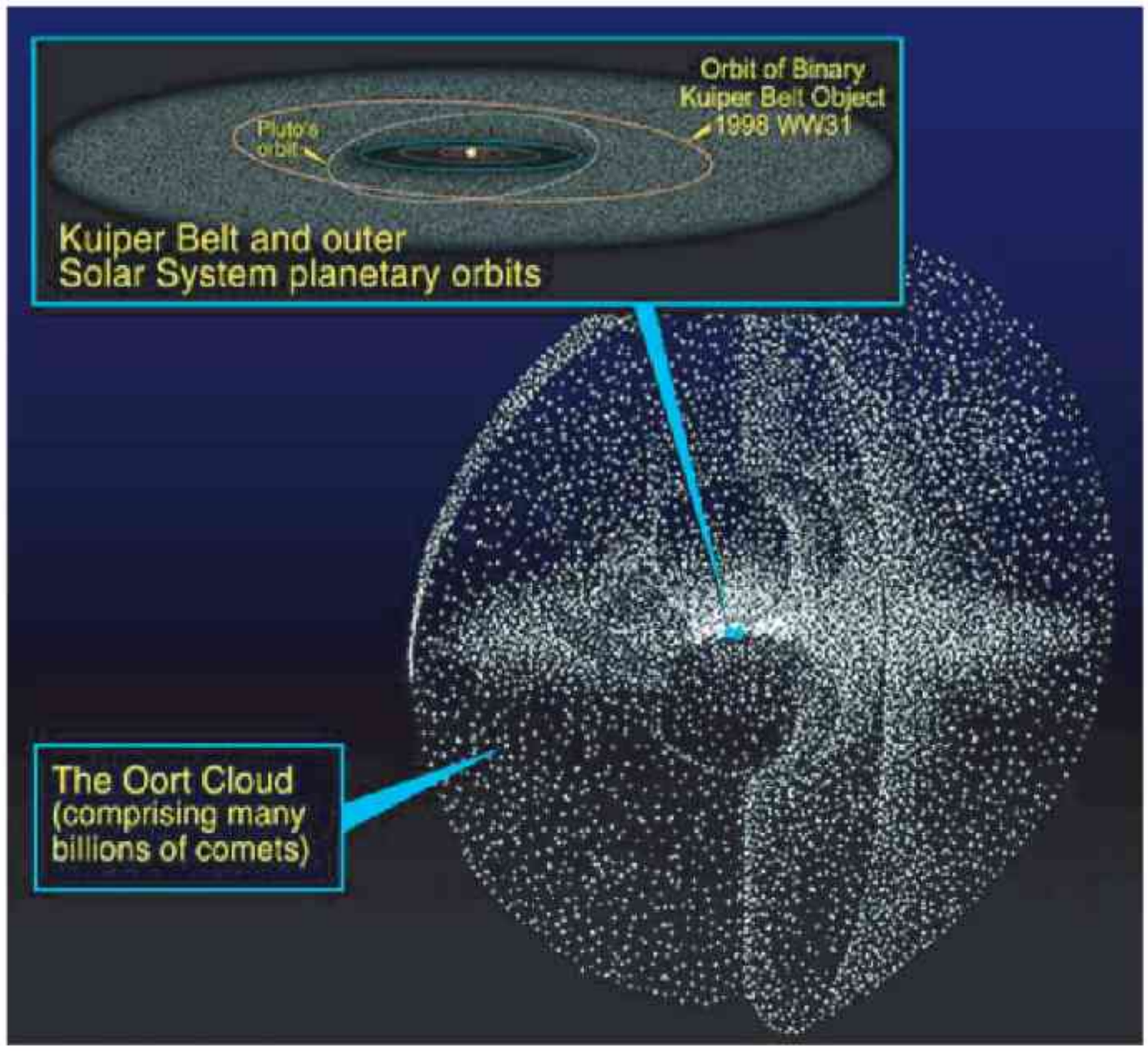


FIGURA 168 El cinturón de Kuiper contiene principalmente planetoides. La nube de Oort contiene miles de millones de cometas en torno al sistema solar(NASA, JPL, Donald Yeoman).

En el exterior del cinturón de Kuiper, el sistema solar está circundado de la llamada *nube de Oort*. En contraste con el aplanado cinturón de Kuiper, la nube de Oort es de forma esférica y tiene un radio de unos 50 000 AU, como se muestra en la Figura 167 y la Figura 168. La nube de Oort está constituida por un número enorme objetos helados constituidos principalmente por agua y, en menor grado, de metano y amoniaco. Los objetos de la nube de Oort que entran en el sistema solar interno se convierten en cometas; en un pasado lejano, tales objetos trajeron agua sobre la Tierra.

* *

En astronomía se descubren con regularidad nuevos ejemplos de cuerpos en movimiento, incluso en el siglo actual. A veces también hay falsas alarmas. Un ejemplo fue la supuesta caída de *mini cometas* en la Tierra. Estaban presuntamente hechos de unas pocas docenas de kilogramos de hielo, que golpearían la Tierra cada pocos segundos. Ahora se sabe que no va a suceder. Ref. 169

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

La Gravitación universal sólo permite órbitas elípticas, parabólicas o hiperbólicas. Es imposible que un pequeño objeto que se aproxima a uno grande sea capturado. Al menos, eso es lo que hemos aprendido hasta ahora. Sin embargo, todos los libros de astronomía cuentan historias de capturas en nuestro sistema solar; por ejemplo, varios satélites exteriores de Saturno han sido capturados. ¿Cómo es esto posible?

Desafío 383 s

* *

Cómo debería concebirse un túnel con el fin de que una piedra cayera a través de él sin tocar las paredes? (Suponga densidad constante.) Si la Tierra no rotara, el túnel sería una línea recta a través de su centro, y la piedra caería hacia abajo y de nuevo hacia arriba, en un movimiento oscilante. Para una rotación de la Tierra, el problema es mucho más difícil. ¿Cuál es la forma cuando el túnel se inicia en el Ecuador?

Desafío 384 s

* *

La Estación Espacial Internacional circunda la Tierra cada 90 minutos a una altitud de unos 380 km. Usted puede ver dónde está en el sitio web www.heavens-above.com. Por cierto, cada vez que se sitúa justo por encima del horizonte, la estación es el tercer objeto más brillante en el cielo nocturno, superada sólo por la Luna y Venus. Échele una mirada.

Desafío 385 e

* *

¿Es cierto que el centro de masa del sistema solar, su baricentro, siempre está dentro del Sol? A pesar de que una estrella o el Sol se mueven muy poco cuando los planetas se mueven alrededor de ellos, este movimiento puede ser detectado con la toma de medidas de precisión usando el efecto Doppler para la luz o las ondas de radio. Júpiter, por ejemplo, produce un cambio de velocidad de 13 m/s en el Sol, la Tierra 1 m/s. Los primeros planetas fuera del sistema solar, los que están alrededor del púlsar+12 PSR1257 y la estrella Pegasi 51, fueron descubiertos de esta manera, en 1992 y 1995. Mientras tanto, varios miles de los llamados exoplanetas han sido descubiertos con este y otros métodos. Algunos tienen incluso masas comparables a la de la Tierra. Esta investigación también demuestra que los exoplanetas son más numerosos que las estrellas y que planetas parecidos a la Tierra, son raros.

Desafío 386 s
Vol. II, página 30

* *

No todos los puntos de la Tierra reciben el mismo número de horas de luz durante un año. Los efectos son difíciles de detectar, sin embargo. ¿Puede usted encontrar uno?

Desafío 387 d

* *

¿Pueden las fases de la Luna tener un efecto mensurable sobre el cuerpo humano, por ejemplo a través de los efectos de las mareas?

Desafío 388 s

* *

Existe una diferencia importante entre el sistema heliocéntrico y la vieja idea de que todos los planetas giran alrededor de la Tierra. El sistema heliocéntrico establece que ciertos planetas, como Mercurio y Venus, pueden estar *entre* la Tierra y el Sol en determinados momentos, y *detrás* del Sol en otros momentos. En contraste, el sistema geo-

Moscow Mathematics - The Adventure of Proofs - copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

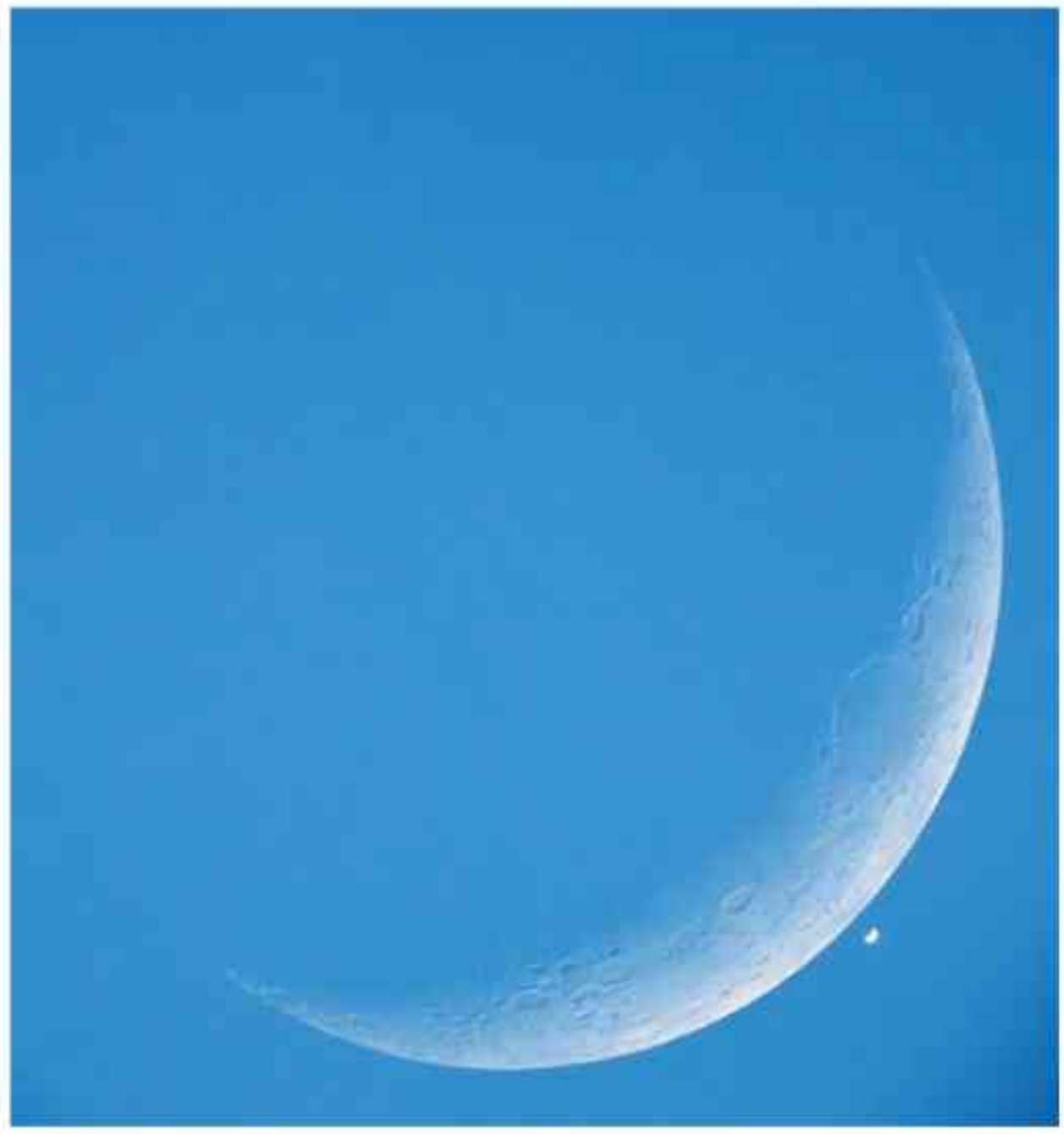


FIGURA 169 Las fases de la Luna y de Venus, como se observa desde Atenas en el verano de 2007 (© Anthony Ayiomamitis).

FIGURA 170 La gravitación universal explica también las observaciones de Venus, la estrella de la tarde y de la mañana. En particular, la gravitación universal, y las órbitas elípticas que implica, explican sus fases y su cambio de tamaño angular. Las imágenes que se muestran aquí fueron tomadas en 2004 y 2005 Las observaciones se pueden hacer fácilmente con prismáticos o un pequeño telescopio (© Wahl; película disponible en apod.nasa.gov/apod/ap060110.html).

céntrico afirma que siempre están en el medio. ¿Por qué una diferencia tan importante no invalida inmediatamente el sistema geocéntrico? ¿Y cómo es que la observación de las fases, que se muestra en la Figura 169 y la Figura 170, invalida el sistema geocéntrico?

Desafío 389 s

* *

La reformulación más extraña de la descripción del movimiento dada por $m\boldsymbol{a} = \nabla U$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

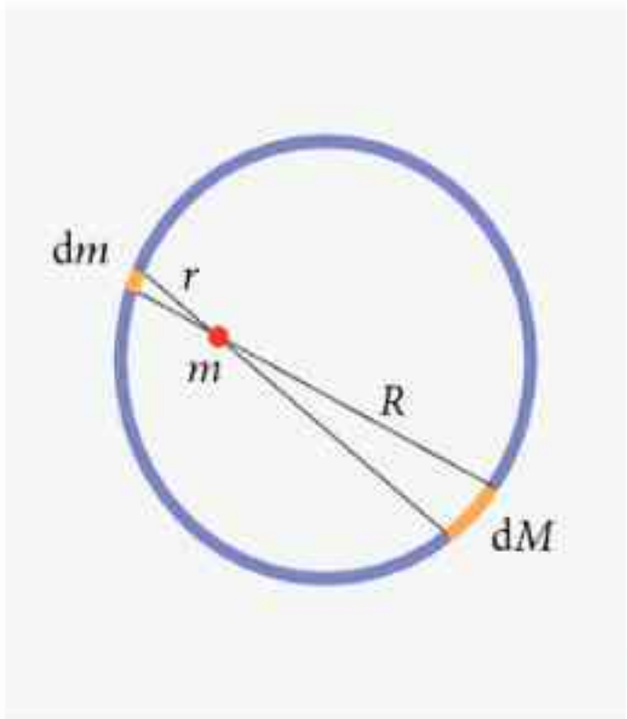


FIGURA 171 Desaparición de la fuerza gravitacional dentro de una concha esférica de materia.

Ref. 170 mirándola bien es una ecuación casi absurda

$$\nabla v = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}s \tag{60}$$

donde s es la longitud de la trayectoria de movimiento. Se llama la *forma radial* de la
Desafío 390 s ecuación del movimiento de Newton. ¿Puede encontrar un ejemplo de su aplicación?

* *

Visto desde Neptuno, el tamaño del Sol es el mismo que el de Júpiter visto desde la Tierra
Desafío 391 s en el momento de su máxima aproximación. ¿Es cierto?

* *

La aceleración de la gravedad para una partícula dentro de una cáscara esférica es cero.
Ref. 171 La desaparición de la gravedad en este caso es independiente de la forma de las partículas y su posición, e independiente del espesor de la cáscara. ¿Puede encontrar el argumento
Desafío 392 s mediante la Figura 171? Esto funciona sólo a causa de la dependencia $1/r^2$ de gravedad. ¿Puede demostrar que el resultado no se mantiene para las cáscaras no esféricas? Tenga en cuenta que la desaparición de gravedad dentro de una cáscara esférica generalmente no rige si se encuentra otra materia fuera de la concha. ¿Cómo se podrían eliminar los
Desafío 393 s efectos de la materia de fuera?

* *

¿Qué es la gravedad?. Esta simple pregunta tiene una larga historia. En 1690, Nicolas
Ref. 172 Fatio de Duillier y en 1747, Georges-Louis Le Sage propusieron una explicación de la dependencia $1/r^2$. Le Sage argumentó que el mundo está lleno de pequeñas partículas - los llamó 'corpúsculos ultramundanos' - que revolotean por todas partes al azar y golpean todos los objetos. Los objetos individuales no sienten los golpes, ya que se ven afectados de forma continua y aleatoria en todas las direcciones. Pero cuando dos objetos están cerca entre sí, producen sombras en parte del flujo hacia el otro cuerpo, resultando una atracción, como se muestra en la Figura 172. ¿Puede demostrar que tal atracción tiene
Desafío 394 e una dependencia $1/r^2$?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

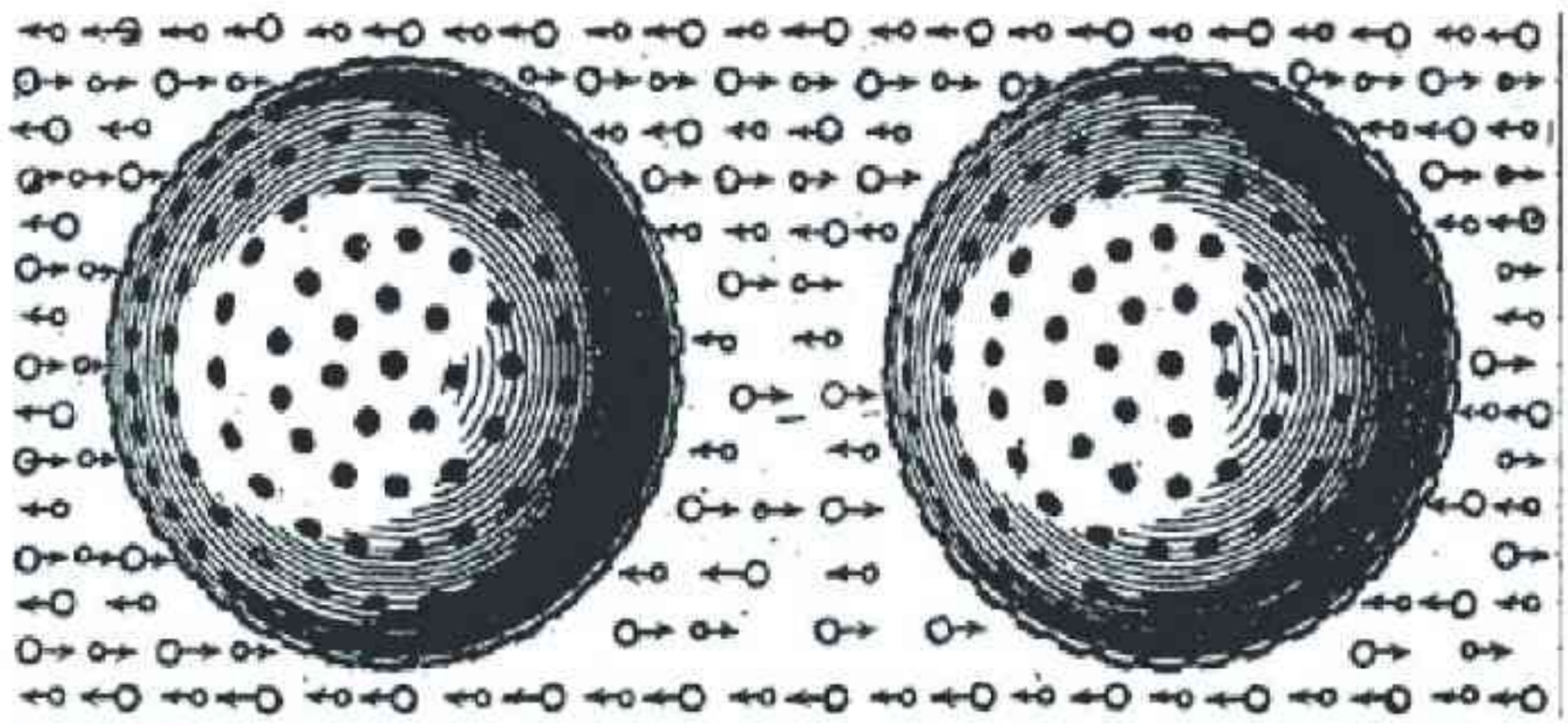


FIGURA 172 Ilustración propia de Le Sage de su modelo, que muestra la menor densidad de 'corpúsculos ultramundanos' entre los cuerpos que se atraen y la densidad más alta que los rodea (© Wikimedia)

Sin embargo, la propuesta de Le Sage tiene varios problemas. En primer lugar, el argumento sólo funciona si las colisiones son inelásticas. (¿Por qué?) Sin embargo, eso significaría que todos los cuerpos se calientan con el tiempo, como explica Jean-Marc Lévy-Leblond. En segundo lugar, un cuerpo que se mueve en el espacio libre sería golpeado por más partículas o más rápidas en la parte delantera que en la parte posterior; como resultado, el cuerpo debe ser desacelerado. Por último, la gravedad dependerá del tamaño, pero de una manera extraña. En particular, tres cuerpos que estén en línea *no* deben producir sombras, ya que no se observan esas sombras; pero este ingenuo modelo sí predice esas sombras.

Desafío 395 e
Ref. 2

A pesar de todas las críticas, la idea de que la gravedad se debe a las partículas ha resurgido periódicamente en la investigación de la física desde entonces. En la versión más reciente, las partículas hipotéticas son llamados *gravitones*. Por otra parte, nunca se han observado tales partículas. Sólo en la parte final de la ascensión de la montaña vamos a resolver la cuestión del origen de la gravitación.

* *

Desafío 396 ny

¿Para qué cuerpos disminuye la gravedad cuando te aproximas a ellos?

* *

¿Se podría poner un satélite en órbita utilizando un cañón? ¿Depende la respuesta de la dirección en la que uno dispara?

Desafío 397 s

* *

Dos usuarios de computadoras comparten experiencias. 'Tiré mi Pentium III y Pentium IV por la ventana. ¿Y? 'El Pentium III fue más rápido'.

* *

Desafío 398 s

¿Con qué frecuencia se eleva y se pone la Tierra vista desde la Luna? ¿Muestra fases la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Tierra?

* *

Desafío 399 ny ¿Cuál es el peso de la Luna? ¿Cuál es su proporción comparado con el peso de los Alpes?

* *

Si una estrella estuviera hecha de un material de alta densidad, la velocidad de un pla-
Desafío 400 s neta en órbita cerca de ella podría ser mayor que la velocidad de la luz. ¿Cómo puede la naturaleza evitar esta extraña posibilidad?

* *

¿Qué pasará con el sistema solar en el futuro? Esta pregunta es sorprendentemente difícil de contestar. El principal experto del tema, el científico planetario francés, Jacques Laskar, ha simulado unos pocos cientos de millones de años de evolución utilizando el
Ref. 173 cálculo asistido por ordenador. Él descubrió que las órbitas planetarias son estables, pero
Página 455 que a pequeña escala hay una clara evidencia de caos en la evolución del sistema solar. Los diferentes planetas se influyen mutuamente de manera sutil y aún mal comprendida. También se están estudiando efectos en el pasado, como por ejemplo el cambio de energía de Júpiter debido a que provocó la expulsión de pequeños asteroides del sistema solar, o las ganancias de energía de Neptuno. Todavía hay mucha investigación por hacer en este campo.

* *

Uno de los problemas abiertos del Sistema Solar es la descripción de las distancias de planetas descubiertos en 1766 por Johann Daniel Titius (1729–1796) y difundidos por Johann Elert Bode (1747–1826). Titius descubrió que la distancia planetaria d al Sol puede ser aproximada por

$$d = a + 2^n b \quad \text{con} \quad a = 0{,}4\,\text{AU}\,,\ b = 0{,}3\,\text{AU} \tag{61}$$

donde las distancias se miden en unidades astronómicas y n es el número del planeta. La aproximación resultante se compara con las observaciones de la Tabla 27.

Curiosamente, los tres últimos planetas, así como los planetoides, fueron descubiertos *después* de la muerte de Bode y de Titius; la regla había predicho con éxito la distancia de Urano, así como la de los planetoides. A pesar de estos éxitos - y el fracaso de los dos últimos planetas - nadie ha encontrado aún un modelo para la formación de los planetas que explique la regla de Titius. Los grandes satélites de Júpiter y de Urano tienen un espaciamiento regular, pero no de acuerdo a la regla de Titius-Bode.

Explicar o refutar la regla es uno de los retos que permanece en la mecánica clásica.
Ref. 174 Algunos investigadores sostienen que esta ley es una consecuencia de la invariancia de
Ref. 175 escala, otros sostienen que se trata de un accidente o incluso una pista falsa. La última interpretación también es sugerida por el comportamiento no Titius-Bode de prácticamente todos los planetas extrasolares. El debate no está cerrado.

* *

Hace aproximadamente 3.000 años, los babilonios habían medido los tiempos orbitales

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 27 Una propiedad sin explicación de la naturaleza: las distancias planetarias y los valores resultantes de la regla de Titius-Bode.

Planeta	n	Predicha distance in AU	Medida distance in AU
Mercurio	$-\infty$	0.4	0.4
Venus	0	0.7	0.7
Tierra	1	1.0	1.0
Marte	2	1.6	1.5
Planetoides	3	2.8	2.2 a 3.2
Júpiter	4	5.2	5.2
Saturno	5	10.0	9.5
Urano	6	19.6	19.2
Neptuno	7	38.8	30.1
Plutón	8	77.2	39.5

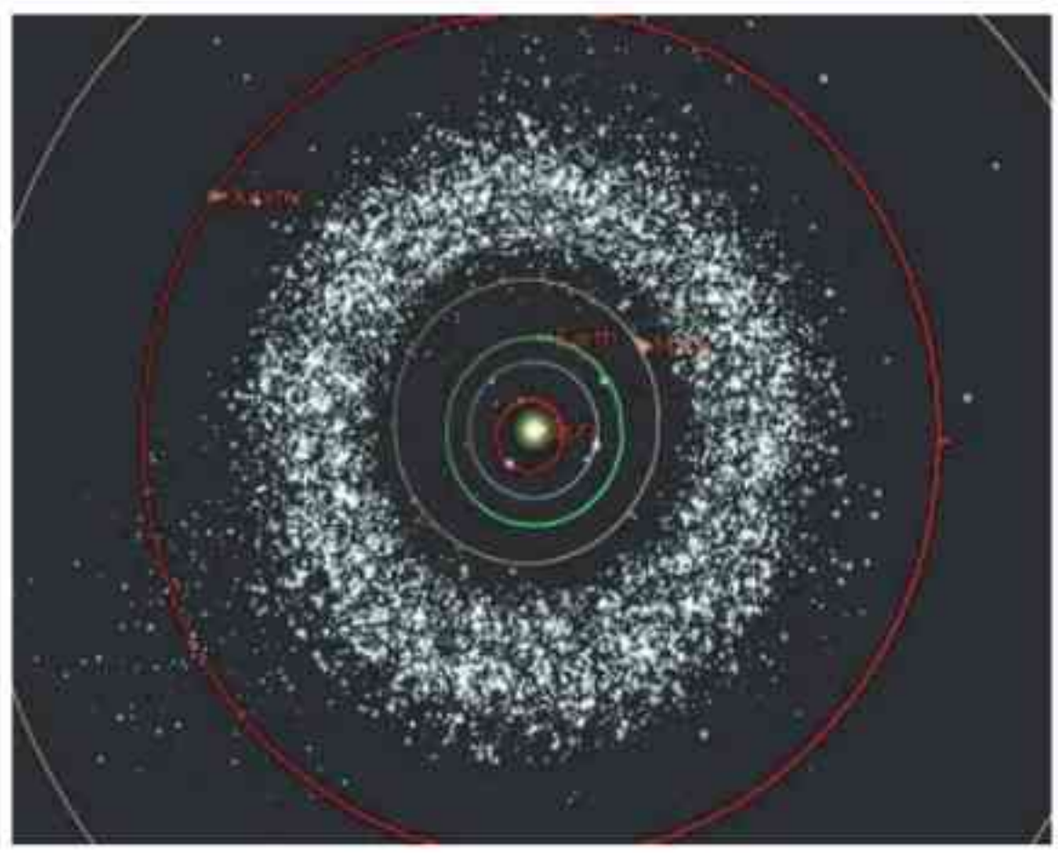


FIGURA 173 El movimiento de los planetoides en comparación con la de los planetas (Shockwave animation © Hans-Christian Greier)

de los siete cuerpos celestes. Ordenados de más a menos, escribieron en la Tabla 28. Seis de los cuerpos celestiales son visibles en la bonita Figura 174.

Los babilonios también introdujeron la semana y la división del día en 24 horas. Ellos dedicaron cada una de las 168 horas de la semana a un cuerpo celeste, siguiendo el orden de la Tabla 28. También dedicaron el día completo al cuerpo celeste que corresponde a la primera hora de ese día. El primer día de la semana fue dedicado a Saturno; la ordenación de los otros días de la semana se desprende de la Tabla 28. Esta historia fue contada por Cassius Dio (*c.* 160 hasta *c.* 230). Hacia el final de la Antigüedad, la disposición fue modificada por el imperio romano. En las lenguas germánicas, incluyendo el Inglés, los nombres científicos de los cuerpos celestes fueron sustituidos por los dioses germánicos correspondientes. El orden de los sábados, domingos, lunes, martes, miércoles, jueves

Desafío 401 e
Ref. 176

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

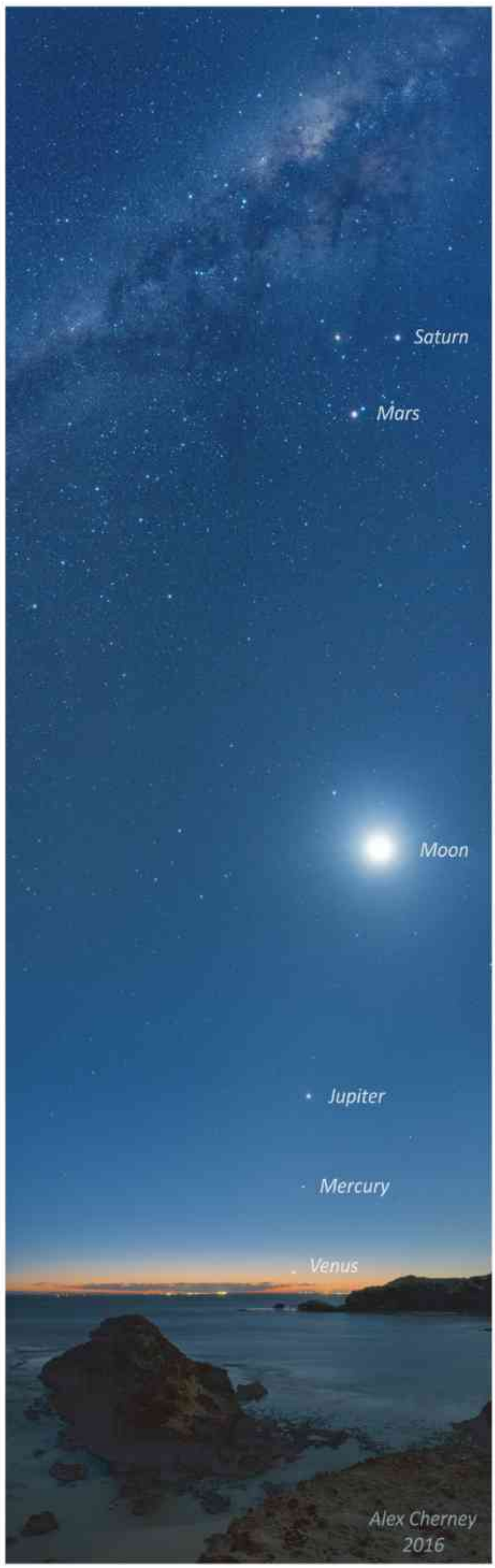


FIGURA 174 Estos son los seis cuerpos celestes que puede ser observados por la noche a simple vista, cuyas posiciones varían a lo largo del año. La línea casi vertical que los conectan es la *eclíptica*, la estrecha banda que lo rodea, el *zodiaco*. Junto al Sol, los siete cuerpos celestiales, suelen dar nombre a los días de la semana.(© Alex Cherney)

Motion: Mühlenfaltz – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 28 Los períodos orbitales conocidos por los babilonios.

Cuerpo	Período
Saturno	29 a
Júpiter	12 a
Mates	687 d
Sol	365 d
Venus	224 d
Mercurio	88 d
Luna	29 d

y viernes es, pues, una consecuencia tanto de las mediciones astronómicas como de las supersticiones astrológicas de los antiguos.

* *

En 1722, el gran matemático Leonhard Euler cometió un error en su cálculo que le llevó a concluir que si un túnel, o mejor, un profundo agujero fuera construido desde uno de los polos de la Tierra al otro, una piedra que cae en él llegaría al centro de la Tierra y luego giraría inmediatamente y volvería a subir. Voltaire se burló de esta conclusión durante muchos años. ¿Puede corregir a Euler y demostrar que el movimiento real es una oscilación de un polo a otro, y puede calcular el tiempo de caída de polo a polo
Desafío 402 s (suponiendo densidad homogénea)?

¿Cuál sería el periodo de oscilación para un túnel recto de longitud l desde cualquier punto se la superficie terrestre al punto opuesto del globo, *no* yendo por lo tanto de un
Desafío 403 s polo al otro?

Los retos anteriores eluden los efectos de la rotación de la Tierra. El tema se vuelve
Ref. 177 mucho más interesante si la rotación está incluida. ¿Cuál sería la forma de un túnel, de
Desafío 404 s manera que una piedra que cayera a través de él nunca tocara la pared?

* *

La Figura 175 muestra una fotografía de un eclipse de sol tomada desde la estación espacial rusa *Mir* y una fotografía tomada en el centro de la sombra de la Tierra. En efecto, una visión global de un fenómeno puede ser muy diferente de una local. Desafío 363 s.
Desafío 405 s ¿Cuál es la velocidad de la sombra?

* *

En 2005, las mediciones por satélite han demostrado que el agua en el río Amazonas presiona hacia abajo la tierra hasta 75 mm más en la temporada cuando está lleno de
Ref. 178 agua que en la temporada cuando está casi vacío.

* *

Imagine que existieran cables que no se rompan. ¿Cuánto tiempo tendría que pasar tal alambre para que, cuando se une a la línea del Ecuador, se mantuviera de pie derecho en

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 175 El eclipse solar del 11 de agosto de 1999, fotografiado por Jean-Pierre Haigneré, miembro de la tripulación Mir 27, y el (mejorado) eclipse solar del 29 de marzo de 2006 (© CNES y Laurent Laveder/PixHeaven.net).

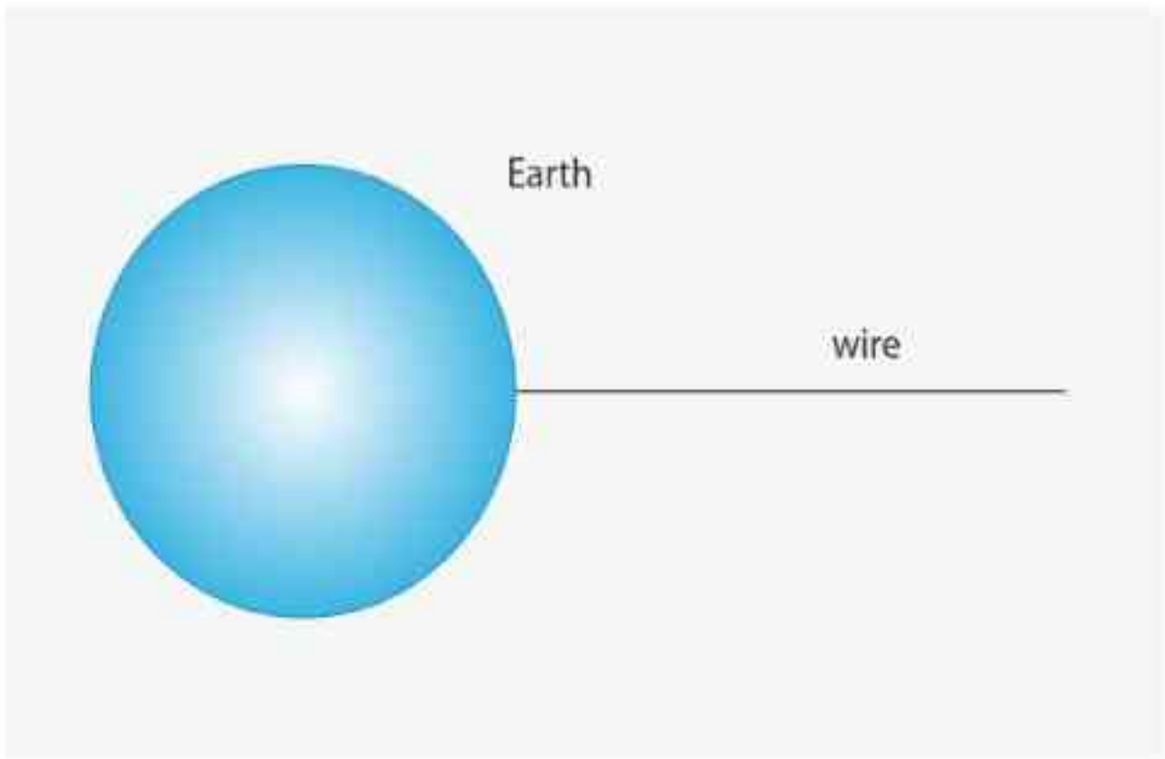


FIGURA 176 Un cable conectado a Ecuador de la Tierra.

el aire, como se muestra en la Figura 176? ¿Se podría construir en el espacio un elevador
Desafío 406 s de esta manera?

* *

Todo el mundo sabe que hay aproximadamente dos mareas por día. Pero hay lugares, como en la costa de Vietnam, donde sólo hay *una* marea por día. Ver www.jason.oceanobs.
Desafío 407 ny com/html/applications/marees/marees_m2k1_fr.html. ¿Por qué? ?

* *

Es suficiente utilizar el concepto de la fuerza centrífuga para mostrar que los anillos de Saturno no pueden ser de un material macizo, sino que deben estar hechas de piezas
Desafío 408 s separadas. ¿Puede encontrar la manera?

* *

¿Por qué Marte perdió su atmósfera? Nadie lo sabe. Se ha demostrado recientemente que el viento solar es demasiado débil para que esto suceda. Este es uno de los muchos

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

enigmas abiertos del sistema solar.

* *

Todos los cuerpos del Sistema Solar orbitan el Sol en la misma dirección. ¿Todos?. No; hay excepciones. Un interesante asteroide que órbita el Sol cerca de Júpiter lo hace en el dirección equivocada fue descubierto en 2005: tiene un tamaño de 3 km. Para una animación de la increíble órbita, opuesta a todos los asteroides Troyanos, véase www.astro.uwo.ca/~wiegert.

* *

El movimiento observado debido a la gravedad puede ser demostrado del modo más simple posible, en el siguiente sentido. Si medimos el cambio de un objeto que cae con la expresión $\int mv^2/2 - mgh\,dt$, entonces una aceleración constante de la gravedad *minimiza* el cambio en todos los ejemplos de caída. ¿Puede confirmar esto?

Página 270
Desafío 409 e

* *

El Movimiento debido a la gravedad es divertido: piense en las montañas rusas. Si quiere saber más de cómo se construyen, visite www.vekoma.com.

> La teoría científica que más me gusta es que los anillos de Saturno están hechos por las pérdida de equipajes de las líneas aéreas. Mark Russel

Resumen de garvitación

Los cuerpos esféricos de masa M atraen otros cuerpos que están a una distancia r al inducir una aceleración hacia ellos dada por $a = GM/r^2$. Esta expresión, la *gravitación universal*, describe a los esquiadores, practicantes de parapente, atletas, practicantes de snowboard, adictos a la televisión, péndulos, piedras, cañones, cohetes, mareas, eclipses, forma de los planeta, movimiento de los planetas y mucho más. Es el primer ejemplo de una descripción unificada, en este caso, de *cómo caen todas las cosas*. Debido a la aceleración que ella produce, la gravitación limita la aparición del movimiento uniforme en la naturaleza.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 7

Mecánica clásica, la fuerza y la predictibilidad del movimiento

Todos aquellos tipos de movimiento en el que la única propiedad invariable de un cuerpo es la masa, definen el campo de la *mecánica*. El mismo nombre, "mecánicos", se da también a los expertos que estudian el campo. Podemos pensar en la mecánica como la rama atlética de la física.** Tanto en el atletismo como en la mecánica sólo se miden longitudes, tiempos y masas.

Más específicamente, nuestro tema de investigación hasta ahora se llama mecánica *clásica*, para distinguirla de la mecánica *cuántica*. La principal diferencia es que en la física clásica se asume que pueden existir valores arbitrariamente pequeños, mientras que este no es el caso de la física cuántica. A menudo a la mecánica clásica también se le llama *física Galileana* o *física Newtoniana*.***

La mecánica clásica afirma que el movimiento es *predecible*: por lo tanto afirma que no hay sorpresas en el movimiento. ¿Es esto correcto en todos los casos? ¿La predictibilidad es válida en presencia del rozamiento? ¿Del libre albedrío? ¿Realmente no hay sorpresas en la naturaleza? Estos asuntos merecen una discusión; nos acompañarán durante un trecho de nuestra aventura.

Sabemos que debe haber algo más que gravitación en el Universo. Una simple observación resuelve este punto: los *suelos* y el *rozamiento* - o fricción - (en este texto, se utilizarán indistintamente ambas palabras). Ninguno de ellos puede ser causado por la gravedad. Los suelos no caen y, por tanto, no son descritos por gravedad; y el rozamiento no se observa en los cielos, donde el movimiento sigue las únicas reglas de la gravedad.**** Por otra parte, en la Tierra, la fricción no está relacionada con la gravedad, como puede que usted desee comprobar. Tiene que haber otra interacción responsable

Desafío 410 e

** Esto está en contraste con el verdadero origen del término 'mecánica', lo que significa 'ciencia de las máquinas'. Se deriva de la palabra μηκανή en griego, que significa 'máquina' y aún está en el origen de la palabra inglesa 'máquina' misma. A veces el término 'mecánica' se utiliza para el estudio del movimiento de los cuerpos *sólidos* únicamente, excluyendo, por ejemplo, la hidrodinámica. Este uso cayó en desgracia en la física en el siglo XX.

*** El fundamento de la mecánica clásica, la descripción del movimiento utilizando solamente el espacio y el tiempo, se denomina *cinemática*. Un ejemplo es la descripción de la caída libre dada por $z(t) = z_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$. El resto, la mayor parte de la mecánica clásica, es la descripción del movimiento como una consecuencia de la interacción entre los cuerpos. Se le da el nombre de *dinámica*. Una ilustración de la dinámica es la fórmula de la atracción universal. La distinción entre cinemática y dinámica puede hacerse también en relatividad, en termodinámica y en electrodinámica.

**** Esto no es del todo correcto: en la década de 1980 fue descubierto el primer caso de la fricción gravitacional: la emisión de ondas de gravedad. Se discuten en detalle en el capítulo sobre la relatividad general. El descubrimiento no cambia el punto principal.

Vol. II, página 171

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 177 La forma parabólica formada por chorros de agua acelerados muestran que el movimiento en la vida diaria es predecible (© Oase GmbH).

de la fricción. Vamos a estudiarla en breve. Pero una cuestión merece una discusión de inmediato.

¿Se debería recurrir a la fuerza? ¿A la potencia?

> El uso directo de la fuerza es una solución tan miserable a cualquier problema, que generalmente sólo lo emplean los niños pequeños y las grandes naciones.
>
> David Friedman

Todo el mundo tiene que tomar una posición sobre esta cuestión, incluso los estudiantes de física. De hecho, en la vida diaria se utilizan y observan muchos tipos de fuerzas. Se habla de muscular, gravitacional, psíquica, sexual, satánica, sobrenatural, social, política, económica y muchas otras. Los físicos ven las cosas de una manera más simple. Ellos definen a los diferentes tipos de fuerzas observadas como *interacciones* entre objetos. El estudio minucioso de todas estas interacciones muestra que, en la vida cotidiana, son de origen eléctrico o gravitacional.

Para los físicos, todo cambio es debido al movimiento. El término fuerza entonces también asume una definición más restrictiva. La *Fuerza* (física) se define como el *cambio de la cantidad de movimiento con el tiempo*, es decir, como

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \,. \tag{62}$$

Unos cuantos valores de medición se muestran en la Figura 29.

Ref. 86 Un caballo está corriendo tan rápido que sus cascos tocan el suelo solamente el 20 %

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 29 Algunos valores de fuerza en la naturaleza.

Observación	Fuerza
Valor medido en un microscopio de fuerza de resonancia magnética	820 zN
Fuerza necesaria para rasgar y separar una molécula de ADN tirando de sus dos extremos	600 pN
La fuerza máxima ejercida por mordedura humana	2,1 kN
Fuerza máxima ejercida por un martillo típico	2 kN
Fuerza ejercida por cuádriceps	hasta 3 kN
Fuerza típica máxima ejercida por un mazo	5 kN
Fuerza proporcionada por 1 cm^2 de un buen pegamento	hasta 10 kN
Fuerza necesaria para romper una buena cuerda utilizada en escalada sobre roca	30 kN
Fuerza máxima medible en la naturaleza	$3{,}0 \cdot 10^{43}$ N

Desafío 411 s de las veces. ¿Cuál es la carga soportada por las patas durante el contacto?

La fuerza es el *cambio* de la cantidad de movimiento. Dado que la cantidad de movimiento se conserva, se puede decir que la fuerza mide el *flujo* de la cantidad de movimiento. Como se verá en breve, siempre que una fuerza acelere un cuerpo, la cantidad de movimiento fluye hacia dentro de él. En verdad, la cantidad de movimiento puede Ref. 86 ser imaginada como una sustancia invisible e intangible. La Fuerza mide cuánto de esta sustancia fluye dentro o fuera de un cuerpo por unidad de tiempo.

▷ Fuerza es el flujo de la cantidad de movimiento.

La conservación de la cantidad de movimiento es debida a la conservación de este líquido. Como cualquier líquido, la cantidad de movimiento fluye a través de una superficie.

Utilizando la definición de Galileo de la cantidad de movimiento o momento lineal de traslación $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$, podemos reescribir la definición de la fuerza (para la masa constante) como

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \,, \tag{63}$$

donde $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}(t, \boldsymbol{x})$ es la fuerza que actúa sobre un objeto de masa m y donde $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}(t, \boldsymbol{x}) = \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2\boldsymbol{x}/\mathrm{d}t^2$ es la aceleración del mismo objeto, es decir su cambio de velocidad. * La expresión establece en términos precisos que la fuerza es lo que cambia la *velocidad* de las masas. La cantidad se llama 'fuerza' porque se corresponde en muchos aspectos, pero *no* todos, con la fuerza muscular cotidiana. Por ejemplo, cuanta más fuerza se usa, más lejos puede ser lanzada una piedra. Equivalentemente, cuanta más cantidad de movimiento

* Esta ecuación fue escrita por primera vez por el matemático y físico suizo Leonhard Euler (b. 1707 Basel, d. 1783 St. Petersburg) en 1747, 20 años después de la muerte de Newton, a quien se le atribuye por lo general y falsamente. Fue Euler, uno de los más grandes matemáticos de todos los tiempos, no Newton, quien primero entendió que esta definición de fuerza es útil en *todos* los casos de movimiento, cualquiera que sea la apariencia, ya sea para partículas puntuales u objetos extensos, y ya sean cuerpos rígidos, deformables o Ref. 28 fluidos. Sorprendentemente y en contraste con las declaraciones hechas con frecuencia, la ecuación (63) es Vol. II, página 76 aún correcta en la relatividad.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

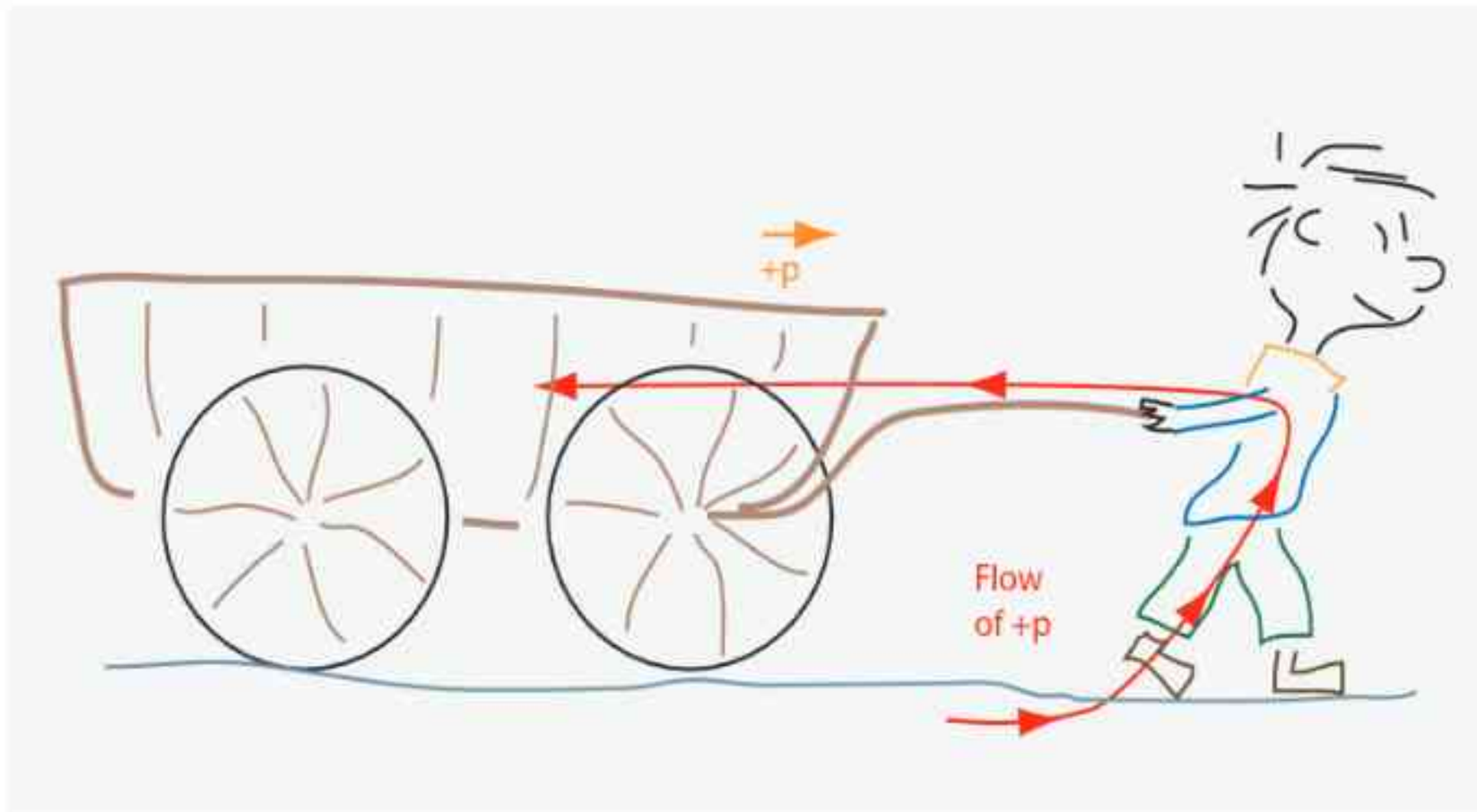


FIGURA 178 El niño que tira del carro bombea cantidad de movimiento en el carro. De hecho, una cierta cantidad de movimiento fluye de vuelta a la tierra debido a la fricción dinámica (no dibujado).

es bombeada en una piedra, más lejos pude ser lanzada. Como otro ejemplo, el concepto de *peso* describe el flujo de la cantidad de movimiento debido a la gravedad.

▷ La gravitación bombea constantemente cantidad de movimiento en los cuerpos masivos.

La arena de un reloj de arena está escurriéndose, y el reloj está sobre una balanza. ¿El peso especificado en la escala es mayor, menor o igual al peso cuando la arena ha dejado de caer?

Desafío 412 s

Las fuerzas se miden con la ayuda de las deformaciones de los cuerpos. A diario se pueden medir valores de fuerza mediante la medición de la extensión de un resorte. Valores de fuerza pequeños, del orden de 1 nN, pueden detectarse mediante la medición de la deflexión de pequeñas palancas con la ayuda de un haz láser reflejado.

Sin embargo, cada vez que se utiliza el concepto de fuerza, hay que recordar que la fuerza *física* es diferente a la fuerza ordinaria o el esfuerzo cotidiano. El esfuerzo es probablemente la mejor aproximación al concepto de *potencia (física)*, generalmente abreviado P, y definido (para un fuerza constante) como

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{v} \qquad (64)$$

en la cual el *trabajo (físico)* W se define como $W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s}$, donde $\boldsymbol{s}$ es la distancia en la que la fuerza actúa. El trabajo físico es una forma de energía, como puede comprobar. El Trabajo, como una forma de energía, tiene que ser tomado en cuenta cuando se busca verificar la conservación de la energía.

Con la definición de trabajo que acabamos de dar puede resolver los siguientes enigmas. ¿Qué ocurre con el consumo de electricidad de una escalera mecánica, si se camina

Desafío 413 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

sobre ella en lugar de permanecer quieto? ¿Cuál es la incidencia de la definición de potencia sobre el salario de los científicos? Un hombre que camina llevando una mochila pesada apenas está haciendo trabajo; entonces ¿por qué se cansa?

Desafío 414 d
Desafío 415 s

Cuando los estudiantes en los exámenes dicen que la fuerza que actúa sobre una piedra lanzada es menor en el punto más alto de la trayectoria, se acostumbra a decir que están utilizando un punto de vista incorrecto, es decir, la llamada *visión aristotélica*, en la que la fuerza es proporcional a velocidad. A veces se llega a decir que están usando un concepto diferente de *estado* de movimiento. Los críticos a continuación, añaden, con un tono de superioridad, cuán equivocado es todo esto. Este es un ejemplo de desinformación intelectual. Cada estudiante sabe por el hecho de andar en bicicleta, de lanzar una piedra o de dar un tirón a un objeto que un aumento de *esfuerzo* produce un aumento de la velocidad. El estudiante tiene razón; aquellos teóricos que deducen que el estudiante tiene un concepto equivocado de la *fuerza* están equivocados. En realidad, en lugar del concepto *físico* de la fuerza, el estudiante utiliza simplemente la versión *cotidiana*, es decir, el esfuerzo. De hecho, el esfuerzo realizado por la gravedad en una piedra volando es menor en el punto más alto de la trayectoria. Entender bien la diferencia entre la fuerza física y el esfuerzo diario es el principal obstáculo en el *aprendizaje de la mecánica*.*

Ref. 179

A menudo, el flujo de cantidad de movimiento, la ecuación (62), no se reconoce como la definición de la fuerza. Esto es principalmente debido a una observación cotidiana: parece que hay fuerzas sin ninguna aceleración asociada o variaciones en la cantidad de movimiento, tales como en una cadena bajo tensión o en el agua a alta presión. Cuando nos apoyamos contra un árbol, como muestra la Figura 179, no hay movimiento, sin embargo, se aplica una fuerza. Si la fuerza es flujo de la cantidad de movimiento, ¿a dónde va ésta? Desemboca en las ligeras deformaciones de los brazos y el árbol. De hecho, cuando uno empieza a empujar y por lo tanto a deformar, el cambio de cantidad de movimiento asociado de las moléculas, los átomos o los electrones de los dos cuerpos puede ponerse en evidencia. Una vez establecida la deformación, y mirando bajo un mayor aumento, se puede encontrar que un flujo continuo e igual cantidad de movimiento está pasando en ambas direcciones.

Ref. 86

Como la fuerza es el flujo neto de la cantidad de movimiento, el concepto de fuerza no es verdaderamente necesario en la descripción del movimiento. Pero a veces el concepto es práctico. Este es el caso en la vida cotidiana, en la cual es útil en situaciones en las que los flujos netos de cantidad de movimiento son pequeñas o despreciables frente a los flujos totales. Por ejemplo, es útil definir la presión como la fuerza por área, aunque realmente sea la cantidad de movimiento por área. A nivel microscópico, la cantidad de movimiento por sí sola es suficiente para la descripción del movimiento.

En el título de esta sección nos hemos preguntado sobre la utilidad del uso de la fuerza o la potencia. Antes de que podamos responder de manera concluyente, necesitaremos más argumentos. Por su misma definición los conceptos de fuerza y potencia se distinguen claramente de los de 'masa', 'energía', 'cantidad de movimiento' y de cualquier otro. Pero, ¿dónde se originan las fuerzas?. En otras palabras, ¿qué efectos en la naturale-

* Este camino de piedras es tan duro que ni siquiera muchos físicos profesionales lo toman realmente; esto está confirmado por los numerosos comentarios en documentos que indican que la fuerza física se define utilizando la masa, y, al mismo tiempo, que la masa se define utilizando la fuerza (siendo la segunda parte de la frase un error fundamental).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

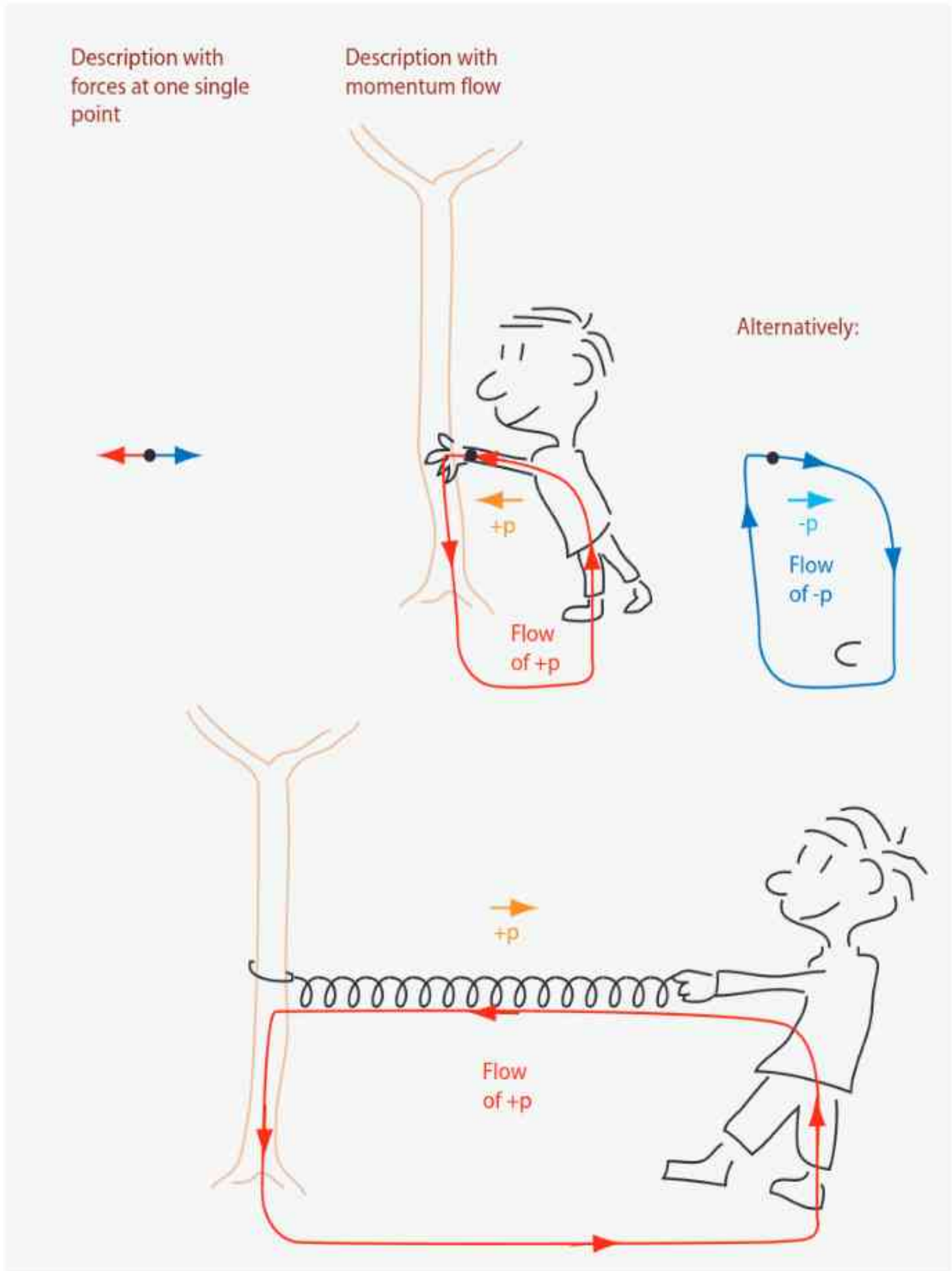


FIGURA 179 Las dos descripciones equivalentes con fuerza neta cero; es decir con un flujo de cantidad de movimiento cerrado. La compresión se verifica cuando el flujo de la cantidad de movimiento y la cantidad de movimiento apuntan en la misma dirección; la extensión se verifica cuando el flujo de la cantidad de movimiento y la cantidad de movimiento apuntan en direcciones opuestas.

za tiene la capacidad de acelerar cuerpos bombeando impulso a los objetos? La Tabla 30 ofrece una visión general.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Fuerzas, superficies y conservación

Vimos que la fuerza es el cambio de la cantidad de movimiento. También vimos que ésta se conserva. ¿Cómo se unen ambas afirmaciones? La respuesta es la misma para todas las cantidades conservadas. Nos imaginamos una superficie cerrada que es el límite de un volumen en el espacio. La Conservación implica que la cantidad conservada *dentro* de la superficie cerrada sólo se puede cambiar por lo que *fluye a través* de esa superficie.*

Todas las cantidades conservadas en la naturaleza - como la energía, la cantidad de movimiento, carga eléctrica, el momento angular - sólo pueden cambiar pasando a través de las superficies. En particular, cuando la cantidad de movimiento de un cuerpo cambia, esto sucede a través de una superficie. El cambio de la cantidad de movimiento se debe al flujo de la cantidad de movimiento. En otras palabras, el concepto de fuerza asume siempre una superficie a través de la cual fluye la cantidad de movimiento.

▷ La fuerza es el flujo de la cantidad de movimiento a través de una superficie.

Ref. 298 Este punto es esencial para entender la fuerza física!. Toda fuerza requiere una superficie para su definición.

Para refinar su propio concepto de la fuerza, puede buscar la superficie relevante cuando una cuerda tira de un carro, o cuando un brazo empuja un árbol, o cuando un coche Desafío 416 e acelera. También es útil para comparar la definición de la fuerza con la definición de potencia: ambos son flujos a través de las superficies. Como resultado podemos decir:

▷ Un *motor* es una máquina de bombear cantidad de movimiento.

Rozamiento y movimiento

Cada ejemplo de movimiento, desde el que nos permite elegir la dirección de la mirada como el que lleva una mariposa a través de un paisaje bucólico, se puede poner en una de las dos columnas más a la izquierda de la Tabla 30. Físicamente, las dos columnas están separadas por el siguiente criterio: en la primera clase, la aceleración de un cuerpo puede ir en una dirección diferente de su velocidad. La segunda clase de ejemplos sólo produce aceleraciones que se *oponen* exactamente a la velocidad del cuerpo en movimiento, como se ve desde el marco de referencia del medio que frena. Tal fuerza resistente se llama *fricción*, *rozamiento*, *arrastre* o *amortiguación*. Todos los ejemplos en la segunda clase

* Matemáticamente, la conservación de una cantidad q se expresa con la ayuda de la densidad de volumen $\rho = q/V$, la corriente $I = q/t$, y el caudal o flujo $\boldsymbol{j} = \rho \boldsymbol{v}$, de forma que $j = q/At$. La Conservación implica entonces

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} \mathrm{d}V = -\int_{A=\partial V} \boldsymbol{j} \mathrm{d}\boldsymbol{A} = -I \qquad (65)$$

o, equivalentemente,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \boldsymbol{j} = 0 \,. \qquad (66)$$

Esta es la *ecuación de continuidad* para la cantidad q. Todo esto sólo indica que una cantidad conservada en un volumen cerrado V sólo puede cambiar fluyendo a través de la superficie A. Este es un ejemplo típico de cómo expresiones matemáticas complejas pueden ocultar un contenido físico simple.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 30 Procesos seleccionados y dispositivos que cambian el movimiento de los cuerpos.

Situaciones que pueden conducir a la aceleración	Situaciones que sólo conducen a la aceleración	Motores y accionadores
piezoelectricidad		
cuarzo bajo un voltaje aplicado	termoluminescencia	trípode piezoeléctrico en marcha
colisiones		
satélite cayendo hacia un planeta	accidente automovilístico	motores de cohetes
crecimiento de montañas	choque de meteorito	natación de larvas
efectos magnéticos		
aguja de brújula e imán frenado electromagnético	cañón electromagnético	
magnetostricción	pérdidas de los transformadores	motor lineal
corriente en un alambre próximo a un imán	calefacción eléctrica	galvanómetro
efectos electrónicos		
peine frotado en los cabellos	fricción entre sólidos	motor electrostático
bombas	fuego	músculos, flagelos de los espermatozoides
tubo de rayos catódicos	microscopio electrónico	motor Browniano
luz		
objetos levitando a causa de la luz	baño de luz parando átomos	(verdadero) molino solar
vela solar para satélites	presión de la luz dentro de las estrellas	celula solar
elasticidad		
arco y flecha	tirantes de los pantalones	motor de ultrasonidos
árboles doblados que se enderezan	almohada, air bag	bimorfos
ósmosis		
savia que sube en los árboles	conservación de alimentos por sal	péndulo osmótico
electro-ósmosis		control a rayos X sintonizables
calor & presión		
congelación de una botella de champán	resistencia la agua de una tabla de surf	ingenios hidráulicos
tetera	arena movediza	ingenios de vapor
barómetro	paracaídas	pistola de aire, vela
terremotos	resistencia al deslizamiento	sismómetro
atracción de trenes que pasan	absorvedores de choque	turbina de agua
núcleos		
radioactividad	sumergirse en el Sol	explosión de una supernova
biología		
crecimiento del bambú	del diámetro de los capilares de la sangre	motores moleculares
gravitación		
caída	emisión de ondas gravitacionales	polea

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available www.motionmountain.net

FIGURA 180 Procesos basados en el rozamiento (cortesía Wikimedia).

Desafío 417 e son tipos de fricción. Compruébelo ahora. Algunos ejemplos del proceso basado en la fricción viene dados en la Figura 180.

Desafío 418 s Un rompecabezas en el ciclismo: ¿frena el viento lateral?- y ¿por qué?

La fricción puede ser tan fuerte que hace imposible todo movimiento de un cuerpo en relación a su entorno. Este tipo de fricción, llamado *rozamiento estático* o *fricción de adherencia*, es común e importante: sin él, los giros de las ruedas de las bicicletas, trenes o automóviles no tendrían absolutamente ningún efecto. Sin rozamiento estático, las ruedas accionadas por un motor no tendrían asidero. Del mismo modo, ni un solo tornillo quedaría apretado y ninguna pinza de pelo funcionaría. No podíamos correr ni caminar en un bosque, ya que el suelo sería más resbaladizo que el hielo pulido. De hecho, no sólo nuestro propio movimiento, sino todo el *movimiento voluntario* de los seres vivos se *basa* en la fricción, el caso es similar al de las máquinas auto-móviles. Sin rozamiento estático, las hélices de barcos, aviones y helicópteros no tendrían ningún efecto y las alas de los aviones no producirían una sustentación para mantenerlos en el aire. (¿Por qué?) Desafío 419 s

En resumen, se requiere la fricción estática cada vez que nosotros mismos o un motor queremos avanzar en relación con nuestro entorno.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

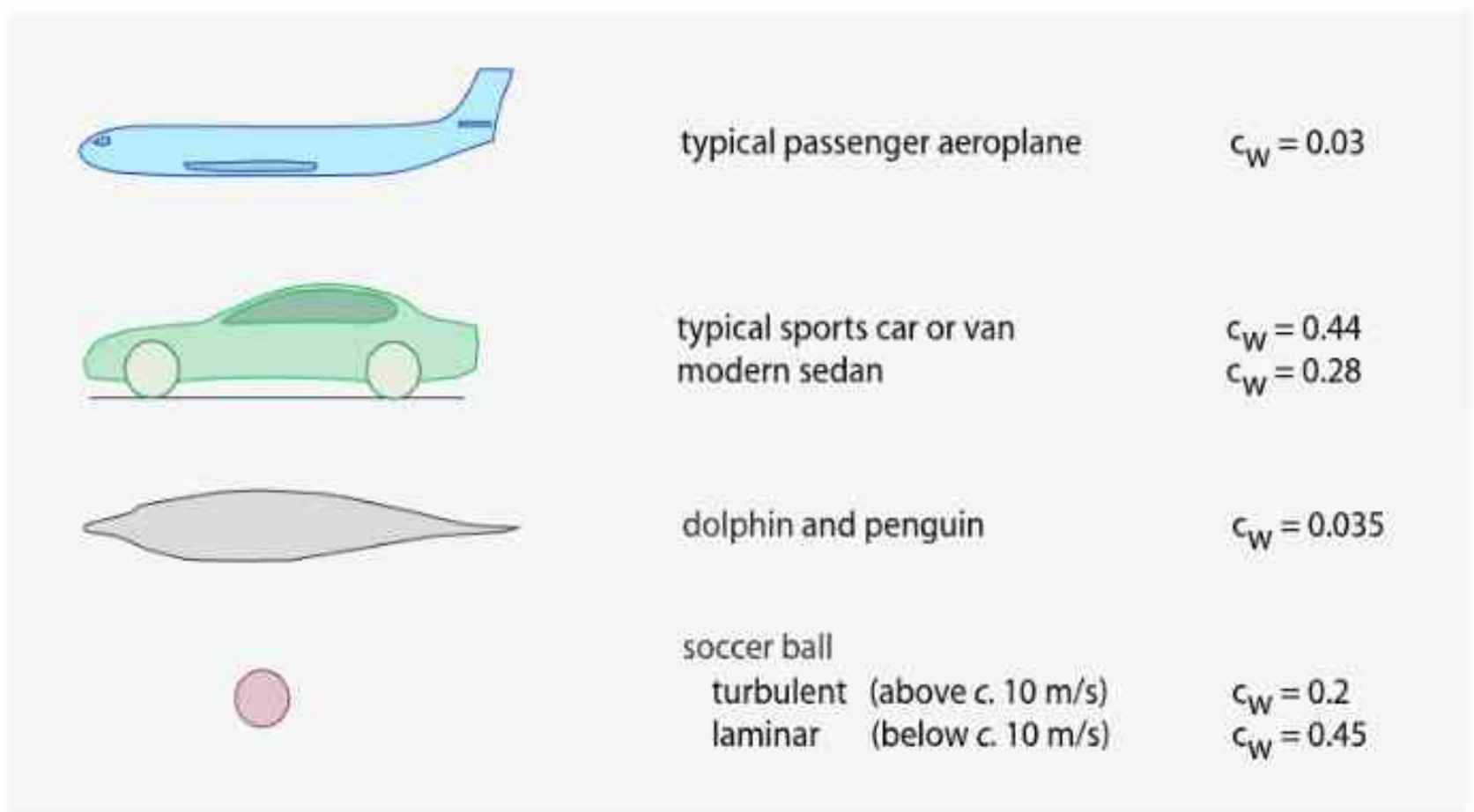


FIGURA 181 Formas y resistencia del aire / agua.

Fricción, deporte, máquinas y previsibilidad

Una vez que un objeto se mueve a través de su entorno, se ve obstaculizado por otro tipo de fricción; se llama *fricción dinámica* o *rozamiento dinámico* y actúa entre cuerpos en movimiento relativo.* Sin ella, los cuerpos que caen siempre recuperarían la misma altura, sin llegar nunca a pararse; ni los paracaídas ni los frenos funcionarían; peor aún, no tendríamos memoria, como veremos más adelante.

Ref. 180

Todos los ejemplos de movimiento en la segunda columna de la Tabla 30 incluyen fricción. En estos ejemplos, la energía macroscópica no se conserva: los sistemas son *disipativos*. En la primera columna, la energía macroscópica es constante: estos sistemas son *conservativos*.

Las dos primeras columnas también se pueden distinguir utilizando un criterio matemático más abstracto: a la izquierda son las aceleraciones que se pueden derivar de un potencial, a la derecha, las desaceleraciones que no se pueden derivar de un potencial. Como en el caso de la gravitación, la descripción de cualquier tipo de movimiento se simplifica mucho mediante el uso de un potencial: en cada posición en el espacio, sólo se necesita un único valor del potencial para calcular la trayectoria de un objeto, en lugar de los tres valores de la aceleración o de la fuerza. Por otra parte, la magnitud de la velocidad de un objeto en cualquier punto puede calcularse directamente a partir de la conservación de energía.

Los procesos de la segunda columna *no* se pueden describir por un potencial. Estos son los casos en los que necesariamente tenemos que usar la fuerza si queremos describir el movimiento del sistema. Por ejemplo, la fricción o fuerza de arrastre F debida a la

* Podría haber una excepción. Investigaciones recientes sugieren que tal vez en ciertos sistemas cristalinos, tales como cuerpos de tungsteno sobre silicio, en condiciones ideales de deslizamiento, la fricción puede ser muy pequeña y posiblemente incluso desaparecer en ciertas direcciones del movimiento. Esta llamada *superlubricación* es actualmente un tema de investigación.

Ref. 181

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

resistencia del viento de un cuerpo está *aproximadamente* dada por

$$F = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2 \tag{67}$$

donde A es el área de su sección transversal y v su velocidad en relación con el aire, ρ es la densidad del aire. El *coeficiente de arrastre* c_w (o coeficiente aerodinámico de rozamiento) es un número puro que depende de la forma del objeto en movimiento. (Unos pocos ejemplos se dan en la Figura 181. La fórmula es válida para todos los fluidos, no sólo para el aire, por debajo de la velocidad del sonido, siempre y cuando el arrastre se deba a turbulencias. Este suele ser el caso en el aire y en el agua. (En velocidades bajas, Página 388 cuando el movimiento del fluido no es turbulento sino laminar, el arrastre se denomina *viscoso* y sigue una relación (casi) lineal con la velocidad.) Usted puede comprobar que el arrastre, o la resistencia aerodinámica *no* puede ser derivada de un potencial.*

El coeficiente aerodinámico c_w es una cantidad medida experimentalmente. El cálculo de coeficientes de arrastre (aerodinámicos) con ordenadores, proporcionando la forma del cuerpo y las propiedades del fluido, es una de las tareas más difíciles de la ciencia; el problema está aún sin resolver. Un coche aerodinámico tiene un valor entre 0,25 y 0,3; muchos coches deportivos comparten con las furgonetas valores de 0,44 y superiores, y los valores de los coches de carreras pueden ser tan altos como 1, dependiendo de la cantidad de la fuerza que se utilice para mantener el coche sujeto al suelo. Los valores más bajos conocidos son para los delfines y pingüinos.**

La resistencia del viento también es importante para los seres humanos, en particular Ref. 183 en el atletismo. Se estima que los velocistas de 100 m dedican entre el 3 % and 6 % de su potencia en superar la resistencia del aire. Esto lleva a cambiar los tiempos del sprint t_w cuando está involucrada la velocidad del viento w, estos tiempos están relacionados por la expresión

$$\frac{t_0}{t_w} = 1{,}03 - 0{,}03 \left(1 - \frac{w t_w}{100\,\mathrm{m}}\right)^2 , \tag{68}$$

donde se utiliza la estimación más conservadora del 3 %. Una velocidad del viento opuesta de −2 m/s da un aumento del tiempo de 0,13 s, suficiente para cambiar un potencial récord mundial en 'sólo' un excelente resultado. (¿Es capaz de deducir el valor c_w Desafío 421 ny para los velocistas a partir de la fórmula?)

Del mismo modo, el paracaidismo existe debido a la resistencia del viento. ¿Puede determinar cómo cambia con el tiempo la velocidad de un cuerpo que cae, con o sin

* Tal afirmación acerca de la fricción sólo es correcta en tres dimensiones, como es el caso de la naturaleza; Desafío 420 s en el caso de una única dimensión, *siempre* se puede encontrar un potencial.

** No está claro si existe, en la naturaleza, un posible valor más pequeño todavía para el coeficiente de arrastre.

El tema de las formas aerodinámicas es aún más interesante para los cuerpos fluidos. Los líquidos se mantienen unidos por la *tensión superficial*. Por ejemplo, la tensión superficial mantiene juntos los pelos de un cepillo mojado. La tensión superficial también determina la forma de gotas de lluvia. Los experimentos muestran que es esférica para gotas cuyo diámetro es más pequeño de 2 mm, y que las gotas de lluvia más Vol. V, página ?? grandes tienen forma de *lente*, con la parte plana hacia la parte inferior. La forma habitual de lágrimas *no* Ref. 182 se encuentra en la naturaleza; algo vagamente similar es lo que aparece durante el desprendimiento de la gota, pero *nunca* durante la caída de la gota.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–11 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 422 s paracaídas, asumiendo que la forma es *constante* y también el coeficiente de fricción?

En contraste, la fricción estática tiene diferentes propiedades. Es proporcional a la fuerza que presiona los dos cuerpos uno contra otro. ¿Por qué? Estudiando la situación Ref. 184 con más detalle, se encuentra que la fricción de adherencia es proporcional al área real de contacto. Resulta que poner dos sólidos en contacto es más bien como darle la vuelta a Suiza colocándola sobre Austria; el área de contacto es mucho menor que la estimada macroscópicamente. El punto crucial es que el área de contacto real es proporcional a la fuerza *normal*. Por ejemplo, el componente de fuerza que es perpendicular a la superficie. El estudio de lo que ocurre en esa zona de contacto sigue siendo un tema de investigación; los investigadores están examinando las cuestiones utilizando instrumentos como microscopios de fuerza atómica, microscopios de fuerza lateral y triboscopios. Estos esfuerzos dieron como resultado discos duros de ordenador que duren más tiempo, ya que la fricción entre el disco y el cabezal de lectura es una magnitud fundamental en la determinación de la vida útil.

Todas las formas de rozamiento están acompañadas por un aumento en la temperatura del cuerpo en movimiento. La razón se hizo evidente después del descubrimiento de los átomos. La fricción no se observa en sistemas con pocas partículas - por ejemplo, con 2, 3, ó 4 -. La fricción sólo aparece en sistemas con *muchas* partículas, generalmente millones o más. Estos sistemas se denominan *disipativos*. Tanto los cambios de temperatura como la fricción misma son debidos al movimiento de un gran número de partículas microscópicas unas contra otras. Este movimiento no está incluido en la descripción de Galileo. Cuando se incluye, desaparecen la fricción y la pérdida de energía, y entonces los potenciales se pueden utilizar en todas partes. Entonces aparecen también aceleraciones positivas - de magnitud microscópica -, y se encuentra que el movimiento se conserva.

En resumen, todo movimiento es conservativo en una escala microscópica. Por lo tanto, en una escala microscópica es posible describir *todo* movimiento sin el concepto de fuerza.*

La moraleja de la historia es doble: En primer lugar, se debe usar la fuerza y la potencia en una sola situación: en el caso de la fricción, y sólo cuando uno no quiera entrar en detalles microscópicos.** En segundo lugar, la fricción no es un obstáculo para la previsibilidad. El movimiento permanece predecible.

* El primer científico que eliminó la fuerza de la descripción de la naturaleza fue Heinrich Rudolf Hertz (b. 1857 Hamburg, d. 1894 Bonn), el famoso descubridor de las ondas electromagnéticas, en su libro de texto sobre la mecánica, *Die Prinzipien der Mechanik*, Barth, 1894, reeditado por Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1963. Su idea fue fuertemente criticada en ese momento; sólo una generación más tarde, cuando la mecánica cuántica silenciosamente se deshizo del concepto para bien, hizo que la idea fuera generalmente aceptada. (Muchos han especulado sobre el papel que Hertz habría desempeñado en el desarrollo de la mecánica cuántica y la relatividad general si no hubiera muerto tan joven) En su libro, Hertz también formuló el principio del camino más corto: las partículas siguen geodésicas. Esta misma descripción es uno de los pilares de la relatividad general, como veremos más adelante.

** Pero el coste es alto; en el caso de las relaciones humanas, la evaluación debería ser un poco más exigente, Ref. 185 como la investigación sobre la violencia ha puesto de manifiesto.

Moscow Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

> Et qu'avons-nous besoin de ce moteur, quand l'étude réfléchie de la nature nous prouve que le mouvement perpétuel est la première de ses lois ?*
>
> Donatien de Sade *Justine, ou les malheurs de la vertu.*

Estados completos – condiciones iniciales

> Quid sit futurum cras, fuge quaerere ...**
>
> Horacio, *Odi*, lib. I, ode 9, v. 13.

Continuemos nuestra exploración de la previsibilidad del movimiento. A menudo se describe el movimiento de un cuerpo mediante la especificación de la dependencia temporal de su posición, por ejemplo, como

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}_0(t - t_0) + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{a}_0(t - t_0)^2 + \tfrac{1}{6}\boldsymbol{j}_0(t - t_0)^3 + \dots . \tag{69}$$

Las cantidades con un índice 0, tales como el $\boldsymbol{x}_0$ posición de partida, la velocidad $\boldsymbol{v}_0$ de partida, etc, se denominan *condiciones iniciales*. Las condiciones iniciales son necesarias para cualquier descripción del movimiento. Distintos sistemas físicos tienen diferentes condiciones iniciales. Por lo tanto las condiciones iniciales especifican la *individualidad* de un sistema dado. Las condiciones iniciales también nos permiten distinguir la situación actual de un sistema de la que tuvo en cualquier momento anterior: las condiciones iniciales especifican los *aspectos cambiantes* de un sistema. En otras palabras, las condiciones iniciales resumen el *pasado de un sistema*.

Las condiciones iniciales son pues, precisamente las propiedades que hemos estado
Página 30 buscando para obtener una descripción del *estado de un sistema*. Por lo tanto, para encontrar una descripción completa de los estados, sólo necesitamos una descripción completa de las condiciones iniciales, que podemos llamar así también correctamente *estados iniciales*. Resulta que para la gravitación, como para todas las otras interacciones microscópicas, *no* hay necesidad de aceleración inicial $\boldsymbol{a}_0$, tirón inicial (jerk) $\boldsymbol{j}_0$, o cantidades iniciales de orden superior. En la naturaleza, la aceleración y el tirón, dependen sólo de las propiedades de los objetos y su entorno; no dependen del pasado. Por ejemplo, la expresión $a = GM/r^2$ de la gravitación universal, que da la aceleración de un cuerpo pequeño cerca de uno grande, no depende del pasado, sino sólo del entorno. Lo mismo ocurre para las otras interacciones fundamentales, como vamos a descubrir en breve.

Página 95 El *estado completo* de una masa puntual en movimiento se describe así al especificar su posición y su cantidad de movimiento en todos los instantes de tiempo. Por lo tanto, ahora hemos logrado una descripción *completa* de las *propiedades intrínsecas* de los objetos puntuales, es decir, de su masa, y de sus *estados de movimiento*, a saber, por su cantidad de movimiento, energía, posición y tiempo. Para objetos *rígidos extensos* también necesitamos la orientación, velocidad angular y momento angular. Esta es la lista completa para los objetos rígidos; ningún otro estado observable es necesario.

---

* ''¿Y para qué necesitamos este motor, cuando el estudio razonado de la naturaleza nos demuestra que el movimiento perpetuo es la primera de sus leyes?'

Ref. 84 ** 'Evitar preguntar qué será mañana...' Horacio es Quinto Horacio Flaco (65–8 C.), el gran poeta romano.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Puede especificar los estados observables en los casos de cuerpos extensos elásticos
Desafío 423 s y de los líquidos? Puede dar un ejemplo de una propiedad intrínseca que hasta ahora
Desafío 424 s hemos pasado por alto?

Al conjunto de todos los estados posibles de un sistema se le da un nombre especial: se llama el *espacio de fases*. Vamos a utilizar el concepto en varias ocasiones. Como cualquier espacio, tiene un número de dimensiones. ¿Puede especificarlo para un sistema
Desafío 425 s que consta de N partículas puntuales?

Es interesante recordar un desafío más antiguo y volver a preguntar: ¿El universo tiene
Desafío 426 s condiciones iniciales? ¿Tiene un espacio de fase? Como sugerencia, recuerde que cuando se lanza una piedra, las condiciones iniciales resumen los efectos del lanzador, su historia, la forma en que llegó allí, etc. En otras palabras, las condiciones iniciales resumen el pasado de un sistema, es decir, los efectos que el medio ambiente tuvo durante la historia de un sistema.

Dado que tenemos una descripción de las propiedades y los estados de los objetos puntuales, objetos rígidos extensos y cuerpos deformables, ¿podemos predecir todo movimiento? Todavía no. Hay situaciones en la naturaleza, donde el movimiento de un objeto depende de características distintas de su masa; el movimiento puede depender de
Desafío 427 s su color (¿Puede encontrar un ejemplo?), de su temperatura, y de algunas otras propiedades que no tardaremos en descubrir. Y para cada propiedad intrínseca hay variables de estado por descubrir. Cada propiedad es la base de un campo de investigación física. La velocidad es la base de la mecánica, la temperatura es la base de la termodinámica, la carga es la base para la electrodinámica, etc. Por lo tanto, debemos concluir que hasta el momento no disponemos de una descripción completa del movimiento.

> Un optimista es alguien que piensa que el futuro es incierto.
>
> Anónimo

¿Existen las sorpresas? ¿Está determinado el futuro?

> Die Ereignisse der Zukunft *können* wir nicht aus den gegenwärtigen erschließen. Der Glaube an den Kausalnexus ist der Aberglaube.*
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 5.1361

> La libertad es el reconocimiento de la necesidad.
>
> Friedrich Engels (1820–1895)

Si después de subir a un árbol, saltamos hacia abajo, no podemos detener el salto en medio de la trayectoria; una vez iniciado el salto, es inevitable y determinado, como todo movimiento pasivo. Sin embargo, cuando empezamos a mover un brazo, podemos detener su movimiento o cambiar un golpe en una caricia. El movimiento voluntario no
Desafío 428 e parece inevitable o predeterminado. ¿Cuál de estos dos casos es el general?

Comencemos con el ejemplo que podemos describir con más precisión hasta el momento: la caída de un cuerpo. Una vez que el potencial gravitatorio φ que actúa sobre

* ' No podemos inferir acontecimientos futuros a partir de los presentes. La superstición es la creencia en el nexo causal '. Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez Nuestra aventura, sin embargo,demuestra que esta afirmación es incorrecta.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

una partícula está dado y tenido en cuenta, podemos utilizar la expresión

$$\boldsymbol{a}(x) = -\nabla\varphi = -GM\boldsymbol{r}/r^3 \,, \tag{70}$$

y podemos usar el estado en un momento dado, establecido por las condiciones iniciales, como

$$\boldsymbol{x}(t_0) \quad \text{y} \quad \boldsymbol{v}(t_0) \,, \tag{71}$$

para determinar de antemano el movimiento de la partícula. De hecho, con estas dos piezas de información, podemos calcular la trayectoria completa $\boldsymbol{x}(t)$.

Una ecuación que tiene el potencial de predecir el curso de los acontecimientos se llama una *ecuación de evolución*. La ecuación (70), por ejemplo, es una ecuación de evolución para la caída del objeto. (Tenga en cuenta que el término 'evolución' tiene diferentes significados en la física y en la biología.) Una ecuación de evolución acepta el comentario de que no todos los tipos de cambio se observan en la naturaleza, sino sólo ciertos casos específicos. No se observan todas las secuencias imaginables de eventos, sino sólo un número limitado de ellos. En particular, la ecuación (70) abarca la idea de que de un instante a otro, los objetos que caen cambian su movimiento basado en el potencial gravitacional que actúa sobre ellos.

Las ecuaciones de evolución no existen sólo para el movimiento debido a la gravedad, sino para el movimiento debido a todas las fuerzas de la naturaleza. Dada una ecuación de evolución y estado inicial, todo el movimiento de un sistema está por lo tanto *fijado de forma única*. Esta propiedad del movimiento a menudo se denomina *determinismo*. Por ejemplo, los astrónomos pueden calcular con antelación la posición de los planetas con gran precisión desde hace miles de años.

Vamos a distinguir cuidadosamente el determinismo de otros varios conceptos similares, para evitar malos entendidos. El movimiento puede ser determinista y al mismo tiempo ser *impredecible en la práctica*. La imprevisibilidad de movimiento puede tener cuatro orígenes:

Vol. V, página ??

1. Un enorme número de partículas que intervienen, incluyendo situaciones con fricción, que hacen el cálculo impracticable,
2. Insuficiente información acerca de las condiciones iniciales,
3. La complejidad matemática de las ecuaciones de evolución, y
4. Formas extrañas del espacio-tiempo.

Por ejemplo, en el caso del *tiempo meteorológico* se cumplen las tres primeras condiciones al mismo tiempo. Es difícil predecir el tiempo durante períodos de más de una semana o dos. (En 1942, Hitler hizo el ridículo al pedir un pronóstico del tiempo preciso para los siguientes doce meses.) Pese a la dificultad de predicción, el cambio de clima todavía es determinista. Otro ejemplo, cerca de los *agujeros negros* todos los cuatro orígenes de imprevisibilidad se aplican juntos. Vamos a discutir los agujeros negros en el apartado de la relatividad general. A pesar de ser impredecible, el movimiento es determinista cerca de los agujeros negros.

El movimiento puede ser a la vez determinista y *aleatorio*, es decir, con diferentes

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Página 138 resultados en experimentos similares. El movimiento de una bola de la ruleta es determinista, pero también es al azar.* Como veremos más adelante, los sistemas cuánticos Vol. IV, página ?? entran en esta categoría, al igual que todos los ejemplos de movimiento irreversible, como una gota de tinta extendiéndose en el agua clara. También la caída de un dado es a la vez determinista y aleatorio. De hecho, los estudios sobre la manera de predecir el resultado del lanzamiento de un dado con la ayuda de una computadora están progresando Ref. 187 rápidamente; estos estudios también muestran cómo lanzar un dado con el fin de aumentar las probabilidades de obtener un resultado deseado. En todos estos casos, el azar y la irreproducibilidad son sólo aparentes; desaparecen cuando se incluye la descripción de los estados y las condiciones iniciales en el dominio microscópico. En resumen, el determinismo no contradice la *irreversibilidad (macroscópica)*. Sin embargo, en la escala microscópica, el movimiento determinista es siempre reversible.

Una última noción que debe distinguirse del determinismo es la *no-causalidad*. La causalidad es el requisito de que una causa debe preceder al efecto. Esto es trivial en la física de Galileo, pero se vuelve de importancia en la relatividad especial, donde la causalidad implica que la velocidad de la luz es un límite para la difusión de los efectos. De hecho, parece imposible tener un movimiento determinista (de materia y energía) Desafío 429 s que sea *no causal*, en otras palabras, más rápido que la luz. ¿Puede confirmar esto? Este tema se examinará más a fondo en la sección sobre la relatividad especial.

Decir que el movimiento es 'determinista' significa que está fijado en el futuro *y también en el pasado*. A veces se afirma que las predicciones de *futuras* observaciones son la prueba crucial para una descripción acertada de la naturaleza. Debido a nuestra, a menudo impresionante capacidad de influir en el futuro, esto no es necesariamente una buena prueba. Cualquier teoría debe, en primer lugar, describir las observaciones del *pasado* correctamente. Es nuestra impotencia de cambiar el pasado lo que da lugar a nuestra falta de elección en la descripción de la naturaleza que es tan fundamental para la física. En este sentido, el término 'condición inicial' es una elección desafortunada, porque, de hecho, en las condiciones iniciales se resume el *pasado* de un sistema.** El ingrediente central de una descripción determinista es que todo movimiento se puede reducir a una ecuación de evolución más un estado específico. Este estado puede ser inicial, intermedio o final. El movimiento determinista está especificado de manera única en el pasado y en el futuro.

Para tener un concepto claro de determinismo, es útil recordar por qué el concepto de 'tiempo' se introduce en nuestra descripción del mundo. Introducimos tiempo porque observamos en primer lugar que somos capaces de definir las secuencias en las observaciones, y en segundo lugar, que el cambio sin restricciones es imposible. Esto está en contraste con lo que ocurre en las películas, donde una persona puede pasar a través de una puerta y salir en otro continente u otro siglo. En la naturaleza no observamos meta-

* Los matemáticos han desarrollado un gran número de pruebas para determinar si una colección de números puede ser debida al *azar*; los resultados de la ruleta pasan todas estas pruebas - sólo en casinos honestos, sin embargo. Estas pruebas suelen comprobar la distribución equitativa de los números, de los pares de números, de ternas de números, etc Otras pruebas son la prueba de χ^2, la prueba de Monte Carlo (s), y el test Ref. 186 gorila.

** Los problemas con el término 'condiciones iniciales' se ponen de manifiesto cerca del Big Bang: en el Big Bang, el universo no tiene pasado, pero a menudo se dice que tiene condiciones iniciales. Esta contradicción sólo se resolverá en la última parte de nuestra aventura.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

morfosis, como personas que se cambian en tostadoras o perros en cepillos de dientes. Somos capaces de introducir el 'tiempo' sólo porque los cambios secuenciales que observamos son muy restringidos. Si la naturaleza no fuera reproducible, no se podría utilizar el tiempo. En resumen, el determinismo expresa la observación de que *las modificaciones secuenciales están restringidas a una sola posibilidad*.

Desafío 430 s

Dado que el determinismo está conectado al uso de la noción del tiempo, surgen nuevas preguntas cada vez que el concepto de tiempo cambia, como ocurre en la relatividad especial, en la relatividad general, y en la física teórica de alta energía. Hay un montón de diversión por delante.

En resumen, toda descripción de la naturaleza que utiliza el concepto de tiempo, tal como por ejemplo la de la vida cotidiana, la de la física clásica y la de la mecánica cuántica, es intrínseca e inevitablemente determinista, ya que conecta las observaciones del pasado y el futuro, eliminando las alternativas. Dicho en pocas palabras,

▷ El uso del tiempo implica el determinismo, y viceversa.

Al extraer conclusiones metafísicas, como es tan popular hoy en día cuando se habla de la teoría cuántica, uno nunca debe olvidar esta relación. ¡Quien utiliza los relojes pero niega el determinismo está alimentando una doble personalidad!* El futuro está determinado.

Vol. V, página ??

El libre albedrío

> Usted tiene la capacidad de sorprenderse a sí mismo.
>
> Richard Bandler y John Grinder

La idea de que el movimiento está determinado a menudo produce temor, porque se nos enseña a asociar el determinismo con la falta de libertad. Por otro lado, nosotros experimentamos la libertad en nuestras acciones y lo llamamos *libre albedrío*. Sabemos que es necesario para nuestra creatividad y para nuestra felicidad. Luego parece que el determinismo se opone a la felicidad.

Pero ¿qué es con precisión el libre albedrío? Mucha tinta ha corrido tratando de encontrar una definición precisa. Uno puede tratar de definir el libre albedrío como la libertad de elección de las condiciones iniciales. Sin embargo, las condiciones iniciales deben, ellas mismas, resultar de las ecuaciones de evolución, de modo que, de hecho, no hay libertad en su elección. Uno puede tratar de definir el libre albedrío desde la idea de lo impredecible, y de propiedades similares, como la no computabilidad. Pero estas definiciones se enfrentan al mismo problema simple: cualquiera que sea la definición, *no hay manera* de demostrar experimentalmente que la acción se llevó a cabo libremente. Las posibles definiciones son inútiles. Brevemente, dado que el libre albedrío no puede ser definido, el libre albedrío *no puede* ser observado. (Los psicólogos también tienen una gran cantidad de datos propios para apoyar esto, pero eso es otro tema.)

Ningún proceso *gradual* – por oposición a *instantáneo*- puede deberse al libre albedrío; los procesos graduales son descritos por el tiempo y son deterministas. En este sentido, la pregunta sobre el libre albedrío se convierte en una pregunta acerca de la

* Aunque eso puede ser muy divertido.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

existencia de cambios repentinos en la naturaleza. Este será un tema recurrente en el resto de este paseo. ¿Puede sorprendernos la naturaleza? En la vida cotidiana, la naturaleza no lo hace. No se observan cambios repentinos. Por supuesto, todavía tenemos que investigar esta cuestión en otros ámbitos, en el de lo muy pequeño y en el de lo muy grande. De hecho, vamos a cambiar nuestra opinión varias veces, pero las conclusiones permanecen.

La ausencia de sorpresas en la vida cotidiana está asentada profundamente en nuestra naturaleza: la evolución ha desarrollado la curiosidad porque todo lo descubierto será útil después. Si la naturaleza continuamente nos sorprendiera, la curiosidad no tendría ningún sentido.

Muchas observaciones contradicen la existencia de sorpresas: en el comienzo de nuestra caminata definimos el tiempo utilizando la continuidad del movimiento; más adelante expresamos esto diciendo que el tiempo es una consecuencia de la conservación de la energía. La conservación es lo contrario de la sorpresa. Por cierto, un desafío sigue pendiente: ¿Puede demostrar que el tiempo no sería definible incluso si las sorpresas existieran sólo en *raras ocasiones*?. Desafío 431 s

De modo sucinto, hasta ahora no tenemos ninguna evidencia de que existan sorpresas en la naturaleza. Existe el tiempo porque la naturaleza es determinista. El libre albedrío no puede ser definido con la precisión requerida por la física. Dado que no hay cambios instantáneos, sólo hay una definición coherente del libre albedrío: es una *sensación*, en particular, de independencia respecto a los demás, de independencia en relación al temor y de aceptación de las consecuencias de nuestras acciones.* El libre albedrío es un extraño nombre para un sentimiento de satisfacción. Esto resuelve la aparente paradoja; el libre albedrío, siendo una impresión, existe como una experiencia humana, a pesar de que todos los objetos se mueven sin ninguna posibilidad de elección. No hay ninguna contradicción. Ref. 188

Incluso si la acción humana está determinada, todavía es auténtica. ¿Por qué es el determinismo tan aterrador? Esa es una pregunta que todos tienen que preguntarse a sí mismos. ¿Qué diferencia implica el determinismo para su vida, para las acciones, las decisiones, las responsabilidades y los placeres que encuentre?** Si la conclusión es que ser determinado es diferente de ser libre, ¡debe cambiar su vida! El miedo al determinismo generalmente se debe a la negativa a tomar el mundo tal como es. Paradójicamente, es precisamente aquel que insiste en la existencia del libre albedrío quien está buscando escapar de sus responsabilidades. Ref. 189 Desafío 433 e

* Que el libre albedrío es una sensación también puede ser confirmado mediante una cuidadosa introspección. La idea del libre albedrío siempre aparece *después* de iniciar una acción. Es una hermosa experiencia sentarse en un entorno tranquilo, con la intención de hacer, dentro de un número no especificado de minutos, un pequeño gesto, como el cierre de una mano. Si se observa con cuidado, con todo detalle, lo que sucede dentro de ti alrededor del mismo momento de la decisión, encontrará ya sea un mecanismo que condujo a la decisión, o una difusa, incierta neblina. Usted nunca encontrará libre albedrío. Este experimento es una hermosa manera de experimentar profundamente las maravillas del yo. Experiencias de este tipo también podría ser uno de los orígenes de la espiritualidad humana, ya que muestran la conexión que todo el mundo tiene con el resto de la naturaleza. Desafío 432 e

** Si las 'leyes' de la naturaleza son deterministas, ¿están en contraste con la moral o la ética? ¿La gente puede seguir siendo responsable por sus acciones? Desafío 434 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

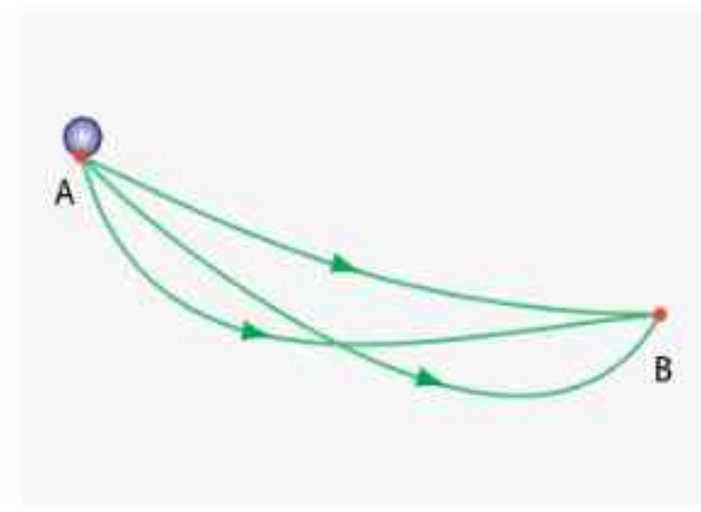


FIGURA 182 ¿Qué forma de carril permite que la piedra negra se deslice con mayor rapidez desde el punto A hasta el punto más bajo B?

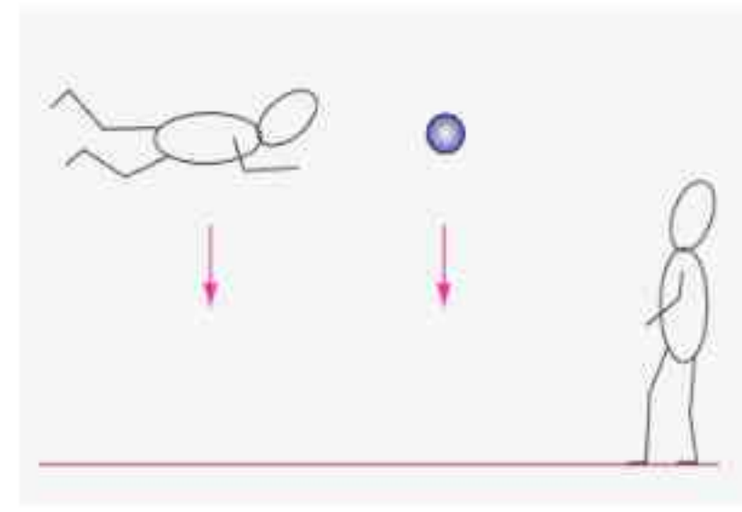


FIGURA 183 ¿Puede describir el movimiento de una manera común a todos los observadores?

Resumen de predictibilidad

A pesar de las dificultades para predecir los casos específicos, todo el movimiento que encontramos hasta ahora es determinista y previsible. Incluso la fricción es predecible, en principio, si tenemos en cuenta los detalles microscópicos de la materia.

Brevemente, la mecánica clásica afirma que el futuro está determinado. De hecho, este es el caso para *todos* los movimientos en la naturaleza, incluso en el dominio de la teoría cuántica y la relatividad general.

El movimiento es predecible. Esto no es un resultado sorprendente. Si el movimiento no fuera predecible, no podríamos haber introducido el concepto de 'movimiento' y 'tiempo' en primer lugar. Solamente se puede hablar y pensar sobre el movimiento porque éste es predecible.

De la predictibilidad a las descripciones globales del movimiento

« Πλεῖν ἀνάγκε, ζῆν οὐκ ἀνάγκη.* »

Pompeyo

Los físicos pretenden hablar de movimiento con la máxima precisión posible. La previsibilidad es un aspecto de la precisión. La más alta predictibilidad - y por lo tanto la más alta precisión - es posible cuando el movimiento se describe lo más globalmente posible.

Por toda la Tierra - incluso en Australia - la gente observa que las piedras caen 'hacia abajo'. Esta observación ancestral llevó al descubrimiento de la 'ley' de la gravitación universal. Para encontrarla, todo lo que se precisaba era buscar una descripción de la gravedad que fuera válida *a nivel general, en todo el universo*. La única observación adicional que necesitaba ser reconocida a fin de deducir el resultado $a = GM/r^2$ es la variación de la gravedad con la altura.

En pocas palabras, pensar *globalmente* nos ayuda a hacer que nuestra descripción del movimiento sea más precisa y nuestras predicciones más útiles. ¿Cómo podemos describir el movimiento de la manera más globalmente posible? Resulta que existen seis

* Navigare necesse, vivere non necesse. 'Navegar es necesario, vivir no.' Gneo Pompeyo Magno (106–48 C.) es citado de esta manera por Plutarco (*c.* 45 hasta *c.* 125).

Ref. 190

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

enfoques para esta cuestión, cada una de las cuales serán de gran ayuda en nuestro camino a la cima de la Montaña de Movimiento. En primer lugar, damos una visión general y, a continuación, exploraremos los detalles de cada enfoque.

1. *principios de acción* o *principios variacionales*, la primera aproximación global al movimiento, surge cuando superamos una limitación de lo que hemos aprendido hasta ahora. Cuando predecimos el movimiento de una partícula a partir de su aceleración en ese momento mediante una ecuación de evolución, estamos utilizando la descripción de movimiento más *local* posible. Por ejemplo, cada vez que utilizamos una ecuación de evolución, utilizamos la aceleración de una partícula en un determinado lugar y tiempo para determinar su posición y el movimiento *justo después* de ese momento, y *en las inmediaciones* de ese lugar. Por tanto, las ecuaciones de evolución tienen un 'horizonte' mental de radio cero.

Página 254

La aproximación opuesta a las ecuaciones de evolución son los principios variacionales. Un famoso ejemplo se ilustra en la Figura 182. El reto es encontrar el camino que permita el movimiento de deslizamiento más rápido posible desde un punto alto a un punto más bajo distante. La ruta buscada es la *braquistócrona*, del Griego antiguo para 'menor tiempo'. Este rompecabezas pregunta acerca de una propiedad del movimiento en su conjunto, para *todos los tiempos y posiciones*. El enfoque global requerido por cuestiones como ésta nos llevará a una descripción del movimiento que es simple, precisa y fascinante: el llamado principio de la *pereza cósmica*, también conocido como el principio de *mínima acción*.

Desafío 435 d

2. *Relatividad*, el segundo enfoque global de movimiento, surge cuando comparamos las diferentes descripciones de un mismo sistema proporcionados por *todos los posibles observadores*. Por ejemplo, las observaciones de alguien que cae de un acantilado - como se muestra en la Figura 183 -, de un pasajero en una montaña rusa, y de un observador en tierra por lo general serán diferentes. Las relaciones entre estas observaciones, las llamadas *transformaciones de simetría*, nos llevan a una descripción global, válida para todo el mundo. Este enfoque nos conducirá a las teorías especial y general de Einstein sobre la relatividad.

3. *Mecánica de cuerpos extensos y rígidos*, en lugar de masas puntuales, se requiere entender a los objetos, plantas y animales de la vida cotidiana. Para tales cuerpos, queremos comprender cómo se mueven *todas sus partes*. A modo de ejemplo, el resultado contra-intuitivo del experimento en la Figura 184 muestra por qué este argumento merece la pena. La rueda que gira rápidamente suspendida en sólo un extremo del eje permanece casi horizontal, pero gira lentamente alrededor de la cuerda.

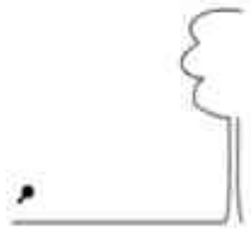
Desafío 436 e

Para el diseño de máquinas, es esencial entender cómo un grupo de cuerpos rígidos interactúan entre sí. Por ejemplo, tomemos la vinculación Peaucellier-Lipkin que se muestra en la Figura 185. Una articulación F se fija en la pared. Dos vástagos móviles llevan a dos esquinas opuestas de un rombo móvil, cuyas varillas conectan con las otras dos esquinas C y P. Este mecanismo tiene varias propiedades sorprendentes. En primer lugar, define implícitamente un círculo de radio R de modo que uno siempre tiene la relación $r_C = R^2/r_P$ entre las distancias de las esquinas C y P al centro de este círculo. Esto se viene llamando la *inversión en un círculo*. ¿Puede encontrar este círculo especial? En segundo lugar, si se pone un lápiz en la esquina P , y dejamos que

Ref. 191

Desafío 437 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



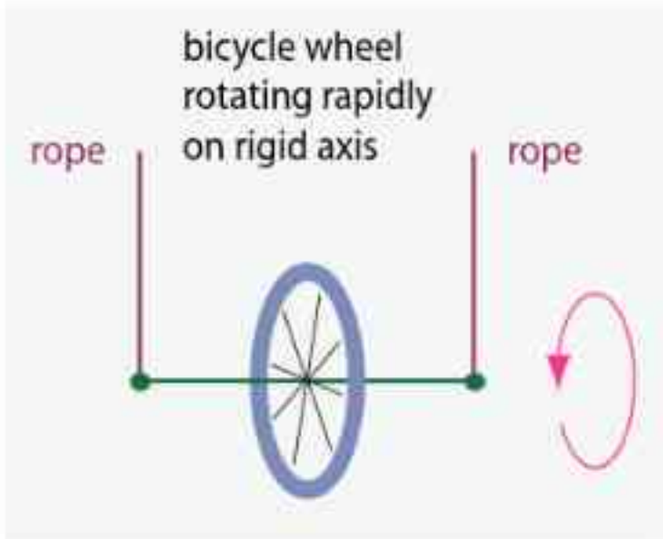


FIGURA 184 ¿Qué sucede cuando se corta una cuerda?

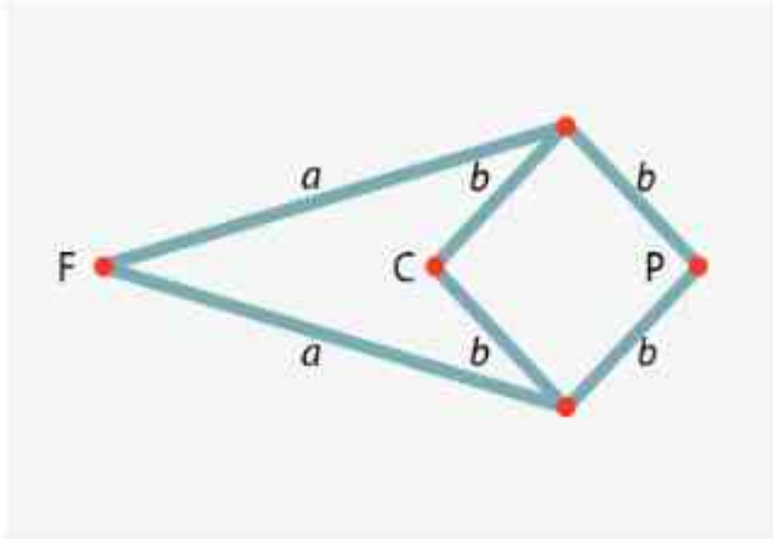


FIGURA 185 Un mecanismo famosa, la *vinculación Peaucellier-Lipkin*, que consiste en una barra (gris) y unas juntas o bisagras (rojo), que permite trazar una línea recta con un compás: fije un punto F, ponga un lápiz en la junta P y mueva C con un compás a lo largo de un círculo.

el nudo C siga un cierto círculo, el lápiz P dibuja una línea recta. ¿Puede encontrar ese círculo? Así pues, el mecanismo permite trazar una línea *recta* con la ayuda de un compás.

Desafío 438 s

Otro famoso desafío de máquinas es diseñar una carreta de madera, con ruedas dentadas que conectan las ruedas a una flecha, con la propiedad de que, cualquiera sea el camino que tome el carro, la flecha siempre apunte al sur (Figura 187). La solución a este enigma será útil incluso para ayudar a comprender la relatividad general, como veremos más adelante. Tal carro permite la medida de la curvatura de una superficie y del espacio. Figura 187

Ref. 192

Desafío 439 d

Otra importante pieza de máquina es el *diferencial de la caja de cambio*. Sin él, los coches no podrían trazar las curvas de la carretera. ¿Podría explicárselo a sus amigos?

Desafío 440 e

Hasta la naturaleza utiliza piezas de máquinas. En 2011, se encontraron en una articulación de un escarabajo picudo, *Trigonopterus oblongus*, tornillos y tuercas. En 2013 se descubrió el primer ejemplo de *engranajes* biológicos: en jóvenes Fulgoromorfos de la especie *Isos coleoptratus*, las ruedas dentadas aseguran el salto de las dos patas posteriores en sincronía. La Figura 186 muestra algunos detalles. Usted puede disfrutar de los videos en este descubrimiento disponibles en www.youtube.com/watch?v=Q8fyUOxD2EA.

Ref. 193

Otro ejemplo interesante de movimiento rígido es la forma en que se mueven los humanos, tales como los movimientos generales de un brazo que se componen de un pequeño número de movimientos básicos. Todos éstos son ejemplos del cautivador campo de la ingeniería; por desgracia, tendremos poco tiempo para explorar este tema en nuestra caminata.

Ref. 195

4. *Mecánica de medios continuos.* El siguiente enfoque global del movimiento es la descripción de los *cuerpos extensos no rígidos*. Por ejemplo, la *mecánica de fluidos* estudia el flujo de fluidos (como la miel, el agua o el aire) en torno a los cuerpos sólidos (como cucharas, barcos, velas o alas). El objetivo es comprender cómo *todas las partes*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

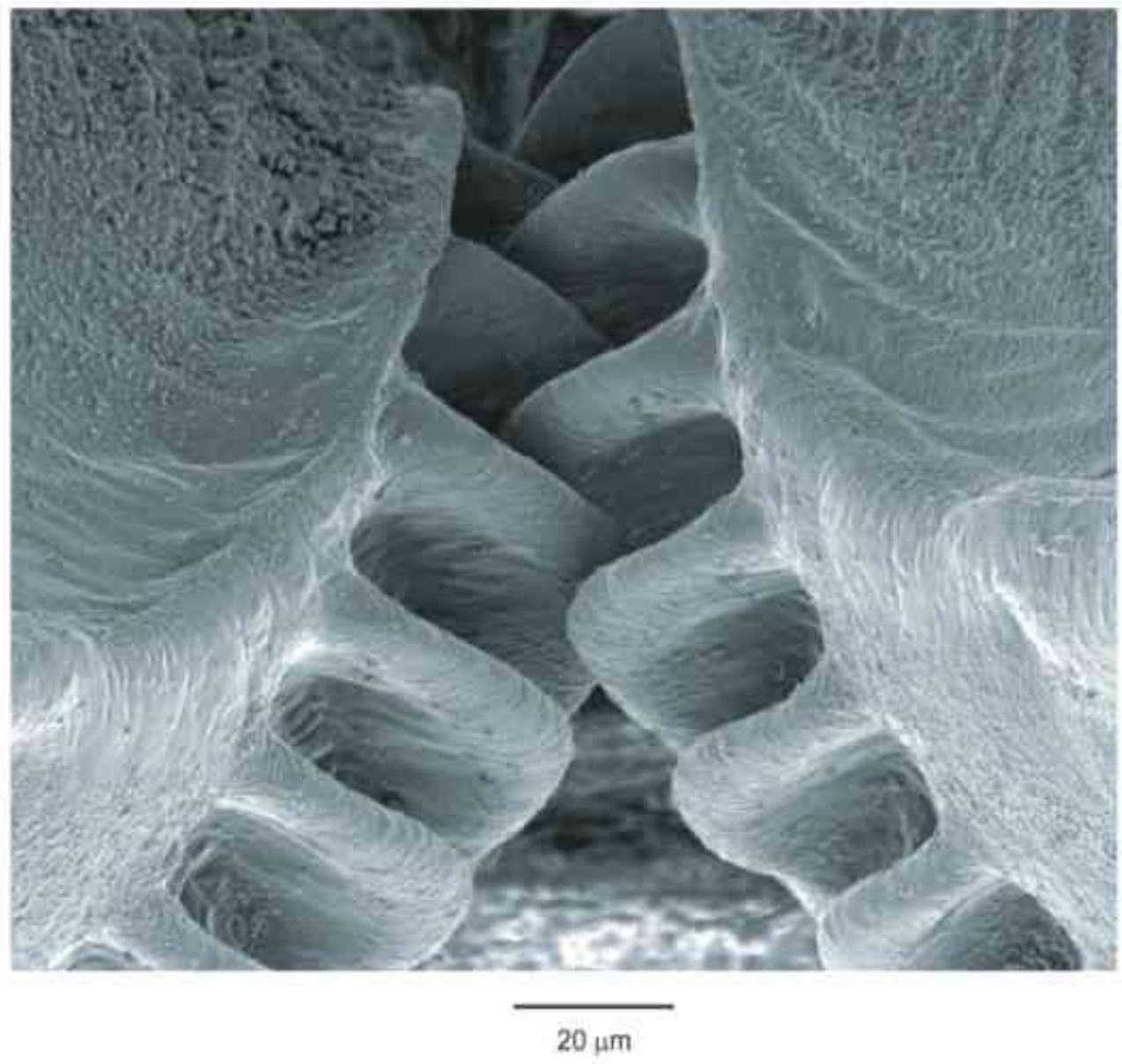


FIGURA 186 Los engranajes encontrados en jóvenes Fulgoromorpha (tipo de insecto). (© Malcolm Burrows).

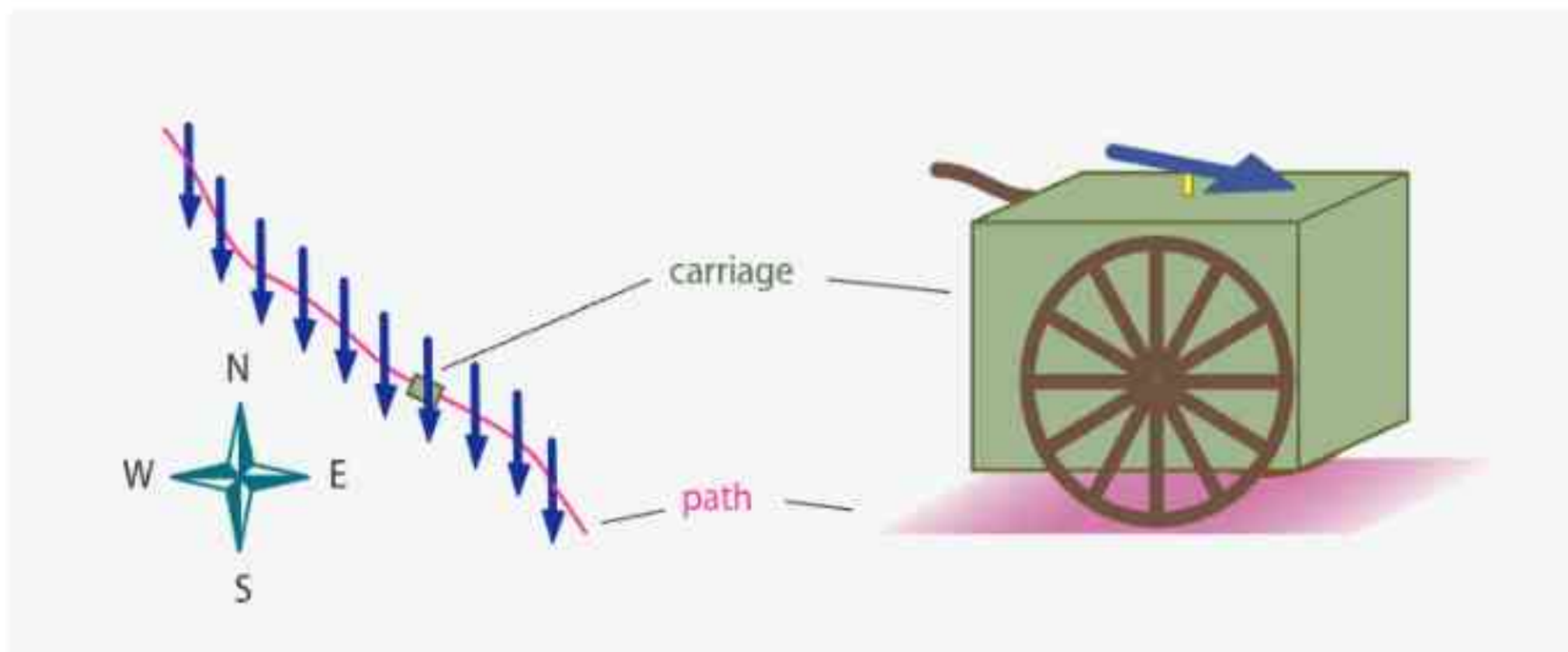


FIGURA 187 Un carruaje que señala al sur: cualquiera que sea el camino que sigue, la flecha en él siempre apunta al sur.

del fluido se mueven. La mecánica de fluidos intenta, pues, explicar cómo vuelan los insectos, los pájaros y los aviones,* por qué los veleros pueden navegar contra el vien-

* Los mecanismos de vuelo de los insectos siguen siendo un tema de investigación activa. Tradicionalmente, la dinámica de fluidos se ha concentrado en los grandes sistemas, como botes, barcos y aviones. En efecto, el objeto más pequeño hecho por el hombre que puede volar de forma controlada - por ejemplo, un avión controlado por radio o helicóptero - es mucho más grande y más pesado que muchos objetos voladores que la evolución ha diseñado. Resulta que el control del vuelo de las cosas pequeñas requiere más conocimientos y más trucos que controlar el vuelo de las cosas grandes. Hay más información sobre este tema en página ?? en el Volumen V.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

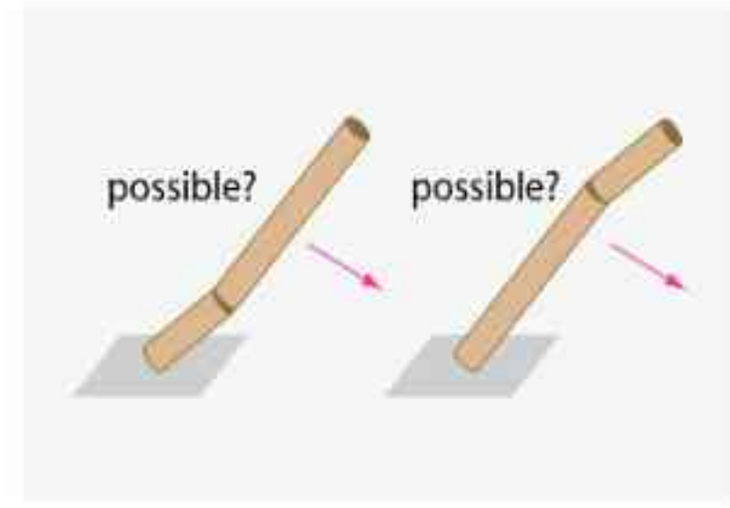


FIGURA 188 ¿Cómo y dónde se rompe una chimenea de ladrillo que cae?

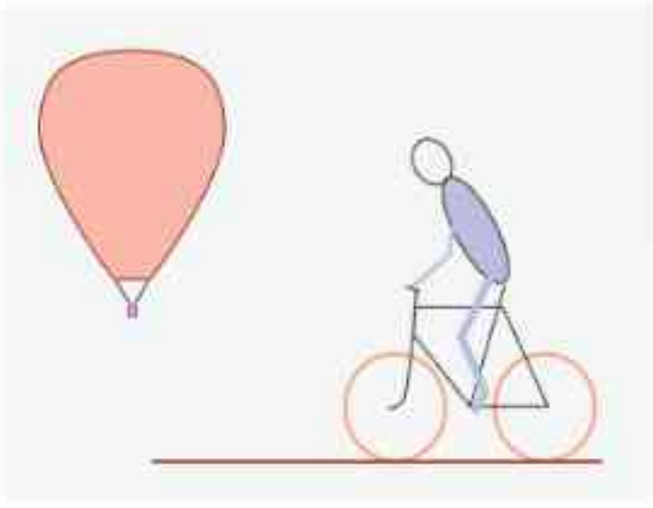


FIGURA 189 Por qué permanecen inflados los globos de aire caliente? ¿Cómo se puede medir el peso de un ciclista utilizando sólo una regla?

FIGURA 190 ¿Por qué las margaritas - o margaritas de ojo de buey, *Leucanthemum vulgare* - por lo general tienen alrededor de 21 pétalos (izquierda y centro) o alrededor de 34 (derecha)? © Anónimo, Giorgio Di Iorio y Thomas Lüthi)

Ref. 196
Desafío 441 s

to, qué sucede cuando se hace girar un huevo duro en una capa delgada de agua, o cómo una botella de vino llena, puede ser vaciada del modo más rápido posible.

Además de los fluidos, podemos estudiar el comportamiento de los *sólidos deformables*. Esta área de investigación se llama *mecánica de medios continuos*. Trata de las deformaciones y oscilaciones de las estructuras extensas. Busca explicar, por ejemplo, por qué las campanas se hacen con formas particulares; cómo se rompen cuando están bajo tensión tanto los cuerpos grandes- por ejemplo, las chimeneas que caen

Desafío 442 s

como la que se muestra en Figura 188 - cómo los cuerpos pequeños – por ejemplo, los diamantes; y cómo los gatos pueden darse la vuelta ellos mismos a la posición adecuada cuando caen. Durante el transcurso de nuestro viaje nos encontraremos repetidamente cuestiones de este dominio, que afectan incluso a la relatividad general y el mundo de las partículas elementales.

5. *Mecánica estadística* es el estudio del movimiento de *un número colosal de partículas*. La mecánica estadística es el quinto enfoque global para el estudio del movimiento. Los conceptos necesarios para describir los gases, tales como la temperatura, la entropía y la presión (ver Figura 189), son herramientas esenciales de esta disciplina. Ellos nos ayudan a entender por qué algunos procesos en la naturaleza no ocurren al revés. Estos conceptos también nos ayudarán a dar nuestros primeros pasos hacia la comprensión de los agujeros negros.

6. El último enfoque global de movimiento, la *auto-organización*, involucra *al mismo*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

tiempo a todos los puntos de vista antes mencionados. Dicho enfoque se necesita para entender la experiencia cotidiana y *la vida* misma. ¿Por qué una flor forma un número específico de pétalos, como se muestra en la Figura 190? ¿Cómo se diferencia un embrión en el seno materno? ¿Qué hace que nuestros corazones latan? ¿Cómo surgen las cordilleras montañosas y los patrones de nubes? ¿Cómo evolucionan las estrellas y las galaxias? ¿Cómo forma el viento las olas del mar? How are sea waves formed by the wind?

Todos estos fenómenos son ejemplos de procesos de *auto-organización*; los biólogos simplemente hablan de procesos de *crecimiento*. Como quiera que los llamemos, todos estos procesos se caracterizan por la aparición espontánea de patrones, formas y ciclos. Tales procesos son un tema común de investigación en muchas disciplinas, como la biología, la química, la medicina, la geología y la ingeniería.

Ahora vamos a dar una corta introducción a estos seis enfoques globales para el movimiento. Vamos a comenzar con el primer enfoque, es decir, la descripción global de movimiento de cuerpos, asimilados a puntos, utilizando un principio variacional. Este hermoso método para describir, comprender y prever el movimiento fue el resultado de varios siglos de esfuerzo colectivo, y es el punto culminante de la física Galileana. Los principios variacionales también proporcionan la base para todos los otros enfoques globales que acabamos de mencionar y para todas los otras descripciones del movimiento que exploraremos después.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 8

Medida del cambio con la acción

El movimiento puede ser descrito mediante números. Tome una simple partícula que se mueve. La expresión $(x(t), y(t), z(t))$ describe cómo, durante su movimiento, la posición cambia con el tiempo. Esta descripción se completa diciendo cómo cambia su velocidad $(v_x(t), v_y(t), v_z(t))$ con el tiempo. El darse cuenta de que estas dos expresiones se pueden utilizar para describir la trayectoria y el comportamiento de una partícula en movimiento fue un hito en el desarrollo de la física y la matemática moderna.

El siguiente hito de la física moderna se logra al responder a una pregunta corta pero
Página 22 difícil. Si el movimiento es un tipo de *cambio*, como ya dijeron los antiguos griegos,

▷ ¿cómo podemos *medir* la cantidad de cambio?

A los físicos les llevó casi dos siglos de intentos desvelar la manera de medir el cambio. El cambio también puede ser descrito con números. En realidad, el cambio puede ser medido por un solo número. Como resultado de la larga investigación, la cantidad que mide el cambio tiene un nombre extraño: Se le llama *acción (física)*,** generalmente abreviado *S*. Para recordar la relación de la 'acción' con el cambio, sólo piense en una película de Hollywood: cuando hay mucha acción significa que hay una gran cantidad de cambios.

La introducción de la acción física como una medida del cambio es importante, ya que proporciona la primera y más útil descripción *global* de movimiento. De hecho, ahora estamos listos para definir la acción.

Imagine que toma dos fotos instantáneas de un sistema en diferentes momentos. ¿Cómo puedes definir la cantidad de cambio que se produjo entre ambos momentos? ¿Cuándo cambian mucho las cosas, y cuándo cambian sólo un poco? En primer lugar, un sis-

** Tenga en cuenta que esta 'acción' no es la mismo que la 'acción' que aparecen en afirmaciones como 'toda acción tiene una reacción igual y opuesta'. Este último uso, acuñado por Newton para ciertas fuerzas, no se ha mantenido; por lo tanto, el término ha sido reciclado. Después de Newton, el término 'acción' fue utilizado por primera vez con un sentido intermedio, antes de que finalmente se le diera el significado moderno usado aquí. Este significado moderno es el único sentido utilizado en este texto.

Otro término que se ha reciclado es el "principio de mínima acción". En los viejos textos solía tener un significado diferente del que tiene en este capítulo. Hoy en día, se refiere a lo que solía ser llamado el *principio de Hamilton* en el mundo anglosajón, a pesar de que (en su mayoría) es debido a otros, especialmente Leibniz. Los antiguos nombres y significados están cayendo en desuso y no se mantendrán aquí.

Detrás de estos cambios en la terminología hay una larga historia de dos siglos de un intenso y prolongado intento de describir el movimiento con el llamado *extremo* o *principios variacionales*: el objetivo era completar y mejorar la labor iniciada por Leibniz. Estos principios son sólo de interés histórico hoy, porque
Ref. 197 todos son casos especiales del principio de mínima acción que se describe aquí.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 191 Giuseppe Lagrangia/Joseph Lagrange (1736–1813).

FIGURA 192 La acción física mide el cambio: un ejemplo de proceso con un gran valor de acción (© Christophe Blanc).

tema con *muchas* partes móviles muestra *una gran cantidad* de cambios. Así que parece lógico que la acción de un sistema compuesto de subsistemas independientes debe ser la *suma* de las acciones de estos subsistemas.

En segundo lugar, los sistemas con *alta energía* o velocidad, tales como las explosiones que se muestran en la Figura 192, muestran un cambio más grande que los sistemas a baja energía o velocidad. De hecho, hemos introducido la energía como la cantidad que mide cuánto cambia un sistema con el tiempo.

Página 121

En tercer lugar, el cambio, a menudo - pero no siempre - *se acumula con el tiempo*; en otros casos, el cambio reciente puede compensar el cambio anterior, como en un péndulo, cuando el sistema puede retornar al estado original. El cambio puede por lo tanto aumentar o disminuir con el tiempo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

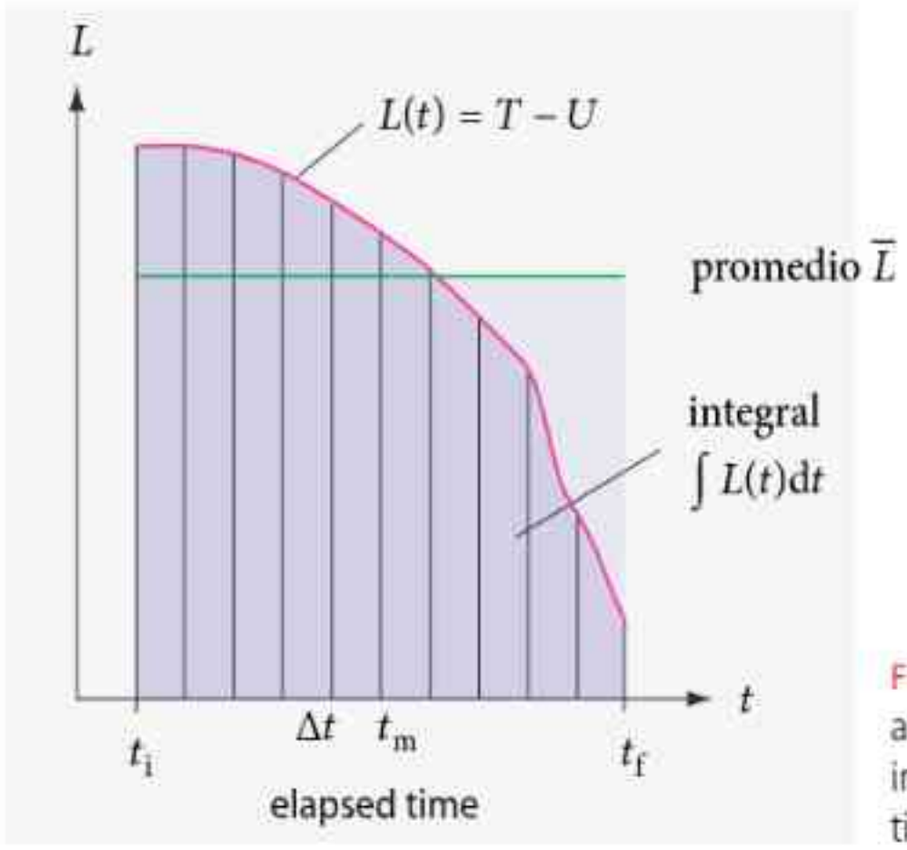


FIGURA 193 Definición de un cambio total o acción física como una acumulación (adición o integral) de pequeños cambios o acciones en el tiempo (simplificado para mayor claridad).

Por último, para un sistema en el que el movimiento se *almacena*, se *transforma* o se *transfiere* de un subsistema a otro, especialmente cuando se almacena la energía cinética o cambia a energía potencial, el cambio *disminuye con el tiempo*.

Todas las propiedades mencionadas, tomadas en conjunto, implican que:

▷ la medida natural del cambio es la diferencia media entre la energía cinética y potencial multiplicada por el tiempo transcurrido.

Esta cantidad tiene todas las propiedades adecuadas: es la suma de las cantidades correspondientes a todos los subsistemas si éstos son independientes; por lo general, aumenta
Desafío 443 e con el tiempo; y disminuye si el sistema transforma movimiento en energía potencial.

Así, la *acción* (física) S, que mide el cambio en un sistema (físico) V, se define como

$$S = \overline{L}\,\Delta t = \overline{T-U}\,(t_f - t_i) = \int_{t_i}^{t_f} (T-U)\,\mathrm{d}t = \int_{t_i}^{t_f} L\,\mathrm{d}t\,, \qquad (72)$$

Página 200 donde T representa la energía cinética, U la energía potencial que ya conocemos, L es la diferencia entre ellas, y la barra superior indica su valor medio en un intervalo de tiempo. La cantidad L se llama la *(función) Lagrangiana* o del sistema,* describe lo que se está agregando en el transcurso del tiempo, cada vez que las cosas cambian. El signo $\int$ es una 'S' alargada, por suma, y se pronuncia 'integral de'. En términos intuitivos designa la operación (denominada *integración*) de sumar los valores de una cantidad que varía en intervalos infinitesimales de tiempo dt. Los tiempos iniciales y finales se escriben debajo

* Lleva el nombre de Giuseppe Lodovico Lagrangia (b. 1736 Turín, d. 1813 París), más conocido como Joseph Louis Lagrange. Él fue el matemático más importante de su tiempo; comenzó su carrera en Turín, luego trabajó durante 20 años en Berlín, y finalmente durante 26 años en París. Entre otras cosas, trabajó en la teoría de números y la mecánica analítica, donde desarrolló la mayor parte de las herramientas matemáticas utilizadas hoy en día para los cálculos en la mecánica clásica y la gravitación clásica. Él los aplicó con éxito a muchos movimientos observados en el sistema solar.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 31 Algunos valores de acción para los cambios y procesos ya sean observados o imaginados.

Sistema y proceso	Valor aproximado de la acción
El mínimo cambio de acción medible	$1{,}1 \cdot 10^{-34}$ Js
Luz	
Mínimo ennegrecimiento de una película fotográfica	$< 10^{-33}$ Js
Flash fotográfico	*c.* 10^{-17} Js
Electricidad	
Electrón expulsado de un átomo o molécula	*c.* 10^{-33} Js
El flujo de corriente en un rayo	*c.* 10^{4} Js
Mecánica y materiales	
Separar dos átomos vecinos de hierro	*c.* 10^{-33} Js
Romper una barra de hierro	*c.* 10^{1} Js
Árbol doblado por el viento de un lado a otro	*c.* 500 Js
Hacer desaparecer un conejo blanco por magia 'real'	*c.* 100 PJs
Ocultar un conejo blanco	*c.* 0,1 Js
Choque de coches	*c.* 2 kJs
Detener un coche en marcha en una abrir y cerrar de ojos	*c.* 20 kJs
Elevarse (levitar) usted mismo durante un minuto a 1 m	*c.* 40 kJs
Grandes terremotos	*c.* 1 PJs
Hacer desaparecer un coche en marcha en un abrir y cerrar de ojos	*c.* 1 ZJs
Amanecer	*c.* 0,1 ZJs
Química	
Colisión de un átomo en un líquido a temperatura ambiente	*c.* 10^{-33} Js
Oler una molécula	*c.* 10^{-31} Js
Quema de combustible en un cilindro del motor de un coche medio	*c.* 10^{4} Js
Vidrio sostenido frente a vidrio caído	*c.* 0,8 Js
Vida	
Molécula de aire que golpea el tímpano	*c.* 10^{-32} Js
Fecundación del óvulo	*c.* 10^{-20} Js
División celular	*c.* 10^{-15} Js
Aleteo de la mosca de la fruta	*c.* 10^{-10} Js
Apertura de la flor en la mañana	*c.* 1 nJs
Enrojecer las mejillas	*c.* 10 mJs
Máximo cambio cerebral en un minuto	*c.* 5 Js
Persona que camina la longitud del cuerpo	*c.* 10^{2} Js
Nacimiento	*c.* 2 kJs
Cambio debido a la vida humana	*c.* 1 EJs
Núcleos, estrellas y demás	
Una única reacción de fusión nuclear en una estrella	*c.* 10^{-15} Js
Estallido de rayos gamma en una gran explosión	*c.* 10^{46} Js
Universo después de que haya transcurrido un segundo	indefinido e indefinible

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

y por encima del símbolo de integración, respectivamente. La Figura 193 ilustra la idea: la integral es simplemente el tamaño de la zona oscura debajo de la curva $L(t)$.

Matemáticamente, la integral de la Lagrangiana, es decir, de la curva de $L(t)$, se define como

Desafío 444 s

$$\int_{t_i}^{t_f} L(t)\,\mathrm{d}t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{m=i}^{f} L(t_m)\Delta t = \overline{L} \cdot (t_f - t_i)\,. \qquad (73)$$

En otras palabras, la *integral* es el límite de la suma de las áreas de las tiras rectangulares individuales que aproximan la función, cuando los segmentos de tiempo se hacen cada vez más pequeños. Dado que el signo $\sum$ también significa una suma, y puesto que un Δt infinitesimal se escribe $\mathrm{d}t$, podemos entender la notación utilizada para la integración. La integración es una suma de todas las rebanadas. La notación fue desarrollada por Gottfried Wilhelm Leibniz para subrayar precisamente este punto. Físicamente hablando, la integral del Lagrangiano mide el *efecto* total que L acumula con el tiempo. De hecho, a la acción se le llama 'efecto' en algunos idiomas, como el alemán. El efecto que se acumula es el *cambio total* en el sistema. En resumen,

▷ La integral de la Lagrangiana, la acción, mide el cambio total que ocurre en un sistema.

La acción física es el cambio total. La acción, o cambio, es la integral de la función de Lagrange en un intervalo de tiempo, dicha función mide el cambio total que se produce en un sistema. La unidad de acción, y por lo tanto del cambio, es la unidad de energía (el Joule) multiplicada por la unidad de tiempo (el segundo).

▷ El cambio se mide en Js.

Un valor alto de la acción significa un gran cambio. La Tabla 31 muestra algunos valores de acción observados en la naturaleza. Para entender la definición de la acción con más detalle, vamos a comenzar con el caso más simple: un sistema para el cual la energía potencial es cero, tal como una partícula que se mueve libremente. Obviamente, cuanto mayor es la energía cinética, más cambio hay en un tiempo dado. Además, si observamos la partícula en dos instantes dados, a mayor distancia entre los dos puntos, mayor cambio. El cambio de una partícula libre se acumula con el tiempo. Esto es lo que se esperaba.

A continuación, exploraremos el movimiento de una sola partícula desplazándose en un potencial. Por ejemplo, una piedra que cae pierde energía potencial a cambio de una ganancia de energía cinética. Cuanta más energía potencial se almacena, menos cambio hay. De ahí el signo menos en la definición de L. Si exploramos una partícula que primero se lanza en el aire y luego cae, la curva para $L(t)$ primero está por debajo del eje de abcisas (tiempo), y luego por arriba. Subrayemos que la definición de integración hace que contemos la superficie gris *por debajo* del eje de tiempo de forma *negativa*. El cambio puede por lo tanto ser negativo, y se compensa, como habíamos previsto, con un cambio posterior.

Para cuantificar el cambio en un sistema formado por varios componentes indepen-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 194 El mínimo de una curva tiene una pendiente nula.

dientes, simplemente sumamos todas las energías cinética y restamos todas las energías potenciales. Esta técnica nos permite definir acciones para gases, líquidos y materiales sólidos. Aún cuando si los componentes interactúan, siempre obtenemos un resultado razonable. En resumen, la acción es una cantidad *aditiva*.

Así, la acción física mide, con un solo número, el cambio observado en un sistema entre dos instantes de tiempo. La acción, o cambio, se mide en Js. La acción física cuantifica el cambio de un proceso físico. Esto es válido para *todas* las observaciones, es decir, para todos los sistemas y para todos los procesos: una explosión, una caricia o un cambio de color en una pantalla de ordenador. Vamos a descubrir más adelante que describir el cambio con un solo número también es posible en la relatividad y la teoría cuántica. *Cualquier* cambio, ya sea de transporte, transformación o crecimiento, que ocurra en cualquier sistema de la naturaleza se puede medir con un solo número.

El principio de mínima acción

> El optimista piensa que éste es el mejor de los mundos posibles y el pesimista es consciente de eso.
>
> Robert Oppenheimer

Ahora tenemos una medida precisa del cambio que, como acabamos de ver, permite una descripción simple, global y de gran alcance del movimiento. En la naturaleza, el cambio que ocurre entre dos instantes es siempre el *más pequeño* posible.

▷ *En la naturaleza, la acción es mínima.*

Esta es la esencia del famoso *principio de mínima acción*. Ello es válido para cualquier ejemplo de movimiento.* De todos los movimientos posibles, la naturaleza siempre elige aquel para el cual el cambio es *mínimo*. Estudiemos algunos ejemplos.

En el caso elemental de una partícula libre, cuando no hay potenciales involucrados,

* De hecho, en algunas situaciones macroscópicas la acción puede ser un punto de silla, de modo que la forma cursi del principio es que la acción es 'estacionaria'. En contraste con lo que se oye a menudo, la acción *nunca* es un máximo. Por otro lado, para movimientos en pequeñas escalas (infinitesimales), la acción es siempre un mínimo. La condición matemática de anulación de la variación, se indica a continuación, incluye todos estos detalles. Ref. 198

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

el principio de la mínima acción implica que la partícula se mueve en línea *recta* con velocidad *constante*. Todos los demás caminos conducirían a acciones más grandes. ¿Puede verificar esto?

Desafío 445 e

Cuando la gravedad está presente, una piedra lanzada vuela a lo largo de una parábola (o más precisamente, a lo largo de una elipse), ya que cualquier otra ruta, por ejemplo, una en el que la piedra realice un bucle en el aire, implicaría una acción *más grande*. Nuevamente es posible que desee comprobar esto por sí mismo.

Desafío 446 e

Todas las observaciones apoyan esta afirmación simple y básica: las cosas siempre se mueven de una manera que produce el menor valor posible para la acción. Esta afirmación se aplica a la ruta completa y para cualquiera de sus segmentos. Bertrand Russell la llamó 'ley de la pereza cósmica'. Podríamos también llamarlo el principio de *máxima eficiencia* de la naturaleza.

Es costumbre expresar la idea de un cambio mínimo de una manera diferente. La acción fluctúa cuando la trayectoria varía. La trayectoria real es el que tiene la acción más pequeña. Usted recordará de la escuela que, en un mínimo la derivada de una cantidad se anula: un mínimo tiene una pendiente horizontal. Esta relación de muestra en la Figura 194. En el presente caso, no variamos una cantidad sino una trayectoria completa; por lo tanto, no hablamos de una derivada o pendiente, sino de una variación. Es costumbre escribir la variación de la acción como δS. El *principio de mínima acción* por lo tanto afirma:

▷ La trayectoria real entre puntos extremos especificados satisface la relación $\delta S = 0$.

Los matemáticos llaman a esto un *principio variacional*. Tenga en cuenta que los puntos extremos se tienen que especificar: tenemos que comparar los movimientos con las *mismas* situaciones inicial y final.

Antes de profundizar en la discusión del principio de acción mínima, podemos com-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

probar que es equivalente a la ecuación de evolución.* Para ello, podemos utilizar un procedimiento estándar, que forma parte del llamado *cálculo de variaciones*. La condición $\delta S = 0$ implica que la acción, es decir, el área bajo la curva de la Figura 193, es un

* Para los interesados, aquí hay algunos comentarios sobre la equivalencia de Lagrangianos y ecuaciones de evolución. En primer lugar, los Lagrangianos no existen para sistemas no conservativos, o *disipativos*. Vimos
Página 250
que no hay ningún potencial para cualquier movimiento que implique *fricción* (y más de una dimensión); por lo tanto, no hay ninguna acción en estos casos. Un enfoque para superar esta limitación es el uso de una formulación generalizada del principio de acción mínima. Siempre que haya ausencia de potencial, podemos expresar la variación del *trabajo* δW entre diferentes trayectorias x_i como

$$\delta W = \sum_i m_i \ddot{x}_i \delta x_i \,. \tag{74}$$

El movimiento se describe a continuación, de la siguiente manera:

$$\triangleright \textit{ La trayectoria real satisface } \int_{t_i}^{t_f} (\delta T + \delta W)\mathrm{d}t = 0 \quad \textit{siempre que} \quad \delta x(t_i) = \delta x(t_f) = 0 \,. \tag{75}$$

La cantidad que se integra no tiene nombre; representa una noción generalizada de cambio. Es posible que
Desafío 447 e
desee comprobar que conduce a las ecuaciones de evolución correctas. Así, aunque sólo existen descripciones lagrangianas *apropiadas* para los sistemas *conservativos*, para sistemas disipativos el principio se puede generalizar y sigue siendo útil.

Muchos físicos prefieren otro enfoque. Lo que un matemático llama una generalización es un caso especial de uno físico: el principio(75) oculta el hecho de que *toda* fricción resulta del principio habitual de acción mínima, si se incluyen los detalles microscópicos completos. No hay fricción en el dominio microscópico. La fricción es un concepto macroscópico aproximado.

Sin embargo, los puntos de vista matemáticos suplementarios son útiles. Por ejemplo, conducen a limitaciones interesantes en el uso de Lagrangianos. Estas limitaciones, que se aplican sólo si el mundo se ve como puramente clásico - que no lo es - fueron descubiertos hace unos cien años. En aquellos tiempos, las computadoras no estaban disponibles, y la exploración de nuevas técnicas de cálculo era importante. He aquí un resumen.

Las coordenadas utilizadas en relación con Lagrangianos no son necesariamente las cartesianas. Las Coordenadas *generalizadas* son especialmente útiles cuando hay *restricciones* en el movimiento. Este es el caso de un péndulo, donde la masa siempre tiene que estar a la misma distancia de la suspensión, o para
Ref. 199
un patinador sobre hielo, donde el patín tiene que moverse en la dirección en la que está apuntando. Las Coordenadas generalizadas pueden incluso ser mezclas de posiciones y cantidades de movimiento. Ellas se pueden dividir en unos pocos tipos generales.

Las Coordenadas generalizadas se llaman *holonómico-escleronómicas* si están relacionadas con las coordenadas cartesianas de una manera fija, independientemente del tiempo: los sistemas físicos descritos por dichas coordenadas incluyen el péndulo y una partícula en un potencial. Las coordenadas se denominan *holonómico-reonómicas* si la dependencia involucra al tiempo. Un ejemplo de un sistema reonómico sería un péndulo cuya longitud depende del tiempo. Los dos términos reonómico y escleronómico se deben a
Página 422
Ludwig Boltzmann. Estos dos casos, que se refieren a los sistemas que sólo se describen por su geometría,
Vol. III, página 108
se agrupan juntos como *sistemas holonómicos*. El término se debe a Heinrich Hertz.

La situación más general se llama *anholonómica* o *no holonómica*. Los Lagrangianos funcionan bien sólo para sistemas holonómicos. Por desgracia, el significado del término 'no holonómica' ha cambiado. Hoy en día, el término también se utiliza para ciertos sistemas reonómicos. El uso moderno llama no holonómico cualquier sistema que implique velocidades. Por lo tanto, un patinador de hielo o un disco de rodadura a menudo se llama un sistema no holonómico. Hay que tener cuidado al decidir qué se entiende por no holonómica en cualquier contexto particular.

A pesar de que el uso de Lagrangianos, y de la acción, tiene sus limitaciones, estos no necesitan molestarnos a nivel microscópico, ya que los sistemas microscópicos son siempre conservadores, holonómicos y escleronómicos. A nivel fundamental, las ecuaciones de evolución y los Lagrangianos son realmente equivalentes.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

mínimo. Con un poco de reflexión se ve que si la función de Lagrange es de la forma
Desafío 448 e $L(x_n, v_n) = T(v_n) - U(x_n)$, entonces se alcanza el área mínima cuando

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial v_n}\right) = -\frac{\partial U}{\partial x_n} \tag{76}$$

donde n cuenta todas las coordenadas de todas las partículas. Esta es la ecuación de evolución: se dice que la fuerza que actúa sobre una partícula es el gradiente del potencial energético U. El principio de mínima acción engendra por tanto la ecuación de movimiento. * Para una sola partícula, las *ecuaciones de Lagrange de estos movimientos* se
Desafío 449 e reducen a

$$m\boldsymbol{a} = -\nabla U \ . \tag{78}$$

Esta es la ecuación de evolución: ella dice que la aceleración multiplicada por la masa (la fuerza) que actúa sobre una partícula es el gradiente del potencial energético U. El principio de mínima acción engendra por tanto la ecuación de movimiento. (¿Puede
Desafío 450 s mostrar que también es correcto lo contrario?)

En otras palabras, *todos los sistemas evolucionan de tal manera que el cambio o la acción es tan pequeño como sea posible.* La naturaleza es económica. La naturaleza es máximamente eficiente. O: la naturaleza es perezosa. La naturaleza es así lo opuesto de un thriller de Hollywood, en el que se maximiza la acción; la naturaleza es más como un viejo sabio que reduce sus acciones al mínimo.

El principio de acción mínima afirma que la trayectoria real es aquella para la cual el *promedio* de la función de Lagrange sobre toda la trayectoria es mínima (véase la Fi-
Desafío 451 e gura 193). La naturaleza es un Dr. Dolittle. ¿Puede verificar esto? Este punto de vista permite deducir las ecuaciones de Lagrange (76) directamente.

El principio de mínima acción distingue la trayectoria real del resto de otras imaginables. Esta observación condujo a Leibniz a su famosa interpretación de que el mundo real es el "mejor de los mundos posibles".** Podemos descartar esto como especulación metafísica, pero aun así debemos ser capaces de sentir la fascinación de la cuestión. Leibniz estaba tan entusiasmado con el principio de mínima acción porque era la primera vez que las observaciones reales se distinguían de todas las demás posibilidades imaginables. Por primera vez, la búsqueda de razones por las que las cosas son de la manera que son,

* La forma más general para una Lagrangiana $L(q_n, \dot{q}_n, t)$, utilizando coordenadas generalizadas holonómicas q_n, conduce a las ecuaciones de Lagrange de la forma

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_n} \ . \tag{77}$$

Para deducir estas ecuaciones, también necesitamos la relación $\delta\dot{q} = d/dt(\delta q)$. Esta relación sólo es válida para las coordenadas *holonómicas* introducidas en la nota al pie anterior y explica su importancia.

También hay que señalar que la función de Lagrange para un sistema en movimiento no es única; Sin embargo, el estudio de cómo se relacionan los distintos Lagrangianos para un sistema en movimiento dado no es parte de este paseo. Por cierto, la letra q para la posición y p para el momento fueron introducidos en la física por el matemático Carl Jacobi (n. 1804 Potsdam, d. 1851 Berlin).

** Esta idea fue ridiculizada por el filósofo francés Voltaire (b. 1694 Paris, d. 1778 Paris) en sus brillantes escritos, particularmente en el espléndido libro *Candide*, escrito en 1759, y todavía ampliamente disponible.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

se convirtió en una parte de la investigación física. ¿Puede el mundo ser diferente de lo que es? En el principio de mínima acción, tenemos un indicio de una respuesta negativa. Leibniz también dedujo de este resultado que los dioses no pueden elegir sus acciones.
Desafío 452 s ¿Qué piensa usted?)

Lagrangianos y movimiento

> Nunca confunda el movimiento con la acción.
>
> Ernest Hemingway

Ref. 201

Los sistemas evolucionan para minimizar el cambio. El cambio, o la acción, es la integral de tiempo de la función de Lagrange. Como una manera de describir el movimiento, la función de Lagrange tiene varias ventajas sobre la ecuación de evolución. En primer lugar, la función de Lagrange es, por lo general, más *concisa* que escribir las ecuaciones de evolución correspondientes. Por ejemplo, sólo se necesita *una* lagrangiana para un sistema que, sin embargo, incluye muchas partículas. Uno comete menos errores, especialmente errores de signos, al tiempo que aprende a realizar los cálculos más rápidamente. Trate simplemente de escribir las ecuaciones de evolución para una cadena de masas conectadas por muelles; a continuación, compare el esfuerzo con una derivación
Desafío 453 e utilizando una lagrangiana. (El sistema se estudia a menudo porque se comporta como una cadena de átomos.) Nos encontraremos pronto con otro ejemplo: a David Hilbert le llevó sólo unas pocas semanas deducir las ecuaciones de movimiento de la relatividad general utilizando unas lagrangianas, mientras que Albert Einstein había trabajado durante diez años buscándolas directamente.

Además, la descripción con ayuda de una Lagrangiana es válida con *cualquier* conjunto de coordenadas que describan los objetos de investigación. Las coordenadas no tienen que ser cartesianas; pueden ser elegidas como se prefiera: cilíndricas, esféricas, hiperbólicas, etc. Estas llamadas *coordenadas generalizadas* permiten a uno calcular rápidamente el comportamiento de muchos sistemas mecánicos que en la práctica son demasiado complicados para ser descritos con coordenadas cartesianas. Por ejemplo, para programar el movimiento de los brazos de robot, los ángulos de las articulaciones proporcionan una descripción más clara que las coordenadas cartesianas de los extremos de los brazos. Los ángulos son coordenadas no cartesianas. Simplifican los cálculos considerablemente: la tarea de encontrar la manera más económica de mover la mano de un robot de un punto a otro se puede resolver mucho más fácilmente con las variables angulares.

Más importante aún, la función de Lagrange permite deducir rápidamente las propiedades esenciales de un sistema, a saber, sus *simetrías* y sus *cantidades conservadas*.
Página 296 Vamos a desarrollar esta importante idea en breve, y lo utilizaremos con regularidad durante todo nuestro paseo.

Finalmente, la formulación de Lagrange puede generalizarse para abarcar *todos los tipos de interacciones*. Dado que los conceptos de energía cinética y potencial son generales, el principio de mínima acción puede ser utilizado en la electricidad, el magnetismo y la óptica, así como como en mecánica. El principio de mínima acción es fundamental en la relatividad general y en la teoría cuántica, y permite que uno relacione fácilmente ambos campos con la mecánica clásica.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 32 Algunos Lagrangianos.

SISTEMA	LAGRANGIANO	MAGNITUDES
Masa puntual libre, no relativista	$L = \frac{1}{2}mv^2$	masa m, velocidad $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$
Partícula en un potencial	$L = \frac{1}{2}mv^2 - m\varphi(x)$	potencial gravitacional φ
Masa en un muelle	$L = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}kx^2$	elongación x, constante del muelle k
Masa en una mesa sin fricción unida a un muelle	$L = \frac{1}{2}mv^2 - k(x^2 + y^2)$	constante del muelle k, coordenadas x, y
Cadena de masas y muelles (modelo simple de átomos en un cristal lineal)	$L = \frac{1}{2}m\sum v_i^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 \sum_{i,j}(x_i - x_j)^2$	coordenadas x_i, frecuencia de la red cristalina ω
Masa puntual libre, relativista	$L = -c^2 m\sqrt{1 - v^2/c^2}$	masa m, velocidad v, velocidad de la luz c

A medida que el conocimiento del principio de mínima acción se iba extendiendo, la gente lo aplicaba a un número cada vez mayor de problemas. Hoy en día, las Lagrangianas se utilizan en todo, desde el estudio de las colisiones de partículas elementales a la programación del movimiento de robots en la inteligencia artificial. (La Tabla 32 muestra algunos ejemplos.) Sin embargo, no debemos olvidar que a pesar de su notable simplicidad y utilidad, la formulación de Lagrange es *equivalente* a las ecuaciones de evolución. No es ni más general ni más específica. En particular, *no es una explicación* para cualquier tipo de movimiento, sino sólo una visión diferente, una imagen de él. En realidad, la búsqueda de una nueva 'ley' física de movimiento es *sólo* la búsqueda de una nueva función de Lagrange. Esto tiene sentido, ya que la descripción de la naturaleza siempre requiere de la descripción del cambio. El cambio en la naturaleza siempre es descrito por Acciones y Lagrangianas. El principio de mínima acción establece que la acción es mínima cuando los puntos extremos del movimiento, y en particular el tiempo transcurrido entre ellos, son fijos. Es menos conocido que el principio recíproco también válido: si el valor de la acción - el valor de cambio - se mantiene fijo, el tiempo transcurrido para el movimiento real es *máximo*. ¿Puede demostrar esto?

Ref. 197
Desafío 454 s
Ref. 202
Desafío 455 ny

A pesar de que el principio de mínima acción no es una explicación del movimiento, el principio requiere de alguna de estas explicaciones. Necesitamos un poco de paciencia, sin embargo. *Por qué* la naturaleza sigue el principio de mínima acción, y cómo lo hace, se pondrá de manifiesto cuando exploremos la teoría cuántica.

¿POR QUÉ EL MOVIMIENTO ES LIMITADO TAN A MENUDO?

Mirando a nuestro alrededor en la Tierra o en el cielo, nos encontramos con que la materia no se distribuye de manera uniforme. La materia es atraída por otra materia: se agrupa en *agregados*. La Figura 195 muestra algunos ejemplos típicos. Algunos ejemplos

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 195 El movimiento en el universo está limitado. (© Mike Hankey)

Ref. 203 importantes de agregados se enumeran en la Figura 195 y la Tabla 33. Todos los agregados tienen masa y tamaño. En el diagrama de la masa y tamaño de la Figura 196, ambas escalas son logarítmicas. Se observan tres rectas: una línea $m \sim l$ que se extienden desde la masa de Planck* hacia arriba, hasta el universo mismo, vía agujeros negros; una línea $m \sim 1/l$ que se extiende desde la masa de Planck hacia abajo, hasta el más ligero agregado posible; y la línea clásica de la materia con $m \sim l^3$, que se extiende hacia arriba , a través de objetos de uso cotidiano, desde los átomos pasando por la Tierra y el Sol. En la primera de las líneas, el límite del agujero negro, se explica por la relatividad general; en los dos últimas, el límite de los agregados y la línea clásica de la materia, por la teoría cuántica. **

* La masa de Planck viene dada por $m_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G} = 21{,}767(16)\ \mu\mathrm{g}$.

** La Figura 196 sugiere que existen dominios más allá de la física; vamos a descubrir más tarde que en éstos, no son definibles ni la materia así como tampoco el tamaño.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

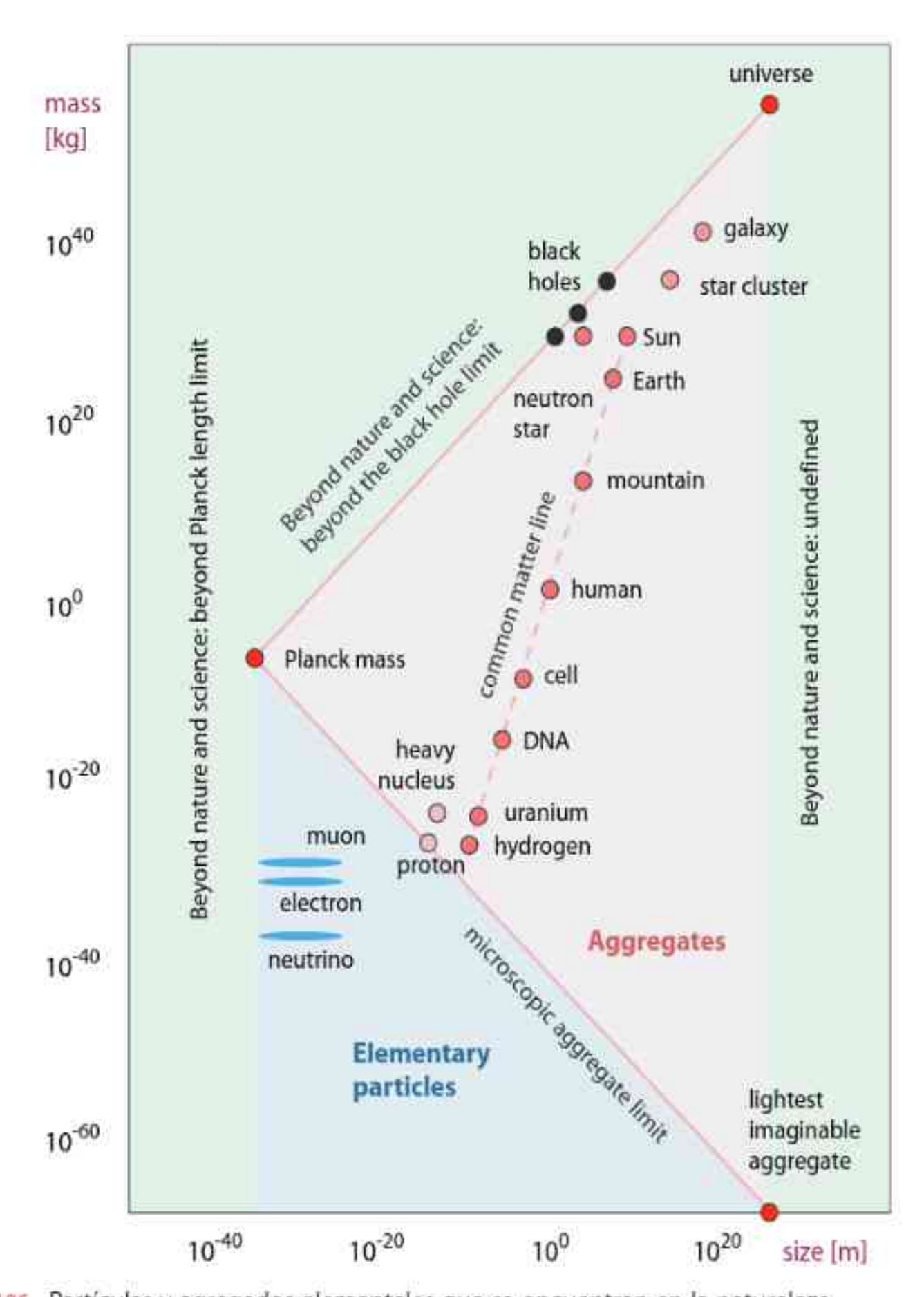


FIGURA 196 Partículas y agregados elementales que se encuentran en la naturaleza.

Los agregados situados fuera de la línea de la materia común también muestran que cuanto más fuerte es la interacción que mantiene juntos los componentes, más pequeño es el agregado. Pero ¿por qué la materia se encuentra principalmente en grumos?

En primer lugar, los agregados se forman debido a la existencia de interacciones *atractivas* entre los objetos. En segundo lugar, se forman debido a la *fricción*: cuando se acercan dos componentes, sólo se puede formar un agregado si la energía liberada se puede trasformar en calor. En tercer lugar, los agregados tienen un tamaño finito debido a los efectos de *repulsión* que impiden que los componentes colapsen por completo. Juntos, estos tres factores garantizan que el movimiento limitado es mucho más común que el no limitado, el movimiento 'libre', sin límite.

Sólo existen tres tipos de atracción principal que llevan a los agregados: gravedad, atracción de cargas eléctricas, e interacción nuclear fuerte. De manera similar, sólo se observan tres tipos de repulsión: la rotación, la presión, y el pricipio de exclusión de Pauli

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Vol. IV, página ?? (que nos volveremos a encontrar más adelante). De las nueve combinaciones posibles de atracción y repulsión, no todas aparecen en la naturaleza. ¿Puede decir cuáles faltan en la Figura 196 y la Tabla 33, y por qué? Desafío 456 s

Juntas, la atracción, la fricción y la repulsión implican que el cambio y la acción se reducen al mínimo cuando los objetos se encuentran y después permanecen juntos. El principio de mínima acción engendra por tanto la estabilidad de los agregados. Por cierto, la historia de su formación también explica por qué tantos agregados *giran*. ¿Puede decir por qué? Desafío 457 s

Pero, ¿por qué existe la fricción? Y ¿por qué existen interacciones atractivas y repulsivas? Y ¿por qué - como se desprende de lo anterior - en algún lejano pasado la materia *no* se encontraba en agregados? Con el fin de responder a estas preguntas, primero debemos estudiar otra propiedad global del movimiento: la simetría.

TABLA 33 Algunos de los mayores agregados observados en la naturaleza.

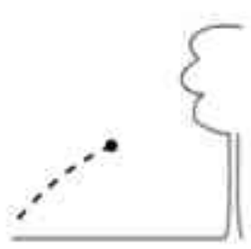
Agregados	Tamaño (diámetro)	Núm. observado	Constituyentes
Agregados ligados gravitacionalmente			
La materia a través del universo	*c.* 100 Ym	1	superclusters de galaxias, hidrógeno y átomos de helio
Quásar	10^{12} to 10^{14} m	$20 \cdot 10^6$	bariones y leptones
Supercluster de galaxias	*c.* 3 Ym	10^7	grupos de galaxias y clusters
Cluster de galaxias	*c.* 60 Zm	$25 \cdot 10^9$	10 a 50 galaxias
Grupo de galaxias o cluster	*c.* 240 Zm		50 a más de 2000 galaxias
Nuestro grupo local	50 Zm	1	*c.* 40 galaxias
Galaxia ordinaria	0.5 to 2 Zm	$3{,}5 \cdot 10^{12}$	10^{10} a $3 \cdot 10^{11}$ estrellas, polvo y nubes de gas, probablemente sistemas solares
Nuestra galaxia	1,0(0,1) Zm	1	10^{11} estrellas, polvo y nubes de gas, sistemas solares
Nubes interestelares	hasta 15 Em	$\gg 10^5$	Hidrógeno, hielo y polvo
Sistema Solar [a]	desconocido	> 400	estrellas, planetas
Nuestro Sistema Solar	30 Pm	1	Sol, planetas (diámetro de la órbita de Plutón: 11,8 Tm), lunas, planetoides, cometas, asteroides, polvo, gas
Nube de Oort	6 a 30 Pm	1	cometas, polvo
Cinturón de Kuiper	60 Tm	1	planetoides, cometas, polvo
Estrella [b]	10 km a 100 Gm	$10^{22\pm1}$	gas ionizado: protones, neutrones, electrones, neutrinos, fotones
Nuestra estrella, el Sol	1,39 Gm		
Planeta [a] (Júpiter, Tierra)	143 Mm, 12,8 Mm	8+ > 400	sólidos, líquidos, gases; en particular, átomos pesados

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

AGREGADOS	TAMAÑOE (DIÁMETRO)	NÚM. OBSERVADO	CONSTITUYENTES
Planetoides (Varuna, etc)	50 to 1 000 km	> 100 (est. 10^9)	sólidos
Lunas	10 a 1 000 km	> 50	sólidos
Estrellas de neutrones	10 km	> 1000	principalmente neutrones
Agregados ligados electromagnéticamente [c]			
Planetas enanos, planetas menores, asteroides [d]	1 m a 2400 km	> 10^6	(10^9 estimado) sólidos, generalmente monolíticos
Cometas	10 cm to 50 km	> 10^9	(10^{12} posible) hielo y polvo
Montañas, sólidos, líquidos, gases, queso	1 nm a > 100 km	n.a.	moléculas, átomos
Animales, plantas, kefir	5 µm a 1 km	$10^{26\pm2}$	órganos, células
cerebro humano	0,2 m	10^{10}	neuronas y otros tipos de células
Células:		$10^{31\pm1}$	orgánulos, membranas, moléculas
La más pequeña (*Nanoarchaeum equitans*)	*c.* 400 nm		moléculas
ameba	*c.* 600 µm		moléculas
La más grande (nervio de ballena, plantas unicelulares)	*c.* 30 m		moléculas
Moléculas:		$10^{78\pm2}$	átomos
H_2	*c.* 50 pm	$10^{72\pm2}$	átomos
DNA (humano)	2 m (total por célula)	10^{21}	átomos
Átomos, iones	30 pm a 300 pm	$10^{80\pm2}$	electrones y núcleos
Agregados ligados por interacción débil [c]			
Ninguno			
Agregados ligados por interacción fuerte [c]			
Núcleos	0.9 a > 7 fm	$10^{79\pm2}$	nucleones
Nucleones (protones, neutrones)	0,9 fm	$10^{80\pm2}$	Quarks
Mesones	*c.* 1 fm	n.a.	Quarks
Estrellas de neutrones: ver arriba			

a. No fue hasta 1994 cuando se encontró la primera evidencia de objetos orbitando a estrellas distintas de nuestro Sol; más de 1000 *planetas extrasolares* se han encontrado hasta el momento, la mayoría se encuentran en torno a estrellas del tipo F, G y K, incluyendo las estrellas de neutrones (las letras designan el tipo espectral del astro. En la clasificación de Harvard que atribuye un tipo espectral a una estrella, se corresponde globalmente con una escala de temperatura. Por ejemplo, tres objetos giran alrededor del pulsar

Moeller, Mohnfluh - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net



Ref. 204 PSR 1257+12, y un anillo de materia circunda la estrella β Pictoris. Los objetos parecen ser estrellas oscuras, enanas marrones o grandes planetas gaseosos como Júpiter. Debido a las limitaciones de los sistemas de observación, ninguno de los sistemas encontrados hasta el momento forman sistemas solares del tipo en el que vivimos De hecho, sólo unos pocos planetas similares a la Tierra se han encontrado hasta ahora.

b. El Sol se encuentra entre el 7 % de las estrellas más brillantes. De todas las estrellas, el 80 %, son enanas rojas de clase M, 8 % son enanas naranjas de clase K, y el 5 % son enanas blancas de clase D: todas éstas son pálidas. Casi todas las estrellas visibles en el cielo nocturno pertenecen al restante 7 % brillante. Algunas de estas son de la rara clase O azul o de clase B azul (como Spica, Regulus y Rigel); 0.7 % consisten en la luminosa, blanca clase A (como Sirio, Vega y Altair); 2 % son de la clase F amarillo-blanco (como Canopus, Procyon y Polaris); 3.5 % son de la clase G amarilla (como Alpha Centauri, Capella o el Sol). Las excepciones incluyen las pocas gigantes K visibles, como Arcturus y Aldebarán y las supergigantes raras M, como Betelgeuse y Antares. Más sobre estrellas se vará más adelante. Vol. II, página 252

c. Para más detalles sobre los agregados *microscópicos*, consulte la tabla de materiales compuestos.

Ref. 205 *d*. Se estima que hay hasta 10^{20} *pequeños cuerpos del sistema solar* (asteroides, planetoides o planetas menores) que pesen más de 100 kg en el sistema solar. Por cierto, no se han encontrado hasta el momento asteroides entre Mercurio y el Sol - los hipotéticos *Vulcanoides* -.

Curiosidades y divertidos retos sobre Lagrangianos

El principio de mínima acción como una descripción matemática se debe a Leibniz. Él entendió su validez en 1707. Fue posteriormente redescubierta y bautizada por Maupertuis (1698-1759), quien escribió: Página 147

> Lorsqu'il arrive quelque changement dans la Nature, la quantité d'action nécessaire pour ce changement est la plus petite qu'il soit possible.*

Sin embargo, Samuel König, la primera persona en establecer claramente, y con razón, que el principio se debió a Leibniz fue expulsado de la Academia Prusiana de Ciencias por afirmar esto, debido a una intriga de Maupertuis, quien era su presidente en ese momento. La intriga también logró que el extraño término 'acción' se mantuviera. A pesar de esta historia vergonzosa, el principio de Leibniz rápidamente tuvo éxito, y fue utilizado y difundido por Euler, Lagrange y por fin por Hamilton.

* *

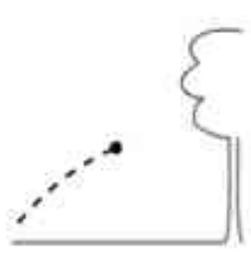
La idea básica del principio de mínima acción, la naturaleza es tan *perezosa* como sea posible, también se llama *parismoniae lex*. Esta idea general fue expresada ya por Ptolomeo, y más tarde por Fermat, Malebranche, y 's Gravesande. Pero Leibniz fue el primero en comprender su validez y utilidad matemática para la descripción de *todos* los movimientos.

* *

Cuando Lagrange publicó su libro *Mécanique analytique*, in 1788, alcanzó uno de los puntos más altos en historia de la mecánica y estableció el uso de los principios variacionales. Estaba orgulloso de haber escrito una exposición sistemática de la mecánica y sin un solo dibujo. Obviamente, el libro era difícil de leer y no fue un éxito de ventas. Sin embargo sus métodos se generalizaron en el transcurso de una generación.

* 'Cuando algún cambio sucede en la naturaleza, la cantidad de acción necesaria para este cambio es la más pequeña posible.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



* *

Partiendo del principio de que la acción es la cantidad básica que describe el movimiento, podemos definir la energía como la acción por unidad de tiempo, y la cantidad de movimiento como la acción por unidad de distancia. La *energía* de un sistema por tanto, describe cuánto cambia con el tiempo, y la *cantidad de movimiento* cuánto cambia con
Desafío 458 s la distancia. ¿Qué representan entonces el momento angular y la energía de rotación?

* *

En la física Galileana, la función de Lagrange es la diferencia entre la energía cinética y potencial. Más tarde, esta definición se podrá generalizar de tal manera que agudizará nuestra comprensión de esta distinción: la función de Lagrange se convierte así en la diferencia entre un término para las partículas libres y un término debido a sus interacciones. En otras palabras, el movimiento de las partículas es un compromiso continuo entre lo que la partícula haría si estuviera libre y lo que otras partículas quieren que haga. En este sentido, las partículas se comportan un poco como los seres humanos.

* *

'En la naturaleza, la telequinesis o la oración no tienen ningún efecto posible, ya que en la mayoría de los casos, el cambio en el interior del cerebro es mucho menor que el
Desafío 459 s cambio exigido en el mundo exterior.' ¿Es este argumento correcto?

* *

Desafío 460 ny ¿Cómo se mide la acción? ¿Cuál es el mejor dispositivo o método para medir la acción?

* *

Desafío 461 s Explique: ¿por qué es $T + U$ constante, mientras que $T - U$ es mínimo?

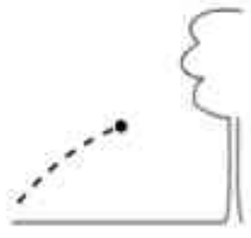
* *

En la naturaleza, la suma de $T+U$ de la energía cinética y potencial es *constante* durante el movimiento (para los sistemas cerrados), mientras que la acción es *mínima*. ¿Es posible deducir, mediante la combinación de estos dos hechos, que los sistemas tienden a un
Desafío 462 s estado de energía potencial mínima?

* *

Otro principio de minimización se puede utilizar para comprender la construcción de cuerpos de animales, especialmente de su tamaño y las proporciones de sus estructuras
Ref. 206 internas. Por ejemplo, el pulso del corazón y la frecuencia de respiración varían con la masa animal m como $m^{-1/4}$, y la potencia disipada varía como $m^{3/4}$. Resulta que esos exponentes son el resultado de tres propiedades de los seres vivos. En primer lugar, el transporte de energía y materia a través del organismo a través de una red ramificada de vasos: unos pocos grandes, y otros cada vez muchos más pequeños. En segundo lugar, todos los vasos tienen el mismo tamaño mínimo. Y en tercer lugar, las redes se han optimizado para reducir al mínimo la energía necesaria para el transporte. En conjunto, estas relaciones explican muchas reglas de escala adicionales; que también podrían explicar por qué la vida útil de los animales es proporcional a $m^{-1/4}$, o por qué la mayoría de los mamíferos tienen más o menos el mismo número de latidos del corazón en una

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net



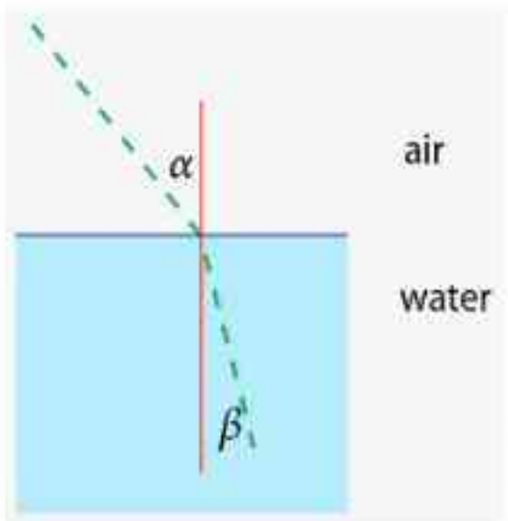


FIGURA 197 La refracción de la luz se debe a la optimización de los tiempos de viaje.

Página 136 vida.

Una explicación alternativa, utilizando un principio de minimización diferente, indica que la cuarta potencia surge en cualquier red construida con el fin de que el flujo Ref. 207 llegue a su destino por la ruta más directa.

* *

El principio de minimización para el movimiento de la luz es aún más elegante: la luz siempre toma el camino que requiere menor tiempo de viaje. Se sabe desde hace mucho tiempo que esta idea describe exactamente cómo cambia de dirección de luz cuando pasa del aire al agua, como ilustra la Figura 197. En el agua, la luz se mueve más lentamente; la razón entre la velocidad en el aire y en el agua se denomina *índice de refracción* del agua. El índice de refracción, normalmente denotado n, es dependiente del material atravesado. El valor para el agua es aproximadamente 1,3. Esta relación de velocidades, junto con el principio de tiempo mínimo, conduce a la 'ley' de refracción, una simple Desafío 463 s relación entre los senos de los dos ángulos. ¿Puede deducirla?

* *

¿Puede confirmar que todos los principios de minimización mencionados – tal como el crecimiento de los árboles, como los circuitos dentro de los animales o el movimiento Desafío 464 s de la luz - son casos especiales del principio de mínima acción? Verdaderamente, este es el caso para *todos* los principios de minimización conocidos en la naturaleza. Cada uno de ellos, como el principio de mínima acción, es un principio de cambio mínimo.

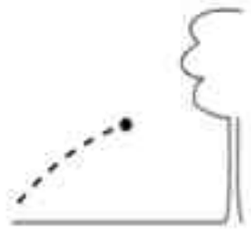
* *

En la física Galileana, el valor de la acción depende de la velocidad del observador, pero no de su posición u orientación. Pero la acción, cuando se define correctamente, *no* debe depender del observador. Todos los observadores deben ponerse de acuerdo sobre el valor del cambio observado. Sólo la relatividad especial cumplirá el requisito de que la acción sea independiente de la velocidad del observador. ¿Cómo se define la acción Desafío 465 s relativista?

* *

¿Cuál es la cantidad de cambio acumulado en el universo desde el big bang? Medir todo el cambio que está ocurriendo en el universo presupone que el universo es un sistema

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



Desafío 466 s físico. ¿Es realmente este el caso?

* *

Un movimiento para el cual la acción está particularmente bien minimizada en la naturaleza nos es muy querido: caminar. Amplios esfuerzos de investigación tratan de diseñar Ref. 208 robots que reproduzcan la optimización de energía del funcionamiento y control de las piernas humanas. Para ver un ejemplo, consulte la página web por Tao Geng at cswww.essex.ac.uk/tgeng/research.html

* *

Desafío 467 d ¿Puede probar el siguiente reto de la integración?

$$\int_0^{\varphi} \sec t \, \mathrm{d}t = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \tag{79}$$

* *

¿Cuál es la forma ideal del medio tubo para el skate? ¿Qué significa 'ideal'? ¿Qué requi- Desafío 468 s sito conduce a una *cicloide*? ¿Qué requisito habla en contra de una *cicloide*?

* *

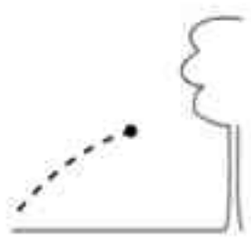
Página 136 Como se mencionó anteriormente, la muerte de los animales es un proceso físico y se produce cuando un animal ha consumido o metabolizado alrededor 1 GJ/kg. Demostrar Desafío 469 e que la acción total de un animal es proporcional a $M^{5/4}$.

Resumen sobre la acción

Los Sistemas se mueven de modo que minimizan el cambio. El cambio, o la acción, es el promedio temporal de la energía cinética menos energía potencial. La aseveración 'el movimiento minimiza el cambio' contiene la previsibilidad del movimiento y su continuidad. Esta afirmación también implica que todo movimiento es tan simple como sea posible.

Los sistemas se mueven minimizando el cambio. De manera equivalente, los sistemas se mueven al maximizar el tiempo transcurrido entre dos situaciones. Ambas afirmaciones demuestran que la naturaleza es perezosa.

Los sistemas se mueven minimizando el cambio. En los próximos capítulos se muestra que esta es una afirmación fuerte: la minimización del cambio implica la invariancia respecto del observador, la conservación, la invariancia por reflexión (especular), la reversibilidad y la relatividad del movimiento cotidiano.



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 9

Movimiento y simetría

Am Anfang war die Symmetrie**
Werner Heisenberg

Ref. 209

La segunda manera de describir el movimiento a nivel global es la de describirlo de tal manera que *todos* los observadores estén de acuerdo. Un objeto situado bajo la luz de los proyectores se califica de simétrico cuando, observado desde diferentes posiciones o por diferentes observadores, presenta el *mismo* aspecto. También decimos que cada vez que una observación permanece exactamente igual cuando se cambia un observador por otro, esa observación es *invariante* o *absoluta* o *simétrica*. Y cada vez que una observación *cambia* cuando se cambia un observador por otro, la llamamos *relativa*. Explorar la relatividad por lo tanto significa explorar la simetría y la invariancia.

Página 260

▷ *La simetría* es la invariancia tras el cambio.

El cambio de observador o el cambio de punto de vista, es uno de tales cambios posibles, otra posibilidad puede ser algún cambio operado en el sistema de la propia observación. Por ejemplo, una flor de nomeolvides, como la que se muestra en la Figura 198, es simétrica, ya que presenta el mismo aspecto después de girarla sobre sí misma 72 grados; muchas flores de árboles frutales tienen la misma simetría. También se dice que bajo ciertos cambios de punto de vista o de posición, la flor tiene una *propiedad invariante*, a saber: su forma. Si son posibles muchos de estos cambios de puntos de vista, se habla de una *alta* simetría, en caso contrario, de una simetría *baja*. Por ejemplo, un trébol de cuatro hojas tiene una simetría mayor que uno habitual, de tres hojas. En física, estos puntos de vista a menudo se llaman sistemas o *marcos de referencia* (o referenciales a secas) y son descritos matemáticamente por sistemas de coordenadas.

Cuando hablamos de la simetría en las flores, en la vida cotidiana, en la arquitectura o en las artes, por lo general significa simetría especular, simetría rotacional o alguna combinación de ambas. Estas son *simetrías geométricas*. Como todas las simetrías, las simetrías geométricas implica invariancia bajo operaciones de cambio específicas. La lista completa de simetrías geométricas se conoce desde hace mucho tiempo. La Tabla 34

Ref. 210

Desafío 470 e

** 'En el principio, fue la simetría.' ¿Está de acuerdo con esa afirmación? Ésta ha llevado a muchos investigadores a perderse en la búsqueda para la unificación de la física. Probablemente, Heisenberg quería decir que al principio había *simplicidad*. Sin embargo, hay muchas diferencias conceptuales y matemáticas entre simetría y simplicidad.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 198 Nomeolvides, también llamada *Myosotis* (Boraginaceae), tiene simetría de cinco hojas (© Markku Savela).

ofrece una visión general de los tipos básicos. La Figura 199 y la Figura 200 dan algunos ejemplos importantes. Simetrías geométricas ulteriores incluyen *simetrías de color*, donde se intercambian colores y grupos de espín, donde los objetos simétricos no sólo contienen puntos sino también giros con su comportamiento especial bajo rotaciones. También las combinaciones con simetría de escala, tal y como aparecen en los fractales, y las variaciones en los fondos curvos son una extensión de la tabla básica.

Una *alta* simetría significa que *muchos* cambios posibles dejan una observación invariante. A primera vista, no hay muchos objetos u observaciones en la naturaleza que parezcan simétricos: después de todo, la simetría geométrica es más la excepción que la regla. Pero esto es una falacia. Por el contrario, se puede deducir que la naturaleza en su conjunto es simétrica dado el simple hecho de que ¡tenemos la capacidad de hablar de eso! Por otra parte, la simetría de la naturaleza es considerablemente mayor que la de una nomeolvides, o de cualquier otra simetría de la Tabla 34. Una consecuencia de esta alta simetría es, entre otras, la famosa expresión $E_0 = c^2 m$.

Desafío 471 s

¿Por qué podemos pensar y discutir sobre el mundo?

> La armonía oculta es más fuerte que la manifiesta.
>
> Heráclito de Éfeso, alrededor del 500 C.

Ref. 211

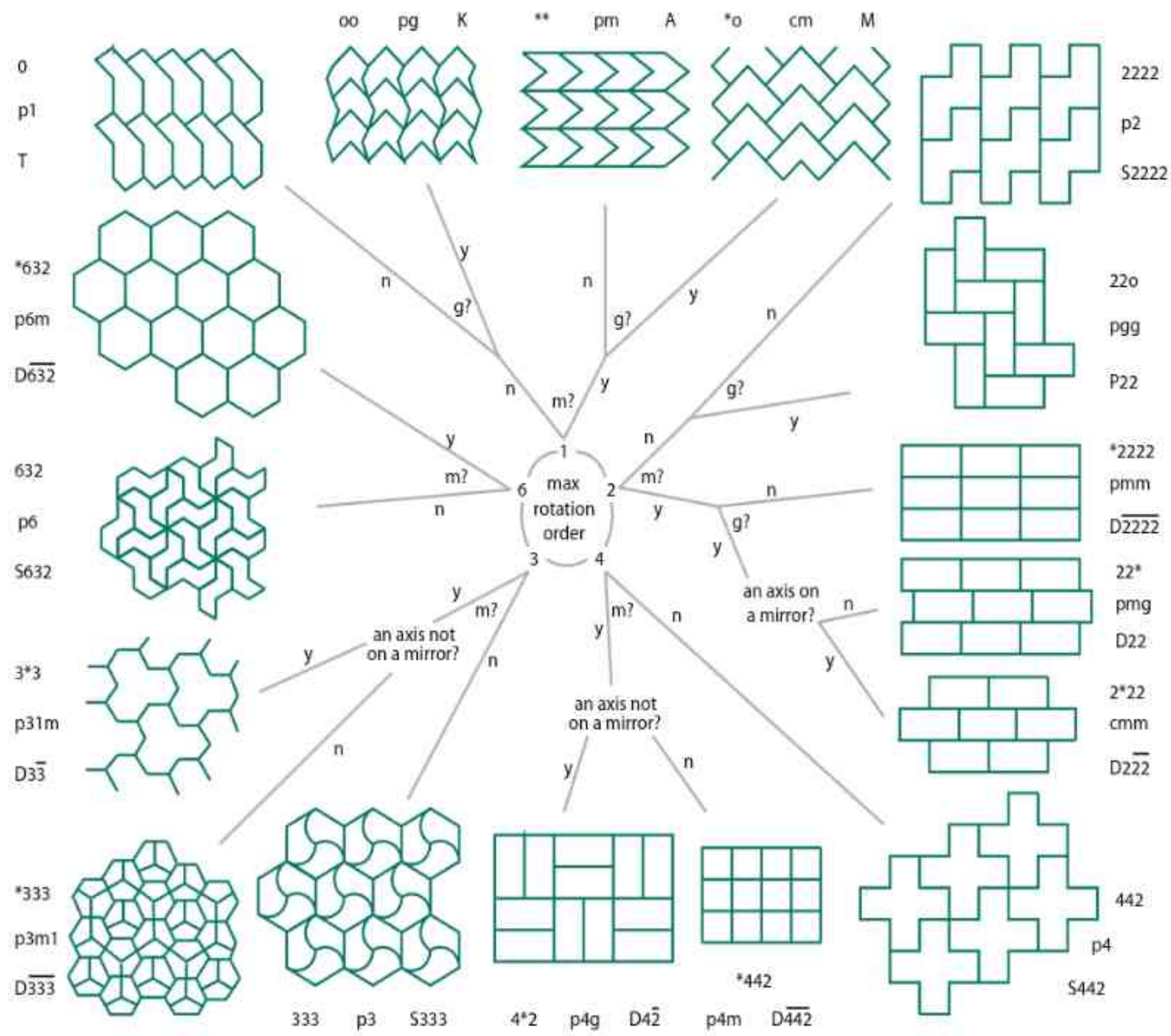
¿Por qué podemos entender a alguien cuando habla sobre el mundo, a pesar de que no estemos en su pellejo? Podemos, por dos razones: porque la mayoría de las cosas tienen una apariencia *similar* desde diferentes ángulos, y porque la mayoría de nosotros ya ha tenido experiencias similares *con anterioridad*.

'Similar' significa que lo que *nosotros* observamos y lo que *los demás* observan de alguna manera se corresponde. En otras palabras, muchos aspectos de las observaciones no dependen del punto de vista. Por ejemplo, el número de pétalos de una flor tiene el mismo valor para todos los observadores. Por tanto, podemos decir que esta cantidad tiene la más alta simetría posible. Veremos más adelante que la masa es otro ejemplo parecido. Los observables con la mayor simetría posible se llaman *escalares* en física. Otros

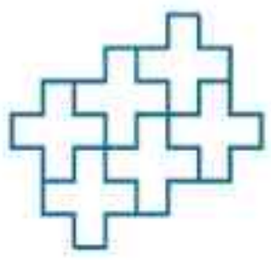
Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

The 17 wallpaper patterns and a way to identify them quickly.

Is the maximum rotation order 1, 2, 3, 4 or 6?
Is there a mirror (m)? Is there an indecomposable glide reflection (g)?
Is there a rotation axis on a mirror? Is there a rotation axis not on a mirror?



Every pattern is identified according to three systems of notation:



442 The Conway-Thurston notation.
p4 The International Union of Crystallography notation.
S442 The Montesinos notation, as in his book "Classical Tesselations and Three Manifolds"

FIGURA 199 La lista completa de las posibles simetrías de patrones de papel pintado, los llamados *grupos del papel pintado*, sus nombres habituales, y una manera de distinguirlos (© Dror Bar-Natan).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

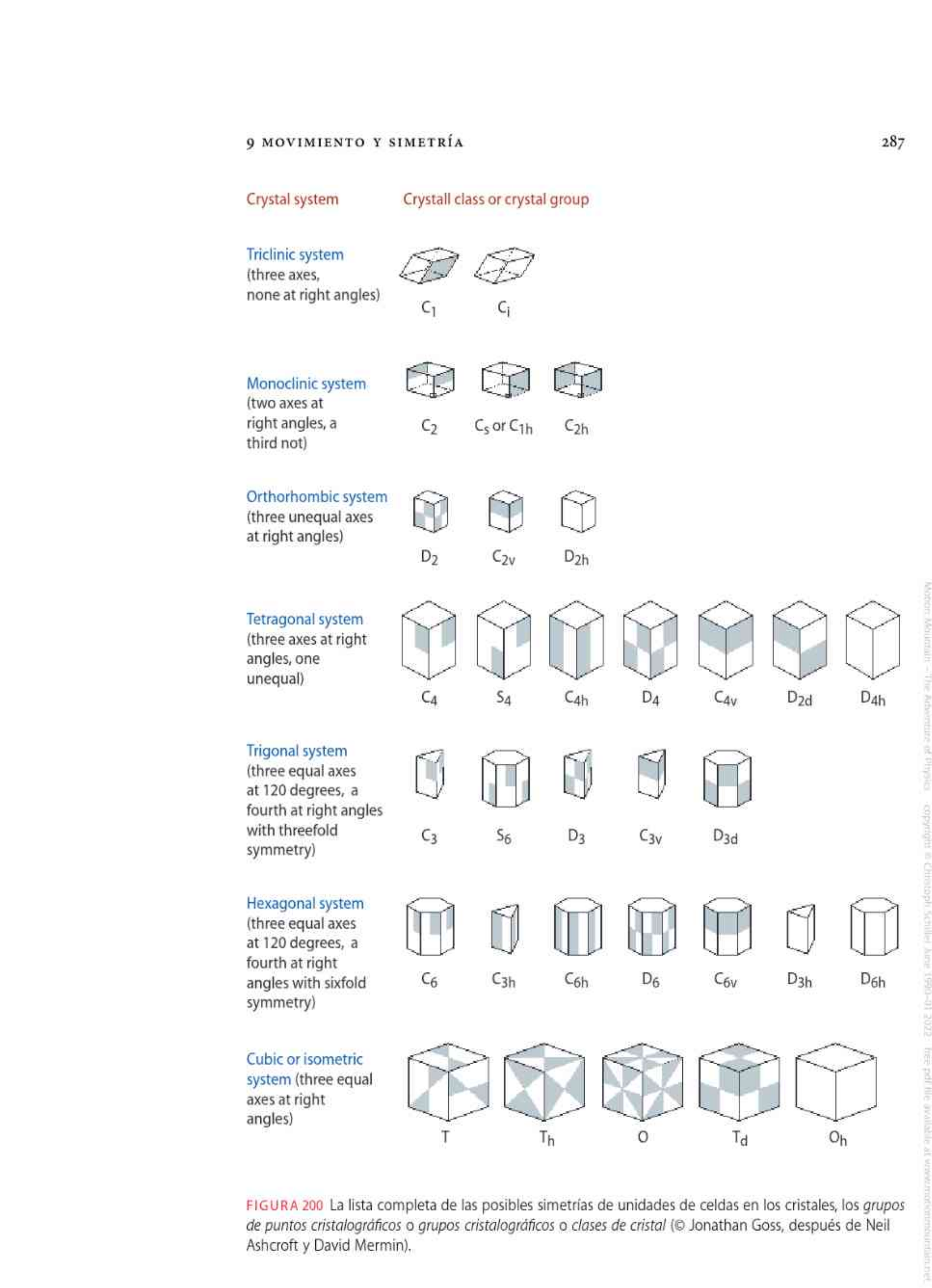


FIGURA 200 La lista completa de las posibles simetrías de unidades de celdas en los cristales, los *grupos de puntos cristalográficos* o *grupos cristalográficos* o *clases de cristal* (© Jonathan Goss, después de Neil Ashcroft y David Mermin).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 34 Clasificación y número de simetrías geométricas simples.

Dimensión	Tipos de repetición	Traslaciones			
		0 grupos de puntos	1 grupos de líneas	2 grupos de planos	3 grupos de espacio
1	1 fila	2	2	n.a.	n.a.
2	5 redes o tipos de celosía plana (cuadrado, oblicuo, hexagonal, rectangular, rectangular centrado)	2 (cíclico, diédrico) o 10 grupos de rosetas ($C_1, C_2, C_3, C_4, C_6, D_1, D_2, D_3, D_4, D_6$)	7 frisos	17 papel pintado de pared	n.a.
3	14 (Bravados) celosías (3 cúbica, 2 tetragonal, 4 ortorrómbico, 1 hexagonal, 1 trigonal, 2 monoclínico, 1 tipo triclínico)	32 grupos de cristales, llamados también grupos de puntos cristalográficos	75 bastones	80 capas	230 estructuras cristalinas, también llamadas grupos de espacio, grupos de Fedorov o grupos cristalográficos

aspectos cambian de un observador a otro. Por ejemplo, el tamaño aparente varía con la distancia de observación. Sin embargo, el tamaño real es independiente del observador. En términos generales,

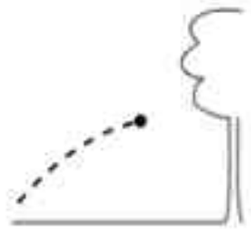
▷ cualquier tipo de *independencia de los puntos de vista* es un modelo de simetría.

El hecho de que dos personas observando lo mismo desde diferentes posiciones pueden entenderse entre sí demuestra que la naturaleza es simétrica. Empezaremos a analizar las particularidades de esta simetría en esta sección y proseguiremos durante la mayor parte del resto de nuestra caminata.

En el mundo que nos rodea, notamos otra propiedad general: no sólo el mismo fenómeno presenta aspecto similar a diferentes observadores, sino que *diferentes* fenómenos aparecen como similares para un *mismo* observador. Por ejemplo, sabemos que si el fuego quema los dedos en la cocina, hará lo mismo en el exterior de la casa, y también en otros lugares y en otros momentos. La Naturaleza muestra *reproducibilidad*. La Naturaleza no da sorpresas. En realidad, nuestra memoria y nuestro pensamiento sólo son posibles gracias a esta propiedad básica de la naturaleza. ¿Puede confirmar esto? Como

Desafío 472 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



veremos, la reproducibilidad conduce a fuertes restricciones adicionales acerca de la descripción de la naturaleza. Sin la independencia de puntos de vista y la reproducibilidad, hablar con otros o consigo mismo sería imposible. Más importante aún, vamos a descubrir que la independencia de puntos de vista y la reproducibilidad permiten mucho más que hacer posible el hecho de hablar los unos con los otros: también fijan muchos (pero no todos) de los *contenidos* de lo que podemos decirnos unos a otros. En otras palabras, vamos a ver que la mayor parte de nuestra descripción de la naturaleza se sigue lógicamente, casi sin opciones, por el simple hecho de que podemos hablar de la naturaleza con nuestros amigos.

Puntos de vista

> Toleranz ... ist der Verdacht der andere könnte Recht haben.*
>
> Kurt Tucholsky (b. 1890 Berlin, d. 1935 Göteborg), escritor alemán

> Toleranz – eine Stärke, die man vor allem dem politischen Gegner wünscht.**
>
> Wolfram Weidner (b. 1925) periodista alemán

Cuando un pequeño humano empieza a conocer a otras personas en la infancia, rápidamente descubre que ciertas experiencias son compartidas, mientras que otras, como los sueños, no lo son. Aprender a efectuar esta distinción es una de las aventuras de la vida humana. En estas páginas, nos concentramos en una parte de las experiencias del primer tipo: las observaciones *físicas*. Sin embargo, incluso entre éstas, deberán hacerse distinciones. En la vida cotidiana estamos acostumbrados a asumir que los pesos, los volúmenes, las longitudes y los intervalos de tiempo son independientes del punto de vista del observador. Podemos hablar de estas cantidades observadas a cualquiera, y no hay desacuerdos sobre sus valores, siempre que hayan sido medidos correctamente. No obstante, otras cantidades deben depender del observador. Imagínese hablando con un amigo después de que él haya saltado de uno de los árboles que jalonan nuestro camino, mientras él todavía está cayendo hacia el suelo. Él afirmará que el suelo del bosque se acerca a gran velocidad, mientras que usted sostendrá que el suelo está parado. Obviamente, la diferencia entre ambas afirmaciones se debe a sus diferentes puntos de vista. La velocidad de un objeto (en este ejemplo la del suelo del bosque o la de su amigo mismo) es, por lo tanto, una propiedad menos simétrica que el peso o el tamaño. No todos los observadores estarán de acuerdo en el valor de su velocidad, ni aún sobre su dirección.

En el caso de observaciones dependientes del punto de vista, la comprensión es todavía posible con la ayuda de un poco de esfuerzo: cada observador puede *imaginarse* observando desde el punto de vista del otro, y verificar si el resultado imaginado está de acuerdo con la afirmación del otro.*** Si tanto la afirmación imaginada como la real del otro observador coinciden, las observaciones son coherentes, y la diferencia en las

* ' La tolerancia ... es la sospecha de que el otro podría estar en lo cierto.'

** 'Tolerancia - una fuerza que se desea sobre todo a los oponentes políticos.'

*** Los seres humanos desarrollan la capacidad de imaginar que otros pueden estar en situaciones *diferentes* a la suya a la edad de cuatro años. Por lo tanto, antes de la edad de cuatro años, los seres humanos son incapaces de concebir la relatividad especial; posteriormente, pueden hacerlo. Ref. 212

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

afirmaciones se debe únicamente a los diferentes puntos de vista; de lo contrario, la diferencia es fundamental, y no pueden ponerse de acuerdo o hablar. Con este enfoque, incluso se puede discutir si los sentimientos, juicios, o gustos humanos surgen de dife-
Desafío 473 s rencias fundamentales o no.

La distinción entre las cantidades independientes del punto de vista (invariantes) y las que dependen del punto de vista (relativas) es una distinción primordial. Las cantidades invariantes, tales como la masa o la forma, describen propiedades *intrísecas*, y las cantidades relativas, las que son en función del observador conforman el *estado* del sistema. En consecuencia, hay que responder imperativamente a las siguientes preguntas con el fin de encontrar una descripción *completa* del estado de un sistema físico:

— ¿Qué puntos de vista son posibles?
— ¿Cómo se transforman las descripciones desde un punto de vista a otro?
— ¿Qué observables admiten estas simetrías?
— ¿Qué nos dicen estos resultados a propósito del movimiento?

Hasta el momento, en la discusión se han estudiado los puntos de vista que difieren en la posición, en la orientación, en el tiempo y, sobre todo, en el movimiento. Con respecto unos a otros, los observadores pueden estar en reposo, rotar, moverse con velocidad constante, o incluso acelerar. Estos cambios 'concretos' de puntos de vista son los que vamos a estudiar en primer lugar. En este caso, el requisito de la coherencia de las ob-
Página 168 servaciones realizadas por diferentes observadores se llama *principio de relatividad*. Las simetrías asociadas con este tipo de invariancia también se llaman simetrías *externas*. Se
Página 301 enumeran en la Tabla 36.

Una segunda clase de cambios fundamentales de punto de vista se refiere a cambios 'abstractos'. Los puntos de vista pueden diferir según la descripción matemática utili-
Vol. III, página 91 zada: este tipo de cambios se llaman *cambios de gauge* (calibre). Serán introducidos por primera vez en la sección sobre la electrodinámica. Una vez más, se requiere que todas las formulaciones sean coherentes entre diferentes descripciones matemáticas. Esta exigencia de coherencia se llama el *principio de invariancia de gauge*. Las simetrías asociadas se denominan simetrías *internas*.

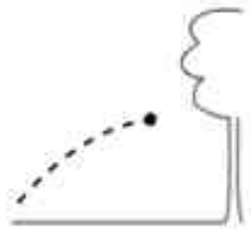
La tercera clase de cambios, cuya importancia puede no ser evidente a partir de la vida cotidiana, es el comportamiento de un sistema bajo el intercambio de sus partes. La invariancia asociada se llama *simetría de permutación*. Es una simetría *discreta*, y nos daremos cuenta de que es un principio fundamental cuando exploremos la teoría cuántica.
Vol. IV, página ??

Los tres requisitos de coherencia descritos anteriormente se denominan 'principios', ya que estos enunciados básicos son tan fuertes que determinan casi por completo las 'leyes' de la física - esto es, la descripción del movimiento -, como veremos en breve. Más adelante vamos a descubrir que la búsqueda de una descripción completa del *estado* de los objetos también dará lugar a una descripción completa de sus *propiedades intrínsecas*. Pero basta de introducción: vayamos al núcleo del asunto.

Simetrías y grupos

Debido a que estamos buscando una descripción exhaustiva del movimiento, es necesario comprender y describir el *conjunto completo de simetrías* de la naturaleza. Pero, ¿qué

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller Jena 1990–01 2002 free pdf file available at www.motionmountain.net



es la simetría?

Se dice que un sistema es *simétrico* o que posee una *simetría* si parece idéntico cuando se observa desde diferentes puntos de vista. También decimos que el sistema posee una *invariancia* en relación al cambio desde un punto de vista a otro. Las modificaciones del punto de vista se denominan *operaciones de simetría* o *transformaciones*. Una simetría es por lo tanto una transformación, o más en general, un conjunto de transformaciones que deja un sistema invariante. Sin embargo, una simetría es más que eso: la aplicación sucesiva de dos operaciones de simetría es otra operación de simetría. Para ser precisos, una simetría es un conjunto $G = \{a, b, c, ...\}$ de elementos, las transformaciones, junto con una operación binaria $\circ$ denominada *concatenación* o *multiplicación* y puede ser leído como 'seguido de', 'veces' o 'por', en el que cumplen las siguientes propiedades para todos los elementos a, b y c:

$$\begin{aligned} \textit{asociatividad}\text{, es decir,} \quad & (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) \\ \text{existencia de un } \textit{elemento neutro } e \text{ tal que} \quad & e \circ a = a \circ e = a \\ \text{existencia de un } \textit{elemento inverso } a^{-1} \text{ tal que} \quad & a^{-1} \circ a = a \circ a^{-1} = e \quad . \end{aligned} \tag{80}$$

Cualquier conjunto que satisface estas tres propiedades determinantes, o axiomas, se denomina *grupo (matemático)*. Históricamente, la noción de grupo fue el primer ejemplo de una estructura matemática que se definió de una manera completamente abstracta. *
Desafío 474 s ¿Puede dar un ejemplo de un grupo tomado de la vida diaria? Los grupos aparecen con frecuencia en la física y las matemáticas, porque las simetrías están presentes casi en todas partes, como veremos más adelante.** ¿Puede enumerar las operaciones de simetría del patrón de la Figura 202?
Ref. 213
Desafío 476 s

Multipletes

Mirando un sistema simétrico y compuesto como el que se muestra en la Figura 201 o la Figura 202, se observa que cada una de sus partes, por ejemplo, cada motivo de color rojo, pertenece a un conjunto de objetos similares, generalmente llamado *multiplete*.
Desafío 477 e

▷ Cada parte o componente de un sistema simétrico se puede clasificar de acuerdo a qué tipo de multiplete pertenece.

Para algunos de los motivos coloreados de la Figura 202 tenemos necesidad de *cuatro*

* El término 'grupo' se debe a Evariste Galois (b. 1811 Bourg-la-Reine, d. 1832 París), su estructura a Augustin-Louis Cauchy (b. 1789 París, d. 1857 Sceaux) y la definición axiomática a Arthur Cayley (b. 1821 Richmond upon Thames, d. 1895 Cambridge).

** En principio los grupos matemáticos no tienen que ser grupos de simetría; pero se puede demostrar que todos los grupos pueden ser vistos como grupos de transformación en un espacio matemático adecuadamente definido, por lo que en matemáticas podemos utilizar los términos 'grupo de simetría' y 'grupo' de manera intercambiable.

Un grupo se llama *abeliano* si su operación de concatenación es conmutativa, es decir, si $a \circ b = b \circ a$ para todos los pares de elementos a y b. En este caso la concatenación a veces se llama *adición*. ¿Forman las rotaciones un grupo abeliano?
Desafío 475 e

Un subconjunto $G_1 \subset G$ de un grupo G puede ser en sí un grupo; entonces se llama *subgrupo* y a menudo se dice descuidadamente que G es *mayor* que G_1 o que G es un grupo de simetría *superior* a G_1.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

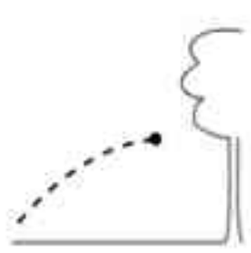


FIGURA 201 Una flor de *Crassula ovata* (comúnmente llamada 'árbol de Jade' mostrando tres multipletes de cinco hojas: pétalos, tallos y brotes (© J.J. Harrison)

objetos para constituir un multiplete completo, mientras que para otros necesitaremos *dos*, o sólo *uno*, como en el caso de la estrella central. Tomándolo como un todo, cada multiplete posee (al menos) las propiedades de simetría del sistema completo.

Por lo tanto, tenemos dos desafíos que resolver. Antes de nada, tendremos que encontrar todas las simetrías de la naturaleza. En segundo lugar, a lo largo de nuestra aventura, también tenemos que determinar el multiplete completo para cada parte de la naturaleza que observemos. Sobre todo, vamos a tener que hacer esto para las partes más pequeñas que se encuentran en la naturaleza, las partículas elementales.

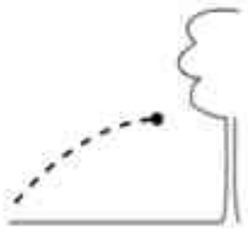
▷ Un *multiplete* es un conjunto de partes o componentes que transforman unos en otros en virtud de todas las transformaciones de simetría.

Representaciones

Los matemáticos llaman a menudo a estos multipletes *representaciones* abstractas. Mediante la especificación de a qué multiplete pertenece un componente, se describe de qué manera el componente es parte del sistema entero. Vamos a ver cómo se logra esta clasificación.

En lenguaje matemático, las transformaciones de simetría se describen frecuentemente por matrices. Por ejemplo, en el plano, una imagen simétrica, una reflexión, en relación

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



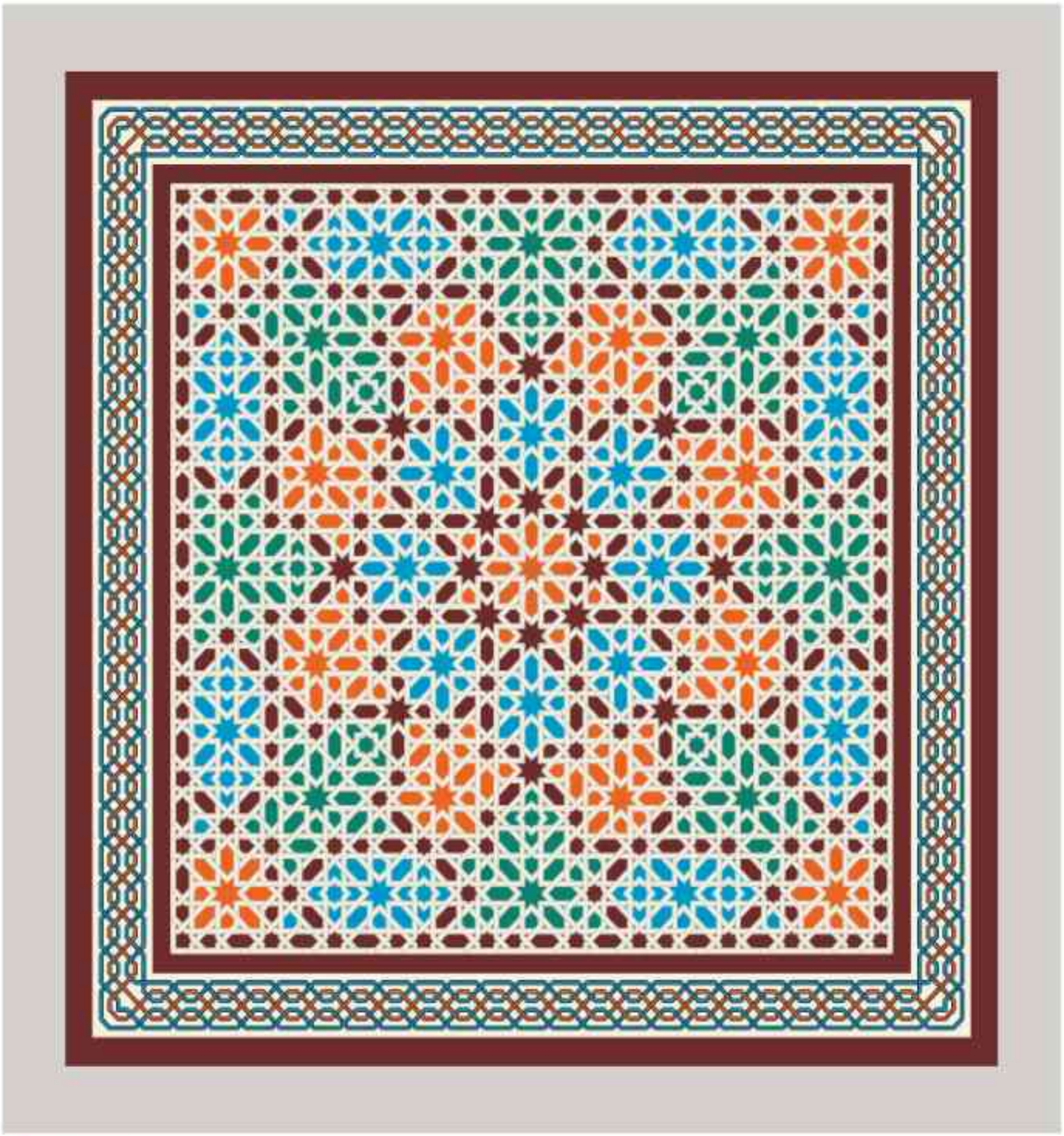


FIGURA 202 Un ornamento hispano-árabe del Palacio del Gobernador en Sevilla.(© Christoph Schiller).

a la primera diagonal de este plano, está representado por la matriz

$$D(\text{refl}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} , \tag{81}$$

ya que cada punto (x, y) se transforma a (y, x) cuando se multiplica por la matriz $D(\text{refl})$.
Desafío 478 e Por lo tanto, para un matemático una representación de un grupo de simetría G es una asignación de una matriz $D(a)$ a cada elemento a de un grupo de tal manera que la representación de la concatenación de dos elementos a y b es el producto de la representación D de cada elemento:

$$D(a \circ b) = D(a)D(b) . \tag{82}$$

Por ejemplo, la matriz de la ecuación (81), junto con las matrices correspondientes

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

para todas las otras operaciones de simetría, tiene esta propiedad.*

Para cada grupo de simetría, la construcción y la clasificación de todas las representaciones posibles es una tarea importante. Se corresponde con la clasificación de todos los posibles multipletes de los que puede estar hecho un sistema simétrico. De esta manera, si entendemos la clasificación de todos los multipletes y partes que pueden aparecer en la Figura 202, también entenderemos la forma de clasificar todas las partes posibles que pueden componer un objeto o un ejemplo de movimiento ¡que puede ser compuesto!

Una representación D se denomina *unitaria* si todas las matrices $D(a)$ son unitarias.** Todas las representaciones que aparecen en la física, con sólo un puñado de excepciones, son unitarias: este término es el más restrictivo, ya que especifica que las transformaciones correspondientes son uno-a-uno (inyectivas) e invertibles, lo que significa que un observador no verá nunca más o menos que otro. Obviamente, si un observador puede discutir con otro, el segundo puede igualmente hablar al primero. Lo unitario es una propiedad natural de las representaciones en los sistemas naturales.

La última propiedad importante de un multiplete, o de una representación, se refiere a su estructura. Si un multiplete puede ser visto como constituido de sub-multipletes, se llama *reducible*, si no, es *irreducible*; lo mismo se dice acerca de las representaciones. Las representaciones irreducibles, obviamente, no se pueden descomponer más. Por ejemplo, el grupo de simetría (aproximativo o cuasiperfecto) de la Figura 202, comúnmente llamada D_4, cuenta con ocho elementos. Está asociado a la representación matricial ge-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* Hay algunas condiciones secundarias obvias, pero importantes para la representación: las matrices $D(a)$ deben ser invertible o no singulares, y la operación de identidad de G debe ser asignada a la matriz unidad. En un lenguaje aún más compacto se dice que la representación es un *homomorfismo* de G en el grupo de matrices no singulares o invertibles. Una matriz D es invertible si su determinante $\det D$ no es cero.

En general, si una aplicación f de un grupo G a otra G' satisface

$$f(a \circ_G b) = f(a) \circ_{G'} f(b) \,, \tag{83}$$

la función f se llama un *homomorfismo*. Un homomorfismo f que es uno-a-uno (inyectiva) y cada elemento tiene al menos una imagen (sobreyectiva) se llama un *isomorfismo*. Si una representación también es inyectiva, se llama *fiel*, *verdadera* o *propia*.

En la misma forma tal como los grupos, las estructuras matemáticas más complejas tales como anillos, campos y álgebras asociativas también pueden ser representados por clases adecuadas de las matrices. Una representación del campo de los números complejos se dará más adelante.

Vol. IV, página ??

** La *transpuesta* A^T de una matriz A se define elemento a elemento por $(A^T)_{ik} = A_{ki}$. El *conjugado complejo* A^* de una matriz A se define por $(A^*)_{ik} = (A_{ik})^*$. La *adjunta* $A^\dagger$ de una matriz A se define por $A^\dagger = (A^T)^*$. Una matriz se llama *simétrica* si $A^T = A$, *ortogonal* si $A^T = A^{-1}$, *Hermítica* o *autoadjunta* (los dos son sinónimos en todas las aplicaciones físicas) si $A^\dagger = A$ (las matrices de Hermitte tienen valores propios) reales), y *unitario* si $A^\dagger = A^{-1}$. Las Matrices unitarias tienen valores propios de norma uno. La multiplicación por una matriz unitaria es una aplicación uno-a-uno; ya que la evolución en el tiempo de los sistemas físicos es una asignación de un tiempo a otro, la evolución siempre está descrita por una matriz unitaria.

Una matriz *antisimétrica* o *hemisimétrica* se define por $A^T = -A$, una matriz *anti-Hermitiana* por $A^\dagger = -A$ y una matriz *anti-unitaria* por $A^\dagger = -A^{-1}$. Todas las aplicaciones correspondientes descritas por estos tipos particulares de matrices son inyectivas (uno-a-uno).

Una matriz es *singular*, y el vector de transformación correspondiente no es uno-a-uno), es decir no inyectiva, si $\det A = 0$.

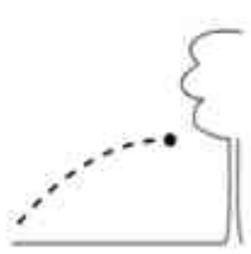


TABLA 35 Correspondencias entre las simetrías de un adorno, una flor y el movimiento.

Sistema	Patrón (motivo) Hispano-Árabe	Flor	Movimiento
Estructura y componentes	Conjunto de bandas y piezas	Conjunto de pétalos, tallo	Trayectoria de movimiento y observables
Sistema de simetría	Patrones de simetría	Simetría de la flor	Simetría del Lagrangiano
Descripción matemática del grupo de simetría	D_4	C_5	En relatividad Galileana: posición, orientación, instante y cambios de velocidad
Invariantes	Número de elementos de un multiplete	Número de pétalos	Número de coordenadas, magnitud de los escalares,vectores y tensores
Representación de los componentes	Tipos de multipletes de elementos	Tipos de multipletes de componentes	Tensores, incluyendo escalares y vectores
Representación más simétrica	Singlete	Parte con simetría circular	Escalar
Representación fiel más simple	Cuadruplete	Quintuplete	Vector
Representación menos simétrica	Cuadruplete	Quintuplete	Sin límite (tensoes de rango infinito)

Desafío 479 e neral, fiel, unitaria e irreducible

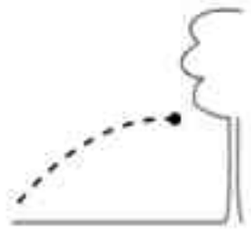
$$\begin{pmatrix} \cos n\pi/2 & -\sin n\pi/2 \\ \sin n\pi/2 & \cos n\pi/2 \end{pmatrix} n = 0.,3, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (84)$$

La representación es un *octeto*. La lista completa de posibles representaciones irreducibles del grupo D_4 también incluye *singletes*, *dobletes* y *cuadrupletes*. ¿Puede usted encon-
Desafío 480 e trarlos todos?

Estas representaciones permiten la clasificación de todas las cintas en blanco y negro que aparecen en la figura, así como todos los motivos coloreados. La mayor parte de los elementos simétricos son singletes, los menos simétricos son los miembros de los cuadrupletes. El sistema completo constituye siempre un singlete también.

Con ayuda de estos conceptos estamos dispuestos a discutir acerca del movimiento con una mejor precisión.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



La simetría y el vocabulario del movimiento

Todos los días experimentamos que somos capaces de hablar unos con otros sobre el movimiento. Por tanto, debe ser posible encontrar una cantidad *invariante* que lo describa. Ya conocemos esa cantidad: es la *acción*, la medida del cambio. Por ejemplo, encender un fósforo es un cambio. La magnitud del cambio es la misma si el fósforo se encendió aquí o allí, en una dirección u otra, hoy o mañana. En realidad, la acción (Galileana) es un número cuyo valor es el mismo para cada observador *en reposo*, independiente de su orientación o el instante en que hace su observación.

En el caso de los motivos árabes de la Figura 202, la simetría nos permite deducir la lista de multipletes, o representaciones, que pueden ser sus componentes básicos. Este enfoque debe ser también posible para un sistema en movimiento. La Tabla 35 muestra cómo. En el caso del modelo árabe, desde los distintos puntos de vista posibles de observación, hemos deducido la clasificación de las cintas o bandas en singletes, dobletes, etc Para un sistema en movimiento, los elementos básicos, correspondientes a las bandas, son los *observables (físicos)*. Dado que se observa que la naturaleza es simétrica bajo muchos cambios de punto de vista, podemos clasificar todos los observables. Para ello, en primer lugar hay que tomar la lista de todas las transformaciones de punto de vista y luego deducir la lista de todas sus representaciones.

Nuestra vida diaria muestra que el mundo permanece sin cambios después de cambios en la posición, orientación e instante de observación. También se habla de invariancia por traslación en el espacio, invariancia por rotación y invariancia por traslación temporal. Estas transformaciones son diferentes de las del modelo árabe en dos aspectos: son *continuas* y son *ilimitadas*. Como resultado, sus representaciones serán de manera general continuamente variables y sin límites: serán *cantidades*, o *magnitudes*. En otras palabras,

▷ Ya que la continuidad de las observaciones cambian, los observables deben ser construidos con la ayuda de *números* (reales).

De esta manera hemos deducido por qué los números son necesarios para cualquier descripción del movimiento.*

Dado que los observadores pueden diferir en la orientación, la mayoría de las representaciones serán objetos que poseen una dirección. Para abreviar una larga historia, la simetría bajo el cambio de posición de observación, orientación o instante, conduce al resultado de que todos los observables son o bien 'escalares', 'vectores' o 'tensores de orden superior'.**

▷ Un *escalar* es una cantidad observable que se mantiene idéntica para todos los observadores.

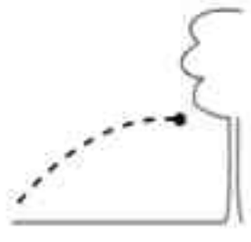
Un escalar corresponde a un singlete. Ejemplos de ello son la masa o la carga de un

* Sólo los escalares, en contraste con los vectores y tensores de orden superior, pueden ser también cantidades que sólo tienen un conjunto discreto de valores, tales como +1 o −1 solamente. En resumen, sólo los escalares pueden ser observables *discretos*.

Desafío 481 e

** Más tarde, se añadirán los *espinores*, y completarán esta lista.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



objeto, la distancia entre dos puntos, la distancia al horizonte, y muchos otros. Sus valores posibles son (por lo general) continuos, sin límites y sin dirección. Otros ejemplos de escalares son el potencial en un punto y la temperatura en un punto. La velocidad obviamente no es un escalar; como tampoco lo es la coordenada de un punto. ¿Puede encontrar más ejemplo y contra-ejemplos de escalares?

Desafío 482 s

La energía es un observable desconcertante. Es un escalar si sólo se consideran los cambios de lugar, la orientación y el instante de la observación. Pero la energía no es un escalar si se tienen en cuenta los cambios de velocidad del observador. Nadie nunca buscó una generalización de la energía de tal manera que fuera un escalar también para observadores en movimiento. Sólo Albert Einstein lo descubrió totalmente por accidente. Volveremos sobre este asunto pronto.

Vol. II, página 61

▷ Toda cantidad que posea una magnitud y una dirección y que 'permanece idéntica' con respecto al entorno cuando se cambia el punto de vista es un *vector*.

Por ejemplo, la flecha entre dos puntos fijos en el suelo es un vector. Su longitud es la misma para todos los observadores; su dirección cambia de un observador a otro, pero no con respecto a su entorno. Por otra parte, la flecha entre un árbol y el lugar en el que un arcoíris toca la Tierra no es un vector, ya que ese lugar *no* permanece fijo cuando cambian los observadores.

Los matemáticos dicen que los vectores son entidades orientadas que permanecen invariantes bajo transformaciones de coordenadas. Las velocidades de los objetos, las aceleraciones y la intensidad de campo son ejemplos de vectores. (¿Puede confirmar ésto?) La magnitud de un vector es un escalar: es la misma para cualquier observador. Por cierto, un resultado famoso y desconcertante de los experimentos del siglo XIX es que la velocidad de un rayo de luz *no* es un vector, como la velocidad de un coche; la velocidad de un rayo de luz no es un vector para las transformaciones Galileanas.* Este misterio se resolverá un poco más adelante.

Desafío 483 e

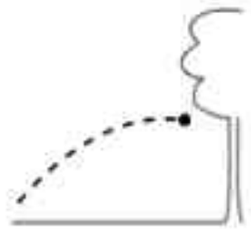
Vol. II, página 16

Los *tensores* son vectores generalizados. Como ejemplo, tomemos el momento de inercia de un objeto. Él especifica la dependencia del momento angular con la velocidad angular. Para cualquier objeto, la duplicación de la magnitud de la velocidad angular duplica la magnitud del momento angular. Sin embargo, los dos vectores no son paralelos entre sí, salvo que el objeto sea una esfera. En general, si dos cantidades vectoriales son proporcionales, en el sentido de que la duplicación de la magnitud de un vector duplica la magnitud de la otra, pero sin que los dos vectores sean paralelos uno con otro, entonces, el 'factor' de proporcionalidad es un *tensor* (de segundo orden). Al igual que todos los factores de proporcionalidad, los tensores tienen una magnitud. Además, los tensores tienen una dirección y una *forma*: ellos describen la correspondencia entre los vectores a los que están asociados. Así como los vectores son las cantidades más simples dotadas de magnitud y dirección, del mismo modo los tensores son las cantidades más simples

Página 176

* Las *transformaciones de Galileo* son los cambios de puntos de vista de un observador respecto a un segundo, que se mueve con respecto al primero. La 'Transformación de Galileo' es sólo un término para lo que sucede en la vida cotidiana, donde las velocidades se suman y el tiempo es el mismo para todo el mundo. El término, introducido en 1908 por Philipp Frank, se utiliza sobre todo como contraste con la transformación de Lorentz que es tan común en la relatividad especial.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



dotadas con una magnitud, con dirección y con una forma, esto es, una dirección que depende de una segunda dirección elegida. Los vectores pueden ser visualizados como *flechas orientadas*, los Tensores simétricos se pueden visualizar como *elipsoides* orientados, no así los no simétricos.* ¿Puede citar otro ejemplo de tensor?

Desafío 485 s

Volvamos a la descripción del movimiento. La Tabla 35 muestra que en los sistemas físicos - como el ornamento hispano-árabe - siempre tenemos que distinguir entre la simetría del Lagrangiano completo - correspondiente a la simetría del modelo o patrón completo - y la representación de los observables - correspondiente a los multipletes de las bandas. Dado que la acción debe ser un escalar, y puesto que todos los observables deben ser tensores, los Lagrangianos contienen sumas y productos de tensores sólo en combinaciones que forman escalares. Así pues los Lagrangianos sólo contienen productos escalares o generalizaciones de los mismos. En resumen, los Lagrangianos siempre aparecen de la forma

$$L = \alpha\, a_i b^i + \beta\, c_{jk} d^{jk} + \gamma\, e_{lmn} f^{lmn} + \ldots \tag{85}$$

donde los índices adjuntos a las variables a, b, c, etc. sobre los cuales se realizan las sumas vienen siempre por parejas (así, en general, los signos de suma suelen ser simplemente dejados de lado.) Las letras griegas representan constantes. Por ejemplo, la acción de una partícula puntual libre en la física Galileana está dado por

$$S = \int L \, \mathrm{d}t = \frac{m}{2} \int v^2 \, \mathrm{d}t \tag{86}$$

que es, de hecho, de la forma que acabamos de mencionar. Nos volveremos a encontrar

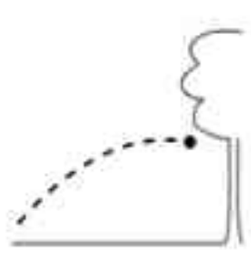
* Un tensor de rango-n es el factor de proporcionalidad entre un tensor de rango de 1- es decir, un vector - y un tensor de rango-$(n-1)$. Los Vectores y escalares son tensores de rango 1 y rango 0 respectivamente. Los escalares pueden ser imaginados como esferas, los vectores como flechas y los tensores simétricos de rango 2 como elipsoides. Un tensor general no-simétrico de rango-2 puede ser descompuesto de una forma única en un tensor simétrico y otro antisimétrico. Un tensor antisimétrico de rango 2 corresponde a un vector polar. Los tensores de mayor rango corresponden a formas más y más complejas.

Un vector tiene la misma longitud y la dirección para cada observador; un tensor (de rango 2) tiene el mismo determinante, la misma traza (en álgebra lineal, la traza de una matriz cuadrada es la suma de su elementos diagonales), y la misma suma de subdeterminantes diagonales para todos los observadores.

Un vector se describe matemáticamente por una *lista* de componentes; un tensor (de rango 2) es descrito por una *matriz* de componentes. El rango u orden de un tensor proporciona así el número de índices que tiene el observable. ¿Puede demostrar esto?

Desafío 484 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



muchos otros casos durante nuestro estudio del movimiento.*

Galileo ya había comprendido que el movimiento también es invariante bajo el cambio de puntos de vista con diferente velocidad. Sin embargo, la acción que acabamos de definir no refleja esto. Llevó algunos años averiguar la generalización correcta: está dada por la teoría de la relatividad especial. Pero antes de que lo estudiemos, tenemos que terminar el presente tema.

Página 168

Reproducibilidad, conservación y teorema de Noether

> Voy a donar mi masa, mi carga y mi cantidad de movimiento a la ciencia.
>
> Pintada

La reproducibilidad de las observaciones, es decir, la simetría bajo el cambio del instante de tiempo o 'invariancia por traslación del tiempo', es un ejemplo de la independencia del punto de vista. (Eso no es evidente. ¿Puede encontrar representaciones irreproducibles?) Esta correspondencia tiene varias consecuencias importantes. Hemos visto que la simetría implica invariancia. Resulta que para simetrías *continuas*, como la simetría de traslación del tiempo, esta afirmación puede ser expresada de manera más precisa:

Desafío 487 ny

▷ Para cualquier simetría continua de la función de Lagrange hay una *constante conservada del movimiento* asociada y viceversa.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

---

* Por cierto, ¿es la lista habitual de posibles puntos de vista de observación - a saber posiciones diferentes, diferentes instantes de observación, diferentes orientaciones y diferentes velocidades - *completa* también para la acción (86)? Sorprendentemente, la respuesta es no. Uno de los primeros que observó este hecho fue Niederer, en 1972. El estudio de la teoría cuántica de partículas puntuales, se encontró que incluso la acción de una partícula puntual libre de Galileo es invariante bajo transformaciones adicionales. Si los dos observadores utilizan las coordenadas $(t, \boldsymbol{x})$ y $(\tau, \boldsymbol{\xi})$, la acción (86) es invariante bajo las transformaciones

Ref. 215

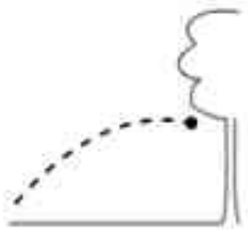
Desafío 486 ny

$$\boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t}{\gamma t + \delta} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta} \quad \text{con} \quad \boldsymbol{r}^T\boldsymbol{r} = \mathbf{1} \quad \text{y} \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1\,. \tag{87}$$

donde $\boldsymbol{r}$ describe la rotación de la orientación de un observador al otro, $\boldsymbol{v}$ la velocidad entre los dos observadores, y $\boldsymbol{x}_0$ el vector entre los dos orígenes en el tiempo cero. Este grupo contiene dos importantes casos especiales de transformaciones:

$$\begin{aligned} &\text{El conectado, grupo estático de Galileo } \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{r}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_0 + \boldsymbol{v}t \quad \text{y} \quad \tau = t \\ &\text{El grupo de transformación SL(2,R) } \boldsymbol{\xi} = \frac{\boldsymbol{x}}{\gamma t + \delta} \quad \text{y} \quad \tau = \frac{\alpha t + \beta}{\gamma t + \delta} \end{aligned} \tag{88}$$

El último grupo, de tres parámetros incluye la *inversión espacial, dilataciones, traducción del tiempo* y un conjunto de transformaciones dependientes del tiempo tales como $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{x}/t$, $\tau = 1/t$ llamadas *expansiones*. Dilataciones y expansiones rara vez se mencionan, ya que son simetrías de partículas puntuales solamente, y no se aplican a los objetos y sistemas cotidianos. Sin embargo, ellos volverán a tener importancia más adelante.



La formulación exacta de esta correspondencia es el teorema de Emmy Noether.* Ella encontró el resultado en 1915 al ayudar a Albert Einstein y David Hilbert, que estaban luchando y compitiendo en la construcción de la relatividad general. Sin embargo, el
Ref. 216 resultado se aplica a cualquier tipo de función de Lagrange. Noether investigó simetrías continuas en función de un parámetro b continuo. Una transformación del punto de vista es una simetría si la acción S no depende del valor de b. Por ejemplo, modificando la posición como sigue

$$x \mapsto x + b \tag{89}$$

deja la acción

$$S_0 = \int T(v) - U(x)\, \mathrm{d}t \tag{90}$$

invariante, ya que $S(b) = S_0$. Esta situación implica que

$$\frac{\partial T}{\partial v} = p = \text{const}\,. \tag{91}$$

En resumen, la simetría bajo el cambio de posición implica la conservación del momento. La inversa también es cierta. En el caso de la simetría bajo cambio del instante de
Desafío 488 e observación, encontramos

$$T + U = \text{const}\,. \tag{92}$$

En otras palabras, la invariancia en la traslación del tiempo implica energía constante. Una vez más, la inversa también es correcta.

La cantidad conservada para una simetría continua se llama a veces *carga de Noether*, porque el término *carga* se utiliza en física teórica para designar observables extensos conservados. Así, la energía y la cantidad de movimiento son cargas de Noether. La "carga eléctrica", la 'carga gravitacional'(es decir, la masa) y la 'carga topológica' son
Desafío 489 s otros ejemplos comunes. ¿Cuál es la carga conservada para la invariancia por rotación?

Notemos que la expresión 'la energía se conserva' tiene varios significados. En primer lugar, significa que la energía de una *sola* partícula libre es constante en el tiempo. En segundo lugar, significa que la energía total de cualquier número de partículas independientes es constante. Por último, significa que la energía de un *sistema* de partículas, es decir, incluyendo sus interacciones, es constante en el tiempo. Las colisiones son ejemplos de este último caso. El teorema de Noether da cuenta a la vez de todas estas
Desafío 490 e situaciones, como se puede comprobar usando los Lagrangianos correspondientes.

Pero el teorema de Noether también formula, o más bien repite, una verdad aún más profunda: si la energía no se conservara, el tiempo no podría ser definido. La descripción integral de la naturaleza requiere de la existencia de cantidades conservadas, como
Página 30 remarcamos al introducir los conceptos de objeto, estado y alrededores. Por ejemplo, definimos los objetos como entidades *permanentes*, es decir, como entidades caracterizadas

* Emmy Noether (b. 1882 Erlangen, d. 1935 Bryn Mawr), matemática alemana. El teorema es solamente una actividad secundaria en su carrera que dedicó principalmente a la teoría de números. El teorema también se aplica para medir simetrías gauge, donde se afirma que a cada simetría gauge corresponde una identidad de la ecuación de movimiento, y viceversa.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

por cantidades conservadas. También vimos que la introducción de tiempo sólo es posible debido a que en la naturaleza 'no hay sorpresas'. El teorema de Noether describe exactamente lo que una 'sorpresa' tal tendría que ser: la no-conservación de la energía. Sin embargo, nunca se han observado saltos de energía - ni siquiera a nivel cuántico.

Página 254

Dado que las simetrías son tan importantes para la descripción de la naturaleza, la Tabla 36 ofrece una visión general de todas las simetrías de la naturaleza que vamos a encontrar. Sus propiedades principales también se enumeran. A excepción de las marcadas como 'aproximada' o 'especulativa', una prueba experimental de la inexactitud de cualquiera de ellas sería en verdad una gran sorpresa - y garantía de fama eterna. Existen varias especulaciones sobre simetrías adicionales; hasta ahora, todas estas especulaciones y suposiciones para una aún mayor fama eterna han resultado ser erróneas. La lista de las simetrías resulta ser también la lista de las declaraciones universales, es decir, de las declaraciones sobre *todas* las observaciones, que los científicos han llevado a cabo. Por ejemplo, cuando se dice que 'todas las piedras caen' la afirmación implica la existencia de invariancia de traslación de tiempo y espacio. Para los filósofos interesados en la *inducción* lógica, la lista es por tanto importante también desde este punto de vista.

TABLA 36 Las simetrías conocidas de la naturaleza, con sus propiedades; así como la lista completa de *inducciones* lógicas utilizados en la física.

Simetría	Tipo [número de parámetros]	Espacio de acción	Topología de grupo	Representaciones posibles	Cantidad conservada/carga	Vacío/masa simétrica	Efecto principal
Simetrías externas de espacio-tiempo o geométricas							
Traslación de espacio y tiempo	$R \times R^3$ [4 par.]	espacio, tiempo	no compacto	escalares, vectores,	cantidad de movimiento y energía	si/si	permite lo cotidiano
Rotación	SO(3) [3 par.]	espacio	S^2	tensores	momento angular	si/si	comunicación
Impulsión de Galileo	R^3 [3 par.]	espacio, tiempo	no compacto	escalares, vectores, tensores	velocidad del centro de masas	si/para bajas velocidades	relatividad del movimiento
Lorentz	homogéneo Lie SO(3,1) [6 par.]	espacio-tiempo	no compacto	tensores, espinores	energía-cantidad de movimiento $T^{\mu\nu}$	si/si	Velocidad de la luz constante
Poincaré ISL(2,C)	no homogéneos Lie [10 par.]	espacio-tiempo	no compacto	tensores, espinores	energía-cantidad de movimiento $T^{\mu\nu}$	si/si	

Marcus Mühlbauer - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

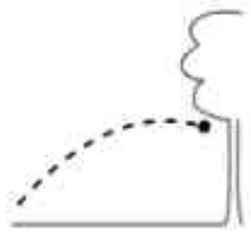


TABLA 36 (Continuación) Las simetrías conocidas de la naturaleza, con sus propiedades; así como la lista completa de *inducciones* lógicas utilizados en la física.

Simetría	Tipo [número de parámetros]	Espacio de acción	Topología de grupo	Representaciones posibles	Cantidad conservada/carga	Vacío/materia simétrica	Efecto principal
Invariancia por dilatación	R^+ [1 par.]	espacio-tiempo	radio	*n*-dimen. continuo	ninguna	si/no	partículas sin masa
Invariancia conforme especial	R^4 [4 par.]	espacio-tiempo	R^4	*n*-dimen. continuo	ninguna	si/no	partículas sin masa
Invariancia conforme	[15 par.]	espacio-tiempo	complicado	tensores y espinores sin masa	ninguna	si/no	invariancia de cono de luz
Simetrías dinámicas, dependientes de interacciones: la gravitación							
gravedad en $1/r^2$	SO(4) [6 par.]	espacio de configuración	como SO(4)	parejas de vectores	dirección del perihelio	si/si	órbitas cerradas
invariancia por difeomorfismo	[∞ par.]	espacio-tiempo	complicado	espacio-tiempo	energía cantidad de movimiento local	sis/no	avance del perihelio
Simetrías dinámica, dependientes del movimiento clásico y el de la mecánica cuántica							
Paridad por inversión ('espacial') P	discreto	espacio de fases o de Hilbert	discreto	par, impar	paridad-P	si/no	existen los mundos espejo
Movimiento por inversión T ('tiempo')	discreto	espacio de fases o de Hilbert	discreto	par, impar	paridad-T	si/no	reversibilidad
Conjugación de carga C	global, antilineal, anti-Hermitian	espacio de fases o de Hilbert	discreto	par, impar	paridad-C	si/no	existen las antipartículas
CPT	discreto	espacio de fases o de Hilbert	discreto	par	paridad-CPT	si/si	hace posible la teoría de campos
Simetrías de gauge dinámicas, dependientes de interacciones							

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

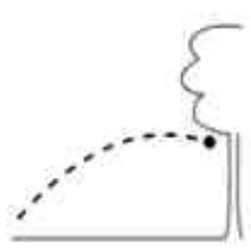


TABLA 36 (Continuación) Las simetrías conocidas de la naturaleza, con sus propiedades; así como la lista completa de *inducciones* lógicas utilizados en la física.

Simetría	Tipo [número de parámetros]	Espacio de acción	Topología de grupo	Representaciones posibles	Cantidad conservada/carga	Vacío/materia simétrica	Efecto principal
Invariancia de gauge electromagnética clásica	[∞ par.]	espacio de campos	no importante	no importante	carga eléctrica	si/si	luz sin masa
Invariancia de gauge electromagnética cuántica	Lie U(1) Abeliano [1 par.]	espacio de Hilbert	círculo S^1	campos	carga eléctrica	si/si	fotón sin masa
Dualidad electromagnética	Lie U(1) Abeliano [1 par.]	espacio de campos	círculo S^1	abstracto	abstracto	si/no	ninguna
Gauge débil	Lie SU(2) [3 par.] no-Abeliano	espacio de Hilbert	como $SU(3)$	partículas	carga débil	no/ aprox.	
Gauge de color	Lie SU(3) [8 par.] no-Abeliano	espacio de Hilbert	como $SU(3)$	quarks de color	color	si/si	gluones sin masa
Simetría quiral	discreto	fermiones	discreto	izquierda, derecha	helicidad	aproximadamente	fermiones 'sin masa'[a]
Simetrías de permutaciones							
Cambio de partículas	discreto	espacio de Fock etc.	discreto	fermiones y bosones	ninguna	n.a./si	paradoja de Gibbs

Vol. III, página 345 Para detalles sobre la conexión entre simetría e inducción, ver más adelante. La explicación de los términos de la tabla se completará en lo que resta del paseo. Los números reales son notados como R.

a. Sólo aproximado; 'sin masa' significa que $m \ll m_{Pl}$, es decir, que $m \ll 22\,\mu g$.

Inversión de paridad e inversión del movimiento

Las simetrías de la Tabla 36 incluyen las llamadas simetrías *discretas* que son importantes para el estudio del movimiento.

La primera es la *invariancia de paridad* para los objetos o procesos bajo la inversión espacial. Esta simetría también se conoce como *invariancia espejo* o *simetría derecha-izquierda*. Ambos, objetos y procesos, pueden ser simétricos especulares. Un único guan-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

te o unas tijeras no tienen simetría espejo. ¿Hasta dónde puede lanzar una piedra con la otra mano? La mayoría de la gente tiene una mano preferida, y las diferencias son muy pronunciadas. ¿Tiene la naturaleza tal preferencia derecha-izquierda? En la vida cotidiana, la respuesta es clara: todo lo que sucede de una manera también puede ocurrir en su forma especular reflejada.

En numerosos experimentos de precisión se ha podido comprobar la invariancia espejo; se encontró que:

▷ todo lo que es debido a la gravitación, electricidad o magnetismo también puede ocurrir en una forma especular reflejada.

No hay excepciones. Por ejemplo, hay personas con el corazón en el lado derecho; hay caracoles con conchas zurdas; hay planetas que giran en sentido contrario. La Astronomía y la vida cotidiana - las cuales están gobernadas por procesos gravitatorios y electromagnéticos - son *invariante-especular*. Se dice también que la gravitación y el electromagnetismo son de *paridad invariante*. Más tarde descubriremos que ciertos procesos raros no debidos a la gravedad o al electromagnetismo, sino a la interacción nuclear débil, violan la paridad.

Vol. V, página ??

La simetría espejo tiene dos representaciones: '+ o singlete', así en los objetos con simetría espejo, y '– o doblete', tales como ciertos objetos manuales. Como consecuencia de la simetría especular, las cantidades escalares pueden por tanto ser divididas en *verdaderos* escalares, como la temperatura, y *seudo-escalares*, como el flujo magnético o la carga magnética. Los escalares verdaderos no cambian de signo bajo la reflexión especular, mientras que los seudo-escalares sí lo hacen. De la misma manera, se puede hacer la distinción entre los vectores *verdaderos*, o vectores *polares*, tal como la velocidad, y los *seudo-vectores*, o vectores axiales, como la velocidad angular, el momento angular, el torque, la vorticidad y el campo magnético. (¿Puede encontrar un ejemplo de seudotensor?)

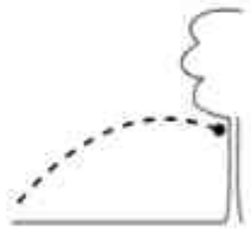
Desafío 491 ny

La otra simetría discreta es la *inversión del movimiento*. A veces se la llama también, equivocadamente, 'inversión del tiempo'. ¿Pueden las cosas suceder al revés?. ¿Traza la inversión del movimiento el paso siguiente?. Esta pregunta no es fácil. Un estudio de movimiento debido a la gravitación muestra que tal movimiento puede también suceder siempre en la dirección inversa. (También en la inversión del movimiento, los observables pertenecen a una representación + o a una –). En caso de un movimiento debido a la electricidad y el magnetismo, tales como el comportamiento de los átomos en los gases, sólidos y líquidos, la cuestión es más complicada. ¿Pueden los objetos rotos volver a recomponerse?. Vamos a hablar de ello en la sección de la termodinámica, pero vamos a llegar a la misma conclusión, a pesar de la apariencia de lo contrario:

▷ Todo movimiento debido a la gravitación, la electricidad o el magnetismo puede suceder también en la dirección contraria.

la inversión de movimiento es una simetría de todos los procesos debidos a la gravitación y la interacción electromagnética. El movimiento cotidiano es *reversible*. Y, una vez más, ciertos procesos nucleares todavía más raros proporcionarán excepciones.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



Simetría de interacción

En la naturaleza, cuando miramos a un sistema, a menudo podemos desentendernos del medio ambiente. Muchos procesos se producen independientemente de lo que sucede a su alrededor. Esta independencia es una simetría física. Teniendo en cuenta la independencia de las observaciones de los detalles que se producen en el medio ambiente, está claro que las interacciones entre los sistemas y el entorno *disminuye con la distancia*. En particular, se puede deducir que la atracción de la gravedad, la atracción y la repulsión eléctrica, así como la atracción y repulsión magnética debe desaparecer a una gran
Desafío 492 e distancia de los cuerpos.¿Lo puede confirmar?

La simetría gauge es también una simetría de interacción. Nos la encontraremos cuando exploremos la física cuántica. En cierto sentido, estas simetrías son casos específicos del decrecimiento general de interacciones con la distancia.

Curiosidades y divertidos retos sobre la simetría

La simetría izquierda-derecha es una propiedad importante en la vida cotidiana; por ejemplo, los seres humanos prefieren rostros con un alto grado de simetría derecha-izquierda. Los seres humanos también prefieren que los objetos en las paredes tienen formas simétricas derecha-izquierda. Resulta que el ojo y el cerebro tienen incorporados detectores de simetría. Detectan las desviaciones de una simetría perfecta derecha-izquierda.

* *

¿Cuál es el camino seguido por cuatro tortugas que comienzan en los cuatro ángulos de un cuadrado, si cada una de ellas camina de forma continua, a velocidad constante, hacia
Desafío 493 s la siguiente de su derecha (o izquierda)? ¿Cuál es la distancia que recorren?

* *

Desafío 494 s ¿Cuál es la simetría de una oscilación simple? ¿Y de una onda?

* *

Desafío 495 s Para qué sistemas la inversión del movimiento son una transformación de simetría?

* *

Desafío 496 s ¿Cuál es la simetría de una rotación continua?

* *

Una esfera posee un tensor para el momento de inercia que es diagonal con tres números iguales. Lo mismo es cierto para un cubo. ¿Puede usted distinguir esferas y cubos por su
Desafío 497 s comportamiento de rotación?

* *

Desafío 498 s ¿Hay un movimiento en la naturaleza cuya simetría sea perfecta?

* *

¿Puede demostrar que en *dos* dimensiones, los objetos *finitos* sólo pueden tener sime-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

tría de rotación y de reflexión, en contraste con los objetos *infinitos*, que pueden tener también simetría de traslación y desplazamiento de reflexión? ¿Puede demostrar que los objetos finitos en dos dimensiones, si la simetría de rotación no está presente, sólo hay una simetría de reflexión? Y que todas las rotaciones posibles son siempre alrededor del mismo centro? ¿Se puede deducir de esto que al menos un punto no ha cambiado en
Desafío 499 e todos los objetos finitos simétricos de dos dimensiones?

* *

Desafío 500 s ¿Qué objeto de la vida cotidiana, común en el siglo XX, tiene simetría séptuple?

* *

Aquí hay pequeño rompecabezas sobre la *falta* de simetría. Un triángulo agudo *general* se define como un triángulo cuyos ángulos difieren de un ángulo recto y uno de otro por al menos 15 grados. Demostrar que hay sólo uno de tales triángulos general y encontrar
Desafío 501 e sus ángulos.

* *

¿Puede demostrar que, en *tres* dimensiones, los objetos *finitos* pueden tener sólo simetría de rotación, reflexión, inversión y simetría de inversión de rotación, en contraste con los objetos *infinitos*, que puede tener también la simetría de traslación, de deslizamiento-reflexión, y de rotación de tornillo? ¿Puede demostrar que los objetos finitos en tres dimensiones, si no está presente la simetría de rotación, sólo hay un plano de reflexión? ¿Y que para todos las inversiones o inversiones de rotación del centro debe yacer en un eje de rotación o en un plano de reflexión? ¿Se puede deducir de esto que al menos un
Desafío 502 e punto no ha cambiado en todos los objetos finitos tridimensionales simétricos?

Resumen sobre la simetría

La simetría es invariante al cambio. Las simetrías más simples son geométricas: las simetrías puntuales de las flores o la simetría de traslación de infinitos cristales son ejemplos. Todos los cambios posibles que dejan un sistema invariante - es decir, todas las posibles transformaciones de simetría de un sistema - forman un grupo matemático. Además de grupos de simetría *geométrica*, en la naturaleza aparecen varios grupos de simetría adicionales por el movimiento mismo.

El movimiento es universal. Cualquier declaración de universalidad implica simetría. La reproducibilidad y la previsibilidad de la naturaleza implica varias simetrías continuas fundamentales: dado que podemos *hablar* de la naturaleza, podemos deducir varias de sus simetrías, en particular de sus simetrías bajo *traslaciones de tiempo y espacio* y *rotaciones*. Las simetrías de espacio-tiempo forman un grupo. De manera más precisa, forman un grupo de simetría *continua*.

De las simetrías continuas de la naturaleza, usando el teorema de Noether, podemos deducir 'cargas' conservadas. Estas son energía, cantidad de movimiento y momento angular. Ellas están descritas con número reales. En otras palabras, las definiciones de masa, espacio y tiempo, asociadas a sus propiedades de simetría, son *equivalentes* a la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. La conservación y la simetría son dos maneras de expresar la misma propiedad de la naturaleza. Para decirlo sencillamente,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

nuestra aptitud para hablar acerca de la naturaleza significa que la energía, el momento lineal y el momento angular se conservan y son descritas por números.

Adicionalmente, hay dos simetrías discretas fundamentales del movimiento: primero, las observaciones cotidianas encontradas resultan ser *simétricas especularmente*; segundo, muchos movimientos simples de movimiento resultan ser simétricos bajo la *inversión de movimiento*.

Finalmente, la aislabilidad de los sistemas de sus entornos implica que las interacciones *no deben tener ningún efecto a grandes distancia*. La lista completa de las simetrías de la naturaleza también incluye la simetría gauge, la simetría de cambio de partículas y ciertas simetrías de vacío.

Todos los aspectos del movimiento, como todos los componentes de un sistema simétrico, se pueden clasificar por su comportamiento de simetría, es decir, por el multiplete o la representación a la que pertenecen. Como resultado, los observables son bien escalares, vectores o tensores.

Una manera fructífera de formular los patrones y 'leyes' de la naturaleza - es decir, los lagrangianos de un sistema físico - ha sido la búsqueda en primer lugar del conjunto completo de las simetrías de la naturaleza. Por ejemplo, esto es útil para las oscilaciones, las ondas, la relatividad, la física cuántica y la electrodinámica cuántica. Vamos a utilizar el método durante todo nuestro viaje; en nuestra última etapa vamos a descubrir algunas simetrías que son aún más alucinantes que las de la relatividad y las de las interacciones. En la siguiente sección, sin embargo, vamos a pasar a la siguiente aproximación para una descripción global del movimiento.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 10

Movimientos simples de cuerpos extensos - oscilaciones y ondas

La observación del cambio es un aspecto fundamental de la naturaleza. Entre todas estas observaciones, el cambio *periódico* es de los más frecuentes a nuestro alrededor. En efecto, en nuestra vida cotidiana podemos observar oscilaciones y ondas: hablar, cantar, escuchar y ver sería imposible sin ellas. Explorar la siguiente aproximación global al movimiento, las oscilaciones y ondas, es a la vez útil y hermoso.

Oscilaciones

Las oscilaciones son cambios recurrentes, es decir, cambios cíclicos o periódicos. Antes, Página 265 se definió la acción, y por lo tanto el cambio, como la integral de la función de Lagrange (o Lagrangiano), y hemos definido el Lagrangiano como la diferencia entre la energía cinética y potencial. Todos los sistemas oscilantes cambian periódicamente una clase de energía por la otra. Uno de los sistemas oscilantes más simples en la naturaleza es una masa m unida a un resorte lineal, o sea, un *muelle*. El Lagrangiano para la posición x de esta masa viene dado por

$$L = \tfrac{1}{2}mv^2 - \tfrac{1}{2}kx^2 \,, \tag{93}$$

donde k es una magnitud que caracteriza al resorte, denominada constante del resorte. Su Lagrangiano se debe a Robert Hooke, en el siglo XVII. ¿Puede demostrar la expresión?

Desafío 503 e

El movimiento que resulta de esta función de Lagrange es periódico, y se muestra en la Figura 203. El Lagrangiano (93) describe así la *oscilación* de la longitud del resorte con el tiempo. Este movimiento es exactamente el mismo que el de un largo péndulo con pequeña amplitud. El movimiento se denomina *movimiento armónico*, debido a que un objeto que vibra rápidamente de esta manera produce un sonido musical completamente puro - o armónico -. (El instrumento musical que produce las ondas armónicas más puras es la flauta travesera. Este instrumento, por lo tanto, da la mejor idea de cómo "suena" un movimiento armónico.)

La gráfica de esta *oscilación armónica*, también conocida como *oscilación lineal*, que se muestra en la Figura 203, se llama *curva sinusoide*, y puede ser vista como el elemento fundamental de todas las oscilaciones. Todas las demás oscilaciones anarmónicas en la naturaleza pueden ser reconstruidas a partir de otras armónicas, es decir, a partir de las Página 312 curvas sinusoidales, como veremos en breve. Cualquier cantidad $x(t)$ que oscila armó-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

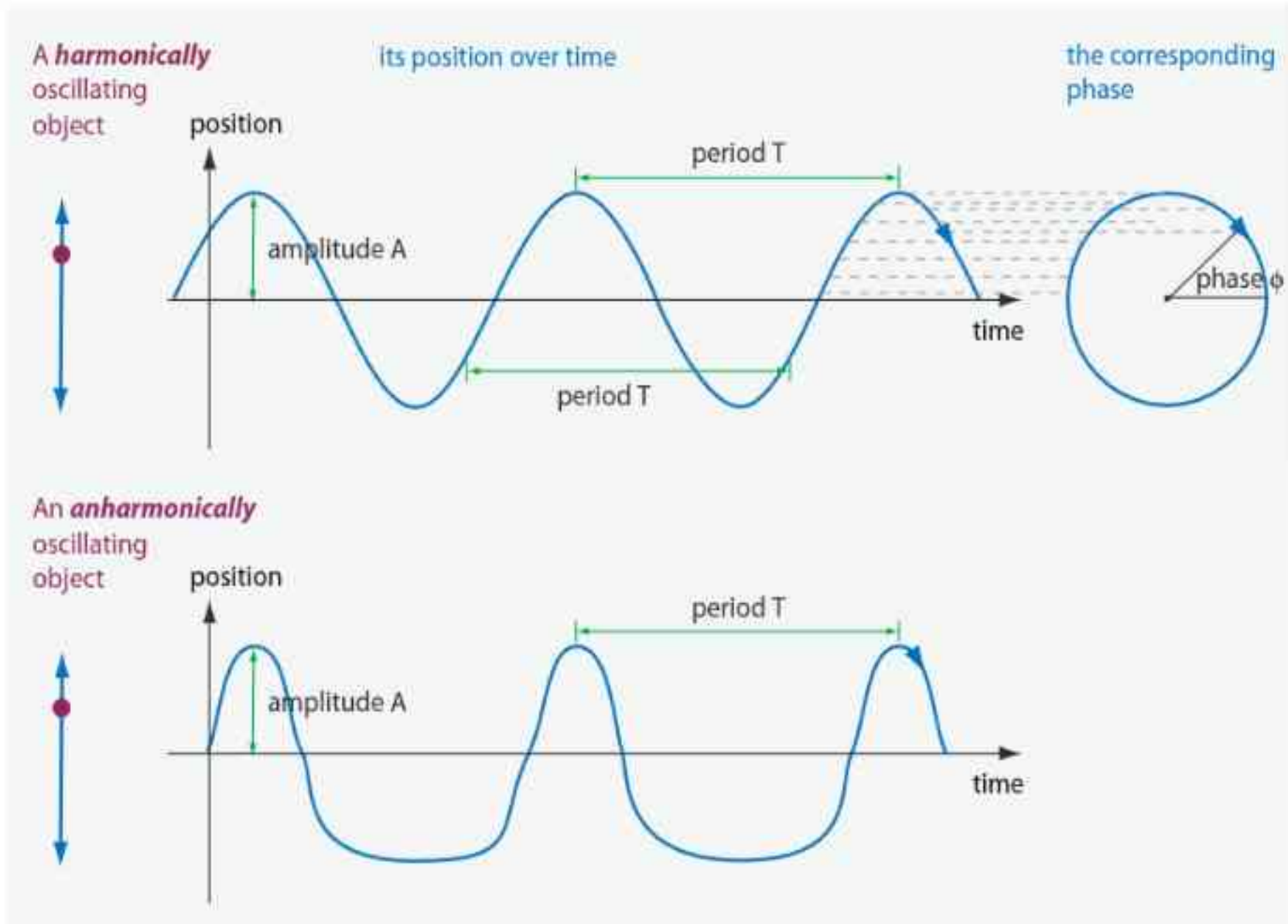


FIGURA 203 Arriba: la oscilación más simple, la oscilación *lineal* o *armónica*: cómo cambia la posición en el tiempo y cómo se relaciona con la rotación. Abajo: un ejemplo de oscilación anarmónica.

nicamente es descrita por su amplitud A, su frecuencia angular ω y su fase φ:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \,. \tag{94}$$

La amplitud y la fase dependen de la forma en que se inicia la oscilación. Por el contrario, la frecuencia angular ω es una propiedad intrínseca del sistema. ¿Puede demostrar que para la masa unida al resorte, tenemos $\omega = 2\pi f = 2\pi/T = \sqrt{k/m}$?

Desafío 504 s

Cualquier oscilación armónica viene descrita por tanto por tres cantidades: la *amplitud*, el *período* (el inverso de la frecuencia) y la *fase*. La fase, como ilustra la Figura 205, distingue oscilaciones de la misma amplitud y período T; la fase define en qué momento comienza la oscilación.

Algunas frecuencias observadas quedan recogidas en la Tabla 37. La Figura 203 muestra cómo se relaciona una oscilación armónica con una rotación imaginaria. Como resultado, la fase queda mejor descrita como el valor de un ángulo entre 0 y 2π.

Amortiguación

Cada movimiento oscilante transforma continuamente la energía cinética en energía potencial y viceversa. Este es el caso de las mareas, del péndulo, o de cualquier receptor de radio. Pero muchas oscilaciones también disminuyen con el tiempo: son *amortiguadas*.. Los sistemas con gran amortiguación, tales como los amortiguadores de los automóviles, se utilizan para evitar oscilaciones. Los sistemas con muy *pequeña* amortiguación son

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 37 Algunos valores de frecuencia de sonidos encontrados en la naturaleza.

Observación	Frecuencia
Frecuencias sonoras en un gas, emitidas por los agujeros negros	*c.* 1 fHz
Precisión en las medidas de las frecuencias de vibración del Sol	Por debajo de 2 nHz
Frecuencias de vibración del Sol	Por debajo de *c.* 300 nHz
Frecuencias de vibración que perturban la detección de la radiación gravitacional	Por debajo de 3 μHz
La más baja frecuencia de vibración de la Tierra Ref. 217	309 μHz
Frecuencia de resonancia del estómago y órganos internos (Dando la experiencia 'sonido en el vientre')	1 a 10 Hz
Tempo de la música común	2 Hz
Frecuencia usada para la comunicación por los peces pedorros	*c.* 10 Hz
Sonido producido por conjuntos de altavoces (bocina, electromagnético, piezoeléctrico, electretos, plasma, láser)	*c.* 18 Hz a más de 150 kHz
Sonido audible para jóvenes humanos	20 Hz a 20 kHz
Zumbido de aparatos electrodomésticos, dependiendo del país	50 o 60 Hz
Voz de un hombre adulto, frecuencia fundamental	85 Hz a 180 Hz
Voz de una mujer adulta, frecuencia fundamental	165 Hz a255 Hz
Valor oficial, o *tono estándar*, de la nota musical 'A' o 'la', siguiendo ISO 16 (y de la señal de línea del teléfono en muchos países)	440 Hz
Valores comunes de la nota 'A' o 'la' usada por orquestas	442 a 451 Hz
Aleteo de los más pequeños insectos voladores	*c.* 1000 Hz
Frecuencia fundamental del sonido producido por las plumas del saltarín alitorcido (manakin), *Machaeropterus deliciosus*	1 a 1,5 kHz
Frecuencia fundamental del sonido del grillo	2 kHz a 9 kHz
Frecuencias de un oscilador de cuarzo	20 kHz hasta 350 MHz
Sonar usado por murciélagos	por encima de 100 kHz
Sonar usado por los delfines	hasta 150 kHz
Frecuencia del sonido usado en imágenes por ultrasonidos (ecografía)	2 a 20 MHz
Frecuencias (sonoras) de los fonones medidas en cristales simples	hasta 20 THz and more

Moser Mountain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

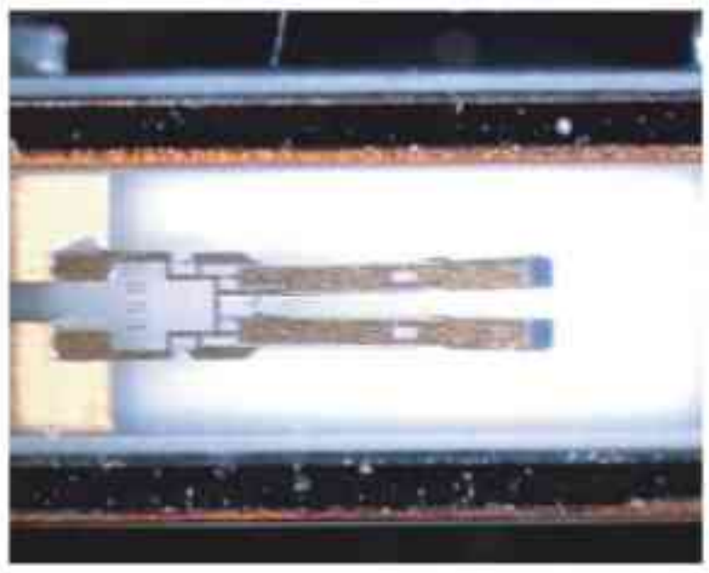


FIGURA 204 El interior de un oscilador comercial de cuarzo, de unos pocos milímetros de tamaño, motor a alta amplitud. (QuickTime film © Microcrystal)

útiles para la fabricación de relojes precisos y de larga duración. La medida más simple de la tasa de amortiguación es el número de oscilaciones que un sistema utiliza para reducir su amplitud a $1/e \approx 1/2{,}718$ veces el valor original. Este número característico es el llamado *factor Q*, llamado así por la abreviatura de 'factor de calidad'. Un factor Q pobre es 1 o menos, uno extremadamente bueno es 100 000 o más. ¿Puede escribir un Lagrangiano simple para una oscilación amortiguada con un factor Q dado? En la naturaleza, las oscilaciones amortiguadas por lo general no mantienen la frecuencia constante, sin embargo, para el péndulo simple éste sigue siendo el caso en un alto grado de precisión. La razón es que para un péndulo, la frecuencia no depende de manera significativa de la amplitud (siempre y cuando la amplitud sea menor que aproximadamente 20°). Esta es una de las razones de por qué los péndulos se utilizan como osciladores en los relojes mecánicos.

Desafío 505 ny

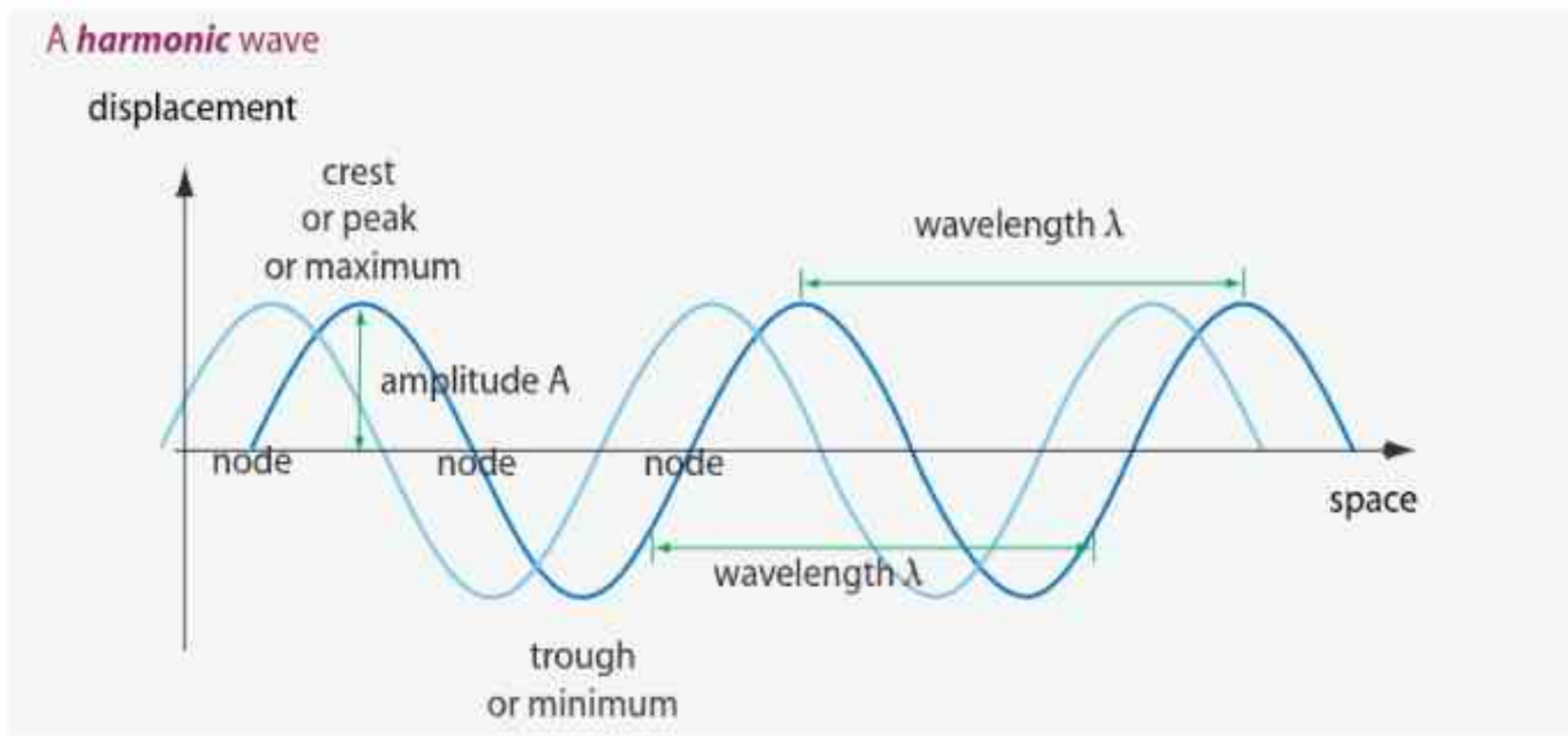
Obviamente, para un buen reloj, el comportamiento de las oscilaciones no sólo debe mostrar una pequeña amortiguación, sino que también debe ser independiente de la temperatura y ser insensible a otras influencias externas. Un progreso importante del siglo XX fue la introducción de cristales de cuarzo como osciladores. El cuarzo técnico son cristales del tamaño de algunos granos de arena, y pueden ser puestos a oscilar mediante la aplicación de una señal eléctrica. Tienen poca dependencia de la temperatura y un gran factor Q, y además, un bajo consumo de energía, por lo que relojes precisos pueden funcionar ahora con baterías pequeñas. El interior de un oscilador de cuarzo se muestra en la Figura 204.

Resonancia

En la mayoría de sistemas físicos que son puestos a oscilar por una fuente externa, la amplitud resultante depende de la frecuencia. Las frecuencias seleccionadas para las que la amplitud es máxima se denominan *frecuencias de resonancia* o simplemente *resonancias*. Por ejemplo, el oscilador de cuarzo de la Figura 204, o las frecuencias de vibración usuales en las cuerdas de guitarra o en las campanas - que se muestran en la Figura 206 – son frecuencias de resonancia.

Por lo general, las oscilaciones en la que un sistema oscilará cuando son activados por un golpe seco van a ocurrir en las frecuencias de resonancia. La mayoría de instrumentos musicales son algunos ejemplos. La mayor parte de los sistemas tienen varias frecuencias

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



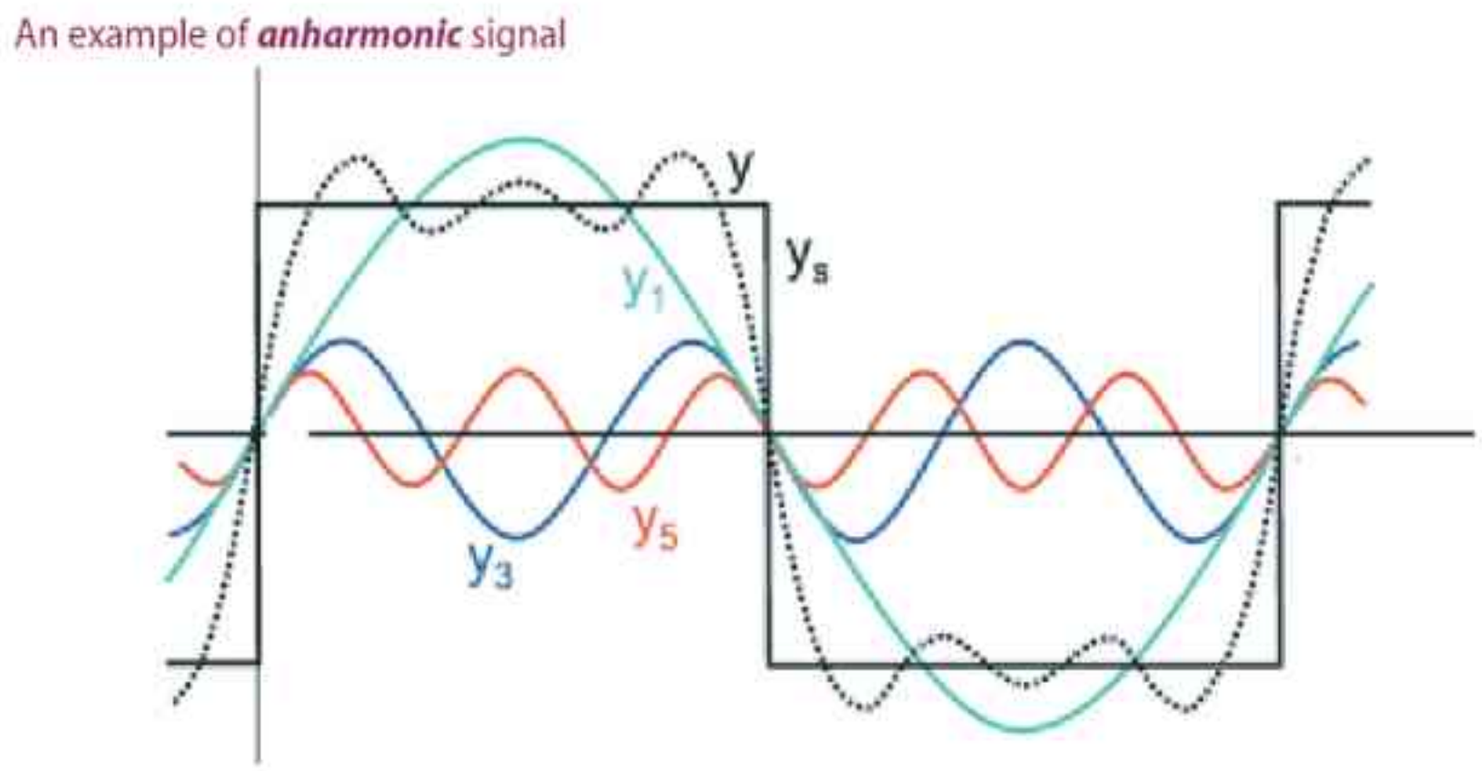


FIGURA 205 Arriba: las principales propiedades de una onda armónica u onda sinusoidal. Abajo: una señal periódica general, u onda anarmónica; en este ejemplo una onda cuadrada negra, que puede ser descompuesta de forma única en ondas *armónicas* más simples. Se muestran también las primeras tres componentes (verde, azul y roja) y también su suma intermedia (línea punteada). Esto se llama *descomposición de Fourier* y el método general para hacerlo, *análisis de Fourier*. (© Wikimedia) No se muestra: la descomposición única en ondas armónicas es incluso posible para señales *no periódicas*.

FIGURA 206 Los patrones de vibración fundamental medidos de una campana. Las campanas, como cualquier otra fuente se oscilación, sea un átomo, una molécula, un instrumento musical o la voz humana, muestran que todas las oscilaciones en la naturaleza son debidas a ondas. (© H. Spiess & al.).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

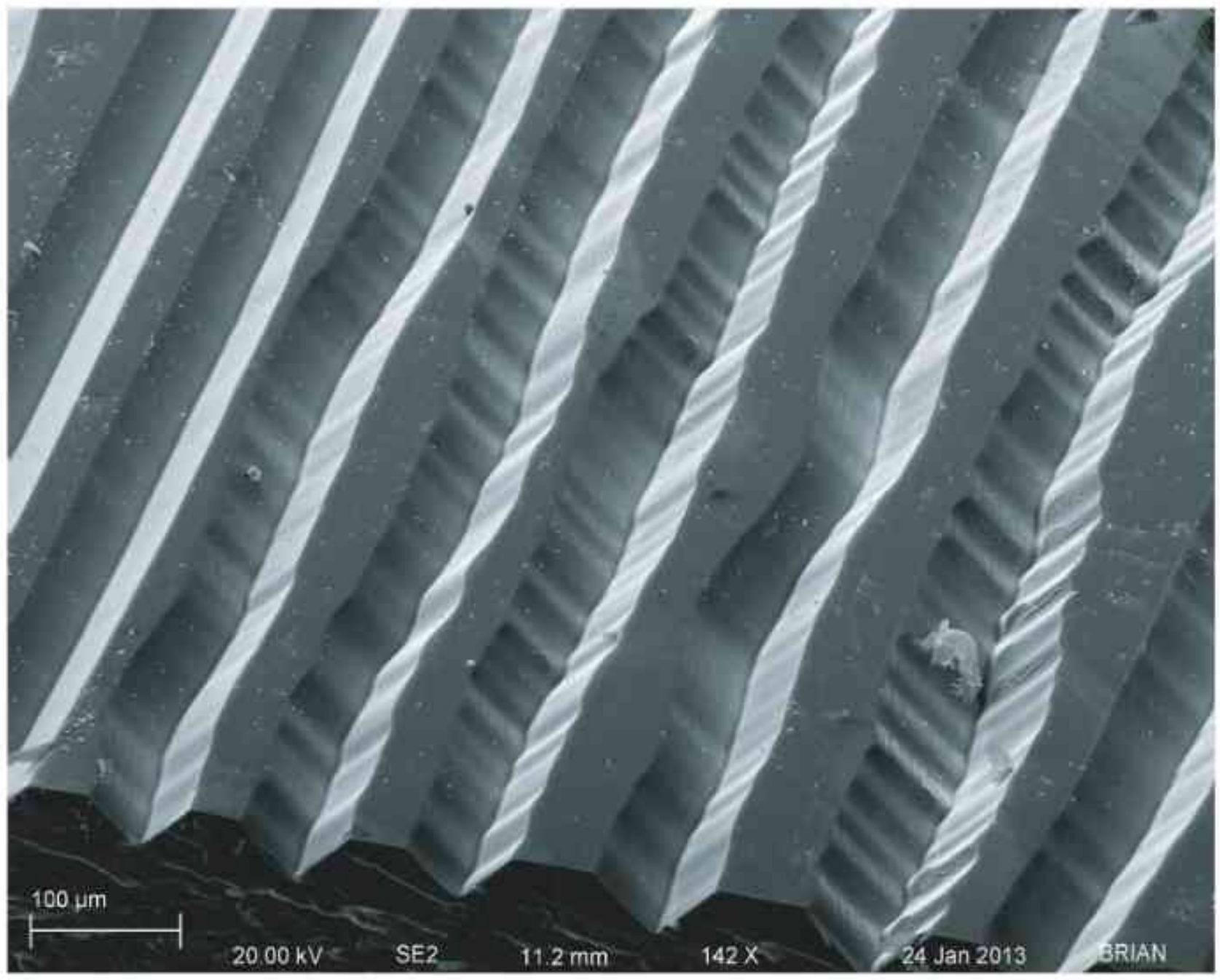


FIGURA 207 El centro de las ranuras en un viejo disco de vinilo muestra la amplitud de la presión acústica, promediado sobre dos canales estéreo (microscopio electrónico de barrido Fotografías de © Chris Supranowitz/University of Rochester).

de resonancia, las flautas, las cuerdas y las campanas son ejemplos bien conocidos.

En contraste con la música o la electrónica, a menudo la resonancia tiene que ser evitada en otras situaciones. En los edificios, los terremotos pueden provocar resonancias, y en los puentes, el viento puede provocar oscilaciones resonantes, de manera similar, muchas máquinas resonantes necesitan ser humedecidas o bloqueadas con el fin de evitar que la gran amplitud de una resonancia destruya el sistema. En los coches modernos de alta calidad, se calculan las resonancias de cada parte y de cada estructura y, si es necesario, se ajustan de tal manera que no haya vibraciones molestas que perturben al conductor o al pasajero. Todos los sistemas que oscilan también emiten *ondas*. De hecho, la resonancia sólo se produce porque todas las oscilaciones son en realidad *ondas localizadas*. En efecto, las oscilaciones sólo aparecen en sistemas *extensos*; y las oscilaciones son sólo descripciones simplificadas de los movimientos repetitivos de cualquier sistema extenso. El movimiento repetitivo completo y general de un sistema extenso es la *onda*.

Ondas: general y armónica

Las ondas son desequilibrios o inhomogeneidades viajando, o, equivalentemente, vibraciones desplazándose. Las ondas se desplazan, a pesar de que el sustrato que las envuelve permanezca inmóvil. Cada onda puede ser vista como una superposición de ondas *ar-*

Moder Mulunalit - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 38 Algunas velocidades de ondas.

Onda	Velocidad
Tsunami	alrededor de 0,2 km/s
Sonido en la mayoría de los gases	0,3 ± 0,1 km/s
Sonido en el aire a 273 K	0,331 km/s
Sonido en el aire a 293 K	0,343 km/s
Sonido en el helio a 293 K	0,983 km/s
Sonido en la mayoría de los líquidos	1,2 ± 0,2 km/s
Ondas sísmicas	1 a 14 km/s
Sonido en el agua a 273 K	1,402 km/s
Sonido en el agua a 293 K	1,482 km/s
Sonido en el agua del mar a 298 K	1,531 km/s
Sonido en el oro	4,5 km/s
Sonido en el acero	5.8 a 5,960 km/s
Sonido en el granito	5,8 km/s
Sonido en el vidrio (longitudinal)	4 a 5,9 km/s
Sonido en el berilio (longitudinal)	12,8 km/s
Sonido en el boro	hasta 15 km/s
Sonido en el diamante	hasta 18 km/s
Sonido en el fullereno (C_{60})	hasta 26 km/s
Velocidad de una onda de plasma en InGaAs	600 km/s
Luz en el vacío	$2{,}998 \cdot 10^8$ m/s

mónicas. Cada efecto de sonido se puede considerar como compuesto de ondas armónicas. Las ondas armónicas, también llamadas *ondas sinusoidales* u *ondas lineales*, son los componentes básicos con los que se construyen todos los movimientos internos de un cuerpo extenso, como se muestra en la Figura 205. ¿Puede describir la diferencia en la forma de onda de entre un tono armónico puro, un sonido musical, un ruido y una explosión?

Desafío 506 e

Cada onda armónica se caracteriza por una *frecuencia* de oscilación f, una *velocidad* de propagación (o de fase) c, una *longitud de onda* λ, una amplitud A y una *fase* φ, como se puede deducir de la Figura 205. Las ondas de baja amplitud sobre el agua son ejemplos de ondas armónicas - en contraste con las ondas de agua de gran amplitud -. En una onda armónica, cada punto (posición) por sí mismo realiza una oscilación armónica. La fase de una onda especifica la posición de un punto de la onda (o una cresta) en un momento dado. Es un ángulo comprendido entre 0 y 2π.

La velocidad de fase c es la velocidad con la que se mueve un máximo de onda. Unos pocos ejemplos se enumeran en la Tabla 38. ¿Puede demostrar que la frecuencia y la longitud de onda de una onda están relacionadas por $f\lambda = c$?

Desafío 507 e

Las ondas aparecen en el interior de todos los cuerpos *extensos*, ya sean sólidos, líquidos, gases o plasmas. En el interior de los cuerpos fluidos, las ondas son *longitudinales*, lo que significa que el movimiento de las ondas ocurre en la misma dirección que su os-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

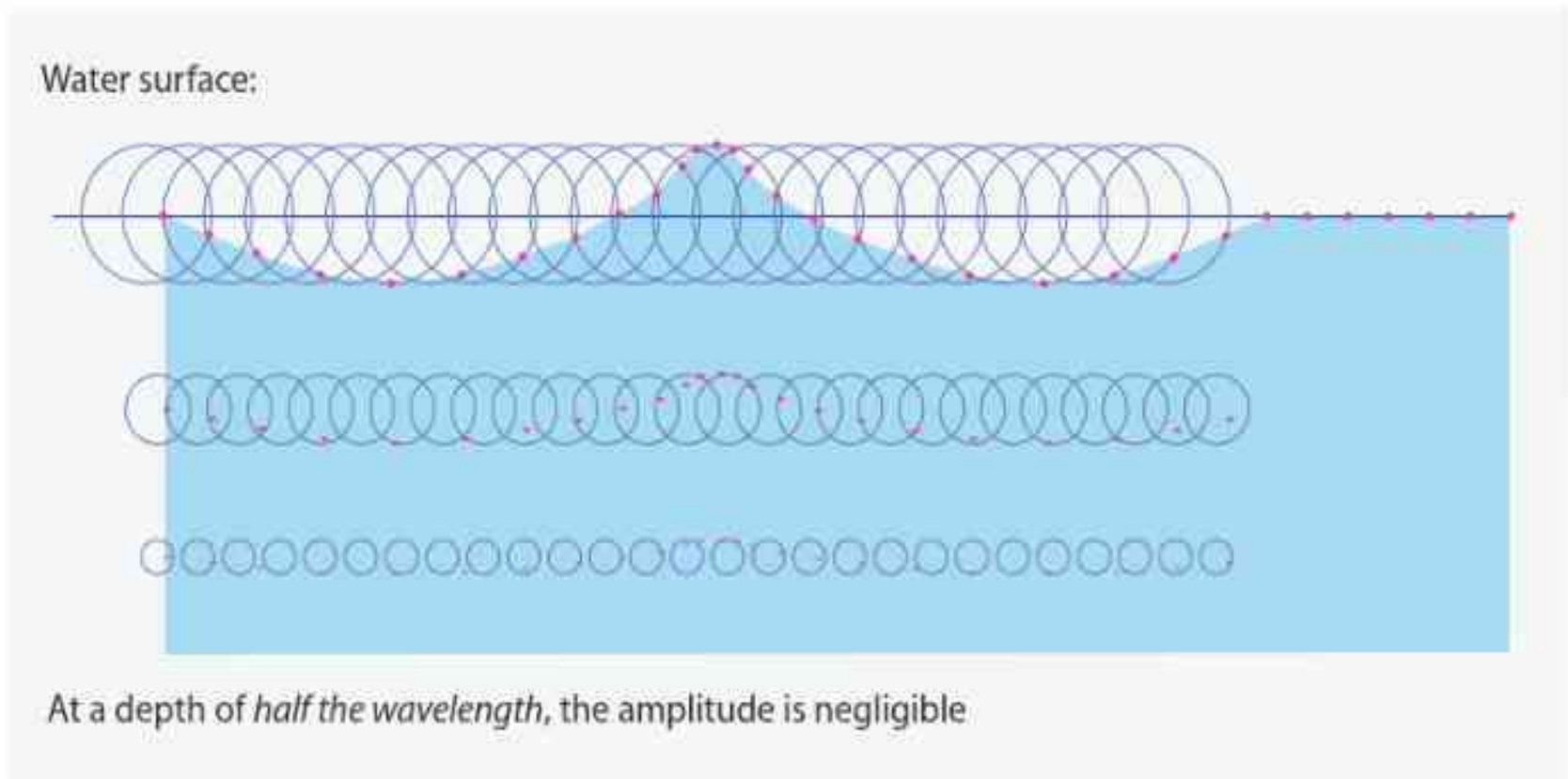


FIGURA 208 La formación, a partir del movimiento circular de las partículas del agua, de la forma de ondas de gravedad profunda. Note la forma no-sinusoidal de la ola.

cilación. El sonido que se propaga en el aire es un ejemplo de onda longitudinal. En el interior de los cuerpos sólidos, las ondas también pueden ser *transversales*, en cuyo caso la oscilación de la onda es perpendicular a la dirección de propagación.

Las ondas aparecen también en las *interfases* entre los cuerpos: las interfases agua-aire son casos muy conocidos y estudiados. Incluso una interfaz de agua salada-agua dulce, lo que se llama *aguas muertas*, muestra ondas: pueden aparecen incluso si la superficie superior del agua está inmóvil. Cualquier vuelo en un avión ofrece la oportunidad de estudiar las disposiciones regulares de nubes en la interfaz entre los estratos de aire caliente y frío en la atmósfera. Son bien conocidas también las ondas sísmicas que viajan a lo largo del límite entre el fondo del océano y el agua de mar. Las ondas de superficie generales no son, por lo general, ni longitudinales ni transversales, sino de un tipo mixto.

Para tener una primera idea sobre las ondas, tenemos un vistazo a las ondas sobre el agua.

Ondas de agua

Las ondas sobre superficies acuosas muestran una amplia gama de fenómenos fascinantes. Antes de continuar, hay dos tipos diferentes de ondas de aguas superficiales. En el primer tipo, la fuerza que restaura la superficie plana es la tensión superficial. Estas ondas, que reciben el nombre de *ondas de tensión superficial*, juegan un papel a escalas de hasta unos pocos centímetros. En el segundo, un tipo de onda a escala más grande, la fuerza restauradora es la gravedad y se habla entonces de *ondas de gravedad*.* La diferencia se percibe fácilmente al observarlas: las ondas de tensión superficial tienen una forma sinusoidal, mientras que las ondas de gravedad tienen una forma con máximos más nítidos y depresiones más amplias. Esto se produce debido a la forma especial de cómo el agua se mueve en tales tipos de ondas. Como se muestra en la Figura 208, la

Página 313

* Los meteorólogos también conocen un tercer tipo de ondas en el agua: hay ondas con grandes longitudes de onda cuya fuerza restauradora es la fuerza de Coriolis.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 209 Tres de los principales tipos de ondas de agua. Arriba: una onda de gravedad de agua poco profunda, no sinusoidal. Abajo a la izquierda: una ondulación de aguas profundas - una onda de tensión superficial sinusoidal. Las ondulaciones de aguas poco profundas, que no se muestran, son iguales. Abajo a la derecha: una onda de gravedad de aguas profundas, aquí una estela de barco, de nuevo no sinusoidal. (© Eric Willis, Wikimedia, allyhook)

superficie del agua en una (breve) onda de agua de gravedad describe una curva engendrada por un punto situado sobre un círculo que rueda, lo que conduce a la forma típica y asimétrica de la onda con unas cortas crestas puntiagudas y largas depresiones poco profundas:las ondas no son simétricas arriba-abajo. Bajo las crestas, las partículas de agua se mueven *en* la dirección del movimiento de las olas; abajo en las depresiones, las partículas de agua se mueven *en contra* del movimiento de las olas. Siempre y cuando no haya viento y el suelo debajo del agua sea horizontal, las ondas de gravedad también son simétricas bajo reflexión de adelante hacia atrás. Si la amplitud es muy alta, o si el viento es demasiado fuerte, las olas se rompen, porque un ángulo en la cúspide de más de 120° no es posible. Estas ondas no tienen simetría adelante-atrás

Además, las ondas de agua deben distinguirse de acuerdo con la profundidad del agua, en comparación con su longitud de onda. Se habla de ondas *cortas* o de *aguas profundas*, cuando la profundidad del agua es tan alta que el plano sustentante no juega ningún papel. En oposición, se habla de ondas *largas* o de *aguas poco profundas*. La región de

Motion: Multimedia – The Adventure of Physics
copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 39 Espectro de ondas de agua.

Tipo	Período	Propiedades	Generación
Ondas de tensión superficial/ondas capilares (rizos)/ondas	< 0,1 s	longitud de onda por debajo de pocos cm	viento con más de 1 m/s, otras perturbaciones, temperatura
Ondas de ultra-gravedad	0.1 a 1 s	las fuerzas restauradoras son la tensión superficial y la gravedad	viento, otras perturbaciones
Ondas de gravedad ordinaria	1 a 30 s	amplitud hasta muchos metros, la fuerza restauradora es la gravedad	
Ondas de infra-gravedad/onda de período largo en la orilla (surf beat)	30 s a 5 min	amplitud hasta 30 cm, relacionada con los 'seiches', la fuerza de restauración es la gravedad	viento, ondas de gravedad
Ondas de período largo	5 min a 12 h	amplitud típica por debajo de 10 cm en aguas profundas, hasta 40 m en aguas poco profundas, la fuerza de restauración es la gravedad y el efecto Coriolis	tormentas, terremotos, cambios en la presión del aire
Mareas ordinarias	12 h a 24 h	la amplitud depende de la localización, la fuerza de restauración es la gravedad y el efecto Coriolis	Luna, Sol
Ondas transmareales	superior a 24 h	la amplitud depende de su localización, la fuerza de restauración es la gravedad y el efecto Coriolis	Luna. Sol, átomos, estaciones, cambio de clima

transición entre los dos casos son ondas cuya longitud de onda es entre el doble y veinte veces la profundidad del agua. Resulta que las ondas de agua profundas son *dispersivas*, es decir, su velocidad depende de su frecuencia, mientras que las ondas de aguas poco profundas son *no-dispersivas*.

Las ondas de agua (olas) pueden ser generadas por vientos y tormentas, por terremotos, por el Sol y por la Luna, así como por cualquier otro efecto que desplace el agua. El espectro de las ondas de agua se extiende desde períodos más cortos que 100 ms a períodos superiores a 24 h. Una muestra de ello se proporciona en la Tabla 39. La tabla también incluye las menos conocidas ondas infra-gravedad, onda ultra-gravedad,, mareas y ondas transmareales.

La clasificación de las ondas de agua periódicas conforme a sus fuerzas de recuperación y a la influencia de la base que la sustenta (suelo) proporciona *cuatro* casos límite; ellos se muestran en la Figura 210. Cada uno de esos cuatro casos límite son interesantes

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

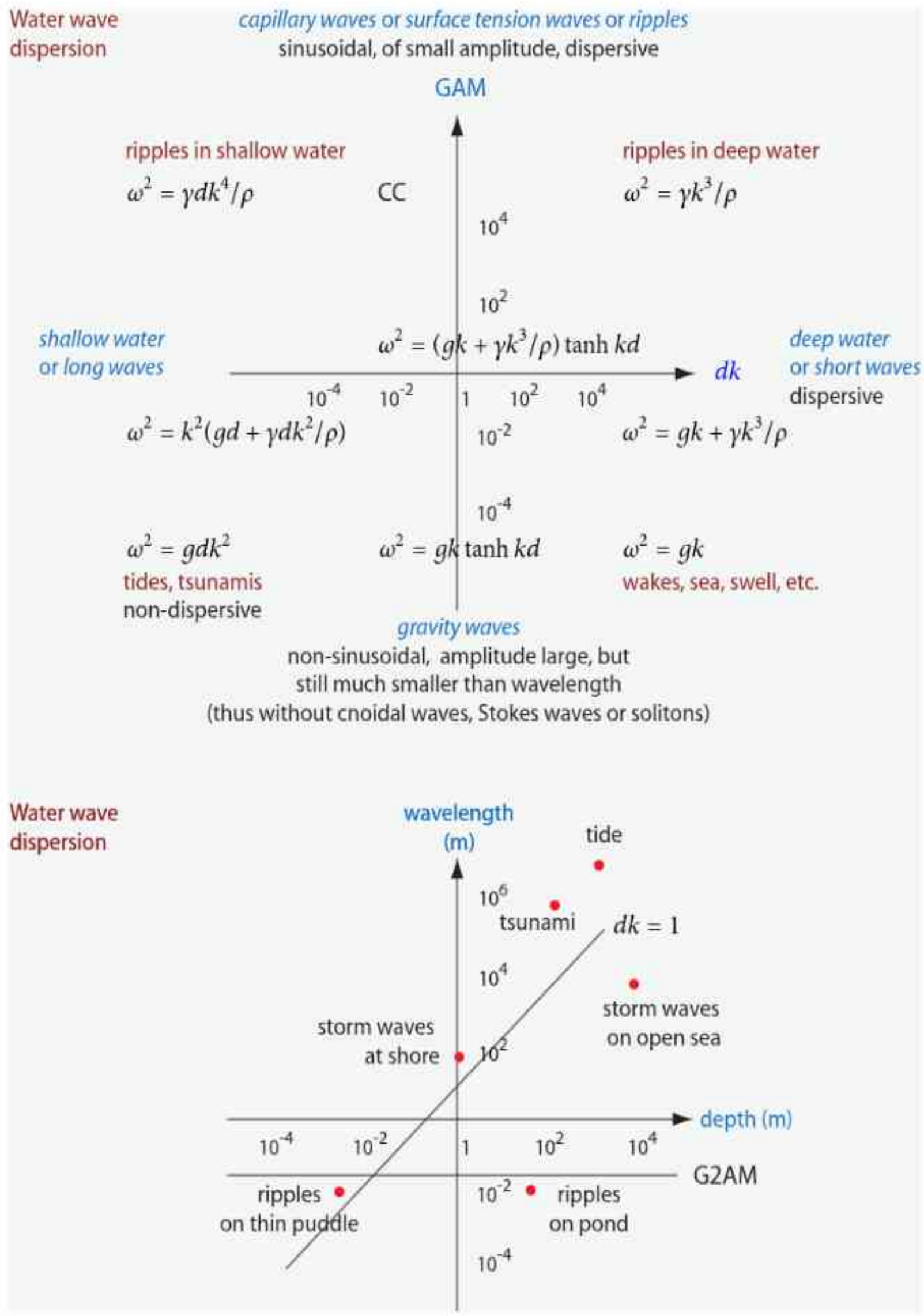


FIGURA 210 Los diferentes tipos de ondas de agua periódicas, visualizados en dos diagramas diferentes utilizando la profundidad d, el número de onda $k = 2\pi/\lambda$, la tensión superficial γ =72 mPa.

de por sí.

Experimentos y teoría muestran que la velocidad de fase de las *ondas de gravedad*, los dos casos inferiores de laFigura 210, dependen de la longitud de onda λ y de la profun-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

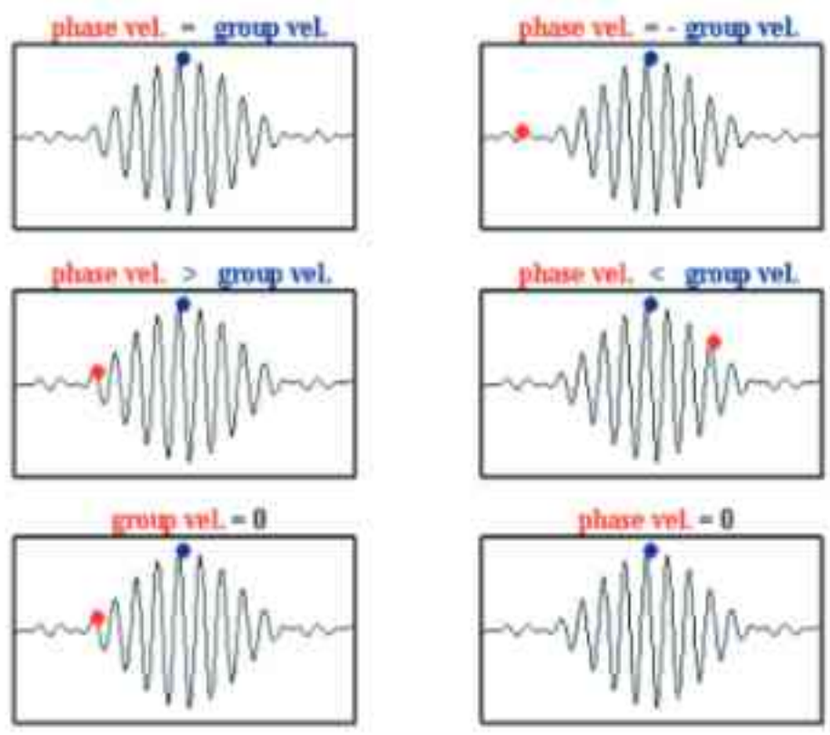


FIGURA 211 Una visualización de la velocidad de grupo (azul) y velocidad de fase (rojo) para diferentes tipos de dispersión de ondas. (QuickTime film © ISVR, University of Southampton)

didad del agua d de la siguiente manera:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{\lambda}} \ , \tag{95}$$

donde g es la aceleración debida a la gravedad (y donde se asume una amplitud mucho más pequeña que la longitud de onda*). La fórmula muestra dos regímenes limitantes.

En primer lugar, las denominadas ondas de gravedad *de aguas profundas* o *cortas* aparecen cuando la profundidad del agua es mayor que la mitad de la longitud de onda. La ola normal es una onda de gravedad de aguas profundas y así son las estelas que producen los buques. Las ondas de gravedad cortas generadas por el viento se llaman de *mar* y son generadas por los vientos locales, y de *mar hinchado* si son generadas por vientos distantes. La velocidad de fase típica de una onda de gravedad es del orden de la velocidad del viento que la genera. Para ondas de aguas profundas, la velocidad de fase está relacionada con la longitud de onda por $c \approx \sqrt{g\lambda/2\pi}$; la velocidad de fase es por tanto longitud-de-onda-dependiente. De hecho, todas las ondas profundas son dispersivas. Página 322 Las ondas profundas más cortas son por lo tanto más lentas. La velocidad de grupo es *la mitad* de la velocidad de fase. Por lo tanto, como bien saben los surfistas, las olas en una costa que se deben a una tormenta lejana llegan por separado: primero las ondas de largo período, después las ondas de corto período. Los efectos generales de la dispersión en los grupos de ondas se muestran en la Figura 211.

La *estela* típica generada por un barco está hecha de ondas que tienen la velocidad de fase de la nave. Estas ondas forman un grupo de olas, y viaja con la mitad de esa velocidad. Por lo tanto, desde el punto de vista de un barco, la nave deja atrás la estela. La estela está detrás de la nave, debido a que la velocidad de grupo es menor que la velocidad de fase. Página 349 Exploraremos las estelas con más detalle a continuación.

El segundo régimen de limitación son las ondas de gravedad *de aguas de poca profundidad* o *largas*. Aparecen cuando la profundidad es de menos de 1/20 de la longitud de

* La expresión para la velocidad de fase puede derivarse mediante la resolución para el movimiento del líquido en el régimen lineal, pero esto lleva demasiado lejos de nuestro caminata.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

onda, en este caso, la velocidad de fase es $c \approx \sqrt{gd}$, no hay dispersión, y la velocidad de grupo es la *misma* que la velocidad de fase. En las ondas de agua de poca profundidad, las partículas de agua se mueven en trayectorias elípticas muy planas.

La marea es una onda de gravedad superficial. Las más impresionantes de las ondas de gravedad superficiales son los *tsunamis*, las grandes olas provocadas por terremotos submarinos. (El nombre japonés se compone de *tsu*, que significa puerto y *nami*, es decir, ola.) Puesto que los tsunamis son ondas superficiales, que no muestran dispersión (o poca) recorren, por tanto, grandes distancias, y pueden dar la vuelta a la Tierra varias veces. Tiempos típicos de oscilación de los tsunamis son entre 6 y 60 minutos, dando longitudes de onda entre 70 y 700 km y velocidades en el mar abierto de 200 y 250 m/s, similar a
Desafío 508 e la de un avión a reacción. Su amplitud en el mar abierto es a menudo del orden de 10 cm; sin embargo, las escalas de amplitud varían con la profundidad d como $1/d^4$ y alturas de hasta 40 m se han medido en la orilla. Este fue el orden de magnitud del tsunami grande y desastroso observado en el Océano Índico el 26 de diciembre de 2004 y el de Japón en 2011 que destruyó varias plantas de energía nuclear. Los tsunamis también se pueden utilizar para determinar la profundidad del océano mediante la medición de la velocidad de los tsunamis. Esto permite deducir, mucho antes de que el sonar y otros sistemas de alta tecnología estuvieran disponibles, que el Pacífico Norte tiene una profundidad de alrededor de 4 a 4,5 km.

Los dos casos superiores en la Figura 210 son las ondas de tensión superficial, también llamadas *ondas capilares* o *rizos*. La tensión superficial del agua es de 72 mPa. El primero de estos regímenes límite son ondulaciones en aguas profundas. La velocidad de fase es $c = \sqrt{\gamma k/\rho}$. Como se mencionó anteriormente, todas las ondas profundas son dispersivas. De hecho, la velocidad de grupo de las ondas en aguas profundas es de 3/2 veces
Desafío 509 e la velocidad de fase. Por lo tanto las ondulaciones espumeantes de un barco van hacia adelante, mientras que la estela queda por detrás.

Desafío 510 e Los rizos profundos tienen una velocidad mínima. La velocidad mínima de los rizos es la razón de lo que vemos cuando tiramos un *guijarro* en un lago. Un guijarro típico crea ondas con una longitud de onda de alrededor de 1 cm. Para las ondas en esta región, existe un mínimo de una velocidad de grupo de 17,7 cm/s y una mínima velocidad de
Desafío 511 e fase de alrededor de 23 cm/s. Cuando una piedra cae en el agua, crea ondas de diferentes longitudes de onda; aquellas con una longitud de onda de alrededor de 1 cm son las más lentas y se ven con mayor claridad. La existencia de una velocidad de fase mínima para los guijarros también significa que los insectos que caminan sobre el agua no generan ondas si se mueven más lentamente que la velocidad de fase mínima, por lo que sienten poco arrastre y pueden caminar fácilmente.

El último caso de las ondas son las ondulaciones en aguas poco profundas. Un ejemplo son las ondas emitidas por las gotas de agua de lluvia que caen en un charco de poca profundidad, por ejemplo con una profundidad de 1 mm o menos. La velocidad de fase
Desafío 512 e es $c = \sqrt{\gamma d k^2/\rho}$; la velocidad de grupo tiene el doble de ese valor. Los rizos en las ondas superficiales son por lo tanto dispersivas, como son así mismo los rizos en las aguas profundas.

La Figura 210 muestra los cuatro tipos de ondas en el agua vistas hasta ahora. La re-

Moderne Mechanik – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

lación de dispersión general para las ondas de agua es

$$\omega^2 = (gk + \gamma k^3/\rho)\tanh kd \ . \tag{96}$$

Existen también varios otros tipos de ondas en el agua, tales como *seiches*, es decir, ondas estacionarias en los lagos, *ondas internas* en sistemas de aguas estratificadas y *solitones*, es decir, ondas viajeras no periódicas. Sólo vamos a explorar el último caso en detalle, más adelante.

Página 336

Ondas y su movimiento

Las ondas se mueven. Por lo tanto, cualquier estudio del movimiento debe incluir el estudio del movimiento de las ondas. Sabemos por experiencia que las ondas pueden golpear o incluso dañar un objetivo, por lo que cada onda transporta energía y cantidad de movimiento, a pesar de que (en promedio) no se mueve materia a lo largo de la dirección de propagación de la onda. La *energía* E de una onda es la suma de su energía cinética y potencial. La energía cinética (densidad) depende de la variación temporal del desplazamiento u en un punto dado: las ondas que oscilan rápidamente transportan una energía cinética mayor. La energía potencial (densidad) depende del gradiente del desplazamiento, es decir, de su cambio espacial: ondas empinadas y estrechas llevan una energía potencial mayor que las más suaves. ¿Puede explicar por qué la energía potencial no depende del desplazamiento mismo?) Para ondas armónicas, es decir, ondas sinusoidales que se propagan a lo largo de la dirección z, cada tipo de energía es proporcional al cuadrado de su respectivo cambio de desplazamiento:

Desafío 513 s
Ref. 218

$$E \sim \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + v^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \ . \tag{97}$$

Desafío 514 ny

¿Cómo se relaciona la densidad de energía con la frecuencia?

La *cantidad de movimiento* de una onda se dirige a lo largo de la dirección de propagación de la onda. El valor de la cantidad de movimiento depende tanto del cambio temporal como del cambio espacial de desplazamiento u. Para las ondas armónicas, la cantidad de movimiento (densidad) P es proporcional al producto de estas dos cantidades:

$$P_z \sim \frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial z} \ . \tag{98}$$

Cuando dos trenes de ondas lineales chocan o interfieren, la cantidad de movimiento total se conserva durante el choque. Una consecuencia importante de la conservación de la cantidad de movimiento es que las ondas que se reflejan en un obstáculo lo hacen con un ángulo de reflexión igual al opuesto del ángulo de incidencia con respecto a la normal a la superficie. ¿Qué le sucede a la fase?

Desafío 515 s

En resumen, las ondas, al igual que los cuerpos en movimiento, transportan energía y cantidad de movimiento. En términos simples, si usted grita contra una pared, la pared será golpeada. Este impacto puede, por ejemplo, iniciar avalanchas en las laderas nevadas. De la misma manera, las ondas, como los cuerpos, pueden transportar también

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 516 s momento angular. (¿Qué tipo de onda es necesaria para que esto sea posible?) Sin embargo, el movimiento de las ondas también se diferencia del movimiento de los cuerpos. Seis características principales distinguen el movimiento de las ondas del movimiento de los cuerpos.

1. Las ondas pueden sumarse o anularse entre sí, por lo que pueden interpenetrarse mutuamente. Estos efectos, llamados *superposición* e *interferencia*, están fuertemente ligados a la linealidad de la mayoría de las ondas.
2. Las ondas, tales como el sonido, pueden viajar doblando las esquinas. Esto se llama *difracción*. La difracción es una consecuencia de la interferencia y no es por tanto, estrictamente hablando, un efecto separado.
3. Las ondas cambian de dirección cuando cambian de medio. Esto se llama *refracción*. La refracción es primordial para la producción de imágenes.
4. Las ondas pueden tener una velocidad de propagación dependiente de la frecuencia. Esto se denomina *dispersión*. Ella produce el arcoíris y el sonido de los truenos distantes.
5. Con frecuencia, la amplitud de la onda disminuye con el tiempo: las ondas muestran *amortiguación*. La amortiguación produce pausas entre dos palabras.
6. Las ondas transversales en tres dimensiones pueden oscilar en direcciones diferentes: muestran la *polarización*. La polarización es importante para las antenas y las fotografías.

En la vida cotidiana, en contraste con las ondas que se mueven, los cuerpos materiales cuando se mueven, teles como una piedra, no muestran ninguno de estos seis efectos. Los seis efectos de onda aparecen debido a que el movimiento de las ondas es un movimiento de entidades *extensas*. El famoso debate sobre si los electrones o la luz son ondas o partículas, requiere que comprobemos si estos efectos específicos de las ondas se pueden observar o no para los electrones. Este es un tema de la física cuántica. Antes de estudiarlo, ¿puede dar un ejemplo de una observación que implique automáticamente Desafío 517 s que el movimiento específico *no puede* ser una onda?

Como resultado de tener una frecuencia f y una fase de propagación o velocidad c, todas las ondas sinusoidales se caracterizan por la distancia λ entre dos crestas de onda vecinas: esta distancia se denomina longitud de onda λ. Todas las ondas obedecen a la relación básica

$$\lambda f = c \,. \tag{99}$$

En muchos casos, la velocidad de fase c depende de la longitud de onda de la onda. Por ejemplo, este es el caso para muchas ondas de agua. Este cambio de velocidad con la longitud de onda se denomina *dispersión*. En contraste, la velocidad del sonido en el aire *no* depende de la longitud de onda (en un alto grado de precisión). El Sonido se muestra en el aire (casi) sin dispersión. En efecto, si hubiera dispersión de sonido, no podríamos entender lo que dice el otro a distancias grandes.

Ahora viene una sorpresa. También pueden existir ondas en el espacio vacío. Tanto la luz como las ondas de radio y las ondas de gravedad son ejemplos. La exploración del electromagnetismo y la relatividad nos dirá más acerca de sus propiedades específicas. He aquí un aperitivo. La luz es una onda. En la vida cotidiana no experimentamos la luz

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller Jena 1990–01 2002 free pdf file available at www.motionmountain.net

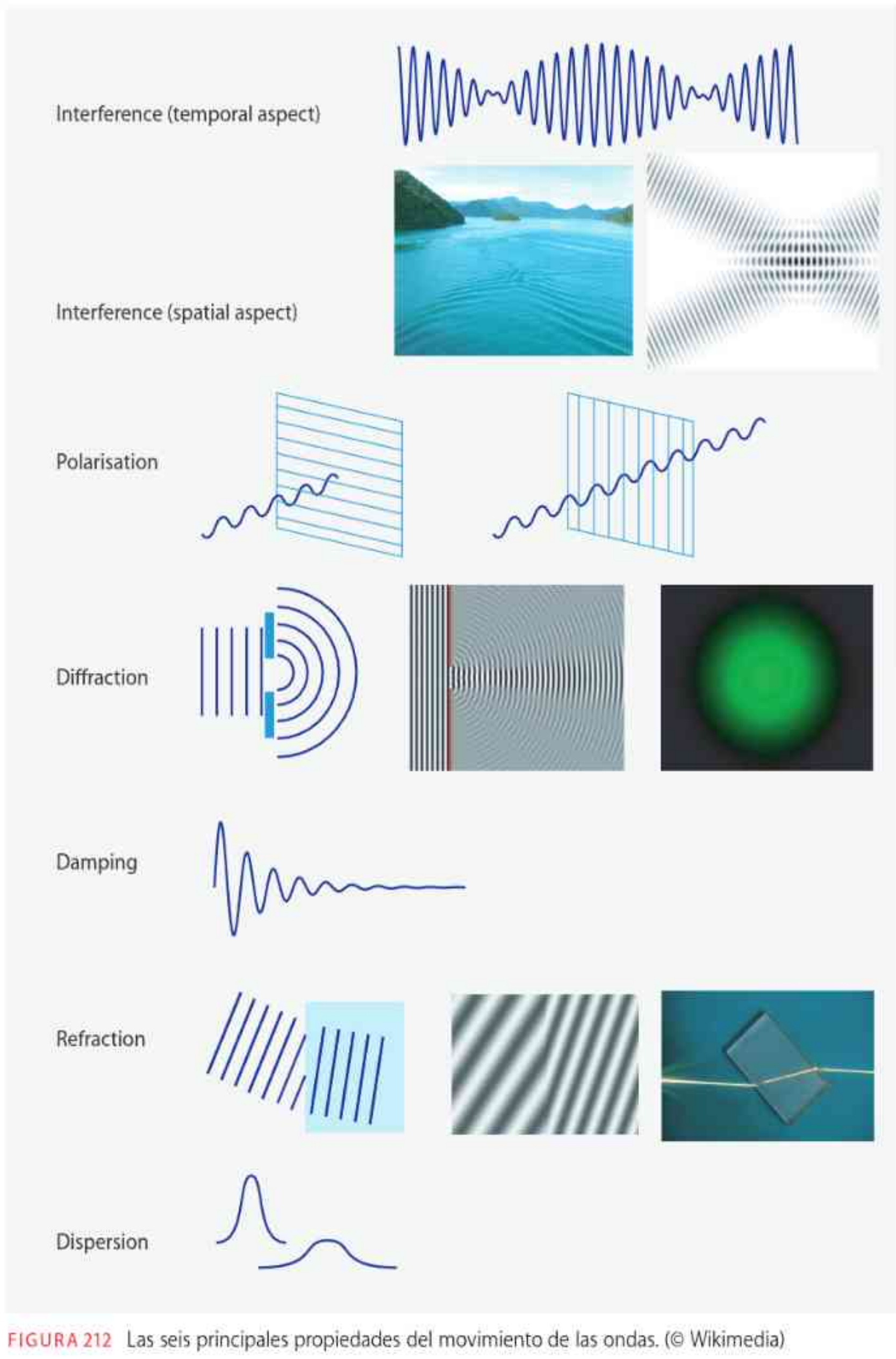


FIGURA 212 Las seis principales propiedades del movimiento de las ondas. (© Wikimedia)

Vol. III, página 105

como una onda, ya que la longitud de onda es sólo alrededor de unas dos milésimas de milímetro. Pero la luz muestra los seis efectos típicos del movimiento ondulatorio. Un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

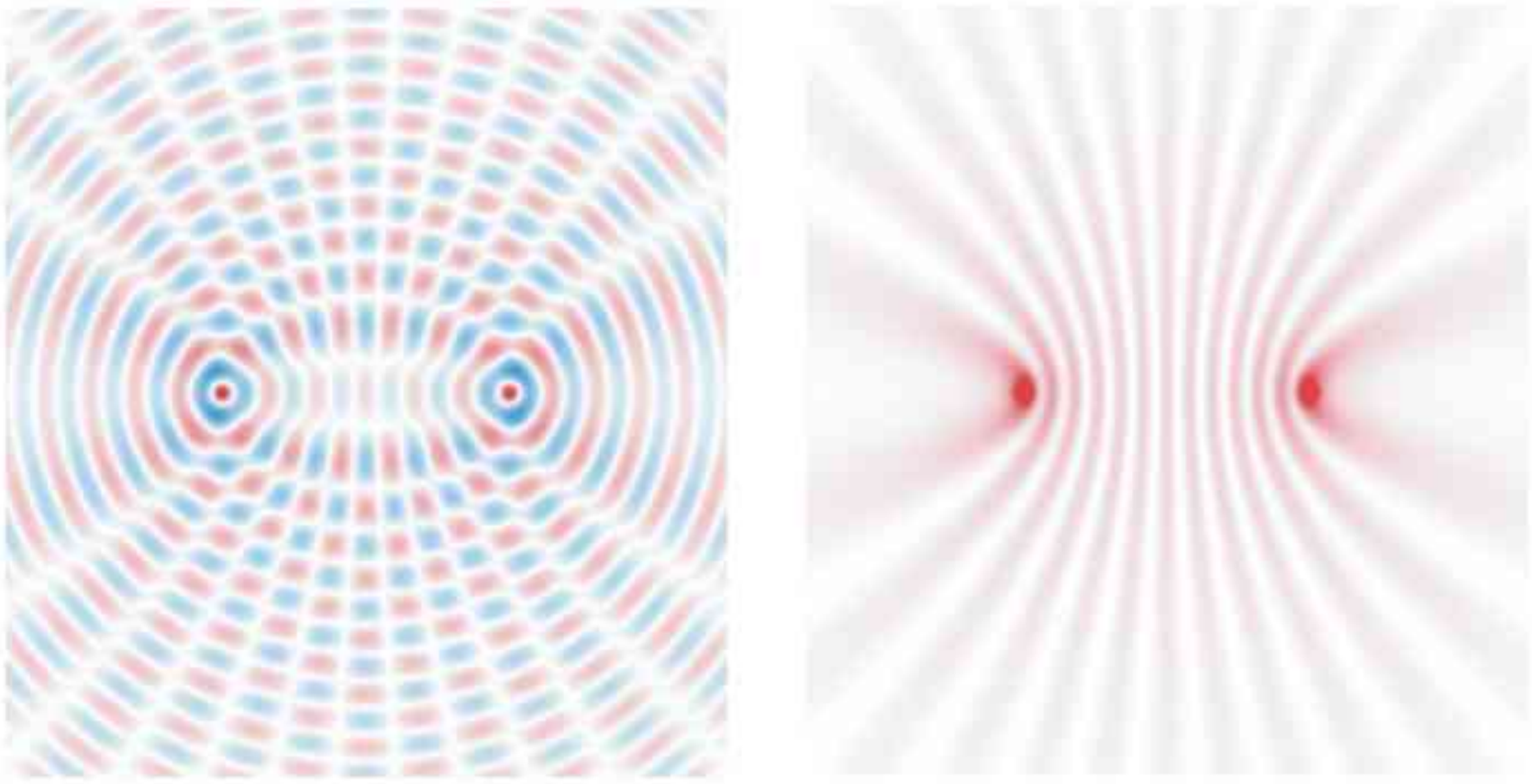


FIGURA 213 Interferencia de dos ondas circulares o esféricas emitidas en fase: Una instantánea de la amplitud (izquierda), más útil para describir las observaciones de las ondas de agua, y la distribución de la intensidad promedio en el tiempo (derecha), más útil para describir la interferencia de las ondas de luz.(© Rüdiger Paschotta).

arcoíris, por ejemplo, sólo se puede entender plenamente cuando se tengan en cuenta los últimos cinco efectos de las ondas. La Difracción y la interferencia, incluso se pueden observar con sólo sus dedos. ¿Puede decir cómo? Desafío 518 s

Para las ondas gravitacionales, la superposición, la amortiguación y la polarización han podido ser observadas. Los otros tres efectos de onda todavía permanecen inobservados.

Como cada oscilación anarmónica, toda onda anarmónica se puede descomponer en ondas sinusoidales. La Figura 205 muestra ejemplos. Si las diversas ondas sinusoidales que figuran en una perturbación se propagan de manera diferente, la onda original cambiará en forma mientras viaja. Esa es la razón por la cual un eco no suena exactamente igual que el sonido original; por la misma razón, un trueno cercano y lejano tienen un sonido diferente. Estos son efectos de la dispersión - bastante débil - de las ondas sonoras. Página 312

Todos los sistemas que oscilan también *emiten ondas*.. Cualquier receptor de radio o TV contiene osciladores. Como resultado, este tipo de receptor es también un transmisor (débil) y, de hecho, en algunos países las autoridades buscan a las personas que escuchan emisoras de radio no permitidas por las ondas de radio emitidas por estos dispositivos. Además, en el interior del oído humano, numerosas estructuras pequeñas, las células ciliadas, oscilan. Como resultado, el oído también debe emitir sonido. Esta predicción, hecha en 1948 por Tommy Gold, finalmente fue confirmado en 1979 por David Kemp. Estas llamadas *emisiones otoacústicas* pueden ser detectadas con micrófonos sensibles, en la actualidad se están estudiando con el fin de desentrañar los mecanismos aún desconocidos del oído y con el fin de diagnosticar diversas enfermedades del oído sin la necesidad de cirugía. Ref. 219

Como cualquier perturbación que viaja se puede descomponer en ondas sinusoidales, el término 'onda' es utilizado por los físicos para todas las perturbaciones que viajan, se asemejen o no a ondas sinusoidales. De hecho, las perturbaciones ni siquiera tienen que

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

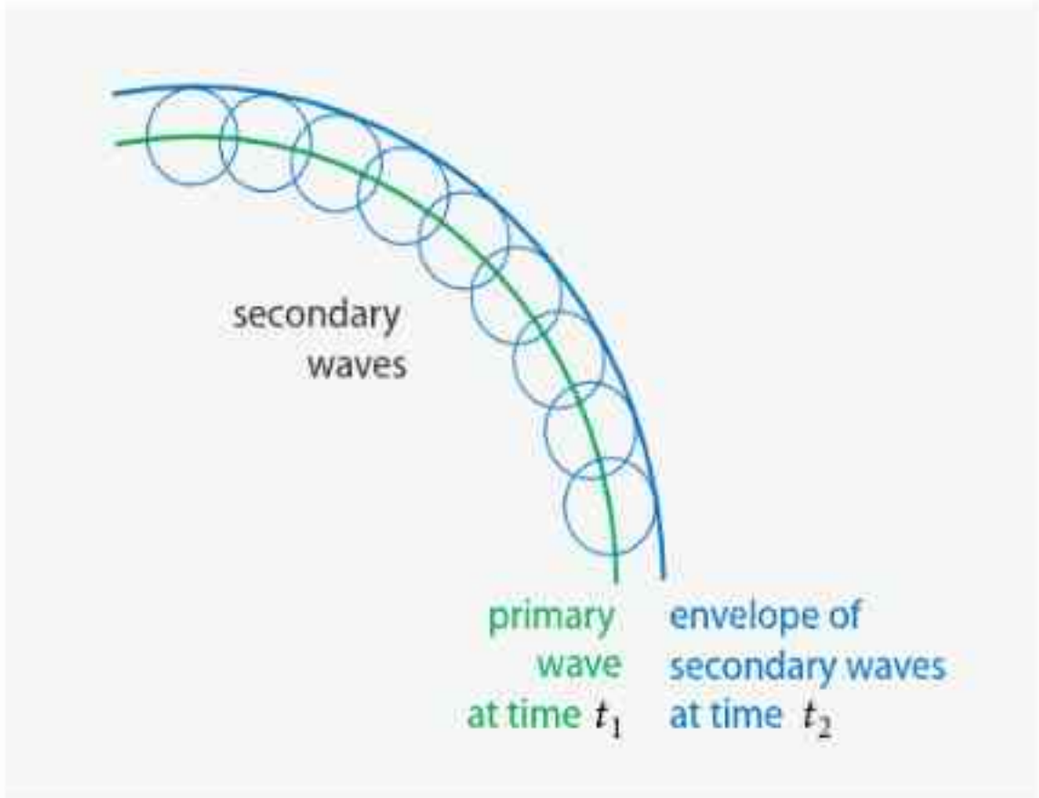


FIGURA 214 Propagación de una onda como consecuencia del principio de Huygens.

estar viajando. Tome una onda estacionaria: ¿es una onda o una oscilación?. Las ondas estacionarias no viajan, son oscilaciones. Pero una onda estacionaria puede ser vista como la superposición de dos ondas que viajan en direcciones opuestas. Dado que, en la naturaleza, cualquier objeto que nosotros llamamos 'oscilante' o 'vibrante' es extenso, su oscilación o vibración es siempre una onda estacionaria (¿puede confirmar esto?) , y así podemos decir que, en la naturaleza, *todas las oscilaciones son formas especiales de las ondas.*

Desafío 519 e

Las perturbaciones móviles más importantes son aquellas que están localizadas. La Figura 205 muestra un ejemplo de una onda localizada, también llamado un *grupo de onda* o *pulso*, junto con su descomposición en ondas armónicas. Los grupos de onda se utilizan para hablar y como señales para la comunicación.

Página 312

¿Por qué podemos hablar unos con otros? – Pricipio de Huygens

Las propiedades de nuestro medio ambiente a menudo revelan toda su importancia sólo cuando hacemos preguntas sencillas. ¿Por qué podemos usar la radio?, ¿Por qué podemos hablar en los teléfonos móviles?, ¿Por qué podemos escucharnos unos a otros?. Resulta que una parte primordial de la respuesta a estas preguntas es que el espacio en que vivimos tiene un número de dimensiones *impar*.

En espacios de dimensión *par*, es imposible hablar, porque los mensajes no se detienen - o se detienen muy lentamente. Este es un resultado importante que se comprueba fácilmente lanzando una piedra en un lago: incluso después de que la piedra ha desaparecido, las olas siguen siendo emitidos desde el momento en que entró en el agua. Sin embargo, cuando dejamos de hablar, ninguna onda más es emitida de nuestra boca. En resumen, las ondas en dos y tres dimensiones por lo tanto se comportan de manera diferente.

En tres dimensiones, es posible decir que la propagación de una onda ocurre de la siguiente manera: Cada punto de un frente de onda (de la luz o de sonido) puede ser considerado como fuente de unas *ondas secundarias*; la superficie formada por la envolvente de todas las ondas secundarias determina la posición futura del frente de onda. La

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

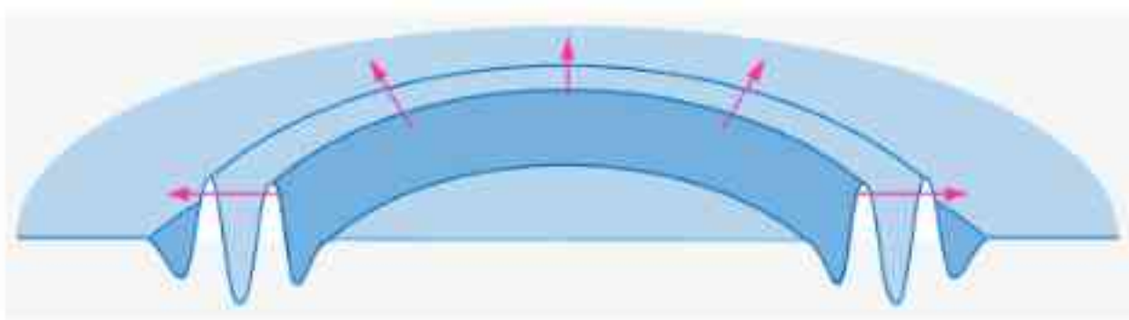


FIGURA 215 Una imposible onda de gravedad en el agua: el centro nunca está completamente plano.

idea se ilustra en la Figura 214. Esta idea se puede utilizar para describir, sin las matemáticas, la propagación de las ondas, su reflexión, su refracción, y, con una generalización debida a Augustin Fresnel, su difracción. (¡Pruébelo!)

Desafío 520 e

Esta idea de las ondas secundarias fue propuesta por primera vez por Christiaan Huygens en 1678, de ahí su apelación como *pricipio de Huygens*. Casi doscientos años más tarde, Gustav Kirchhoff demostró que el principio es una consecuencia de la ecuación de onda en tres dimensiones, y por lo tanto, en el caso de la luz, una consecuencia de las ecuaciones de campo de Maxwell.

Sin embargo, la descripción de los frentes de onda como envolventes de ondas secundarias tiene una limitación importante: *No* es correcta en dos dimensiones (aún cuando la Figura 214 sea ¡bidimensional!). En particular, no se aplica a las olas en el agua. La propagación de las ondas no se puede calcular de esta manera de una forma exacta. (Esto sólo es posible si la situación se limita a una onda de una sola frecuencia.) Resulta que para las olas en el agua, las ondas secundarias no sólo dependen del frente de onda de las ondas primarias, sino que dependen también de su parte interior. La razón es que en dos dimensiones (o en un número par de dimensiones), las ondas de frecuencia diferente necesariamente tienen *diferentes velocidades*. (Los tsunamis no son contraejemplos; son no-dispersivas solamente como caso límite) Y, en realidad, una piedra que cae en el agua es comparable a un sonido de repiqueteo, que genera ondas de muchas frecuencias. En contraste, en tres dimensiones (y otras dimensiones impares superiores), las ondas de todas las frecuencias tienen la misma velocidad.

Matemáticamente, podemos decir que el principio de Huygens es válido si la ecuación de onda se resuelve mediante una onda circular que no deja ninguna amplitud tras ella. Los matemáticos traducen esto exigiendo que la evolución de la función delta $\delta(c^2t^2-r^2)$ satisfaga la ecuación de onda, es decir, que $\partial_t^2\delta = c^2\Delta\delta$. La función delta, es aquella extraña 'función' cuyo valor es cero para todos los puntos excepto en el origen, cuyo valor se hace infinito. Unas pocas propiedades más describen la forma precisa en que esto sucede.* Brevemente, la función delta es un estallido idealizado, infinitamente corto e infinitamente ruidoso. Resulta que la función delta es una solución de la ecuación de onda sólo si la dimensión del espacio es impar y al menos tres. En otras palabras, mientras que un pulso de onda *esférico* es posible, un pulso *circular* no lo es: en una onda en expansión no hay ninguna manera de mantener inmóvil su centro. (Véase la Figura 215.) Eso es exactamente lo que muestra el experimento de la piedra. La próxima vez que usted esté en el cuarto de baño o cerca de un lago puede tratar de producir un pulso circular (una onda que tenga sólo unas pocas crestas): no tendrá éxito.

Desafío 521 e

* La propiedad principal es $\int\delta(x)\,dx = 1$. En términos matemáticamente precisos, la 'función delta' es una *distribución*.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

En resumen, la razón de que una habitación se ponga oscura cuando apagamos la luz, es que vivimos en un espacio con una serie de dimensiones que es impar y mayor que uno.

Ecuaciones de onda*

Las ondas son fenómenos fascinantes. Igualmente fascinante es su descripción matemática.

La amplitud $A(\boldsymbol{x}, t)$ de una onda lineal en una, dos o tres dimensiones, la más simple de todas las ondas, resulta de

$$\frac{\partial^2 A(\boldsymbol{x}, t)}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 A(\boldsymbol{x}, t) \,. \tag{100}$$

La ecuación dice que la aceleración de la amplitud (el término de la izquierda) está dada por el cuadrado del gradiente, es decir, por la variación espacial, multiplicado por el cuadrado de la velocidad de fase v. En muchos casos, la amplitud es un vector, pero la ecuación sigue siendo la misma. Más correctamente, la amplitud de una onda es lo que los físicos llaman un *campo*, debido a que es un número (o vector, o tensor) que depende de espacio y tiempo.

La ecuación (100) es una *ecuación de onda*. Matemáticamente, es una *ecuación diferencial parcial lineal*. Se llama *lineal*, ya que es lineal en la amplitud A. Por lo tanto, sus soluciones son ondas de seno y coseno del tipo $A = \sin(x - vt + \varphi)$. La ecuación de onda lineal se sigue del comportamiento elástico de algún medio. La linealidad también implica que la suma de dos ondas es también una posible onda; este llamado *principio de superposición* es válido para todas las ecuaciones de ondas lineales (y algunas ecuaciones de ondas no lineales raras, pero importantes). Debido a su linealidad, cualquier onda general, se puede considerar como *compuesta* de una suma infinita de ondas sinusoidales y cosenoidales. Este descubrimiento se debe a Joseph Fourier (b. 1768, Auxerre, d. 1830, Paris).

Desafío 522 e

La ecuación de onda (100) también es *homogénea*, lo que significa que no hay un término independiente de A, y por lo tanto, no hay ninguna fuente de energía que impulse las ondas. La descomposición de Fourier también ayuda a entender y resolver ecuaciones de onda no homogéneas, por lo tanto impulsadas externamente en medios elásticos.

En varias dimensiones, la forma de la onda es también de interés. En dos dimensiones, los casos más simples descritos por la ecuación (100) son ondas *lineales* y *circulares*. En tres dimensiones, los casos más simples descritos por la ecuación (100) son ondas *planas* y *esféricas*.

Desafío 523 e

Desafío 524 e

En situaciones apropiadas - por lo tanto cuando el medio elástico es finito y está excitado de forma específica - la ecuación (100) también lleva a las ondas *estacionarias*. Las ondas estacionarias son superposiciones de ondas que viajan en direcciones opuestas.

Desafío 525 e

El sonido en los gases, el sonido en líquidos y en los sólidos, los terremotos, la luz en el vacío, ciertas ondas de agua de pequeña amplitud, y varios otros casos de ondas con pequeña amplitud se describen por ecuaciones de ondas *lineales*.

* Esta sección puede saltarse en primera lectura.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Matemáticamente, todas las ecuaciones de onda, sean lineales o no, son ecuaciones diferenciales parciales *hiperbólicas*. Esto sólo significa que la segunda derivada espacial tiene signo opuesto a la segunda derivada temporal. Con mucho, las ecuaciones de onda más interesantes, sin embargo, son las *no lineales*. La más famosa de las ecuaciones no lineales es la ecuación de *Korteweg–de Vries*, que es la ecuación de una onda unidimensional

$$\partial_t A + A\partial_x A + b\partial_{xxx} A = 0 \ . \tag{101}$$

Mucho tiempo después se descubrió que esta ecuación de evolución para el campo
Página 337 $A(x,t)$ se puede resolver con lápiz y papel.

Otras ecuaciones de onda no lineales describen situaciones específicas. La ecuación de Boussinesq, la ecuación Sine-Gordon y muchas otras ecuaciones de onda han provocado un vasto campo de investigación en la física matemática y experimental. Las ecuaciones diferenciales parciales no lineales son también esenciales en el estudio de
Página 445 la auto-organización.

¿Por qué la música y el canto vocal son tan bellos?

La Música funciona porque conecta con las emociones. Y lo hace, entre otras cosas, porque nos recuerda los sonidos (y las emociones relacionadas con ellos) que experimentamos antes de nacer. Los instrumentos de percusión nos recuerdan el latido del corazón de nuestra madre y del nuestro propio, los instrumentos de cuerda y de viento nos recuerdan a todas las voces que escuchamos entonces. Los instrumentos musicales son especialmente hermosos si son impulsados y modulados por el cuerpo y el arte del ejecutante. Todos los instrumentos clásicos están optimizados para permitir esta modulación y la capacidad de expresar emociones de esta manera. La conexión entre el músico y el instrumento es más intensa para la voz humana; la aproximación siguiente son instrumentos de viento.

Cada instrumento musical, incluyendo la voz humana, se compone de cuatro elementos: una fuente de energía, una fuente sonora oscilante, uno o más resonadores, y una superficie radiante u orificio. En la voz humana, la fuente de energía se compone de los músculos del pecho y el vientre, la fuente de sonido son las cuerdas vocales, el resonador es el tracto vocal, y la boca y la nariz forman el orificio.

El aliento del cantante o del ejecutante del instrumento de viento proporciona la energía para la producción del sonido y le da una entrada para el circuito de retroalimentación que establece el tono. Mientras canta, el aire pasa a las cuerdas vocales. El flujo rápido de aire reduce la presión de aire, que atrae a las cuerdas entre sí y por lo tanto reduce la sección transversal para el flujo de aire. (Esta reducción de la presión se
Página 388 describe por la ecuación de Bernoulli, como se explica a continuación.) Como resultado la sección transversal se hace más pequeña, el flujo de aire se reduce, la presión aumenta de nuevo, y las cuerdas vocales se abren de nuevo. Esto conduce a mayor flujo de aire, y el círculo comienza de nuevo. La variación entre la mayor y la menor distancia de la cuerda se repite tan rápidamente que se produce el sonido; el sonido se amplifica entonces en la boca con las resonancias que dependen de la forma de la cavidad oral. Utilizando el
Ref. 220 vocabulario moderno, cantar manteniendo una nota constante es un caso específico de
Página 445 auto-organización, que es un ejemplo de un ciclo límite.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

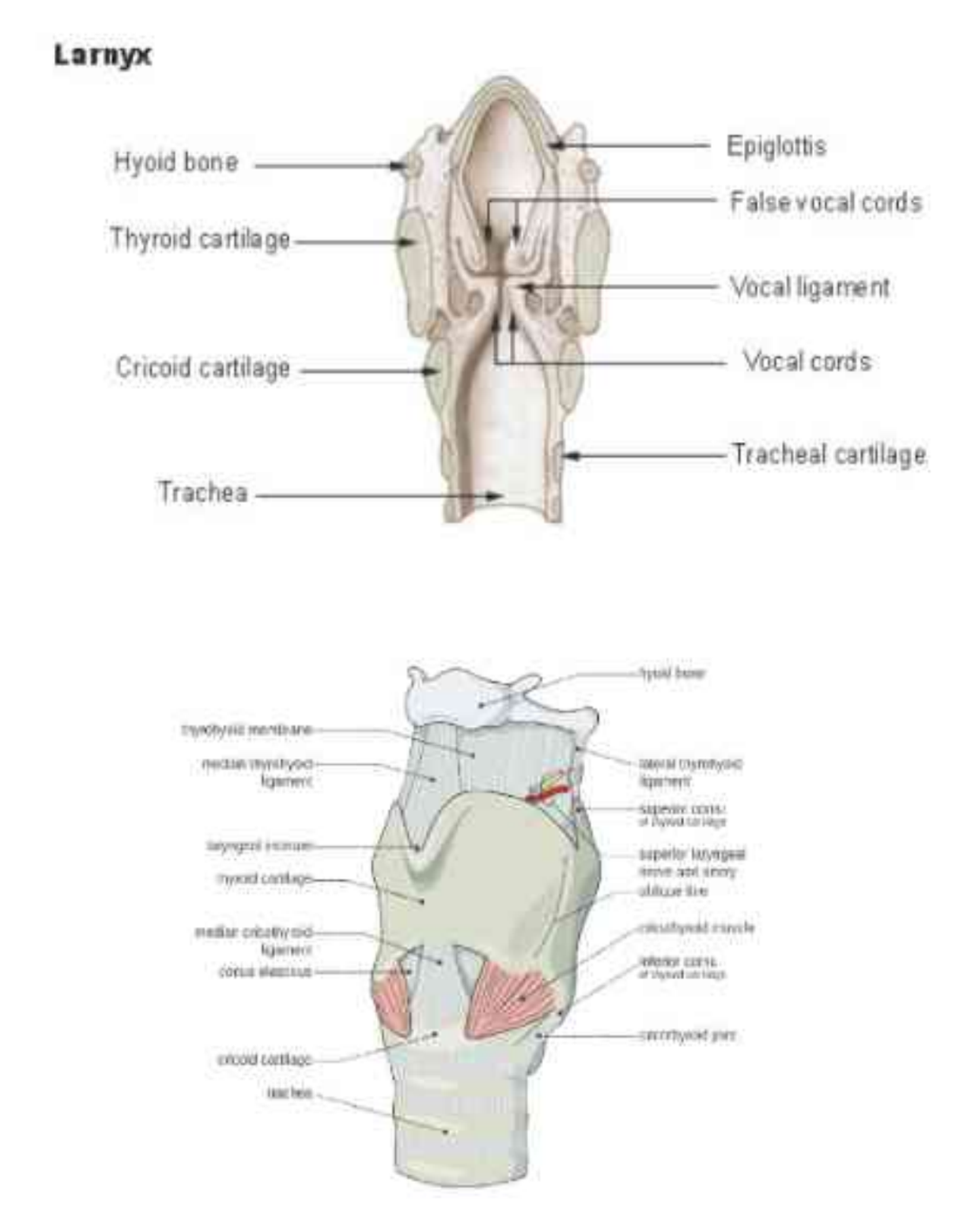


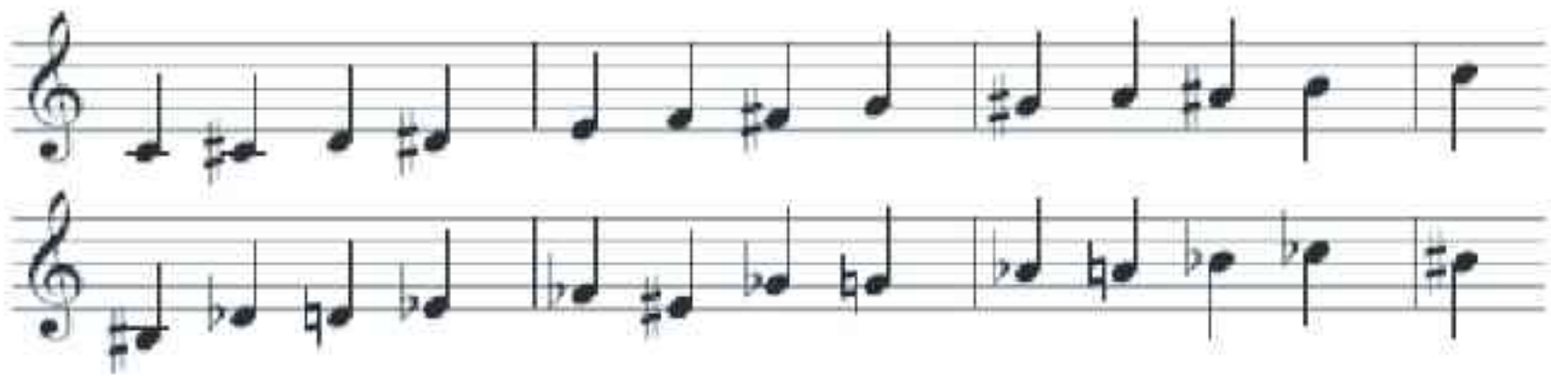
FIGURA 216 La laringe humana es la parte de la anatomía que contiene la fuente sonora de la palabra, las cuerdas vocales (© Wikimedia).

Pero, ¿cómo puede un pequeño instrumento como el tracto vocal conseguir un sonido más intenso que el de un trombón, que es de varios metros de longitud cuando está desenrollado? ¿Cómo puede la voz cubrir una gama de 80 dB en intensidad? ¿Cómo puede la voz transportar hasta cinco, incluso ocho octavas de frecuencia fundamental con sólo dos cuerdas vocales? ¿Y cómo puede la voz humana producir su inigualable variación tímbrica? Muchos detalles - de estas preguntas - todavía se están investigando, pero las conexiones generales son bien conocidas.

Las cuerdas vocales humanas tiene en promedio el tamaño de la uña de un pulgar, pero pueden variar en longitud y tensión. Las cuerdas vocales tienen tres componentes. Por encima de todo, contienen un ligamento que puede soportar grandes variaciones de tensión o estrés y constituye la estructura básica; este ligamento es necesario para lograr una amplia gama de frecuencias. En segundo lugar, el 90 % de las cuerdas vocales están hechas de músculos, por lo que el estrés y por lo tanto la gama de frecuencias se puede aumentar aún más. Finalmente, las cuerdas están cubiertas por una mucosa, un fluido que contiene una membrana que está optimizada para entrar en oscilación, a través de las ondas de superficie, cuando pasa el aire. Este sistema altamente no lineal alcanza, en los cantantes excepcionales, hasta cinco octavas de la gama de tono fundamental.

También los resonadores de la voz humana son excepcionales. A pesar del pequeño tamaño disponible, las propiedades no lineales de los resonadores en el tracto vocal - en particular, el efecto llamado *reactancia inertiva* - permiten la producción de sonido

Modern Multimedia - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2002 - free pdf file available at www.motionmountain.net



Equal-tempered frequency ratio	1		1.059	1.122	1.189	1.260	1.335	1.414	1.498	1.587	1.682	1.782	1.888	2
Just intonation frequency ratio	1		9/8	6/5	5/4	4/3	none	3/2	8/5	5/3		15/8	2
Appears as harmonic nr.	1,2,4,8		9		5, 10			3, 6			c. 7	15	1,2,4,8
Italian and international solfège names	Do Si#	Do# Reb	Re	Re# Mib	Mi Fab	Fa Mi#	Fa# Solb	Sol	Sol# Lab	La	La# Sib	Si Do b	Do Si#
French names	Ut Si#	Ut # Reb	Re	Re# Mib	Mi Fab	Fa Mi#	Fa# Solb	Sol	Sol# Lab	La	La# Sib	Si Ut b	Ut Si#
German names	C His	Cis Des	D	Dis Es	E Fes	F Eis	Fis Ges	G	Gis As	A	Ais B	H Ces	C His
English names	C B#	C# Db	D	D# Eb	E Fb	F E#	F# Gb	G	G# Ab	A	A# Bb	B Cb	C B#
Interval name, starting from Do / Ut / C	uni-son	min. 2nd	maj. 2nd	min. 3rd	maj. 3rd	4th	triton	5th	min. 6th	maj. 6th	min. 7th	maj. 7th	octave
Pianoforte keys													

FIGURA 217 Las doce notas utilizadas en la música y sus ratios de frecuencia.

de alta intensidad. Este complejo sistema, así como el entrenamiento intenso, produce las frecuencias, timbres y secuencias musicales que disfrutamos en la ópera, el jazz, y en todas las otras interpretaciones vocales. De hecho, muchos de los resultados de investigación en la voz humana - que también se han deducido con la ayuda de imágenes de resonancia magnética - ahora se utilizan regularmente para entrenar y enseñar a los cantantes, especialmente sobre cuándo utilizar la boca abierta y cuándo usar la boca cerrada en la canción o cuándo bajar la laringe.

El canto es, por tanto, bello también porque es un efecto no lineal. Realmente, todos
Ref. 221 los instrumentos son osciladores no lineales. En los *instrumentos de lengüeta (o caña),*), tales como el clarinete, la caña (lengüeta) tiene el papel de las cuerdas vocales, y el tubo tiene el papel de resonador y los mecanismos de desplazamiento de la abertura desempeñan el papel de la boca y de los labios. En los *instrumentos de metal*, como el trombón, los labios juegan el papel de la caña. En los *instrumentos de flujo de aire*, tales como la flauta, el bucle de realimentación es debido a otro efecto: en el extremo donde se produce el sonido, el flujo de aire es desviado por el sonido mismo.

La segunda razón por la que la música es hermosa se debe a la forma en que se se-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

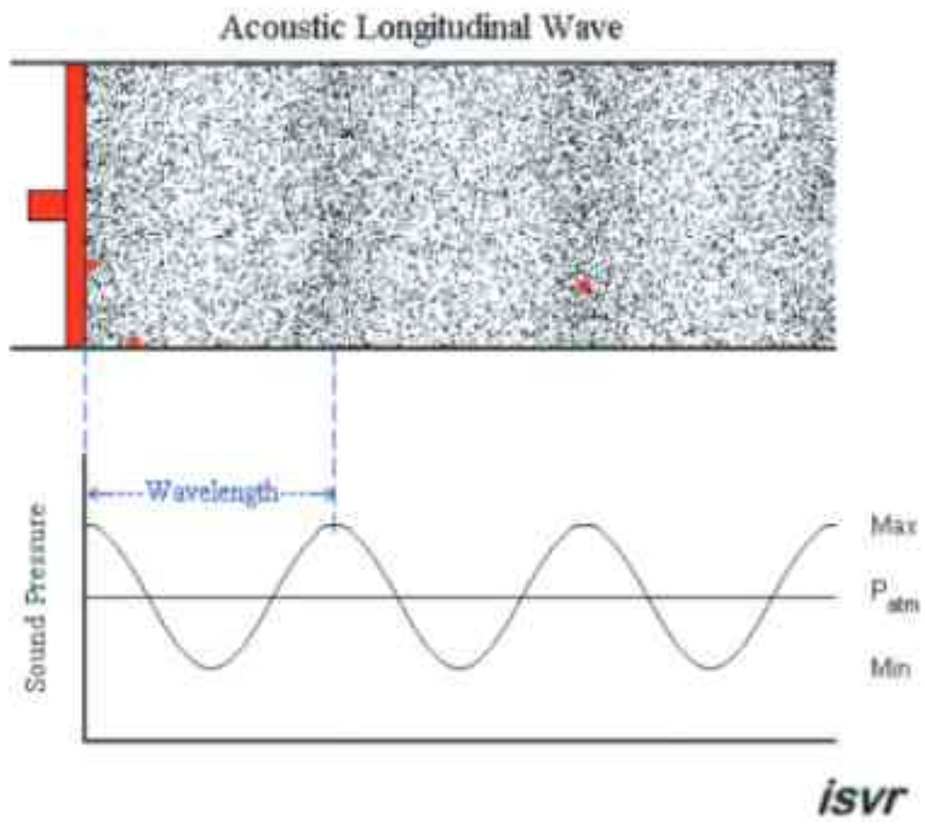


FIGURA 218 Una visualización esquemática del movimiento de moléculas de la onda sonora en el aire (QuickTime film © ISVR, University of Southampton)

leccionan las frecuencias de las notas. Ciertas frecuencias de sonido son agradables al oído cuando se tocan juntas o próximas una tras otra; otras producen una sensación de tensión. Ya los antiguos griegos habían descubierto que estas sensaciones dependen exclusivamente de la *relación* de las frecuencias, o como dicen los músicos, del *intervalo* entre los tonos.

Más específicamente, una relación de frecuencias de 2 – los músicos la llaman intervalo de una *octava* - es la consonancia más agradable. Una proporción de 3/2 (llamada quinta perfecta) es la siguiente más agradable, seguida por la relación 4/3 (una cuarta perfecta), la relación de 5/4 (una tercera mayor y la relación de 6/5 (una tercera menor. La elección de la primera tercera en una escala tiene un efecto importante en las emociones promedio expresadas por la música y por lo tanto está también tomada en el nombre de la escala. Las canciones en Do mayor en general tienen un tono más alegre, en tanto que las canciones en La menor tienden a sonar más tristes.

Las relaciones de frecuencia menos agradables, las disonancias, son el *tritono* (7/5, también llamado *cuarta aumentada* o *quinta disminuida* o *quinta falsa*) y, en menor medida, la séptima mayor y menor (15/8 y 9/5). El tritono se utiliza para la sirena de las furgonetas alemanas de la cruz roja. Secuencias largas de disonancias tienen el efecto de inducir el trance; son comunes en la música balinesa y en el jazz.

Después de siglos de experimentación, estos resultados conducen a una disposición estándar de las notas y sus frecuencias que se muestra en la Figura 217. La disposición, llamada *igual entonación* o *entonación bien temperada*, contiene aproximaciones a todos los intervalos mencionados; las aproximaciones tienen la ventaja de que permiten la *transposición* de la música para notas más bajas o más agudas. Esto no es posible con la
Ref. 222 ideal, la llamada *entonación justa*..

La próxima vez que cante una canción que le guste, intente determinar si utiliza ento-
Desafío 526 e nación justa o igual - o una entonación diferente en total. Las diferentes personas tienen diferentes gustos y hábitos.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Medida del sonido

En cada punto en el espacio, una onda de sonido en el aire produce dos efectos: una variación de presión y una variación de la velocidad. La Figura 218 muestra a ambos: las variaciones de presión inducen cambios en la densidad de las moléculas, mientras que las variaciones de velocidad actúan sobre la velocidad media de las moléculas.

La presión de sonido local se mide con un *micrófono* o una *oreja*. La velocidad molecular local se mide con un *microanemómetro* o *sensor acústico de velocidad de las partículas*. Ninguno de estos dispositivos existió hasta 1994, cuando Hans Elias de Bree inventó una manera de construir uno. Como se muestra en la Figura Figura 219, tales microanemómetros no son fáciles de fabricar. Dos hilos delgados de platino se calientan a 220°C; la diferencia de temperatura depende de la velocidad del aire y se puede medir mediante la comparación de las resistencias eléctricas. Debido a las pequeñas dimensiones, es posible un rango de frecuencias de hasta aproximadamente 20 kHz. Poniendo tres de estos dispositivos en ángulo recto entre ellos es posible localizar la dirección de una fuente de ruido. Esto es útil para la reparación y desarrollo de automóviles, o para controlar los trenes y maquinaria. Mediante la disposición de muchos dispositivos en una cuadrícula también se puede construir una 'cámara acústica'. También se puede utilizar para localizar las posiciones de las aeronaves y aviones no tripulados, una especie de 'radar acústico'. Debido a que los microanemómetros actúan como micrófonos extremadamente pequeños y altamente direccionales, y debido a que operan incluso bajo el agua, las fuerzas armadas y los espías muestran mucho interés por ellos.

Por cierto, ¿cómo se compara la velocidad de las moléculas debido al sonido con la velocidad de las moléculas debido a la temperatura del aire?

Desafío 527 ny

¿Es la imagen por ultrasonido (ecografía) segura para los bebés?

Los ultrasonidos se utiliza en medicina para explorar el interior del cuerpo humano. La técnica, llamada *imágenes por ultrasonido*, es útil, conveniente y generalizada, como se muestra en la Figura 220. Sin embargo, tiene una desventaja. Los estudios de la Clínica Mayo en Minnesota han descubierto que el ultrasonido *pulsante*, en contraste con el ultrasonido *continuo*, produce niveles extremadamente altos de sonido *audible* en el interior del cuerpo. (Algunas intensidades de sonido se enumeran en la Tabla 41.)

Ref. 223

El ultrasonido pulsante se utiliza en la ecografía, y en algunos, pero no en todos, monitores de ritmo cardíaco del feto. Tales máquinas producen altos niveles de sonido en el rango *audible*. Esto parece paradójico; si usted va a un ginecólogo y se pone el cabezal de los ultrasonidos en el oído o en la cabeza, sólo oirá un ruido muy débil. De hecho, es esta baja intensidad la que engaña a todo el mundo al pensar que el nivel de ruido es bajo. El nivel de ruido es sólo bajo porque el oído humano está lleno de aire. En contraste, en un feto, el oído está lleno de líquido. Este hecho cambia la propagación del sonido por completo: el sonido generado por las máquinas de formación de imágenes está ahora totalmente concentrado y estimula directamente el oído interno. El efecto total es similar a lo que sucede si usted pone un dedo en su oído: esto puede ser muy ruidoso para sí mismo, pero nadie más puede oír lo que pasa.

Investigaciones recientes han demostrado que niveles de sonido superiores a 100 dB, lo que corresponde a un tren subterráneo entrando en la estación, son generados por los sistemas de imágenes de ultrasonido. De hecho, todos los ginecólogos confirmarán que

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 219 Arriba: dos minúsculos hilos de platino calentados permiten la construcción de un microanemómetro. Puede ayudar a determinar exactamente de dónde proviene una perturbación acústica (© Microflown Technologies).

Modern Multimedia — The Adventure of Physics — copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 — free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 220 Un sistema de imágenes de ultrasonido moderno, y una imagen de ultrasonido común, pero perjudicial de un feto (© General Electric, Wikimedia).

las imágenes perturban al feto. Interrogados acerca de este problema, varios fabricantes de dispositivos de imágenes de ultrasonido confirmaron que "se utiliza una salida de sonido de *sólo* 5 mW". Eso es 'sólo' la potencia acústica de un oboe ¡a plena potencia! Dado que muchas de las ecografías tardan diez minutos o más, no se puede excluir un daño en el oído del feto. No es sensato exponer a un bebé a este nivel de ruido sin una buena razón. Ref. 224

En resumen, los ultrasonidos se deben utilizar para las madres embarazadas sólo en caso de necesidad. La ecografía *no es segura* para los oídos de los fetos. (Las declaraciones de las sociedades médicas de ultrasonido diciendo lo contrario, se equivocan.) En *todos los demás* casos, la ecografía es segura, sin embargo. Cabe señalar no obstante, otro problema potencial de las imágenes de ultrasonido, la cuestión de los daños a los tejidos a través de cavitación no ha sido explorado en detalle todavía. Ref. 225

Señales

Una señal representa el medio de transporte de la información. Cada señal, incluyendo las de la Tabla 40, es un movimiento de energía. Las señales pueden ser tanto objetos como ondas. Una piedra lanzada puede ser una señal, al igual que un silbato. Las ondas son una forma de comunicación más práctica debido a que no requieren transporte de la materia: es más fácil usar electricidad en un cable de teléfono para transportar una noticia que enviar un mensajero. En realidad, la mayoría de los avances tecnológicos modernos se remontan a la separación entre la señal y el transporte de materia. En lugar de transportar una orquesta para transmitir música, podemos enviar señales de radio. En lugar de enviar cartas de papel escribimos mensajes de correo electrónico. En vez de ir a la biblioteca, navegamos por Internet.

Los mayores avances en la comunicación son el resultado de la utilización de señales para el transporte de grandes cantidades de energía. Eso es lo que hacen los cables eléctricos: transportan energía sin transporte de cantidades (perceptibles) de materia . No necesitamos conectar nuestros aparatos de la cocina a la central eléctrica: podemos obtener la energía a través de un cable de cobre.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Por todas estas razones, con el término 'señal' a menudo se pretende implicar sólo a las ondas. Las señales de voz, sonidos, señales eléctricas, la radio y la luz son los ejemplos más comunes de señales ondulatorias.

Las señales se caracterizan por su velocidad y su contenido de información. Ambas cantidades resultan ser limitadas. El límite de velocidad es el tema central de la teoría de la relatividad especial. Vol. II, página 16

Un límite sencillo sobre el contenido de la información se puede expresar cuando se toma nota de que el flujo de información está dado por la forma detallada de la señal. La forma se caracteriza por una frecuencia (o longitud de onda) y una posición en el tiempo (o el espacio). Para cada señal - y cada onda - hay una relación entre el error en el tiempo de llegada Δt y el error en la frecuencia angular $\Delta\omega$:

$$\Delta t \, \Delta\omega \geqslant \frac{1}{2} \, . \tag{102}$$

Esta ecuación de indeterminación tiempo-frecuencia relación de indeterminación expresa que, en una señal, es imposible especificar a la vez el tiempo de llegada y la frecuencia con una precisión exacta. Los dos errores son (dentro de un factor numérico) el inverso uno del otro. (También se dice que el producto de ancho de banda por el tiempo es siempre mayor que $1/4\pi$.) La limitación aparece porque por una parte se necesita una onda lo más similar posible a una onda sinusoidal con el fin de determinar con precisión la frecuencia, pero por otra parte se necesita una señal lo más estrecha posible para determinar con precisión su tiempo de llegada. La contradicción entre los dos requisitos conduce hasta esta limitación. La relación de incertidumbre es, pues, una característica intrínseca de cada fenómeno ondulatorio. Es posible que desee probar esta relación con cualquier onda en su entorno. Desafío 528 e

De modo equivalente, hay una relación entre el error de posición Δx y el error del vector de onda $\Delta k = 2\pi/\Delta\lambda$ de una señal:

$$\Delta x \, \Delta k \geqslant \frac{1}{2} \, . \tag{103}$$

Al igual que el caso anterior, también esta ecuación de indeterminación expresa que es imposible especificar tanto la posición de una señal como su longitud de onda con precisión completa. También esta relación de indeterminación posición de la onda-vector de onda es una característica de cualquier fenómeno ondulatorio.

Cada relación de incertidumbre es el corolario de la existencia de una entidad mínima. En el caso de las ondas, la entidad mínima del fenómeno es el período (o ciclo, como solía ser llamado). Siempre que haya una entidad mínima de un fenómeno natural, se produce un relación de indeterminación. Nos encontraremos con otras relaciones de indeterminación, tanto en la relatividad como en la teoría cuántica. Como descubriremos, se deben a las entidades mínimas también.

Cada vez que se envían las señales, su contenido se puede perder. Cada una de las seis características de las ondas que ya vimos página 322 puede conducir a la degradación del contenido. ¿Puede dar un ejemplo para cada caso? La energía, la cantidad de movimiento y todas las demás propiedades conservadas de las señales nunca se pierden, por supuesto. La desaparición de las señales es similar a la desaparición de movimiento. Cuando el movimiento desaparece por la fricción, sólo parece desaparecer, y en reali- Desafío 529 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

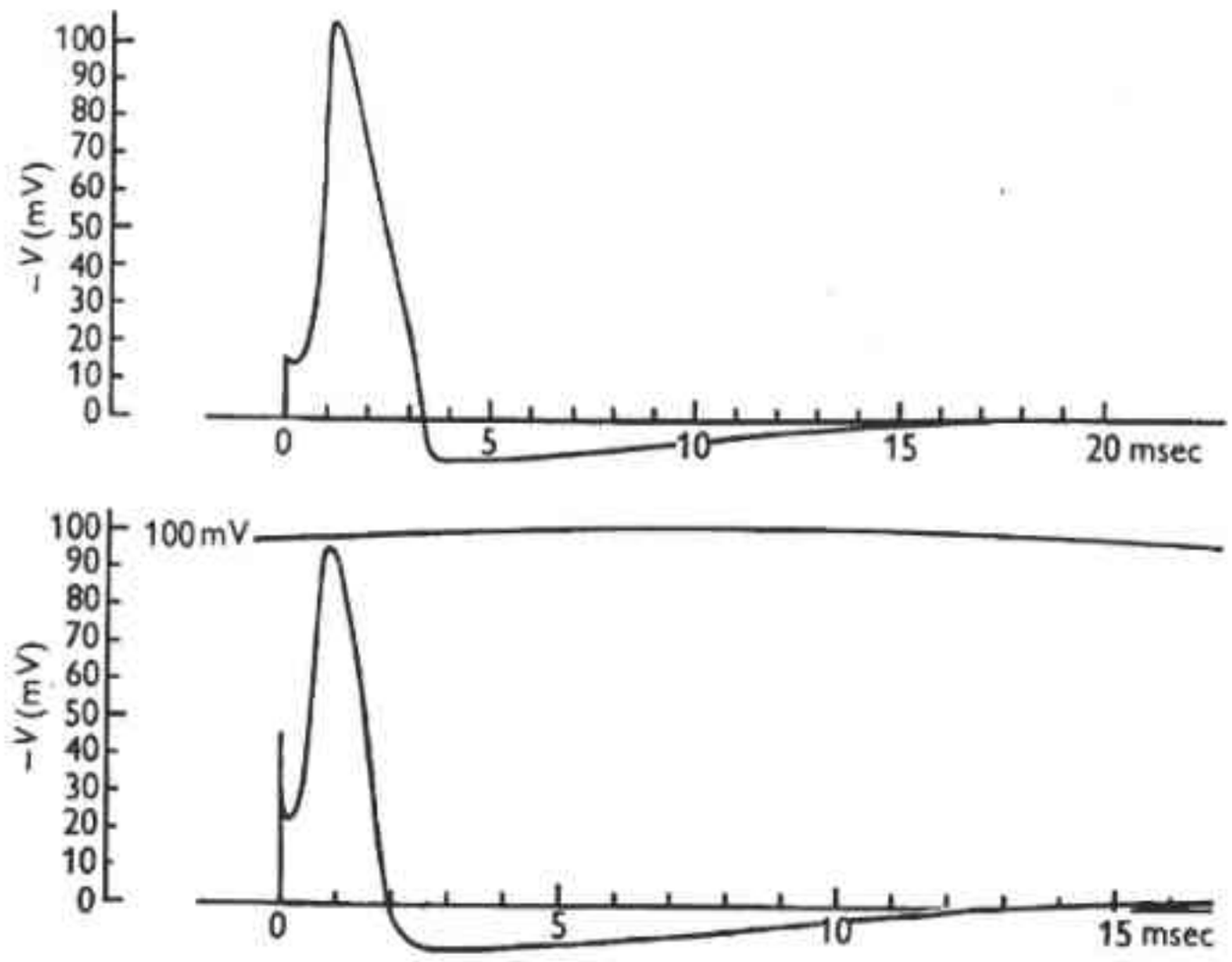


Fig. 13. Upper curve: solution of eqn. (26) for initial depolarization of 15 mV, calculated for 6° C. Lower curve: tracing of membrane action potential recorded at 9·1° C (axon 14). The vertical scales are the same in both curves (apart from curvature in the lower record). The horizontal scales differ by a factor appropriate to the temperature difference.

FIGURA 221 Las señales eléctricas calculadas (arriba) y medidas (abajo) en un nervio, siguiendo a Hodgkin y Huxley.

dad se transforma en calor. Del mismo modo, cuando una señal desaparece, sólo parece desaparecer, y de hecho es transformada en ruido. El *ruido (físico)* es una colección de numerosas señales desordenadas, de la misma manera que el calor es una colección de numerosos movimientos desordenados.

Toda propagación de una señal se describe por una ecuación de onda. Un ejemplo famoso es el conjunto de ecuaciones encontrados por Hodgkin y Huxley. Se trata de una aproximación realista para el comportamiento del potencial eléctrico en los nervios. Usando datos sobre el comportamiento de los iones de potasio y sodio, encontraron una ecuación de onda complicada que describe la tensión V en los nervios, y por lo tanto la forma en que las señales se propagan. La ecuación describe los picos de tensión característicos medidos en los nervios, que se muestran en la Figura 221. La figura muestra claramente que estas ondas difieren de ondas sinusoidales: no son armónicas. La anarmonicidad es un resultado de la no linealidad. Pero la no linealidad puede provocar efectos aún más fuertes.

Ref. 226

Ondas solitarias y solitones

En agosto de 1834, el ingeniero escocés John Scott Russell (b. 1808 Glasgow, d. 1882 London) registró una observación extraña en un canal fluvial en el campo, cerca de Edimburgo. Cuando un barco arrastrado a través del canal se detuvo de repente, una ola de agua extraña se apartó de él. Constaba de una *sola* cresta, de unos 10 m de largo y 0,5 m de alto, que se movía a unos 4 m/s. Siguió la cresta, mostrada en

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 222 Una ola de agua solitaria seguida por un barco de motor, reconstrucción del descubrimiento de Scott Russell (© Dugald Duncan).

una reconstrucción en la Figura 222, con su caballo durante varios kilómetros: la ola se extinguió muy lentamente. Russell no observó ninguna dispersión, como es habitual en las ondas de agua de profundidad: la anchura de la cresta se mantuvo constante. Russell luego comenzó a producir este tipo de olas en su laboratorio, y estudió extensamente sus propiedades.

Ref. 227

Demostró que la velocidad depende de la amplitud, en contraste con ondas armónicas lineales. También encontró que la profundidad d del canal de agua era un parámetro importante. De hecho, la velocidad v, la amplitud A y la anchura L de estas ondas de una sola cresta están relacionados por

$$v = \sqrt{gd}\left(1 + \frac{A}{2d}\right) \quad \text{y} \quad L = \sqrt{\frac{4d^3}{3A}} \,. \tag{104}$$

Como muestran estas expresiones, y señaló Russell, las olas altas son estrechas y rápidas, mientras que las olas superficiales son lentas y anchas. La forma de las ondas se fija durante su movimiento. Hoy en día, estas y todas las demás ondas estables con una sola cresta se las conocen con el nombre de *ondas solitarias*. Aparecen sólo cuando la dispersión y la no linealidad del sistema compensan exactamente una con otra. Russell también señaló que las ondas solitarias en canales de agua pueden cruzarse entre sí sin cambios, incluso cuando viajan en direcciones opuestas; las ondas solitarias con esta propiedad se llaman *solitones*. En resumen, los solitones son estables frente a encuentros, como se muestra en la Figura 223, mientras que las ondas solitarias, en general, no lo son.

Sesenta años más tarde, en 1895, Korteweg y de Vries descubrieron que las ondas solitarias en canales de agua tienen una forma descrita por

$$u(x,t) = A\,\mathrm{sech}^2\,\frac{x - vt}{L} \quad \text{donde} \quad \mathrm{sech}\,x = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \,, \tag{105}$$

Modern Mechanics – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

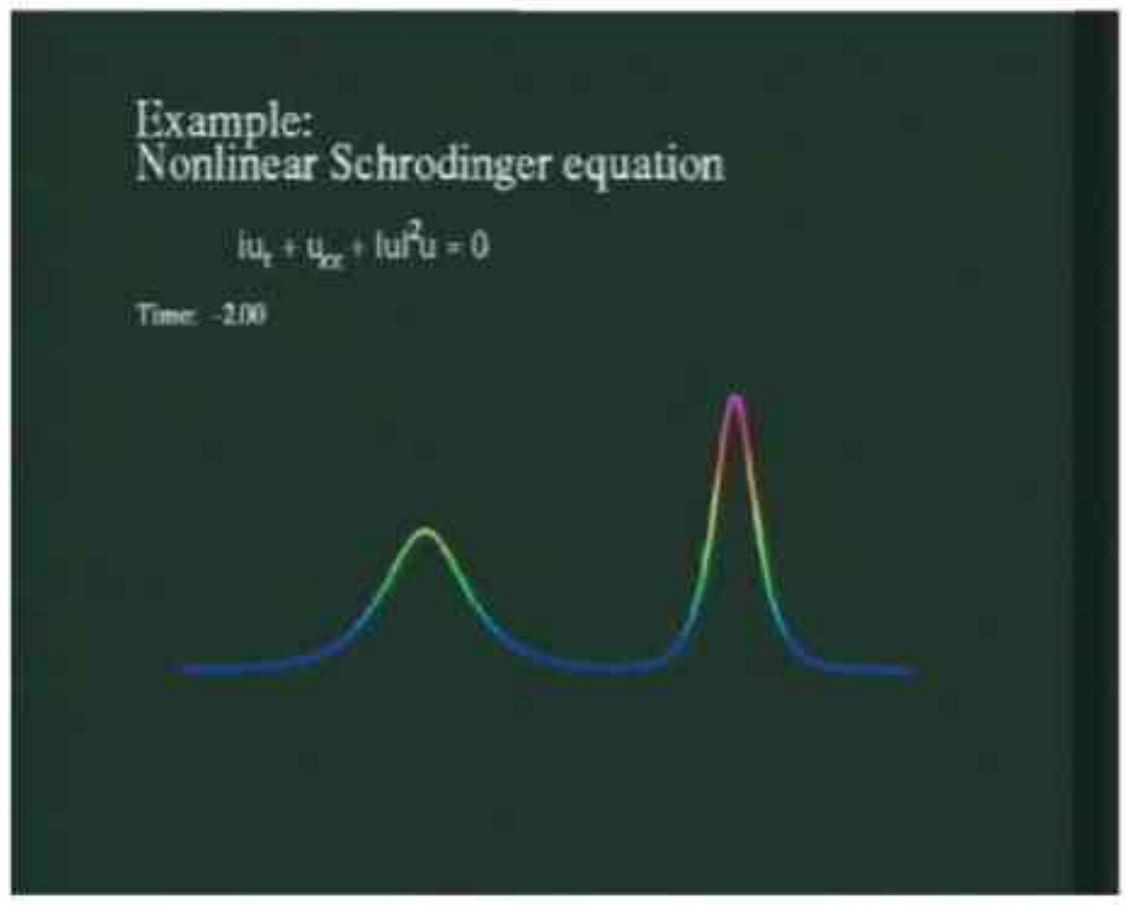


FIGURA 223 Los solitones son estables frente a los encuentros. (QuickTime film © Jarmo Hietarinta)

y que la relación encontrada por Russell era debida a la ecuación de ondas

$$\frac{1}{\sqrt{gd}}\frac{\partial u}{\partial t} + \left(1 + \frac{3}{2d}u\right)\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{d^2}{6}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0\,. \qquad (106)$$

Esta ecuación para la elongación u se llama la *ecuación Korteweg–de Vries* en su honor.* La sorprendente estabilidad de las soluciones solitarias es debido al efecto opuesto de los dos términos que distinguen esta ecuación de las ecuaciones de onda lineales: para las soluciones solitarias, el término no lineal compensa precisamente por la dispersión inducida por el término de la derivada tercera.

Durante muchas décadas estas ondas solitarias eran vistas como curiosidades matemáticas y físicas. La razón era simple: nadie podía resolver las ecuaciones. Todo esto cambió casi cien años más tarde, cuando se hizo evidente que la ecuación Korteweg-de Vries es un modelo universal para las ondas débilmente no lineales en el régimen de dispersión débil, y por lo tanto de importancia básica. Esta conclusión fue desencadenada por Kruskal y Zabusky, que en 1965 demostraron matemáticamente que las soluciones (105) son *invariantes* en el caso de colisiones. Este descubrimiento les llevó a introducir el término *solitón*. Estas soluciones de hecho se interpenetran entre sí sin cambiar la velocidad o la forma: una colisión sólo produce un pequeño cambio de posición para cada pulso. Ref. 230

Las ondas solitarias juegan un papel en muchos ejemplos de flujos de fluidos. Se encuentran en las corrientes oceánicas; e incluso la mancha roja en Júpiter, que fue una característica constante de fotografías de Júpiter durante muchos siglos, es un ejemplo.

Las ondas solitarias también aparecen cuando se genera sonido de muy alta intensi-

* La ecuación se puede simplificar mediante la transformación de la variable u; más concisamente, que puede ser reescrita como $u_t + u_{xxx} = 6uu_x$. Mientras las soluciones son funciones sech, esta y otras versiones transformadas de la ecuación son conocidas con el mismo nombre.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

dad en los sólidos. En estos casos, pueden dar lugar a pulsaciones sonoras de sólo unos
Ref. 231 pocos nanometros de longitud. Las pulsaciones luminosas solitarias también se utilizan en el interior de determinadas fibras de comunicación óptica, donde la falta de dispersión permite mayores velocidades de transmisión de datos que los que se pueden lograr
Ref. 227 con pulsos de luz habituales.

Hacia el final del siglo XX, los matemáticos descubrieron que los solitones obedecen a una generalización no lineal del principio de superposición. (Se debe a las transformaciones Darboux-Backlund y la estructura de la serie Sato Grassmannian.) Las matemáticas de solitones son extremadamente interesantes. El progreso en matemáticas provocó que surgiera una segunda ola de interés en las matemáticas de solitones cuando los teóricos cuánticos se interesaron en ellos. La razón es simple: un solitón es una 'cosa intermedia'
Ref. 228 entre una partícula y una onda; tiene características de ambos conceptos. Por esta razón, los solitones se ven a menudo -aunque de forma incorrecta- como candidatos para la descripción de las partículas elementales.

Curiosidades y desafíos divertidos sobre ondas y oscilaciones

> La sociedad es una ola. La ola se mueve hacia adelante, pero el agua de la que se compone no lo hace.
>
> Ralph Waldo Emerson, *Autosuficiencia*.

Los sonidos pueden ser bellos. Si disfruta el sonido en el baptisterio de Pisa, cerca de la Torre inclinada, o gusta sentir la producción de sonido de las 'dunas cantoras', o en el 'Gabinete de los secretos' de la Catedral de St. Paul, lea el libro de Trevor Cox, *Sonic Wonderland*. Le abrirá la puerta a un nuevo mundo.

* *

Cuando se duplica la frecuencia de una señal, se dice que el tono es una *octava* más alta. Dos tonos que difieren en una octava, cuando suenan juntos, dan un sonido agradable al oído. Otras dos razones de frecuencia aceptable - o 'intervalos', como dicen los músicos
Desafío 530 e - son cuartos y quintas. ¿Cuáles son las razones de frecuencia correspondientes? La respuesta fue uno de los descubrimientos más antiguos de la física y la investigación sobre la percepción, se atribuye a Pitágoras, alrededor del año 500 aC.)

* *

Muchos profesores, durante el curso, inhalan helio en clase. Cuando hablan, les sale una voz *muy* alta. El tono alto se debe al alto valor de la velocidad del sonido en el helio. Un truco similar es también posible con SF_6; ello produce una voz muy *profunda*. Lo que es menos conocido es que estos experimentos son *¡peligrosos*!. El helio no es un veneno. Pero debido a su pequeño radio atómico se dispersa com mucha rapidez. Varias personas han sufrido una embolia al realizar el experimento y algunos de ellos han muerto. Nunca lo lleve a cabo; mire un vídeo de Youtube en su lugar.

* *

Cuando un niño en un columpio es empujado por un adulto, la acumulación de amplitud es debido a la resonancia (directa). Cuando, por el contrario, el niño pone en movimiento

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

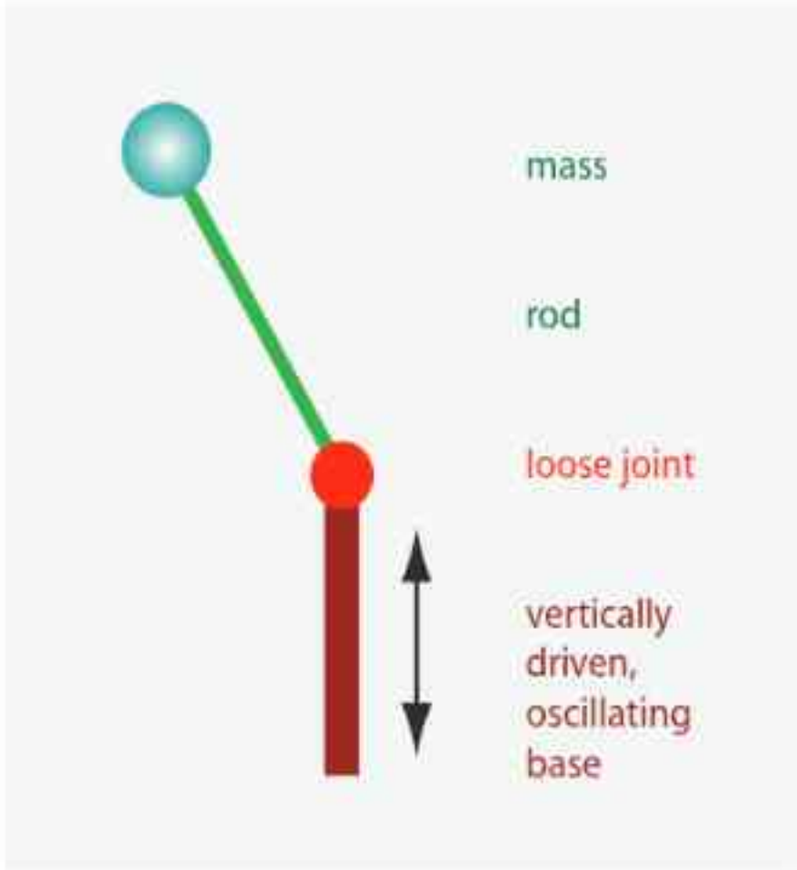


FIGURA 224 Un péndulo inverso guiado verticalmente es estable en la posición vertical hacia arriba a determinadas combinaciones de frecuencia y de amplitud.

FIGURA 225 Una onda particularmente lenta: los baches (moguls) de esquí en una pista de esquí acrobático (© Andreas Hallerbach).

la oscilación por sí mismo, se utiliza *dos veces* la frecuencia natural de la oscilación; Este efecto se denomina *resonancia paramétrica*.

Un efecto sorprendente de resonancia paramétrica aparece cuando un péndulo invertido está unido a una base vibratoria. La Figura 224 muestra la instalación; a causa de la articulación, la masa es libre de caer en ambos lados. Tal péndulo invertido guiado verticalmente, a veces también llamado un *péndulo Kapitza*, permanecerá firmemente en una posición vertical si está bien elegida la frecuencia de accionamiento del acoplamiento. Para uno de los muchos vídeos del fenómeno, ver www.youtube.com/watch?v=is_ejYsvAjY. La resonancia paramétrica aparece en muchos entornos, incluyendo el cielo. Los asteroides troyanos se mantienen en órbita por resonancia paramétrica.

* *

También los baches de las pistas de esquí, los llamados *chichones de esquí (moguls)*, son ondas: se mueven. Los chichones de esquí son esenciales en muchas disciplinas olímpi-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Ref. 229 cas de invierno. La observación muestra que los chichones de esquí tienen una longitud de onda típicamente de 5 a 6 m, y que se mueven con una velocidad media de 8 cm/día. Sorprendentemente, la velocidad se dirige hacia arriba, hacia la parte superior de la pista Desafío 531 s de esquí. ¿Puede explicar por qué esto es así? De hecho, los chichones de esquí son también un ejemplo de auto-organización; este tema se tratará en más detalle a continuación.

Página 445

* *

Una orquesta está tocando música en una gran sala. A una distancia de 30 m, alguien está escuchando la música. A una distancia de 3000 km, otra persona está escuchando la Desafío 532 s música a través de la radio. ¿Quién escucha la música antes?

* *

¿Cuál es el período de un péndulo simple, es decir, de una masa m unida a una cuerda Desafío 533 s sin masa de longitud l? ¿Cuál es el período si la cuerda es mucho más larga que el radio de la Tierra?

* *

¿Qué trayectoria sigue un cuerpo que se mueve sin fricción en un plano, pero que está Desafío 534 s unido por un muelle a un punto fijo de este plano?

* *

La ballena azul, *Balaenoptera musculus*, es el animal *más ruidoso* que se encuentra en la naturaleza: su voz se puede oír a una distancia de cientos de kilómetros.

* *

La exploración del sonido en el mar, desde la comunicación de las ballenas al del sonar de los delfines, es un mundo en sí mismo. Como punto de partida, explore el sitio web excelente www.dosits.org.

* *

Un interesante dispositivo que muestra cómo se vinculan la rotación y la oscilación es la Desafío 535 e *sirena* de alarma. Descubra cómo funciona y construya una usted mismo.

* *

Los liliputienses de Jonathan Swift tienen la doceava parte del tamaño de los seres humanos. Demuestre que la frecuencia de sus voces debe por tanto ser 144 veces mayor que la de los seres humanos, y por lo tanto será inaudible. Gulliver no pudo haber oído lo que decían liliputienses. Lo mismo, con toda probabilidad, sería cierto para los brobdingna- Desafío 536 s gianos, que eran diez veces más altos que los humanos. Sus frases también serían cien veces más bajas.

* *

La luz es una onda, como descubriremos más adelante. En consecuencia, la luz que llega a la Tierra desde el espacio se refracta cuando entra en la atmósfera. ¿Puede confirmar que, como resultado, las estrellas parecen un poco más altas en el cielo de la noche de lo

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2002 – free pdf file available at www.motionmountain.net

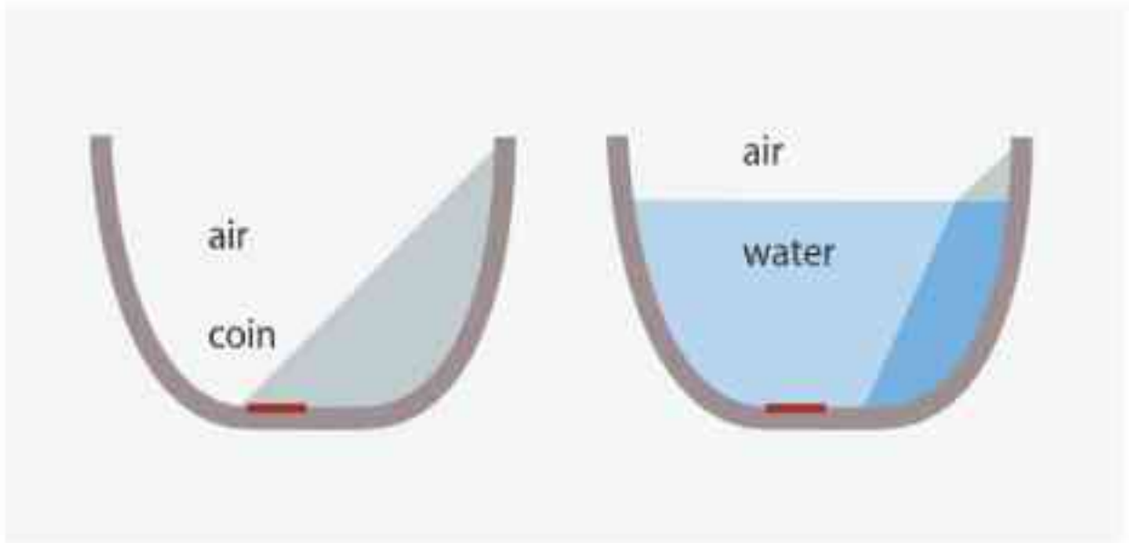


FIGURA 226 Las sombras muestran la refracción de la luz.

Desafío 537 e que realmente están?

* *

¿Cuáles son las mayores olas del mar? Esta pregunta se ha investigado sistemáticamente Ref. 232 sólo recientemente, utilizando satélites. El resultado sorprendente es que las olas del mar con una altura de 25 m y más son *normales*: hay algunas de tales olas en los océanos en cualquier momento dado. Este resultado confirma las extrañas historias de capitanes experimentados de buques y explica muchos naufragios de otro modo inexplicables.

Los surfistas pueden así tener muchas posibilidades para montar olas de 30 m. (El récord presente está justo por debajo de esta altura). Pero tal vez las olas más impresionantes para surfear son las de la Pororoca, una serie de olas de 4 m que se mueven desde el mar al río Amazonas, cada primavera, en contra de la corriente del río. Estas ondas pueden ser surfeadas decenas de kilómetros.

* *

Curiosamente, *todas* las superficies de agua tiene ondas, aunque parezcan completamente planas. Como consecuencia de la temperatura finita de agua, su superficie siempre tiene algo de rugosidad: hay ondas capilares *térmicas*. Para el agua, con una tensión superficial de 72 mPa, la rugosidad típica en condiciones normales es de 0,2 nm. Estas ondas Ref. 233 capilares térmicas, previstas desde hace muchos siglos, se han observado recientemente.

* *

Finalmente, todas las ondas se amortiguan. Este efecto es a menudo dependiente de la frecuencia. ¿Puede proporcionar una confirmación de esta dependencia en el caso del Desafío 538 s sonido en el aire?

* *

Cuando usted hace un agujero con una aguja en papel negro, el agujero puede ser utili- Desafío 539 e zado como una lente de aumento. (Pruébelo.) La difracción es la responsable del efecto de lente. Por cierto, la difracción de la luz por los agujeros la hizo notar ya Francesco Grimaldi en el siglo XVII; quien dedujo correctamente que *la luz es una onda*. Sus observaciones fueron posteriormente discutidas por Newton, que erróneamente las desestimó.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Ponga una taza vacía cerca de una lámpara, de tal manera que la parte inferior de la copa permanezca en la sombra. Cuando se llena el vaso con agua, un poco de la parte inferior se iluminará, debido a la refracción de la luz de la lámpara.Figura 226 El mismo efecto nos permite construir las lentes. La refracción es, por tanto, la base de muchos instrumentos ópticos tales como el telescopio o el microscopio..

Desafío 540 e
Vol. III, página 176

* *

Desafío 541 s ¿Las ondas de agua son transversales o longitudinales?

* *

La velocidad de las ondas de agua limita las velocidades de los barcos. Un buque de superficie no puede viajar (mucho) más rápido que cerca de $v_{crit} = \sqrt{0{,}16gl}$, donde $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$, l es la longitud de la embarcación, y 0,16 es un número determinado de forma experimental, llamado el *número crítico de Froude*. Esta relación es válida para todos los buques, desde los grandes petroleros ($l = 100\,\mathrm{m}$ da $v_{crit} = 13\,\mathrm{m/s}$) hasta los patos ($l = 0{,}3\,\mathrm{m}$ da $v_{crit} = 0{,}7\,\mathrm{m/s}$). La velocidad crítica es la de una onda con la misma longitud de onda que la nave. De hecho, es posible mover una nave a velocidades más altas que el valor crítico, pero requiere mucha más energía. (Una mayor velocidad también es posible si el buque se encuentra navegando sobre una onda.) ¿Cuánto se aleja el récord olímpico de natación estilo crowl en *piscina olímpica* del valor crítico?

Desafío 542 s

La mayoría de los animales acuáticos y las naves son más rápidos cuando nadan bajo la superficie - donde no existe el límite debido a las ondas de superficie - que cuando nadan en la superficie. Por ejemplo, los patos pueden nadar tres veces más rápido bajo el agua que en la superficie.

* *

La velocidad de grupo de las ondas de agua (en aguas profundas) es menor que la velocidad de las crestas de onda individuales, la llamada *velocidad de fase*. Como resultado, cuando un grupo de crestas de onda viaja, dentro del grupo las crestas se mueven de atrás hacia el frente: aparecen en la parte posterior, viajan hacia adelante y luego desaparecen en la parte delantera. La velocidad de grupo de las ondas de agua es *inferior* a su velocidad de fase.

* *

Se puede oír el mar lejano o una carretera distante más claramente por la tarde que por la mañana. Ello es un efecto de la refracción. La velocidad del sonido se incrementa con la temperatura. Por la tarde, el suelo se enfría más rápidamente que el aire de encima. Como resultado, el sonido que parte del suelo y viaja hacia arriba se refracta hacia abajo, lo que lleva a una distancia de audición más lejana típica de las tardes. Por la mañana, generalmente el aire es frío arriba y cálido abajo. El sonido se refracta hacia arriba, y el sonido distante no llega a un oyente en el suelo. Esta refracción implica que las mañanas son tranquilas, y que podemos escuchar los sonidos más distantes por las noches. Los elefantes usan esta situación del sonido durante las noches para comunicarse a distancias de más de 10 km. (También utilizan ondas sonoras en el suelo para comunicarse, pero eso es otra historia.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

La refracción también implica que haya un *canal sonoro* en el océano, y otro en la atmósfera. La velocidad de sonido aumenta con la temperatura, y aumenta con la presión. A una profundidad oceánica de 1 km, o a una altura atmosférica de 13 a 17 km (es decir en la parte superior de los más altos cumulonimbos o de manera equivalente, en medio de la capa de ozono) el sonido tiene una velocidad *mínima*. Como resultado, el sonido que se inicia a partir de ese nivel y trata de salir, se canaliza de nuevo a él. Las ballenas utilizan este canal de sonido para comunicarse entre sí con hermosas canciones; uno puede
Desafío 543 e encontrar grabaciones de estas canciones en Internet. Los militares utilizan con éxito los canales de sonido en el océano para localizar submarinos y micrófonos colocados en
Ref. 234 globos en el canal de la atmósfera para escuchar las explosiones nucleares.

De hecho, los experimentos sonoros realizados por los militares son la razón principal por la que las ballenas están ensordecidas y pierden su orientación, dejándolas varadas en las costas. Experimentos similares en el aire con globos de gran altitud son a menudo confundidos con los platillos volantes,, como en el famoso incidente Roswell.

* *

Ref. 235 También los pequeños animales se comunican mediante ondas sonoras. En 2003, se encontró que los arenques se comunican utilizando los sonidos que producen cuando se tiran pedos. Cuando ventosean, el gas crea un sonido de tic cuyo espectro de frecuencia alcanza hasta 20 kHz. Incluso se pueden escuchar grabaciones de este sonido en Internet. Los detalles de la comunicación, tales como las diferencias entre machos y hembras, todavía se están investigando. Es posible que los sonidos también puedan ser utilizados por los depredadores para detectar el arenque, e incluso podría ser utilizado por los futuros buques de pesca.

* *

¿Producen sonidos las plantas?. Sí. Se sabe que muchas plantas, incluidos los pinos y otros árboles, producen ultrasonidos de baja potencia cuando transportan su savia; otras plantas, como el maíz, producen sonidos audibles de baja potencia en sus raíces.

¿Son sensibles al sonido las plantas? Si, lo son. Un gran número de plantas, incluyendo los tomates, sueltan el polen solamente cuando son estimuladas por una frecuencia de sonido específica emitida por sus polinizadores; en otras plantas, incluyendo al maíz nuevamente, parece que sus raíces crecen en la dirección de ciertas fuentes de sonido.

Pero, ¿se comunican las plantas utilizando sonidos? Hay una posibilidad remota que los sistemas radiculares se influencien unos a toros en este sentido; La investigación todavía está en marcha. Hasta ahora, no existen evidencias de ello. Tal vez, usted pueda
Desafío 544 ny descubrirlo y fuera el empujón de salida para la *fitoacústica*.

* *

En los mares de mucho viento, las blancas crestas de las olas tienen varios efectos importantes. El ruido proviene de pequeñas burbujas de agua que estallan e implosionan. El ruido de las olas en el mar abierto es, pues, la superposición de muchas pequeñas explosiones. Al mismo tiempo, las crestas blancas son los lugares en los que los mares absorben dióxido de carbono de la atmósfera, y así reducen el calentamiento global.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

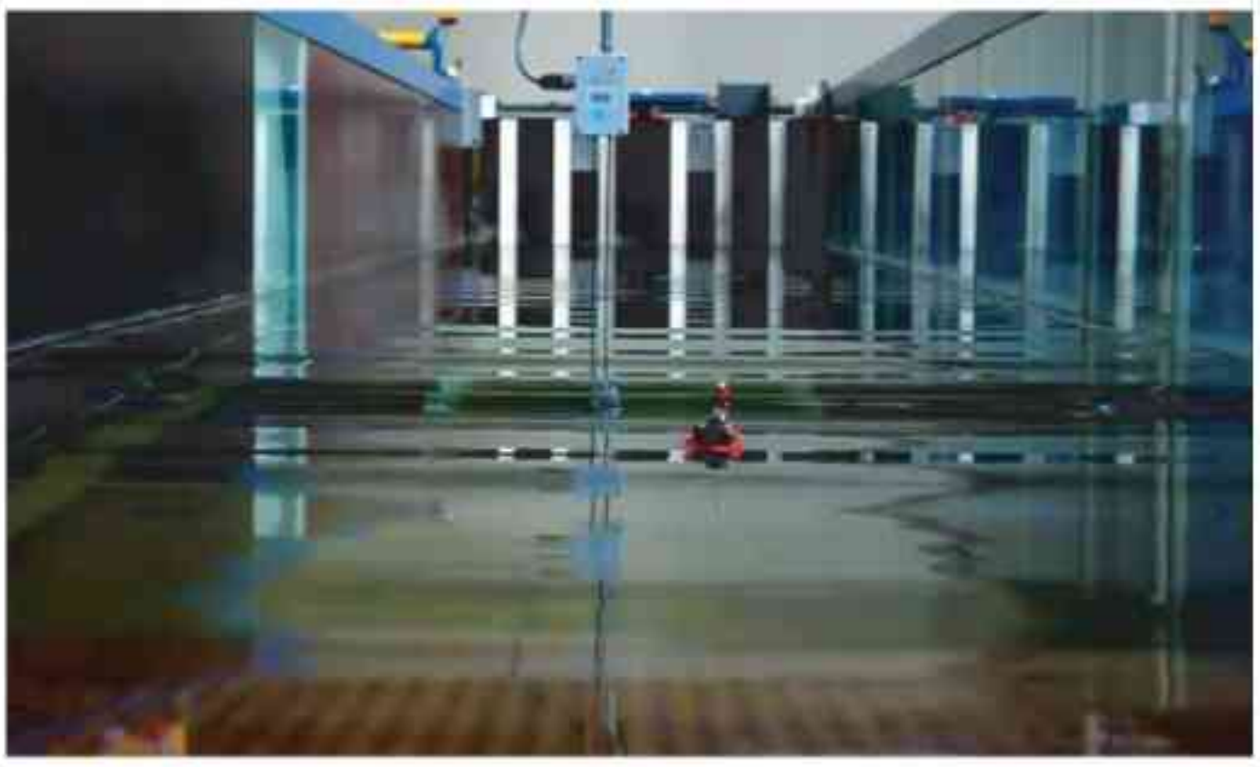


FIGURA 227 Una onda anómala artificial – reducida - creada en un tanque de agua (QuickTime film © Amin Chabchoub).

* *

Las llamadas *olas anómalas* - también llamadas *olas monstruos* u *olas extrañas*- -, son olas individuales en mar abierto, con una altura de más de 30 m que aparecen de repente entre olas más pequeñas, ha sido un fenómeno desconcertante durante décadas. Nunca ha estado claro si realmente ocurrieron. Sólo informes dispersos de capitanes y barcos hundidos misteriosamente indicaban su existencia. Por último, en el 1995, las medidas comenzaron a confirmar su existencia. Una de las razones para el escepticismo era que el mecanismo de su formación sigue siendo poco claro. Sin embargo, los experimentos realizados del 2010 en adelante ampliaron la comprensión de las ondas de agua no lineales. Estos experimentos han confirmado que primero bajo condiciones idealizadas, las ondas de agua también muestran la llamadas *soluciones de ventilación*, o de enfoque no lineal. Finalmente, en 2014, Chabchoub y Fink fueron capaces de demostrar, con una técnica experimental inteligente basada en una inversión del tiempo, que la focalización no lineal - incluyendo las olas anómalas - puede aparecer en las ondas de agua irregulares de amplitud mucho más pequeña. Como explica Amin Chabchoub, la prueba de vídeo se ve como la que se muestra en la Figura 227.

Ref. 236

* *

¿Por qué hay muchos agujeros pequeños en los techos de algunas oficinas de un gran número de empresas?.

Desafío 545 s

* *

¿Qué magnitud determina la longitud de onda de las olas de agua emitidas cuando se lanza una piedra en un estanque?.

Desafío 546 ny

* *

Ref. 2 Yakov Perelman enumera los siguientes cuatro problemas en su delicioso libro de problemas de física:

1. Una piedra que cae en un lago produce ondas circulares. ¿Cuál es la forma de las ondas producidas por una piedra que cae en un río, donde fluye el agua?

Desafío 547 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

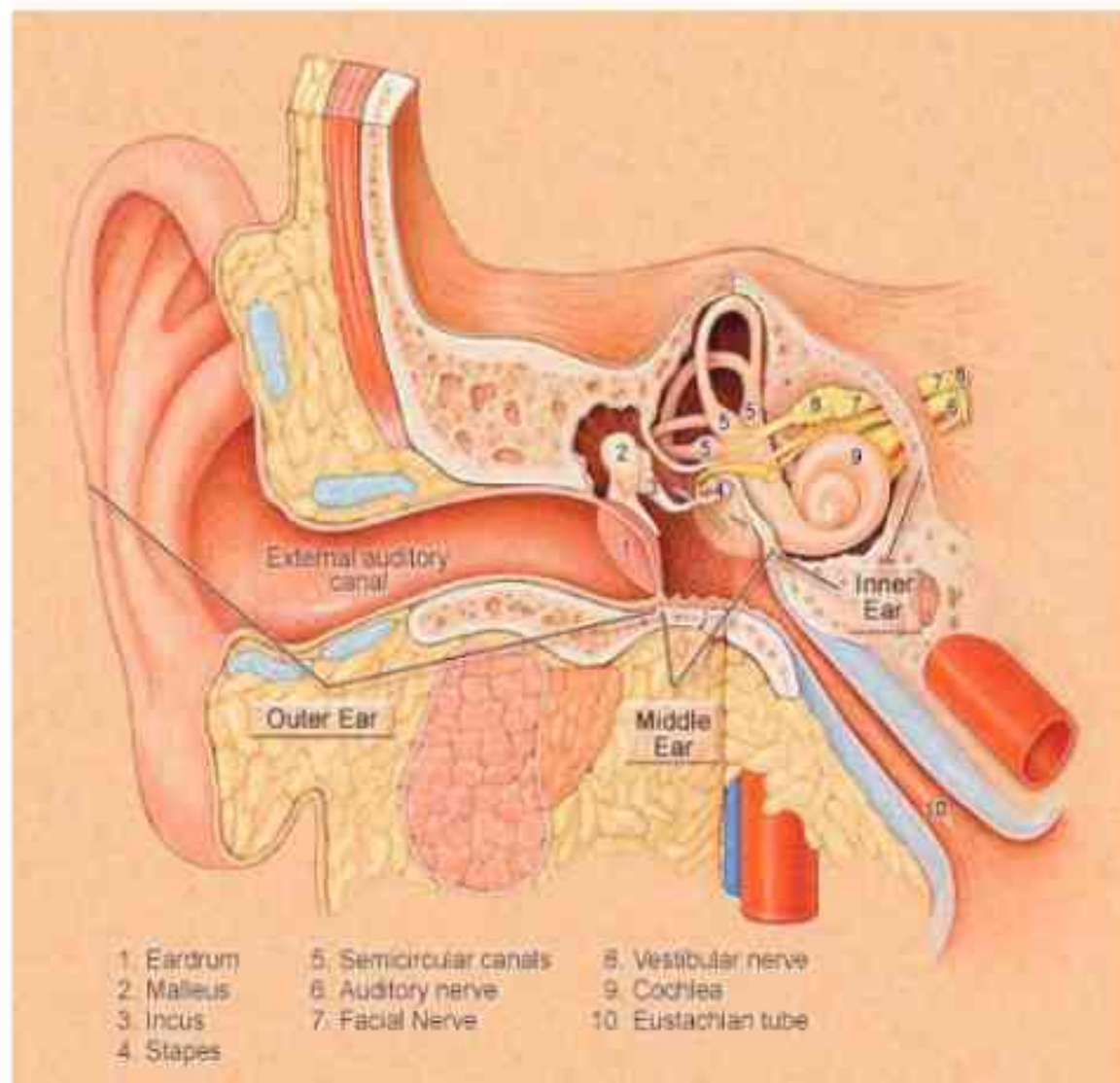


FIGURA 228 El oído humano (© Northwestern University).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

2. Es posible construir una lente para el sonido, de la misma manera que es posible construir lentes para la luz. ¿Cómo sería el objetivo de tal lente? Desafío 548 s
3. ¿Qué es el sonido que se oye en el interior de una concha? Desafío 549 s
4. La luz tarda unos ocho minutos en viajar desde el Sol a la Tierra. ¿Qué consecuencia tiene esto para el momento de la salida del sol?. Desafío 550 s

* *

Típicamente, el sonido de una persona hablando produce una variación de presión de 20 mPa en la oreja. Cómo se determina este valor? Desafío 551 ny

El oído es, de hecho, un dispositivo sensible. Ahora se sabe que la mayoría de los casos de los mamíferos marinos, como las ballenas, que nadan hacia la orilla se deben a problemas en el oído: por lo general algún dispositivo militar (ya sean señales de sonar o explosiones) ha destruido su oído de tal manera que se vuelven sordas y pierden la orientación.

* *

¿Por qué es el oído humano, que se muestra en la Figura 228, tan complejo? La parte exterior, el *pabellón auricular* o *pabellón auditivo*, concentra la presión sonora en la membrana timpánica; que produce una ganancia de 3 dB. La membrana timpánica, o tímpano, está hecha de tal manera para oscilar siempre en modo fundamental, por tanto, sin ningún nodo. La membrana timpánica tiene una (muy amplia) resonancia a 3 kHz, en la región donde el oído es más sensible. El tímpano transmite su movimiento, usando la cadena de huesecillos, en el oído interno. Así, este mecanismo transforma las ondas de aire en ondas de agua en el oído interno, donde se detectan. (La eficiencia con la que

esta transformación se lleva a cabo es casi ideal, utilizando el lenguaje de la teoría de las ondas, los huesecillos son, sobre todo, transformadores de impedancia) ¿Por qué el oído transforma las ondas de aire en ondas de agua? Porque el agua permite detectores más pequeños que el aire. ¿Podría explicar el por qué?

Desafío 552 ny

* *

Los *infrasonidos*, sonidos inaudibles por debajo de 20 Hz, son un tema moderno de investigación. En la naturaleza, los infrasonidos son emitidos por terremotos, erupciones volcánicas, el viento, el trueno, las cascadas, las caídas de meteoritos y las olas rompientes. El movimiento de los glaciares, los maremotos, las avalanchas y las tormentas geomagnéticas también emiten infrasonidos. Las fuentes antrópicas de infrasonidos incluyen el lanzamiento de misiles, el tráfico, los motores de combustión y los compresores de aire.

Ref. 237

Se sabe que los infrasonidos de alta intensidad conducen a vómitos o trastornos del sentido del equilibrio (140 dB o más durante 2 minutos), e incluso a la muerte (170 dB durante 10 minutos). Los efectos de menor intensidad en la salud humana no son todavía conocidos.

Los infrasonidos pueden viajar varias veces alrededor del mundo antes de extinguirse, como mostró en 1883 la explosión del volcán Krakatoa. Con los detectores de infrasonidos modernos, las olas marinas rompientes pueden detectarse a cientos de kilómetros de distancia. Las olas rompientes generan en el mar un 'zumbido' constante de la corteza de la Tierra a frecuencias entre 3 y 7 7 mHz. La *Red Global de Infrasonidos* utiliza el infrasonido para detectar pruebas de armas nucleares, terremotos y erupciones volcánicas, y puede contar los meteoritos. Sólo en muy raras ocasiones pueden ser escuchados los meteoritos con el oído humano. (Ver can-ndc.nrcan.gc.ca/is_infrasound-en.php.)

* *

El método utilizado para deducir las ondas sinusoidales contenidas en una señal, como se muestra en la Figura 205, se llama la transformación de Fourier. Esto es de capital importancia en toda la ciencia y la tecnología. En la década de 1980, una generalización interesante se hizo popular, la llamada *transformación de ondículas* (wavelet). En contraste con las transformaciones de Fourier, las transformaciones de ondículas permiten localizar las señales en el tiempo. Las transformaciones de ondículas se utilizan para comprimir imágenes almacenadas digitalmente de una manera eficiente, para diagnosticar problemas en la turbina de un avión, y en muchas otras aplicaciones.

Ref. 238

* *

Si le gustan los desafíos de ingeniería, aquí hay uno que todavía está abierto. ¿Cómo se puede hacer un sistema robusto y eficiente que transforme la energía de las olas del mar en electricidad?

Desafío 553 r

* *

Si usted está interesado en las olas del mar, también puede disfrutar con la ciencia de la *oceanografía*. Para una introducción a la misma, vea los libros de texto de código abierto en oceanworld.tamu.edu.

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

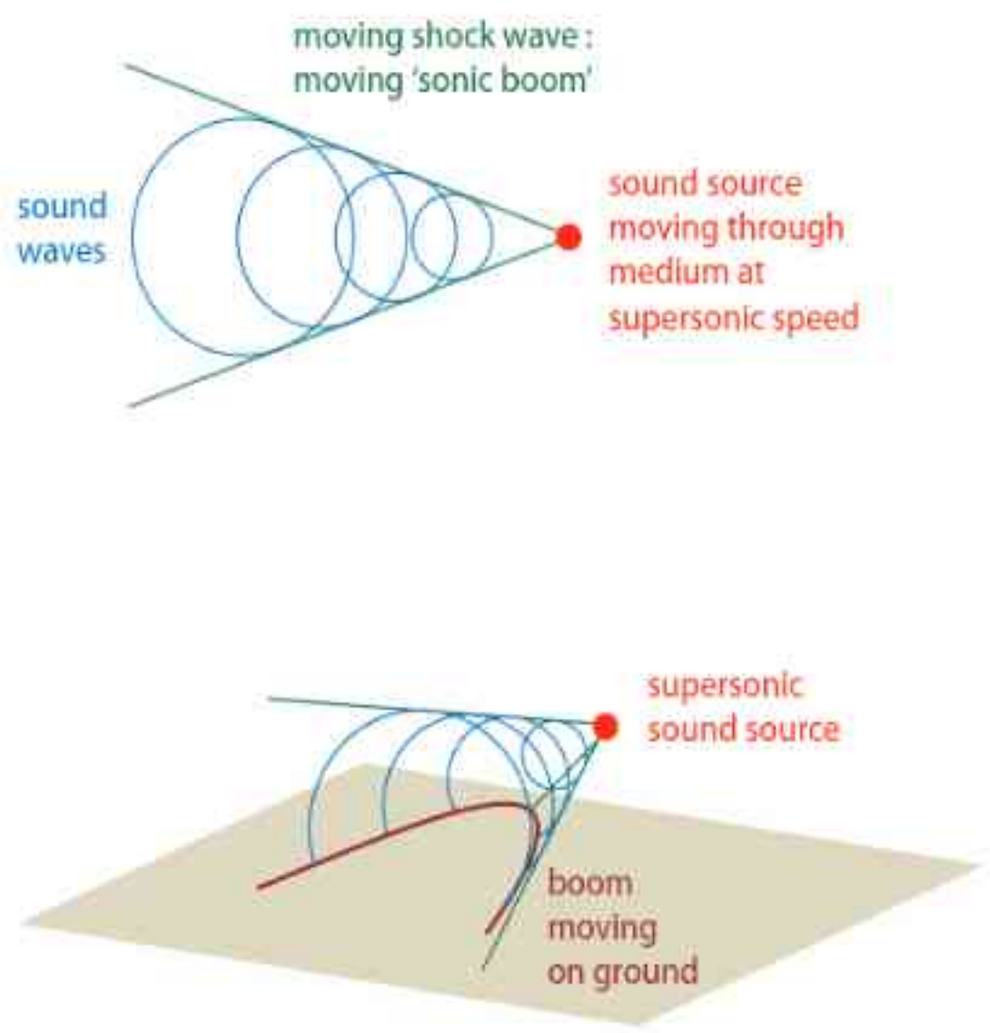


FIGURA 229 La onda de choque creada por un cuerpo en movimiento supersónico conduce a un 'estampido sónico' que se mueve a través del aire; puede hacerse visible en la fotografía Schlieren o por condensación de agua (photo © Andrew Davidhazy, Gary Settles, NASA).

¿Cual es la estructura más pequeña de la naturaleza que tiene ondas estacionarias en su superficie? ¿Y la mayor?

* *

En nuestra descripción de los cuerpos extensos, asumimos que cada punto de un cuerpo se puede seguir por separado a lo largo de su movimiento. ¿Está justificada esta suposición? ¿Qué pasaría si no lo estuviera?

Desafío 554 r

* *

Un tipo especial de ondas aparece en explosiones y vuelos supersónicos: las *ondas de choque*. En una onda de choque, la densidad o la presión de un gas cambia bruscamente, en distancias de unos pocos micrómetros. El estudio de las ondas de choque es un campo de investigación en sí mismo; las ondas de choque determinan el vuelo de las balas, el chasquido de los látigos y los efectos de las detonaciones.

Alrededor de un cuerpo en movimiento con velocidad supersónica, las ondas de sonido forman un cono, como se muestra en la Figura 229. Cuando el cono pasa a un observador en el suelo, el cono conduce a una *explosión sónica*. Lo que es menos conocido es que el estampido puede ser amplificado. Si un avión *acelera* a través de la barrera

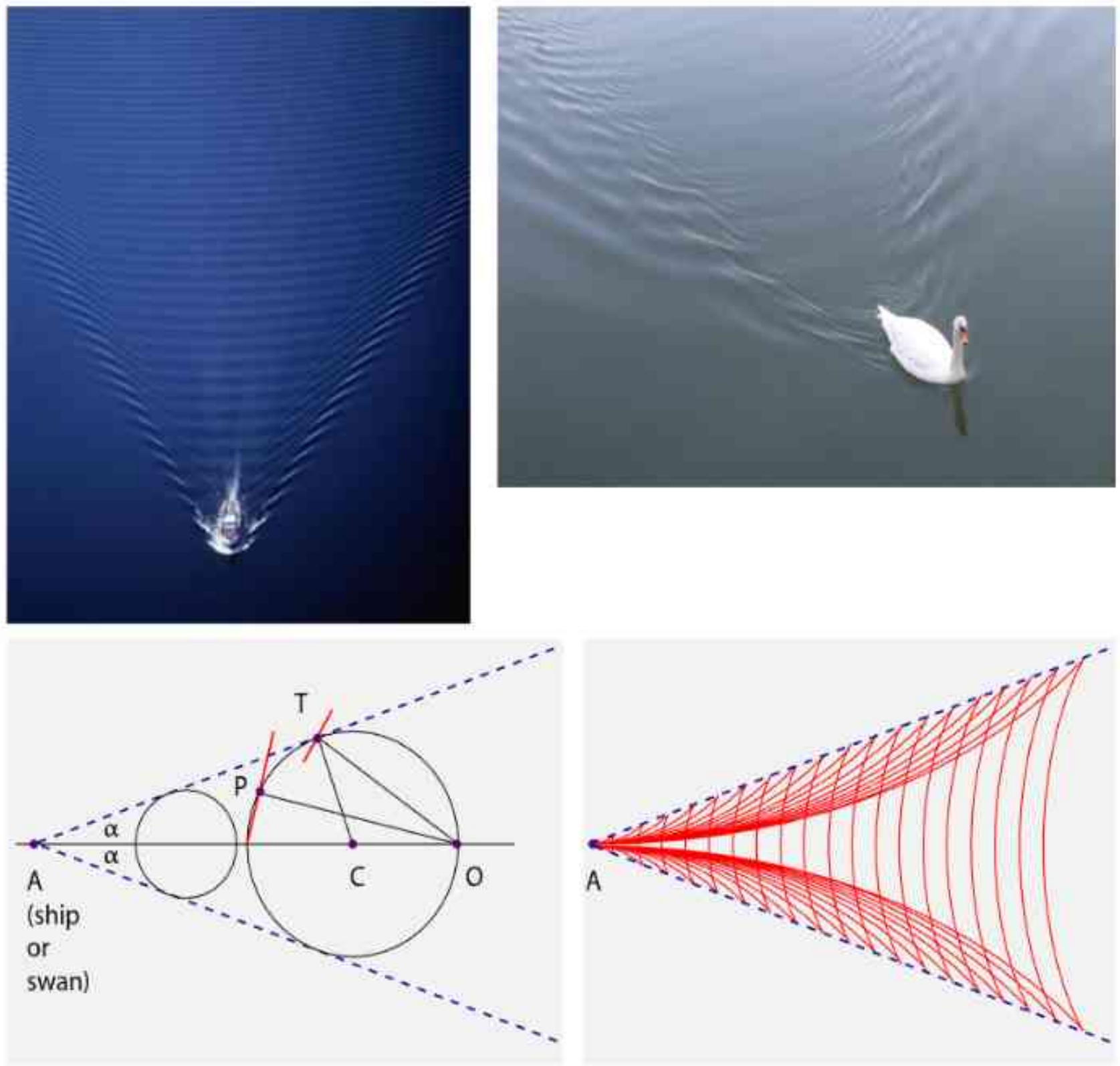


FIGURA 230 Las estelas detrás de un barco y detrás de un cisne, y el modo de deducir la forma (fotos © Wikimedia, Christopher Thorn).

del sonido, ciertos observadores en el suelo escucharán dos estampidos o incluso un llamado superestampido, porque los conos de varias velocidades se pueden superponer en ciertos puntos en el suelo. Un avión que realiza determinadas maniobras, como una curva a gran velocidad, incluso puede producir un superestampido en un lugar predefinido en el suelo. En contraste con los estampidos sónicos normales, los superestampidos pueden destruir ventanas, tímpanos y dar lugar a traumatismos, especialmente en los niños. Por desgracia, son producidos regularmente a propósito por pilotos militares frustrados en varios lugares del mundo.

Ref. 239

* *

¿Qué tienen en común los cisnes nadando y los barcos navegando? La *estela* tras de sí. A pesar de la similitud, este fenómeno no tiene relación con la explosión sónica. De hecho, el ángulo de la estela es el *mismo* para los patos y los barcos, y es independiente de la velocidad a la que viajan o del tamaño del cuerpo en movimiento, siempre que el agua sea lo suficientemente profunda.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Página 315 Como se explicó anteriormente, las ondas de agua en aguas *profundas* difieren de las ondas de sonido: su velocidad de grupo es *la mitad* de la velocidad de fase. (¿Se puede deducir esto de la relación de dispersión $\omega = \sqrt{gk}$ entre la frecuencia angular y el vec-
Desafío 555 e tor de onda, válido para las ondas de aguas profundas?). Las ondas de agua interferirán donde se transporta la mayor parte de la energía, por tanto, en torno a la velocidad de grupo. Por esta razón, en el gráfico que se muestra en la Figura 230, el diámetro de cada círculo de onda es siempre *la mitad* de la distancia de su punto más a la derecha O al vértice A. Como resultado, el medio ángulo de la estela cúspide obedece a

$$\sin\alpha = \tfrac{1}{3} \quad \text{dando un ángulo de estela} \quad 2\alpha = 38{,}942^\circ\,. \tag{107}$$

La Figura 230 también permite deducir las curvas que conforman el patrón de onda de
Ref. 240 la estela, usando geometría simple.

Es esencial tener en cuenta que el ángulo de estela fija es válida sólo en aguas *profundas*, es decir, sólo en el agua que es mucho más profunda que la longitud de onda de las ondas involucradas. En otras palabras, para una profundidad dada, la estela tiene la forma fija sólo hasta una velocidad máxima de la fuente. Para altas velocidades, el ángulo de estela se estrecha, y el patrón dentro de la estela cambia.

* *

Los murciélagos vuelan en la noche utilizando la *ecolocalización*. Los delfines también lo usan. El sonar, utilizado por los buques de pesca en busca de peces, copia el sistema de
Ref. 241 delfines. Mucho menos conocido es que los seres humanos tienen la misma capacidad. ¿Alguna vez ha tratado de ecolocalizar una pared en una habitación completamente a oscuras? Usted se sorprenderá de lo fácil que es que esto resulte posible. Simplemente dé un fuerte silbido o ruido silbante que se detenga abruptamente, y escuche el eco. Usted
Desafío 556 e será capaz de localizar paredes de forma fiable.

* *

Los pájaros cantan. Si desea explorar cómo sucede esto, mire la impresionante película de rayos X que se encuentra en el sitio web www.indiana.edu/~songbird/multi/cineradiography_index.html.

* *

Cada solitón es una estructura de una sola dimensión. ¿Existen análogos bidimensionales? Esta cuestión estuvo abierta durante muchos años. Finalmente, en 1988, Boiti, Leon,
Ref. 242 Martina y Pempinelli found encontraron que una cierta ecuación de evolución, la denominada ecuación de Davey–Stewartson, puede tener soluciones que se localizan en dos dimensiones. Estos resultados han sido generalizados por Fokas y Santini y aún más generalizados por Hietarinta e Hirota. Tal solución es conocida hoy como un *dromión*. Los dromiones son protuberancias que se localizan en dos dimensiones y se pueden mover, sin desaparecer a través de la difusión, en los sistemas no lineales. Un ejemplo se muestra en la Figura 231. Sin embargo, hasta el momento, ninguna de estas soluciones se puede observar en los experimentos.; este es uno de los desafíos experimentales más importantes que quedan pendientes en la ciencia no lineal.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

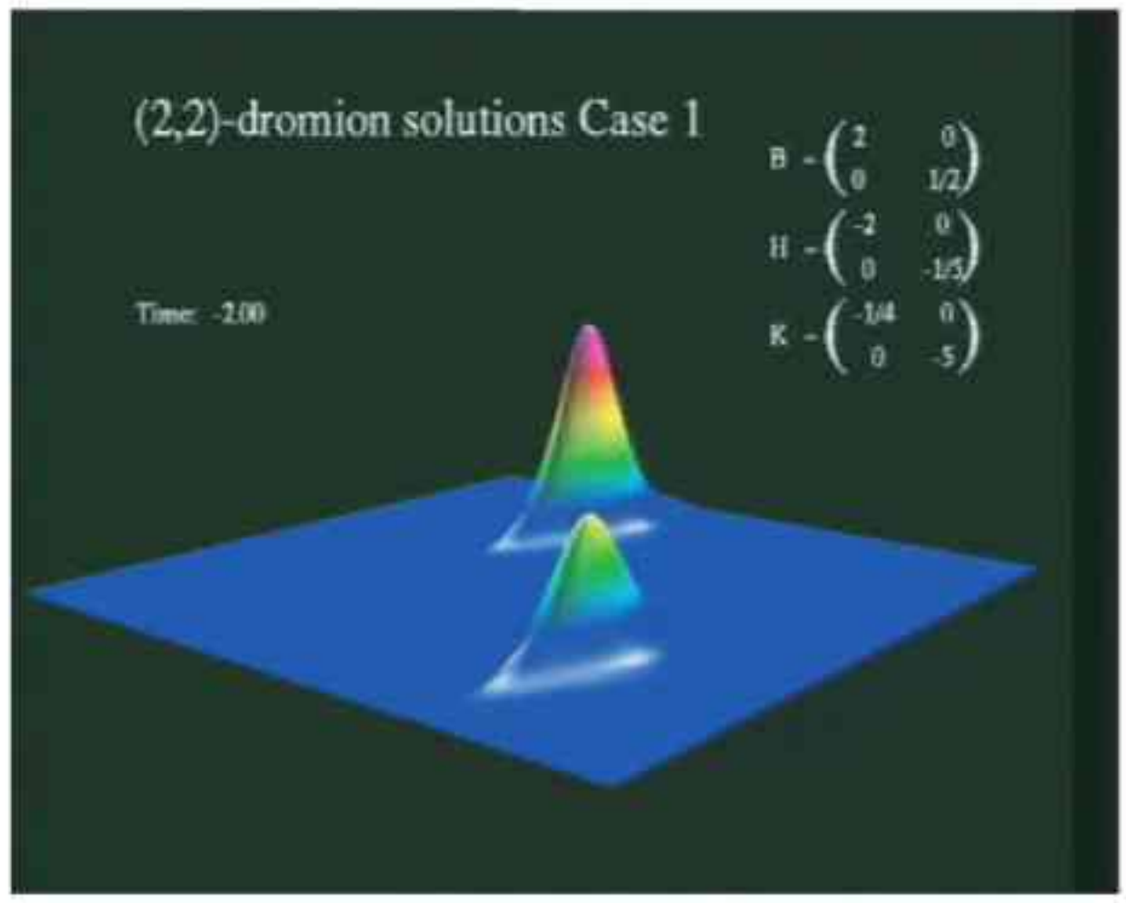


FIGURA 231 El movimiento calculado de un dromión a través de un sustrato de dos dimensiones. (QuickTime film © Jarmo Hietarinta)

* *

Las Ondas de agua no han perdido su interés hasta el día de hoy. Por encima de todo, las soluciones bidimensionales de las ondas de agua solitónicas siguen siendo un tema de investigación. Los experimentos son simples, las matemáticas complicadas y los temas son fascinantes. En dos dimensiones, las crestas incluso pueden formar ¡patrones hexagonales! La ecuación correspondiente para las ondas superficiales, la generalización de la ecuación Korteweg–de Vries a dos dimensiones, se llama *ecuación Kadomtsev–Petviashvili*. Esto lleva a muchas ondas de agua inusuales, incluyendo ondas cnoidales, solitones y dromiones, algunas de las cuales se muestran en la in Figura 232. La cuestión de si existen patrones rectangulares sigue abierta, y las ecuaciones y soluciones para las olas en aguas profundas exactas son también desconocidas.

Para el agua en movimiento, las ondas son incluso más complejas y muestran fenómenos obvios, como el efecto Doppler, y los menos obvios, como *orificios*, es decir, la onda formada por la marea entrante en un río y los subsecuentes *cachorros*. Aunque sea
Ref. 243 un fenómeno tan común la onda de agua sigue siendo un campo de investigación.

* *

¿Cómo depende el tono producido al soplar en una botella de su tamaño? Para botellas
Ref. 244 que son voluminosas, la frecuencia f, la llamada *cavidad de resonancia*, se encontró que
Desafío 557 ny dependerá del volumen V de la botella:

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{VL}} \quad \text{o} \quad f \sim \frac{1}{\sqrt{V}} \tag{108}$$

donde c es la velocidad del sonido, A es el área de la abertura, y L es la longitud del cuello
Desafío 558 e de la botella. ¿La fórmula está de acuerdo con sus observaciones?

De hecho, la producción de tono es un tema complicado, y existen libros especiali-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

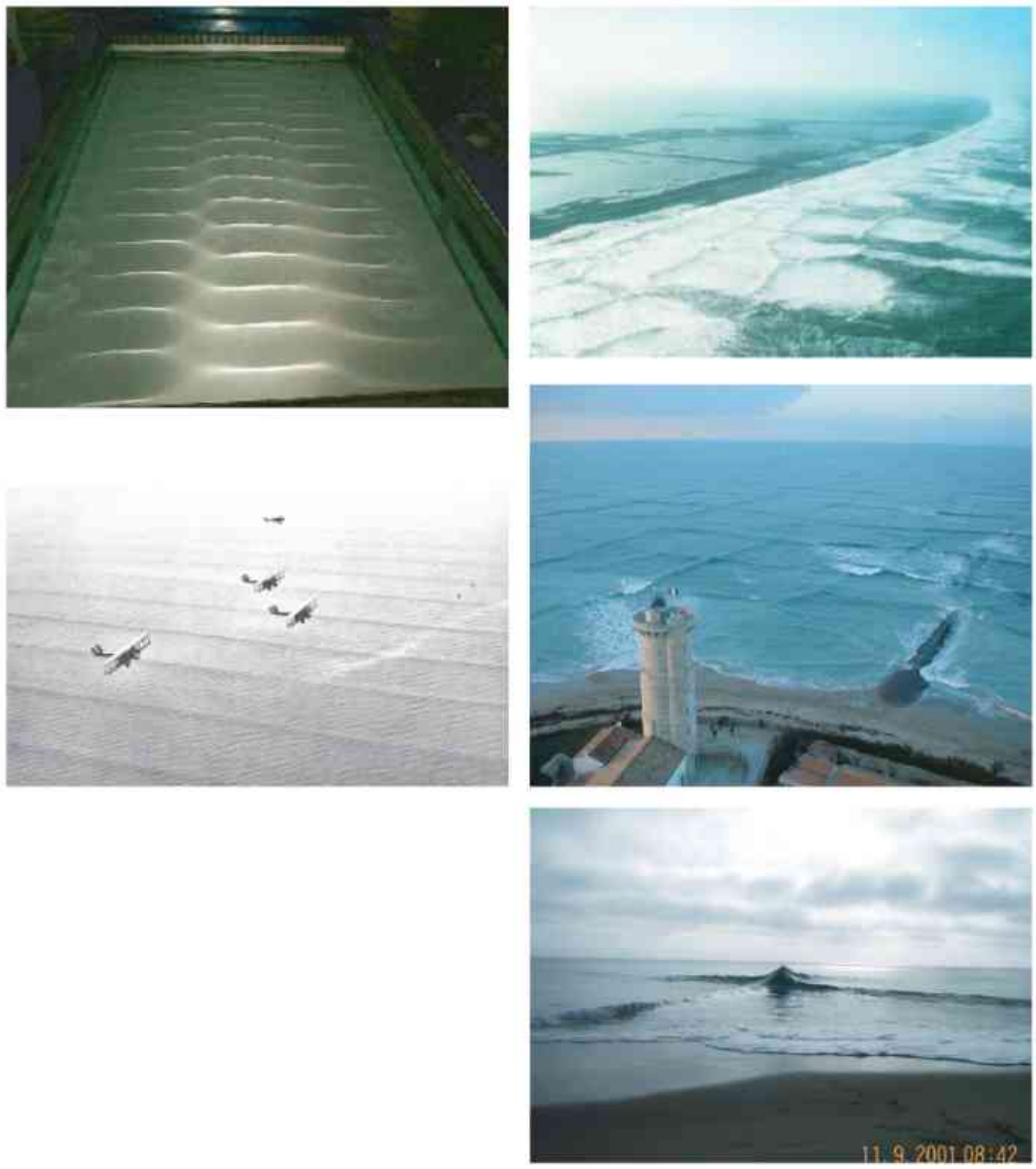


FIGURA 232 Ondas inusuales de agua en aguas poco profundas: (arriba) en un tanque de agua experimental y en una tormenta en Carolina del Norte, (abajo) una onda cnoidal casi pura cerca de Panamá y dos de estas ondas se cruzan en la Isla de Ré (foto © Diane Henderson, Anonymous, Wikimedia).

Ref. 245 zados sobre el tema. Por ejemplo, cuando se sopla sobre un instrumento, un saxofón produce un segundo armónico, una octava, mientras que un clarinete produce un tercer armónico, una quinta (más precisamente, una doceava). ¿Por qué es así? La teoría es compleja, pero el resultado simple: instrumentos cuya sección transversal aumenta a lo largo del tubo, como los cuernos, trompetas, oboes o saxofones, sobresoplan por octavas. Para los instrumentos de aire que tienen (en su mayoría) un tubo cilíndrico, el efecto de sobresoplado depende del mecanismo de generación de tonos. Las flautas sobresoplan a la octava, pero los clarinetes a la doceava.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Muchos sistemas acústicos no sólo producen armónicos, sino también sub-armónicos. Hay una manera simple de observar la producción de sub-armónicos: cantar con los oídos debajo del agua, en la bañera. Dependiendo del aire que queda en los oídos, se pueden oír subarmónicos de la propia voz. El efecto es bastante especial.

* *

El origen del sonido de craqueo de las articulaciones, por ejemplo, de la mano, es un rompecabezas bien conocido.. ¿Cómo probar la conjetura de que es debido a la cavitación? ¿Qué haría usted para averiguarlo definitivamente?

Desafío 559 e

* *

Cuando se excava un agujero en la Tierra de un kilómetro de profundidad, y se estudia el sonido del fondo del pozo, uno se encuentra que la Tierra profunda está llena de sonidos de bajo nivel y de baja frecuencia. Los períodos de oscilación pueden ser superiores a los 300 s, es decir, con frecuencias tan bajas como los 3 mHz. La mayoría de los sonidos tienen su origen en las olas del océano. Los sonidos son modificados en su frecuencia por los efectos no-lineales y pueden ser detectados aún en el fondo del mar y en medio de los continentes. Estos sonidos son utilizados ahora de manera regular en la prospección de petróleo y gas. Los orígenes de bandas específicas de sonido están todavía sujetos investigación; algunos podrían estar relacionados con la atmósfera o incluso con el movimiento del magma en el manto y en los volcanes.

* *

Todos los bebés lloran. Las investigaciones demuestran que sus sonidos están compuestos de cuatro patrones básicos. Está demostrado que la composición de los cuatro patrones dependen del idioma de la madre, aún para los bebés recién nacidos.

* *

Entre las experiencias más impresionantes de sonido se cuentan las actuaciones de canto de los *contratenores* y del canto aún más alto de los *sopranos masculinos*. Si alguna vez tiene la oportunidad de escuchar a uno, no se pierda la ocasión.

Resumen de ondas y oscilaciones

En la naturaleza, además del movimiento de los cuerpos, se observa también el movimiento de las ondas. Los grupos de ondas son con frecuencia utilizados como señales. Las ondas tienen energía, cantidad de movimiento y momento angular. Las ondas existen en los sólidos, los líquidos y los gases, así como también a lo largo de la interconexión de materiales. Las ondas pueden interferir, difractarse, refractarse, dispersar, amortiguarse y, si son transversales, pueden ser polarizadas. Las ondas solitarias, esto es, las ondas con una sola cresta, son un caso especial de ondas en medios con una dispersión específica no lineal.

Las oscilaciones son un caso especial de las ondas; por lo general son ondas estacionarias. Las oscilaciones y las ondas solamente aparecen en los sistemas extensos.

Moon Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Motion Multimedia – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmultimedia.net

TABLA 40 Algunas señales.

Sistema	Señal	Velocidad	Sensor
Señales en la materia			
Humanos	pulsos de tensión en los nervios	hasta 120 m/s	cerebro, músculos
	hormonas en el flujo sanguíneo	hasta 0,3 m/s	moléculas en membranas celulares
	señales en el sistema inmunitario	hasta 0,3 m/s	moléculas en membranas celulares
	canto	340 m/s	orejas
Elefante, insectos	temblor del suelo	*c.* 2 km/s	pies
Ballena	canto, sonar	1500 m/s	orejas
Perro	trazas químicas	1 m/s	nariz
Mariposas	Señales químicas de apareamiento transportadas por el viento	hasta 10 m/s	antenas
Árbol	Señales químicas de ataque llevadas por el aire de un árbol al siguiente	hasta 10 m/s	hojas
Bloques erráticos	transportados por glaciares	hasta 0,1 μm/s	pies
Correo	Cartas transportadas en camiones, barcos y aviones	hasta 300 m/s	buzones
Campos electromagnéticos			
Humanos	bostezo	300 Mm/s	ojos
Anguila eléctrica	pulsos de tensión	hasta 300 Mm/s	nervios
Insectos, peces, moluscos	secuencias de impulsos luminosos	hasta 300 Mm/s	ojos
Banderas de señalización	orientación de banderas	300 Mm/s	ojos
Transmisiones de radio	intensidad de campo electromagnético	hasta 300 Mm/s	radio
Señales nucleares			
Supernovas	pulsos de neutrino	próximo a 300 Mm/s	detectores químicos específicos y de radiación
Reacciones nucleares	bolas de gluones, si existen	próximo a 300 Mm/s	detectores de partículas personalizados

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 41 Sonidos seccionados intensidades.

Observación	Intensidad sonora
Umbral de sonido a 1 kHz	0 dB or 1 pW
Lenguaje humano	25 to 35 dB
Tren de metro entrando en una estación	100 dB
Imágenes de bebés por ultrasonidos (ecografía)	por encima de 100 dB
Umbral del dolor convencional	120 dB o 1 W
Concierto de Rock con altavoces de 400 000 W	135 a 145 dB
Fuegos artificiales	hasta 150 dB
Tiroteo	hasta 155 dB
Lanzamiento de un misil	hasta 170 dB
El canto de la ballena azul	hasta 175 dB
Erupciones volcánicas, terremotos, bomba convencional	hasta 210 dB
Impacto de un meteorito grande, gran bomba nuclear	Por encima de 300 dB

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 11

¿Existen los cuerpos extensos? - Los límites de la continuidad

Acabamos de discutir el movimiento de los cuerpos extensos de manera bastante detallada. Hemos encontrado que todos los cuerpos extensos, ya sean sólidos o fluidos, presentan movimiento ondulatorio. Pero, ¿son cuerpos extensos lo que realmente encontramos en la naturaleza? Por extraño que parezca, esta pregunta ha sido una de las cuestiones más intensamente discutidas en la física. A través de los siglos, ha reaparecido una y otra vez; en cada mejora de la descripción del movimiento, la respuesta ha alternado entre la afirmación y la negación. Muchos pensadores han sido encarcelados, y numerosos otros todavía están siendo perseguidos, ¡por dar respuestas que no son políticamente correctas! De hecho, el problema surge ya en la vida cotidiana.

Montañas y fractales

Cada vez que subimos una montaña, seguimos el contorno de su forma. Por lo general, describimos este contorno como una superficie bidimensional curvada. Pero, ¿es esto correcto?. Hay posibilidades alternativas. Una bastante popular es la idea de que las montañas podrían ser superficies fractales. Un *fractal* fue definido por Benoît Mandelbrot como un conjunto que es auto-similar bajo una cantidad numerable pero con un número infinito de valores de ampliación. Ya hemos encontrado líneas fractales. Un ejemplo de un algoritmo para la construcción (al azar) de una de *superficie* fractal se muestra en la parte derecha de la Figura 233. Produce formas que parecen notablemente similares a las montañas reales. Los resultados son tan realistas que se utilizan en las películas de Hollywood. Si esta descripción fuera correcta, las montañas serían extensas, pero no continuas.

Página 61
Ref. 246

Pero las montañas también podrían ser fractales de una especie diferente, como se muestra en el lado izquierdo de la Figura 233. Las Superficies montañosas podrían tener una infinidad de pequeños agujeros y otros más pequeños aún. De este modo, también podríamos imaginar que las montañas se describen como versiones en tres dimensiones de la parte izquierda de la figura. Las Montañas serían entonces una especie de queso suizo matemático. ¿Puede diseñar un experimento para decidir si los fractales proporcionan una descripción correcta de las montañas?. Para resolver la cuestión, estudiaremos las barras de chocolate, los huesos, los árboles y las pompas de jabón.

Desafío 560 s

¿Puede una tableta de chocolate durar para siempre?

Cualquier niño sabe cómo hacer que una barra de chocolate dure para siempre: comer todos los días la mitad de lo que quede. Sin embargo, esta argucia sólo funciona si la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

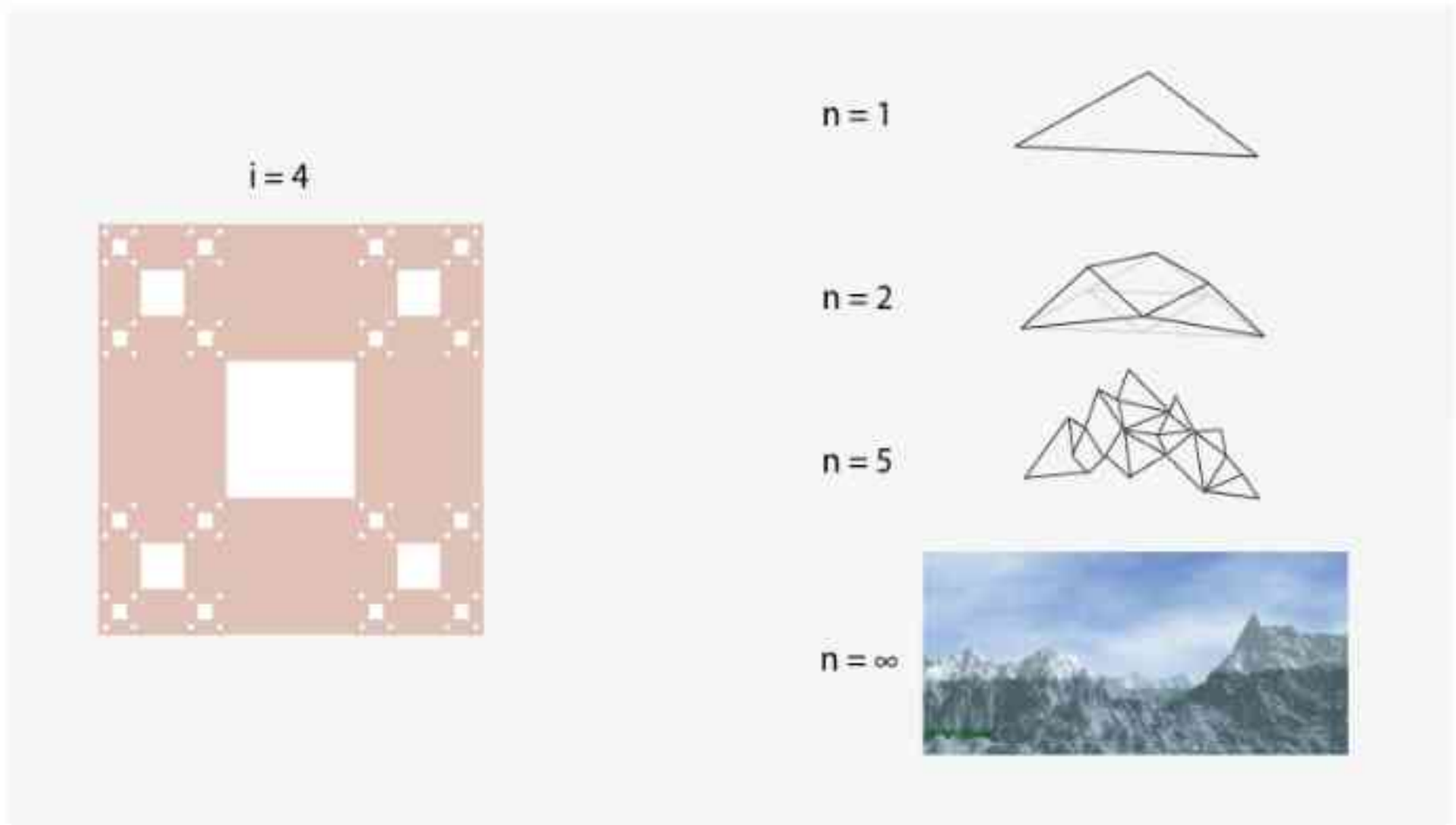


FIGURA 233 Los enlosados (izquierda) y las montañas (derecha) podrían ser fractales; en el caso de montañas esta aproximación se utiliza a menudo en gráficos por ordenador (imágen © Paul Martz).

materia es invariante en escala. En otras palabras, el método sólo funciona si la materia es o bien *fractal*, ya que entonces sería invariante en escala para un conjunto discreto de factores de ampliación (zoom), o bien *continua*, en cuyo caso sería invariante en escala para cualquier factor de ampliación. Ahora bien, ¿qué caso se aplica a la naturaleza?

Página 60

Ya hemos encontrado un hecho que hace de la continuidad una suposición cuestionable: la continuidad nos permitiría, como mostraron Banach y Tarski, multiplicar los alimentos y cualquier otra materia mediante cortes y re-ensamblajes inteligentes. La continuidad permitiría a los niños comer *la misma* cantidad de chocolate todos los días, sin volver a comprar una nueva tableta.

▷ La materia es por tanto no continua.

Ahora bien, el chocolate fractal no puede descartarse de esta manera, pero otros experimentos resolverán la cuestión. En efecto, observamos que los materiales fundidos no ocupan volúmenes mucho más pequeños que los sólidos. También encontramos que incluso bajo las presiones más altas, los materiales no se encogen. Así, nuevamente, llegamos a la conclusión de que

▷ La materia no es un fractal.

¿Cuál es entonces su estructura?

Para tener una idea de la estructura de la materia podemos considerar el chocolate fundido, o incluso sólo un poco de aceite - que es el ingrediente principal del chocolate de todos modos - y lo extendemos sobre una superficie grande. Por ejemplo, podemos extender una gota de aceite en un estanque en un día sin lluvia ni viento; no es difícil de observar qué partes del agua están cubiertos por el aceite y cuáles no lo están; en ellas

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 234 La difusión de una gota de un medio microlitro de aceite, hecha con una micropipeta, sobre un metro cuadrado de agua cubierta con polvo fino de lycopodium. (© Wolfgang Rueckner).

se cambian las propiedades de la reflexión y el cielo reflejado en el agua tiene diferente color que en el aceite. Una pequeña gota de aceite no puede cubrir una superficie mayor de … ¿Puede adivinar el valor?. El agua cubierta de aceite y el agua al descubierto tienen diferentes colores. Tratar de difundir la película de aceite más allá, inevitablemente la *rasga en partes*. El método del niño de prolongar el placer del chocolate no funciona por lo tanto para siempre: toma un final repentino. El experimento del aceite, que incluso pueden llevarse a cabo en casa, muestra que existe un espesor *mínimo* de las películas de aceite, con un valor de aproximadamente 2 nm. El experimento muestra* que hay un tamaño mínimo en el espesor del aceite. El aceite se conforma a base de componentes diminutos. ¿Es esto válido para *toda* la materia?

Desafío 561 s

* El experimento del aceite fue popularizado por Thomson-Kelvin unas pocas décadas después de la determinación de Loschmidt del tamaño de las moléculas. Con frecuencia se afirma que Benjamin Franklin fue el primero en llevar a cabo el experimento del aceite; lo que es incorrecto. Franklin no midió el espesor, y ni siquiera consideró la cuestión del espesor. Hizo verter aceite sobre el agua, pero se perdió la conclusión más importante que puede extraerse de ella. Incluso los genios no lo descubren todo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

El caso de Galileo Galilei

Después de la Edad Media, Galileo (b. 1564 Pisa, d. 1642 Arcetri) fue el primero en afirmar que *toda* la materia estaba hecha de partes más pequeñas, que él llamó *piccolissimi quanti*, es decir, cuantos pequeñísimos. Hoy en día, se llaman *átomos*. Sin embargo, Galileo pagó un alto precio por esta afirmación.

En realidad, durante su vida, Galileo fue atacado por dos razones: Debido a sus ideas sobre el movimiento de la Tierra, y debido a sus ideas sobre los átomos.* El descubrimiento de la importancia de ambos temas es el mérito del gran historiador Pietro Redondi, colaborador de otro gran historiador, Pierre Costabel. Uno de los temas de investigación de Redondi es la historia de la disputa entre los jesuitas, que en el momento defendían la teología ortodoxa, y Galileo y los demás científicos. En la década de 1980, Redondi descubrió un documento de la época, una denuncia anónima denominada G3, que le permitió demostrar que la condena de Galileo a cadena perpetua por sus puntos de vista sobre el movimiento de la Tierra fue organizada por su amigo el Papa para *protegerlo* de una segura condena a muerte sobre un tema diferente: los átomos.

Página 362 Galileo defendió el punto de vista, que se explicará en detalle en breve, que puesto que la materia no es invariante en escala, debe estar hecha de 'átomos' o, como él los llamaba, *piccolissimi quanti*. Esta fue y sigue siendo una herejía, porque los átomos de la materia contradicen la idea central católica que en la Eucaristía se dan las *cualidades apreciables* del pan y del vino existentes de forma independiente de su *substancia*. La distinción entre sustancias y cualidades apreciables, introducido por Tomás de Aquino, es esencial para dar sentido a la *transustanciación*, el cambio del pan y del vino en carne Ref. 247 y sangre de Cristo, que es un principio central de la fe católica. De hecho, un verdadero católico aún no se permite creer en los átomos hasta el día de hoy, porque la idea de que la materia está hecha de átomos contradice la transustanciación. Por el contrario, la fe protestante por lo general no admite la transustanciación y por lo tanto no tienen ningún problema con los átomos.

En la época de Galileo, los tribunales eclesiásticos castigaban la herejía, es decir, las opiniones personales que se desviaban de la teología ortodoxa, con la pena de muerte. Pero Galileo no fue condenado a muerte. La vida de Galileo fue salvada por el Papa, asegurándose de que la cuestión de la transustanciación no fuera un tema del juicio, y velando para que el juicio en la Inquisición fuera organizado por una comisión papal dirigida por su sobrino, Francesco Barberini. Pero el Papa también quería castigar a Galileo, porque sentía que se habían burlado de sus ideas en el libro de Galileo *Il Dialogo* y también porque, atacado por su política exterior, no fue capaz de ignorar o suprimir el problema.

Como resultado, en 1633 a los setenta años de edad, Galileo fue condenado a una pena de prisión, 'después de invocar el nombre de Jesucristo', por 'sospecha de herejía' (y por lo tanto no por herejía), porque no cumplió con una promesa anterior de no enseñar Ref. 248 que la Tierra se mueve. De hecho, el movimiento de la Tierra contradice lo que dice

* Para obtener una visión clara de los asuntos de controversia en el caso de Galileo, especialmente las de interés para los físicos, el mejor texto es el excelente libro de Pietro Redondi, *Galileo eretico*, Einaudi, 1983, traducido al Inglés como *Galileo Heretic*, Princeton University Press, 1987. También está disponible en muchos otros idiomas; una edición actualizada que incluye los descubrimientos más recientes apareció en 2004.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

la Biblia cristiana. Galileo estaba convencido de que la *verdad* se lograba mediante la observación, la Inquisición que se determinaba por un libro - y por sí misma. En muchas cartas que Galileo escribió a lo largo de su vida, expresó su convicción de que la verdad observacional nunca podría ser una herejía. El juicio le demostró lo contrario: se vio
Ref. 249 obligado a declarar que se equivocó al enseñar que la Tierra se mueve. Después de un tiempo, el Papa redujo la pena de prisión a arresto domiciliario.

La condena de Galileo sobre el movimiento de la Tierra no fue el final de la historia. En los años posteriores a la muerte de Galileo, también el atomismo fue condenado en varios juicios contra las ideas de Galileo y sus seguidores. Pero los efectos de estos juicios no fueron los previstos por la Inquisición. Sólo veinte años después del famoso juicio, alrededor de 1650, todos los astrónomos del mundo estaban convencidos del movimiento de la Tierra. Y el resultado de los juicios contra el atomismo fue que al final del siglo XVII, prácticamente todos los científicos estaban convencidos de que existían los átomos. Los juicios aceleraron un efecto adicional: después de Galileo y Descartes, el centro de investigación científica e innovación pasó de los países católicos, como Italia o Francia, a los países protestantes. En estos, como los Países Bajos, Inglaterra, Alemania o los países escandinavos, la Inquisición no tenía poder. Este cambio todavía se siente hoy.

Es una historia triste que hasta 1992, la iglesia católica *no* revocara la condena de Galileo. En ese año, el Papa Juan Pablo II pronunció un discurso sobre el caso Galileo. Muchos años antes, le había pedido a una comisión de estudio para volver a evaluar el juicio, porque quería expresar su pesar por lo ocurrido y quería rehabilitar a Galileo. La comisión trabajó durante doce años. Pero el obispo que presentó el informe final fue un
Ref. 251 tramposo: evitó citar los resultados de la comisión de estudio, declarando falsamente la posición de ambas partes sobre el tema de la verdad, falsamente manifestó que los argumentos de Galileo sobre el movimiento de la Tierra eran más débiles que los de la iglesia, resumió falsamente las últimas posiciones de la iglesia sobre el movimiento de la Tierra, evitó que indicara que las penas de prisión no son buenos argumentos en cuestiones de opinión o de herejía, se aseguró de que la rehabilitación ni siquiera se discutiera, y por supuesto, evitó cualquier mención de la transustanciación. Al final de esta lucha de poderes, Galileo *no* fue así rehabilitado, en contraste con lo que el Papa quería y en contraste con lo que la mayoría de los comunicados de prensa de la época dijeron; el Papa se limitó a declarar que 'se habían cometido errores en ambos lados', y el tramposo que había tras todo esto fue recompensado con una promoción.*

Pero ese no es el final de la historia. Los documentos del juicio, que se mantenían cerrados cuando Redondi hizo su descubrimiento, fueron más tarde accesibles a los estudiosos por orden del Papa Juan Pablo II. En el año 1999, esto condujo al descubrimiento de un nuevo documento, denominado EE 291, un dictamen pericial interno sobre el tema del átomo que fue escrito para el juicio en 1632, pocos meses antes del inicio del
Ref. 250 procedimiento. El autor del documento llega a la conclusión de que Galileo era de hecho un hereje en la cuestión de los átomos. Así, el documento demuestra que el encubrimiento de la cuestión transustanciación durante el juicio de Galileo debe haber sido sistemática y exhaustiva, como Redondi había deducido. De hecho, los funcionarios de la iglesia y el catecismo católico evitan cuidadosamente el tema de los átomos, incluso hoy

* No deberíamos estar demasiado indignados: la misma situación ocurre en muchas empresas comerciales todos los días; la mayoría de los empleados industriales pueden contar historias similares.

Moscow Mathematics - The Adventure of Logic copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

en día; puede buscar en la página web del Vaticano www.vatican.va acerca de cualquier mención de ellos.

Pero Galileo no quería atacar la transustanciación; quería avanzar en la idea de los átomos. Y así lo hizo. A pesar de ser condenado a prisión en el juicio, el último libro de Galileo, el *Discorsi*, escrito mientras un anciano ciego estaba en arresto domiciliario, incluye los argumentos que implican la existencia de los átomos, o *piccolissimi quanti*. Es una ironía de la historia que hoy en día, la teoría cuántica, llamada así por Max Born adoptando el término utilizado por Galileo para los átomos, se haya convertido en la descripción más precisa de la naturaleza.

Vol. IV, página ??

Galileo dedicó su vida a encontrar y divulgar la verdad sobre el movimiento y los átomos. Vamos a explorar cómo llegó a la conclusión de que toda la materia está hecha de átomos.

¿Cuán alto pueden saltar los animales?

Las pulgas pueden saltar a alturas equivalentes a un centenar de veces su tamaño, los seres humanos sólo a alturas aproximadamente de su propio tamaño. De hecho, los estudios biológicos registran una observación simple: la mayoría de los animales, independientemente de su tamaño, alcanzan la misma altura de salto, a saber, entre 0,8 y 2,2 m, bien sean seres humanos, gatos, saltamontes, monos, caballos o leopardos. Hemos explicado este hecho anteriormente.

Ref. 252

Página 87

A primera vista, la observación de la altura constante en los saltos parece ser un ejemplo sencillo de invariancia de escala. Pero echemos un vistazo más de cerca. Hay algunas excepciones interesantes en ambos extremos de la escala de masas. En el extremo de las pequeñas masas, los ácaros y otros pequeños insectos no alcanzan tales alturas, ya que, como todos los objetos diminutos, se encuentran con el problema de la resistencia del aire. En el extremo de las grandes masa, los elefantes no saltan tan alto, porque hacerlo significaría la rotura de sus huesos. Pero ¿por qué se rompen los huesos?

¿Por qué todos los seres humanos tienen aproximadamente el mismo tamaño? ¿Por qué no hay adultos gigantes con una altura de diez metros? ¿Por qué no hay animales terrestres más grandes que los elefantes? Galileo ya dio la respuesta. Los huesos con los cuales están hechos las personas y los animales no permitirían tales cambios de escala, así que los huesos de los gigantes se derrumbarían bajo el peso que tendrían que soportar. A escala humana al multiplicar la altura por un factor 10 pesaría 1.000 veces más, pero sus huesos sólo sería 100 veces más anchos. Pero, ¿por qué los huesos solo soportan una fuerza finita en todo caso?. Sólo hay una explicación: porque los constituyentes de los huesos se unen entre sí con una atracción finita. A diferencia de los huesos, la materia *continua* - que sólo existe en los dibujos animados - no se podría romper en absoluto, y la materia *fractal* sería infinitamente frágil. Galileo concluyó:

- La materia se rompe bajo cargas finitas porque está compuesta de pequeños constituyentes básicos.

La poda y tala de los árboles

Los árboles son estructuras fascinantes. Fijémonos en su tamaño. ¿Por qué los árboles tienen un tamaño limitado? Ya en el siglo XVI, Galileo sabía que no es posible aumentar

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

la altura de los árboles sin límite: en algún momento un árbol no tendría la fuerza necesaria para soportar su propio peso. Calculó la altura máxima en alrededor de 90 m; el registro real, desconocido para él en ese momento, parece ser de 150 m, detentado por árboles australianos del tipo *Eucalyptus regnans*. Pero después de todo, ¿por qué existe un límite?. La respuesta es la misma que para los huesos: la madera tiene una resistencia finita ya que no es invariante en escala; y no es invariante en escala porque está hecha de pequeños constituyentes, a saber, *los átomos*. * En realidad, el cálculo del valor preciso del límite de altura es más complicado. Los árboles no deben romperse bajo fuertes vientos. La resistencia al viento limita la relación entre altura y grosor h/d a aproximadamente una ratio de 50 para los árboles de tamaño normal (de 0,2 m $< d <$ 2 m). ¿Puede usted
Desafío 562 s decir por qué?. Los árboles más delgados están limitados en altura a menos de 10 m por
Ref. 254 el requisito de que regresen a la vertical después de haber sido doblados por el viento.

Este tipo de estudios sobre las limitaciones naturales también responden a la pregunta de por qué los árboles están hechos de madera y no, por ejemplo, de acero. Puede comprobar por sí mismo que la altura máxima de una columna de una masa dada se determina por la relación E/ρ^2 entre los módulos de elasticidad y el cuadrado de la den-
Desafío 563 s sidad de masa volúmica. Durante mucho tiempo, la madera era, de hecho, el material
Ref. 255 para el que esta proporción era la más alta. Sólo recientemente los científicos han logrado diseñar materiales con ligeramente mejores relaciones: los compuestos de fibra.

Pero después de todo, ¿por qué se rompen los materiales? Todas las observaciones proporcionan la misma respuesta y confirman el razonamiento de Galileo: porque hay un tamaño mínimo en los materiales. Por ejemplo, los cuerpos sometidos a estrés se rompen en la posición en la que su resistencia es mínima. Si un cuerpo fuera completamente homogéneo o continuo, no podía ser desgarrado; una grieta no podría iniciarse en ningún lugar. Si un cuerpo fuera un fractal, con estructura fractal de queso suizo gruyere, tendría múltiples lugares donde empezar las grietas, pero necesitarían solamente un choque infinitesimal para producirlas.

Pequeñas bolas duras

> Prefiero saber la causa de una sola cosa que ser el rey de Persia.
>
> Demócrito

Observaciones precisas muestran que la materia no es ni continua ni un fractal: toda la materia está hecha de partículas básicas más pequeñas. Galileo, que dedujo su existencia al pensar en gigantes y árboles, los llamó, como dijimos antes, «piccolissimi quanti», los *cuantos más pequeños*. Hoy en día se llaman *átomos*, en honor a un famoso argumento de los antiguos griegos. Hace 2500 años, los griegos se hicieron la siguiente pregunta: Dado que el movimiento y la materia se conservan, ¿cómo puede existir el cambio y la transformación? La escuela filosófica de Leucipo y Demócrito de Abdera** estudió

* Hay otro factor limitante importante: las columnas de agua dentro de los árboles no se deben romper. Ambos factores parecen producir alturas limitantes similares.

** Leucipo de Elea (Λευκιππος) (*c.* 490 to *c.* 430 C.), filósofo griego; Elea era un pequeño pueblo al sur de Nápoles. Se encuentra en Italia, pero pertenecía a laMagna Grecia. Democritus (Δεμοκριτος) de Abdera (*c.* 460 to *c.* 356 or 370 C.), también un filósofo griego, fue posiblemente el filósofo más grande que jamás haya vivido. Junto con su maestro Leucipo, fue el fundador de la teoría atómica; Demócrito fue un pensador

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

dos observaciones particulares con especial detalle. Señalaron que la *sal se disuelve en el agua*. También observaron que los *peces pueden nadar en el agua*. En el primer caso, el volumen de agua no aumenta cuando se disuelve la sal. En el segundo caso, cuando los peces avanzan, deben empujar el agua a un lado. Leucipo y Demócrito dedujeron que sólo había una posible explicación que satisfaciera estas dos observaciones y conciliara la conservación con la transformación: la naturaleza está hecha de vacío y de partículas pequeñas, indivisibles y conservadas.*

En definitiva, dado que la materia es dura, tiene una forma y es divisible, Leucipo y Demócrito la imaginaron como hecha de átomos. Los átomos son partículas que tienen dureza y forma, pero son indivisibles. Así pues, los griegos dedujeron que *cada* ejemplo de movimiento, cambio y transformación es debido a reordenamientos de estas partículas; de este modo, el cambio y la conservación quedan pues reconciliados.

En otras palabras, los griegos imaginaban la naturaleza como un vasto juego de Lego cuyas piezas son los átomos. Las Piezas de Lego son, en primer lugar, duras o *impenetrables*, es decir, repulsivas a distancias muy pequeñas. Por lo tanto los átomos explican por qué los sólidos no se pueden comprimir mucho. En segundo lugar las Piezas de Lego también son *atractivas* a pequeñas distancias: se quedan pegadas juntas. Los átomos explican así por qué existen los sólidos. Por último, los ladrillos de Lego *no tienen ninguna interacción* a grandes distancias. De esta forma los átomos explican la existencia de los gases. En realidad, lo que los griegos llamaban «átomos» en parte corresponde a lo que hoy llamamos 'moléculas'. (Este último término fue introducido en 1811 por Amedeo Avogadro** con objeto de clarificar la distinción. Pero por el momento podemos olvidar este detalle.) Puesto que los átomos son invisibles, tuvieron que pasar muchos años antes de que todos los científicos quedaran convencidos por los experimentos que demostraban su existencia. En el siglo XIX, la idea de los átomos estaba muy bien verificada por un gran número de experimentos, como el descubrimiento de las 'leyes' de la química y
Página 418 las del comportamiento de los gases. Exploramos brevemente los más interesantes.

Moody Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.moodymountain.net

---

muy admirado, y contemporáneo de Sócrates. El vanidoso Platón ni siquiera lo menciona, dado que Demócrito era un peligro para su propia fama. Demócrito escribió muchos libros pero todos se han perdido; no se copiaron en la Edad Media debido a su visión del mundo científico y racional, que se percibe como un peligro por los fanáticos religiosos que tenían el monopolio de la industria de la copia. Hoy en día, se ha vuelto común reclamar - incorrectamente - que Demócrito no tenía ninguna prueba de la existencia de los átomos. Ese es un ejemplo típico de la desinformación con el objetivo de hacernos sentir superiores a los antiguos.

* La historia es contada por Lucrecio, nombre completo Tito Lucrecio Caro, en su famoso texto *De rerum natura*, alrededor del 60 aC. (Una traducción al Inglés se puede encontrar en www.perseus.tufts.edu/hopper/text?doc=Lucr.+1.1.) Lucrecio relaciona muchas otras pruebas; en el Libro 1, muestra que hay vacío en los sólidos - como lo demuestra la porosidad y las diferencias de densidad - y en los gases - como lo prueba el viento. El autor muestra que los olores se deben a las partículas, y que eso es
Desafío 564 ny la evaporación. ¿Puede encontrar más pruebas? También explica que las partículas no se pueden ver debido a su pequeño tamaño, pero que sus efectos se puede sentir y que permiten explicar todas las observaciones de forma coherente.

Sobre todo si nos imaginamos las partículas como pequeñas bolas, no podemos evitar llamar a esto una
Desafío 565 d idea típicamente masculina. (¿Cuál sería el enfoque femenino?)

** Amedeo Avogadro (b. 1776 Turin, d. 1856 Turin) Físico y químico piamontés. El Número de Avogadro se llama así por él.

El sonido del silencio

Después de haber trepado por las laderas de cualquier montaña, llegamos a una región del bosque cubierta de nieve profunda. Nos detenemos por un momento y miramos a nuestro alrededor. Es ya de noche; todos los animales están dormidos; no hay viento y no hay fuentes de sonido. Nos quedamos quietos, sin respirar, y escuchamos el silencio. (Usted puede tener la misma experiencia también en un estudio de sonido, tales como los utilizados para las grabaciones musicales, o en una habitación tranquila por la noche). En situaciones de completo silencio, el oído se vuelve automáticamente más sensible*; entonces tenemos una extraña experiencia. Escuchamos dos ruidos, una bajo y otro más agudo, que obviamente se generan en el interior del oído. Los experimentos muestran que la nota superior es debida a la actividad de las células nerviosas ciliadas en el oído interno. La nota más baja se debe a la corriente de sangre palpitante a través de la cabeza. Pero finalmente, ¿por qué oímos un ruido? Muchos experimentos similares confirman que hagamos lo que hagamos, nunca podremos eliminar el ruido, es decir, las fluctuaciones aleatorias, en las mediciones. Este tipo inevitable de fluctuaciones aleatorias se llama *ruido de disparo* (shot noise) en física. Las propiedades estadísticas de este tipo de ruido en realidad corresponden exactamente a lo que se esperaría si los flujos, en lugar de ser movimientos de la materia continua, fueran el transporte de un gran número de entidades idénticas, pequeñas y discretas. Por lo tanto, la medición precisa de ruido puede ser usada para probar que el aire y los líquidos están hechos de moléculas, que la corriente eléctrica está hecha de electrones, y que la luz está hecha de fotones. El sonido de disparo es el sonido del silencio.

▷ El sonido del silencio es el sonido de los átomos..

Si la materia fuera continua o fractal, el sonido del silencio no existiría.

Cómo contar lo que no se puede ver

En la vida diaria, los átomos no pueden ser contados, principalmente porque no se pueden ver. Curiosamente, el progreso de la física, sin embargo permitió contar los átomos. Como se ha mencionado, muchos de estos métodos utilizan la medición del ruido. **

Ref. 256

En la física, el término *ruido* no sólo se utiliza para el efecto acústico; se utiliza para *cualquier proceso que ocurre al azar*. El más famoso tipo de ruido es el movimiento browniano, el movimiento de pequeñas partículas, como el polvo o el polen, flotando en los líquidos. Pero también las partículas pequeñas que caen en el aire, tales como glóbulos de mercurio o partículas de selenio, y estas fluctuaciones se pueden observar, por ejemplo, con ayuda de flujos de aire.

Página 420

Un espejo pegado sobre una fibra de cuarzo en el aire, especialmente a baja presión, cambia su orientación al azar, en pequeñas cantidades, debido a la colisión de las molé-

* El oído humano puede detectar en su modo más sensible, variaciones de presión tan pequeñas al menos como de 20 μPa y movimientos del tímpano tan pequeños como 11 pm.

** También hay varios métodos para contar los átomos mediante el uso de la electrolisis y la determinación de la carga del electrón, mediante el uso de la radiactividad, dispersión de rayos X o mediante la determinación de constante h de Planck. Los dejamos de lado aquí, porque estos métodos realmente *cuentan* átomos. Ellos son más precisos, pero también menos interesantes.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

culas de aire. Los cambios de orientación al azar, de nuevo una especie de ruido, pueden ser seguidos por la reflexión de un haz de luz sobre el espejo y viendo el punto de luz a una gran distancia.

También las fluctuaciones de densidad, la opalescencia crítica, y la miscibilidad crítica de los líquidos son formas de ruido. Resulta que *todo* tipo de ruido se puede utilizar para contar los átomos. La razón es que todo el ruido en la naturaleza está relacionado con la naturaleza corpuscular de la materia o de la radiación. De hecho, todos los métodos mencionados se han utilizado para contar los átomos y las moléculas, y para determinar sus tamaños. Puesto que el color del cielo es un efecto de ruido, se puede, en efecto, contar las moléculas de aire ¡mirando el cielo!

Ref. 257 Cuando Rayleigh exploró la dispersión y el requerimiento de Maxwell, dedujo una relación entre el coeficiente de dispersión β, el índice de refracción del aire n y la densidad de partícula N/V:

$$\beta = 32\pi^3 \frac{(n-1)^2}{3\lambda^4 N/V} \tag{109}$$

El coeficiente de dispersión es el inverso de la distancia a la que la luz es reducida en su intensidad por un factor 1/e. Ahora bien, esta distancia puede ser estimada mediante la determinación de la mayor distancia a la que se puede ver una montaña en un día claro. La observación muestra que esta distancia es al menos de 160 km. Si se inserta esta observación en la ecuación, se puede deducir un valor para el número de moléculas del aire y, por tanto, ¡la constante de Avogadro!. El resultado de todas estas medidas es que un *mol* de materia - para cualquier gas, eso es la cantidad de materia contenida en 22,4 l de ese gas a presión normal - siempre contiene el mismo número de átomos.

Desafío 566 s

▷ Un ***mol*** contiene $6{,}0 \cdot 10^{23}$ partículas.

El número se denomina *número de Avogadro*, en honor del primer hombre que entendió que los volúmenes de los gases tienen el mismo número de moléculas, o *número de Loschmidt*, después del primer hombre que lo midió.* Todos los métodos para determinar el número de Avogadro también permiten deucir que la mayoría de los átomos tiene un tamaño comprendido en el rango 0.1 y 0,3 nm. Las moléculas están compuestas por pocos o muchos átomos y son correspondientemente más grandes.

¿Cómo logró Joseph Loschmidt** ser el primero en determinar el número suyo o de Avogadro, y ser el primero en determinar con fiabilidad el tamaño de los componentes de la materia?

Loschmidt sabía que la viscosidad dinámica μ de un gas venía dada por $\mu = \rho l v/3$, donde ρ es la densidad del gas, v la velocidad media de los componentes y l su recorrido libre medio. Con la predicción de Avogadro (hecha en 1811 sin especificar ningún valor) de que un volumen V de cualquier gas contiene siempre el mismo número N de componentes, se tiene también que $l = V/\sqrt{2\pi N\sigma^2}$, donde σ es la sección transversal eficaz de los componentes. (La sección transversal es aproximadamente el área de la sombra de

* El término 'Número de Loschmidt' a veces también se utiliza para designar el número de moléculas en un centímetro cúbico de gas.

** Joseph Loschmidt (b. 1821 Putschirn, d. 1895 Vienna) químico y físico.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

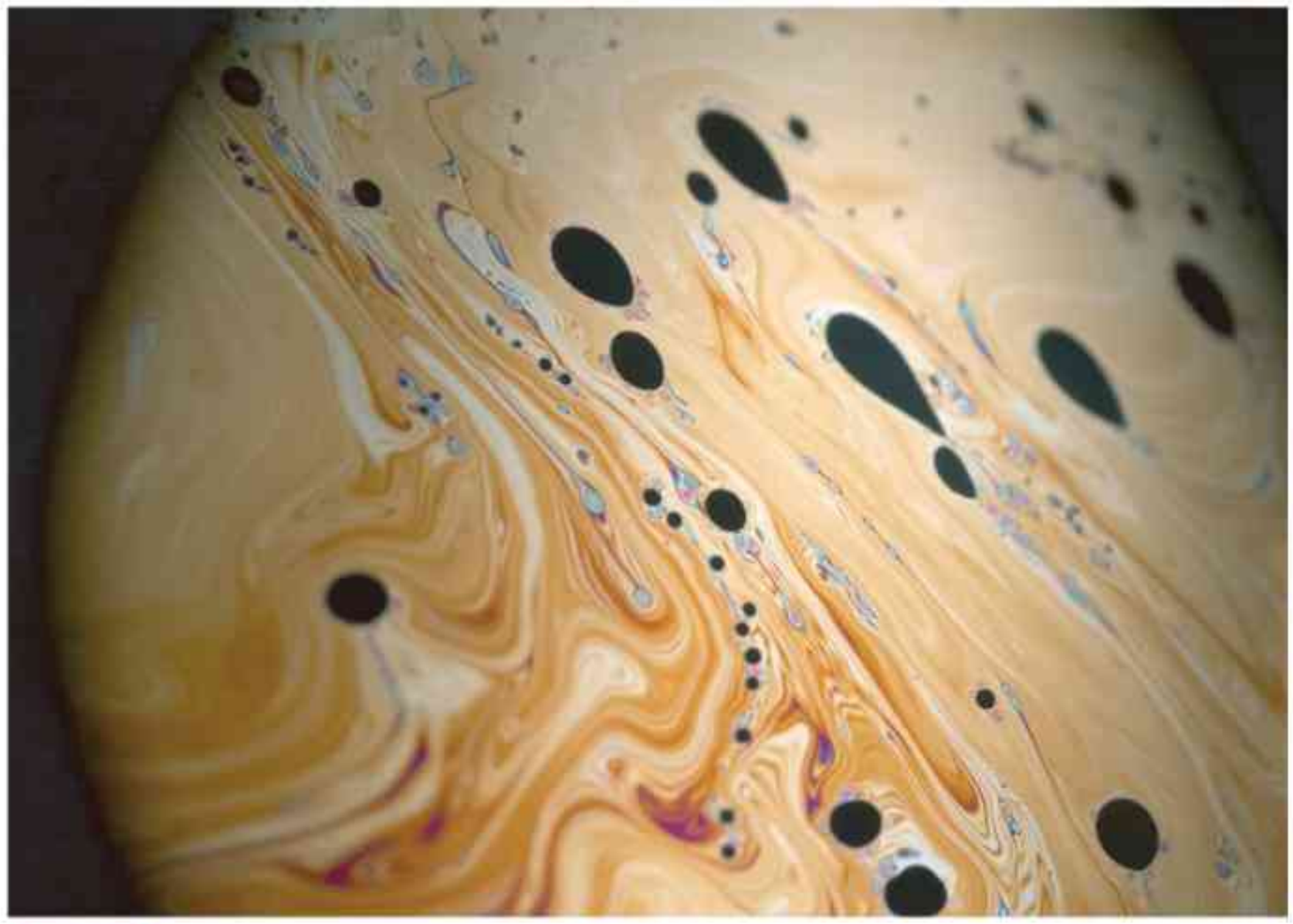


FIGURA 235 Las pompas de jabón muestran efectos visibles de tamaño molecular: antes de estallar, las pompas de jabón muestran pequeñas manchas transparentes; que aparecen en negro en este cuadro debido a un fondo negro. Estas manchas son regiones donde la burbuja tiene un espesor de sólo dos moléculas, con ningún líquido en el medio (© LordV).

un objeto.) Loschmidt entonces asume que cuando se licua el gas, el volumen del líquido es la suma de los volúmenes de las partículas. Midió entonces todas las cantidades en cuestión, para el mercurio, y averiguó N. Determinó por tanto el número de partículas en un mol de la materia, en un centímetro cúbico de la materia, y también el tamaño de estas partículas.

Experimentando los átomos

La materia no es continua ni fractal. La materia contiene componentes mínimos con un tamaño característico. ¿Podemos ver los efectos de los átomos individuales o moléculas en la vida cotidiana? Sí, podemos. Sólo tenemos que ver las *burbujas de jabón*. Las pompas de jabón tienen colores. Pero justo antes de que estallen, en el lado superior de la burbuja, los colores son interrumpidos por pequeñas manchas transparentes, como se muestra en la Figura 235. ¿Por qué? Dentro de una burbuja, el líquido fluye hacia abajo, por lo que con el tiempo, la burbuja se hace más gruesa en la parte inferior y más delgada en la parte superior. Después de un tiempo, en algunas regiones todo el líquido se ha ido, y en estas regiones, la burbuja se compone sólo de dos capas moleculares de las moléculas de jabón.

De hecho, la disposición de jabón o aceite de moléculas en superficies de agua se puede utilizar para medir el número de Avogadro. Esto se ha hecho en varias formas ingeniosas, y produce un valor extremadamente preciso con medios muy simples. Ref. 256

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

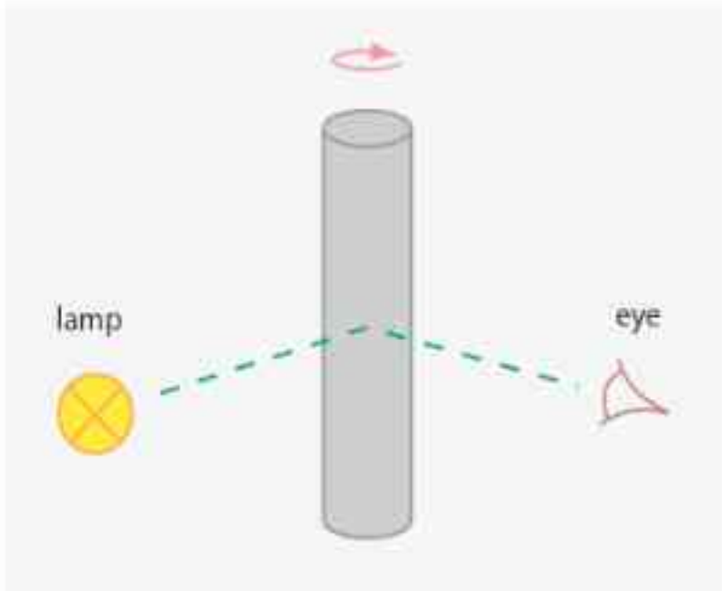


FIGURA 236 Los átomos existen: girando e iluminando una varilla perfectamente redonda de un cristal único de aluminio se producen oscilaciones de brillo debido a los átomos que lo componen

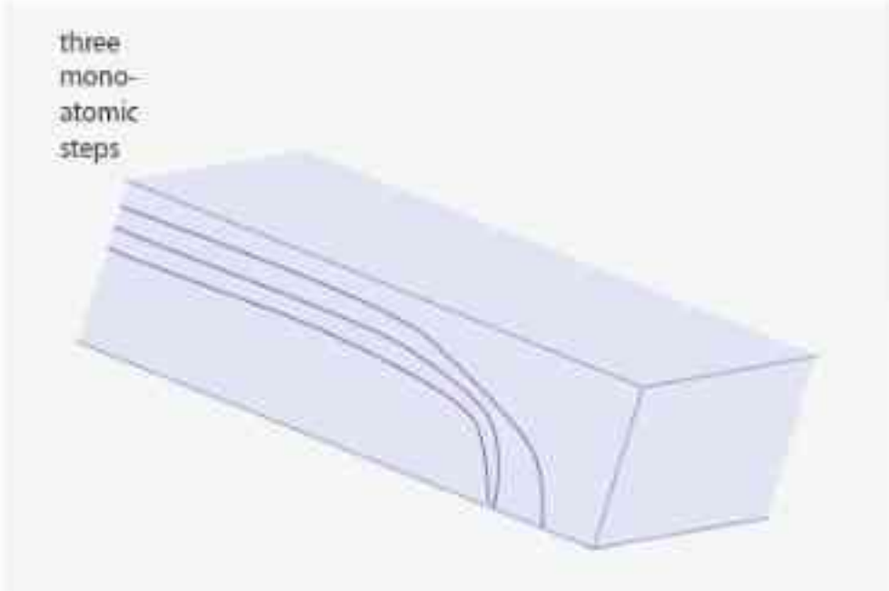


FIGURA 237 Los escalones atómicos en cristales rotos de arseniuro de galio (obleas)pueden ser observados en un microscopio óptico.

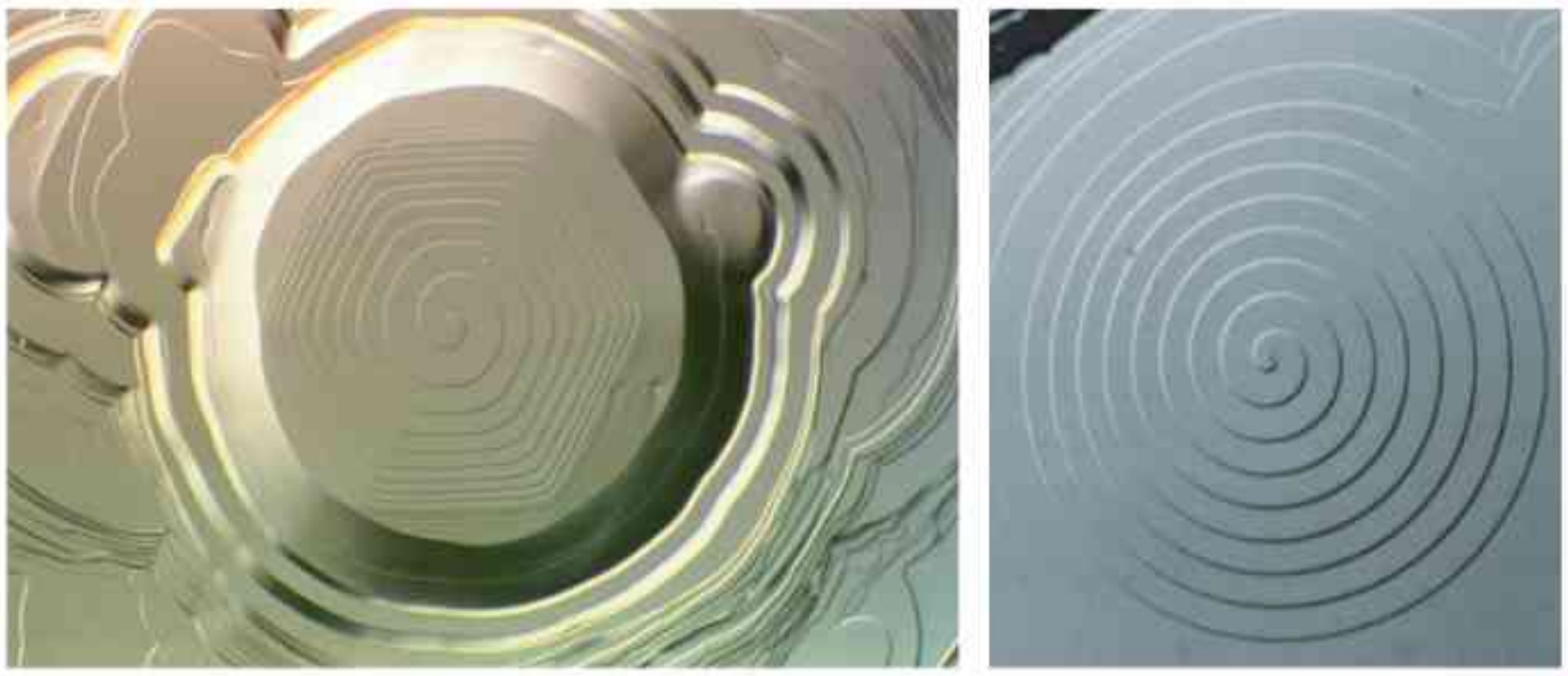


FIGURA 238 Un efecto de los átomos: niveles o escalones en superficies de un cristal único de carburo de silicio - aquí crecidos en un sustrato terminad de carbono (izquierda) y en un sustrato terminado de silicio (derecha) observada en un simple microscopio óptico (© Dietmar Siche).

Un sencillo experimento que indica que los sólidos tienen componentes de un tamaño mínimo se muestra en la Figura 236. Una varilla cilíndrica de un único cristal de aluminio puro revela un comportamiento sorprendente cuando se ilumina desde un lado: su brillo depende de cómo se orienta la varilla, aunque sea completamente redonda. Esta dependencia angular es debida a la disposición atómica de los átomos de aluminio en la varilla.

No es difícil confirmar experimentalmente la existencia de un tamaño mínimo en los cristales. Es suficiente romper un cristal único, tal como una oblea de arseniuro de galio, en dos. La superficie de corte es, o bien completamente plana o muestra niveles extremadamente pequeños, como se muestra en la Figura 237. Estos niveles son visibles bajo un microscopio óptico normal. ¿Por qué?. Del mismo modo, la Figura 238 muestra un defecto que apareció en el crecimiento de cristales. Resulta que todas estas alturas de escalón son múltiplos de una altura más pequeña: su valor es de aproximadamente 0,2 nm. La existencia de una altura mínima, correspondiente a la altura de un átomo,

Desafío 567 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

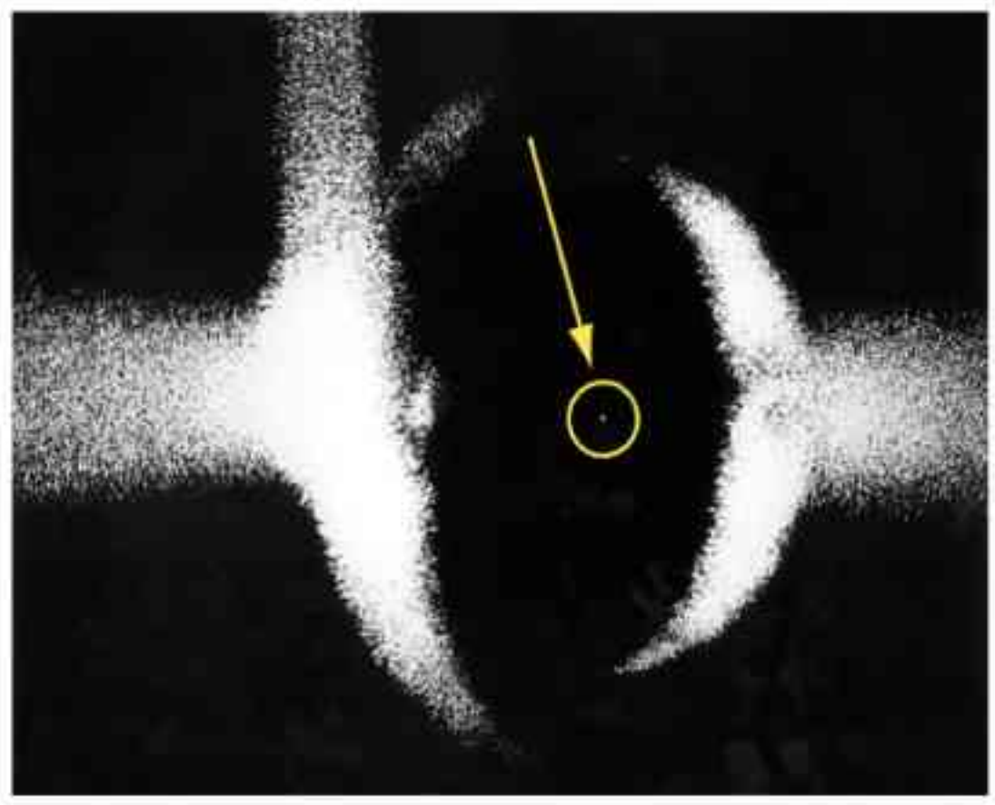


FIGURA 239 Un único ión de bario levitante en una trampa de Paul (tamaño de la imagen alrededor de 2 mm) en el centro de la imagen, también visible a simple vista en el experimento original, realizado en 1985 (© Werner Neuhauser).

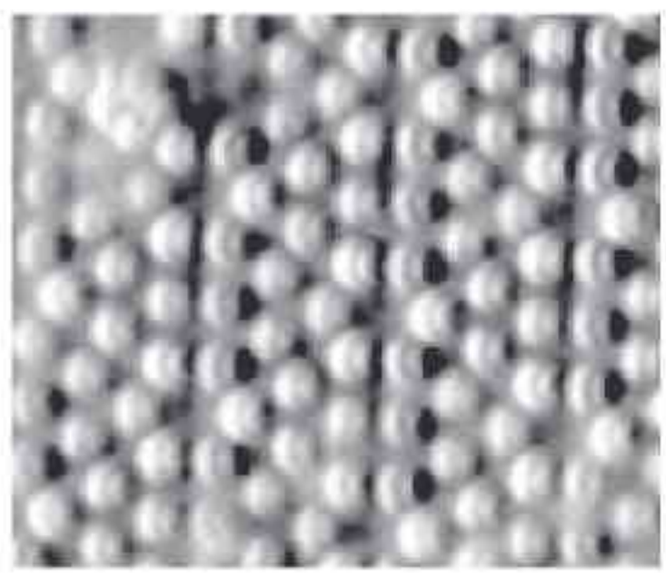


FIGURA 240 Los átomos en la superficie de un cristal de silicio, mapeadas con un microscopio de fuerza atómica (© Universität Augsburg)

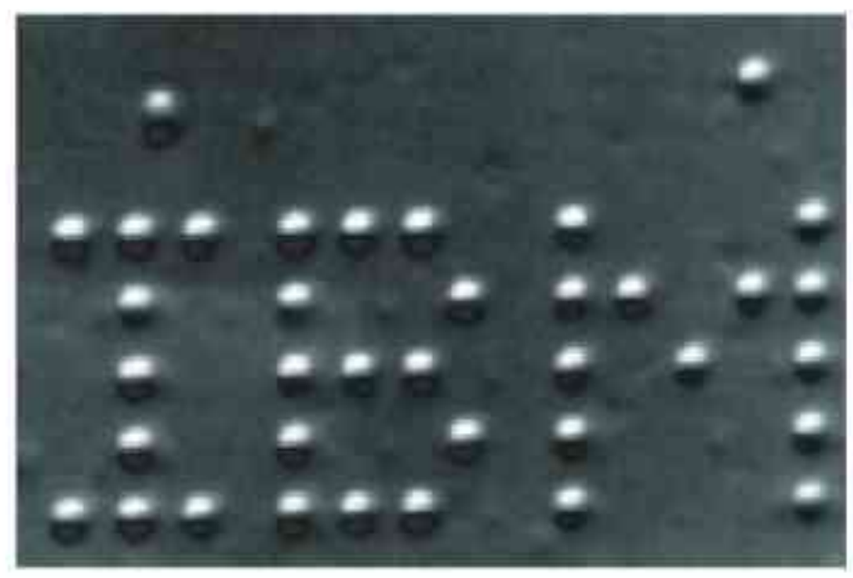


FIGURA 241 El resultado del movimiento de átomos de helio sobre una superficie metálica. Tanto el movimiento como la imagen se realizó con un microscopio de fuerza atómica (© IBM).

contradice todas las posibilidades de invariancia de escala en la materia.

Viendo átomos

Hoy en día, con los avances en la tecnología, los átomos *individuales* se pueden ver, fo-
Ref. 258, Ref. 259 tografiar, holografiar, contar, tocar, mover, levantar, levitar, y hacer girar. Y todas estas manipulaciones confirman que como la materia corriente, los átomos tienen masa, tamaño, forma y color. Los átomos individuales, incluso se han utilizado como lámparas
Ref. 260 y como láser. Algunos resultados experimentales se muestran en las Figura 239, Figura 240, Figura 240 y Figura 241.

Los griegos se imaginaron la naturaleza como un juego de Lego. Y, de hecho, muchos investigadores modernos en varios campos se divierten jugando con los átomos de la misma manera que los niños juegan con Lego. Una demostración admirable de estas posibilidades es proporcionada por las muchas aplicaciones del microscopio de fuerza
Ref. 261 atómica. Si alguna vez tiene la oportunidad de utilizar uno, ¡no se lo pierda!. Un microscopio de fuerza atómica es un simple dispositivo de mesa que sigue la superficie de un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

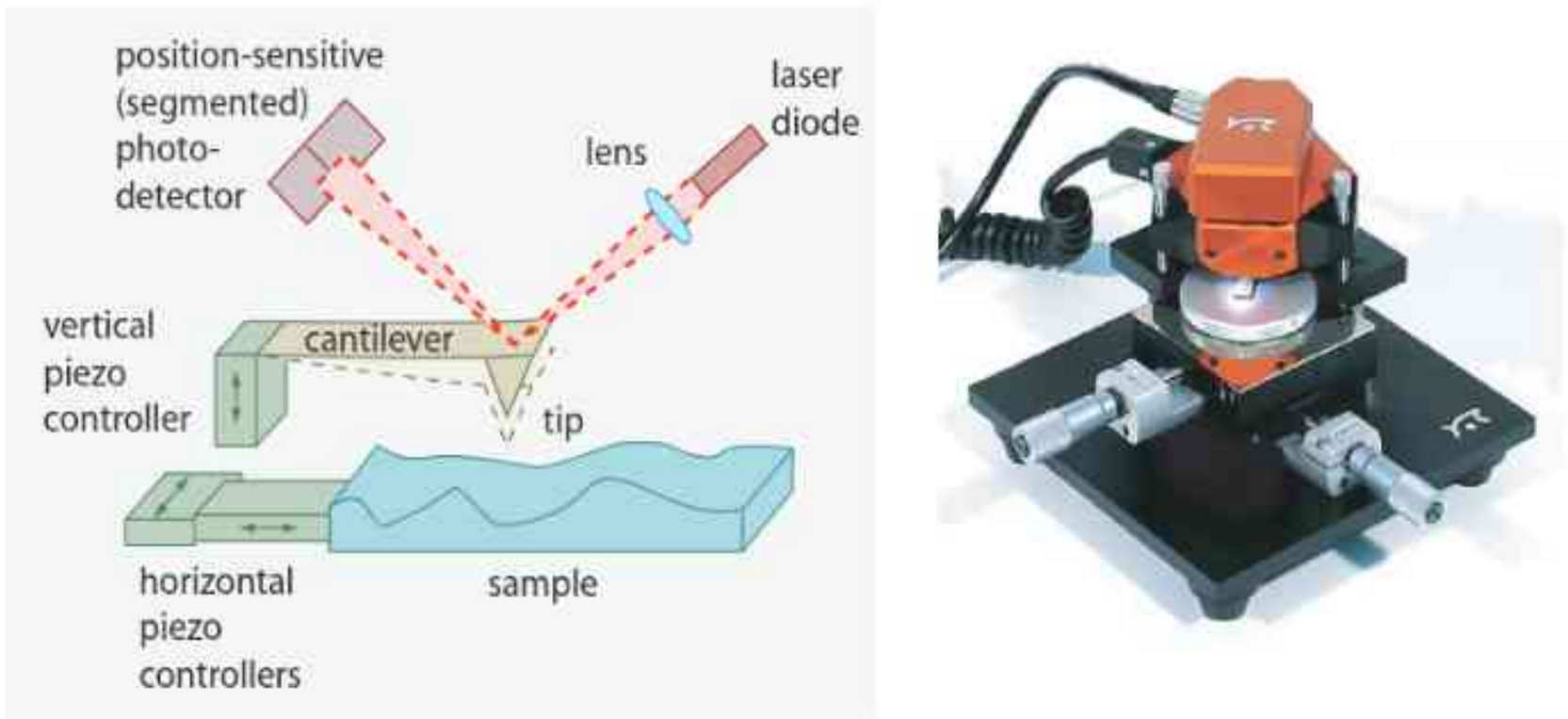


FIGURA 242 El principio y la realización de un microscopio de fuerza atómica (fotografía © Nanosurf).

objeto con una aguja afilada atómicamente;* tales agujas, normalmente de tungsteno, se
Ref. 262 fabrican fácilmente con un simple método de ataque químico. Las fluctuaciones de la altura de la aguja a lo largo de su trayectoria sobre la superficie se registran con la ayuda de un rayo de luz reflejada, como se muestra en la Figura 242. Con un poco de cuidado, los átomos del objeto se pueden sentir y se hacen visibles en la pantalla de un equipo informático. Con tipos especiales de tales microscopios, la aguja se puede utilizar para mover átomos de uno en uno a lugares especificados en la superficie. También es posible escanear una superficie, recoger un átomo dado y proyectarlo hacia un espectrómetro
Ref. 263 de masas para determinar qué tipo de átomo es.

Por cierto, la construcción de microscopios de fuerza atómica es sólo una pequeña mejora de lo que la naturaleza ha desarrollado ya por millones; cuando usamos nuestros oídos para escuchar, en realidad estamos detectando cambios en la posición del tímpano por debajo de los 11 pm (picometros). En otras palabras, todos tenemos dos 'microscopios de fuerza atómica' incorporados en nuestras cabezas.

¿Por qué es útil saber que la materia está hecha de átomos? Teniendo en cuenta solamente el *tamaño* de los átomos, es posible deducir muchas propiedades de los materiales. La densidad de masa, el módulo elástico, la tensión superficial, el coeficiente de expansión térmica, el calor de vaporización, el calor de fusión, la viscosidad, el calor específico,
Desafío 568 s la difusividad térmica y la conductividad térmica. Haga la prueba.

Curiosidades y divertidos retos sobre los sólidos y los átomos

El vidrio es un sólido. Sin embargo, muchos libros de texto dicen que el vidrio es un líquido. Este error ha sido propagado durante cerca de un centenar de años, probablemente procedente de una mala traducción de una frase en un libro de texto alemán publicado en 1933 por Gustav Tamman, *Der Glaszustand*. ¿Puede dar al menos tres razones por las
Desafío 569 s que el vidrio es un sólido y no un líquido?.

* Una versión barata cuesta sólo unos pocos miles de euros, y le permitirá estudiar la diferencia entre una oblea de silicio - cristalino - una oblea de harina - granular amorfa - y una hostia consagrada.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

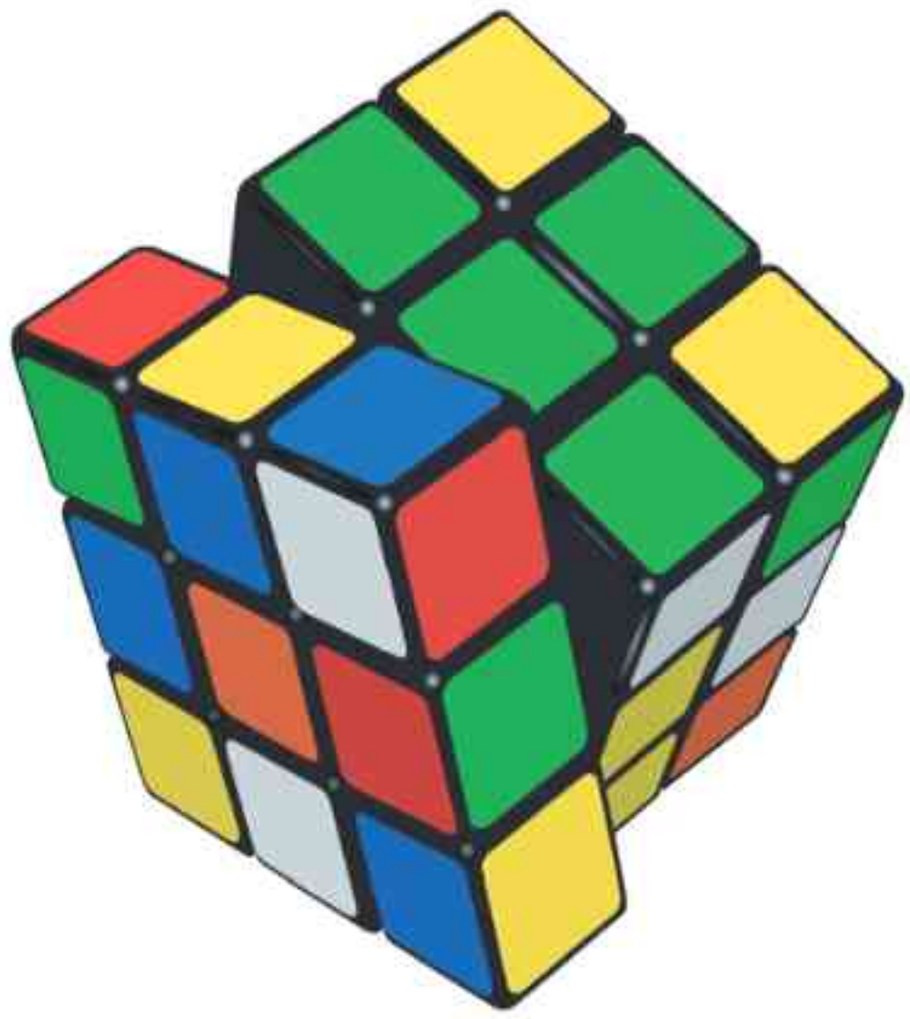


FIGURA 243 El cubo de Rubik: la compljidad del movimiento en tres dimensiones (© Wikimedia).

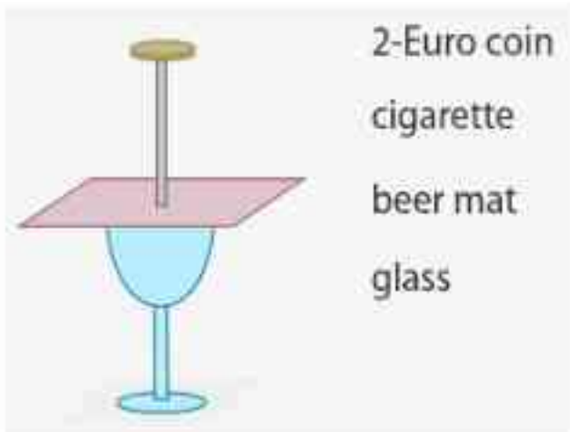


FIGURA 244 ¿Cómo puede introducir la moneda en el vaso sin tocar nada?

* *

Desafío 570 s ¿Cuál es la longitud máxima de un cable metálico suspendido verticalmente? ¿Podría bajarse hasta la Tierra un cable colgado de un satélite geoestacionario? Esto significaría que podríamos realizar un 'ascensor' espacial. ¿Cómo de largo tiene que ser el cable? ¿Cuánto pesaría? ¿Cómo construir un sistema de este tipo? ¿Qué peligros enfrentaría?

* *

Desafío 571 s Todos los estudiantes probablemente conocen el *cubo de Rubik*. ¿Puede o sería capaz de deducir cómo Rubik construyó el cubo sin mirar en su interior?. La pregunta es válida para otros cubos con otro número de segmentos. ¿Hay un límite al número de segmentos? Estos rompecabezas son aún más complicados que la búsqueda de la reorganización del cubo.

* *

Desafío 572 e Organiza seis cerillas de tal manera que cada unade ellas toque a las otras.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

La física es, a menudo, buena para ganar apuestas. Vea la Figura 244 para una manera de hacerlo, debido a Wolfgang Stalla.

* *

La materia está hecha de átomos. Durante siglos, la tenaz persistencia de muchas personas a negar esta idea ha llevado a la pérdida de muchos tesoros. Durante más de mil años, la gente pensaba que las perlas genuinas podían distinguirse de las falsas golpeándolas con un martillo: sólo las falsas perlas se romperían. Sin embargo, *todas* las perlas se rompen. (También los diamantes se rompen en esta situación). Debido a esta creencia, en los últimos siglos, una gran parte de las perlas más bellas del mundo han sido hechas pedazos.

* *

Los cómics tienen dificultades con el concepto de los átomos. ¿Podría Asterix realmente arrojar romanos al aire usando el puño? ¿Son posibles los precisos disparos de revólver de Lucky Luke? ¿Puede el hilo de seda de Spiderman sostenerlo en sus columpiamientos de un edificio a otro? ¿Puede el Correcaminos dejar de correr en tres pasos? ¿Se puede ordenar al Sol que se detenga en el cielo? ¿Pueden las naves espaciales flotar utilizando combustible? Tome a cualquier héroe de cómic y pregúntese si la materia hecha de átomos le permitiría las hazañas que parece capaz de hacer. Encontrará que la mayoría de los dibujos animados son cómicos precisamente porque suponen que la materia no está formada por átomos, sino que es ¡continua! En cierto sentido, los átomos hacen de la vida una aventura seria.

Desafío 573 e

* *

¿Pueden los seres humanos provocar terremotos?. Si. En realidad, varios terremotos fuertes *han* sido provocados por los seres humanos. Esto ha ocurrido cuando se han llenado las presas de agua, o cuando se ha inyectado agua en agujeros de perforación. También se ha sugerido que la extracción de agua subterránea profunda causa terremotos. Si esto fuese confirmado por la investigación futura, una proporción considerable de todos los terremotos podría haber sido desencadenada por humanos. Una simple pregunta sobre este asunto: ¿Qué pasaría si 1.000 millones de indios, por un programa de televisión, saltaran al mismo tiempo, desde la mesa de la cocina al suelo?

Desafío 574 s

* *

Muchas cuevas tienen *estalactitas*. Se forman bajo dos condiciones: las gotas de agua desde el techo de una cueva debe contener carbonato de calcio, $CaCO_3$, y la diferencia entre las concentraciones de dióxido de carbono CO_2 en el agua y en el aire de la cueva debe tener un valor mínimo. Si se cumplen estas condiciones, se deposita la toba calcárea (sinterización), y se pueden formar las estalactitas. ¿Cómo puede distinguirse la punta de una estalactita que crece desde el techo de la punta de una estalagmita que surge del suelo? ¿La diferencia existe también para los carámbanos?

Desafío 575 s

* *

Los fractales no existen. ¿Qué estructuras se le aproximan más de cerca? Uno de los

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

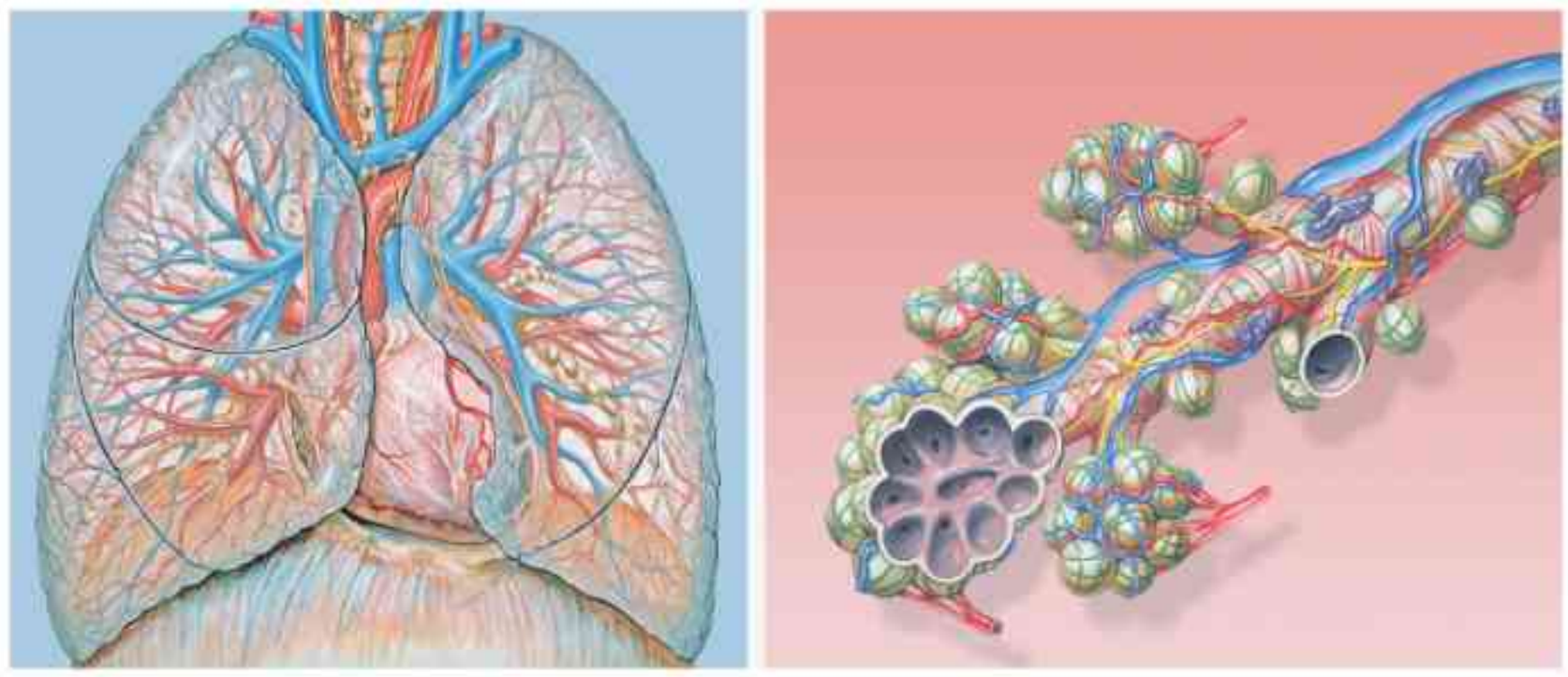


FIGURA 245 El pulmón humano y sus alvéolos. (© Patrick J. Lynch, C. Carl Jaffe)

candidatos es el pulmón, como se muestra en la Figura 245. Su bronquios se dividen una y otra vez, entre 26 y 28 veces. Cada extremo entonces llega a uno de los 300 millones de *alvéolos*, las cavidades de 0,25 mm en las que el oxígeno se absorbe en la sangre y el dióxido de carbono es expelido al aire.

* *

Desafío 576 s ¿Cuánto peso de más mostraría su báscula de baño si se pusiera sobre ella en el vacío?

* *

Uno de los cuerpos extensos más complejos es el cuerpo humano. En simulaciones recientes sobre el comportamiento de los seres humanos en los accidentes de coche, los modelos más avanzados incluyen costillas, vértebras así como los restantes huesos y los diversos órganos. Para cada parte, se toma en consideración su deformación específica. Con tales modelos y simulaciones, la protección de pasajeros y conductores en los vehículos puede ser optimizada.

* *

El cuerpo humano es una estructura notable. Es rígido y flexible, según la situación lo requiera. Además, la mayoría de las piezas rígidas, los huesos, no están unidos a otras partes rígidas. Desde hace algunos años, los artistas y arquitectos han comenzado a explorar este tipo de estructuras. Un ejemplo de una estructura de este tipo, una torre, se muestra en la Figura 246. Resulta que estructuras similares - a veces llamadas *estructuras de tensegridad* - son buenos modelos para la columna vertebral humana, por ejemplo. Para más ejemplos sólo tiene que buscar en Internet.

* *

Los sólidos geométricos son divertidos en sí mismos. Todo poliedro *convexo* con f caras, v vértices y e aristas obedece a

$$f + v - e = 2 \,. \tag{110}$$

Desafío 577 ny Esta es la *fórmula de los poliedros de Euler*. Encontrar una prueba.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 246 Una estructura rígida en la que ningún tubo rígido está unido a cualquier otro (© Kenneth Snelson).

* *

Probablemente no lo sabe, pero seguramente ya haya jugado con un *helicoseir*. Este el nombre técnico para una cadena o una cuerda, de una longitud aproximada de un 1 m, que cuelga de su mano y a la que somete a un movimiento giratorio. Dependiendo de su destreza, podrá generar distintas formas estables, con diferentes números de nodos estacionarios. ¿Cuántos nodos puede conseguir? Los robots también pueden hacerlo, como se muestra en la dirección web www.youtube.com/watch?v=EnJdn3XdxEE.

* *

El hoyo más profundo jamás horadado en la Tierra tiene 12 km de profundidad. En 2003, alguien propuso agrandar tal agujero y luego verter millones de toneladas de hierro líquido en ella. Afirmó que el hierro se hundiría hacia el centro de la Tierra. Si un dispositivo de medida comunicante se dejase en el hierro, podría enviar sus observaciones a la superficie mediante ondas sonoras. ¿Puede dar algunas razones por las que esto no podría funcionar?

Desafío 578 s

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 247 Los Aceros ferríticos tienen una estructura de cuerpo cúbico centrado, como se muestra en el famoso *Atomium* de Bruselas, una sección de un cristal de hierro magnificado a una altura de más de 100 m (la foto y la construcción se deben a © Asbl Atomium Vzw – SABAM Belgium 2007).

El poderío económico de una nación se ha asociado durante mucho tiempo con su capacidad de producción de acero de alta calidad. En efecto, la Revolución Industrial comenzó con la producción en masa de acero. Todo científico debería conocer los hechos básicos y principios fundamentales concernientes del acero. El *acero* es una combinación de hierro y carbono a la que pueden añadirse también otros elementos, principalmente metales. Se pueden distinguir tres tipos principales de acero, dependiendo de la estructura cristalina. Los *aceros ferríticos* que tienen una estructura de cuerpo cúbico centrado, como se muestra en la Figura 247, los *aceros austeníticos* con una estructura cúbica centrada en la cara, y los *aceros martensíticos* de estructura tetragonal de cuerpo centrado.

La Tabla 42 da más detalles.

* *

El chasquido de un látigo es un fenómeno simple que requiere una explicación compleja.
Ref. 264 Después del trabajo experimental de Peter Krehl se ha sabido que el látigo chasca cuando la punta alcanza una velocidad de *dos veces* la velocidad del sonido. ¿Se imagina por qué?

Desafío 579 ny

* *

Una cadena de bicicleta es un objeto extenso sin rigidez. Sin embargo, si se hace girar rápidamente, adquiere rigidez dinámica, y puede rodar hacia abajo por un plano inclinado o a lo largo del suelo. Este sorprendente efecto se puede ver en la página web www.iwf.de/iwf/medien/infothek?Signatur=C+14825.

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 42 Tipos de acero, propiedades y usos.

Acero Ferrítico	Acero Austenítico	Acero Martensítico
Definición		
acero 'ordinario'	acero 'ligero'	acero de gran dureza, frágil
cúbica centrada en el cuerpo (bcc)	cúbica centrada en caras (fcc)	tetragonal centrada en el cuerpo (bct)
hierro y carbono	hierro, cromo, níquel, manganeso, carbono	acero de carbono y aleaciones
Ejemplos		
construcciones de acero	la mayoría de acero inoxidable aceros (18/8 Cr/Ni)	hojas de cuchillos
láminas de acero de coches	batería de cocinas	superficies de taladros
barcos de acero	industria alimentaria	muelles de acero, cigüeñales
ferrita inoxidable con 12 % de cromo	aceros para reactores nucleares de Cr/V	
Propiedades		
fases descritas por el diagrama de fase para el hierro-carbono	fases descritas por el diagrama de Schaeffler	fases descritas por el diagrama hierro-carbono y el diagrama TTT (transformación tiempo–temperatura)
en equilibrio a temperatura ambiente(RT)	algo mezclado en equilibrio a RT	sin equilibrio a RT, pero estable
las propiedades mecánicas y el tamaño del grano dependen del tratamiento térmico	las propiedades mecánicas y el tamaño del grano dependen del pre-tratamiento termo-mecánico	las propiedades mecánicas y el tamaño del grano dependen fuertemente del tratamiento con calor
Endurecido por reducción del tamaño del grano, por forja, por incremento del contenido de carbono o por nitración	Endurecido únicamente por trabajo en frío	Duro de cualquier modo, fabricado por irradiación láser, inducción térmica, etc.
granos de ferrita y perlita, con cementita (Fe_3C)	granos de austenita	granos de martensita
ferromagnética	no magnética o débilmente magnética	ferromagnética

Los dispositivos mecánicos no son abordados en este texto. Hay una gran cantidad de progresos en el área, incluso en la actualidad. Por ejemplo, se han construido robots capaces de montar un monociclo. Pero incluso la física de la conducción humana de un monociclo no es simple. Pruébelo; es un excelente ejercicio para mantenerse joven.

Ref. 265

Ref. 266

* *

Hay muchos argumentos en contra de la existencia de los átomos como bolas duras.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

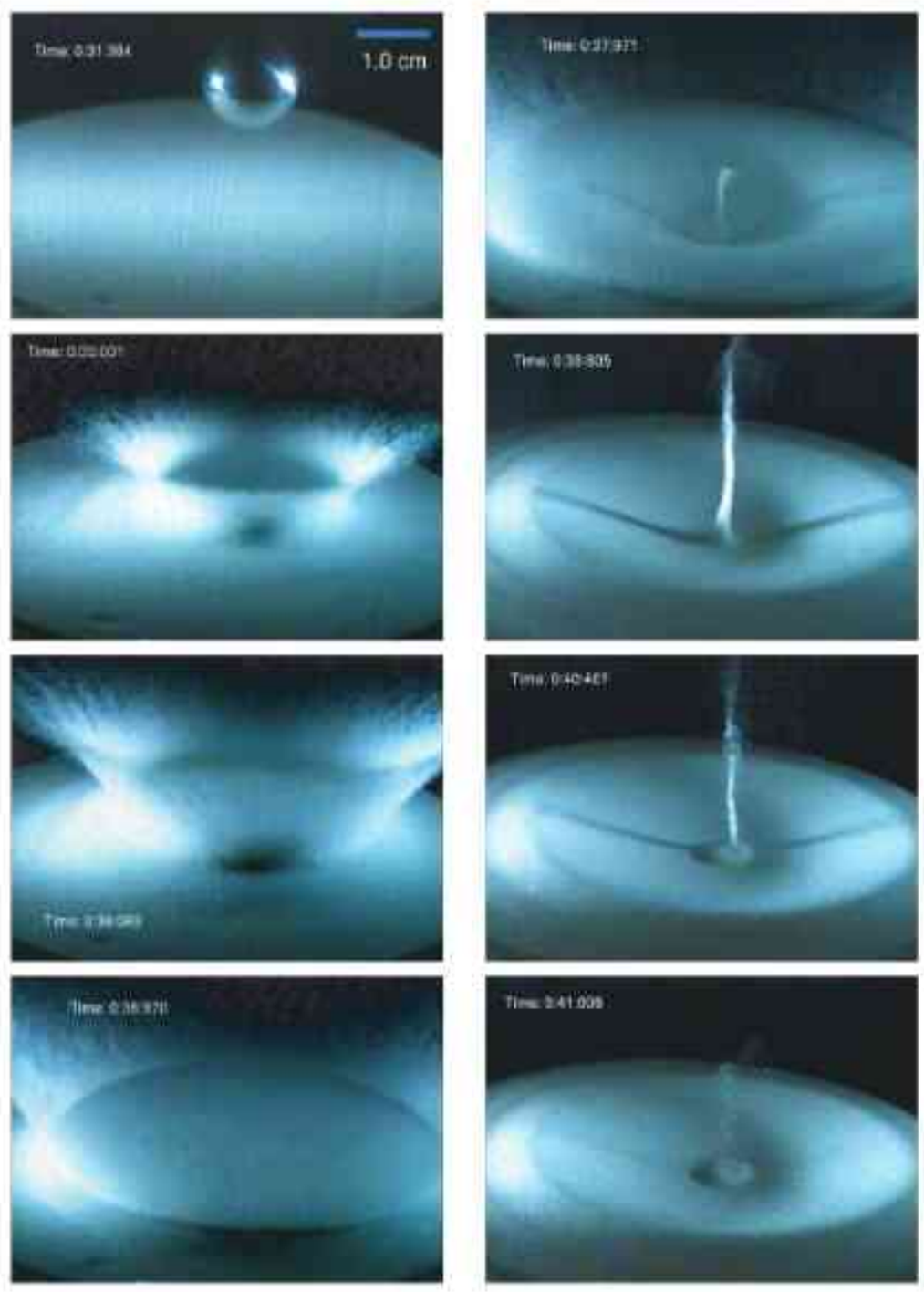


FIGURA 248 Un ejemplo de un sorprendente movimiento de la arena: las eyecciones granulares (© Amy Shen).

Ref. 267 Thomson-Kelvin lo puso por escrito y habló de "la suposición monstruosa de piezas de materia infinitamente fuertes e infinitamente rígidas". A pesar de que Thomson estaba en lo cierto en su comentario, los átomos realmente existen. ¿Por qué? Desafío 580 s

* *

La arena tiene muchas maneras sorprendentes de moverse, y todavía se hacen nuevos descubrimientos con regularidad. Ref. 268 En 2001, Sigurdur Thoroddsen y Amy Shen descubrieron que una bola de acero que cae sobre un lecho de arena produce, después de que la bola se haya hundido, un *chorro granular* de arena que salta hacia arriba. La Figura 248 muestra una secuencia de fotografías del efecto. El descubrimiento ha dado lugar a un torrente de posteriores investigaciones.

* *

La ingeniería no es una parte de este texto. Sin embargo, es un tema interesante. Algunos ejemplos de lo que los ingenieros hacen se muestran en las Figura 249 y Figura 250.

Resumen sobre los átomos

La materia *no* es invariante en escala: en particular, no es ni lisa (continua) ni fractal. No hay piezas arbitrariamente pequeñas en la materia. La materia ordinaria está hecha de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 249 Reflejos de la ingeniería moderna:protect una máquina de litografía para la producción de circuitos integrados y una máquina de papel (© ASML, Voith).

FIGURA 250 A veces objetos en movimiento inusual cruzan las carreteras alemanas (© RWE).

componentes numerables: *la materia ordinaria está hecha de átomos.* Esto ha sido confirmado para todos los sólidos, líquidos y gases. Fotos de microscopios de fuerza atómica demuestran que el tamaño y la disposición de los átomos son quienes producen la *forma* y la *extensión* de los objetos, lo que confirma el modelo «Lego» de la materia debido a los antiguos Griegos. Los diferentes tipos de átomos, así como sus diversas combinaciones, producen diferentes tipos de sustancias.

Del estudio de la materia con más detalle - como se hará más adelante - se obtiene la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

idea ahora bien conocida de que la materia, a ampliaciones cada vez mayores, está hecha de moléculas, átomos, núcleos, protones y neutrones, y por último, quarks. Los átomos también contienen electrones. Un último tipo de materia, los neutrinos, se observa que provienen del Sol y de ciertos tipos de materiales radiactivos. A pesar de que los ladrillos fundamentales se han ido convirtiendo en algo cada vez más pequeño en el siglo XX, esto *no* va a suceder en el futuro. La idea básica de los antiguos griegos sigue persistiendo: la materia está hecha de las entidades mínimas, hoy en día se les llama *partículas elementales*. En las partes de la teoría cuántica de nuestro ascenso a la montaña vamos a explorar las consecuencias detalladamente. Vamos a descubrir más tarde que la discontinuidad de la materia es en sí misma una consecuencia de la existencia de un cambio mínimo en la naturaleza.

Vol. V, página ??

Debido a la existencia de los átomos, la descripción del movimiento cotidiano de los cuerpos extensos se puede reducir a la descripción del movimiento de sus átomos. El Movimiento atómico será un tema importante en las páginas siguientes. Dos de sus consecuencias son especialmente importantes: la presión y el calor. Los estudiaremos ahora.

Moscow Mathematics "The Adventure of physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 12

Fluidos y sus movimientos

Ref. 269 Los fluidos pueden ser líquidos o gases, incluyendo plasmas. Y el movimiento de los fluidos puede ser excesivamente complicado, como muestra la Figura 251. De hecho, el movimiento de los fluidos es tan común e importante - piense en la respiración, la circulación de la sangre o el clima - que vale la pena explorarlo.

¿Qué puede moverse en la naturaleza? – Flujos de todas clases

Antes de continuar con la exploración de los fluidos, echemos un vistazo a todas las posibilidades de movimiento en el mundo que nos rodea. Una visión general de los tipos de movimiento se da en la Tabla 43. Ella lista el movimiento en los distintos dominios que pertenecen a la vida cotidiana - movimiento de los fluidos, de la materia, de los tipos de materia, de calor, de luz y de carga.

Todos esos tipos de dominio son los dominios de la física de medios continuos. Para cada dominio, la tabla proporciona la cantidad cuyo movimiento es fundamental para tal dominio. La cantidad en movimiento - sea la masa, el volumen, la entropía o la carga - viene descrita por un observable *extensivo*, es decir, un observable que puede acumularse. El movimiento de un observable extensivo es llamado *flujo*. Cada tipo de movimiento en la naturaleza es un flujo. La cantidad extensiva es esa 'cosa' que fluye.

En la física de los medios continuos, hay dos dominios que aún no hemos estudiado: el movimiento de la carga eléctrica y de la luz, la llamada *electrodinámica*, y el movimiento del calor, lo que conocemos como *termodinámica*. Una vez que hayamos explorado estos dominios, habremos completado el primer paso de nuestra descripción del movimiento: la física de los medios continuos. En física de los medios continuos, el movimiento y las entidades en movimiento se describen con cantidades continuas que pueden tomar cualquier valor, incluyendo valores arbitrariamente pequeños o arbitrariamente grandes.

Pero la naturaleza *no* es continua. Ya hemos visto que la materia no puede ser dividida infinitamente en entidades cada vez más pequeñas. De hecho, vamos a descubrir que hay experimentos precisos que proporcionan límites a los valores observados para *cada* dominio de la física de los medios continuos. Hay un límite a la masa, a la velocidad, al momento angular, a la fuerza, a la entropía y a la variación de carga. Las consecuencias de estos descubrimientos forman la segunda etapa de nuestra descripción del movimiento: la relatividad y la teoría cuántica. La relatividad se basa en límites superiores macroscópicos, la teoría cuántica en límites inferiores microscópicos. Por cierto, ¿puede razonar que todas las cantidades extensivas tienen un valor mínimo? La última etapa de nuestra descripción del movimiento estará formada por la unificación de la teoría cuántica y la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

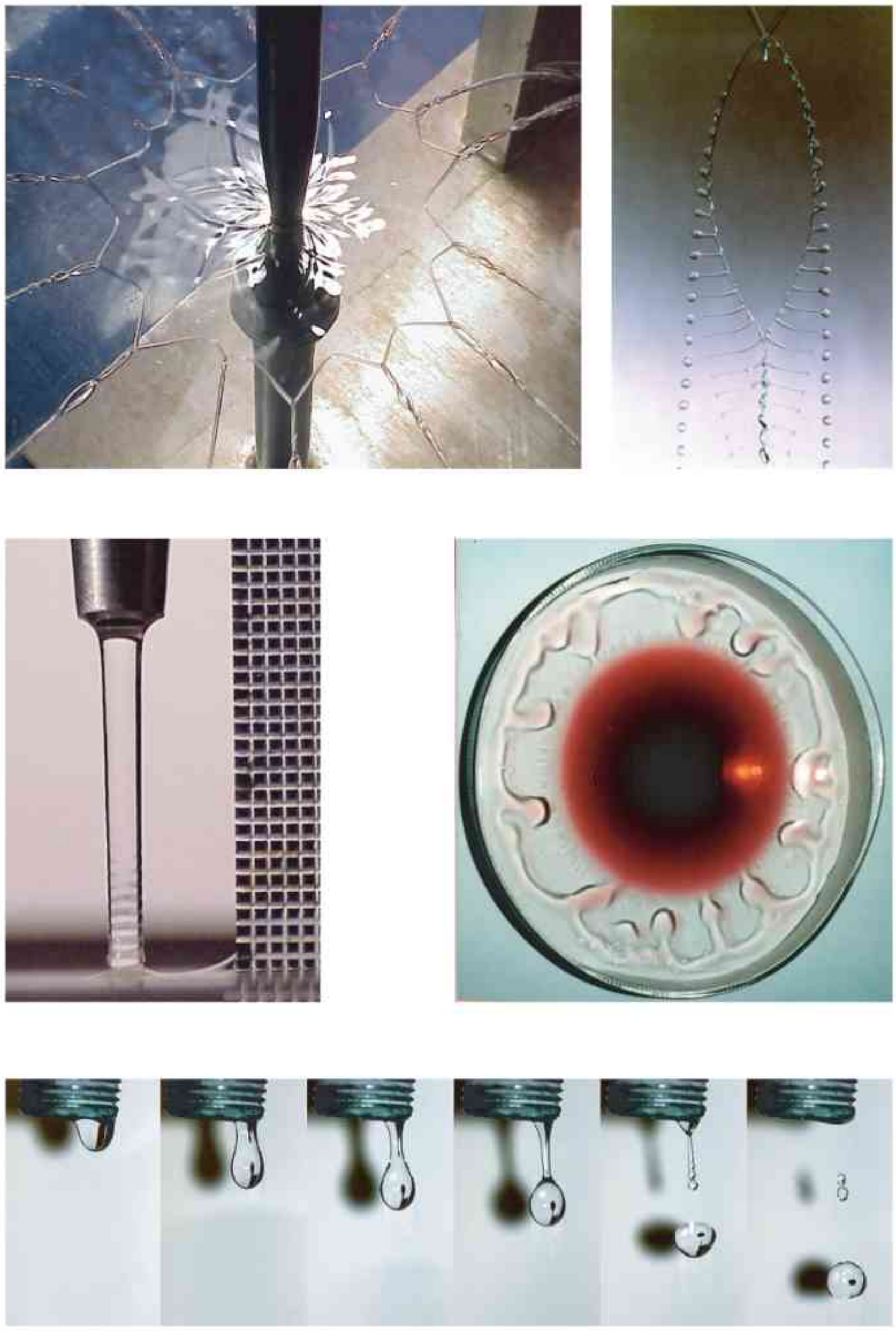


FIGURA 251 Ejemplos de movimiento del fluido *laminar*: un chorro de agua vertical contra un impactador horizontal, dos chorros de una mezcla de glicerol-agua que chocan en un ángulo oblicuo, un chorro de agua que incide sobre un depósito en movimiento estacionario, un vaso de vino que muestra las lágrimas (todos © John Bush, MIT) y un grifo de agua que gotea (© Andrew Davidhazy).

Modern Multimedia — The Adventure of Physics — copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 — free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 43 Cantidades de flujos en la naturaleza: todas extensivas , es decir, cantidades observables que se *acumulan* y por tanto se mueven y *fluyen*.

Dominio	Cantidad extensiva (portador de energía)	Corriente (intensidad de flujo)	Cantidad intensiva (fuerza motriz)	Flujo de energía (potencia)	Resistencia al desplazamiento (intensidad en la generación de entropía)
Ríos	masa m	flujo de masa m/t	altura (diferencia) gh	$P = gh\,m/t$	$R_m = ght/m$ [$m^2/s\,kg$]
Gases	volumen V	flujo de volumen V/t	presión p	$P = pV/t$	$R_V = pt/V$ [$kg/s\,m^5$]
Mecánica	cantidad de movimiento $\boldsymbol{p}$	fuerza $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{p}/dt$	velocidad $\boldsymbol{v}$	$P = \boldsymbol{v}\,F$	$R_p = \Delta V/F = t/m$ [s/kg]
	momento angular $\boldsymbol{L}$	Par de fuerzas o torque $\boldsymbol{M} = d\boldsymbol{L}/dt$	velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$	$P = \boldsymbol{\omega}\,\boldsymbol{M}$	$R_L = t/mr^2$ [$s/kg\,m^2$]
Química	cantidad de sustancia n	flujo de sustancia $I_n = dn/dt$	potencial químico μ	$P = \mu\,I_n$	$R_n = \mu t/n$ [Js/mol^2]
Termodinámica	entropía S	flujo de entropía $I_S = dS/dt$	temperatura T	$P = T\,I_S$	$R_S = Tt/S$ [K^2/W]
Electricidad	carga q	corriente eléctrica $I = dq/dt$	potencial eléctrico U	$P = U\,I$	$R = U/I$ [Ω]
Magnetismo	no se han encontrado en la naturaleza fuentes magnéticas acumulables				
Luz	como toda radiación sin masa, puede fluir pero no se puede acumular				
Física nuclear	existen cantidades extensivas, pero no aparecen en la vida cotidiana				
Gravitación	El espacio vacío puede moverse y fluir, pero el movimiento no se observa en la vida cotidiana				

relatividad general.

Cada dominio de la física, con independencia de su pertenencia a cualquiera de las etapas anteriores, describe el cambio en términos de dos cantidades: la energía, y una cantidad extensiva característica del dominio. Una cantidad observable se llama *extensiva* si aumenta con el tamaño del sistema. Ref. 298

▷ Una cantidad *extensiva* describe lo que puede fluir en la naturaleza.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 see pdf file available free at www.motionmountain.net

Ejemplos son la masa, el volumen, la cantidad de movimiento, la carga eléctrica y la entropía. La Tabla 43 proporciona una visión general. En cada flujo hay también un observable físico que hace que las cosas se muevan:

▷ Una cantidad *intensiva* describe la intensidad del flujo; ella cuantifica por qué fluye.

Ejemplos son la diferencia de alturas, la presión, la velocidad, la carga eléctrica o la temperatura.

Para cada sistema físico, el *estado* viene descrito por un conjunto de observables extensivos e intensivos. Cualquier descripción completa del movimiento y cualquier observación completa de un sistema, por tanto, siempre requerirá ambos tipos de observables.

Las cantidades extensivas e intensivas para fluidos - lo que fluye y por qué fluye - para el caso de los *fluidos* son el volumen y la presión. Ellas son fundamentales para la descripción y la comprensión de la dinámica de fluidos. Para el caso del calor, las cantidades extensivas e intensivas son la *entropía* - la cantidad que fluye - y la *temperatura* - la cantidad que hace que el calor fluya. Lo exploraremos en breve. Tengamos en cuenta también que:

▷ El producto de cantidades extensivas e intensivas es siempre energía por tiempo, es decir, siempre la *potencia* del flujo correspondiente.

Las analogías de la Tabla 43 se pueden llevar aún más lejos. En todos los dominios,

▷ La *capacidad* de un sistema se define por la cantidad extensiva dividida por la cantidad intensiva.

La capacidad mide cuán fácilmente fluyen las 'cosas' en el sistema. Para la carga eléctrica la capacidad es la *capacidad eléctrica* habitual. Si el número es muy alto, resulta muy fácil añadir carga. Para la cantidad de movimiento lineal (impulso), la capacidad se denomina *masa*. La masa mide la facilidad con que uno puede añadir cantidad de movimiento a un sistema. ¿Puede determinar qué cantidades miden la capacidad en los otros casos?

Desafío 581 e

Del mismo modo, en todos los campos es posible almacenar energía mediante el uso de las cantidades intensivas - tales como $E = CU^2/2$ en un condensador o $E = mv^2/2$ en un cuerpo en movimiento - o mediante el uso de cantidades extensivas tales como $E = LI^2/2$ en una bobina o $E = F^2/2k$ en un muelle. Combinando y alternando los dos métodos de almacenamiento, tenemos oscilaciones.

▷ Todo flujo puede producir oscilaciones.

Desafío 582 ny

¿Puede ampliar la analogía en los otros casos?

El estado de un fluido

Describir el movimiento significa, ante todo, describir el estado de un sistema que se mueve. Para la mayoría de los fluidos, el estado se describe especificando, en cada punto

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 252 Diferentes sensores de presión: un antiguo barógrafo, un sensor industrial de presión de agua, un reostato sensible a la presión, la línea lateral de un pez y un moderno MEMS de sensores de presión. (© Anonymous, ifm, Conrad, Piet Spaans, Proton Mikrotechnik)

Motion Multimedia – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–31 2022 free pdf file available at www.motionmultimedia.net

TABLA 44 Algunos valores medidos de presión.

Observación	Presión
Registro de presión negativa (tensión) medido en agua, después de una purificación cuidadosa Ref. 270	−140 MPa = −1400 bar
La presión negativa medida en la savia de un árbol (xilema) Ref. 271, Ref. 254	hasta −10 MPa = −100 bar
Presión negativa en los gases	no existe
Presión negativa en los sólidos	se llama tensión
Récord de Presión de vacío logrado en el laboratorio	10 pPa (10^{-13} torr)
Variación de la presión en el umbral de audición	20 μPa
Variación de la presión en el umbral de dolor de la audición	100 Pa
Presión atmosférica en La Paz, Bolivia	51 kPa
Presión Atmosférica en los aviones de pasajeros	75 kPa
Presión promediada en el tiempo en la cavidad pleural del tórax humano	0,5 kPa 5 mbar por debajo de la presión atmosférica
Presión Atmosférica estándar a nivel del mar	101,325 kPa o 1013,25 mbar o 760 torr
Presión arterial humana saludable a la altura del corazón: sistólica, diastólica	17 kPa,11 kPa sobre la presión atmosférica
Récord de Presión producido en el laboratorio, utilizando un yunque de diamante	*c.* 200 GPa
Presión en el centro de la Tierra	*c.* 370(20) GPa
Presión en el centro del Sol	*c.* 24 PPa
Presión en el centro de una estrella de neutrones	*c.* $4 \cdot 10^{33}$ Pa
Presión de Planck (máxima presión posible en la Naturaleza)	$4{,}6 \cdot 10^{113}$ Pa

del espacio, la densidad de masa, la velocidad, la temperatura y la presión. Tenemos por tanto dos nuevos observables: la temperatura, que exploraremos en el próximo capítulo, y la presión. Página 411

Aquí nos concentraremos en el otro nuevo observable:

▷ La ***presión*** p en un punto de un fluido es la fuerza por unidad de área que un cuerpo de tamaño insignificante siente en ese punto: $p = F/A$.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 253 Daniel Bernoulli (1700–1782)

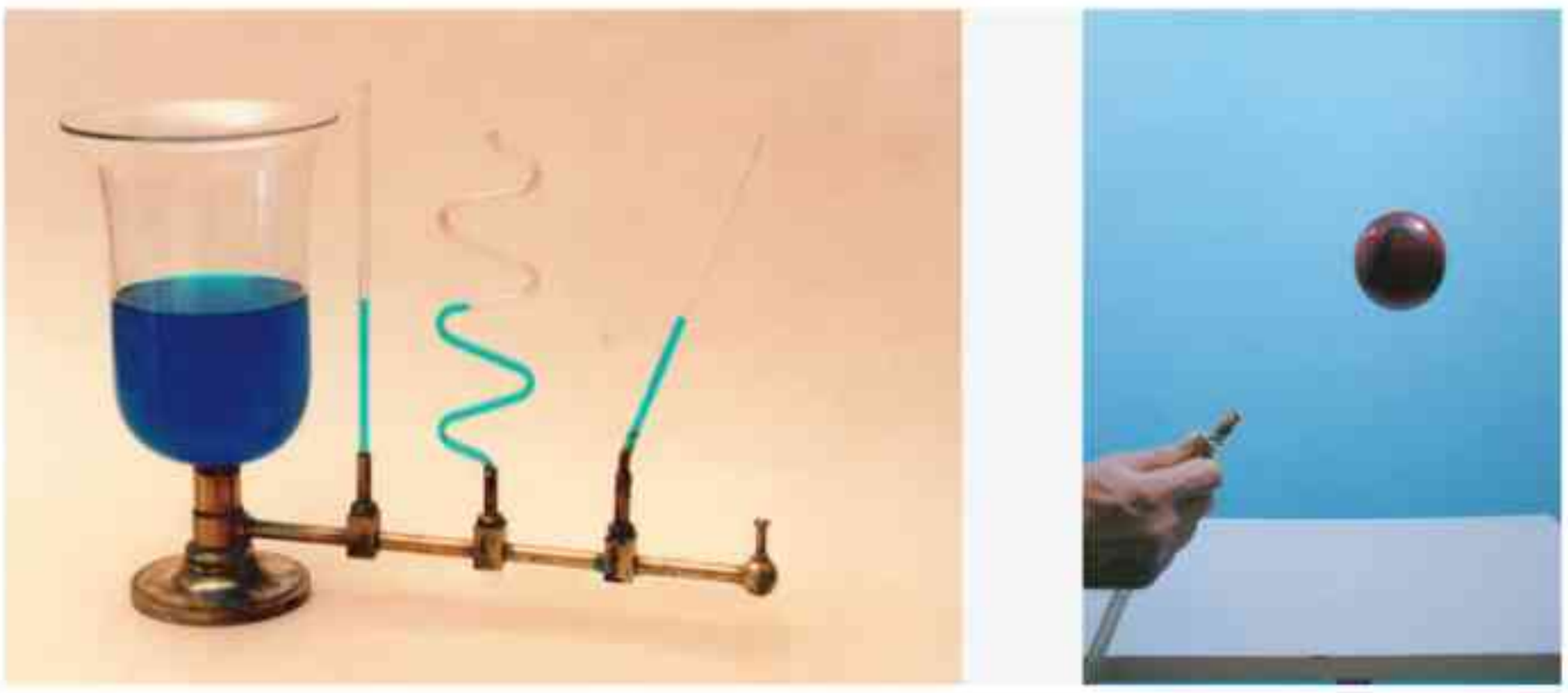


FIGURA 254 La paradoja hidrostática y la paradoja hidrodinámica (© IFE).

Equivalentemente,

▷ ***La presión*** es el cambio de cantidad de movimiento por área.

La unidad de presión es el pascal: 1 Pa que se define como 1 N/m^2. Una selección de los valores de presión que se encuentran en la naturaleza se da en la Tabla 44. La presión se mide con la ayuda de barómetros o instrumentos similares, tales como se muestran en la Figura 252. También el cuerpo humano está lleno de sensores de presión; las células Merkel de las puntas de los dedos son ejemplos de ello. Los exploraremos más adelante.

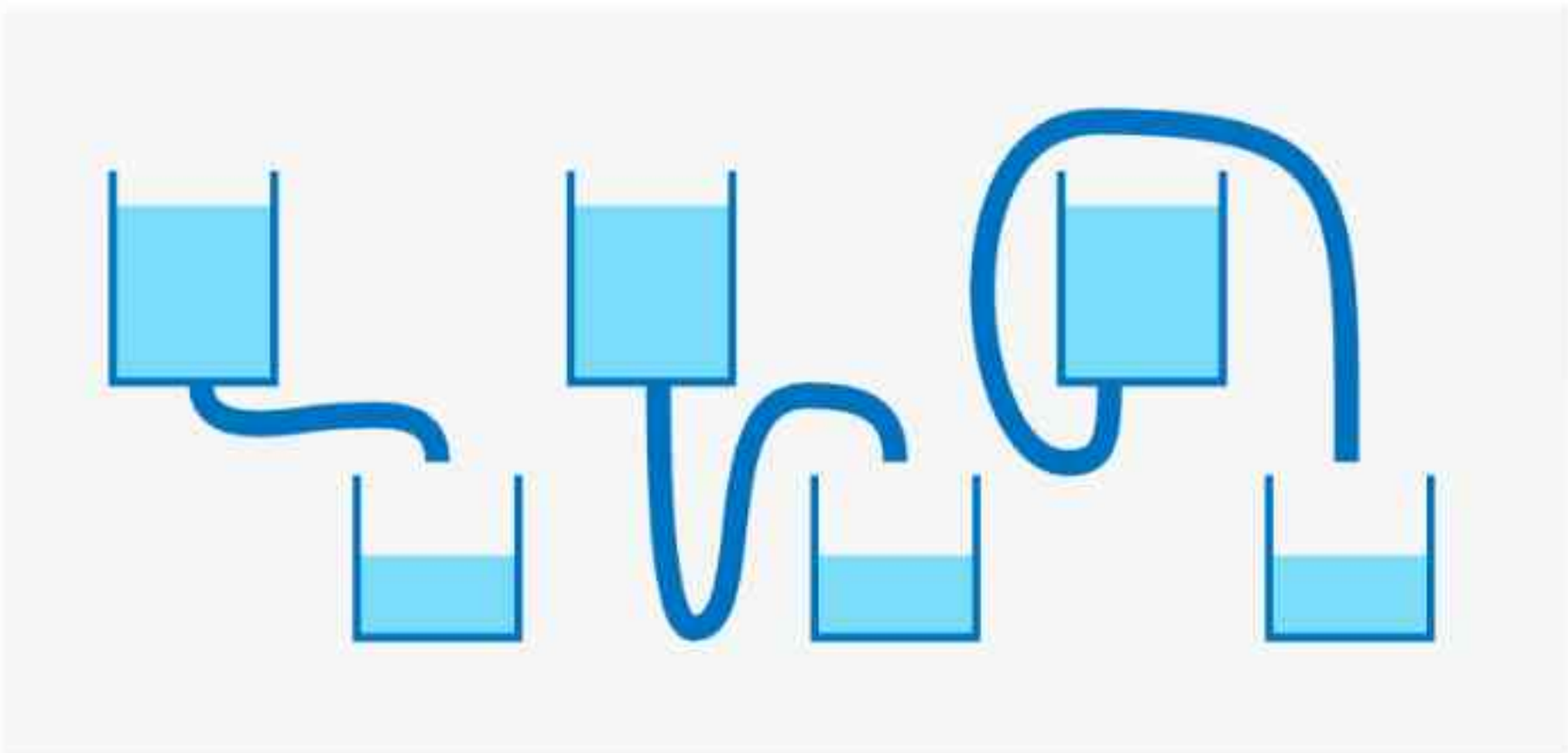
Vol. V, página ??

En el interior de un fluido, la presión no tiene una dirección favorita. En el límite de un fluido, la presión actúa en la pared del contenedor. La presión no es una propiedad simple. ¿Puede explicar las observaciones de la Figura 254? Si la paradoja hidrostática -un efecto de los llamados *vasos comunicantes*- no fuera cierta, sería fácil hacer los «perpetuum mobile». ¿Puede pensar en un ejemplo? Otro enigma sobre la presión se da en la Figura 255.

Desafío 584 e

El aire tiene una presión considerable, del orden de 100 kPa. Como resultado, no es fácil hacer el vacío; en realidad, las fuerzas cotidianas son a menudo demasiado débiles para superar la presión del aire. Esto se conoce desde hace varios siglos como muestra la Figura 256. Su laboratorio de física favorito debe tener una bomba de vacío y un par de (pequeños) *hemisferios de Magdeburgo*; diviértase experimentando por sí mismo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



Desafío 583 s FIGURA 255 Un puzzle: ¿Qué método de vaciado de un contenedor es más rápido? ¿Funciona el método del lado derecho?

FIGURA 256 La presión del aire produce fuerzas sorprendentemente grandes, especialmente en grandes objetos que encierran un vacío. Esto ha sido regularmente demostrado a lo largo de los años desde 1654, en el que Otto von Guericke lo hizo con la ayuda de los llamados *hemisferios de Magdeburgo* y, sobre todo, con las diversas bombas de vacío que él inventó (© Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft, Deutsche Fotothek).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 257 Izquierda: flujos laminares *no-estacionario* y *estacionario*; derecha: ejemplo de flujo *turbulento* (© Martin Thum, Steve Butler).

Flujo laminar y turbulento

Como todo movimiento, el movimiento de un fluido obedece a la conservación de energía. Para los fluidos en los que ninguna energía se transforme en calor, la conservación de la energía es particularmente simple. Un movimiento que no genere calor es un movimiento sin torbellinos; tal movimiento del fluido se califica de *laminar*. En el caso especial de que la velocidad del fluido en cualquier punto no varíe con el tiempo, el flujo se llama *estacionario*. El flujo no-laminar se llama *turbulento*. Las Figura 251 y Figura 257 muestran ejemplos de ellos.

Para el movimiento que es a la vez laminar y estacionario, la conservación de la energía se puede expresar con ayuda de la velocidad, v, y la presión, p:

$$\tfrac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g h = \text{const} \qquad (111)$$

donde h es la altura sobre el suelo, ρ es la densidad de masa y $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ es la aceleración gravitacional. Esto se conoce como la ecuación de *ecuación de Bernoulli*.* En esta ecuación, el último término sólo es importante si el fluido se levanta contra el suelo. El primer término es la energía cinética (por unidad de volumen) del fluido, y los otros dos términos son energías potenciales (por unidad de volumen). En realidad, el segundo

* Daniel Bernoulli (b. 1700 Bâle, d. 1782 Bâle), importante matemático y físico suizo. También su padre Johann y su tío Jakob eran matemáticos famosos, al igual que sus hermanos y algunos de sus sobrinos. Daniel Bernoulli publicó muchos resultados matemáticos y físicos. En física, estudió la separación del movimiento compuesto en traslación y rotación. En 1738 publicó su *Hydrodynamique*, en la que dedujo todos los resultados desde un único principio, nominándolo, conservación de la energía. La llamada *ecuación de Bernoulli* establece que la presión de un fluido disminuye cuando aumenta su velocidad. Estudió las mareas y muchos problemas mecánicos complejos, y explicó la 'ley' de Boyle-Mariotte de los gases. Por sus publicaciones ganó diez veces el prestigioso premio de la Academia Francesa de las Ciencias - un precursor del Premio Nobel -.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

término es la energía potencial (por unidad de volumen) que resulta de la compresión
Desafío 585 e del fluido. Esto es debido a una segunda forma de definir la presión:

▷ ***La presión*** es una energía potencial por unidad de volumen.

La conservación de energía implica que cuanto menor es la presión, mayor llega a ser la velocidad de un fluido. Podemos usar esta relación para medir la velocidad de un flujo estacionario de agua en una tubería. Sólo tenemos que estrechar el tubo un poco en un lugar a lo largo del tubo, y medir la diferencia de presión antes y en la restricción del tubo. La velocidad v lejos de la constricción está dada por $v = k\sqrt{p_1 - p_2}$. ¿Cuál es el valor de
Desafío 586 s la constante k? Un dispositivo que utiliza este método es llamado medidor Venturi o venturímetro.

Ahora pensemos en el flujo del agua. Si la geometría de un sistema se mantiene fija y se aumenta la velocidad del fluido - o se incrementa la velocidad relativa de un cuerpo en el agua -, a una cierta velocidad se observa una transición: el agua pierde su claridad, el flujo ya no es estacionario y deja de ser laminar. Se puede observar la transición siempre que se abra un grifo de agua: a una cierta velocidad, el flujo cambia de laminar a turbulento. Desde este punto en adelante, la ecuación (111) de Bernoulli ya *no* es válida.

La descripción precisa de la turbulencia no ha sido todavía lograda. Es ciertamente el más arduo de todos los problemas en física. Cuando se le preguntó al joven Werner Heisenberg si quería continuar la investigación sobre la turbulencia, se negó - con razón - diciendo que era demasiado difícil; se volvió hacia algo más fácil y descubrió y desarrolló la mecánica cuántica en su lugar. La turbulencia es un tema tan vasto, con muchos de sus conceptos todavía mal establecidos, que a pesar del número y la importancia de sus aplicaciones, solamente ahora, en el comienzo del siglo XXI, sus secretos comienzan a
Ref. 272 desentrañarse.

Se cree que las ecuaciones que describen los fluidos en movimiento, las llamadas *ecuaciones de Navier–Stokes*, son suficientes para entender la turbulencia.* Pero las matemáticas tras ellas son alucinantes. Hay incluso un premio de un millón de dólares ofrecido por el Clay Mathematics Institute para la realización de ciertos pasos en el camino a la resolución de las ecuaciones.

Sistemas importantes que muestran el flujo laminar, los vórtices y la turbulencia al mismo tiempo son las alas y las velas. (Ver Figura 258.) Todas las alas funcionan mejor en modo laminar. La esencia de un ala es impartir al aire una velocidad descendente con la menor turbulencia posible. (El objetivo de minimizar la turbulencia es la razón por la que se curvan alas. Si el motor es muy potente, un ala plana inclinada en un cierto ángulo también mantiene al avión en el aire. No obstante, el consumo de combustible aumenta dramáticamente. Sin embargo, una fuerte turbulencia también es una ventaja para aterrizar con seguridad.) Alrededor del ala de un pájaro o de un avión volando, la velocidad de descenso del aire de salida conduce a una fuerza centrífuga que actúa
Ref. 273 sobre el aire que pasa sobre el ala. Esto lleva a una presión más baja, y por lo tanto a una elevación. (Las alas por lo tanto *no* se basan en la ecuación de Bernoulli, donde una

* Llevan el nombre de Claude Navier (b. 1785 Dijon, d. 1836 Paris), importante ingeniero y constructor de puentes francés, y Georges Gabriel Stokes (b. 1819 Skreen, d. 1903 Cambridge), importante físico y matemático irlandés.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 258 La clase 'moth' (polilla) de vela: un barco de 30 kg que navega sobre el agua utilizando *hidroplanos*, es decir, las alas bajo el agua (© Bladerider International).

FIGURA 259 Varias capas de la atmósfera son visibles en esta fotografía de la puesta del sol tomada por la Estación Espacial Internacional, volando a varios cientos de millas de altitud (cortesía de la NASA).

presión más baja *a lo largo* del flujo conduce a una mayor velocidad del aire, como por desgracia, muchos libros tienen la costumbre de decir. Sobre un ala, la mayor velocidad está relacionada con la presión más baja *a través* del flujo.)

Las diferentes velocidades del aire por encima y por debajo del ala conducen a vórtices en el extremo de cada ala. Estos vórtices son especialmente importantes para el despegue de cualquier insecto, pájaro o avión. Más detalles sobre las alas se discutirán más adelante.

Vol. V, página ??

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

La atmósfera

La atmósfera, un velo sutil alrededor de nuestro planeta, que se muestra en la Figura 259, nos mantiene vivos. La atmósfera se compone de $5 \cdot 10^{18}$ kg de gases que rodean la Tierra. La densidad disminuye con la altura: el 50 % de la masa está por debajo de 5,6 km de altura, el 75 % dentro de los 11 km, el 90 % dentro de los 16 km y el 99,999 97 % dentro de los 100 km.*

A nivel del mar, la densidad atmosférica es, de promedio, 1,29 kg/m^3 - cerca 1/800 de la del agua - y la presión es 101,3 kPa; ambas disminuyen con la altura. La composición de la atmósfera a nivel del mar se da en página 552. También la composición varía con la altitud; además depende del tiempo atmosférico y el nivel de contaminación.

La estructura de la atmósfera se da en la Tabla 45. La atmósfera deja de comportarse como un gas por encima de la termopausa, en algún lugar entre 500 y 1000 km; por encima de este nivel, ya no hay colisiones atómicas. De hecho, se podría argumentar que la atmósfera deja de comportarse como un gas ordinario por encima de 150 km, cuando ya no se transmite ningún sonido audible, ni siquiera a 20 Hz, debido a la baja densidad atómica.

TABLA 45 Las capas de la atmósfera.

Capa	Altitud	Detalles
Exosfera	> 500 hasta unos 10 000 km	principalmente compuesto por hidrógeno y helio, incluye la *magnetosfera*, temperatura superior a 1000 °C, contiene muchos satélites artificiales y a veces los fenómenos de aurora, incluye, en su cumbre, la luminosa *geocorona*
Límites: *termopausa* o *exobase*	entre 500 y 1000 km	por encima: sin propiedades de 'gases', sin colisiones atómicas; por debajo: propiedades de gases, fricción para los satélites; la altitud varía con la actividad solar
Termosfera	desde 85 km hasta la termopausa	compuesta de oxígeno, helio, hidrógeno e iones, temperatura de hasta 2500 °C, presión 1 a 10 μPa; velocidad de infrasonidos alrededor de 1000 m/s; no hay transmisión de sonidos por encima de 20 Hz a alturas superiores 150 km; se encuentra la Estación Espacial Internacional y numerosos satélites; mencionado el Sputnik y la Lanzadera Espacial
Heterosfera	todo sobre la turbopausa	concepto separado que incluye todas las capas que muestran una mezcla difusa, es decir, la mayoría de la termosfera y la exosfera
Límites: *turbopausa* u *homopausa*	100 km	frontera entre la mezcla difusiva (arriba) y la mezcla turbulenta (abajo)
Homosfera	todo lo que hay debajo de la turbopausa	concepto separado que abarca la parte inferior de la termosfera y todos los niveles subyacentes

* La última altura recibe el nombre de *linea Kármán*; se trata de la altura convencional a la cual un sistema volador no se puede sustentar para volar más allá, por tanto se utiliza fracuentemente como límite entre la aeronáutica y la astronáutica.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 45 (Continuación) Las capas de la atmósfera.

Capa	Altitud	Detalles
Límites: *mesopausa*	85 km	temperatura entre −100°C y −85°C, la temperatura más baja 'sobre' la Tierra; la temperatura depende de la estación; contiene iones, que comprende una capa de sodio que se utiliza para actuar como una guía a las estrellas para telescopios
Mesosfera	desde la estratosfera hasta la mesopausa	la temperatura disminuye con la altitud, principalmente hidrógeno, contiene nubes noctilucentes, sprites, duendes, iones; quema la mayor parte de los meteoros, muestra mareas atmosféricas y una circulación desde el verano al invierno polar
Ionosfera o *magnetosfera*	60 km a 1000 km	un concepto separado que incluye todas las capas que contienen iones, a continuación, la exosfera, termosfera y una gran parte de la mesosfera
Límites: *estratopausa* (o mesopico)	50 a 55 km	temperatura máxima entre estratosfera y mesosfera; presión alrededor de 100 Pa, temperatura −15°C a −3°C
Estratosfera	hasta la estratopausa	estratificada, sin fenómenos atmosféricos, la temperatura aumenta con la altitud, seca, muestra oscilaciones cuasi-bienales, contiene la *capa de ozono* en sus inferiores 20 km, así como aviones y algunos globos
Límites: *tropopausa*	6 a 9 km en los polos, 17 a 20 km en el ecuador	temperatura −50°C, el gradiente de temperatura se anula, ya no hay agua
Troposfera	hasta la tropopausa	Contiene agua y muestra fenómenos atmosféricos; contiene la vida, las montañas y aviones; causa que las estrellas parpadean; la temperatura generalmente disminuye con la altitud; la velocidad del sonido es de unos 340 m/s
Límites: *capa límite planetaria* o *peplosfera*	0.2 a 2 km	parte de la troposfera que está influenciada por la fricción con la superficie de la Tierra; el espesor depende del paisaje y la hora del día

La física de la sangre y de la respiración

El movimiento del fluido es de vital importancia. Hay al menos cuatro sistemas de circulación de fluidos dentro del cuerpo humano. En primer lugar, la *sangre* fluye a través del sistema de la sangre por el corazón. En segundo lugar, el *aire* se hace circular dentro de los pulmones por el diafragma y otros músculos del pecho. En tercer lugar, la *linfa* fluye a través de los vasos linfáticos, se trasladó de forma pasiva por los músculos del cuerpo. En cuarto lugar, circula el *líquido cefalorraquídeo* alrededor del cerebro y la columna vertebral, movidos por los movimientos de la cabeza. Por esta razón, a los médicos les

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

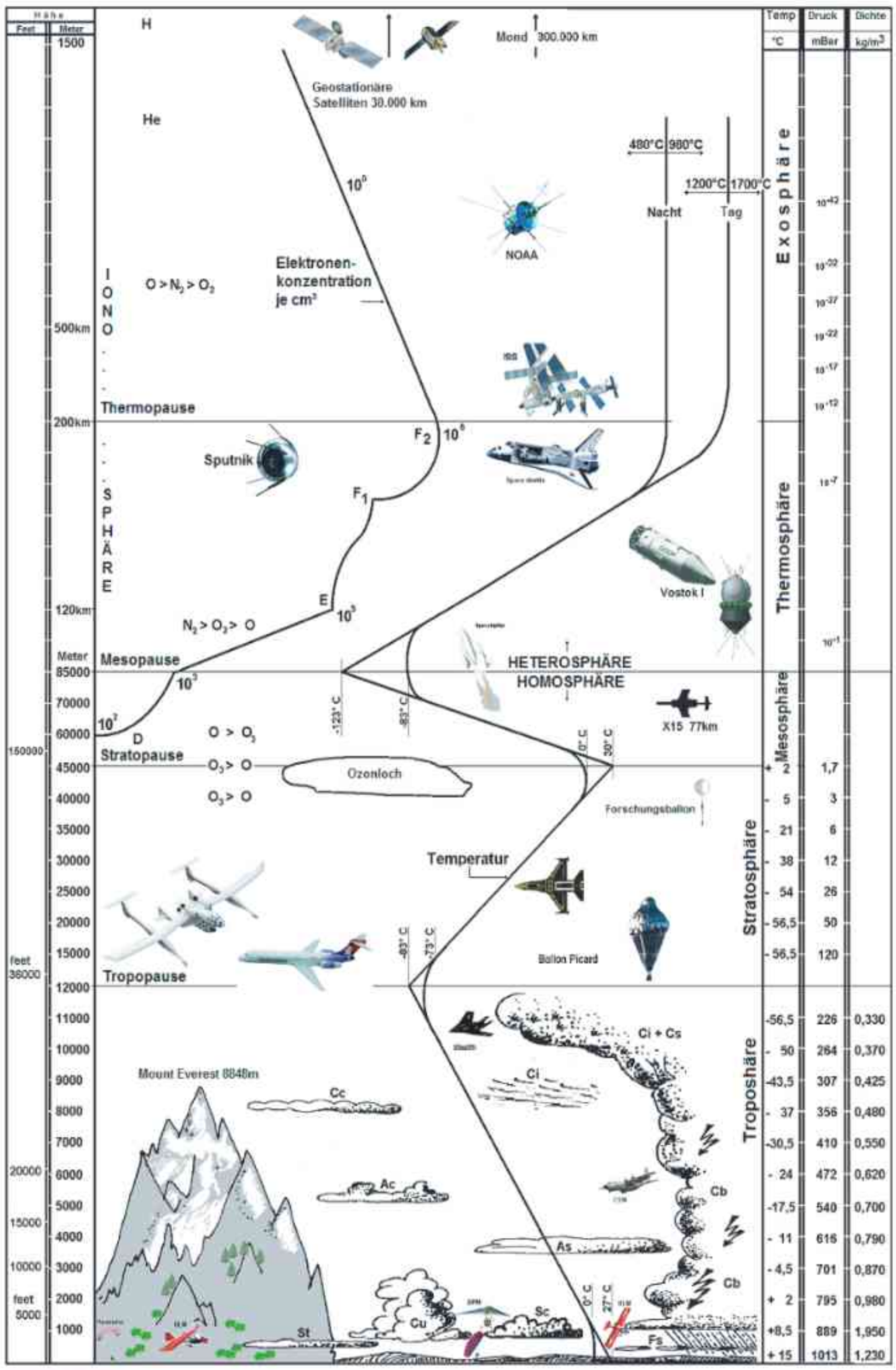


FIGURA 260 Las capas principales de la atmósfera (© Sebman81).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

gusta la afirmación simple de que: cada enfermedad es en última instancia debido a la mala circulación.

¿Por qué los seres vivos tienen sistemas circulatorios? La circulación es necesaria porque la difusión es demasiado lenta. ¿Puede detallar el argumento? Ahora vamos a explorar los dos sistemas de circulación principales en el cuerpo humano.

Desafío 587 e

La sangre nos mantiene vivos: transporta la mayor parte de las sustancias químicas necesarias para el metabolismo hacia y desde las diversas partes del cuerpo. El flujo de sangre es casi siempre laminar; la turbulencia existe sólo en las venas cavas. El corazón bombea la sangre alrededor de 80 ml por latido del corazón, aproximadamente 5 l/min. En reposo, un latido del corazón consume aproximadamente 1,2 J. El consumo es notable, debido a que la viscosidad dinámica de la sangre tiene un rango entre $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ Pa s (tres veces superior a la del agua) y 10^{-2} Pa s, dependiendo del diámetro del vaso sanguíneo; es más alta en los pequeños capilares. La velocidad de la sangre es mayor en la aorta, donde fluye a 0,5 m/s, y la más baja en los capilares, donde es de 0,3 mm/s. Como resultado, una sustancia inyectada en el brazo llega a los pies entre 20 y 60 s después de la inyección.

De hecho, todos los animales tienen una velocidad similar de circulación de la sangre, por lo general entre 0,2 m/s y 0,4 m/s. ¿Por qué?

Desafío 588 ny

Para conseguir la circulación de la sangre, el corazón produce una presión (sistólica) de aproximadamente 16 kPa, lo que corresponde a una altura de aproximadamente 1,6 m de la sangre. Este valor es necesario para el corazón de modo que pueda bombear la sangre a través del cerebro. Cuando el corazón se relaja, la elasticidad de las arterias mantiene la presión (diastólica) alrededor de 10 kPa. Estos valores se miden al nivel del corazón* Los valores varían mucho con la orientación y posición del cuerpo en el que se evalúan: la presión sistólica en el pie de un pie adulto alcanza 30 kPa, mientras que es 16 kPa en los pies de una persona acostada. Para un ser humano de pie, la presión en las venas de la pierna es 18 kPa, mayor que la presión arterial sistólica en el corazón. La presión alta en los pies y las piernas es uno de los motivos que conduce a las venas varicosas. La naturaleza usa muchos trucos para evitar problemas con la circulación sanguínea en las piernas. Las venas de las piernas de los seres humanos tienen *válvulas* para evitar que la sangre fluya hacia abajo; las jirafas tienen las piernas muy delgadas con la piel fuerte y apretada en las piernas por la misma razón. Lo mismo ocurre con otros animales de gran tamaño.

Al final de los capilares, la presión es sólo aproximadamente 2 kPa. La presión sanguínea más baja se encuentra en las venas que la llevan desde la cabeza al corazón, donde la presión puede ser también ligeramente negativa. Debido a la presión de la sangre, cuando un paciente recibe una *inyección* (intravenosa), la bolsa debe estar a una altura mínima por encima del punto de inyección donde la aguja entra en el cuerpo; valores de aproximadamente 0,8 a 1 m no causan problemas. (¿También se requiere una diferencia de altura para las transfusiones de sangre de persona a persona?) Debido a que las arterias tienen presión arterial más alta, para las inyecciones arteriales más excepcionales, los hospitales utilizan generalmente una bomba arterial, para evitar la necesidad de alturas no practicas de 2 m o más.

* La presión de la sangre medida en la parte superior de los brazos también difieren; para los diestros, la presión en el brazo derecho es mayor.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

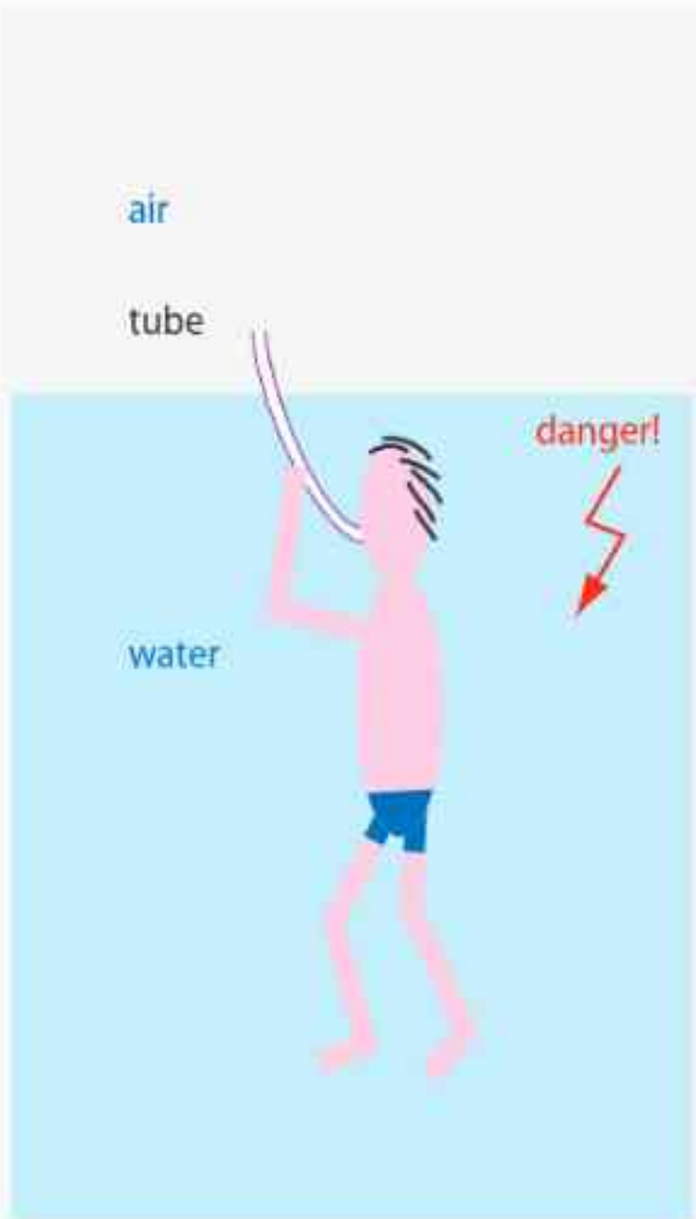


FIGURA 261 ¡Atención, peligro! Tratar de hacer esto destruirá sus pulmones irreversiblemente y podría causar su muerte.

Ref. 274 Investigaciones recientes han puesto de manifiesto lo que se sospechaba hacía bastante tiempo: en los capilares, las células de sangre roja cambian de forma y movimiento. La forma cambia dependiendo del diámetro del capilar y de la velocidad de flujo. En las venas mayores, las células de sangre roja generalmente bajan por el torrente sanguíneo. En las venas más pequeñas, ruedan y en las que son todavía más pequeñas, se deformas de varias maneras. Estos cambios explican cómo la sangre fluye más fácilmente, es decir, con menor viscosidad, por las venas más delgadas. Se especula asimismo, que la alteración de estos cambios de forma podría estar relacionado con síntomas específicos y enfermedades.

La física de la respiración es igualmente interesante. Un ser humano no puede respirar a cualquier profundidad bajo el agua, incluso si tiene un tubo que vaya a la superficie, como se muestra en la Figura 261. A pocos metros de profundidad, tratar de hacerlo es inevitablemente *¡fatal*! Incluso a una profundidad de 50 cm solamente, el cuerpo humano sólo puede respirar de esta manera durante unos minutos, y puede quedar gravemente herido. ¿Por qué? Desafío 589 s

Dentro de los pulmones, el intercambio de gases con la sangre se produce en aproximadamente 300 millones de pequeñas esferas, los *alvéolos*, con un diámetro entre 0,2 y 0,6 mm. Se muestran en la Figura 245. Para evitar que los grandes crezcan y los pequeños colapsen - como en el experimento de la Figura 276– los alvéolos se cubren con un agente fosfolípido tensioactivo que reduce su tensión superficial. En los recién nacidos, el pequeño radio de los alvéolos y el bajo nivel del agente tensioactivo es la razón por la cual las primeras respiraciones y, a veces incluso las posteriores, requieren un gran Página 373 Página 418

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

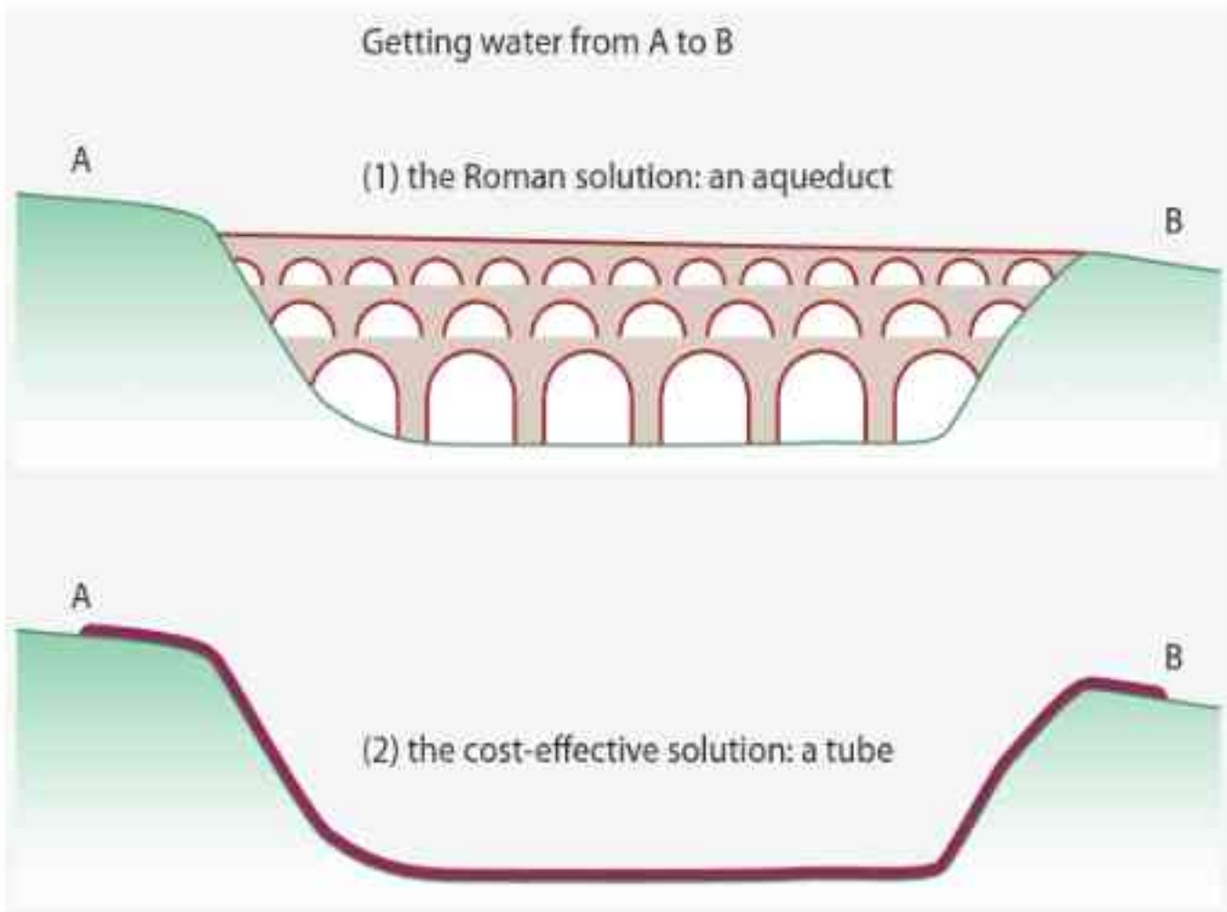


FIGURA 262 Desperdicio de dinero debido a la falta de conocimiento acerca de los fluidos.

esfuerzo.

Necesitamos cerca del 2 % de nuestra energía para respirar por nosotros mismos. La velocidad del aire en la garganta es de 3 m/s durante la respiración normal; al toser, puede ser de hasta un 50 m/s. El flujo de aire en los bronquios es turbulento; el ruido puede ser oído en un entorno tranquilo. En la respiración normal, los músculos de la respiración, en el pecho y el vientre, intercambian 0,5 l de aire; en una respiración profunda, el volumen puede llegar a 4 l.

La respiración es muy difícil en situaciones inusuales. Después de inmersiones con autorrespiradores (scuba o escafandra)* más profundas que unos pocos metros durante más de unos pocos minutos, es importante salir poco a poco, para evitar una embolia potencialmente fatal. ¿Por qué? Lo mismo puede ocurrir a los participantes en un vuelo a gran altitud con globos o aviones, para paracaidismo de gran altura y cosmonautas.

Desafío 590 e

Curiosidades y divertidos retos sobre fluidos

¿Qué pasa si la gente no sabe las reglas de la naturaleza? La respuesta es la misma desde hace 2000 años: el dinero de los contribuyentes se desperdicia o su salud está en peligro. Uno de los ejemplos más antiguos, los acueductos de época romana, como se muestran en la Figura 262. Sólo existen porque los romanos no sabían cómo se mueven los fluidos. Ahora ya sabe por qué no se hacen más acueductos.

Pero el uso de una manguera de agua 1 o 2 m la manera mostrada en la Figura 262 o en la Figura 255 para el transporte de gasolina puede ser peligroso. ¿Por qué?

Desafío 591 s

* *

Tome un cartón de leche vacío, y haga un agujero en un lado, 1 cm por encima del fondo.

* Originalmente, 'scuba' es la abreviatura de 'self-contained underwater breathing apparatus (autorespirador subacuático autónomo)'. El dispositivo central, el 'pulmón de agua', fue inventado por Emile Gagnan y Jacques Cousteau; mantiene la presión del aire siempre al mismo nivel que la presión del agua.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

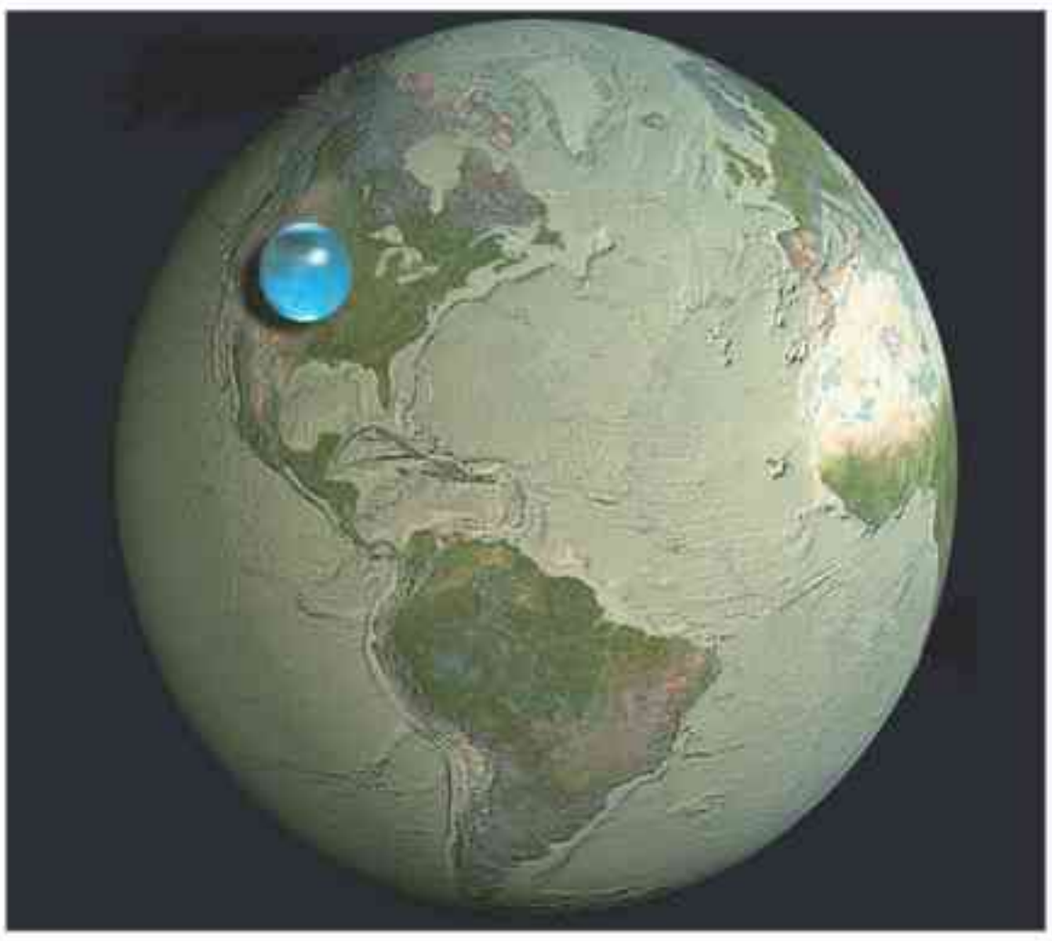


FIGURA 263 Toda el agua de la Tierra formaría una esfera con un radio de unos 700 km, como se ilustra en este gráfico generado por ordenador. (© Jack Cook, Adam Nieman, Woods Hole Oceanographic Institution, Howard Perlman, USGS)

A continuación, haga dos agujeros cada 5 cm por encima del anterior. Si se llena el envase con agua y se pone sobre una mesa, ¿cuál de las tres corrientes llega más lejos? Y si se
Desafío 592 e pone el cartón en el borde de la mesa, de manera que los flujos caigan al suelo?

* *

Su bañera está llena de agua. Usted tiene un recipiente sin marcas de 3 litros y otro recipiente también sin marcar de 5 litros. ¿Cómo puede obtener 4 litros de agua de la bañera?
Desafío 593 e

* *

¿Cual es la manera más fácil de crear un chorro supersónico de aire? Simplemente consiste en dejar caer una bola de billar en un cubo lleno de agua. Llevó mucho tiempo
Ref. 275 descubrir este método tan simple. Disfrute investigando este asunto.

* *

Los fluidos son importantes para el movimiento. Las arañas tienen músculos para flexionar las patas, pero no tienen músculos para extenderlas. ¿Cómo estiran sus patas?

En la 1944, Ellis descubrió que las arañas extienden las patas con medios hidráulicos: aumentan la presión de un fluido en el interior de las patas; esta presión alarga las patas
Ref. 276 de manera semejante a como la presión del agua endurece una manguera de jardín. Si lo prefiere, las patas de la araña por tanto trabajan un poco 'como el brazo de una excavadora'. Es por eso que las arañas tienen las patas dobladas cuando mueren. El mecanismo del fluido funciona bien: también es utilizado por las arañas que saltan.

* *

¿De dónde provino el agua de los océanos - cuya cantidad se ilustra en la Figura 263? Curiosamente, esta pregunta ¡no está totalmente resuelta! En la temprana edad de la Tierra, las altas temperaturas hicieron que toda el agua se evaporara y escapara hacia el espa-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

cio. Así que ¿de dónde vino el agua que tenemos hoy? (Por ejemplo, ¿podría provenir el hidrógeno de la radiactividad del núcleo de la Tierra?) La propuesta más plausible es que el agua proviene de los cometas. Los cometas están compuestos, en gran medida, de hielo. Los cometas que golpearon la Tierra en el pasado distante parecen haber formado los océanos. En 2011, se demostró por primera vez, por el telescopio espacial infrarrojo Herschel de la Agencia Espacial Europea, que los cometas del cinturón de Kuiper - en contraste con los cometas del sistema solar interior - tienen hielo con la misma composición de isótopos de oxígeno que los océanos de la Tierra. El origen de los océanos en los cometas parece cerca de la confirmación final.

* *

La física del buceo bajo el agua, en particular el del buceo en apnea, está lleno de maravi-
Ref. 278 llas y de efectos que todavía no se entienden. Por ejemplo, cada campeón de apnea sabe que es muy difícil mantener la respiración durante cinco o seis minutos mientras estaba sentado en una silla. Pero si se hace lo mismo en una piscina, la hazaña se convierte en fácilmente alcanzable para los modernos campeones de apnea. No está completamente claro por qué este es el caso.

Hay muchas disciplinas de buceo en apnea. En 2009, el récord de buceo apnea sin límite es la increíble profundidad de 214 m, logrado por Herbert Nitsch. El tiempo récord de apnea estática es más de once minutos, y, con la hiperventilación con oxígeno puro, más de 22 minutos. El récord de apnea dinámica, sin aletas, es 213 m.

Cuando un buceador en apnea alcanza una profundidad de 100 m, la presión del agua corresponde a un peso de más de 11 kg en cada centímetro cuadrado de su piel. Para evitar los problemas de compensación de la presión del oído a grandes profundidades, un buzo tiene que inundar la boca y la tráquea con agua.Sus pulmones se han reducido a un onceavo de su tamaño original, al tamaño de manzanas. La presión del agua desplaza casi toda la sangre desde las piernas y los brazos al tórax y al cerebro. A 150 m, no hay luz, y no hay sonido - sólo el latido del corazón. Y el latido del corazón es lento: sólo hay un latido cada siete u ocho segundos. Él se siente relajado y eufórico al mismo tiempo. Ninguna de estas fascinantes observaciones se entiende completamente.

Los cachalotes, *Physeter macrocephalus*, pueden permanecer bajo el agua más de media hora, y sumergirse a una profundidad de más de 3000 m. Las focas de Weddell *Leptonychotes weddellii*, pueden permanecer bajo el agua durante una hora y media. Los mecanismos no están claros, aunque parecen implicar a la hemoglobina y la neuroglobina. La investigación de los mecanismos es interesante, porque la capacidad de buceo fortalece el cerebro. Por ejemplo, las ballenas de cabeza arqueada, *Balaena mysticetus*, no sufren derrames cerebrales ni degeneración cerebral, a pesar de que llegan a más de 200 años de edad.

* *

Los récords de apnea muestran los efectos beneficiosos del oxígeno en la salud humana. Por tanto, una *botella de oxígeno* es un elemento común entre los equipos médicos de primeros auxilios.

* *

¿Cuál es el récord de velocidad para el movimiento bajo el agua? Probablemente pocos

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

lo saben: es un secreto militar. De hecho, la respuesta tiene que ser dividida en dos. La velocidad más rápida publicada para un *proyectil* bajo el agua, casi completamente encerrado en una burbuja de gas, es 1550 m/s, más rápido que la velocidad del sonido en el agua, logrado a través de una distancia de unos pocos metros en un laboratorio militar en la década de 1990. El sistema más rápido *con un motor* parece ser un torpedo, también se mueve principalmente en una burbuja de gas, que llega a más de 120 m/s, por lo tanto más rápido que cualquier coche de carreras de fórmula 1. La velocidad exacta alcanzada es mayor y secreta, como el método de encerrar los objetos bajo el agua en burbujas de gas, llamado *supercavitación*, es un tema de investigación de los ingenieros militares en todo el mundo.

El pez más rápido, el pez vela *Istiophorus platypterus*, alcanza 22 m/s, pero se sospechan velocidades de hasta 30 m/s. Los *objetos tripulados* más rápidos son submarinos militares, cuyas velocidades son secretas, pero se cree que están alrededor de 21 m/s. (Todos los ingenieros navales militares en este mundo, con los enormes presupuestos que tienen, no son capaces de hacer que los submarinos sean más rápidos que los peces. La razón de que los aviones sean más rápidos que las aves es evidente: los aviones no fueron desarrollados por ingenieros militares, sino por ingenieros civiles). El submarino más rápido de propulsión humana alcanzan alrededor de 4 m/s. Uno puede adivinar que si los desarrolladores de submarinos de propulsión humana tuvieran el mismo presupuesto de desarrollo que los ingenieros militares, sus máquinas probablemente serían más rápidas que los submarinos nucleares.

No hay listas de récords para natación bajo el agua. Se sabe que nadar bajo el agua es más rápido que el nadar en estilo braza, el estilo espalda o el estilo delfín por encima del agua: esa es la razón por la que nadar bajo el agua a grandes distancias está prohibido en las competiciones en estos estilos. Sin embargo, no se sabe si los récords de estilo crowl son más rápidos o más lentos que los récords para el estilo de natación más rápido por debajo del agua. ¿Cual es más rápido en su propio caso?

Desafío 594 e

* *

¿Cuánta agua es necesaria para humedecer el aire de una habitación en invierno? A 0°C, la presión de vapor de agua es de 6 mbar, a 20°C es 23 mbar. Como resultado de ello, calentar el aire en el invierno da como máximo una humedad del 25 %. Para aumentar la humedad en un 50 %, por lo tanto se requiere aproximadamente 100 m^3.

Desafío 595 e

* *

La tensión superficial puede ser peligrosa. Un hombre que sale de una piscina está mojado. Lleva alrededor de medio kilogramo de agua en su piel. En contraste, un insecto húmedo, tal como una mosca doméstica, lleva muchas veces encima su propio peso de agua. Es incapaz de volar y por lo general muere. Por lo tanto, la mayoría de los insectos se quedan tan lejos del agua como puedan - o al menos utilizan una trompa larga.

* *

El corazón humano bombea la sangre a una velocidad de aproximadamente 0,1 l/s. Un *capilar* típico tiene el diámetro de un glóbulo rojo, alrededor de 7 μm, y en él la sangre se mueve a una velocidad media de un milímetro por segundo. ¿Cuántos vasos capilares hay en un ser humano?

Desafío 596 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Usted está en un barco que flota en un estanque con una piedra, un cubo de agua y un trozo de madera. ¿Qué sucede con el nivel del agua del estanque después de tirar la piedra en ella? ¿Y después de tirar el agua en el estanque? ¿Y después de tirar el trozo de madera?
Desafío 597 s

* *

Desafío 598 s Un barco sale de un río y penetra en el mar. ¿Qué sucede?

* *

Ponga un globo de goma en el fondo de una botella y deje que cuelgue dentro de la botella. ¿Cuánto puede usted hinchar el globo dentro de la botella?
Desafío 599 e

* *

Ponga un globo de helio en su coche. Acelere y conduzca por curvas. ¿En qué dirección se mueve el globo?
Desafío 600 s

* *

Ponga una bola pequeña de papel en el cuello de una botella horizontal y pruebe a soplar en la botella para hacerla entrar. El papel va a volar *hacia* usted. ¿Por qué?
Desafío 601 e

* *

Es posible hacer saltar un huevo de una huevera (copa) a una segunda que esté justo detrás de ella soplando encima. ¿Puede realizar este truco?
Desafío 602 e

* *

En el siglo XVII, los ingenieros que necesitaban bombear agua se enfrentaron a un desafío. Para bombear el agua desde los pozos mineros a la superficie, ninguna bomba de agua lograba más de 10 m de diferencia de altura. Para dos veces esa altura, siempre se necesitaban dos bombas en serie, conectadas por un depósito intermedio. ¿Por qué? Entonces, ¿cómo los árboles logran bombear agua hacia arriba hasta alturas más grandes?
Desafío 603 s

* *

Cuando el hidrógeno y el oxígeno se combinan para formar agua, la cantidad en volumen de hidrógeno que se necesita es exactamente el doble de la cantidad de oxígeno, si no queda gas después de la reacción. ¿Cómo confirma esta observación la existencia de los átomos?
Desafío 604 s

* *

Desafío 605 s ¿Cómo se hacen los bombones de chocolate rellenos de licor? Tenga en cuenta que el alcohol no se inyecta en ellos después, porque no habría manera de mantener el resultado lo suficientemente estanco.

* *

¿Cuántas veces puede rebotar una piedra cuando se lanza sobre la superficie del agua? El presente récord mundial se logró en 2002: 40 saltos. Más información se tiene sobre el

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

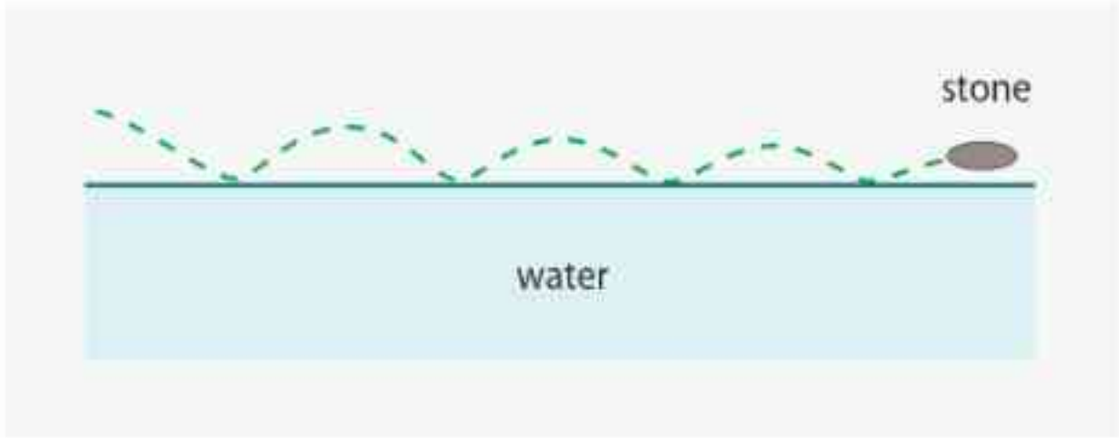


FIGURA 264 ¿Cuál es su registro personal de saltos de piedra ?

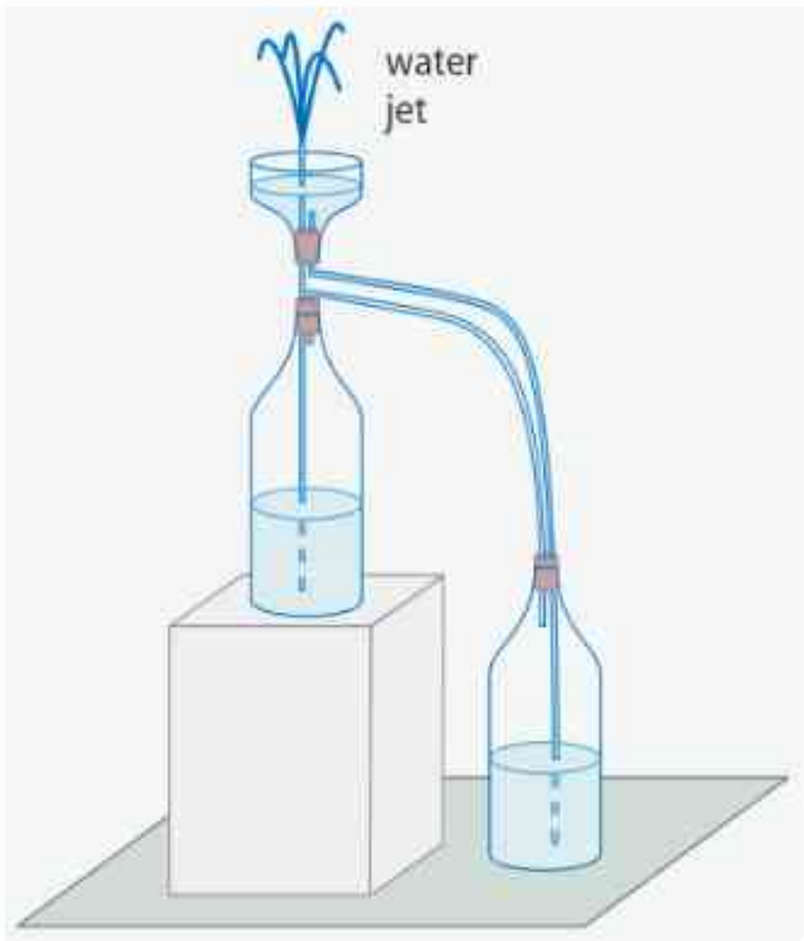


FIGURA 265 Fuente de Heron en funcionamiento.

Ref. 279 récord mundial anterior, alcanzado en 1992: una piedra plana y triangular del tamaño de la palma, fue lanzada con una velocidad de 12 m/s (otros dicen 20 m/s) y una velocidad de rotación de aproximadamente 14 revoluciones por segundo a lo largo de un río, abarcó unos 100 m con 38 saltos. (La secuencia fue filmada con un grabador de vídeo desde un puente.)

¿Qué necesitaría hacer para aumentar el número de rebotes? ¿Se puede construir una
Desafío 606 r máquina que sea mejor lanzadora que usted?

* *

El componente más abundante de aire es nitrógeno (aproximadamente 78 %). El segun-
Desafío 607 s do componente es oxígeno (aproximadamente 21 %). ¿Cuál es el tercero?

* *

¿Qué sistema de la vida diaria tiene una presión menor que la de la atmósfera y por lo
Desafío 608 s general mata a una persona si la presión se eleva hasta el valor atmosférico habitual?

* *

El agua puede fluir hacia arriba: la fuente de Herón muestra esto con mayor claridad. He-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

rón de Alejandría (*c.* 10 hasta *c.* 70) la describió hace 2000 años; se construye fácilmente en casa, usando algunas botellas de plástico y un poco de tubería. ¿Cómo funciona?
Desafío 609 s ¿Cómo se pone en marcha?

* *

Una bombilla se coloca, bajo el agua, en un cilindro de acero estable con un diámetro de 16 cm. Un coche Fiat Cinquecento original (500 kg) se coloca sobre un pistón que
Desafío 610 s empuja sobre la superficie del agua. Resistirá la bombilla?

* *

Desafío 611 s ¿Cuál es el gas más denso? ¿Y el vapor más denso?

* *

Cada año, el Instituto de Sistemas Marítimos de la Universidad de Rostock organiza un concurso. El desafío es construir un barco de papel con la mayor capacidad de carga. El barco de papel debe pesar como máximo 10 g y cumplir con algunas condiciones adicionales; la capacidad de carga se mide mediante el vertido de perdigones de plomo en ella, hasta que el barco se hunde. El registro de 2008 se sitúa en 5,1 kg. ¿Puede conseguir este
Desafío 612 e valor? (Para obtener más información, consulte el sitio web www.paperboat.de)

* *

Desafío 613 s ¿Es posible utilizar el viento para moverse de frente contra el viento?

* *

Medir la velocidad del viento es una tarea importante. Dos métodos permiten medir la velocidad del viento, a una altitud de aproximadamente 100 m desde el suelo: *sodar*, es decir, detección de sonido y alineamiento, y *lidar*, a saber, la detección de la luz y alineamiento. Dos dispositivos típicos se muestran en la Figura 266. El sodar también trabaja para el aire limpio, mientras que el lidar necesita de aerosoles.

* *

Una versión moderna de una vieja pregunta - ya planteada por el físico Daniel Colladon (b. 1802 Geneva, d. 1893 Geneva) -es la siguiente. Un barco de masa m en un río es arrastrado por caballos trotando por la orilla del río y atados mediante cuerdas. Si el río fuera de helio superfluido, lo que significa que no hay fricción entre el buque y el río, ¿cuál es la energía es necesaria para empujar el barco contra corriente a lo largo del río hasta
Desafío 614 s franquear una altura h?

* *

Una leyenda urbana pretende que en la parte inferior de las grandes cascadas que no hay
Desafío 615 e suficiente aire para respirar. ¿Por qué es incorrecto?

* *

El físico e inventor suizo Auguste Piccard (b. 1884 Basel, d. 1962 Lausanne) fue un famoso explorador. Entre otros lugares, exploró la estratosfera: llegó a la altura récord de 16 km en su *aerostato*, un globo de gas hidrógeno. Dentro de la cabina hermética colgando

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 266 Dos sistemas de medición del viento: un sistema sodar y un sistema lidar (© AQSystems, Leosphere).

debajo de su globo, tenía la presión de aire normal. Sin embargo, tenía que introducir varias cuerdas atadas al globo en la cabina, con el fin de ser capaz de tirar y aflojar con ellas, ya que controlaban su globo.. ¿Cómo introdujo las cuerdas en la cabina, mientras que al mismo tiempo evitaba que el aire se escapara?

Desafío 616 s

* *

Un ser humano en el aire cae con una velocidad límite de unos 50 m/s (el valor depende de la ropa). ¿Cuánto tiempo se tarda en caer desde un avión a 3000 m a una altura de 200 m?

Desafío 617 e

* *

Para tener una idea del tamaño del número de Avogadro y de Loschmidt, se hacen habitualmente dos preguntas . En primer lugar, en promedio, ¿cuál es el número de moléculas o átomos que se inhala en cada respiración que han sido previamente exhalados por Cé-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 267 Una gota de agua en una cacerola: un ejemplo del efecto Leidenfrost(© Kenji Lopez-Alt).

sar? En segundo lugar, en promedio, ¿cuál es el número de átomos de Jesús que come
Desafío 618 s todos los días? A pesar de que la Tierra es grande, los números resultantes lo siguen diciendo todavía.

* *

Unas pocas gotas de té se escurren generalmente a lo largo de la parte inferior de la boquilla de una tetera (o caen sobre la mesa). Este fenómeno se ha simulado mediante simulaciones de supercomputación del movimiento de líquidos, por Kistler y Scriven,
Ref. 280 usando las ecuaciones de Navier-Stokes. A pesar de eso, las teteras todavía siguen derramando gotas.

* *

Las mejores pompas de jabón gigantes se pueden hacer mezclando 1,5 l de agua, 200 ml de jarabe de maíz y 450 ml de detergente. Mezcle todo junto y luego deje reposar durante cuatro horas. A continuación, puede hacer que las burbujas sean más grandes por inmersión de un anillo metálico de hasta 100 mm de diámetro en la mezcla. Pero, ¿por
Desafío 619 s qué revientan las pompas de jabón?

* *

Una gota de agua que cae en un recipiente que contiene aceite moderadamente caliente se evapora inmediatamente; sin embargo si el aceite está muy caliente, por encima de 210°C, baila en la superficie del aceite durante un tiempo considerable. Los Cocineros prueban la temperatura del aceite de esta manera. ¿Por qué tienen lugar este lla-
Desafío 620 s mado *efecto Leidenfrost*? El efecto se llama así por el teólogo y físico Johann Gottlob Leidenfrost (b. 1715 Rosperwenda, d. 1794 Duisburg). Para una demostración impresionante e instructiva de este efecto con gotas de agua, véase el vídeo de la dirección www.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

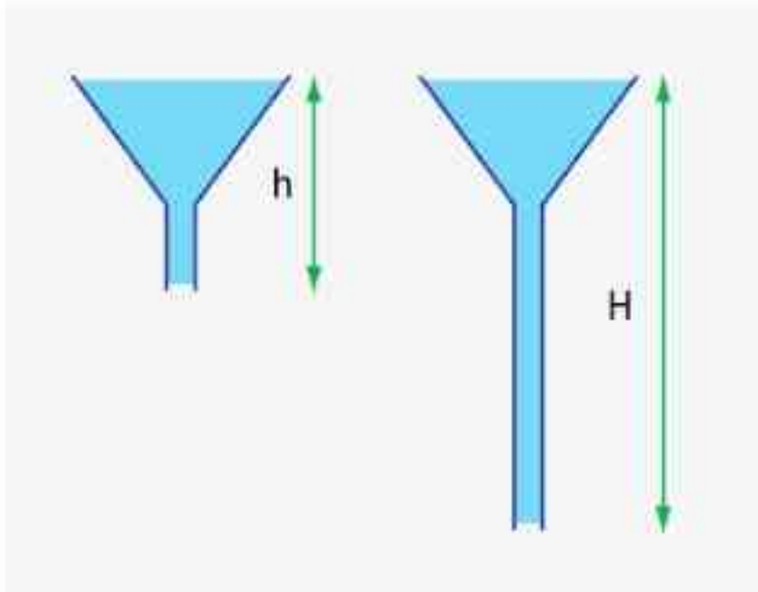


FIGURA 268 ¿Qué embudo se vacía antes?

thisiscolossal.com/2014/03/water-maze/. Este vídeo también muestra gotas de agua corriendo cuesta arriba y por un laberinto.

El efecto Leidenfrost permite hundir la mano desnuda en plomo fundido, mantener el nitrógeno líquido en la boca, comprobar si una plancha está caliente, o caminar sobre carbón caliente - si uno sigue varias reglas de seguridad, según ha explicado Jearl Walker. . (¡*No* intente hacer esto usted mismo! Muchas cosas pueden salir mal.) La condición principal es que la mano, la boca o los pies debe estar mojadas. Walker perdió dos dientes en una demostración y sus pies quedaron muy quemados en un paseo al no cumplir las reglas. Usted puede ver algunos vídeos de los efectos de una mano en nitrógeno líquido en www.popsci.com/diy/article/2010-08/cool-hand-theo y para el dedo en plomo fundido www.popsci.com/science/article/2012-02/our-columnist-tests-his-trust-science-dipping-his-finger-molten-lead.

Ref. 281

* *

¿Por qué las moléculas de aire no caen hacia el fondo del recipiente y se quedan allí?

Desafío 621 s

* *

¿Cuál de los dos embudos del agua en la Figura 268 se vacía más rápidamente? Aplicar la conservación de la energía para el movimiento del fluido (la ecuación de Bernoulli) para encontrar la respuesta correcta.

Desafío 622 s

Ref. 282

* *

Como hemos visto, el flujo rápido genera una depresión. ¿Cómo evitan los peces que sus ojos estallen cuando nadan rápidamente?

Desafío 623 s

* *

Las pelotas de golf tienen hoyuelos por las mismas razones que las pelotas de tenis son peludas y que la piel del tiburón y del delfín no es lisa: las asperezas de su superficie reducen la resistencia al flujo debido a que muchos pequeños remolinos producen menos fricción que unos pocos más grandes. ¿Por qué?

Desafío 624 ny

* *

La altura récord reconocida alcanzada por un helicóptero es de 12 442 m sobre el nivel

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

del mar, aunque también se ha reportado 12 954 m. (Se llegó a la primera altura en 1972, a la segunda en 2002, ambas por pilotos franceses en helicópteros franceses.). ¿Por qué, entonces, la gente todavía siguen utilizando sus piernas con el fin de llegar a la cima del
Desafío 625 s Monte Sagarmatha, la montaña más alta del mundo?

* *

Un hilo de coser anudado se encuentra libre en la superficie de un recipiente lleno de agua. El hecho de poner un poco de detergente líquido en el interior del área rodeada
Desafío 626 e por el hilo hace que ésta adopte inmediatamente una forma circular. ¿Por que?

* *

¿Cómo puede depositar un pañuelo bajo el agua usando un vaso y que permanezca com-
Desafío 627 s pletamente seco?

* *

¿Es usted capaz de sacar de un embudo una pelota de pimpón soplando? ¿Qué espera que ocurra si sopla a través de un embudo hacia una vela encendida?

* *

La caída de una hoja, con su trayectoria compleja, es todavía tema de investigación. Aún estamos lejos de predecir el tiempo que tardaría una hoja cayendo en llegar al suelo; el movimiento del aire alrededor de una hoja no es fácil de describir. Uno de los más simples fenómenos de hidrodinámica permanece igualmente como uno de los problemas más difíciles.

* *

Los fluidos exhiben muchos efectos interesantes. Las pompas de jabón están hechas de una delgada película esférica de líquido con aire a ambos lados. En 1932 se observaron por primera vez anti-pompas, delgadas películas esféricas de aire con líquido en ambos
Ref. 283 lados. En 2004, el físico belga Stéphane Dorbolo y su equipo mostraron que es posible producirlas en experiencias sencillas y, en particular, en las cervezas belgas.

* *

¿Ha dejado caer un caramelo Mentos en una botella de Coca Cola Light? Obtendrá un efecto interesante (hágalo bajo su propia responsabilidad). ¿Es posible construir un cohe-
Desafío 628 e te de esta manera?

* *

Un aguja puede flotar en el agua si la coloca cuidadosamente. Pruebe usando simplemente un tenedor. ¿Por qué flota?

* *

El Rin vierte alrededor de 2 300 m^3/s de agua en el Mar del Norte, el Río Amazonas unos
Desafío 629 e 120 000 m^3/s en el Atlántico. ¿Cuánto es esto menor que $c^3/4G$?

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 269 Un anillo de humo, de cerca de 100 m de tamaño, emitido desde la Boca Nueva del Monte Etna en 2000 (© Daniela Szczepanski en www.vulkanarchiv.de y www.vulkane.net).

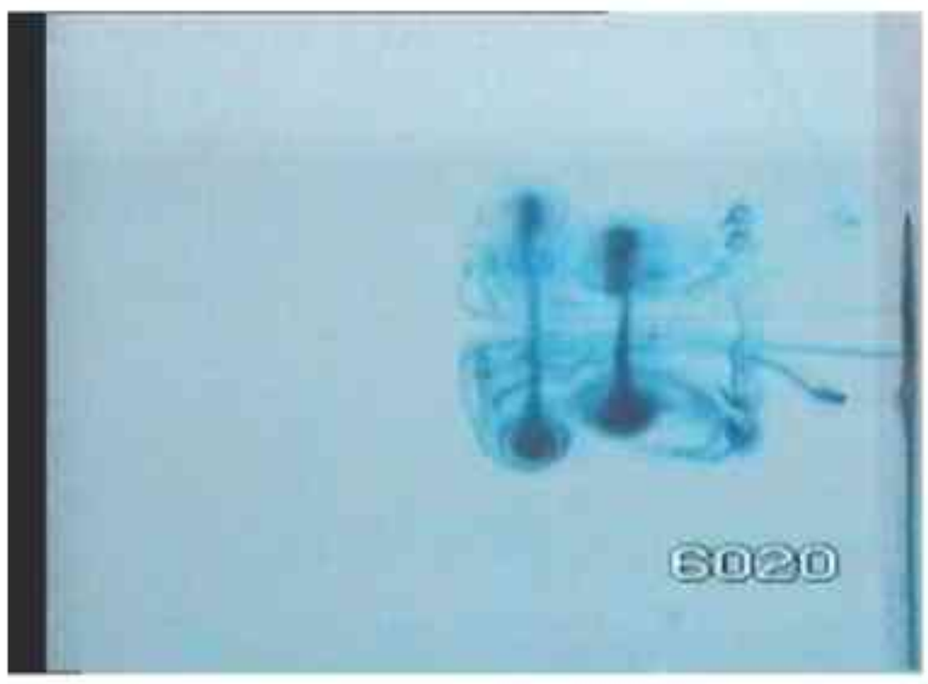


FIGURA 270 Dos vórtices de anillos imbricados. (QuickTime film © Lim Tee Tai)

Los fluidos muestran movimientos muy complejos. Para disponer de una visión de conjunto, eche una ojeada a la hermosa colección de la página web serve.me.nus.edu.sg/limtt. Entre los movimientos de los fluidos, los anillos de vórtices, como los emitidos por los fumadores o los volcanes, a menudo han disparado la imaginación. (Vea la Figura 269.) Uno de los ejemplos más fascinantes de movimiento de fluidos es el motivo de vórtices anulares imbricados unos en otros (como si saltaran a la pídola), mostrados en la Figura 270. Lim Tee Tai explica que es extremadamente difícil obtener más de dos anillos imbricados debido a que la más mínima desalineación de los anillos de vórtices conduce al colapso del sistema.

Desafío 630 e
Ref. 284

* *

Puede observarse un efecto sorprendente cuando se vierte *champú* en un plato: algunas

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

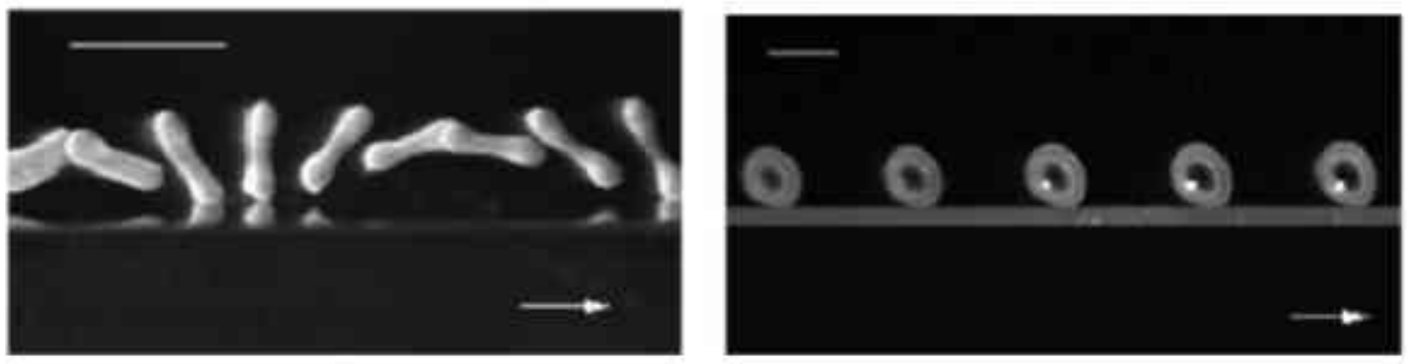


FIGURA 271 Las gotitas de agua cubiertas de polen rodando en un plano inclinado a 35 grados (no se muestra la inclinación) adoptan formas inesperadas. Las líneas grises tienen una longitud de 1 cm; las gotas esféricas tiene un radio inicial de 1.3 mm y 2.5 mm, respectivamente y la fotografía fue tomada a intervalos de 9 ms y 23 ms(© David Quéré).

veces un delgado chorro es eyectado desde la región donde el champú alcanza el plato. Se trata del llamado efecto Kaye, este efecto puede disfrutarse en la bella película producida por la Universidad de Twente que se encuentra en la web youtube.com/watch?v=GX4_3cV_3Mw.

* *

La mayoría de los animales tardan alrededor de 30 segundos en orinar. ¿Puede decir por
Desafío 631 e qué?

* *

Los aseos de los aviones son lugares peligrosos. En la década de 1990, una persona gorda se sentó en el asiento del inodoro y pulsó el botón de 'flush' mientras estaba sentado. (Nunca intente usted lo mismo.) La baja presión ejercida por el inodoro era tan fuerte que le sacó el intestino y la persona tuvo que ser llevada al hospital. (Todo terminó bien, por cierto.)

* *

Si uno rodea las gotitas de agua con el tipo correcto de polvo, las gotitas pueden rodar a lo largo de planos inclinados. Pueden rodar con una velocidad de hasta 1 m/s, mientras que en la misma superficie, el agua fluiría cien veces más lentamente. Cuando las gotitas bajan demasiado rápido, se convierten en discos planos; a una velocidad aún mayor, se
Ref. 285 obtiene una forma de rosquilla. Estas gotitas pueden incluso saltar y nadar.

* *

Es bien conocido que es más fácil ir en bicicleta tras un camión, un coche o una motocicleta, ya que la resistencia del viento es menor en esas situaciones. En realidad, el récord de velocidad en bicicleta. alcanzado por Fred Rompelberg en 1990, es de 74,7 m/s, o
Ref. 297 268,8 km/h y fue conseguido con un coche marchando delante de la bicicleta. Es más sorprendente que una motocicleta *detrás de* una bicicleta también reduzca la resistencia, hasta en un nueve por ciento. En 2016. Bert Blocken y su equipo confirmaros este efecto en un túnel de viento y con simulaciones numéricas. El efecto es, por tanto, suficiente para designar al ganador en las carreras de prólogo o en las pruebas de contrarreloj. De hecho, tres motocicletas rodando en fila por detrás de una bicicleta, pueden reducir el efecto de resistencia hasta un 14 por ciento. Esto ocurre porque las motocicletas que

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

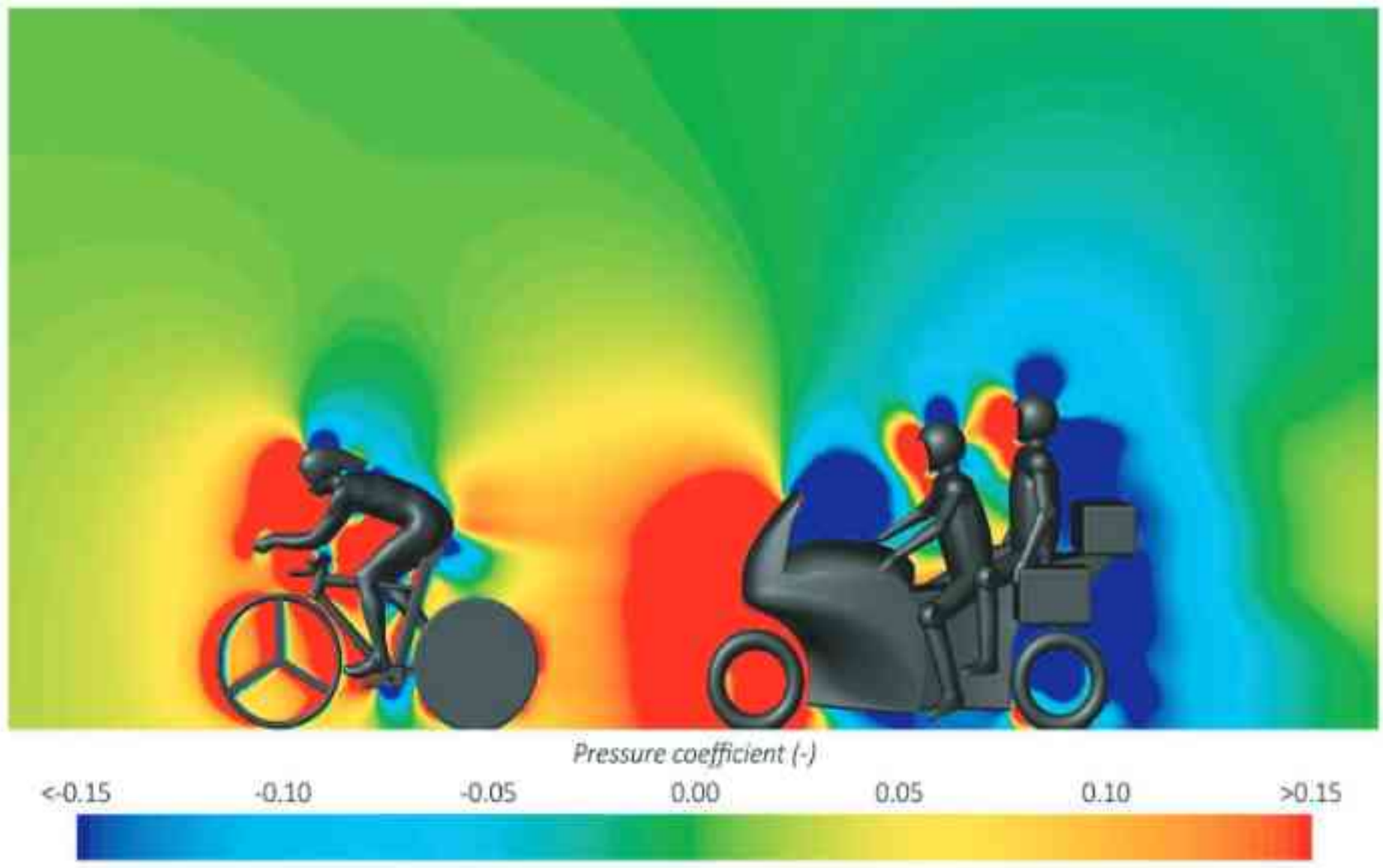


FIGURA 272 Una visualización por ordenador de las regiones de presión que envuelven a una bicicleta de carreras y a una motocicleta que la sigue. (© Technical University Eindhoven).

la siguen ocasionan una reducción en la región de baja presión - se muestra en rojo en la Figura 272 - detrás del corredor; con ello se reduce la resistencia aerodinámica del corredor en la bicicleta.

* *

Todos los fluidos pueden provocar vórtices. Por ejemplo, en el aire hay ciclones, tornados y mangas. Pero vórtices sólo existen en el mar. Estos tienen un tamaño entre 100 m y 10 km; su corta vida dura desde unas horas hasta un día. Los vórtices marinos mezclan las capas de agua en el mar y transportan calor, nutrientes y algas marinas. La investigación sobre sus propiedades y efectos está en sus comienzos.

Resumen sobre los fluidos

El movimiento de los fluidos es el movimiento de sus partículas constituyentes. El Movimiento del fluido (flujo) permite nadar, volar, la respiración, la circulación de la sangre, los vórtices y la turbulencia. El movimiento fluido puede ser *laminar* o *turbulento*. El flujo laminar que carece de cualquier fricción interna se describe por la ecuación de Bernoulli, es decir, por la conservación de energía. El flujo laminar con rozamiento interno cae más allá del alcance de este texto; es el flujo turbulento. La descripción exacta de movimiento del fluido turbulento es el problema más complicado de la física y aún no está resuelto del todo.

Moscow Multimedia - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 13

Sobre el calor y la invariancia del movimiento reversible

La leche derramada nunca regresa a su recipiente por sí misma. Cualquier objeto caliente, si se deja solo, empieza a enfriarse con el tiempo; nunca se calienta. Estas y muchas otras observaciones muestran que numerosos procesos de la naturaleza son *irreversibles*. Por otra parte, para una piedra que describa una trayectoria, es posible lanzar otra que siga la misma trayectoria en sentido inverso. El movimiento de las piedras es *reversible*. Otras observaciones muestran que la irreversibilidad sólo se encuentra en sistemas compuestos de *muchas* partículas, y que todos los sistemas irreversibles implican *calor*.

Nuestra experiencia cotidiana, incluyendo el calor humano, hornos y estufas, muestran que el calor fluye. *El calor se mueve*. Pero la falta de reversibilidad también muestra que el calor se mueve en una dirección especial. Ya que el calor aparece en los sistemas de muchas partículas, nos induce a explorar el siguiente enfoque global para la descripción del movimiento: la *física estadística*. La Física estadística, que incluye la *termodinámica*, el estudio de la temperatura y el calor, explica el origen de muchas propiedades de la materia y también la irreversibilidad observada en el flujo del calor.

¿Significa la irreversibilidad que el movimiento, en un nivel fundamental, no es invariante bajo la inversión, como pensaba el ganador del Premio Nobel Ilya Prigogine, uno de los padres de la auto-organización? En este capítulo se muestra que a pesar de sus muchos otros logros, estaba equivocado.** Para llegar a este resultado, primero tenemos que conocer los hechos básicos acerca de la temperatura y el calor; luego hablaremos de la irreversibilidad y la inversión del movimiento.

Ref. 286

Temperatura

Los cuerpos macroscópicos, es decir, los cuerpos hechos de muchos átomos, tienen *temperatura*. Solamente los cuerpos hechos de pocos átomos no tienen temperatura. Los hornos tienen una temperatura elevada, los refrigeradores una temperatura baja. Los cambios de temperatura tienen efectos importantes: la materia cambia de estado sólido a líquido, a gaseoso y al estado de plasma. Con un cambio en la temperatura, la materia también cambia el tamaño, el color, las propiedades magnéticas, la rigidez y muchas más.

** Muchos pensadores incluso los menos serios a menudo preguntan la cuestión en los siguientes términos: ¿es el movimiento *invariante en el tiempo*? La prensa sensacionalista va más allá, y se pregunta si el movimiento tiene una 'flecha' o si el tiempo tiene un 'sentido de flujo' preferido. Ya hemos demostrado anteriormente que esto es una tontería y que hay que mantenerse alejado de este tipo de frases en lo que sigue.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

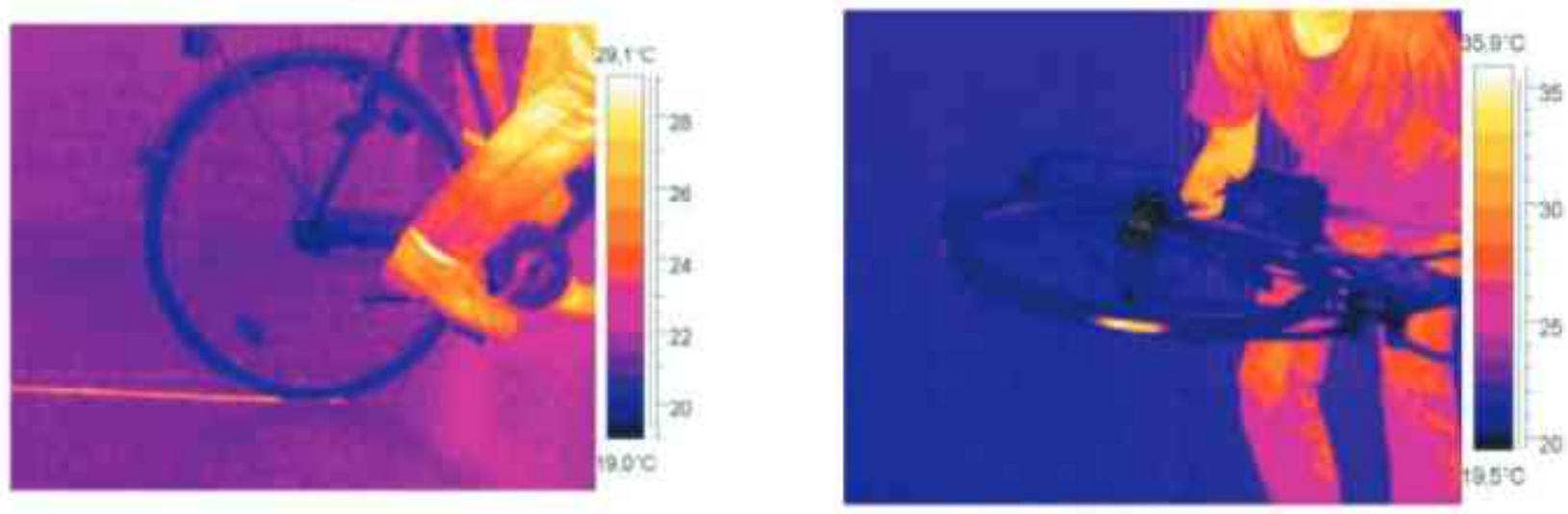


FIGURA 273 El frenado genera calor en el suelo y en el neumático (© Klaus-Peter Möllmann y Michael Vollmer).

FIGURA 274 Una lotería amañada muestra que la temperatura es un aspecto del estado de un cuerpo (© ISTA).

La temperatura es un aspecto del *estado* de un cuerpo. En otras palabras, dos cuerpos de otra forma idénticos pueden caracterizarse y distinguirse por su temperatura. Esto es bien conocido por las organizaciones criminales de todo el mundo que amañan las loterías. Cuando se le pide a un niño con los ojos vendados que extraiga una bola numerada de un conjunto de tales bolas, como en la Figura 274, se le dice a menudo de antemano que extraiga sólo las bolas *calientes* o *frías*. El vendar los ojos también ayuda a ocultar las lágrimas debidas al dolor. Ref. 288

La temperatura de un cuerpo macroscópico es un aspecto de su estado. En particular, la temperatura es una cantidad *intensiva* o variable. En resumen, la temperatura describe la intensidad del calor que fluye. Una visión general de los valores de temperatura medidos se dan en la Tabla 46.

Observamos que dos cuerpos en contacto tienden a *la misma* temperatura: la temperatura es *contagiosa*. En otras palabras, la temperatura describe una situación de *equilibrio*. La temperatura por tanto se comporta como la presión o cualquier otra variable intensiva: es la misma para todas las partes de un sistema. Llamamos *calentar* al aumento de la temperatura, y *refrigerar o enfriar* a su disminución.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Cómo se mide la temperatura? El siglo XVIII produjo la respuesta más clara: la temperatura se define mejor y se mide por la *expansión de los gases*. Para los más simples, denominados gases *ideales* o perfectos, el producto de la presión, p, por el volumen, V, es proporcional a la temperatura:

$$pV \sim T \,. \tag{112}$$

La constante de proporcionalidad queda fijada por la *cantidad* de gas utilizado. (Pronto veremos más sobre esto). La relación de los gases ideales nos permite determinar la temperatura mediante la medida de la presión y el volumen. Esta es la forma en que la
Ref. 287 temperatura (absoluta) ha sido definida y medida durante alrededor de un siglo. Para definir la *unidad* de temperatura, sólo tenemos que fijar la cantidad de gas utilizado. Hay
Página 485 costumbre de fijar la cantidad de gas en 1 mol; por ejemplo, para el oxígeno esto corresponde a 32 g. La constante de proporcionalidad para 1 mol, denomina *constante de los gases ideales R*, se define de modo que

$$R = 8{,}314\,4598(48)\,\mathrm{J/mol\,K} \,. \tag{113}$$

Este valor numérico ha sido elegido con el fin de obtener la mejor aproximación a la escala de temperatura Celsius establecida anteriormente de forma independiente a aquella. Fijando así la constante de los gases ideales, definimos la unidad de temperatura como 1 K, o un Kelvin. En general, si tenemos que determinar la temperatura de un objeto, tomamos un mol de gas, lo ponemos en contacto con el objeto, esperamos un rato y, a continuación, medimos la presión y el volumen del gas. La relación de los gases ideales(112) determina entonces la temperatura del objeto.

Para cada sustancia, una propiedad característica material es el punto triple. El *punto triple* es la única temperatura a la cual las fases sólida, liquida y gaseosa coexisten. Para el agua, ésto se consigue a 0,01 °C (y a una presión parcial de vapor de 611,657 Pa). Utilizando el punto triple del agua, podemos definir el Kelvin en términos concisos, como: el aumento de la temperatura que hace que -manteniendo la presión fija- el volumen de
Desafío 632 e los gases ideales aumente en una fracción de 1/273.16 o 0.366 09 %.

Más importante aún, la relación de los gases ideales muestra que hay una temperatura que es la más baja posible en la naturaleza, a saber, la temperatura a la que un gas ideal tendría un volumen (casi) nulo. Para un gas ideal, esto podría suceder a $T = 0\,\mathrm{K}$. En realidad, otros efectos, como el volumen de los propios átomos, impiden que el volumen del gas alcance un valor exactamente de cero.

▷ La inaccesibilidad del cero absoluto es llamado *tercer principio de la termodinámica*.

De hecho, las temperaturas alcanzadas por una civilización se pueden utilizar como una medida de sus logros tecnológicos. De esta manera, en cuanto a temperaturas elevadas, podemos definir la *Edad del Bronce* (1,1 kK, 3500 Ċ.), la *Edad del Hierro* (1,8 kK, 1000 Ċ.), la *Edad Eléctrica* (3 kK desde *c.* 1880) y la *Era Atómica* (varios MK, a partir de 1944). Teniendo en cuenta también la búsqueda de temperaturas más bajas, podemos
Ref. 289 definir la *Era Cuántica* (4 K, que comienza en 1908). Todos estos pensamientos llevan a una simple pregunta: ¿qué se está calentando o enfriando *exactamente*? ¿Qué sucede en

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

estos procesos?

TABLA 46 Algunos valores de temperatura.

Observación	Temperatura
Temperaturamás baja, pero inalcanzable	0 K = −273,15°C
En el contexto de los láseres, a veces hace que (casi) tenga sentido hablar de temperatura negativa.	
Temperatura que un vacío perfecto tendría en la superficie de la Tierra Vol. V, Página ??	40 zK
Gas sodio en ciertos experimentos de laboratorio - sistema de materia más frío logrado por el hombre y, posiblemente, en el Universo	0,45 nK
Temperatura de fondo de neutrinos en el Universo.	*c.* 2 K
Temperatura de (fotones) radiación de fondo cósmico en el Universo	2,7 K
Helio líquido	4,2 K
Punto triple del Oxígeno	54,3584 K
Nitrógeno líquido	77 K
Temperatura atmosférica más fría medida (Antártida)	185 K = −88°C
Punto de congelación del agua a presión estándar	273,15 K = 0,00°C
Punto triple del agua	273,16 K = 0,01°C
Temperatura media de la superficie de la Tierra	287,2 K
La menor temperatura no confortable de la piel	316 K (10 K por encima de la normal)
Interior del cuerpo humano	310,0 ± 0,5 K = 36,8 ± 0,5°C
Temperatura dela mayoría de mamíferos terrestres	310 ± 3 K = 36,8 ± 2°C
Clima más cálido jamás registrado	343,8 K = 70,7°C
Punto de ebullición del agua a presión estándar	373,13 K o 99,975°C
Temperatura de los seres vivos más calientes: bacterias termófilas	395 K = 122°C
Gran fuego de leña, bronce líquido	*c.* 1100 K
Punto de fusión del oro	1337,33 K
Hierro puro líquido	1810 K
Llama del mechero Bunsen	hasta 1870 K
Filamento de una bombilla	2,9 kK
Punto de fusión del carburo de hafnio	4,16 kK
Centro de la Tierra	5(1) kK
Superficie del Sol	5,8 kK
Aire en el rayo	30 kK
Superficie de la estrella más caliente (centro de NGC 2240)	250 kK
El espacio entre la Tierra y la Luna (sin error tipográfico)	hasta 1 MK
Centro de enana blanca	5 a 20 MK
Centro del Sol	20 MK
Centro del disco de acreción en estrellas binarias de rayos X	10 a 100 MK

Modern Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

TABLA 46 (Continuación) Algunos valores de temperatura.

OBSERVACIÓN	TEMPERATURA
Dentro del JET de fusión del tokamak	100 MK
Centro de las estrellas más calientes	1 GK
Temperatura máxima de los sistemas sin generación de paresca. electrón-positrón	6 GK
Universo cuando tenía 1 s de edad	100 GK
Temperatura de Hagedorn	1,9 TK
Colisiones de iones pesados - el valor más alto alcanzado porhasta el hombre	3,6 TK
Temperatura de Planck. Límite superior de temperatura de la Naturaleza	10^{32} K

La energía térmica

A nuestro alrededor, la fricción retrasa el movimiento de los cuerpos, y, mientras ello sucede, su calor aumenta. La 'creación' de calor por rozamiento puede ser observada en multitud de experimentos. Un ejemplo se muestra en la Figura 273. Tales experimentos muestran que el calor puede ser generado a partir de la fricción, solamente por la frotación continua, *sin limitación ninguna*. Esta interminable 'creación' de calor implica que el calor no es ni un fluido material, ni una sustancia extraída de un cuerpo – ya que en este caso se consumiría después de un cierto tiempo - sino algo más. De hecho, hoy en día sabemos que el calor, a pesar de que se comporta en cierto modo como un fluido, es debido al movimiento desordenado de las partículas. La conclusión de estas investigaciones es:

Ref. 290

▷ La fricción es la transformación de la energía mecánica (es decir, ordenada) en *energía térmica* (desordenada), es decir, en movimiento desordenado de las partículas que componen un material.

El calentamiento y la refrigeración es por tanto el flujo de energía desordenada. Para aumentar la temperatura de 1 kg de agua 1 K usando la fricción, se necesitan suministrar 4,2 kJ de energía mecánica. El primero en medir esta cantidad con precisión fue, en 1842, el físico alemán Julius Robert Mayer (b. 1814 Heilbronn, d. 1878 Heilbronn). Describió sus experimentos como pruebas de la conservación de la energía; de hecho, ¡él fue el primero en formular la conservación de energía! Es algo así como una vergüenza para la física moderna, que un médico fuera el primero en demostrar la conservación de la energía y, además, que fuera ridiculizado por la mayoría de los físicos de su tiempo. Peor aún, la conservación de la energía sólo fue aceptada por los científicos cuando muchos años después la dieron a conocer dos autoridades en la materia: Hermann von Helmholtz - también médico que posteriormente se dedicó a la física - y William Thomson, quien también citó experimentos similares, pero posteriores de James Joule.* Todos ellos reco-

* Hermann von Helmholtz (n. 1821 Potsdam, d. 1894 Berlin), importante científico prusiano. William Thomson-Kelvin (b. 1824 Belfast, d. 1907 Netherhall), importante físico norirlandés. James Prescott Joule

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 275 Termómetros: un termómetro de Galileo (izquierda), la fila de sensores infrarrojos en la mandíbula de la boa esmeralda de árbol *Corallus caninus*, un termómetro de infrarrojos para medir la temperatura corporal en el oído, un termómetro náutico utilizando un bimetal, un termómetro de mercurio, y un termopar que está unido a un voltímetro de lectura (© Wikimedia, Ron Marcus, Braun GmbH, Universum, Wikimedia, Thermodevices).

nocieron la prioridad de Mayer. La mercadotecnia de William Thomson condujo luego a la designación de la unidad de energía como Joule. En resumen, dos médicos demostraron a todos los expertos en movimiento que:

▷ En un sistema cerrado, la suma de la energía mecánica y energía térmica es constante. (Esto se conoce como *primer principio de la termodinámica*).

De manera equivalente, es imposible producir energía mecánica sin tener que pagar por ello con alguna otra forma de energía. Esta es una declaración importante, porque entre

(b. 1818 Salford, d. 1889 Sale), físico inglés. Joule se pronuncia para que rime con 'cool', como sus descendientes enfatizan. (La pronunciación del nombre 'Joule' varía de una familia a otra.)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

otras cosas, y por encima de ellas, significa que la humanidad dejará de vivir un día. De hecho, vivimos principalmente gracias a la energía del Sol, y puesto que el Sol es de tamaño finito, con el tiempo se consumirá su contenido energético. ¿Puede estimar cuándo sucederá esto? El primer principio de la termodinámica, la conservación de la energía, implica que:

Desafío 633 s
Página 120

▷ *No* existe el móvil perpetuo 'de primera especie'.

En particular, ninguna máquina puede funcionar sin aporte de energía. Por esta misma razón, necesitamos ingerir alimentos: la energía de los alimentos nos mantiene vivos. Si dejamos de comer, nos moriremos. La conservación de la energía también hace imposible la mayoría de los llamados 'milagros': en la naturaleza, la energía no puede ser creada, pero sí se conserva.

La energía térmica es una forma de energía. La energía térmica se puede almacenar, acumular, transferir, transformar en energía mecánica, energía eléctrica o energía luminosa. En resumen, la energía térmica se puede transformar en movimiento, en trabajo, y por lo tanto en dinero.

El primer principio de la termodinámica también nos permite formular lo que logra un motor de automóvil. Los motores de los vehículos son dispositivos que transforman materia caliente - el combustible caliente explotando dentro de los cilindros - en el movimiento de las ruedas del coche. Los motores de vehículos, como las máquinas de vapor, son, pues, ejemplos de *máquinas térmicas*.

El estudio del calor y la temperatura se llama *termostática* si los sistemas en cuestión están en equilibrio, y *termodinámica* si no lo están. En este último caso, se distinguen situaciones *cerca* del equilibrio, cuando se pueden seguir utilizando conceptos de equilibrio tales como la temperatura, de situaciones *alejadas* del equilibrio, donde a menudo no se pueden aplicar estos conceptos.

Página 445

¿Tiene sentido distinguir entre la energía térmica y el calor? Sí lo tiene. Muchos textos antiguos utilizan el término 'calor' para querer decir lo *mismo* que energía térmica. Sin embargo, esto es confuso tanto para los estudiantes como para los expertos:

▷ En este texto, se utiliza 'calor', de acuerdo con los enfoques modernos, como el término cotidiano para la *entropía*.

Tanto la energía térmica como el calor fluyen desde un cuerpo a otro, y ambos se acumulan. Ninguno de los dos tiene masa medible.* Tanto la cantidad de energía térmica como la cantidad de calor dentro de un cuerpo aumentan con el aumento de temperatura. La relación exacta se dará en breve. Pero el calor tiene muchas otras propiedades interesantes e historias que contar. De éstas, dos son particularmente importantes: primero, el calor se debe a las partículas; y en segundo lugar, el calor está en el corazón de la diferencia entre el pasado y el futuro. Estas dos historias se entrelazan.

* Esto podría cambiar en el futuro, cuando las mediciones de masa mejoren en precisión, permitiendo así la detección de los efectos relativistas. En este caso, el aumento de temperatura puede ser detectado a través de su aumento de masa relacionada. Sin embargo, tales cambios se notarán sólo con doce o más dígitos de precisión en las mediciones de la masa.

Vol. II, página 66

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

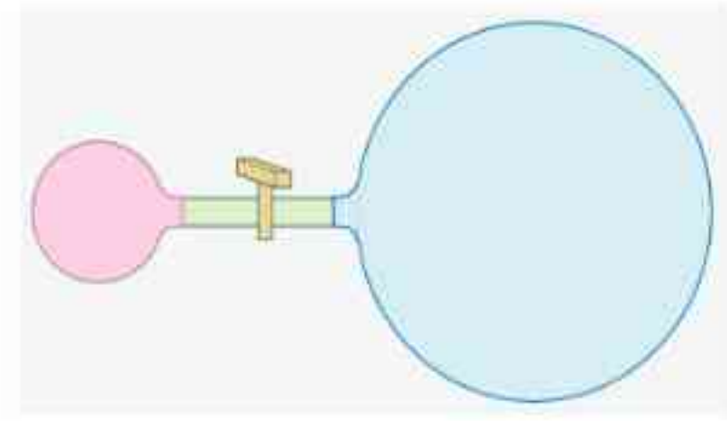


FIGURA 276 ¿Qué globo gana cuando se abre el grifo? Nota: esto ocurre también cuando los aneurismas crecen en las arterias?.

¿Por qué los globos ocupan espacio? - El fin de la continuidad

Las propiedades del calor son dependientes de la materia. El estudio de las propiedades térmicas, por tanto, debe permitirnos entender algo acerca de los constituyentes de la materia. Ahora bien, los materiales más sencillos de todos son los gases.* Los gases necesitan espacio: cualquier cantidad de gas posee una presión y un volumen. No pasó mucho tiempo antes de que se demostrara que los gases *no podían* ser continuos. Uno de los primeros científicos en pensar en los gases como compuestos de átomos o moléculas fue Daniel Bernoulli. Bernoulli razonó que si los gases están formados por partículas pequeñas, con masa y cantidad de movimiento, se debería ser capaz de hacer predicciones cuantitativas sobre el comportamiento de los gases, y comprobarlas mediante experimentos. Si las partículas revolotean por todos lados en un gas, entonces la *presión* de un gas en un recipiente es producida por el flujo constante de partículas que golpean la pared. Bernoulli pensó que si se reduce a la mitad el volumen, las partículas en el gas necesitarían solamente viajar la mitad de trayecto para golpear la pared: por lo que la presión del gas debería ser el doble. También razonó que si la temperatura de un gas aumenta mientras que su volumen permanece constante, la velocidad de las partículas podría incrementarse. Combinando estos resultados, Bernoulli concluyò que si se asume que las partículas se comportan como bolas minúsculas, duras y perfectamente elásticas, las presión p, el volumen V y la temperatura T deberían estar relacionadas por

Desafío 634 s

$$pV = nRT = kNT \,. \qquad (114)$$

En esta llamada *relación del gas ideal*, R es la *constante del gas ideal*; y tiene un valor $R = 8{,}314\,4598(48)\,\mathrm{J/(mol\,K)}$ y n es el número de moles. En la escritura alternativa de esta relación para los gases, N es el número de partículas contenidas en el gas y k es la constante de Boltzmann, una de las constantes fundamentales en la Naturaleza, que viene dada por $k = 1{,}380\,648\,52(79) \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$. (Más sobre esta constante se dirá más adelante.) Un gas hecho de partículas que tengan tal comportamiento se llama un *gas ideal* en los libros de texto. La relación (114), a menudo llamada la *'ley' de los gases ideales*, era conocida antes de Bernoulli; ha sido confirmada por experimentos a temperatura ambiente y otros a temperaturas más altas, para todos los gases conocidos.

Página 422

Bernoulli por lo tanto, extrajo la relación de los gases ideales, con una predicción específica para la constante de proporcionalidad R, a partir de la única suposición de

* Por cierto, la palabra *gas* es una construcción moderna. Fue acuñado por el alquimista y físico Johan Baptista van Helmont (b. 1579 Brussels, d. 1644 Vilvoorde), para que suene similar a 'caos'. Es una de las pocas palabras que han sido inventadas por una persona y luego adoptados en todo el mundo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 277 ¿Qué ha pasado aquí? (© Johan de Jong)

que los gases están hechos de pequeñas partículas masivas. Esta derivación proporciona un argumento claro para la existencia de los átomos y de su comportamiento como objetos normales, aunque pequeños. Ya hemos visto antes cómo puede determinarse
Página 365 experimentalmente N.

El modelo de gas ideal, nos ayuda a responder preguntas como la que se ilustra en la Figura 276. Dos globos de goma *idénticos*, uno lleno hasta un tamaño más grande que el otro, están conectados a través de una tubería y una válvula. Se abre la válvula. ¿Cuál de
Desafío 635 s los dos se desinfla?

La relación de los gases ideales afirma que los gases más calientes, a una presión determinada, necesitan más volumen. Esta relación explica pues, por qué existen los vientos y
Desafío 636 e las tormentas, por qué los globos de aire caliente se elevan -incluso los de la Figura 277-, por qué trabajan los motores de los coches, por qué la capa de ozono es destruida por ciertos gases, o por qué durante el verano extremadamente caluroso de 2001 en el sur de Turquía, eran necesarias máscaras de oxígeno para caminar al aire libre durante el día.

La relación de gas ideal también explica por qué el 21 de agosto de 1986, más de mil personas y tres mil cabezas de ganado fueron encontrados muertos en sus hogares en Camerún. Ellos vivían debajo de un volcán cuyo cráter contiene un lago, el *Lago Nyos*. Resulta que el volcán emite continuamente dióxido de carbono o CO_2 en el lago. El dióxido de carbono se disuelve normalmente en el agua. Pero en agosto de 1986, un evento desconocido provocó la liberación de una burbuja de alrededor de un millón de toneladas de CO_2, alrededor de un kilómetro cúbico, a la atmósfera. Debido a que el dióxido de carbono ($2{,}0\,kg/m^3$) es más denso que el aire ($1{,}2\,kg/m^3$), el gas fluyó hacia los valles y pueblos debajo del volcán. El gas no tiene color y olor, y condujo a la asfixia. No está claro si el sistema de desgasificación instalado en el lago después del acontecimiento es lo suficientemente potente como para evitar la repetición del evento.

Usando la relación gas ideal usted es ahora capaz de explicar por qué los globos aumentan de tamaño a medida que se elevan en lo alto de la atmósfera, a pesar de que el aire es más frío allí. El mayor globo construido hasta ahora tenía un diámetro, a gran

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 637 ny altura, de 170 m, pero sólo una fracción de ese valor en el despegue. ¿Cuánto?

Ahora también puede resolver el siguiente reto: ¿cómo se puede medir el peso de un Desafío 638 s coche o una bicicleta con sólo una regla?

La imagen de los gases que nos hemos formado a base de componentes duros y sin ninguna interacción a larga distancia se descompone a temperaturas muy bajas. Por tanto, la relación de los gases ideales (114) debe ser mejorada para superar estas limitaciones, Ref. 291 teniendo en cuenta las desviaciones debidas a las interacciones entre los átomos o moléculas. Este enfoque es ahora una práctica estándar y nos permite medir las temperaturas, Ref. 292 incluso a valores extremadamente bajos. Los efectos observados por debajo de 80 K, como la solidificación del aire, el transporte sin fricción de la corriente eléctrica, o el flujo Vol. V, página ?? de líquidos sin fricción, forman su propio mundo fascinante: el cautivador dominio de Vol. V, página ?? la física de bajas temperaturas. Este campo se estudiará más adelante.

No mucho después de Bernoulli, los químicos encontraron fuertes argumentos que confirmaban la existencia de los átomos. Descubrieron que las reacciones químicas tienen lugar bajo 'proporciones fijas'; solamente reaccionan relaciones específicas de cantidades de productos químicos. Muchos investigadores, incluyendo a John Dalton, dedujeron que esta propiedad se debe a que en la química, todas las reacciones se producen átomo a átomo. Por ejemplo, dos átomos de hidrógeno y un átomo de oxígeno forman una molécula de agua de esta manera - incluso si no existieran estos términos en el momento. La relación se expresa por la fórmula química H_2O. Estos argumentos son fuertes, pero no convencieron a todos. Finalmente, la existencia de átomos se confirmó mediante la observación de los efectos de su movimiento más directamente.

Movimiento Browniano

Si los fluidos están hechos de partículas que se mueven al azar, este movimiento aleatorio debe tener efectos observables. Un ejemplo del movimiento observado se muestra en la Figura 280. Las partículas parecen seguir un movimiento de zig zag al azar. Esto fue descrito por primera vez por Lucrecio, en el año 60 C., en su poema *De rerum natura*. Él describe lo que todo el mundo ha visto: la danza de las partículas de polvo en el aire iluminado por el sol.

En 1785, Jan Ingenhousz vio que las partículas de polvo de carbón nunca llegan a descansar. En efecto, bajo el microscopio, es fácil observar que las pequeñas partículas, como el polvo de carbón, en o sobre un líquido nunca permanecen en reposo. Ingenhousz descubrió lo que hoy se llama *movimiento Browniano*. Cuarenta años después de él, el botánico inglés Robert Brown fue el primer inglés en repetir la observación, esta vez para pequeñas partículas en suspensión que flotan en vacuolas *en el interior* de un grano de polen. Ulteriores experimentos mostraron que la observación de un movimiento aleatorio es independiente del tipo de partícula y del tipo de líquido. En otras palabras, Ingenhousz había descubierto una forma fundamental de *ruido* en la naturaleza.

Alrededor de 1860, varias personas atribuyeron el movimiento aleatorio de partículas en líquidos a los choques de las moléculas del líquido con esas partículas. En 1905 y Ref. 293 1906, Marian von Smoluchowski e, independientemente, Albert Einstein sostenían que esta atribución se podría probar experimentalmente, a pesar de que en ese momento no había nadie capaz de observar directamente las moléculas. El ensayo hace uso de las propiedades específicas del ruido térmico.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

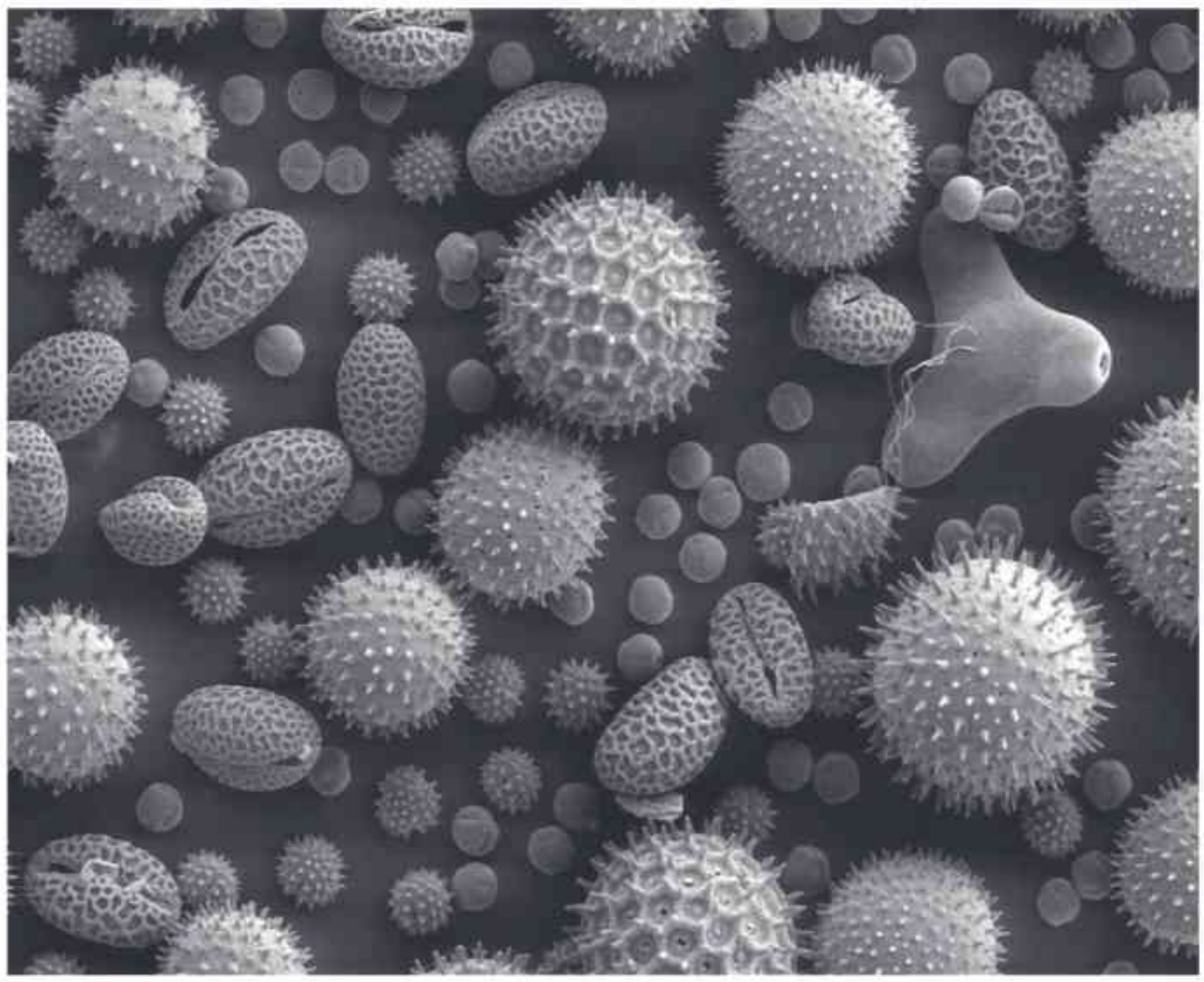


FIGURA 278 Una imagen de los granos de polen - tamaño del campo de aproximadamente 0.3 mm - hecha con un microscopio electrónico (Dartmouth College Electron Microscope Facility).

Vol. III, página 197

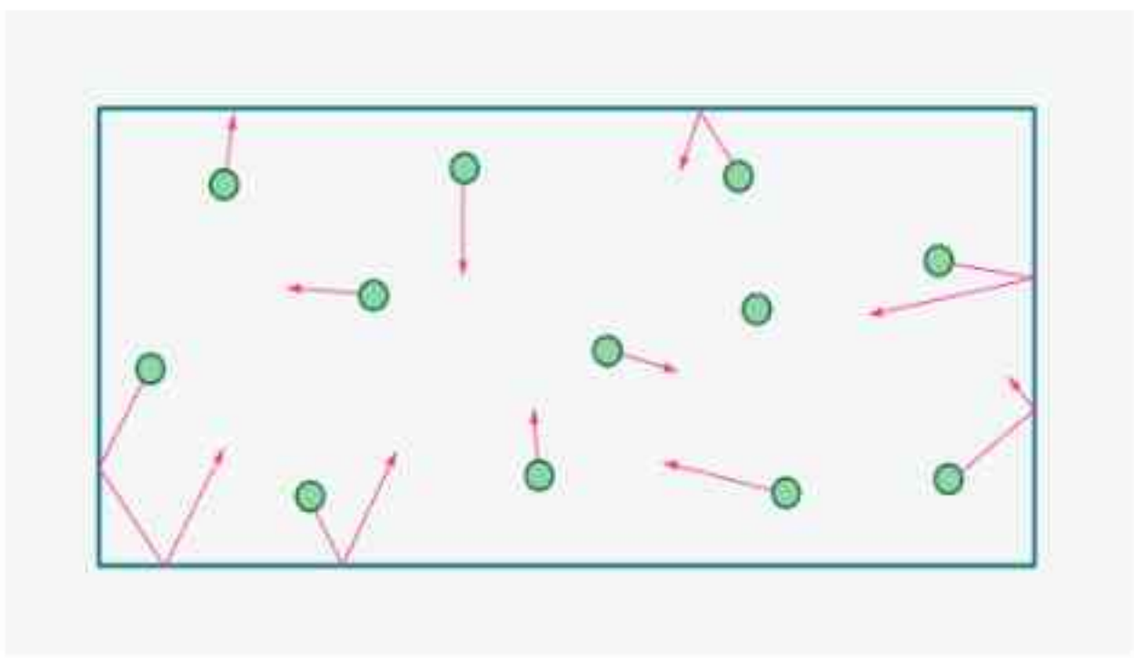
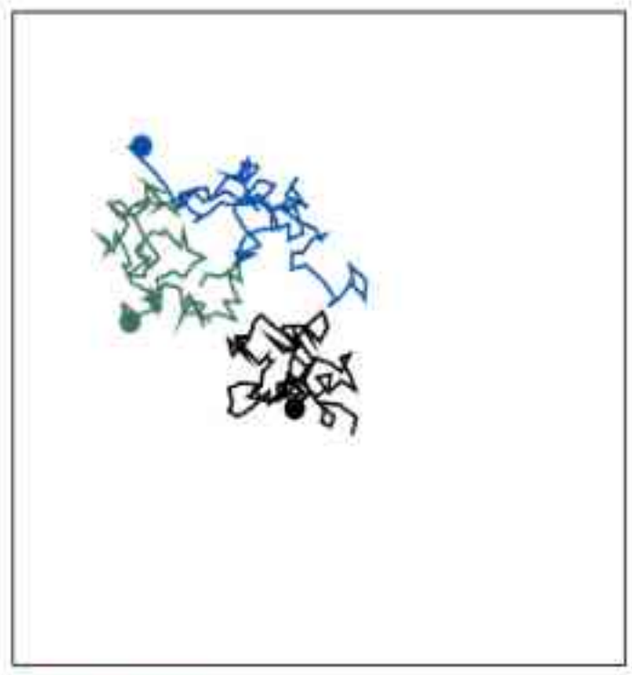


FIGURA 279 La idea básica de la mecánica estadística sobre los gases: los gases son sistemas de partículas que se mueven, y la presión se debe a sus colisiones con las paredes del recipiente que lo contiene.

Ya había quedado claro desde hacía mucho tiempo que si las moléculas, es decir, las partículas indivisibles de materia, realmente existían, entonces la energía térmica tenía que ser el movimiento desordenado de estos componentes y la temperatura tenía que ser la energía media por grado de libertad de los componentes. El modelo de la Figura 279 de Bernoulli implica que para los gases monoatómicos la energía cinética T_{kin} por partícula

Página 421

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net



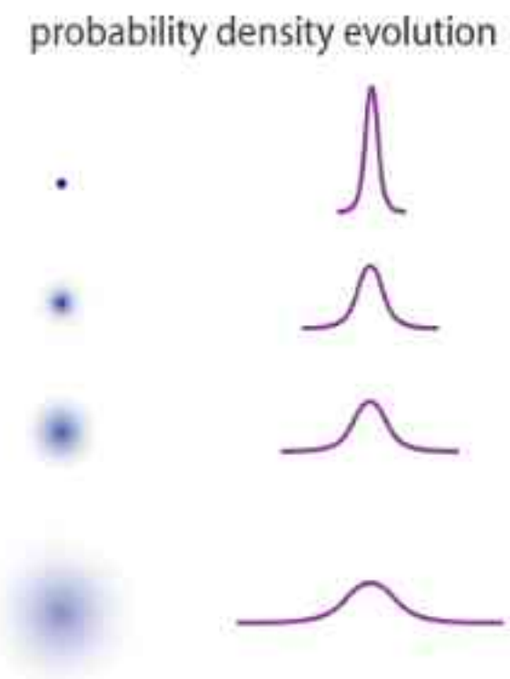


FIGURA 280 Ejemplos de rutas para las partículas en movimiento browniano y su distribución de desplazamiento.

Desafío 639 ny está dada por la expresión

$$T_{\text{kin}} = \tfrac{3}{2}kT \tag{115}$$

donde T es la temperatura. La denominada *constante de Boltzmann* $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ J/K es el factor de conversión estándar entre la temperatura y la energía.* A temperatura ambiente de 293 K, la energía cinética de una partícula es por tanto 6 zJ.

Usando la relación (115) para calcular la velocidad de las moléculas de aire a temperatura ambiente se encuentran valores de varios cientos de metros por segundo, ¡próximos a la velocidad del sonido! Dada esta gran velocidad, ¿por qué el humo de una vela tarda tanto en difundirse a través de una habitación sin corrientes de aire? Rudolph Clausius (b. 1822 Köslin, d. 1888 Bonn) respondió a esta pregunta en la mitad del siglo XIX: la difusión del humo es más lenta por las colisiones con las moléculas del aire, de la misma forma que las partículas de polen colisionan con las moléculas en los líquidos. Debido a que los flujos son generalmente más eficaces que la difusión, los materiales que no muestran flujos en absoluto son aquellos en los que la importancia de la difusión es más evidente: los sólidos. El endurecimiento en el metal y la producción de semiconductores son ejemplos.

Desafío 640 e

La descripción del movimiento browniano se puede probar siguiendo el desplazamiento de las partículas de polen bajo el microscopio. A primera vista, podríamos suponer que la distancia media que se ha movido una partícula de polen después de n colisiones debe ser cero, ya que las velocidades moleculares son aleatorias. Sin embargo, esto es incorrecto, como muestra el experimento.

* La constante k de Boltzmann fue descubierta y nombrada por Max Planck, en la misma obra en la que también descubrió lo que ahora se llama constante h de Planck, el cuanto de acción. Para más detalles sobre Max Planck, ver más adelante. Vol. III, página 160

Planck llamó a k la constante de Boltzmann en honor del importante físico austriaco Ludwig Boltzmann (b. 1844 Vienna, d. 1906 Duino), que es famoso por su trabajo sobre la termodinámica. Boltzmann explicó todos los fenómenos y observables termodinámicos, sobre todo la entropía misma, como resultado del comportamiento de las moléculas. Se dice que Boltzmann se suicidó en parte debido a la animosidad de sus colegas físicos hacia sus ideas y hacia él mismo. Hoy en día, su obra es material estándar en los libros de texto.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Para la partícula de polen se observa un aumento del desplazamiento *cuadrático* medio, escrito $\langle d^2 \rangle$. No se puede predecir en qué dirección se moverá la partícula, pero se mueve. Si la distancia que la partícula recorre después de una colisión es l, el desplazamiento cuadrático medio después de n choques, como usted debe ser capaz de mostrarse
Desafío 641 ny a sí mismo, está dada por

$$\langle d^2 \rangle = nl^2 \,. \tag{116}$$

Para moléculas con una velocidad promedio v en el tiempo t esto da

$$\langle d^2 \rangle = nl^2 = vlt \,. \tag{117}$$

En otras palabras, el desplazamiento cuadrático promedio aumenta proporcionalmente con el tiempo. Por supuesto, esto sólo es válido si el líquido está hecho de moléculas separadas. Midiendo repetidamente la posición de una partícula se debería obtener la distribución que se muestra en la Figura 280 para la probabilidad de que la partícula se encuentre a una distancia dada del punto de partida. Esto se llama *distribución normal*
Ref. 294 *(Gaussiana)*. En 1908, Jean Perrin * realizó numerosos experimentos con el fin de poner a prueba esta predicción. Él encontró que la ecuación (117) se correspondía completamente con las observaciones, convenciendo así a todo el mundo que el movimiento browniano de la partícula es, de hecho, debido a las colisiones con las moléculas del líquido que la rodea, tal como se había esperado.** Perrin recibió el Premio Nobel de 1926 por estos experimentos.

Einstein mostró igualmente que el mismo experimento podría ser utilizado para determinar el número de moléculas contenidas en un litro de agua (o de forma equivalente,
Desafío 642 d la constante k de Boltzmann). ¿Puede averiguar cómo lo hizo?

¿Por qué las piedras no pueden ser ni continuas, ni fractales, ni hechas de pequeñas bolas duras?

La exploración de la temperatura produce otro resultado interesante. Los investigadores estudiaron primero los gases, y midieron cuánta energía se necesita para calentarlos 1 K. El resultado es simple: todos los gases comparten sólo unos pocos valores, cuando se tiene en cuenta el número de moléculas N. Los gases monoatómicos (colocados en un recipiente con volumen constante y a suficiente temperatura) requieren $3Nk/2$, los gases diatómicos (y aquellos que poseen una molécula lineal) $5Nk/2$, y casi todos los otros
Página 422 gases $3Nk$, donde $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann.

La explicación de este resultado no tardó en llegar: cada grado termodinámico de

* Jean Perrin (b. 1870 Lille, d. 1942 New York), importante físico francés, dedicó la mayor parte de su carrera a la prueba experimental de la hipótesis atómica y la determinación del número de Avogadro; en la búsqueda de este objetivo se perfeccionó el uso de emulsiones, el movimiento browniano y las películas de aceite. Su discurso del Premio Nobel (nobelprize.org/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html) cuenta la historia interesante de su investigación. Escribió el influyente libro *Les atomes* y fundó el Centre National de la Recherche Scientifique. También fue el primero en especular, en 1901, que un átomo es similar a un pequeño sistema solar.

** En una deliciosa pieza de investigación, Pierre Gaspard y su equipo demostraron en 1998 que el movi-
Ref. 295 miento Browniano también es caótico, en el sentido físico estricto dado más adelante.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

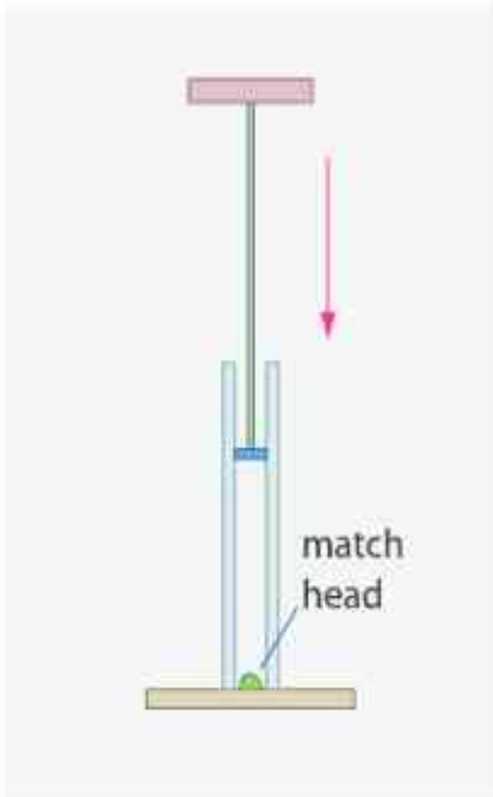


FIGURA 281 La bomba que hace fuego.

libertad* contribuye con la energía $kT/2$ a la energía total, donde T es la temperatura. Así que el número de grados de libertad en un cuerpo físico es finito. Los cuerpos no son continuos, ni son fractales: si lo fueran, su energía térmica específica sería infinita. La materia está, en realidad, hecha de pequeñas entidades básicas.

Todos los grados de libertad contribuyen a la energía térmica específica. Al menos, esto es lo que predice la física clásica. Los sólidos, como las piedras, tienen 6 grados de libertad termodinámicos así que deben mostrar una energía térmica específica de $3Nk$. A altas temperaturas, esto es realmente lo observado. Pero las medidas efectuadas sobre los sólidos a temperatura ambiente producen valores más bajos, y cuanto más baja es la temperatura, menores son los valores. Incluso los gases muestran valores más bajos que los que acabamos de mencionar, cuando la temperatura es lo suficientemente baja. En otras palabras, las moléculas y los átomos se comportan de manera diferente a bajas energías: los átomos no son inmutables bolitas duras. La desviación de estos valores es uno de los primeros indicios hacia el advenimiento de la teoría cuántica.

Entropía

> - Es irreversible.
> - Como mi impermeable!
>
> Mel Brooks, *Spaceballs*, 1987

Cada dominio de la física describe el cambio en términos de tres cantidades: la energía, así como una magnitud intensiva y una magnitud extensiva características del dominio estudiado. En el dominio de la física térmica, la cantidad intensiva es la temperatura. ¿Cuál es la magnitud extensiva correspondiente?

Ref. 298

La suposición obvia sería 'el calor'. Desafortunadamente, la cantidad que los físicos

* Un *grado termodinámico de libertad* es, para cada partícula en un sistema, el número de dimensiones en las que se puede mover más el número de dimensiones en las que se mantiene en un potencial. Los átomos en un sólido tienen seis; las partículas en los gases monoatómicos sólo tienen tres; las partículas de los gases diatómicos o las moléculas lineales rígidas tienen cinco. El número de grados de libertad de las moléculas más grandes depende de su forma.

Ref. 296

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

suelen llamar 'calor' no es lo mismo que lo que llamamos 'calor' en nuestro lenguaje cotidiano. Por esta razón histórica, tenemos que introducir un nuevo término. La magnitud extensiva, cantidad que se corresponde a lo que llamamos 'calor' en el lenguaje cotidiano, se llama *entropía* en la física.*

La entropía describe la *cantidad* de calor cotidiano. La entropía se mide en julios por kelvin o J/K; algunos valores de ejemplo (por cantidad de materia) se enumeran en la Tabla 47 y la Tabla 48. La Entropía describe el calor cotidiano de la misma manera que la cantidad de movimiento describe el movimiento cotidiano. La entropía describe la cantidad de calor de la misma manera que la cantidad de movimiento describe cuánto movimiento hay. Correspondientemente, la temperatura describe la *intensidad* del calor, de la misma manera que la velocidad describe la intensidad de movimiento.

Cuando dos objetos de diferentes velocidades chocan, un flujo de cantidad de movimiento tiene lugar entre ellos. Del mismo modo, cuando dos objetos que difieren en la temperatura se ponen en contacto, un flujo de entropía tiene lugar entre ellos. Definamos ahora el concepto de entropía -'calor cotidiano'- con más precisión y exploremos sus propiedades con un poco más de detalle.

La entropía mide el grado en el cual la energía está *mezclada* en el interior de un sistema, es decir, el grado en que la energía se transmite o se comparte entre los componentes de un sistema. Cuando todos los componentes de un sistema - por lo general las moléculas o átomos – se mueven de la misma manera, *en concierto*, la entropía del sistema es baja. Cuando los componentes del sistema se mueven de forma totalmente independiente, *al azar*, la entropía es grande. En resumen, la entropía mide la cantidad de contenido de energía desordenada por unidad de temperatura en un sistema. Esa es la razón por la que que se mide en J/K.

La entropía es una cantidad extensiva, como la carga y la cantidad de movimiento. Se mide por la transferencia a aparatos de medida. El aparato de medida más simple es una mezcla de agua y hielo. Cuando una cantidad S de entropía se transfiere a la mezcla, la cantidad de hielo fundido es una medida de la entropía transferida.

Con más precisión, la entropía ΔS que fluye en un sistema se mide mediante la energía E que fluye en el sistema y registrando la temperatura T que se da durante el proceso:

$$\Delta S = \int_{T_{\text{inicial}}}^{T_{\text{final}}} \frac{dE}{T} \,. \tag{118}$$

A menudo, esto se puede aproximar como $\Delta S = P\,\Delta t/\overline{T}$, donde P es la potencia del dispositivo de calentamiento, Δt es el tiempo de calentamiento, y $\overline{T}$ es la temperatura media.

Dado que la entropía mide una cantidad, una magnitud extensiva, y no una intensidad, la entropía *se suma* cuando sistemas idénticos se combinan para formar uno solo. Cuando dos botellas de un litro de agua a la misma temperatura se vierten juntas, la en-

* El término 'entropía' fue inventado por el físico alemán Rudolph Clausius (b. 1822 Köslin, d. 1888 Bonn) en 1865. Lo formó a partir del griego ἐν 'en' y τρόπος 'dirección', para que suene parecido a 'energía'. El término entropía siempre ha tenido el significado dado aquí.

Por el contrario, lo que los físicos llaman 'calor' es una forma de energía y no una cantidad extensiva en general.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 47 Algunos valores medidos de entropía específica.

Proceso/Sistema	Valor de Entropía
Carbono, sólido, en forma de diamante	2,43 J/K mol
Carbono, sólido, en forma de grafito	5,69 J/K mol
Fusión del hielo	1,21 kJ/K kg = 21,99 J/K mol
Hierro, sólido, bajo condiciones estándar	27,2 J/K mol
Magnesio, sólido, bajo condiciones estándar	32,7 J/K mol
Agua. líquida, bajo condiciones estándar	70,1(2) J/K mol
Ebullición de 1 kg de agua líquida a 101,3 kPa	6,03 kJ/K= 110 J/K mol
Gas Helio bajo condiciones estándar	126,15 J/K mol
Gas Hidrógeno bajo condiciones estándar	130,58 J/K mol
Gas de Carbono bajo condiciones estándar	158 J/K mol
Vapor de agua bajo condiciones estándar	188,83 J/K mol
Oxígeno O_2 bajo condiciones estándar	205,1 J/K mol
Gas C_2H_6 bajo condiciones estándar	230 J/K mol
Gas C_3H_8 bajo condiciones estándar	270 J/K mol
Gas C_4H_{10} bajo condiciones estándar	310 J/K mol
Gas C_5H_{12} bajo condiciones estándar	348,9 J/K mol
Gas $TiCl_4$ bajo condiciones estándar	354,8 J/K mol

tropía del agua se suma. Una vez más, esto corresponde al comportamiento del momento lineal: también se suma cuando los sistemas se combinan.

Como cualquier otra cantidad extensiva, la entropía se puede acumular en un cuerpo, y también puede fluir dentro o fuera de los cuerpos. Cuando transformamos agua en vapor por calentamiento, se dice que se añade entropía al agua. También se añade entropía cuando se transforma hielo en agua líquida. Tras cada transformación, la entropía añadida está contenida en la fase más caliente. En realidad, se puede *medir* la entropía con la medición de la cantidad de hielo derretido o del agua evaporada. En pocas palabras, la entropía es el término exacto para lo que llamamos 'calor' en el lenguaje cotidiano.

Cuando disolvemos un bloque de sal en el agua, la entropía del sistema total debe aumentar, ya que el desorden aumenta. Ahora exploraremos este efecto.

Entropía de las partículas

Una vez que se hizo evidente que el calor y la temperatura se deben al movimiento de las partículas microscópicas, los estudiosos se preguntaron qué *era* la entropía microscópicamente. La respuesta se puede formular de varias maneras. Las dos respuestas más extremas son:

- La entropía mide el (logaritmo del) número W de posibles estados micros-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 48 Algunos valores típicos de entropía por partícula a temperatura y presión *estándar* como múltiplos de la constante de Boltzmann.

MATERIAL	ENTROPÍA POR PARTÍCULA
Sólidos monoatómicos	0.3 k a 10 k
Diamante	0.29 k
Grafito	0.68 k
Plomo	7.79 k
Gases monoatómicos	15-25 k
Helio	15.2 k
Radón	21.2 k
Gases diatómicos	15 k a 30 k
Sólidos poliatómicos	10 k a 60 k
Líquidos poliatómicos	10 k a 80 k
Gases poliatómicos	20 k a 60 k
Eicosano	112 k

cópicos. Un estado macroscópico dado puede tener muchas realizaciones microscópicas. El logaritmo de este número, multiplicado por la constante k Boltzmann, da la entropía.*

▷ La entropía es el número esperado de preguntas con respuestas sí o no, multiplicado por $k \ln 2$, esas respuestas nos dicen todo sobre el sistema, es decir, sobre su estado microscópico.

En resumen, cuanto mayor es la entropía, más microestados son posibles. A través de cualquiera de estas definiciones, la entropía mide la cantidad de aleatoriedad en un sistema. En otras palabras, la entropía mide la capacidad de transformación de la energía: una mayor entropía significa menor capacidad de transformación. Alternativamente, la entropía mide la *libertad* en la elección de microestados que tiene un sistema. Alta entropía significa una alta libertad de elección para el microestado. Por ejemplo, cuando una molécula de glucosa (un tipo de azúcar) es producida por fotosíntesis, aproximadamente se liberan 40 bits de entropía. Esto significa que después de que se forma la glucosa, 40 preguntas adicionales de sí o no deben ser respondidas con el fin de determinar el estado microscópico completo del sistema. Los físicos a menudo utilizan una unidad macroscópica; la mayoría de los sistemas de interés son grandes, y por lo tanto una entropía de 10^{23} bits se escribe como 1 J/K. (Esto sólo es aproximado. ¿Puede encontrar el valor exacto?) Desafío 643 ny

Resumiendo, la entropía es, pues, una medida específica para la caracterización del desorden de los sistemas térmicos. Tres reflexiones son válidas aquí. En primer lugar, la Ref. 299

* Cuando Max Planck fue a Austria para buscar la tumba anónima de Boltzmann con el fin de hacer que lo enterraran en una fosa adecuada, inscribió la fórmula $S = k \ln W$ en la lápida. (¿qué físico financiaría la tumba de otro, hoy en día?)

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

entropía no es *la* medida de desorden, sino *una* medida del desorden. Por tanto, *no* es correcto usar la entropía como un *sinónimo* para el concepto de desorden, como ocurre a menudo en la literatura popular. La entropía se define sólo para sistemas que tienen una temperatura, en otras palabras, sólo para sistemas que están en o cerca del equilibrio. (Para los sistemas alejados del equilibrio, no se ha encontrado todavía ninguna medida del desorden, probablemente ninguna sea posible). De hecho, el uso del término entropía ha degenerado tanto que a veces uno tiene que llamarla entropía *termodinámica* para mayor claridad.

En segundo lugar, la entropía está relacionada con la información *sólo si* la información se define también como $-k \ln W$. Para aclarar este punto, tome un libro con una masa de un kilogramo. A temperatura ambiente, su contenido de entropía es de aproximadamente 4 kJ/K. La información impresa en el interior de un libro, digamos 500 páginas de 40 líneas cada una con 80 caracteres de 64 posibilidades, corresponde a una entropía de $4 \cdot 10^{-17}$ J/K. En resumen, lo que se suele llamar 'información' en la vida cotidiana es una fracción insignificante de lo que un físico llama información. La entropía se define con el concepto *físico* de información.

Por último, la entropía *no* es una medida para lo que en la vida normal se llama la *complejidad* de una situación. De hecho, nadie ha encontrado aún una cantidad que des-
Ref. 300 criba esta noción cotidiana. La tarea es sorprendentemente difícil. ¡Haga un intento!

En resumen, si usted oye entropía como término utilizado con un significado diferente a la expresión $S = k \ln W$, ¡tenga cuidado!. Probablemente alguien con alguna ideología está tratando de conseguir algo de usted.

La entropía mínima de la naturaleza - el 'cuanto' de información

Antes de concluir nuestra discusión de física térmica hay que destacar de otra forma la importancia de la constante de Boltzmann k. Hemos visto que esta constante aparece siempre que la granularidad de la materia juega un papel; expresa el hecho de que la materia está hecha de pequeñas entidades básicas. La forma más llamativa de poner esta afirmación es la siguiente:

▷ Hay una entropía mínima en la naturaleza: $S \geqslant k$.

Este resultado tiene casi 100 años de edad; lo dijo muy claramente (con un factor numé-
Ref. 301 rico diferente) el físico húngaro-alemán Leo Szilard. La idea fue recogida por el físico
Ref. 302 francés Léon Brillouin (de nuevo con un factor numérico diferente). La afirmación también se puede tomar como la *definición* de la constante de Boltzmann k.

La existencia de una entropía mínima en la naturaleza es una idea fuerte. Se elimina la posibilidad de la continuidad de la materia y también la de su fractalidad. Una entropía mínima implica que la materia está hecha de un número finito de componentes pequeños. El límite inferior de la entropía expresa el hecho de que la materia está hecha de partículas.* El límite a la entropía también muestra que la física galileana no puede ser correcta: la física galileana asume que existen cantidades arbitrariamente pequeñas. El límite de la entropía es el primero de varios límites al movimiento que encontraremos

* La entropía mínima implica que la materia está hecha de pequeñas esferas; la *acción* mínima, que nos vamos a encontrar en la teoría cuántica, implica que estas esferas son en realidad pequeñas nubes.

Moscow Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

en nuestra aventura. Después de que hayamos encontrado todos los límites, podemos iniciar el tramo final que conduce a la descripción unificada del movimiento.

La existencia de una cantidad mínima implica un límite a la precisión de las mediciones. Las mediciones no pueden tener una precisión infinita. Esta limitación se indica generalmente en forma de una relación de indeterminación. De hecho, la existencia de una entropía mínima puede ser reformulada como una relación de indeterminación entre la temperatura T y la energía interna U de un sistema:

$$\Delta\frac{1}{T}\,\Delta U \geqslant \frac{k}{2}\,. \tag{119}$$

Ref. 304 Esta relación* fue dada por Niels Bohr; posteriormente discutida por Werner Heisenberg, quien la llamó una de las relaciones de indeterminación básicas de la naturaleza. Vol. VI, página ?? La constante de Boltzmann (dividida por 2) de este modo fija el valor más pequeño posible de entropía en la naturaleza. Ref. 305 Por esta razón, Gilles Cohen-Tannoudji la llama el *cuanto de información* y Ref. 302 Herbert Zimmermann la llama el *cuanto de entropía*.

La relación (119) apunta hacia un modelo más general. Para cada valor mínimo de un observable, hay una relación de indeterminación correspondiente. Nos encontraremos con esto varias veces en el resto de nuestra aventura, de un modo más importante en el Vol. IV, página ?? caso del cuanto de acción y la relación de indeterminación de Heisenberg.

La existencia de una entropía mínima tiene numerosas consecuencias. En primer lugar, arroja luz sobre el tercer principio de la termodinámica. Una entropía mínima implica que la temperatura absoluta de cero no se puede lograr. En segundo lugar, una entropía mínima explica por qué los valores de entropía son finitos en lugar de infinitos. En tercer lugar, se fija el valor absoluto de la entropía para cada sistema; en la física del continuo, la entropía, como la energía, está sólo definida hasta una constante aditiva. El cuanto de entropía zanja todos estos temas.

La existencia de un valor mínimo para un observable implica que aparece una relación de indeterminación para dos cantidades cuyo producto proporciona ese observable. Por ejemplo, la tasa de producción de entropía y el tiempo son una de tales parejas. Ciertamente, una relación de indeterminación conecta la tasa de producción de entropía $P = \mathrm{d}S/\mathrm{d}t$ y el tiempo t:

$$\Delta P\,\Delta t \geqslant \frac{k}{2}\,. \tag{120}$$

A partir de esto y la relación previa (119), es posible deducir toda la física estadística, Ref. 305, Ref. 303 es decir, la teoría precisa de la termostática y termodinámica. No vamos a explorar esto más a fondo aquí. (¿Puede usted demostrar que el tercer principio se siguen a partir de Desafío 644 ny la existencia de una entropía mínima?) Nosotros mismos nos pondremos límite a una de las piedras angulares de la termodinámica: el segundo principio.

Ref. 303 * Parece que el valor histórico de la derecha, k, tiene que ser corregido a $k/2$, por la misma razón que el cuanto de acción, $\hbar$, aparece con un factor de 1/2 en las relaciones de indeterminación de Heisenberg.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 49 Algunos valores de flujos mínimos encontrados en la naturaleza.

Observación	Flujo mínimo
Flujo de materia	una molécula o un átomo o una partícula
Flujo de volumen	una molécula o un átomo o una partícula
Flujo de momento angular	cuanto de acción de Planck
Cantidad de sustancia química	una molécula o un átomo o una partícula
Flujo de entropía	la entropía mínima
Flujo de carga	una carga elemental
flujo de luz	un único fotón, el cuanto de acción de Planck

¿Está todo hecho de partículas?

> Un físico es la forma que el átomo tiene de saber que hay átomos.
>
> George Wald

Ref. 306

Históricamente, el estudio de la mecánica estadística ha sido de importancia crucial para la física. Ella proporcionó la primera demostración de que los objetos físicos están hechos de partículas que interactúan. La historia de este argumento es, de hecho, una larga cadena de argumentos que muestran que todas las propiedades que atribuimos a los objetos, como el tamaño, la rigidez, el color, la densidad de la masa, el magnetismo, la conductividad térmica o la conductividad eléctrica, resultan de la interacción de las muchas partículas de que constan.

▷ Todos los objetos están hechos de partículas que interactúan.

A este descubrimiento, a menudo se le ha llamado el principal resultado de la ciencia moderna.

Página 382

¿Cómo se hizo este descubrimiento? La Tabla 43 enumera los principales cantidades extensivas usadas en la física. Las cantidades extensivas son capaces de fluir. Resulta que todos los flujos de la naturaleza se *componen* de procesos elementales, como se muestra en la Tabla 49. Hemos visto que los flujos de masa, volumen, carga, entropía y sustancia son compuestos. Más tarde, la teoría cuántica mostrará lo mismo para los flujos de momento angular y de los números cuánticos nucleares.

▷ Todos los flujos están hechos de partículas.

El éxito de esta idea ha llevado a muchas personas a generalizarla en el enunciado: 'Todo lo que observamos está hecho de partes'. Este enfoque se ha aplicado con éxito a la química con las moléculas, la ciencia de materiales y la geología con cristales, la electricidad con los electrones, los átomos con las partículas elementales, el espacio con puntos, el tiempo con instantes, la luz con los fotones, la biología con células, la genética con genes, la neurología con neuronas, las matemáticas con conjuntos y relaciones, la lógica con proposiciones elementales, e incluso a la lingüística con morfemas y fonemas. Todas

Ref. 307

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

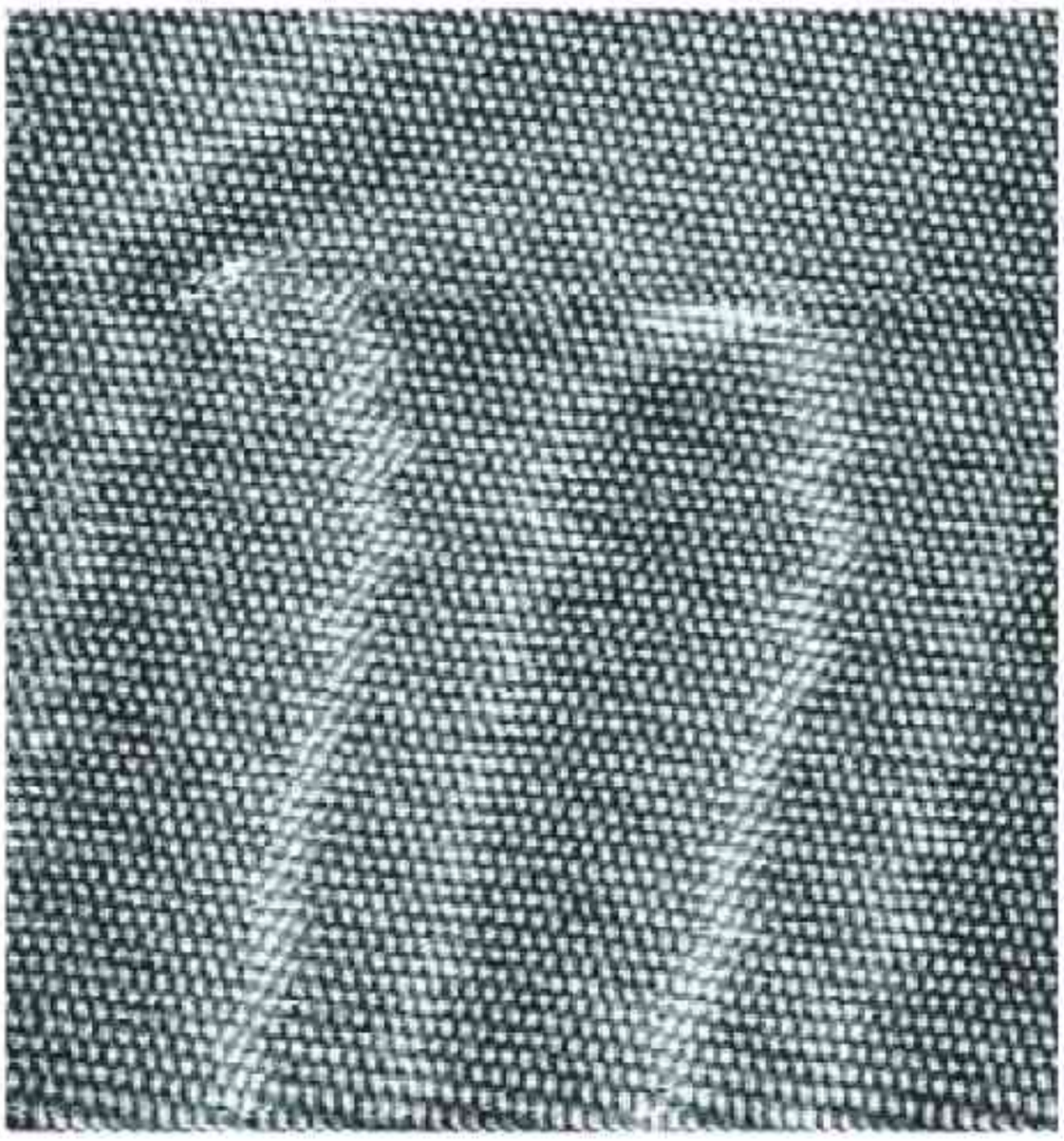


FIGURA 282 Una superficie de cristal 111 de un monocristal de oro con una dislocación superficial, cada punto brillante es un átomo.(© CNRS).

estas ciencias han florecido en la idea de que todo está hecho de *partes en relación*. La idea básica parece tan evidente que nos resulta difícil, incluso formular una alternativa.
Desafío 645 e ¡Inténtelo!

Sin embargo, en el caso de la *totalidad* de la naturaleza, la idea de que la naturaleza es
Vol. VI, página ?? una suma de partes relacionadas es incorrecta y sólo aproximada. Resulta ser un prejuicio y un prejuicio tan arraigado que retardó la evolución de la física en las últimas décadas del siglo XX. En particular, *no* se aplica a las partículas elementales o al espacio.

▷ Las partículas elementales y el espacio no están hechos de partes.

Encontrar la correcta descripción de la totalidad de la naturaleza es el mayor desafío de nuestra aventura, ya que requiere un cambio total en los hábitos de pensamiento. Hay un montón de diversión por delante.

> Jede Aussage über Komplexe läßt sich in eine Aussage über deren Bestandteile und in diejenigen Sätze zerlegen, welche die Komplexe vollständig beschreiben.* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 2.0201

* 'Todo enunciado sobre complejos se puede descomponer en un enunciado sobre sus partes y en aquellas proposiciones que describen completamente los complejos.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

El segundo principio de la termodinámica

En contraste con varias otras cantidades extensivas importantes, la entropía *no* se conserva. Por un lado, en sistemas cerrados, la entropía se acumula y nunca disminuye; el intercambio o la mezcla de energía entre los componentes de un sistema no se puede deshacer. Por otro lado, el intercambio o la mezcla pueden aumentar de forma espontánea con el tiempo. La entropía es, pues, sólo 'medio conservada'. Lo que llamamos equilibrio térmico es simplemente el resultado de la situación de mezcla (desorden) más alta posible. La entropía nos permite definir el concepto de *equilibrio* con mayor precisión como el estado de máxima entropía, o el intercambio máximo de energía entre los componentes de un sistema. En resumen, la entropía de un sistema cerrado aumenta hasta que se alcanza el valor máximo posible, el valor de equilibrio.

La no conservación de la entropía tiene consecuencias de largo alcance. Cuando un trozo de roca se desprende de una montaña y cae, da tumbos por el valle, calentándose ambos un poco, y finalmente, se detiene. El proceso inverso, en el que una roca se enfría y cae hacia arriba, nunca se observa. ¿Por qué? Podríamos argumentar que el movimiento contrario no contradice ninguna regla o patrón sobre el movimiento que hemos deducido hasta ahora.

Desafío 646 s

Las rocas nunca caen hacia arriba porque las montañas, los valles y las rocas están hechas de *muchas* partículas. Los movimientos de los sistemas compuestos de muchas partículas, especialmente en el dominio de la termodinámica, se llaman *procesos*. Un aspecto central en termodinámica es la distinción entre los procesos *reversibles*, como la trayectoria de una piedra lanzada, y los procesos *irreversibles*, tales como la roca dando tumbos antes mencionado. Los procesos irreversibles son todos aquellos procesos en los que la fricción y sus generalizaciones desempeñan un papel. Los procesos irreversibles son aquellos procesos que aumentan el reparto o la mezcla de la energía. Ellos son importantes: si no hay fricción, los botones de la camisa y los cordones de los zapatos no nos quedarían atados, no podríamos caminar o correr, las máquinas de café no podrían hacer café, y tal vez lo más importante de todo, no tendríamos memoria.

Ref. 308
Vol. IV, página ??

Los procesos irreversibles, en el sentido en que este término se utiliza en la termodinámica, transforman el movimiento macroscópico en el movimiento desordenado de todos los pequeños componentes microscópicos involucrados: aumentan el intercambio y la mezcla de la energía. Los procesos irreversibles, por lo tanto no son *estrictamente* irreversibles - pero su reversión es *extremadamente* improbable. Puede decirse que la entropía mide la 'cantidad de irreversibilidad': mide el grado de mezcla o deterioro al que está sometido un movimiento colectivo.

La entropía no se conserva. En realidad, la entropía - 'calor' - puede aparecer de la nada, espontáneamente, porque el reparto o la mezcla de enrgía puede suceder por si misma. Por ejemplo, cuando dos líquidos diferentes a la misma temperatura se mezclan - tales como el agua y el ácido sulfúrico - la temperatura final de la mezcla puede variar. De manera similar, cuando la corriente eléctrica fluye a través del material a temperatura ambiente, el sistema se puede calentar o enfriar, dependiendo del material.

Todos los experimentos sobre el calor concuerdan con el llamado *segundo principio de la termodinámica*, el cual etablece:

▷ La entropía en un sistema cerrado tiende hacia su máximo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

En términos chapuceros, ('la entropía ya no es lo que era'). En esta afirmación, un *sistema cerrado* es un sistema que no intercambia energía o materia con su entorno. ¿Puede pensar en un ejemplo?

Desafío 647 s

En un sistema cerrado, la entropía nunca disminuye. Incluso la vida diaria nos muestra que en un sistema cerrado, como una habitación, el desorden aumenta con el tiempo, hasta que llega algún máximo. Para reducir el desorden, necesitamos esfuerzo, es decir, trabajo y energía. En otras palabras, con el fin de reducir el desorden de un sistema, es necesario conectar el sistema a una fuente de energía de alguna manera habilidosa. Por esta razón, los refrigeradores necesitan corriente eléctrica o alguna otra fuente de energía.

Ref. 309

En 1866, Ludwig Boltzmann demostró que el segundo principio de la termodinámica resulta del principio de mínima acción. ¿Puede usted imaginar y trazar las ideas generales?

Desafío 648 ny

Debido a que la entropía nunca disminuye en los sistemas cerrados, el *color blanco no dura*. Cada vez que el desorden aumenta, el color blanco se vuelve 'sucio', por lo general de color gris o marrón. Quizás por esta razón los objetos blancos, tales como ropa blanca, casas blancas y ropa interior blanca, son valorados en nuestra sociedad. Los objetos blancos desafían la decadencia.

El segundo principio implica que el calor no puede ser transformado en trabajo completamente. En otras palabras, cada motor térmico necesita refrigeración: esa es la razón de los agujeros en la parte delantera de los coches. El primer principio de la termodinámica afirma que la potencia mecánica de un motor térmico es la diferencia entre el en flujo de energía térmica a alta temperatura y el flujo de energía térmica a baja temperatura. Si la refrigeración es insuficiente - por ejemplo, porque el clima es demasiado caliente o la velocidad del coche demasiado baja - la potencia del motor se reduce. Todo conductor lo sabe por experiencia.

En resumen, el concepto de entropía, que corresponde a lo que se llama 'calor' en la vida cotidiana - ¡pero *no* a lo que se llama 'calor' en física! - describe la aleatoriedad del movimiento interno en la materia. La entropía no se conserva: en un sistema cerrado, la entropía nunca disminuye, sino que se puede aumentar hasta que se alcanza un valor máximo. La no conservación de la entropía se debe a los muchos componentes dentro de los sistemas cotidianos. El gran número de componentes conduce a la no conservación de la entropía y, por tanto, a explicar, entre muchas otras cosas, que muchos procesos en la naturaleza nunca se producen hacia atrás, a pesar de que podrían hacerlo en principio.

¿Por qué no podemos recordar el futuro?

> Es una clase pobre de memoria la que sólo funciona hacia atrás. Lewis Carroll,
>
> Lewis Carroll, *Alice in Wonderland*

Página 44

Cuando hablamos por primera vez del tiempo, ignoramos la diferencia entre el pasado y el futuro. Pero, obviamente, existe una diferencia, ya que no tenemos la capacidad de recordar el futuro. Esto no es solo una limitación de nuestro cerebro. Todos los dispositivos que hemos inventado, como grabadoras, cámaras fotográficas, periódicos y libros, sólo nos hablan sobre el pasado. ¿Hay una manera de construir una grabadora de vídeo con un botón de 'futuro'? Tal dispositivo tendría que resolver un profundo problema:

Springer Verlag - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 649 e ¿cómo podría distinguir entre el futuro cercano y el lejano? No hace falta pensar mucho para ver que cualquier manera de hacer esto entraría en conflicto con el segundo principio de la termodinámica. Eso es lamentable, ya que íbamos a necesitar precisamente el mismo dispositivo para mostrar que no hay movimiento más rápido que la luz. ¿Puede Desafío 650 ny encontrar esta conexión?

En pocas palabras, el futuro no puede ser recordado porque la entropía en sistemas cerrados tiende hacia un máximo. Dicho más simplemente, existe la memoria debido a que el cerebro está compuesto de muchas partículas, por lo que el cerebro se limita al pasado. Sin embargo, para los tipos más simples de movimiento, cuando sólo unas pocas partículas están involucradas, la diferencia entre el pasado y el futuro desaparece. Para los sistemas de pocas partículas, no hay ninguna diferencia entre los tiempos pasados y los tiempos venideros. Podríamos decir que el futuro difiere del pasado sólo en nuestro cerebro, o de manera equivalente, sólo a causa de la fricción. Por lo tanto, la diferencia entre el pasado y el futuro no se menciona con frecuencia en esta caminata, a pesar de que es una parte esencial de nuestra experiencia humana. Pero la diversión de la presente aventura es precisamente superar nuestras limitaciones.

Flujo de entropía

Sabemos por la experiencia diaria que el transporte de una magnitud extensiva siempre implica fricción. La fricción implica generación de entropía. En particular, el flujo de la entropía en sí mismo produce una entropía adicional. Por ejemplo, cuando se calienta una casa, la entropía se produce en la pared. Calefacción significa mantener una diferencia ΔT la temperatura entre el interior y el exterior de la casa. El flujo de calor J que atraviesa un metro cuadrado de pared viene dado por

$$J = \kappa \Delta T = \kappa (T_i - T_e) \tag{121}$$

donde κ es una constante que caracteriza la capacidad de la pared para conducir el calor. Durante la conducción de calor, la pared también produce entropía. La producción de entropía σ es proporcional a la diferencia entre el flujo de entropía interior y exterior. En otros términos, tenemos que

$$\sigma = \frac{J}{T_e} - \frac{J}{T_i} = \kappa \frac{(T_i - T_e)^2}{T_i T_e} \,. \tag{122}$$

Nótese que hemos asumido en este cálculo que todo está cerca del equilibrio en cada corte paralelo a la pared, una suposición razonable en la vida cotidiana. Un caso típico de una buena pared tiene $\kappa = 1\ \mathrm{W/m^2K}$ en el rango de temperatura entre 273 K y 293 K. Con este valor, se obtiene una producción de entropía de

$$\sigma = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{W/m^2K} \,. \tag{123}$$

¿Se puede comparar la cantidad de entropía que se produce en el flujo con la canti- Desafío 651 ny dad que se transporta? En comparación, un buen edredón de plumas de ganso tiene

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

$\kappa = 1{,}5\,\mathrm{W/m^2K}$, que en las tiendas también se llama 15 tog.*

El poder de aislamiento de los materiales se mide por lo general por la constante de $\lambda = \kappa d$ que es independiente del espesor d de la capa aislante. Los valores de la naturaleza oscilan en un rango que va desde 2000 W/K m para el diamante, que es el mejor conductor de todos, hasta entre 0,1 W/K m y 0,2 W/K m para la madera, y entre 0,015 W/K m y 0,05 W/K m para lanas, corcho y espumas, y el pequeño valor de $5 \cdot 10^{-3}$ W/K m del gas kriptón.

La entropía puede ser transportada de tres maneras: a través de la *conducción de calor*, como se acaba de mencionar, a través de la *convección*, utilizado para la calefacción de las casas, y a través de la *radiación*, que es posible también a través del espacio vacío. Por ejemplo, la Tierra irradia alrededor de $1{,}2\,\mathrm{W/m^2K}$ en el espacio, en total, por lo tanto aproximadamente 0,51 PW/K. La entropía es (casi) la misma que la Tierra recibe del Sol. Si fuera radiada al exterior más entropía que la recibida, la temperatura de la superficie de la Tierra tendría que aumentar. Esto se conoce como el *efecto invernadero* o *calentamiento global*. Esperemos que siga siendo pequeña en un futuro próximo.

¿Existen los sistemas aislados?

En todas nuestras discusiones hasta ahora, hemos supuesto que podemos distinguir el sistema objeto de la investigación de su entorno. Pero, ¿estos sistemas *aislados* o *cerrados*, es decir, los sistemas que no interactúan con su entorno, existen realmente? Probablemente nuestra propia condición humana fue el modelo original para el concepto: nosotros tenemos la experiencia de que existe la posibilidad de actuar con independencia de nuestro entorno. Un sistema aislado puede ser definido simplemente como un sistema que no intercambia energía o materia con su entorno. Durante muchos siglos, los científicos no vieron ninguna razón para cuestionar esta definición.

El concepto de un sistema aislado tuvo que ser pulido un tanto con el advenimiento de la mecánica cuántica. Sin embargo, el concepto de sistema aislado ofrece descripciones útiles y precisas de la naturaleza también en ese dominio, si bien debe ser utilizada con un poco de cuidado. Sólo en la parte final de nuestra caminata va a cambiar la situación drásticamente. Allí, la investigación de si el universo es un sistema aislado dará lugar a
Desafío 652 s resultados sorprendentes. (¿Qué le parece? Un consejo extraño: su respuesta estará casi con seguridad equivocada.) En breve, vamos a dar los primeros pasos hacia la respuesta.

Curiosidades y divertidos desafíos sobre la reversibilidad y el calor

Correr hacia atrás es un deporte interesante. Los récords mundiales 2006 para correr hacia atrás se pueden encontrar en www.recordholders.org/en/list/backwards-running.html. Se sorprenderá de cuánto más rápidos son estos registros que su mejor marca per-
Desafío 653 e sonal corriendo hacia *adelante*.

* *

Ref. 312 En 1912, Emile Borel señaló que si un gramo de materia en Sirio fuera desplazado un

* Esa unidad (y no es una broma), no es tan mala como la oficial: BthU · h/sqft/cm/°F utilizada en algunas provincias remotas de nuestra galaxia.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

centímetro, cambiaría el campo gravitatorio de la Tierra en una cantidad minúscula. Pero este pequeño cambio infinitesimal sería suficiente para hacer que fuera imposible calcular la trayectoria de las moléculas en un gas al cabo de una fracción de un segundo.

* *

Si el calor es verdaderamente un movimiento desordenado de átomos, tenemos un gran problema. Cuando dos átomos chocan, en el instante de mínima distancia, ninguno de los dos tiene velocidad. ¿A dónde va a parar la energía cinética? Obviamente, es transformada en energía potencial. Pero ello implica que los átomos pueden deformarse, que tiene una estructura interna, que tienen partes y por tanto que en principio pueden dividirse. En resumen, si el calor es movimiento atómico desordenado, ¡*los átomos no son indivisibles*! En el siglo XIX se postuló este argumento para demostrar que el calor no puede ser un movimiento atómico, sino alguna clase de fluido. Pero como sabemos que el calor es realmente energía cinética, *los átomos deben ser divisibles*, aún cuando su propio nombre quiera decir 'indivisible'. ¡No necesitamos un experimento expansivo para demostrar esto! Descubriremos más sobre ellos más adelante.

Vol. IV, página ??

* *

La compresión del aire aumenta su temperatura. Esto se muestra directamente por la bomba de combustión, una variación de una bomba de bicicleta, que se muestra en la Figura 281. (Para ver un ejemplar en funcionamiento, consulte la página web www.de-monstrare.nl). Una cabeza de cerilla en la parte inferior de una bomba de aire de material transparente se inflaman fácilmente por la compresión del aire que hay por encima de ella. La temperatura del aire después de la compresión es tan alta que la cabeza del fósforo se enciende espontáneamente.

* *

En verano, la temperatura del aire se puede medir fácilmente con un reloj. De hecho, la tasa del canto de la mayoría de los grillos depende de la temperatura. Por ejemplo, para la especie de grillo más extendida en los Estados Unidos, contando el número de chirridos durante 8 segundos y añadiendo 4 produce la temperatura en grados Celsius.

* *

¿Cuánto tiempo se tarda en cocinar un huevo? Este tema ha sido investigado en muchos detalles; por supuesto, el tiempo depende de qué tipo de huevo cocido quieres, lo grande que sea, y si viene de la nevera o no. ¡Hay incluso una fórmula para calcular el tiempo de cocción! La clara de huevo comienza su endurecimiento a 62°C, la yema comienza a endurecerse a 65°C. Los huevos duros de mejor sabor se forman a 69°C, los huevos medio-duros a 65°C, y los huevos blandos a 63°C. Si se cocinan huevos a 100°C (durante mucho tiempo), la clara toma la consistencia del caucho y la yema forma una superficie verde que huele mal, debido a que la alta temperatura conduce a la formación de H_2S maloliente, que luego se une al hierro y forma FeS verde. Tenga en cuenta que cuando se controla la temperatura, el tiempo no juega ningún papel; 'cocinar' un huevo a 65°C durante 10 minutos o 10 horas, produce el *mismo* resultado.

Ref. 311

* *

Moscow Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

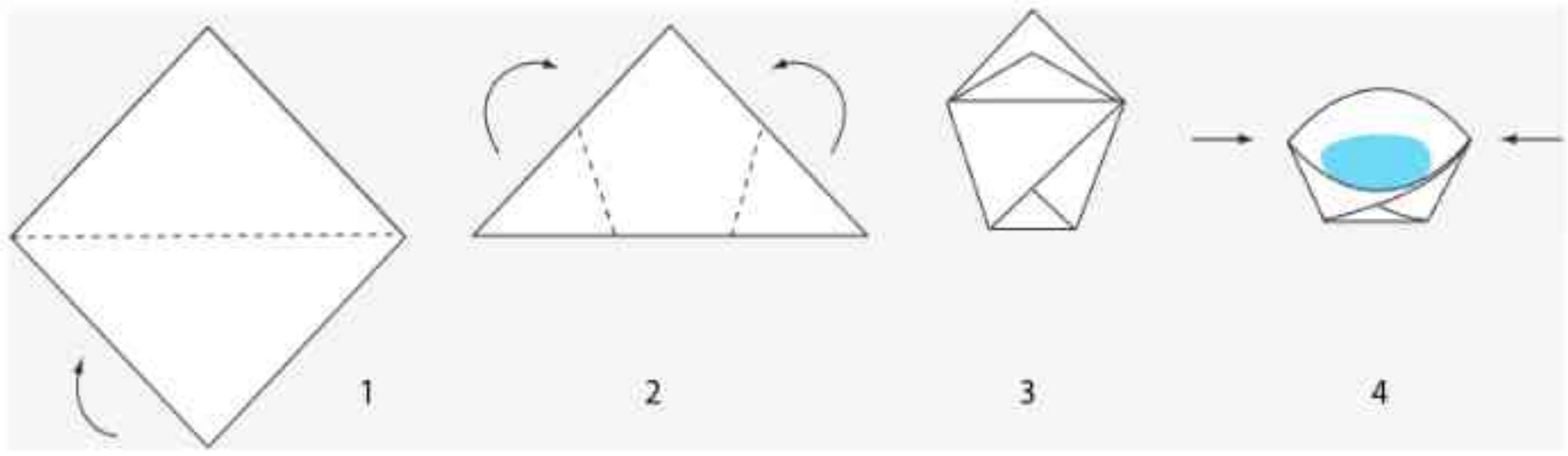


FIGURA 283 ¿Se puede hervir agua en este vaso de papel?

Es posible cocer un huevo de tal manera que la clara sea dura, pero la yema permanezca
Desafío 654 s en estado líquido. ¿Se puede lograr lo contrario? La investigación ha demostrado incluso cómo se puede cocinar un huevo para que la yema se mantenga en el centro. ¿Puede
Desafío 655 e imaginar el método?

* *

No sólo los gases, sino también la mayoría de los otros materiales se expanden cuando la temperatura se eleva. Como resultado, los cables eléctricos soportados por pilotes
Desafío 656 s cuelgan mucho más bajo en verano que en invierno. ¿Es cierto?

* *

Ref. 313 El siguiente es un famoso problema planteado por Fermi. Teniendo en cuenta que un cadáver humano se enfría en cuatro horas después de la muerte, ¿cuál es el número mínimo
Desafío 657 ny de calorías necesarias por día en nuestra alimentación?

* *

La energía contenida en el movimiento térmico no es despreciable. Por ejemplo, una bala de 1 g que viaja a la velocidad del sonido tiene una energía cinética de tan sólo
Desafío 658 e 0,04 kJ= 0,01 kcal. ¿Cual su energía térmica contenida?

* *

Desafío 659 s ¿Cómo funciona un típico globo de aire caliente de 1500 m^3?

* *

Si no le gusta este texto, he aquí una sugerencia. Usted puede utilizar el papel en el que está escrito para hacer una taza, como se muestra en la Figura 283, y hervir el agua en ella sobre una llama abierta. Sin embargo, para tener éxito, tiene que ser un poco cuidadoso.
Desafío 660 s ¿Puede indicar de qué manera?

* *

La mezcla 1 kg de agua a 0°C y 1 kg de agua a 100°C da 2 kg de agua a 50°C. ¿Cuál es el
Desafío 661 s resultado de mezclar 1 kg de *hielo* a 0°C y 1 kg de agua a 100°C?

* *

La temperatura tiene muchos efectos. En los pasados años, la Organización Mundial de la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Salud encontró que la ingestión de líquidos a temperaturas superiores a 65°C - incluidos café, chocolate o té -producen cáncer de esófago, con independencia del tipo de líquido.

* *

Ref. 314 La temperatura del aire más alta registrada en la que un hombre ha sobrevivido es de 127°C. Esta experiencia fue llevada a cabo en 1775 en Londres, por el secretario de la Royal Society, Charles Blagden, junto con unos amigos, quienes permanecieron en una habitación a esa temperatura durante 45 minutos. Curiosamente, la carne cruda que había llevado con él se cocinó ('bien hecha'), cuando él y sus amigos salieron de la habitación. ¿Qué condiciones tuvieron que ser estrictamente cumplidas con el fin de evitar Desafío 662 s cocer a las personas de la misma forma que el filete?

* *

¿Es la *constante de Boltzmann k* realmente el valor mínimo posible para la entropía en la naturaleza? ¿Cómo puede entonces ser la entropía por partícula de Kriptón tan baja como $0{,}3k$ por partícula? La respuesta a esta paradoja es que una única partícula libre tiene más entropía, de hecho, más que k, que una que no sea libre. La entropia límite k es por tanto válida para un sistema físico, tal como el cristal en su conjunto, pero no como valor de la entropía separadamente para cada partícula que es parte del sistema.

* *

El astrónomo sueco Anders Celsius (b. 1701 Uppsala, d. 1744 Uppsala) estableció originalmente el punto de congelación del agua a 100 grados y el punto de ebullición a 0 grados. Poco después, la escala se invirtió y es la que está en uso ahora. Sin embargo, Ref. 315 esto no es toda la historia. Con la definición oficial del kelvin y el grado Celsius, a la presión normalizada de 101 325 Pa, el agua hierve a 99,974°C. ¿Puede explicar por qué Desafío 663 s ya no es 100°C?

* *

Desafío 664 s ¿Se puede llenar una botella con precisión 1 ± 10^{-30} kg de agua?

* *

Un gramo de grasa, ya sea mantequilla o grasa humana, contiene 38 kJ de energía química (o, en unidades antiguas más familiares para los nutricionistas, 9 kcal). Ese es el mismo valor que el de la gasolina. ¿Por qué son las personas y la mantequilla menos Desafío 665 s peligrosas que la gasolina?

* *

En 1992, el físico holandés Martin van der Mark inventó un altavoz que funciona calentando el aire con un rayo láser. Él demostró que con la longitud de onda correcta y con una modulación adecuada de la intensidad, un haz de láser en el aire puede generar sonido. Este efecto, llamado *efecto fotoacústico*, es el fundamento del dispositivo, y aparece en muchos otros materiales. La mejor longitud de onda de láser para el aire se encuentra en el dominio de los infrarrojos, en una de las pocas líneas de absorción del espectro del vapor de agua. En otras palabras, un haz de láser infrarrojo adecuadamente modulado que radia a través del aire genera sonido. Esta luz se puede emitir desde un

Moscow Mathematics – The Adventure of Physics. copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. free pdf file available at www.motionmountain.net

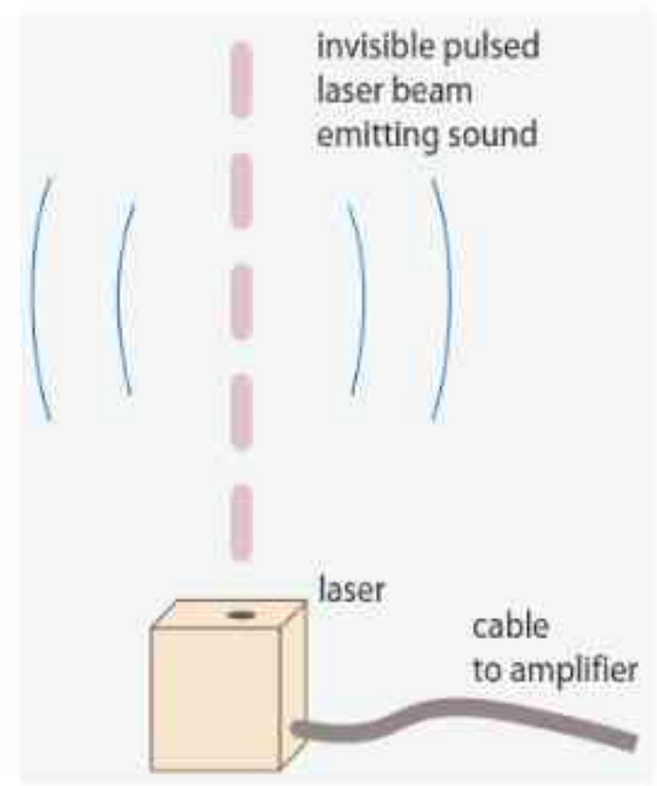


FIGURA 284 El altavoz invisible.

pequeño láser semiconductor del tamaño de caja de cerillas oculto en el techo y radiando hacia abajo. El sonido se emite en todas las direcciones perpendiculares a la radiación. Dado que la luz láser infrarroja no es visible (generalmente), Martin van der Mark así inventó ¡un altavoz invisible! Desafortunadamente, la eficiencia de las versiones actuales es todavía baja, de manera que la potencia del altavoz no es todavía suficiente para aplicaciones prácticas. Los avances en la tecnología láser deben cambiar esto, para que en el futuro debiéramos ser capaces de escuchar sonidos que se emiten desde el centro de una habitación aparentemente vacía.

* *

Una famosa pregunta de examen: ¿Cómo se puede medir la altura de un edificio con un barómetro, una cuerda y una regla? Encuentre al menos seis formas diferentes de
Desafío 666 s responder.

* *

¿Cuál es la probabilidad aproximada de que al lanzar un millón de veces una moneda se
Desafío 667 s obtenga exactamente 500 000 caras y otras tantas cruces? Es posible que desee utilizar la fórmula de Stirling $n! \approx \sqrt{2\pi n}(n/e)^n$ para calcular el resultado.*

* *

Desafío 668 s ¿Tiene sentido hablar de la entropía del universo?

* *

Desafío 669 ny ¿Puede un globo de helio levantar el tanque que sirvió para llenarlo?

* *

Todos los procesos en los que interviene la fricción, tales como la ósmosis, la difusión, la evaporación, o la putrefacción, son *lentos*. Tardan un tiempo característico. Resulta que

* Hay muchas mejoras en la fórmula de Stirling. Una simple es la fórmula de Gosper: $n! \approx \sqrt{(2n+1/3)\pi}(n/e)^n$. Otra es $\sqrt{2\pi n}(n/e)^n e^{1/(12n+1)} < n! < \sqrt{2\pi n}(n/e)^n e^{1/(12n)}$.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

cualquier proceso (macroscópico) dotado con una escala de tiempo es irreversible. Esto no es una verdadera sorpresa: sabemos intuitivamente que deshacer las cosas siempre lleva más tiempo que hacerlas. Es de nuevo el segundo principio de la termodinámica.

* *

Resulta que el *almacenamiento* de información es posible con generación de entropía insignificante. Sin embargo, *borrar* la información requiere entropía. Esta es la razón principal por la cual los ordenadores, así como el cerebro, requieren fuentes de energía y sistemas de refrigeración, incluso si sus mecanismos no necesitaran ninguna energía en absoluto, salvo las mencionadas.

Ref. 316

* *

Al mezclar el ron caliente con agua fría, ¿cómo aumenta la entropía debido a la mezcla si se compara con el aumento de la entropía debido a la diferencia de temperatura?

Desafío 670 ny

* *

¿Por qué no hay pequeños seres humanos, digamos de 10 mm de tamaño, como en muchos cuentos de hadas? De hecho, no hay animales de sangre caliente de ese tamaño en absoluto. ¿Por qué no?

Desafío 671 s

* *

Encender una luz sobre un cuerpo y apagarla y encenderla repetidamente produce sonido. Esto se llama *efecto fotoacústico*, y es debido a la expansión térmica del material. Cambiando la frecuencia de la luz, y midiendo la intensidad del ruido, revelamos un espectro fotoacústico característico del material. Este método nos permite detectar concentraciones de gas en el aire de una parte en 10^9. Se utiliza, entre otros métodos, para el estudio de los gases emitidos por las plantas. Las plantas emiten metano, alcohol y acetaldehído en pequeñas cantidades; el efecto fotoacústico puede detectar estos gases y ayudarnos a comprender los procesos que subyacen en su emisión.

* *

¿Cuál es la probabilidad aproximada de que todas las moléculas de oxígeno en el aire se alejaran de una ciudad determinada durante unos minutos, matando así a todos sus habitantes?

Desafío 672 ny

* *

Si se vertiera un litro de agua en el mar, se mezclara a fondo a través de todos los océanos y luego se sacara un litro de la mezcla, ¿cuántos de los átomos originales se recuperarían?

Desafío 673 ny

* *

¿Cuánto tiempo podría respirar en la habitación donde se encuentra si estuviera cerrada herméticamente?

Desafío 674 s

* *

La pérdida de calor es un grave problema para los animales más pequeños, debido a que

Roman Mirlinski - "The Adventure of Physics" - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

la relación de superficie a volumen aumenta cuando el tamaño disminuye. Como resultado, los animales pequeños se encuentran en climas calientes, los animales grandes se encuentran en climas fríos. Esto es cierto para los osos, aves, conejos, insectos y muchas otras familias de animales. Por la misma razón, los pequeños seres vivos necesitan grandes cantidades de alimento por día, cuando se calcula en relación con el peso corporal, mientras que los animales grandes necesitan mucha menos comida.

* *

¿Qué pasa si pone un poco de ceniza en un pedazo de azúcar y prende fuego a la totalidad? (Advertencia: esto es peligroso y no es para niños.)
Desafío 675 s

* *

Los cálculos de entropía son a menudo sorprendentes. Para un sistema de N partículas con dos estados cada uno, hay $W_{total} = 2^N$ estados. Para su configuración más probable, con exactamente la mitad de las partículas en un estado, y la otra mitad en el otro estado, tenemos $W_{max} = N!/((N/2)!)^2$. Ahora, para un sistema macroscópico de partículas, puede ser que típicamente tenga $N = 10^{24}$ partículas. Eso da $W_{total} \gg W_{max}$; de hecho, la primera es 10^{12} veces mayor que la segunda. Por otro lado, nos encontramos con que $\ln W_{total}$ y $\ln W_{max}$ ¡coinciden para los primeros 20 dígitos! A pesar de que la configuración con exactamente la mitad de las partículas en cada estado es mucho más rara que el caso general, donde esta relación puede variar, la entropía resulta ser la misma. ¿Por qué?
Desafío 676 ny
Desafío 677 ny

* *

Si el calor se debe al movimiento de los átomos, nuestros órganos sensoriales de percepción del calor y del frío son simplemente detectores de movimiento. ¿Cómo funcionarían?
Desafío 678 ny

Por cierto, los sentidos del olfato y el gusto también puede ser visto como detectores de movimiento, ya que señalan la presencia de moléculas volando en el aire o en líquidos. ¿Está de acuerdo con esta idea?
Desafío 679 e

* *

La Luna tiene una atmósfera, aunque extremadamente tenue, que consiste en sodio (Na) y potasio (K). Esta atmósfera se ha detectado hasta una distancia de nueve radios de la Luna desde su superficie. La atmósfera de la Luna se genera en la superficie por la radiación ultravioleta procedente del Sol. ¿Puede estimar la densidad de la atmósfera de la Luna?
Desafío 680 s

* *

¿Tiene sentido añadir una línea en la Tabla 43 para la cantidad de acción física? ¿Y una columna? ¿Por qué?
Desafío 681 ny

* *

La Difusión proporciona una escala de longitud. Por ejemplo, los insectos toman el oxígeno a través de su epidermis. Como resultado, las partes interiores de sus cuerpos no pueden estar a mucha más distancia de la superficie que alrededor de un centímetro.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

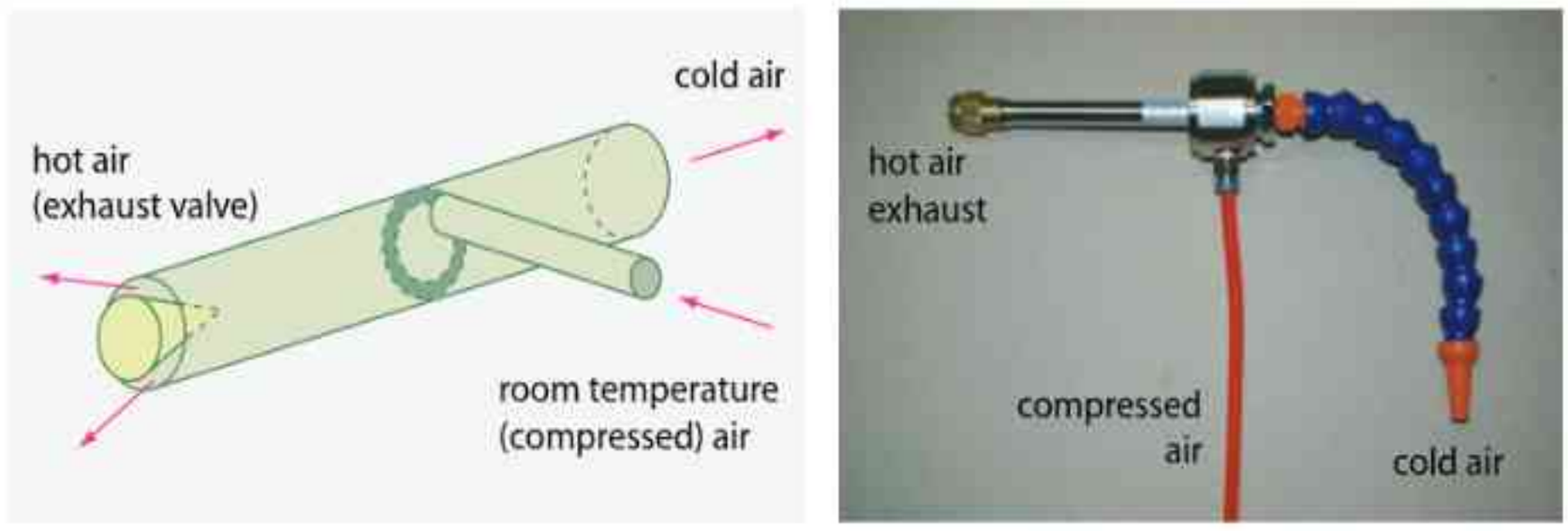


FIGURA 285 El diseño de la Wirbelrohr o tubo de vórtice Ranque-Hilsch, y una versión comercial, de unos 40 cm de tamaño, utilizado para enfriar en los procesos de fabricación (© Coolquip).

¿Puede enumerar algunas otras escalas de longitud en la naturaleza que impliquen pro-
Desafío 682 s cesos de difusión?

* *

La elevación del aire caliente es la razón por la que muchos insectos se encuentran en nubes altas a la caída de la tarde. Muchos insectos, especialmente los que se nutren de la sangre de los animales, son atraídos por el aire caliente y húmedo.

* *

Los termómetros basados en mercurio pueden llegar a 750°C. ¿Cómo es posible, dado
Desafío 683 s que el mercurio hierve a 357°C?

* *

Desafío 684 s ¿Qué aspecto tiene una vela encendida en condiciones de ingravidez?

* *

Es posible construir una central de energía eléctrica mediante la construcción de una gran chimenea, de modo que el aire calentado por el sol fluye en ella hacia arriba, haciendo girar una turbina. También es posible hacer una central de energía mediante la construcción de un tubo vertical largo, y dejar que un gas como el amoniaco suba por él y que a continuación se licue en la parte superior debido a las bajas temperaturas de la atmósfera superior; a medida que cae hacia abajo en forma de líquido por un segundo tubo - al igual que la lluvia - mueva una turbina. ¿Por qué esos planes, que son casi
Desafío 685 s completamente no contaminantes, no se utilizan todavía?

* *

Uno de los dispositivos más sorprendentes que se han inventado es el *Wirbelrohr* o tubo de torbellinos Ranque–Hilsch. Al soplar aire comprimido a temperatura ambiente en ella en su punto medio, se forman en sus extremos dos flujos de aire. Uno de ellos es extremadamente frío, pudiendo alcanzar fácilmente una temperatura tan baja como –50°C, y el otro muy caliente, hasta 200°C. Sin que haya partes móviles ni dispositivos
Desafío 686 s de calefacción en su interior. ¿Cómo funciona?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

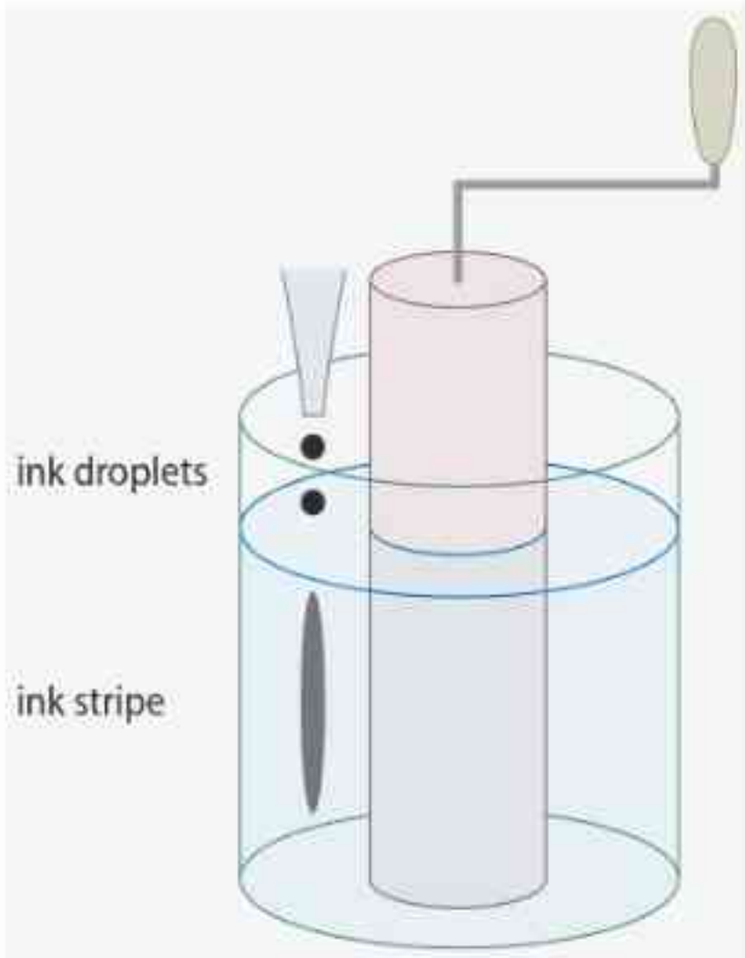


FIGURA 286 ¿Qué pasa con la banda de tinta si el cilindro interior gira un par de veces en una dirección y luego lo hace las mismas veces en dirección contraria?

* *

Los motores termoacústicos, bombas y refrigeradores ofrecen muchas aplicaciones extrañas y fascinantes del calor. Por ejemplo, es posible utilizar un sonido fuerte en cámaras cerradas de metal para desplazar el calor de un lugar frío a uno caliente. Tales dispositivos tienen pocas piezas móviles y se están estudiando con la esperanza de encontrar aplicaciones prácticas en el futuro. Ref. 317

* *

¿Contradice un sistema aislado de pocas partículas el segundo principio de la termodinámica? Desafío 687 s

* *

¿Qué le sucede a la entropía cuando se tiene en cuenta a la gravitación? Nosotros hemos dejado cuidadosamente de lado la gravitación en nuestra discusión. De hecho, la gravedad lleva a muchos nuevos problemas - trate simplemente de reflexionar sobre el tema. Por ejemplo, Jacob Bekenstein ha descubierto que la materia alcanza su máxima entropía posible cuando se forma un agujero negro. ¿Puede confirmar esto? Desafío 688 s

* *

Los valores numéricos (¡pero no las unidades!) de la constante de Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K y la combinación h/ce - donde h es la constante de Planck, c la velocidad de la luz y e la carga del electrón - concuerdan en su exponente y en sus tres primeros dígitos. ¿Se puede descartar esto como una mera coincidencia? Desafío 689 s

* *

La mezcla no siempre es fácil de realizar. El experimento de la Figura 286 da resultados completamente diferentes con agua y glicerina. ¿Puede adivinar por qué? Desafío 690 s

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Desafío 691 s ¿Cómo deshacerse de la goma de mascar en la ropa?

* *

Con el conocimiento de que el aire está formado por moléculas, Maxwell calculó que
Desafío 692 ny 'cada partícula colisiona 8 077 200 000 por segundo'. ¿Cómo lo hizo?

* *

Un móvil perpetuo 'de segunda clase' es una máquina que convierte calor en movimiento sin el uso de un segundo baño refrigerador. La entropía supone que tal dispositivo no
Desafío 693 e puede existir. ¿Puede demostrarlo?

* *

Hay argumentos menos conocidos acerca de la existencia de los átomos. De hecho, dos fenómenos cotidianos demuestran la existencia de los átomos: la reproducción y la me-
Desafío 694 ny moria. ¿Por qué?

* *

En el contexto de los láseres y los sistemas de espín, es divertido hablar de temperatura
Desafío 695 s negativa. ¿Por qué esto en realidad no es razonable?

Resumen del calor y de la invariancia temporal

El movimiento microscópico es debido a la gravedad y las interacciones eléctricas, por lo que todo el movimiento microscópico en la vida cotidiana, es *reversible*: tal movimiento puede ocurrir hacia atrás en el tiempo. En otras palabras, el movimiento debido a la gravedad y el electromagnetismo es *simétrico bajo la inversión del movimiento* o, como frecuentemente se dice de manera incorrecta, bajo 'la inversión del tiempo'.

Sin embargo, el movimiento diario es *irreversible*, ya que no existen sistemas totalmente cerrados en la vida cotidiana. La falta de aislamiento conduce a fluctuaciones; las fluctuaciones conducen a la fricción. De manera equivalente, la irreversibilidad resulta de las probabilidades extremadamente bajas requeridos para realizar una inversión de movimiento en sistemas de muchas partículas. La irreversibilidad macroscópica no contradice la reversibilidad microscópica.

Por estas razones, en la vida cotidiana, la entropía en un sistema aislado nunca decrece. Esto nos lleva a un problema famoso: ¿cómo puede la evolución biológica reconciliarse con el aumento de la entropía? Vamos a echar un vistazo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 14

Auto-organización y caos - la sencillez de la complejidad

> Hablar de física no-lineal es como calificar la zoología como el estudio de los animales no-elefantes.
>
> Stanislaw Ulam

Ref. 318

Página 260

En nuestra enumeración de las descripciones globales de movimiento, el último concierne al estudio de la auto-organización. La auto-organización es la aparición del orden. En física, el *orden* es un término que hace referencia tanto a las *formas*, tales como la simetría compleja de los copos de nieve; como a los *modelos*, como las rayas de las cebras y las ondulaciones en la arena; y a los *ciclos*, tales como la creación de sonidos cuando cantamos. Al mirar a nuestro alrededor, observamos que todos los ejemplos de lo que llamamos *belleza* son una combinación de formas, patrones y ciclos. (¿Está de acuerdo?) La Auto-organización por lo tanto puede ser llamada el estudio del origen de la belleza. La Tabla 50 muestra la frecuencia con que la apariencia de orden modela nuestro entorno.

Ref. 319

Desafío 696 s

TABLA 50 Algunos ritmos, modelos y formas observados en la naturaleza.

Observación	Fuerza motriz	Fuerza restauradora	Escala Typ.
Huella dactilar	reacciones químicas	difusión	0,1 mm
Tic-tac del reloj	peso cayendo	fricción	1 s
Chirrido debido al deslizamiento por inestabilidad de una barra de tiza	movimiento	fricción	600 Hz
Generación de la nota musical de violín	movimiento del arco	fricción	600 Hz
Generación de la nota musical en una flauta	flujo de aire	turbulencia	400 Hz
Oscilaciones de un tren transversalmente a la vía.	movimiento	fricción	0,3 Hz
Estructuras de flujo en cascadas y fuentes	flujo de agua	turbulencias	10 cm
Desprendimiento abrupto de cinta adhesiva	velocidad con la que se tira	fricción de adhesión	0,1 Hz

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 50 (Continuación) Algunos ritmos, modelos y formas observados en la naturaleza.

Observación	Fuerza motriz	Fuerza restauradora	Escala Typ.
Oscilaciones de radio en la producción de espaguetis y de fibra de polímeros	velocidad de extrusión	fricción	10 cm
Patrones en placas y láminas de metal alabeadas	deformación	rigidez	depende del espesor
Aleteo de banderas con viento constante	flujo de aire	rigidez	20 cm
Goteo de agua del grifo	flujo de agua	tensión superficial	1 Hz
Corriente de burbujas de una irregularidad en un vaso de cerveza	presión del gas disuelto	tensión superficial	0,1 Hz, 1 mm
Inestabilidad Raleigh-Bénard	gradiente de temperatura	difusión	0,1 Hz, 1 mm
Flujo Couette–Taylor	gradiente de velocidad	fricción	0,1 Hz, 1 mm
Flujo Bénard–Marangoni, generación de olas marinas	tensión superficial	viscosidad	0,1 Hz, 1 mm
Estelas de Karman, manchas de Emmon, flujo de Osborne Reynolds	cantidad de movimiento	viscosidad	desde mm a km
Explosiones regulares en un tubo de escape de coche	flujo	resonancias de presión	0,3 Hz
Disposición regular de nubes	flujo	difusión	0,5 km
El Niño	flujo	difusión	5 a 7 años
Arcos de vino en las paredes de un vaso	tensión superficial	mezcla binaria	0,1 Hz, 1 mm
Superficies de ferrofluidos en campos magnéticos	energía magnética	gravedad	3 mm
Patrones en cristales líquidos	energía eléctrica	tensión	1 mm, 3 s
El parpadeo de luces fluorescentes al envejecer	flujo de electrones	difusión	1 Hz
El parpadeo de luces fluorescentes al envejecer	flujo de electrones	difusión	1 cm
Inestabilidades del Plasma de un Tokamak	flujo de electrones	difusión	10 s
Formación de copos de nieve y otros procesos de crecimiento dendríticos	gradiente de concentración	superficie de difusión	10 μm

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 50 (Continuación) Algunos ritmos, modelos y formas observados en la naturaleza.

Observación	Fuerza motriz	Fuerza restauradora	Escala Typ.
Patrones en la interfaz de solidificación, por ejemplo, en CBr_4	flujo de entropía	tensión superficial	1 mm
Capas periódicas en la corrosión de un metal	gradientes de concentración	difusión	10 µm
El endurecimiento de acero por trabajo en frío	esfuerzo	movimiento de dislocación	5 µm
Estructuras de laberinto en metales irradiados con protones	flujo de partículas	movimiento de dislocación	5 µm
Patrones en aleaciones Cd-Se por irradiación láser	irradiación láser	difusión	50 µm
Patrones de dislocación y oscilaciones de densidad en cristales individuales de Cu sometidos a fatiga	esfuerzo	movimiento de dislocación	10 µm 100 s
Emisión de luz láser, sus ciclos y regímenes caóticos	energía de bombeo	pérdidas de luz	10 ps a 1 ms
Modelos rotantes del brillo de luz láser sobre la superficie de algunos electrolitos	energía luminosa	difusión	1 mm
Patrones y ciclos en la reacción de Belousov-Zhabotinski	gradientes de concentración	difusión	1 mm, 10 s
Parpadeo de una vela encendida	gradientes de calor y de concentración	difusión térmica y de sustancia	0,1 s
Secuencia regular de llamas calientes y frías en la combustión de los carbohidratos	gradientes de calor y de concentración	difusión térmica y de sustancia	1 cm
Silbido de retro-alimentación del micrófono al altavoz	amplificadores	pérdidas eléctricas	1 kHz
Cada oscilador electrónico en radios, televisores, ordenadores, teléfonos móviles, etc.	alimentador	pérdidas resistivas	1 kHz a 30 GHz
Erupciones periódicas de géiseres subterráneos	calor	evaporación	10 min
Terremotos periódicos en ciertas fallas	movimiento tectónico	rupturas	1 Ms

Motor Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motormountain.net

TABLA 50 (Continuación) Algunos ritmos, modelos y formas observados en la naturaleza.

Observación	Fuerza motriz	Fuerza restauradora	Escala Typ.
Patrones hexagonales sobre rocas de basalto	calentamiento	difusión de calor	1 m
Patrones hexagonales sobre suelo seco	cambios regulares de temperatura	difusión de agua	0,5 m
Cambios de intensidad periódicos de las cefeidas y otras estrellas	fusión nuclear	emisión de energía	3 Ms
Células de convección sobre la superficie del Sol	fusión nuclear	emisión de energía	1000 km
Formación y oscilación de campos magnéticos de la Tierra y otros cuerpos celestes	Separación de cargas debido a la convección y la fricción	pérdidas resistivas	100 ka
Transición arrugas /apelotonamiento	esfuerzo	rigidez	1 mm
Patrones de pieles animales	concentración química	difusión	1 cm
Crecimiento de dedos y miembros	concentración química	difusión	1 cm
Ruptura de la simetría en la embriogénesis, tal como el corazón en el lado izquierdo	Probablemente quiralidad molecular y concentración química	difusión	1 m
Diferenciación celular y aparición de órganos durante el crecimiento	concentración química	difusión	10 μm a 30 m
Oscilaciones presa-predador	reproducción	hambre	3 hasta 17 a
Pensamiento	excitación de neuronas	disipación de calor	1 ms, 100 μm

Apariencia de orden

La apariencia de orden es una observación general en toda la naturaleza. Los *fluidos* en particular muestran muchos fenómenos en los que el orden aparece y desaparece. Como ejemplos de ello, podemos citar el parpadeo más o menos regular de una vela encendida, el aleteo de una bandera en el viento, el flujo regular de las burbujas que salen de pequeñas irregularidades en la superficie de una copa de champán, y el goteo regular o irregular de un grifo de agua mal cerrado. La Figura 251 muestra algunos ejemplos, y también lo hacen las otras figuras de este capítulo. Otros ejemplos incluyen la aparición de las nubes y de las disposiciones regulares de nubes en el cielo. Puede ser fascinante

Página 381

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

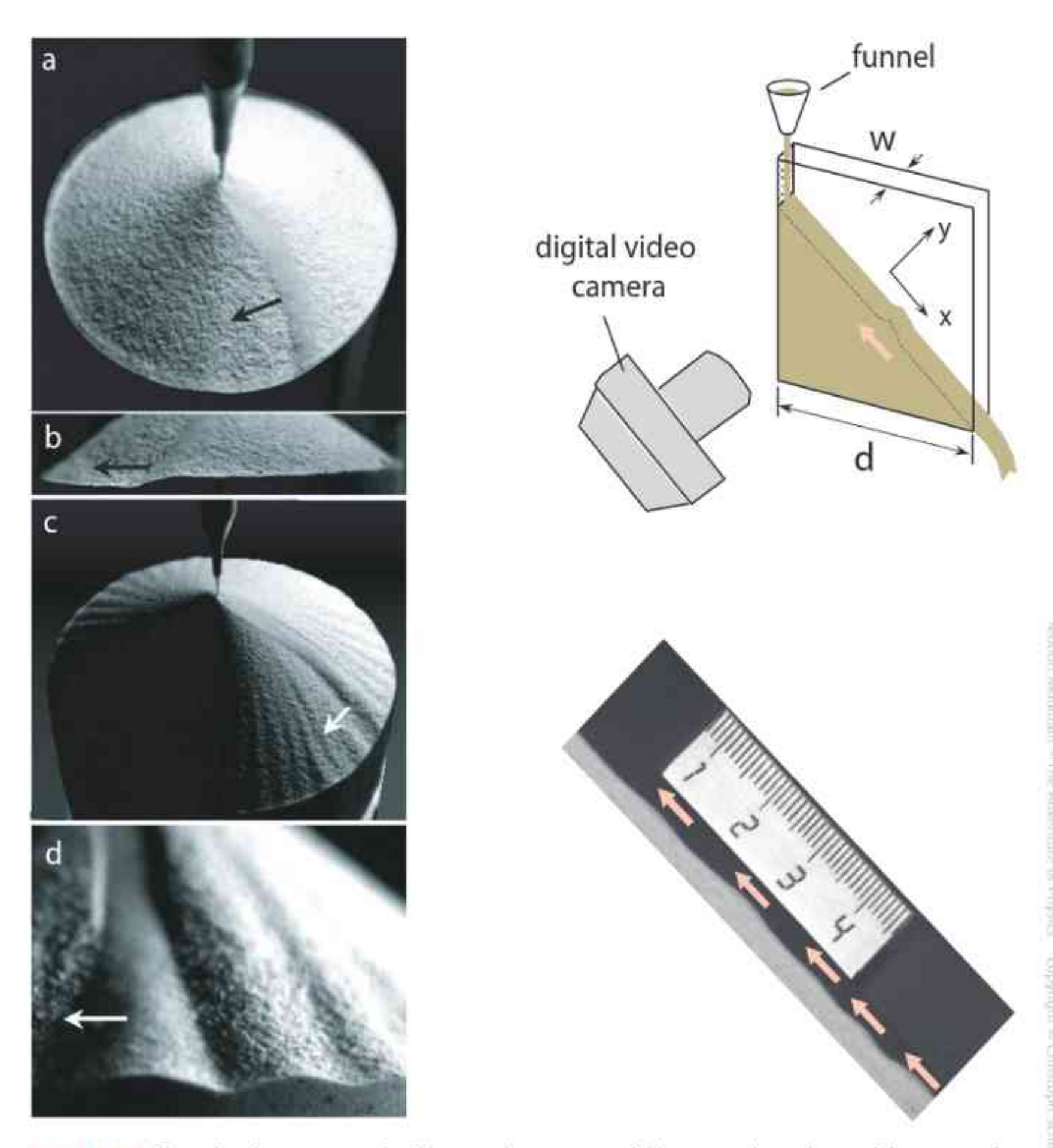


FIGURA 287 Ejemplos de auto-organización para la arena: aparición espontánea de un ciclo temporal (a y b), aparición espontánea de un patrón periódico (b y c), aparición espontánea de un patrón espacio-temporal, es decir, ondas solitarias (derecha) (© Ernesto Altshuler et al.).

para reflexionar, durante un vuelo que de otra manera sería aburrido, acerca de los mecanismos que subyacen a la formación de las formas de las nubes y los patrones que se ven desde el avión. Una nube típica tiene una densidad de masa entre 0,3 y 5 g/m^3, de modo que una gran nube puede contener varios miles de toneladas de agua.

Desafío 697 e

Otros casos de auto-organización son mecánicos, tales como la formación de cadenas montañosas cuando los continentes se mueven, la creación de terremotos, o la formación de arrugas por la risa en las comisuras de los ojos humanos.

Todo *crecimiento* y todos los procesos de crecimiento son fenómenos de auto-organización. La aparición del orden se revela en la diferenciación de las células de un embrión en el interior del cuerpo de una mujer; en la formación de los patrones de color

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 51 Patrones y un ciclo sobre arena horizontal y sobre superficies como la arena en el mar y en tierra.

Patrón/ciclo	Período	Amplitud	Origen
Bajo el agua			
Ondulaciones	5 cm	5 mm	ondas de agua
Megaondulaciones	1 m	0,1 m	mareas
Ondas de arena	100 a 800 m	5 m	mareas
Bancos de arena	2 a 10 km	2 a 20 m	mareas
En el aire			
Ondulaciones	0,1 m	0,05 m	viento
Arenas cantoras	65 a 110 Hz	hasta 105 dB	Viento sobre dunas de arena, avalanchas que hacen vibrar la duna.
Corrugaciones de carreteras	0.3 a 0,9 m	0,05 m	ruedas
Ski moguls (trineos mecánicos)	5 a 6 m	hasta 1 m	esquiadores
En otra parte			
Sobre Marte	Algunos km	varias decenas de m	viento

FIGURA 288 Corrugaciones en una carretera (courtesía de David Mays).

de los tigres, de los peces tropicales y de las mariposas; en las disposiciones simétricas de los pétalos en las flores; en la formación de los ritmos biológicos; y así sucesivamente.

Página 51

¿Alguna vez ha reflexionado sobre la manera increíblemente maravillosa en que crecen los dientes? Un material prácticamente inorgánico construye formas en las alineaciones superiores e inferiores de los dientes que encajan exactamente una en la otra. La

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 289 Oscilones formadas por las bolas de bronce sacudidas; el tamaño horizontal es de aproximadamente 2 cm (© Paul Umbanhowar)

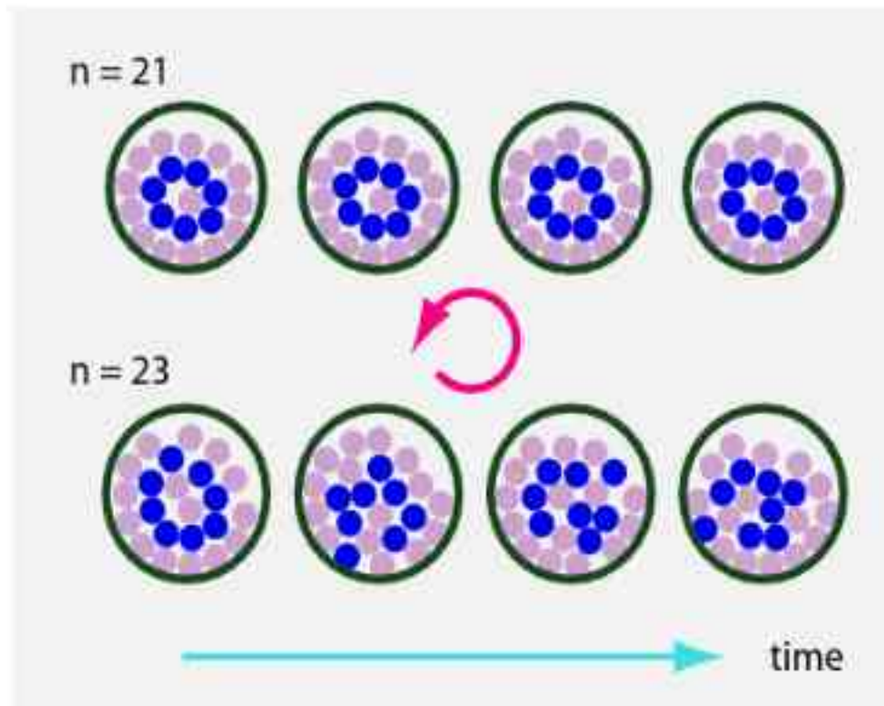


FIGURA 290 Números mágicos: 21 esferas, cuando se arremolinaban en un plato, se comportan de manera diferente a partir de los números no mágicos de las esferas, como el 23, (Reproducida de fotografías © Karsten Kötter).

Vol. III, página 258 manera en que se controla este proceso es todavía un tema de investigación. También la formación de las redes neuronales en el cerebro, antes y después del nacimiento, es otro proceso de auto-organización. Incluso los procesos físicos que están en la base del pensamiento, y que implican señales eléctricas variables, se van a describir en términos de auto-organización.

La *evolución biológica* es un caso excepcional de crecimiento. Tome la evolución de las formas animales. Resulta que las lenguas de las serpientes tienen esa forma bífida porque esa es la forma más eficaz para el seguimiento de los rastros químicos que dejan las presas Ref. 320 de las serpientes y otras serpientes de la misma especie. (Las serpientes huelen con la ayuda de su lengua). ¿Cuantas puntas necesitarían las lenguas de los reptiles voladores, Desafío 698 e tales como los dragones voladores?

Ref. 321 El número fijo de los dedos en una mano humana es también consecuencia de la auto-organización. El número de los pétalos de las flores puede ser o puede no ser debido a la Vol. III, página 321 auto-organización. Es un caso especial de crecimiento.

Los estudios sobre las condiciones necesarias para la aparición o desaparición del orden han mostrado que su descripción requiere sólo unos pocos conceptos comunes, independientemente de los detalles del sistema físico. Esto se ve mejor mirando un par de ejemplos sencillos.

Auto-organización en la arena

Toda la riqueza de la auto-organización se desvela en el estudio de la arena normal. ¿Por qué las dunas de arena tienen ondulaciones, al igual que el suelo arenoso del fondo del mar? ¿Cómo se producen las avalanchas en montones empinados de arena? ¿Cómo se

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

comporta la arena en los relojes de arena, en mezcladores o en recipientes que vibran? Los resultados suelen ser sorprendentes.

Una visión general de los fenómenos de la auto-organización en la arena se da en la Tabla 51. Por ejemplo, en fecha tan reciente como 2006, el grupo de investigación en
Ref. 322 Cuba de Ernesto Altshuler y sus colegas descubrieron ondas solitarias en los flujos de arena (que se muestran en la Figura 287). Ellos ya habían descubierto en 2002 el efecto de río giratorio en montones de arena, que se muestra en la misma figura. Aún más sorprendente es que estos efectos se producen sólo para la arena cubana, y algunos otros tipos raros de arena. Las razones todavía no están claras.

Ref. 323 Del mismo modo, en 1996 Paul Umbanhowar y sus colegas descubrieron que cuando un recipiente plano que contienen bolas de bronce pequeñas (alrededor de 0,165 mm de diámetro) se sacude hacia arriba y abajo en el vacío, a ciertas frecuencias la superficie de esta 'arena' de bronce forma montones estables. Se muestran en la Figura 289. Estos montones, llamados *Oscillones*, también van hacia arriba y hacia abajo. Los Oscilones pueden moverse e interactuar entre sí.

Los oscilones en arena de bronce son un ejemplo sencillo para un efecto de carácter general:

▷ Los sistemas *discretos* dotados de interacciones no lineales pueden exhibir
Ref. 324 *excitaciones localizadas*.

Este fascinante tema está empezando a ser investigado. Bien podría ser que un día diera resultados relevantes para nuestra comprensión del crecimiento de los organismos.

La arena muestra muchos otros procesos formadores de patrones.

— Una mezcla de arena y azúcar, cuando se vierte en un montón, forma estructuras en capas regulares que, vistas al bies, en sección transversal se parecen a las rayas de una cebra.
— Cilindros que giran horizontalmente con mezclas binarias dentro de ellos separan la mezcla al cabo de un cierto tiempo.
— Tome un recipiente con dos compartimentos separados por una pared de 1 cm. Rellene las dos mitades con arena y rápidamente sacuda todo el recipiente con una máquina. Con el tiempo, toda la arena se acumulará de forma espontánea en una mitad de recipiente.
— Algunos han estudiado en la arena otra forma de auto-organización, los distintos
Ref. 325 tipos de dunas de arena que 'cantan' cuando el viento sopla sobre ellas.
— Igualmente, las corrugaciones formadas por el tráfico en las carreteras sin asfaltar las «washboard roads» (carreteras de tablas de lavar) mostradas en la Figura 288, son un ejemplo de autoorganización. Estos patrones de corrugación se mueven, a lo largo del
Desafío 699 s tiempo, *en contra* de la dirección del tráfico. ¿Puede explicar por qué? El movimiento de los chichones de esquí (moguls) mencionados anteriormente también concierne
Página 340 aquí.

En realidad, el comportamiento de la arena y del polvo prueba ser un tema magnífico y fascinante de tal manera que la perspectiva de que cada humano retorne al polvo no parece tan siniestra después de todo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 291 Auto-organización: un copo de nieve en crecimiento. (QuickTime film © Kenneth Libbrecht)

La auto-organización de las esferas

Un ejemplo increíblemente simple y hermoso de la auto-organización es el efecto descubierto en 1999 por Karsten Kötter y su grupo. Ellos encontraron que el comportamiento de un conjunto de esferas arremolinadas en un plato depende del número de esferas utilizadas. Por lo general, todas las esferas se mezclan continuamente. Sin embargo, para ciertos números 'mágicos', como por ejemplo 21, surgen patrones de anillos estables, por lo que las esferas externas permanecen fuera y las de dentro permanecen en el interior. Los anillos, mejor vistos por la coloración de las esferas, se muestran en la Figura 290.

Ref. 327

Condiciones para la aparición del orden

Los numerosos estudios de los sistemas de auto-organización han trastornado nuestra comprensión de la naturaleza en un gran número de maneras. En primer lugar, han demostrado que los patrones y formas son similares a los ciclos: todos son *debidos al movimiento.* Sin movimiento, y por lo tanto sin historia, no hay orden, ni patrones, ni formas, ni ritmos. Cada patrón tiene una historia; cada modelo es una consecuencia del movimiento. Como ejemplo, la Figura 291 muestra cómo crece un copo de nieve.

Ref. 328

En segundo lugar, los patrones, formas y ritmos se deben al movimiento organizado de *un gran número de pequeños componentes.* Los sistemas que se auto-organizan son siempre compuestos: son *estructuras cooperativas.*

En tercer lugar, todos estos sistemas obedecen a ecuaciones de evolución que son *no lineales* en las variables de configuración macroscópicas. Los sistemas lineales no se auto-organizan.

En cuarto lugar, la aparición y desaparición del orden depende del vigor de una fuerza motriz o proceso conductor, el llamado *parámetro de orden.*

Finalmente, todo orden y toda la estructura aparecen cuando dos tipos generales de movimiento compiten entre sí, a saber, un proceso 'motor' que incrementa la energía y una *«disipación», un mecanismo de frenado.* Por tanto, la termodinámica juega un papel en toda auto-organización. Los sistemas auto-organizados son siempre *sistemas disipativos,* y están siempre lejos del equilibrio. Cuando el proceso motor y la disipación son

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

del mismo orden de magnitud, y cuando el comportamiento clave del sistema no es una función lineal de la acción motora, puede aparecer orden.*

Las matemáticas de la apariencia del orden

Cada modelo, cada forma y cada ritmo o ciclo puede ser descrito por algún observable A que describe la amplitud del patrón, forma o ritmo. Por ejemplo, la amplitud A puede ser una longitud para los patrones de arena, o una concentración química para los sistemas biológicos, o una presión sonora para la aparición de sonido.

El orden aparece cuando la amplitud A difiere de cero. Para entender la apariencia de orden, uno tiene que entender la evolución de la amplitud A. El estudio del orden ha demostrado que esta amplitud siempre sigue ecuaciones de evolución similares, *independientemente* del mecanismo físico del sistema. Este sorprendente resultado unifica todo el campo de la auto-organización.

Todos los sistemas auto-organizados al comienzo de la aparición de orden pueden ser descrito por las ecuaciones para el modelo de amplitud A de la forma general

$$\frac{\partial A(t,x)}{\partial t} = \lambda A - \mu |A|^2 A + \kappa \Delta A + \text{órdenes superiores} \,. \qquad (124)$$

Aquí, el observable A - que puede ser un número real o uno complejo, con el fin de describir los efectos de fase - es el observable que aparece cuando aparece orden, tales como la amplitud de la oscilación o modelo de amplitud. El primer término λA es el *término motor*, en la que λ es un parámetro que describe la fuerza motriz. El siguiente término es una *no linealidad* típica de A, con un parámetro μ que describe su fuerza, y el tercer término $\kappa \Delta A = \kappa(\partial^2 A/\partial x^2 + \partial^2 A/\partial y^2 + \partial^2 A/\partial z^2)$ es un difusivo típico y, por tanto, un término *disipativo*.

Podemos distinguir dos situaciones principales. En los casos en que el término disipativo no juega ningún papel ($\kappa = 0$), nos encontramos con que cuando el parámetro de conducción, λ, aumenta por encima de cero, aparece una oscilación *temporal*, es decir, un *ciclo límite* con con amplitud no evanescente. En los casos en que el término difusivo juega un papel, la ecuación (124) describe cómo aparece una amplitud de oscilación *espacial* cuando el parámetro de conducción λ se convierte en positivo, como la solución $A = 0$, entonces se convierte en espacialmente inestable.

Desafío 700 ny
Desafío 701 ny

En ambos casos, la aparición de orden se llama una *bifurcación*, porque en este valor crítico del parámetro motor, λ, la situación con amplitud cero, es decir, el estado homogéneo (o desordenado), se convierte en inestable, y el estado ordenado se vuelve estable. *En los sistemas no lineales, el orden es estable.* Este es el principal resultado conceptual de este dominio. La ecuación (124) y sus numerosas variantes nos permiten describir muchos

* Para describir el 'misterio' de la vida humana, términos como 'fuego', 'río' o 'árbol' se utilizan a menudo como analogías. Todos estos son ejemplos de sistemas auto-organizados: tienen muchos grados de libertad, han de competir fuerzas motrices y de frenado, dependen fundamentalmente de sus condiciones iniciales, muestran el caos y el comportamiento irregular, y algunas veces muestran ciclos y comportamiento regular. Los seres humanos y la vida humana se asemejan en todos estos aspectos; por tanto, existe una base sólida para su uso como metáforas. Incluso podríamos ir más allá y especular que la belleza pura *es* pura auto-organización. La falta de belleza de hecho a menudo resulta de un equilibrio perturbado entre disipación externa y conducción externa.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

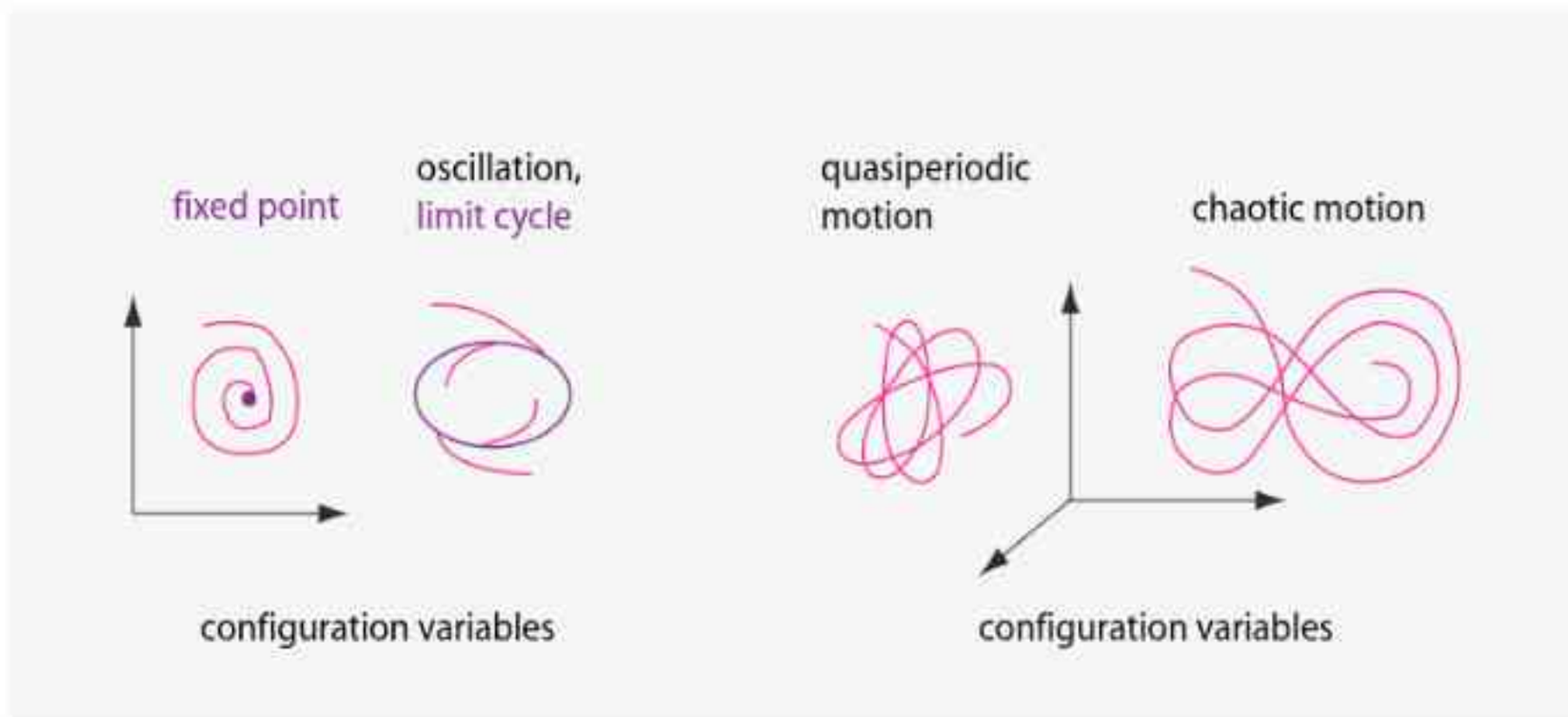


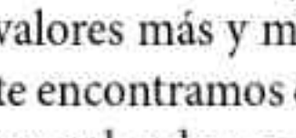
FIGURA 292 Ejemplos de diferentes tipos de movimiento en el espacio de configuración.

fenómenos, que van desde espirales, ondas, patrones hexagonales y defectos topológicos,
Ref. 329 hasta ciertas formas de turbulencia. Para cada sistema físico en estudio, la tarea principal es extraer el observable A y los parámetros λ, μ y κ de los procesos físicos subyacentes.

En resumen, la apariencia del orden puede ser descrita mediante ecuaciones generalmente válidas. La auto-organización es, fundamentalmente, un proceso simple. Concretando: la belleza es simple.

La auto-organización es un vasto campo que está dando nuevos resultados casi cada semana. Para descubrir nuevos temas de estudio, a menudo es suficiente mantener los ojos abiertos; la mayoría de los efectos son comprensibles sin matemáticas avanzadas.
Desafío 702 e ¡Disfrute de la caza!

Caos

La mayoría de los sistemas que muestran auto-organización también muestran otro tipo de movimiento. Cuando el parámetro motor de un sistema de auto-organización se incrementa a valores más y más altos, el orden se vuelve cada vez más irregular, y al final generalmente encontramos el *caos*. Para los físicos, c  c el movimiento caótico es el tipo más irregular de movimiento que puede existir.* El Caos se puede definir de forma independiente de la auto-organización, es decir, como el movimiento de los sistemas para los que pequeños cambios en las condiciones iniciales evolucionan hacia enormes cambios en el movimiento (de forma exponencial con el tiempo). Esto se ilustra en la Figura 293. Más precisamente,

▷ El *caos* (físico) es el movimiento desordenado caracterizado por un *exponente de Lyapounov* positivo en presencia de una evolución estrictamente válida.

* Sobre el tema del caos, ver el hermoso libro escrito por Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens & Dietmar Saupe, *Caos y Fractales*, Springer Verlag, 1992. Incluye imágenes impresionantes, la base matemática necesaria, y algunos programas informáticos que permiten la exploración personal del tema. 'Caos' es una palabra antigua: según la mitología griega, la primera diosa, Gaia, es decir, la Tierra, surgió del caos existente en el inicio. A continuación, dio a luz a los otros dioses, los animales y los primeros humanos.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

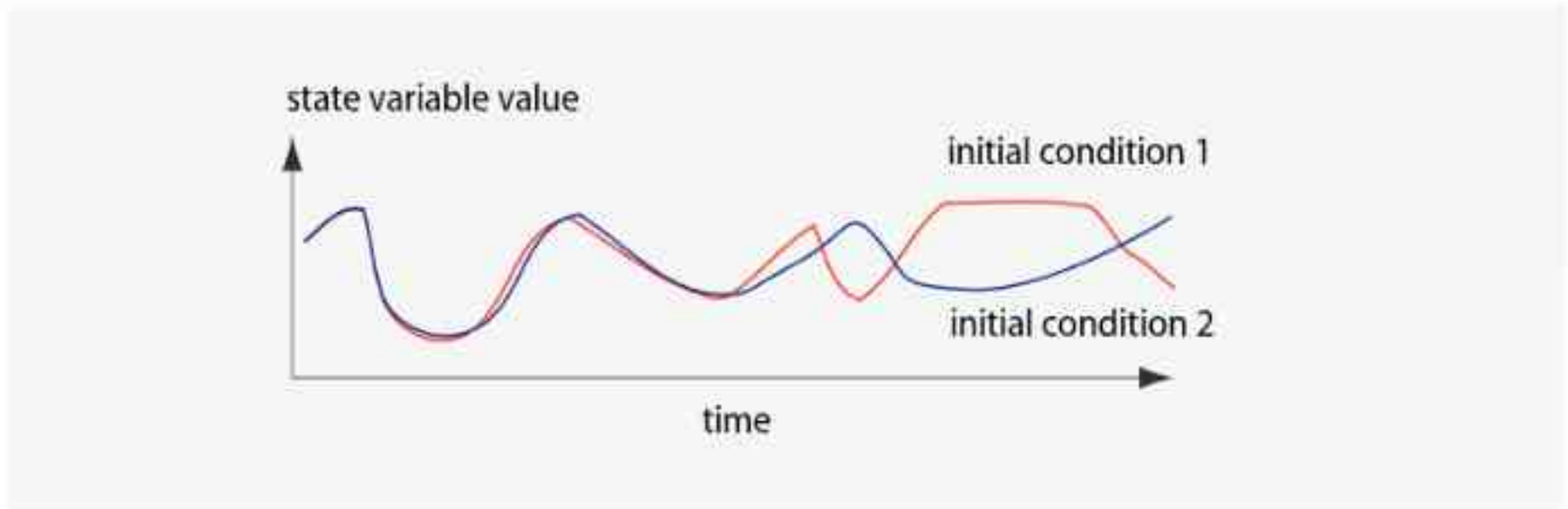


FIGURA 293 Caos como respuesta a condiciones iniciales.

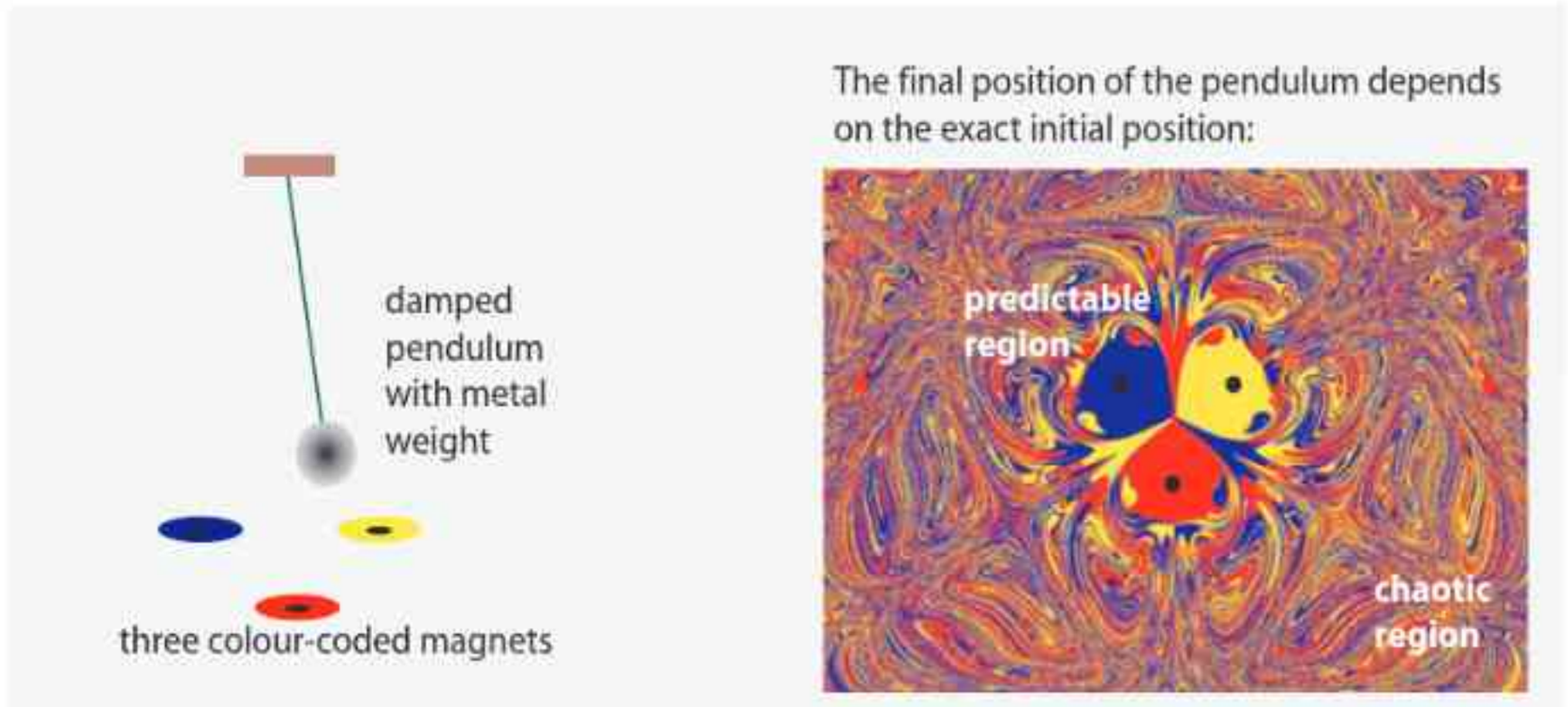


FIGURA 294 Un sistema caótico simple un péndulo de metal sobre tres imanes (fractal © Paul Nylander).

Un sistema caótico simple es el péndulo amortiguado colocado encima de tres imanes. La Figura 294 muestra cómo regiones de previsibilidad (alrededor de las tres posiciones de imán) cambian gradualmente en una región caótica, es decir, una región de imprevisibilidad efectiva, para mayores amplitudes iniciales. El tiempo atmosférico también es un sistema caótico, al igual que el goteo del agua en un grifo, el lanzamiento de los dados, y muchos otros sistemas corrientes. Por ejemplo, la investigación sobre los mecanismos por los cuales se genera el latido del corazón ha demostrado que el corazón no es un oscilador sino un sistema caótico con ciclos irregulares. Esto permite que el corazón esté continuamente preparado para las exigencias de los cambios en la frecuencia de latido
Ref. 330 que surgen una vez que el cuerpo lo necesita para aumentar o disminuir sus esfuerzos.

Hay movimiento caótico también en las máquinas: el caos aparece en el movimiento de los trenes sobre los raíles, en las cajas de cambio de los automóviles y otros mecanismos de engranajes, y en las mangueras de los bomberos. El estudio preciso del movimiento que aparece en un encendedor Zippo probablemente también produciría un
Desafío 703 ny ejemplo de caos. La descripción matemática del caos - simple para algunos ejemplos de libros de texto, pero extremadamente complicado para los demás - sigue siendo un tema importante de investigación.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Por cierto, ¿puede dar un argumento sencillo para demostrar que no existe el llamado
Desafío 704 s *efecto mariposa*? Este 'efecto' se cita a menudo en los periódicos y revistas. La explicación que se da generalmente es que las no linealidades implican que un pequeño cambio en las condiciones iniciales puede conducir a vastos efectos; de este modo el aleteo de una mariposa se asegura que es capaz de inducir un tornado. A pesar de que las no linealidades conducen de hecho a un crecimiento de las perturbaciones, *nunca* se ha observado el 'efecto' mariposa. Por lo tanto, *no* existe. Existe este 'efecto' sólo para vender libros y obtener financiación.

Todos los pasos del desorden al orden, la cuasiperiodicidad y finalmente al caos, son ejemplos de auto-organización. Estos tipos de movimiento, que se ilustran en la Figura 292, se observan en muchos sistemas de fluidos. Su estudio debe conducir, un día, a
Ref. 331 una comprensión más profunda de los misterios de la turbulencia.. A pesar de la fascinación de este tema, no vamos a explorar más a fondo, porque no ayuda a resolver el misterio del movimiento.

Emergencia

> De una gota de agua, un lógico podría predecir
> un Atlántico o un Niagara.
> Arthur Conan Doyle, *Estudio en escarlata*

La auto-organización es de interés también por una razón más general. A veces se dice que nuestra capacidad de formular modelos o leyes de la naturaleza a partir de la observación no implica que tengamos la capacidad de predecir *todas* las observaciones a partir de estas leyes. De acuerdo con este punto de vista, existen las llamadas 'propiedades emergentes', es decir, las propiedades que aparecen en sistemas complejos como algo *nuevo* que no se puede deducir de las propiedades de sus componentes y sus interacciones. (El telón de fondo ideológico relativo a esta idea es obvio, fue el más reciente intento de luchar contra la idea del determinismo). El estudio de la auto-organización ha cercenado definitivamente este debate. Las propiedades de las moléculas de agua nos permiten predecir las cataratas del Niagra.* Del mismo modo, la difusión de las moléculas mensajeras determinan el desarrollo de una única célula en un ser humano completo: en particular, los fenómenos cooperativos determinan los lugares donde se forman los brazos y las piernas; aseguran (de forma aproximada) la simetría derecha-izquierda de los cuerpos humanos, previenen amalgamas en las conexiones cuando las células de la retina se conectan al cerebro, y explican los patrones de piel de las cebras y de los leopardos,
Ref. 333 por citar sólo algunos ejemplos. Del igual manera, han sido descifrados los mecanismos en el origen de los latidos del corazón y muchos otros ciclos. Varios fenómenos de fluidos cooperativos se han simulado, incluso hasta el nivel molecular.

La auto-organización nos provee de principios generales que nos permiten, en principio, predecir el comportamiento de sistemas complejos de cualquier tipo. Actualmente se están aplicando en el sistema más complejo del universo conocido: el cerebro humano. Los detalles de cómo se aprende a coordinar el movimiento del cuerpo, y cómo se extrae

* Ya versiones pequeñas de las cataratas del Niagra, llamadas grifos de agua que gotean, muestran una gran
Ref. 332 variedad de fenómenos cooperativos, incluyendo la caótica, es decir, no periódica, caída de gotas de agua.
Desafío 705 e Esto sucede cuando el caudal de agua tiene el valor correcto, como puede verificar en su propia cocina.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

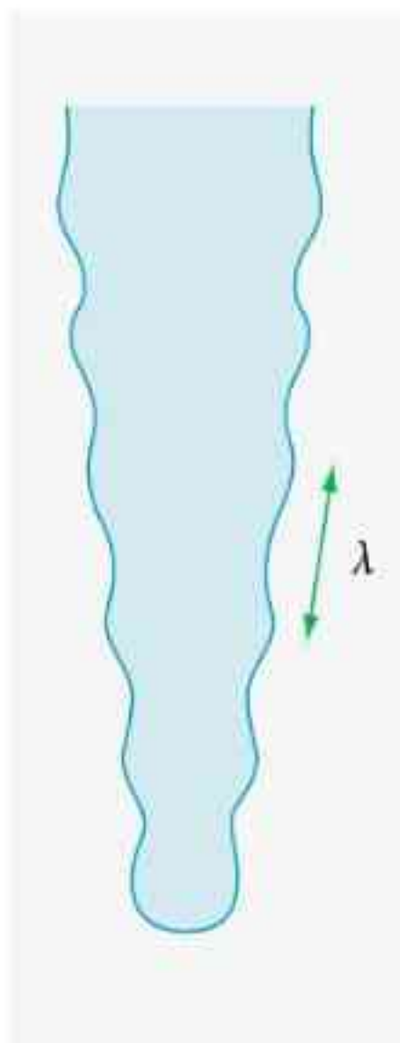


FIGURA 295 La superficie ondulada de los carámbanos.

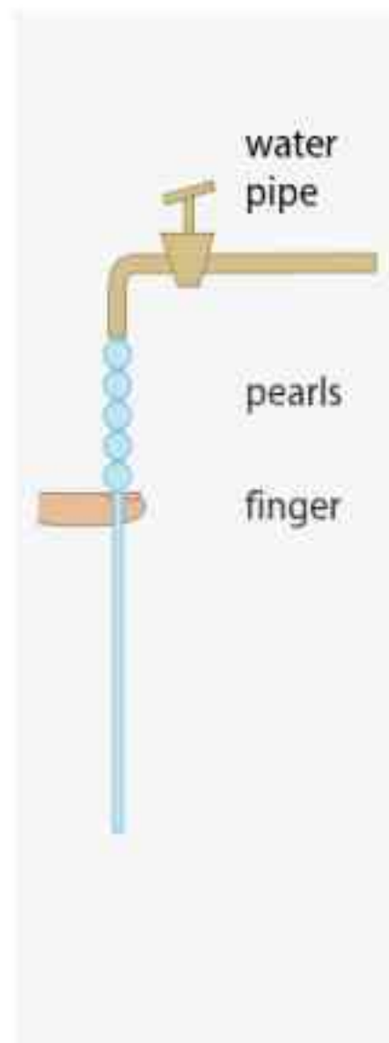


FIGURA 296 Perlas de agua.

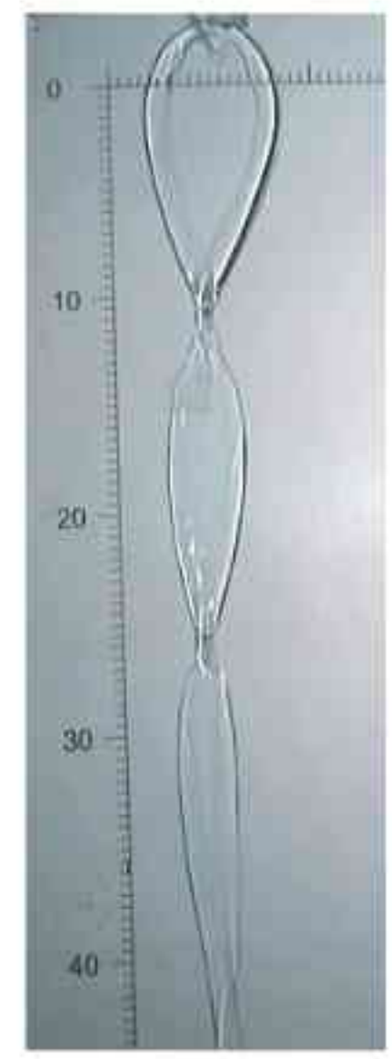


FIGURA 297 Un chorro de agua trenzada. (© Vakhtang Putkaradze).

la información de las imágenes en el ojo, están siendo estudiados intensamente. El trabajo continuo en este ámbito es fascinante. (Un caso despreciado de auto-organización es la *risa*, y también el *humor* mismo.) Si va a convertirse en un científico, considere tomar este camino.

Ref. 334
Desafío 706 e

La investigación de la auto-organización proporcionó los argumentos finales que confirmaron lo que J. Offrey de la Mettrie declaró y exploró en su famoso libro *L'homme machine* en 1748: los seres humanos son máquinas complejas. De hecho, las lagunas en la comprensión de los sistemas complejos en el pasado se debió principalmente a la enseñanza restrictiva del estudio del movimiento, que por lo general se concentra - como lo hacemos en este paseo - en ejemplos de movimiento en sistemas *simples*. Los conceptos de auto-organización nos permiten entender y describir lo que sucede durante el funcionamiento y el crecimiento de los organismos.

A pesar de que el tema de la auto-organización proporciona una visión fascinante, y lo hará por muchos años en el futuro, ahora lo dejamos de lado. Continuamos con nuestra propia aventura, destinada a explorar los *fundamentos* del movimiento.

> Ich sage euch: man muss noch Chaos in sich haben, um einen tanzenden Stern gebären zu können. Ich sage euch: ihr habt noch Chaos in euch.*
>
> Friedrich Nietzsche, *Also sprach Zarathustra*.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Curiosidades y desafíos divertidos acerca de la auto-organización

Todos los carámbanos tienen una superficie ondulada, con una distancia de cresta a cresta de aproximadamente 1 cm, como se muestra en la Figura 295. La distancia se determina por la interacción recíproca entre el flujo de agua y enfriamiento de la superficie. ¿Cómo? (De hecho, las estalactitas no muestran el efecto.)

Ref. 335
Desafío 707 ny

* *

Cuando un delgado hilo de agua sale de un grifo de agua, poner un dedo en la corriente conduce a la aparición una forma ondulada, como se muestra en la Figura 296. ¿Por qué?

Desafío 708 ny

* *

La investigación sobre la arena ha demostrado que a menudo es útil para introducir el concepto de *temperatura granular*, que cuantifica la velocidad a la que se mueve una región de arena. La investigación en este campo está todavía en pleno apogeo.

* *

Cuando el agua emerge de una abertura oblonga, la corriente forma un patrón en forma de trenza, como se muestra en la Figura 297. Este efecto resulta de la interacción y la competencia entre la inercia y la tensión superficial: la inercia tiende a ensanchar la corriente, mientras que la tensión superficial tiende a reducirla. La predicción de la distancia de una región estrecha a la siguiente es todavía tema de investigación.

Ref. 336

Si el experimento se realiza en aire libre, sin un recipiente, por lo general se observa un efecto adicional: hay un trenzado *quiral* en las regiones estrechas, inducida por las asimetrías del flujo de agua. ¡Usted puede observar este efecto en el inodoro! La curiosidad científica no conoce límites: ¿Es usted un trenzador a la derecha, a la izquierda, o en ambos sentidos? ¿Todos los días?

Desafío 709 e

* *

Cuando se hace girar el vino en una copa, después de que el movimiento se ha calmado, el vino que fluye por las paredes de cristal forma pequeños arcos. ¿Puede explicar en pocas palabras qué los forma?

Desafío 710 ny

* *

¿Cómo cambia la distancia media entre los coches estacionados a lo largo de una calle en el transcurso del tiempo, suponiendo que hay una tasa constante de coches que salen y que llegan?

Desafío 711 ny

* *

Un caso famoso de aparición de orden es la *reacción Belousov-Zhabotinski*. Esta mezcla de productos químicos produce espontáneamente patrones espaciales y temporales. Las

* 'Te digo: se debe tener el caos dentro de sí mismo, para poder dar a luz a una estrella danzante. Te digo: tú todavía tienes el caos dentro de ti.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 298 La reacción Belousov-Zhabotinski: el líquido cambia periódicamente de color, tanto en el espacio como en el tiempo (© Yamaguchi University).

capas delgadas producen patrones en espiral que giran lentamente, como se muestra en la Figura 298; grandes volúmenes agitados, oscilan hacia adelante y hacia atrás entre dos colores. Una película hermosa de las oscilaciones se puede encontrar en www.uni-r.de/Fakultaeten/nat_Fak_IV/Organische_Chemie/Didaktik/Keusch/D-oscill-d.htm. La exploración de esta reacción condujo al Premio Nobel de Química para Ilya Prigogine en 1997.

* *

Gerhard Müller ha descubierto una elemental pero hermosa manera de observar la auto-organización en los sólidos. Su sistema también proporciona un modelo para un famoso proceso geológico, la formación de las columnas hexagonales de basalto, tales como la Calzada de los Gigantes en Irlanda del Norte. Se encuentran formaciones similares en otros numerosos lugares de la Tierra. Tome simplemente un poco de harina de arroz o
Ref. 337 almidón de maíz, mézclelo con alrededor de la mitad de esa cantidad en agua, ponga la mezcla en una cacerola o sartén y séquela con una lámpara. Se formarán columnas
Desafío 712 e hexagonales. La analogía con las estructuras basálticas es posible porque el secado del almidón y el enfriamiento de la lava volcánica son procesos difusivos gobernados por las mismas ecuaciones porque las condiciones de contorno son las mismas, y porque los dos materiales responden al enfriamiento con una disminución moderada de su volumen.

* *

El flujo de agua en las tuberías puede ser laminar (continuo) o turbulento (irregular y desordenado). La transición depende del diámetro de la tubería, d, y la velocidad, v, del agua. La transición se produce cuando el denominado *número de Reynolds* - definido como $\mathrm{Re} = vd/\eta$, es superior a un valor de aproximadamente 2000. (El número de Reynolds es uno de los pocos observables físicos con una abreviación convencional hecho con dos letras.) Aquí η es la *viscosidad cinemática* del agua, alrededor de $1\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{s}$; en contraste, la *viscosidad dinámica* se define como $\mu = \eta\rho$, donde ρ es la densidad del
Ref. 338 fluido. Un elevado número de Reynolds significa una alta proporción de los efectos inerciales y disipativos y especifica un flujo turbulento; un bajo número de Reynolds es típico de flujo *viscoso*.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

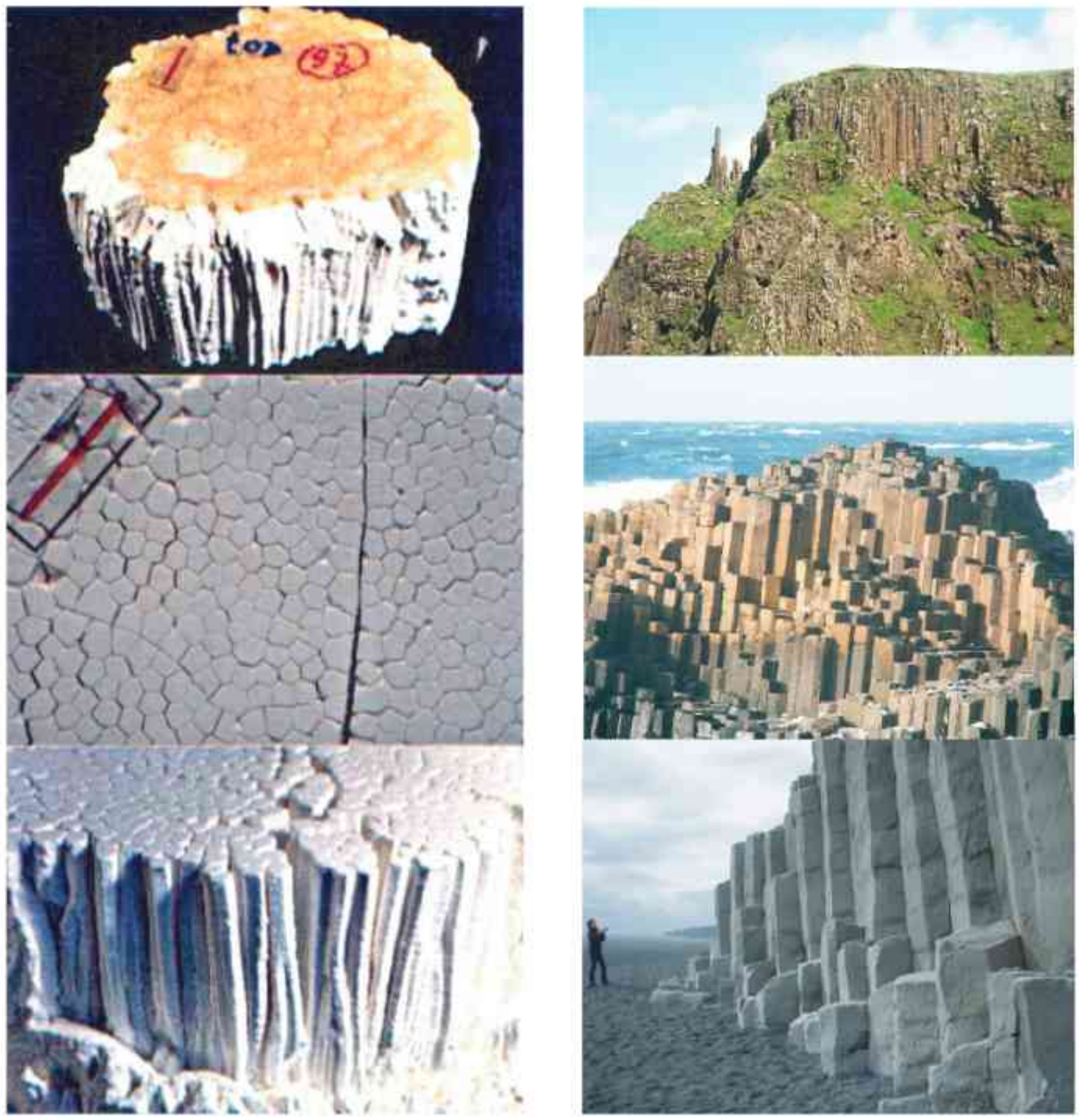


FIGURA 299 Una famosa correspondencia: a la izquierda, columnas hexagonales en almidón, que creciendo en una sartén de cocina (las líneas rojas tienen 1 cm de longitud), y a la derecha, las columnas hexagonales en basalto, pasado de lava en Irlanda del Norte (arriba a la derecha, vista desde alrededor de 300 m, y en el centro derecha, vista de cerca de 40 m) y en Islandia (vista de cerca de 30 m, en la parte inferior derecha) (© Gerhard Müller, Raphael Kessler - www.raphaelk.co.uk, Bob Pohlad, and Cédric Hüsler).

Sin embargo, experiencias cuidadosas modernas muestran que, con una manipulación adecuada, pueden producirse flujos laminares hasta con Re = 100 000. Un análisis lineal de las ecuaciones de movimiento del fluido, las ecuaciones de Navier-Stokes, predicen incluso la estabilidad del flujo laminar para *todos* los números de Reynolds. El enigma no fue resuelto hasta los años 2003 y 2004. Primeramente, un análisis matemático complejo indicó que el flujo laminar no siempre es estable y que la transición hacia la turbulencia en una larga tubería sobreviene con ondas viajeras. Posteriormente, en 2004, meticulosas experiencias mostraron que estas ondas viajeras aparecen de hecho cuando
Ref. 339 el agua fluye a través de una tubería con grandes números de Reynolds.

Motion: Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Para obtener más imágenes bellas de la auto-organización en los líquidos, consulte el sitio web mencionado serve.me.nus.edu.sg/limtt website.

* *

El Caos también se puede observar en los circuitos electrónicos simples (y complicados). Si el circuito electrónico que usted ha diseñado se comporta de forma errática, ¡marque esta opción!

* *

También *la danza* es un ejemplo de auto-organización. Este tipo de auto-organización tiene su fuente en el cerebro. Igual que para todos los movimientos complejos, aprender-
Ref. 340 los es, a menudo, un desafío. Hoy en día hay libros admirables que indican cómo la física puede ayudarle a mejorar sus habilidades en el baile y la gracia de sus movimientos.

* *

¿Quiere disfrutar trabajando en su doctorado de física? Vaya a una tienda de juguetes científicos, y busque cualquier juguete que se mueva de una manera compleja. Hay muchas posibilidades de que el movimiento sea caótico; explore el movimiento y presente una tesis sobre el tema. Por ejemplo, yendo hasta el extremo: explore el movimiento de una cuerda colgante cuyo extremo superior es removido por una fuente externa. Este sencillo sistema es fascinante en su gama de comportamientos de movimiento complejos.

* *

La auto-organización se observa también en mezclas líquidas de agua y almidón de maíz. Disfrute de la película en www.youtube.com/watch?v=f2XQ97XHjVw y vea incluso los efectos más extraños, como seres humanos que caminan sobre una piscina llena de líquido, en www.youtube.com/watch?v=nq3ZjY0Uf-g.

* *

Los Copos de nieve y los cristales de nieve ya han sido mencionados como ejemplos de auto-organización. La Figura 300 muestra la conexión general. Para aprender más sobre este fascinante tema, explore el maravilloso sitio web snowcrystals.com por Kenneth Lib-
Ref. 341 brecht. También se ha desarrollado una clasificación completa de los cristales de nieve.

* *

Un famoso ejemplo de auto-organización cuyos mecanismos no son bien conocidos hasta el momento, es el *hipo*. Se sabe que el nervio vago juega un papel en él. Al igual que para muchos otros ejemplos de auto-organización, se necesita bastante energía para deshacerse de un hipo. La investigación experimental moderna ha demostrado que los orgasmos, que estimulan fuertemente el nervio vago, son excelentes maneras de superar el hipo. Uno de estos investigadores ha ganado el Premio IgNobel 2006 de medicina por su trabajo.

* *

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

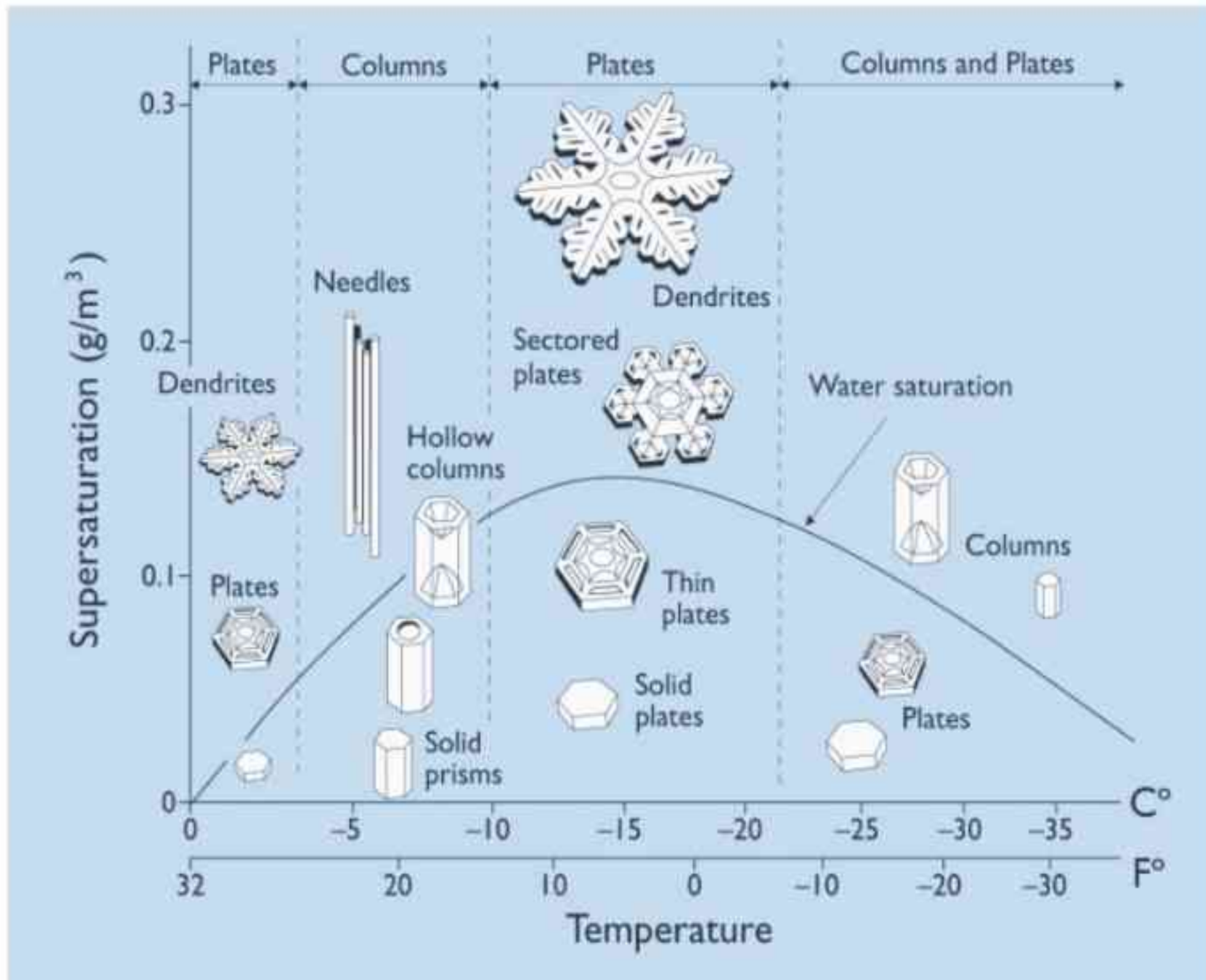


FIGURA 300 Cómo depende la forma de los cristales de nieve de la temperatura y la saturación (© Kenneth Libbrecht).

Otro ejemplo importante de la auto-organización es el *clima*. Si quieres saber más acerca de las conexiones conocidas entre el tiempo atmosférico y la calidad de la vida humana en la Tierra, libre de cualquier ideología, lea el maravilloso libro de Reichholf. En él se explica cómo se conecta el clima entre los continentes y describe cómo y por qué el clima ha cambiado en los últimos mil años. Ref. 342

* *

¿La auto-organización o evolución biológica contradicen el segundo principio de la termodinámica? Por supuesto que no.

Los sistemas de auto-organización son, por definición, sistemas abiertos, y con frecuencia muy alejados del equilibrio. El concepto de entropía no puede ser definido, en general, para tales sistemas y el segundo principio de la termodinámica no les incumbe. No obstante, la entropía puede ser definida para sistemas *cerca* del equilibrio. Para tales sistemas el segundo principio de termodinámica debe ser modificado; entonces será posible explorar y confirmar que la auto-organización no lo contradice, pero de hecho, esto *resulta* de la modificación del segundo principio.

En particular, la evolución no contradice la termodinámica, ya que la Tierra no es un sistema termodinámico cerrado en equilibrio. Afirmaciones de lo contrario sólo las hacen los embaucadores. Ref. 343

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

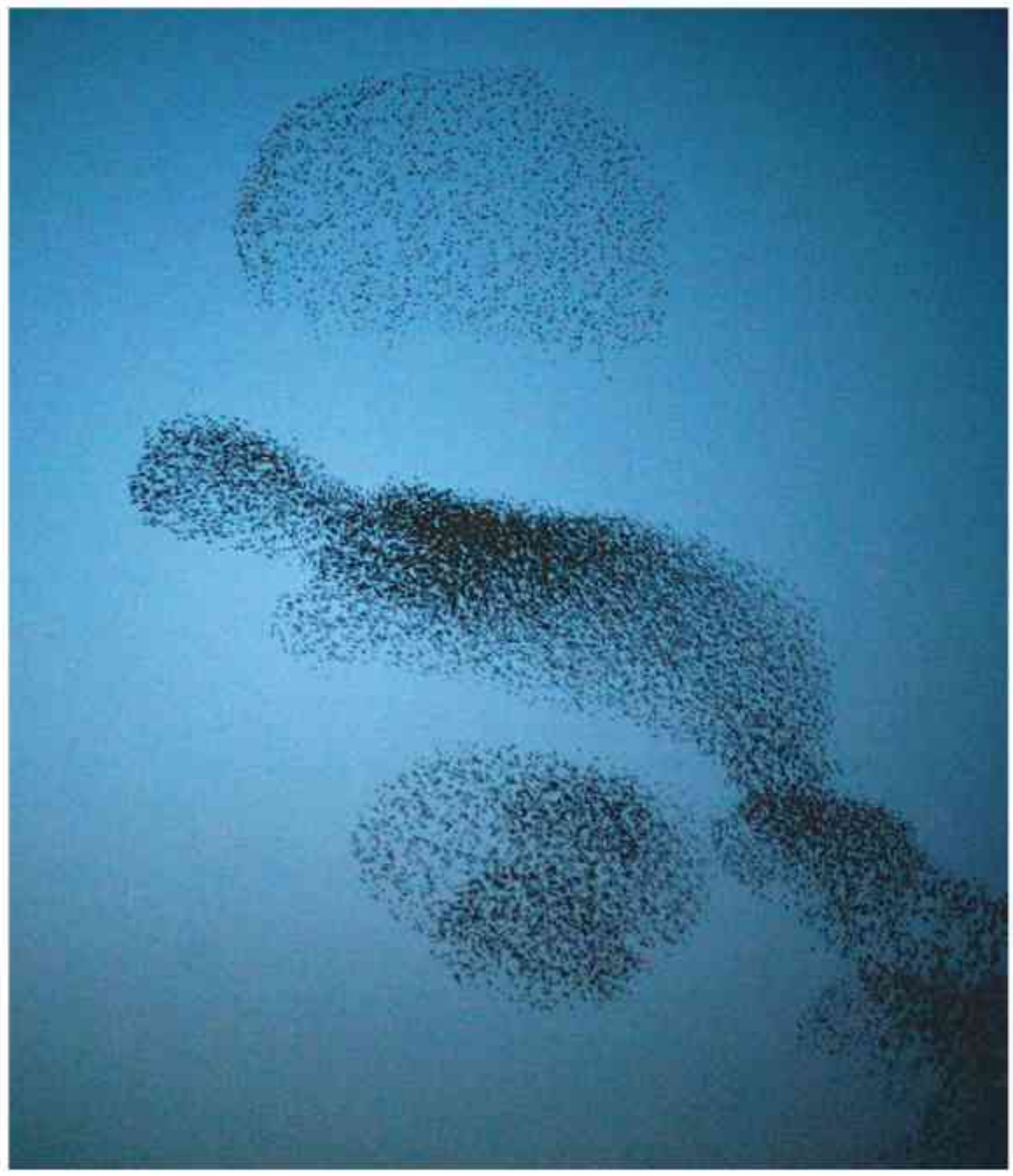


FIGURA 301 Una típica bandada de estorninos que los visitantes de Roma pueden observar cada otoño. (© Andrea Cavagna, Physics Today).

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

Ref. 344 En 2015, tres físicos predijeron que hay un exponente de Lyapunov máximo en la naturaleza, así que se tiene que

$$\lambda \leqslant e\pi \frac{kT}{h} \tag{125}$$

donde T es la temperatura, k es la constante de Boltzmann, y h es el cuanto de acción. El crecimiento del desorden es por tanto limitado.

* *

¿Son los sistemas que muestran auto-organizaciones los más complejas que pueden ser estudiados con ecuaciones de evolución? No. Los sistemas más complejos son los que constan de muchos sistemas de auto-organización que interactúan. El ejemplo obvio son
Ref. 345 los *enjambres*. Los enjambres de aves, como se muestra en la Figura 301, de pescado, de insectos y de personas - por ejemplo, en un estadio o en los coches en una autopista -
Ref. 346 han sido ampliamente estudiados y siguen siendo un tema de investigación. Su belleza

es fascinante.

El otro ejemplo de muchos sistemas auto-organizados interconectados es el cerebro; la exploración de cómo funcionan las neuronas interconectadas para producir nuestros *pensamientos* ocupará a los investigadores durante muchos años. Vamos a explorar algunos aspectos en los próximos volúmenes.

Resumen sobre auto-organización y caos

La aparición del *orden*, en forma de patrones, formas y ciclos, no se debe a una disminución de la entropía sino a una competición entre las causas motoras y efectos disipativos en sistemas abiertos. Tal apariencia de orden es un proceso común, frecuentemente automático y predecible con ecuaciones (bastante) simples. También el crecimiento de sistemas vivientes y la evolución biológica son ejemplos de la aparición de orden.

El caos, la sensibilidad de evolución a las condiciones iniciales, es común en sistemas abiertos fuertemente impulsados. El caos está en la base del azar cotidiano, y, a menudo, es descrito por ecuaciones simples también. En la naturaleza, la complejidad es aparente. El movimiento es simple.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Capítulo 15

De las limitaciones de la física a los límites de movimiento

> 'Sólo se que no se nada'.
>
> Sócrates, como lo cita Platón

Hemos explorado, en nuestro entorno, el concepto de movimiento cotidiano. Llamamos a esta exploración de objetos y fluidos en movimiento la *físicaGalileana*. Encontramos que en todos estos casos de la vida cotidiana, el movimiento es *predecible*: la Naturaleza no muestra sorpresas ni milagros. En particular, hemos encontrado seis aspectos importantes de esta predictibilidad:

1. El movimiento cotidiano es *continuo*. El movimiento nos permite definir el espacio y el tiempo.
2. El movimiento cotidiano *conserva* la masa, la cantidad de movimiento, la energía y el momento angular. Nada aparece de la nada.
3. El movimiento cotidiano es *relativo*: el movimiento depende del observador.
4. El movimiento cotidiano es *reversible*: el movimiento cotidiano puede ocurrir al revés.
5. El movimiento cotidiano es un *invariante especular* (por reflexión): El movimiento cotidiano puede ocurrir de manera especularmente invertida.

La última propiedad es la más importante, y además contiene las cinco anteriores:

6. **El movimiento cotidiano es *perezoso***: el movimiento ocurre de tal manera que minimiza el cambio, es decir, la acción física.

Esta descripción Galileana de la naturaleza hizo posible la ingeniería: máquinas textiles, máquinas de vapor, motores de combustión, aparatos de cocina, relojes, muchos juguetes infantiles, máquinas de fitness, aparatos médicos y todos los avances en la calidad de vida que vienen con estos dispositivos se deben a los resultados de la física Galileana. Pero a pesar de estos éxitos, la frase de Sócrates antes citada, todavía se aplica a la física Galileana: Todavía no sabemos casi nada. Veamos por qué.

Temas de investigación en dinámica clásica

A pesar de que la mecánica y la termodinámica tienen ahora varios cientos de años de existencia, la investigación sobre sus detalles está todavía en curso. Por ejemplo, ya hemos mencionado anteriormente que no está claro si el Sistema Solar es estable. El futuro a largo plazo de los planetas no se conoce. En general, el comportamiento de sistemas de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

pocos cuerpos que interactúan a través de la gravitación es todavía un tema de investiga-
Ref. 347 ción de la física matemática. Responder a la simple cuestión de durante cuánto tiempo permanecerá unido un determinado conjunto de cuerpos que gravitan alrededor unos de otros, es un reto formidable. La historia de este llamado *problema de muchos cuerpos* es antigua y complicada. Se han logrado avances interesantes, pero la respuesta final todavía se nos escapa.

Quedan muchos retos en los ámbitos de la auto-organización, de ecuaciones no lineales de evolución , y del movimiento caótico. En estos campos, la *turbulencia* es el ejemplo más famoso: una descripción precisa de la turbulencia aún no se ha logrado, a pesar de los intensos esfuerzos. Cuantioso premios son ofrecidos por su solución.

Otros muchos desafíos motivan a numerosos investigadores en matemáticas, física, química, biología, medicina y otras ciencias naturales. Pero aparte de estos temas de investigación, la física clásica deja sin respuesta varias preguntas básicas.

¿Qué es el contacto?

> 'Demócrito declaró que existe una especie única de movimiento: el resultante de la colisión".
>
> Simplicius, *Commentarios a la Física de Aristóteles*, 42, 10

Ref. 348

De las preguntas no contestadas por la física clásica, los detalles del *contacto* y de las *colisiones* se encuentran entre las más urgentes. De hecho, hemos definido la masa en
Página 108 términos de cambios de velocidad durante las colisiones. Pero, ¿por qué los objetos cambian su movimiento en esos casos ? ¿Por qué son las colisiones entre dos bolas de chicle diferentes a las que existen entre dos bolas de acero inoxidable? ¿Qué sucede durante esos momentos de contacto?

El contacto se relaciona con las propiedades del material, que a su vez influyen en el movimiento de una manera compleja. La complejidad es tal que las ciencias de la propiedades de los materiales se desarrollaron de forma independiente al resto de la física durante mucho tiempo, por ejemplo, las técnicas de la metalurgia (frecuentemente citada como la ciencia más antigua de todas), de la química y de la cocina sólo se relacionaron con las propiedades de movimiento en el siglo XX, después de haber sido ejercidas de forma independiente desde hacía miles de años. Dado que las propiedades del material determinan la esencia del contacto, necesitamos el conocimiento sobre la materia y sobre los materiales para comprender la noción de masa, del contacto y, por lo tanto, del movimiento. Las partes de nuestra aventura que tienen que ver con la teoría cuántica revelarán estas conexiones.

¿Qué determina la precisión y la exactitud?

Ref. 349 La precisión tiene su propia fascinación. ¿Cuántos dígitos de π , la relación entre la cir-
Desafío 713 e cunferencia y el diámetro de un círculo, sabe de memoria? ¿Cuál es el mayor número de dígitos de π que ha calculado usted mismo?

¿Es posible dibujar o cortar un rectángulo para el que la relación de longitudes sea un número real, por ejemplo, de la forma 0,131520091514001315211420010914..., y cuyos
Desafío 714 s dígitos codifiquen un libro completo? (Un método simple codificaría un espacio como

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 52 Ejemplos de errores en las mediciones en el estado actual de la técnica (los números en paréntesis indican una desviación estándar en los últimos dígitos), parcialmente tomado de physics.nist.gov/constants.

Observación	Medición	Precisión / exactitud
Máxima precisión alcanzada: la relación entre el momento magnético de electrones y el magnetón de Bohr μ_e/μ_B	−1,001 159 652 180 76(24)	$2{,}6 \cdot 10^{-13}$
Alta precisión: constante de Rydberg	10 973 731,568 539(55) m^{-1}	$5{,}0 \cdot 10^{-12}$
Alta precisión: unidad astronómica	149 597 870,691(30) km	$2{,}0 \cdot 10^{-10}$
Precisión industrial: tolerancia en la dimensión de una pieza típica en un motor de automóvil	2 μm de 20 cm	$5 \cdot 10^{-6}$
Precisión baja: constante gravitacional G	$6{,}674\,28(67) \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2	$1{,}0 \cdot 10^{-4}$
Precisión cotidiana: reloj circadiano humano que rige el sueño	15 h hasta 75 h	2

00, la letra 'a' como 01, 'b', como 02 ,'c' como 03, etc. Aún más interesante, ¿podría estar el número impreso en el interior de su propio libro?)

¿Por qué son tantos los resultados de una medición, tales como los de la Tabla 52, de una precisión *limitada*, incluso si el presupuesto para los aparatos de medidas fuera casi ilimitado? Estas son preguntas sobre la precisión.

Cuando empezamos la escalada de la Montaña del Movimiento, explicamos que ganar altura significa aumentar la *precisión* en la descripción de la Naturaleza. Para hacer esta afirmación en sí más precisa, hagamos una distinción entre dos términos: la *precisión* es el grado de reproducibilidad, la *exactitud* es el grado de correspondencia con la situación real. Ambos conceptos se aplican a las mediciones,* a los enunciados y a los conceptos físicos.

Los enunciados con falsa precisión y falsa exactitud abundan. ¿Qué debemos pensar de una empresa de automóviles - Ford - que afirma que el coeficiente aerodinámico c_w de un determinado modelo es 0,375? O de la pretensión oficial de que el récord mundial en el consumo de combustible para los automóviles es 2315,473 km/l? O de la declaración de que el 70.3 % de todos los ciudadanos comparten una cierta opinión? Una lección que aprendemos de las investigaciones sobre los errores de medición es que nunca debemos dar más dígitos para un resultado de los que podemos estar seguros y ciertos, en otras palabras que pondríamos nuestra mano en el fuego por ellos.

Desafío 715 s

Página 485

En pocas palabras, la precisión y la exactitud son *limitadas*. En la actualidad, el número de registro de cifras fiables jamás medido de una magnitud física es 13. ¿Por qué tan pocos? La física Galileana no proporciona una respuesta en absoluto. ¿Cuál es el número máximo de dígitos que podemos esperar en las mediciones?, ¿qué lo determina, y cómo podemos esperar alcanzarlo? Estas preguntas siguen abiertas en este momento de nuestra ascensión. Se van a cerrar en las partes de la teoría cuántica.

* Para las mediciones, la precisión y la exactitud se describen mejor por su *desviación estándar*, como se explica en el página 491.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

En nuestro paseo, nos dirigimos a la más alta precisión y exactitud posible, evitando al mismo tiempo la falsa exactitud. Por lo tanto, en primer lugar los conceptos deben ser *precisos*, y las descripciones deben ser exactas. Cualquier inexactitud es una prueba de la falta de comprensión. Para decirlo sin rodeos, en nuestra aventura, 'inexacta' significa *falsa*. El aumento de la exactitud y precisión de nuestra descripción de la naturaleza implica dejar atrás todos los errores que hemos cometido hasta ahora. Esta misión plantea varias cuestiones.

¿Puede ser descrita en un libro toda la naturaleza?

> Darum kann es in der Logik auch *nie* Überraschungen geben.* Traducción al español de Jesús Padilla Gálvez
>
> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus*, 6.1251

¿Podría existir una publicación perfecta de física, una que describiera toda la naturaleza?. Si fuera posible, esta publicación también debería describirse a sí misma, su propia producción - incluyendo a sus lectores y a su autor - y lo más importante de todo, sus propios contenidos. ¿Es posible un libro así? Utilizando el concepto de información, se puede afirmar que tal libro debe contener toda la información contenida en el universo. ¿Es esto posible? Examinemos las opciones.

Si la naturaleza requiere un libro *infinitamente* largo para ser descrita totalmente, tal publicación, obviamente, no puede existir. En este caso, sólo son posibles las descripciones aproximadas de la naturaleza y un libro exhaustivo de física es imposible.

Si la naturaleza requiere una cantidad *finita* de información para su descripción, hay dos opciones. Una de ellas es que la información del universo es tan grande que no se puede resumir en un libro, luego un libro perfecto de física es de nuevo imposible. La otra opción es que el universo contiene una cantidad finita de información y que se puede resumir en algunas pequeñas fórmulas o enunciados breves. Esto implicaría que el resto del universo no añadiría información a la ya contenida en el libro completo de física.

Tomamos nota de que la respuesta a este enigma implica también la respuesta a otro enigma: el de si un cerebro puede contener una descripción completa de la naturaleza. En otras palabras, la verdadera pregunta es: ¿podemos entender la naturaleza? ¿Podemos alcanzar nuestro objetivo de comprender el movimiento? Por lo general, creemos esto. Pero los argumentos que acabamos de dar implican que efectivamente creemos que el universo no contiene más información que la que nuestro cerebro podría contener o incluso contiene ya. Usted, ¿qué cree? Vamos a resolver este rompecabezas más tarde en nuestra aventura. Hasta entonces, tome su propia decisión.

Vol. III, página ??
Desafío 716 e

* 'Por ello, en lógica *nunca* puede haber sorpresas.'

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 . Free pdf file available at www.motionmountain.net

Algo está mal en lo que concierne a nuestra descripción del movimiento

> Je dis seulement qu'il n'y a point d'espace, où il n'y a point de matière; et que l'espace lui-même n'est point une réalité absolue. *
>
> Leibniz

Hemos descrito la naturaleza de una manera bastante simple. Los *objetos* son entidades permanentes y masivas localizadas en el espacio-tiempo. Los *estados* son propiedades de los objetos que cambian, descritos por la posición en el espacio y el instante de tiempo, la energía y el impulso, y por sus equivalentes de rotación. El *tiempo* es la relación entre los eventos medidos por un reloj. Los *relojes* son dispositivos en movimiento no perturbado cuya posición se puede observar. El *espacio* y la posición es la relación entre los objetos medidos por una vara de medir. Los *metros rígidos* son dispositivos cuya forma se subdivide por algunas marcas, fijadas de manera invariable y observable. El *movimiento* es el cambio de posición con el tiempo (masa de tiempos), está determinado, no presenta sorpresas, se conserva (incluso en la muerte), y se debe a la gravitación y otras interacciones.

A pesar de que esta descripción funciona bastante bien en la práctica, contiene una
Desafío 717 s definición circular. ¿Puede ver eso? Cada uno de los dos conceptos centrales del movimiento se define uno con ayuda del otro. Los físicos trabajaron durante cerca de 400 años en la mecánica clásica sin darse cuenta o sin querer darse cuenta de la situación. Incluso los pensadores que tienen interés en desacreditar la ciencia no lo señalan. ¿Puede una
Desafío 718 s ciencia exacta basarse en una definición circular? Obviamente sí, y a la física le ha ido bastante bien hasta ahora. ¿La situación es, en principio, inevitable?

Deshacer esta definición circular de la física Galileana es uno de los objetivos del resto de nuestra caminata. Lograremos la solución en la última etapa de nuestra aventura. Para lograr la solución, tenemos que aumentar sustancialmente el nivel de precisión en la descripción del movimiento.

Cada vez que se aumenta la precisión, la imaginación queda restringida. Vamos a descubrir que muchos tipos de movimientos que parecen posibles, no lo son. El movimiento es *limitado*. La Naturaleza limita la velocidad , el tamaño, la aceleración, la masa, la fuerza, la potencia y muchas otras cantidades. Continúe leyendo las otras partes de esta aventura sólo si está preparado para cambiar fantasía por precisión. No será una pérdida, porque explorar el funcionamiento preciso de la naturaleza va a llegar a ser más fascinante que cualquier fantasía.

¿Por qué es posible la medición?

En la descripción de la gravedad dada hasta ahora, la que todo el mundo aprende - o debería haber aprendido - en la escuela, la aceleración está conectada a la masa y la distancia a través de $a = GM/r^2$. Eso es todo. Pero esta sencillez es engañosa. Con el fin de comprobar si esta descripción es correcta, tenemos que medir longitudes y tiempos. Sin

* 'Yo sólo digo que no hay espacio donde no hay materia; y que el espacio en sí no es una realidad absoluta'. Gottfried Wilhelm Leibniz escribió esto ya en 1716, en la sección 61 de su famosa quinta carta a Clarke, el asistente y portavoz de Newton. Newton y, por tanto, Clarke, tenían una visión opuesta; y como solía ocurrir, Leibniz estaba en lo cierto.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

embargo, ¡es *imposible* medir las longitudes e intervalos de tiempo con cualquier reloj o cualquier regla sobre la base de la interacción gravitatoria solamente!. Trate de concebir un aparato de este tipo y quedará inevitablemente decepcionado. Siempre se necesita un método no-gravitacional para iniciar y detener el cronómetro. Del mismo modo, cuando se mide la longitud, por ejemplo, la de una tabla, usted tiene que mantener una regla o algún otro dispositivo cerca de ella. La interacción necesaria para alinear la regla y la tabla no puede ser gravitacional.

Desafío 719 s

Una limitación similar se aplica incluso a las mediciones de masa. Trate de medir la masa usando la gravitación solamente. Cualquier escala o balanza necesita otras interacciones - generalmente mecánicas, electromagnéticas u ópticas - para lograr su función. ¿Puede confirmar que lo mismo se aplica a la velocidad y a las mediciones de ángulos?. En resumen, cualquiera que sea el método que utilicemos,

Desafío 720 s
Desafío 721 s

▷ con el fin de medir la velocidad, la longitud, el tiempo y la masa, necesita interacciones distintas de la gravedad.

Nuestra capacidad de medir demuestra que la gravedad no es todo lo que hay. Y, de hecho, todavía tenemos que comprender la carga y los colores.

En resumen, la física Galileana no explica nuestra capacidad de medir. En realidad, ni siquiera explica la existencia de estándares de medida. ¿Por qué los objetos tienen longitudes fijas? ¿Por qué los relojes funcionan con regularidad? La física Galileana no puede explicar estas observaciones; vamos a necesitar la física de la relatividad y la mecánica cuántica para averiguarlo.

¿Es ilimitado el movimiento?

La Física Galileana sugiere que el movimiento lineal podría continuar para siempre. En realidad, la física Galileana sugiere tácitamente que el universo es infinito en el espacio y en el tiempo. En efecto, la finitud de cualquier clase contradice la descripción Galileana del movimiento. Por otra parte, sabemos de las observaciones que el universo *no* es infinito: si fuera infinito, la noche no sería oscura.

Desafío 722 e

La física Galileana también sugiere que las velocidades pueden tener cualquier valor. Pero la existencia de velocidades infinitas en la naturaleza no nos permitiría definir las secuencias de tiempo. Los relojes serían imposibles. En otras palabras, una descripción de la naturaleza que permite velocidades ilimitadas no es precisa. La precisión y las mediciones requieren límites.

Puesto que la física Galileana no tiene en cuenta los límites de movimiento, la física Galileana es imprecisa, y por lo tanto errónea.

Para lograr la máxima precisión posible y, por lo tanto, encontrar la correcta descripción del movimiento, tenemos que descubrir todos los *límites de movimiento*. Hasta ahora, hemos descubierto uno solo: existe una entropía mínima en la naturaleza. Pasamos ahora a otro límite, uno más sorprendente: el límite de velocidad tanto para la energía, como para los objetos y las señales. Para observar y entender el límite de la velocidad, el próximo volumen explora el movimiento más rápido de la energía, de los objetos y de las señales que conocemos: el movimiento de la luz.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Apéndice 16

Notación y convenciones

En este texto hemos introducido y definido conceptos nuevos que se indican con *tipo de letra cursiva*. Las nuevas definiciones también están contempladas en el índice. En este texto, naturalmente utilizamos las unidades internacionales SI; se definen en el apéndice 17. Los resultados experimentales se citan con precisión limitada, generalmente sólo dos dígitos, ya que casi siempre es suficiente para nuestros propósitos. En el apéndice 17 también pueden encontrarse valores de referencia de alta precisión para cantidades importantes. Valores de precisión adicionales para los sistemas físicos compuestos se proporcionan en el Vol. V.

Página 485

Vol. V, página ??

Pero la información que se proporciona en este volumen, usa algunas convenciones adicionales que requieren un segundo vistazo.

El alfabeto latino

Ref. 350

> Lo que se escribe sin esfuerzo es, en general, leído sin placer.
>
> Samuel Johnson

Los libros son colecciones de símbolos. La *escritura* fue inventada probablemente entre 3400 y 3300 Ċ. por los Sumerios en Mesopotamia (aunque se discuten también otras posibilidades). Luego llevó más de mil años antes de que la gente comenzara a utilizar símbolos para representar sonidos en vez de conceptos: esta es la forma en que se creó el primer alfabeto. Esto sucedió entre el 2000 y 1600 Ċ. (posiblemente en Egipto) y llevó al alfabeto Semítico. El uso de un alfabeto tenía tantas ventajas que rápidamente fue adoptado en todas las culturas vecinas, aunque en diferentes formas. Como resultado, el alfabeto Semítico es el antepasado de todos los alfabetos utilizados en el mundo.

Este texto está escrito utilizando el alfabeto latino. A primera vista, esto parece implicar que su pronunciación *no puede* explicarse en forma impresa, en contraste con la pronunciación de otros alfabetos o del Alfabeto Fonético Internacional IPA. (Puede explicarse utilizando el alfabeto del texto principal.) Sin embargo, *es* en principio posible escribir un texto que describa exactamente cómo mover los labios, la boca y la lengua para cada letra, utilizando conceptos físicos donde sea necesario. Las descripciones de las pronunciaciones que encontramos en diccionarios hacen uso indirecto de este método: se refieren a la memoria de palabras pronunciadas o sonidos de la naturaleza.

Históricamente, el alfabeto latino se derivó del de los etruscos, que a su vez era una derivación del alfabeto griego. En la Figura 302 se ofrece un resumen. Hay dos formas principales.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

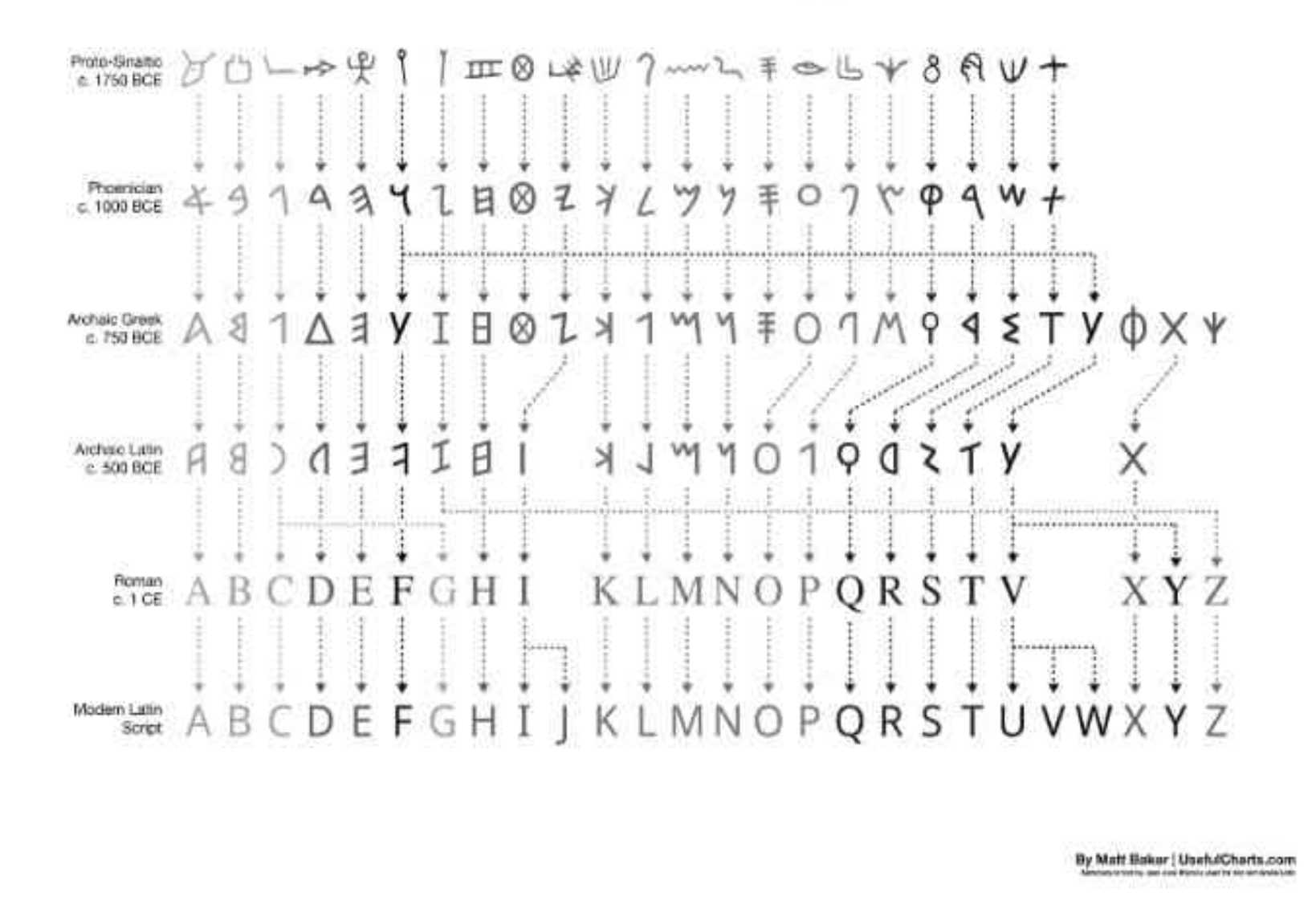


FIGURA 302 Resumen de la historia del alfabeto Latino (© Matt Baker en la usefulcharts.com).

El *antiguo* alfabeto latino,
utilizado desde el siglo VI Ċ. en adelante:

A B C D E F Z H I K L M N O P Q R S T V X

El alfabeto latino *clásico*,
utilizado dese el siglo II Ċ. hasta el siglo XI:

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z

La letra G fue añadida en el siglo III Ċ. por el primer romano que dirigió una escuela de pago, Spurius Carvilius Ruga. Añade una barra horizontal a la letra C y sustituye la letra Z, que no fue utilizada en latín a partir de entonces, con esta nueva letra. En el segundo siglo Ċ., tras la conquista de Grecia, los romanos incluyeron las letras Y y Z del alfabeto griego al final del suyo propio (por lo tanto efectivamente reintroduciendo la Z) para poder escribir palabras griegas. Este alfabeto clásico latino permaneció estable durante los siguientes mil años.*

El latín clásico se extendió por Europa, África y Asia por los romanos durante sus conquistas; debido a su simplicidad comenzó a ser usado para la escritura en otros nu-

* Para encontrar oradores y escritores latinos, visite la www.alcuinus.net.

Modern Mountain - "The Adventure of Physics" - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

merosos idiomas. Alfabetos 'Latinos' más modernos incluyen algunas otras letras. La letra W fue introducida en el siglo XI en francés y fue adoptada en la mayoría de los idiomas Europeos.* La letra U fue introducida a mediados del siglo XV en Italia, la letra
Ref. 351 J al final de ese siglo en España, para distinguir ciertos sonidos que previamente habían sido representados por V e I. La distinción ha sido un éxito y ya era común en la mayoría de los idiomas Europeos en el siglo XVI. Las contracciones æ y œ datan de la edad media. El alfabeto alemán incluye la *s cortante*, escrito ß, una contracción de 'ss' o 'sz', y los alfabetos nórdicos agregan *thorn* (espina), escrito Þ o þy *eth*, escrito Ð o ð, ambos
Ref. 352 tomados del alfabeto rúnico (futhorc)** y otros signos.

Las letras minúsculas no fueron utilizadas en latín clásico; Sólo datan de la edad media, desde la época de Carlomagno. Como la mayoría de acentos, como ê, ç o ä, que también fueron utilizados en la edad media, las letras minúsculas fueron introducidas para salvar superficie de papel, entonces caro, acortando palabras escritas.

> Fuera de un perro, un libro es el mejor amigo del hombre. Dentro de un perro, está demasiado oscuro para leer.
>
> Groucho Marx

El alfabeto griego

El alfabeto griego es fundamental para la cultura y la civilización moderna. Está en el origen del alfabeto etrusco, del cual se deriva el alfabeto latino. El alfabeto griego se deriva asimismo de los fenicios o un alfabeto semítico septentrional similar en el siglo X
Ref. 354 Ċ.. El alfabeto griego, por primera vez, incluía letras también para las vocales, de las que carecían los alfabetos semíticos (y a menudo aún faltan).

En el alfabeto fenicio y en muchos de sus derivados, tales como el alfabeto griego, cada letra tiene su propio nombre. Esto está en contraste con los alfabetos etrusco y latino. Los dos primeros nombres de letra griega son, por supuesto, el origen del mismo término *alfabeto*.

En el siglo X Ċ., el alfabeto Jónico o *antiguo* (oriental) alfabeto griego, estaba formado por letras mayúsculas solamente. En el siglo VI A.C. se retiraron varias letras, mientras que se agregaron las versiones minúsculas y algunas nuevas, dando el alfabeto griego *clásico*. Más adelante, se introdujeron los acentos, índices y aspiraciones. La Tabla 53 también da los valores representados por las letras cuando fueron utilizadas como números. Para este uso especial, las letras antiguas obsoletas se mantuvieron durante el periodo clásico; por lo que también adquirieron formas minúsculas.

---

* En Turquía, incluso en 2013, puede ser citado ante un juez, si utiliza las letras w, q o x en una carta oficial; estas letras sólo existen en kurdo, no en turco. Utilizarlas es un comportamiento 'anti-turco', soporte de terrorismo y castigado por la ley. En general no es conocido cómo los profesores de física y matemáticas hacen frente a esta situación.

** La escritura rúnica, también llamado *Futhark* o *Futhorc*, un tipo de alfabeto utilizado en la Edad Media en Alemania, los países nórdicos y anglosajones, probablemente, también se deriva del alfabeto etrusco. El nombre se deriva de las seis primeras letras: f, u, th, a (u o), r, k (o c). La tercera letra es la letra thorn anteriormente mencionada; que a menudo se escribe 'Y' en Inglés Antiguo, como en 'Ye Olde Shoppe.' Del alfabeto rúnico el Inglés Antiguo también tomó la letra *wyn* tomada para representar el sonido de la 'w',
Ref. 353 y la ya citada eth antes mencionado. (Las otras letras utilizadas en el Antiguo Inglés - no desde futhorc - fueron los *yogh*, una antigua variante g, y ligaduras æ o Æ, las llamadas *ash*, y œ o Œ, llamada *ethel*.)

Moses Maimonides - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 53 El alfabeto Griego antiguo y clásico, y la correspondencia con letras Latinas y cifras Indias.

Ant.	Clás.		Nombre	Corresp.	
Α	Α	α	alpha	a	1
Β	Β	β	beta	b	2
Γ	Γ	γ	gamma	g, n[1]	3
Δ	Δ	δ	delta	d	4
Ε	Ε	ε	epsilon	e	5
F ϝ, ς			digamma, sigma[2]	w	6
Ζ	Ζ	ζ	zeta	z	7
Η	Η	η	eta	e	8
Θ	Θ	θ	theta	th	9
Ι	Ι	ι	iota	i, j	10
Κ	Κ	κ	kappa	k	20
Λ	Λ	λ	lambda	l	30
Μ	Μ	μ	mu	m	40

Ant.	Clás.		Nombre	Corresp.	
Ν	Ν	ν	nu	n	50
Ξ	Ξ	ξ	xi	x	60
Ο	Ο	ο	omicron	o	70
Π	Π	π	pi	p	80
ϙ ϙ, ϟ			qoppa[3]	q	90
Ρ	Ρ	ρ	rho	r, rh	100
Σ	Σ	σ, ς	sigma[4]	s	200
Τ	Τ	τ	tau	t	300
	Υ	υ	upsilon	y, u[5]	400
	Φ	φ	phi	ph, f	500
	Χ	χ	chi	ch	600
	Ψ	ψ	psi	ps	700
	Ω	ω	omega	o	800
Ϡ ϡ			sampi[6]	s	900

Las letras arcaicas regionales yot, sha y san no están incluidas en la tabla. La letra san era el antepasado de sampi.

1. Solamente si están antes de velares, es decir, antes de kappa, gamma, xi y chi.
2. 'Digamma' es el nombre usado para las que tiene forma de tipo F. Se utiliza principalmente como una letra (pero también a veces en su forma minúscula, como un número), mientras que la forma y el nombre de 'estigma' se utiliza sólo para el número. Ambos nombres se derivaron de las formas respectivas; De hecho, el estigma es una versión medieval de la digamma uncial. El nombre 'estigma' se deriva del hecho de que la letra parece como una sigma con una tau adjunta debajo de ella - aunque por desgracia no en todas las fuentes modernas. El nombre original de la letra, también dada por su pronunciación, era 'waw'.
3. La versión de qoppa que parece una z invertida y girada todavía está en uso ocasional en griego moderno. El Unicode llama a la versión 'koppa'.
4. La segunda variante de sigma se usa sólo al final de las palabras.
5. Uspilon corresponde a 'u' sólo como segunda letra en los diptongos.
6. En la antigüedad, la letra sampi fue colocada entre pi y qoppa.

La correspondencia Latina en la tabla es el estándar clásico, utilizado para escribir palabras griegas. La cuestión de la *pronunciación* correcta del griego ha sido acaloradamente debatida en los círculos especializados; la pronunciación tradicional *erasmista* no corresponde a los resultados de la investigación lingüística, o con la del griego moderno. En griego clásico, el sonido que hacen las ovejas era βη–βη. (la pronunciación erasmista erróneamente insiste en un η estrecha; la pronunciación griega moderna es diferente para β, que ahora se pronuncia 'v', y para η, que ahora se pronuncia como 'i:' – una 'i' larga). Obviamente, la pronunciación del griego variaba de región a región y con el tiempo. Para el griego ático, el principal dialecto hablado en el período clásico, la cuestión está ya resuelta. La investigación lingüística ha demostrado que chi, phi y theta eran menos aspiradas que como generalmente se pronuncian en inglés y parecía más como los sonidos iniciales de 'cat', 'perfect' y 'tin'; además, zeta parece haber sido pronuncia-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

da como 'zd' como en 'buzzed'; en cuanto a las vocales, contrariamente a la tradición, épsilon es breve y cerrada mientras que eta es abierta y larga; ómicron es cerrada y corta mientras que omega es ancha y larga, e ipsilon es realmente un sonido como una 'u' francesa o una 'ü' alemana.

Las vocales griegas pueden tener *respiraciones* ásperas o lisas, *subíndices* y *acentos* agudos, graves, circunflejo o diéresis. Las aspiraciones – utilizadas también en la ρ - determinan si la letra es aspirada. Los acentos, que fueron interpretados como la enfatización en la pronunciación erasmista, representan en realidad tonos. El Griego clásico podría tener hasta tres de estos signos agregados por letra; el Griego moderno no tiene más de uno.

Otro descendiente del alfabeto griego* es el *alfabeto cirílico*, que se utiliza con ligeras variaciones, en muchas lenguas eslavas, como el ruso y búlgaro. Sin embargo, no existe ningún estándar para la transcripción del cirílico al latín, por lo que a menudo el mismo nombre ruso se escribe de manera diferente en distintos países o incluso en el mismo país en diferentes ocasiones.

TABLA 54 El origen del hebreo.

Letra	Nombre	Correspondencia	
א	aleph	a	1
ב	beth	b	2
ג	gimel	g	3
ד	daleth	d	4
etc.			

El alfabeto hebreo y otros tipos de letras (scripts)

El alfabeto fenicio es también el origen del alfabeto consonántico hebreo o *abjad*. Sus primeras letras figuran en la Tabla 54. Sólo la letra aleph se utiliza comúnmente en las matemáticas, aunque también se han propuesto otras.

Ref. 355
Vol. III, página 311

Cerca de un centenar de sistemas de escritura están en uso en todo el mundo. Los expertos los clasifican en cinco grupos. Los *alfabetos fonémicos*, tales como el Latín o el griego, tienen un signo para cada consonante y vocal. Los *Abjads* o alfabetos consonánticos, como el hebreo o árabe, tienen un signo para cada consonante (a veces incluso algunas vocales, como el aleph) y no escriben (la mayoría) de las vocales; la mayoría de

* El alfabeto griego es también el origen del *alfabeto gótico*,, que fue definido en el siglo IV por Wulfila para la lengua gótica, incluso utilizando algún signo del latín y de la escritura futhorc.

El alfabeto gótico no debe confundirse con las llamadas *letras góticas*, un estilo de alfabeto *latino* utilizado en toda Europa desde el siglo XI en adelante. En los países latinos, los caracteres góticos fueron reemplazados en el siglo XVI por *Antiqua*, el antepasado del tipo en el que se escribe este texto. En otros países, las letras góticas permanecieron en uso durante mucho más tiempo. Fueron utilizados en la escritura y en Alemania hasta 1941 cuando el gobierno Nacional Socialista los abolió de repente con el fin de cumplir con la demanda popular. Se mantienen en uso esporádico en toda Europa. En muchos libros de física y matemáticas, las letras góticas se utilizan para indicar las cantidades vectoriales.

Moses Maimonides - The Adventure of the Spirit - copyright © Christoph Scheiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.maimonides.net

abjads se escriben de derecha a izquierda. Los *Abugidas*, también llamados *alfabetos silábicos* o *alfasilabarios*, como Balinés, Birmano, Devanagari, Tagalo, Tailandés, Tibetano o Laosiano, escriben las consonantes y vocales; cada consonante tiene una vocal inherente que puede ser cambiada a las demás por signos diacríticos. Los *silabarios*, como Hiragana o Etíope, tienen un signo para cada sílaba del lenguaje. Por último, sistemas de *escritura compleja*, como el Chino, Maya o los jeroglíficos Egipcios, usan signos que tienen tanto significado como sonido. Los sistemas de escritura pueden tener texto que fluye de derecha a izquierda, de abajo hacia arriba y pueden contar páginas del libro en el sentido opuesto al de este libro.

Aunque existen cerca de 6000 lenguas en la Tierra, sólo hay alrededor de cien sistemas
Ref. 356 utilizados hoy en día en la escritura. Unos cincuenta de otros sistemas de escritura han caído fuera de uso.* Para fórmulas físicas y matemáticas, sin embargo, el sistema de signos usados en este texto, basado en letras latinas y griegas, escritas de izquierda a derecha y de arriba a abajo, terminó siendo un estándar del mundo. Se utiliza independientemente del sistema de escritura del texto que la contiene.

Números y dígitos indios

Tanto las cifras como el método utilizado en este texto para escribir los números se originó en la India. Los dígitos indios datan de alrededor del 600 C. y fueron traídos al
Ref. 357 Mediterráneo por los matemáticos árabes en la Edad Media. El sistema de numeración utilizado en este texto es, pues, mucho más joven que el alfabeto. Los números indios se hicieron populares en Europa gracias a Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci,** en su libro *Liber Abaci* o 'Libro de Cálculo', que publicó en 1202. Ese libro revolucionó las matemáticas. Cualquier persona con un papel y un lápiz (el lápiz aún no se había inventado) ahora era capaz de calcular y anotar los números tan grandes como la razón permitiera, o incluso mayores, y podía realizar cálculos con ellos. El libro de Fibonacci comienza:

> Novem figure indorum he sunt 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur.***

El método indio de escribir los números, el *sistema de numeración indio*, introdujo dos innovaciones: una grande, el *sistema posicional*, y otra pequeña, el cero.

**** El sistema posicional, como se describe por Fibonacci, era mucho más eficien-

---

* Una página web bien diseñada sobre este asunto es www.omniglot.com. Los prinicpales sistmas de escritura actuales y pasados están codificados en el estándard Unicode, el cual contien actualmente 52 sistemas de escritura. Ver www.unicode.org. Un ejemplo excéntrico de sistema de escritura es el alfabeto porpuesto por George Bernard Shaw, presentado en en.wikipedia.org/wiki/Shavian_alphabet.

** Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci (b. *c.* 1175 Pisa, d. 1250 Pisa), italiano, fue el matemático más importante de su tiempo.

*** 'Las nueve figuras de los indios son: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 Con estas nueve cifras, y con este signo 0 que en árabe se llama zephirum, cualquier número puede ser escrito, como se demostrará abajo.'

**** Por tanto *no* es correcto llamar a los dígitos 0 al 9 *arábigos*. Tanto los dígitos utilizados en los textos árabes como dígitos utilizados en textos latinos tales como este mismo derivan de los *dígitos indios*. Puede comprobarlo por usted mismo: solamente los dígitos 0, 2, 3 y 7 recuerdan los utilizados en la escritura árabe, y solamente si se giran en sentido horario 90°.

Modern Mechanics - The Adventure of Ideas - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

te y terminó por sustituir completamente el anterior *sistema de numeración romano*, que escribe 1996 como IVMM o MCMIVC o también MCMXCVI, así como al *sistema de numeración griego*, en el que se utilizaron las letras griegas para los números de la forma indicada en la Tabla 53 escribiendo así 1996 como ,αϡϛ'. En comparación con estos sistemas, los números indios es una tecnología mucho mejor.

El sistema de numeración indio resultó tan práctico que los cálculos hechos en papel eliminan por completo la necesidad del *ábaco*, que por lo tanto cayó en desuso. El ábaco está todavía en uso, por ejemplo de Asia, América o África, y por la gente que no utilizan un sistema posicional para escribir números. También es útil para los ciegos.

El sistema de numeración indio también eliminó la necesidad de sistemas para representar números con los dedos. Estos sistemas antiguos, que podían mostrar números de hasta 10 000 y más, han dejado un solo rastro: el término 'dígito' en sí, que se deriva de la palabra latina para designar al dedo.

El poder del sistema de numeración posicional a menudo se olvida. Pero sólo un sistema numérico posicional permite cálculos mentales y hace posible prodigios de cálculo.*

Los símbolos utilizados en el texto

> To avoide the tediouse repetition of these woordes: is equalle to: I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: = , bicause noe .2. thynges, can be moare equalle
>
> Robert Recorde**

Además de texto y números, los libros de física contienen otros símbolos. La mayoría de los símbolos se han desarrollado a lo largo de cientos de años, por lo que sólo los más claros y simples están ahora en uso. En esta aventura, los símbolos utilizados como abreviaturas de magnitudes *físicas* están tomadas de los alfabetos latinos o griegos y siempre se definen en el contexto en que se utilizan. Los símbolos que designan unidades, constantes y partículas se definen en apéndice 17 y en el apéndice ?? del volumen V. Página 485 Los símbolos empleados en este texto son los de uso común en la práctica y la enseñanza de la física. Ref. 355

Incluso hay un estándar internacional para los símbolos en fórmulas físicas - ISO EN 80000, anteriormente ISO 31 - pero es vergonzosamente caro, prácticamente inaccesible e increíblemente inútil: los símbolos que figuran son los de uso común de todas formas, y su uso no es vinculante en ningún lugar,¡ ni siquiera en la propia norma! ISO 80000 es un buen ejemplo de burocracia que ha salido mal.

Los símbolos *matemáticos* utilizados en este texto, en particular, los de las operaciones

* Actualmente, el tiempo más corto para calcular la decimotercera raíz entera de un número de cien dígitos, un resultado de con dígitos, está por debajo de 4 segundos y en 70,2 segundos para un número de 200 dígitos, para el que el resultado tiene 16 dígitos. ambos récords los consiguió Alexis Lemaire. Para mayor información sobre historias y métodos de cálculos prodigiosos, consultar la bibliografía. Ref. 358

** Robert Recorde (b. *c.* 1510 Tenby, d. 1558 London), matemático y médico Inglés. Murió en prisión a causa de sus deudas. La cita es de su *The Whetstone of Witte*, 1557. Una imagen que muestra la cita se puede encontrar en en en.wikipedia.org/wiki/Equals_sign. Generalmente se sostiene que la cita es la primera introducción del signo igual; las reclamaciones de que los matemáticos italianos han utilizado el signo igual con anterioridad a Recorde, no se soportan con ejemplos convincentes. Ref. 359

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

y relaciones matemáticas, se dan en la siguiente lista, junto con su origen histórico. Los detalles de su historia han sido estudiados ampliamente por los estudiosos.

Ref. 359

TABLA 55 La historia de la notación y símbolos matemáticos.

Símbolo	Significado	Origen
+, −	más, menos	Johannes Widmann 1489; el signo más se deriva del latino 'et'.
$\sqrt{}$	leído como 'raíz cuadrada'	utilizado por Christoff Rudolff en 1525; el signo evolucionó de un punto.
=	igual a	Robert Recorde 1557
{ }, [ ], ( )	símbolos de reagrupamiento	Se inició su uso en el siglo XVI
>, <	mayor que, menor que	Thomas Harriot 1631
×	multiplicado por, veces	Inglaterra *c.* 1600, Lo popularizó William Oughtred 1631
a^n	a elevado a la potencia n, $a \cdot \ldots \cdot a$ (n factores)	René Descartes 1637
x, y, z	coordenadas, ingónitas	René Descartes 1637
$ax+by+c=0$	constantes y ecuaciones con incógnitas	René Descartes 1637
∞	infinito	John Wallis 1655
$\mathrm{d}/\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}x$, $\int y\,\mathrm{d}x$	derivada, diferencial, integral	Gottfried Wilhelm Leibniz 1675
:	dividido por	Gottfried Wilhelm Leibniz 1684
·	multiplicado por, veces	Gottfried Wilhelm Leibniz *c.* 1690
a_1, a_n	índices	Gottfried Wilhelm Leibniz *c.* 1690
~	semejante a	Gottfried Wilhelm Leibniz *c.* 1690
π	relación círculo-diámetro, 4 arctan 1	William Jones 1706
φx	función de x	Johann Bernoulli 1718
$fx, f(x)$	función de x	Leonhard Euler 1734
e	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n$	Leonhard Euler 1736
$f'(x)$	derivada de la función x	Giuseppe Lagrangia 1770
$\Delta x, \sum$	diferencia, suma	Leonhard Euler 1755
$\prod$	producto	Carl Friedrich Gauss 1812
i	unidad imaginaria, $+\sqrt{-1}$	Leonhard Euler 1777
≠	es distinto de	Leonhard Euler siglo XVIII
$\partial/\partial x$	derivada parcial, leída como '$\mathrm{d}/\mathrm{d}x$'	derivada de una forma cursiva de la letra 'd' o de la letra 'dey' del alfabeto cirílico por Adrien-Marie Legendre in 1786 and made popular by Carl Gustav Jacobi in 1841
$n!$	factorial, $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot$	Christian Kramp 1808
Δ	operador de Laplace	Robert Murphy 1833
$\lvert x \rvert$	valor absoluto	Karl Weierstrass 1841

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 55 (Continuación) La historia de la notación y símbolos matemáticos.

Símbolo	Significado	Origen
∇	leído como 'nabla' (o 'del')	introducido por William Hamilton en 1853 y Peter Tait in 1867, toma el nombre de un viejo instrumento musical egipcio
$\subset, \supset$	inclusión de conjuntos	Ernst Schröder en 1890
$\cup, \cap$	unión e intersección de conjuntos	Giuseppe Peano 1888
$\in$	elemento de	Giuseppe Peano 1888
$\otimes$	producto diádico o producto tensorial o producto externo	desconocido
$\langle\psi\|, \|\psi\rangle$	vectores de estado bra y ket	Paul Dirac 1930
$\emptyset$	conjunto vacío	André Weil como miembro del grupo Nicolas Bourbaki a pricipios del siglo XX
$[x]$	la unidad de medida de una magnitud x	siglo XX

Otros signos utilizados aquí tienen orígenes más complicados. El signo & es una contrac-
Ref. 360 ción de latín *et* que significa 'y', como suele ser más claramente visible en sus variaciones, tales como *&*, la forma cursiva común.

Cada uno de los signos de puntuación utilizados en oraciones con alfabetos latinos modernos, tales como,. ; :! ? '' » « - ( ) ... Tiene su propia historia. Muchos son de la antigua Grecia, pero el signo de interrogación es de la corte de Carlomagno, y los signos
Ref. 361 de exclamación aparecen por primera vez en el siglo XVI.* El signo @ o *arroba* probablemente deriva de una abreviatura medieval del Latín *ad*, que significa 'a', de forma
Ref. 362 similar a cómo el signo & evolucionó del Latín *et*. En los últimos años, el signo *smiley* :-) y sus variaciones se han hecho populares. El smiley (la sonrisa) es, de hecho, una nueva versión del 'punto de ironía' que había sido anteriormente propuesto, sin éxito, por Alcanter de Brahm (b. 1868 Mulhouse, d. 1942 Paris).

El signo de sección § data del siglo XIII en el norte de Italia, como demostró el paleó-
Ref. 363 grafo alemán Paul Lehmann. Fue derivado de versiones ornamentales de la letra mayúscula C para *capitulum*, es decir, 'cabecita' o 'capítulo'. La señal apareció por primera vez en los textos legales, en donde todavía se utiliza hoy en día, y luego se extendió a otros dominios.

El signo de parágrafo (apartado) ¶ se derivó de una antigua forma más simple que parece una letra griega Γ, un signo que se utilizó en los manuscritos de la antigua Grecia hasta bien entrada la Edad Media para marcar el inicio de un nuevo párrafo de texto. En la Edad Media tomó la forma moderna, probablemente debido a una letra c de *cápita* que se añadió frente a ella.

Uno de los signos más importantes de todos, el *espacio en blanco* que separa las palabras, se debió a influencias celtas y germánicas cuando estos pueblos empezaron a usar

* Para los paréntesis vea el bellísimo libro de J. LENNARD, *But I Digress*, Oxford University Press, 1991.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

el alfabeto latino. Se convirtió en un lugar común entre los siglos IX y XIII, en función de la lengua en cuestión.

Calendarios

Las múltiples formas de medir el tiempo difieren mucho de una civilización a otra. El calendario más común, y el que se utiliza en este texto, es también una de las más absurdas, ya que es un compromiso entre las diversas fuerzas políticas que intentaron darle forma.

En la antigüedad, las entidades localizadas independientes, tales como tribus o ciudades, preferían los calendarios *lunares*, porque el cronometraje lunar se organiza fácilmente a nivel local. Esto condujo a la utilización del mes como unidad de calendario. Los estados centralizados imponen calendarios *solares*, con base en el año. Los calendarios solares requieren astrónomos, y por lo tanto una autoridad central para financiarlos. Por diversas razones, los agricultores, políticos, recaudadores de impuestos, astrónomos y algunos, pero no todos, grupos religiosos querían el calendario para seguir el año solar con la mayor precisión posible. Los compromisos necesarios entre los días y los años son el origen de los días bisiestos. Los compromisos necesarios entre meses y años llevó a las diferentes longitudes de los meses, que son diferentes en los distintos calendarios. La estructura de años-meses más utilizada fue organizada hace más de 2000 años por César, y por lo tanto se llama el *calendario Juliano*.

El sistema fue anulado pocos años después: agosto se alargó a 31 días, cuando fue llamado así por Augusto. Originalmente, el mes tenía sólo 30 días de duración, pero con el fin de demostrar que Augusto era tan importante como César, después de que julio se denominara así por él, todas las longitudes de los meses en el segundo semestre del año se han cambiado, y febrero fue reducido en un día adicional.

Ref. 365

La *semana* es un invento de los Babilonios. Un día de la semana babilónica era 'malo' o 'de mala suerte', por lo que era mejor no hacer nada en ese día. El ciclo de la semana moderna con su día de descanso desciende de esa superstición. (La forma en que la superstición astrológica y la astronomía cooperaron para determinar el orden de los días de semana, lo cual se explica en la sección sobre la gravitación). Aunque con cerca de tres mil años de antigüedad, la semana fue totalmente incluida en el calendario juliano sólo en torno al año 300, hacia el final de el Imperio romano de Occidente. El último cambio en el calendario Juliano tuvo lugar entre 1582 y 1917 (en función del país), cuando se utilizaron las mediciones más precisas del año solar para establecer un nuevo método para determinar los días bisiestos, un método todavía está en uso hoy en día. Junto con un restablecimiento de la fecha y la fijación del ritmo semanal, esta norma se llama *calendario Gregoriano* o simplemente *calendario moderno*. Es utilizado por la mayoría de la población mundial.

Página 235

A pesar de su complejidad, el calendario moderno permite determinar el día de la semana de una fecha determinada que se recuerde. Simplemente ejecute los siguientes seis pasos:

1. tome los dos últimos dígitos del año, y divida por 4, descartando cualquier fracción;
2. añada los dos últimos dígitos del año;
3. reste 1 para enero o febrero de un año bisiesto;
4. añada 6 para los años 2000 o 1600, 4 para los años 1700 o 2100,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

2 para 1800 y 2200, y 0 para 1900 o 1500;

5. agregue el día del mes;

6. añadir el valor de la clave del mes, es decir 144 025 036 146 para EFM AMJ JAS OND. El resto de la división por 7 da el día de la semana, con la correspondencia 1-2-3-4-5-6-0 significando Domingo-Lunes-Martes-Miércoles-Jueves-Viernes-Sábado.*

Cuándo comenzar a contar los años es una cuestión de elección. El método más antiguo no unido a las estructuras de poder político era el utilizado en la antigua Grecia, cuando los años se contaban a partir de los primeros juegos olímpicos. La gente solía decir, por ejemplo, que habían nacido en el primer año de la vigésimotercera Olimpiada. Más tarde, los poderes políticos siempre impusieron la cuenta de los años a partir de algún acontecimiento importante en adelante** ¿Tal vez merezca la pena considerar que se restablezca el conteo Olímpico?

Nombre de personas

En el lejano oriente, tal como *Corea****, *Japón* o *China*, los apellidos se ponen delante del nombre dado. Por ejemplo, el primer ganador japonés del Premio Nobel de la Física fue Yukawa Hideki. En la *India*, a menudo, pero no siempre, no hay apellido; en esos casos, se utiliza el primer nombre del padre. En *Rusia*, el nombre de la familia raramente se usa en la conversación, en cambio, se usa el primer nombre del padre. Por ejemplo, Lev Landau es tratado como Lev Davidovich ('hijo de David'). Además, la transliteración rusa no ha sido estandarizada; varía de un país a otro y de tradición a tradición. Por ejemplo, se encuentra la ortografía Dostojewski, Dostoevskij Dostoïevski y Dostoievski para la misma persona. En los *Países Bajos*, los nombres oficiales dados nunca se usan; cada persona tiene un primer nombre semioficial por el que se le llama. Por ejemplo, el nombre oficial de Gerard 't Hooft' es Gerardus. En *Alemania*, algunos apellidos tienen pronunciaciones especiales. Por ejemplo, Voigt se pronuncia 'Fohgt'. En *Italia*, durante la Edad Media y el Renacimiento, a las personas se les llamaba por su nombre de pila,

---

* Recordando el resultado intermedio para el año en curso puede simplificarse la cosa aún más, sobretodo porque las fechas 4-4/6-6/8-8/10-10/12-12/9-5/5-9/7-11/11-7 y el último día de Febrero caen todos en el mismo día de la semana, es decir el resultado intermedio del ejercicio más 4.

** El recuento actual de los años fue definido en la Edad Media mediante la fijación de la fecha de la fundación de Roma en el año 753 (a.C.), o 753 *antes de la Era Común*, y luego contando hacia atrás, de manera que los años a.C. se comportan casi como los números negativos. Sin embargo, el año uno sigue directamente después del año 1 (a.C.), por tanto no hubo año 0.

Algunas otras normas establecidas por el Imperio Romano explican diferentes siglas utilizadas en el texto:

A propósito, *idem* significa 'lo mismo' y *passim* significa 'Aquí y allá' o 'en todas partes'. Muchos términos usados en física, como frecuencia, aceleración, velocidad, masa, fuerza, cantidad de movimiento, inercia, gravitación y temperatura, son derivadas del Latín. En realidad, se puede decir que el lenguaje de la ciencia ha sido el Latín durante más de dos mil años. En la época romana era el vocabulario latino con la gramática latina, en los tiempos modernos se pasó al vocabulario latino con gramática francesa, luego por un breve período el vocabulario latino con gramática alemana, después de lo cual fue cambiado al vocabulario latino con la gramática inglesa / americana.

Muchas unidades de medida se remontan a la época romana, como se explica en el siguiente apéndice. Incluso el encaprichamiento con términos técnicos griegos, como se muestra en conceptos tales como 'giroscopio', 'entropía', o 'protón', se remonta a la época romana.

*** Corea se vio obligado a cambiar temporalmente su ortografía a 'Korea' por el ejército japonés debido a que los generales no podían soportar el hecho de que Corea precediera a Japón en el alfabeto. No es broma.

Moscow Mathematics - The Adventure of Discovery. copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. free pdf file available at www.motionmountain.net

como Miguel Ángel o Galileo, o con frecuencia por el nombre seguido de un apodo personal que no era su apellido familiar, pero que se utilizó como si lo fuera, así Niccolò Tartaglia o Leonardo Fibonacci. En la *antigua Roma*, el nombre por el cual se conocen las personas es, con frecuencia, su apellido. El nombre de la familia era el segundo nombre. Por ejemplo, el nombre de la familia de Cicerón era Tulio. Por tanto, la ley introducida por Cicerón era conocido como 'lex Tulia'. En la *antigua Grecia*, no había apellidos. La gente tenía un solo nombre. En el idioma Inglés, se utiliza la versión latina del nombre griego, como por ejemplo Democritus.

¿Abreviaturas y epónimos o conceptos?

Frases como las siguientes son el flagelo de la física moderna:

> La paradoja EPR en la formulación Bohm quizás se puede resolver utilizando el enfoque GRW, usando la aproximación WKB de la ecuación de Schrödinger.

El uso de este vocabulario es la mejor manera de hacer que el lenguaje sea ininteligible para extraños. (De hecho, la frase no tiene sentido de todos modos, debido a que el "enfoque GRW " es falso.) En primer lugar, la frase usa abreviaturas, lo cual es una lástima. Además de esto, la frase utiliza nombres de personas para caracterizar los conceptos, es decir, utiliza *epónimos*. Originalmente, los epónimos fueron concebidos como homenajes a destacados logros. Hoy, cuando la formulación radical de nuevas leyes o variables se ha convertido en casi imposible, la propagación de epónimos inteligibles a un número cada vez menor de personas simplemente refleja un cada vez más ineficaz camino a la fama.

Los epónimos son una prueba de la falta de imaginación del científico. Evitémoslos tanto como sea posible en nuestro caminar y demos nombres *comunes* a las ecuaciones matemáticas o a las entidades siempre que sea posible. Los nombres de las personas se utilizan después como aposiciones a estos nombres. Por ejemplo, la 'ecuación de movimiento de Newton' nunca se llamó 'la ecuación de Newton'; las 'ecuaciones de campo de Einstein' se utiliza en lugar de 'las ecuaciones de Einstein', y 'la ecuación de Heisenberg de movimiento' se utiliza en lugar de 'la ecuación de Heisenberg'.

Sin embargo, algunas excepciones son inevitables: algunos términos utilizados en la física moderna no tienen alternativas reales. La constante de Boltzmann, la escala de Planck, la longitud de onda de Compton, el efecto Casimir y grupos de Lie son ejemplos. En compensación, el texto se asegura de que usted pueda buscar las definiciones de estos conceptos utilizando el índice. Además, el texto trata de proporcionar una lectura placentera. Ref. 367

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

Apéndice 17

Unidades, medidas y constantes

Las medidas son comparaciones con patrones.Los patrones o estándares están basados en *unidades*. Muchos sistemas de unidades diferentes han sido usados en todo el mundo a lo largo de la historia. La mayoría de estos estándares confieren poder a la organización que está a cargo de ellos. Tal poder puede ser mal utilizado, lo que es el caso hoy en día, por ejemplo en la industria de los ordenadores, y así fue en el lejano pasado. La solución es la misma en ambos casos: organizar una norma independiente y global. Para las unidades de medida, esto ocurrió en el siglo XVIII: a fin de evitar el mal uso por parte de instituciones autoritarias, para eliminar los problemas con patrones diferentes, variables e irreproducibles, y - esto no es una broma - para simplificar la recaudación de impuestos y para hacerla más justa, un grupo de científicos, políticos y economistas acordaron un conjunto de unidades . Se llama *Sistema Internacional de Unidades*, abreviado *SI*, y se define por un tratado internacional , la 'Convention du Mètre'. Las unidades son gestionadas por una organización internacional, la 'Conférence Générale des Poids et Mesures', y sus organizaciones hijas, la 'Commission Internationale des Poids et Mesures' y la 'Bureau International des Poids et Mesures' (BIPM). Todo se originó en la época inmediatamente anterior a la revolución francesa.

Ref. 368

Unidades del SI

Todas las unidades del SI se construyen a partir de siete *unidades básicas*, cuyas definiciones oficiales más simples, traducidas del francés, se indican a continuación, junto con las fechas de su formulación y algunos comentarios:

- 'El *segundo* es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133'. (1967) La definición de 2019 es equivalente pero mucho menos clara.*
- 'El *metro* es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de tiempo de 1/299 792 458 de segundo'. (1983) La definición de 2019 es equivalente pero mucho menos clara.*
- 'El *kilogramo*, símbolo kg, es la unidad SI de masa. Queda definido al tomar el valor numérico fijo de la constante de Planck h como $6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ cuando viene expresada en la unidad $J \cdot s$, la cual es igual a $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$'. (2019)*
- 'El *amperio*, símbolo A, es la unidad SI de corriente eléctrica. Queda definido al tomar el valor numérico fijo de la carga elemental e que es $1{,}602176634 \cdot 10^{-19}$ cuando se expresa en la unidad C, la cual igual a $A \cdot s$'. (2019)*
- 'El *kelvin*, símbolo K, es la unidad SI de la temperatura termodinámica. Queda defi-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

nida al tomar el valor numérico fijo de la constante de Boltzmann k que es $1{,}380649 \cdot 10^{-23}$ cuando se expresa en la unidad $J \cdot K^{-1}$.' (2019)*

▪ 'El mol, símbolo mol, es la unidad SI de cantidad de sustancia. Un mol contiene exactamente $6{,}02214076 \cdot 10^{23}$ entidades elementales.' (2019)*

▪ 'La *candela* es la intensidad luminosa, en una dirección dada , de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540 \cdot 10^{12}$ hercios y tiene una intensidad radiante en esa dirección de (1/683) watt por estereorradián.' (1979) La definición de 2019 es equivalente, pero mucho menos clara.*

Notemos que las unidades de tiempo y longitud se definen como ciertas propiedades de un ejemplo de movimiento estándar, llamada luz. En otras palabras, también la Conferencia General de Pesas y Medidas remarca que la observación del movimiento es un *requisito previo* para la definición y construcción del tiempo y el espacio. *El movimiento es el fundamento de toda observación y de toda medición.* Por cierto, el uso de la luz en las definiciones fue propuesto ya en 1827 por Jacques Babinet.**

A partir de estas unidades básicas, se definen todas las demás unidades por multiplicación y división. Por lo tanto, todas las unidades del SI tienen las siguientes propiedades:

▪ Las Unidades del SI forman un sistema con la *precisión del estado de la técnica en cada momento*: todas las unidades se definen con una precisión que es mayor que la precisión de las medidas de uso común. Por otra parte, regularmente se mejora la precisión de las definiciones. La incertidumbre relativa de la definición del segundo es de alrededor de 10^{-9}, para el metro sobre 10^{-10}, para el kilogramo cerca de 10^{-9}, para el amperio 10^{-7}, para el mol menos de 10^{-6}, para el kelvin 10^{-6} y para la candela 10^{-3}.

▪ Las Unidades del SI forman un sistema *absoluto*: todas las unidades se definen de tal manera que puedan ser reproducidos en cada laboratorio equipado adecuadamente, de forma independiente, y con alta precisión. Esto evita en lo posible cualquier uso indebido de la agencia de certificación. De hecho, las unidades SI están ahora tan cerca como es posible de la unidad natural de Planck, la cual se indicará más abajo. En la práctica, la SI es ahora una norma internacional que define los valores numéricos de las siete constantes c, $\hbar$, e, k, N_A y K_{cd}. Tras más de 200 años de discusiones, la CGPM tiene poco más que hacer.

▪ Las Unidades del SI forman un sistema *práctico*: las unidades básicas son cantidades de magnitudes cotidianas. Las Unidades utilizadas con frecuencia tienen nombres y abreviaturas estándar. La lista completa incluye las siete unidades básicas que acabamos de dar, las unidades suplementarias, las unidades derivadas y las unidades admitidas.

Las unidades SI *suplementarias* son dos: la unidad de ángulo (plano), definida como la relación de la longitud del arco al radio, es el *radián* (rad). Para el ángulo sólido, definido como la relación entre el área subtendida al cuadrado del radio, la unidad es el *estereorradián* (sr).

---

* Los símbolos respectivos son s, m, kg, A, K, mol y cd. Las definiciones oficiales completas se pueden encontrar en www.bipm.org. Para obtener más detalles sobre los niveles de cesio, consulte un libro sobre física atómica. La escala Celsius de temperatura θ está definida como: $\theta/°C = T/K - 273{,}15$; observe la pequeña diferencia con el número que aumenta en la definición del kelvin. En la definición de la candela, la frecuencia de la luz corresponde a 555,5 nm, es decir, al color verde, en torno a la longitud de onda a la que el ojo es más sensible.

Ref. 369

** Jacques Babinet (1794–1874), físico francés que publicó un importante trabajo en óptica.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Las unidades *derivadas* con nombres especiales, en su ortografía oficial en inglés es decir, sin letras mayúsculas ni acentos, son los siguientes:

Nombre	Abreviatura	Nombre	Abreviatura
hertz	$Hz = 1/s$	newton	$N = kg\,m/s^2$
pascal	$Pa = N/m^2 = kg/m\,s^2$	joule	$J = Nm = kg\,m^2/s^2$
watt	$W = kg\,m^2/s^3$	coulomb	$C = As$
volt	$V = kg\,m^2/As^3$	farad	$F = As/V = A^2s^4/kg\,m^2$
ohm	$\Omega = V/A = kg\,m^2/A^2s^3$	siemens	$S = 1/\Omega$
weber	$Wb = Vs = kg\,m^2/As^2$	tesla	$T = Wb/m^2 = kg/As^2 = kg/Cs$
henry	$H = Vs/A = kg\,m^2/A^2s^2$	grado Celsius	°C (ver definición de kelvin)
lumen	$lm = cd\,sr$	lux	$lx = lm/m^2 = cd\,sr/m^2$
becquerel	$Bq = 1/s$	gray	$Gy = J/kg = m^2/s^2$
sievert	$Sv = J/kg = m^2/s^2$	katal	$kat = mol/s$

Nótese que en todas las definiciones de las unidades, el kilogramo sólo aparece para las potencias de 1, 0 y −1. ¿Puede intentar encontrar el por qué? Desafío 723 s

Las unidades ajenas al SI *admitidas* son: *minuto*, *hora*, *día* (para el tiempo), *grado* $1° = \pi/180$ rad, *minuto* $1' = \pi/10\,800$ rad, *segundo* $1'' = \pi/648\,000$ rad (para ángulos), *litro*, y *tonelada*. Cualesquiera otras unidades deben ser evitadas.

Todas las unidades SI se hacen más prácticas gracias a la introducción de nombres y abreviaturas estándar para las potencias de diez, los llamados *prefijos:**

Potencia	Nombre		Potencia	Nombre		Potencia	Nombre		Potencia	Nombre	
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d	10^{18}	Exa	E	10^{-18}	atto	a
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c	10^{21}	Zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m	10^{24}	Yotta	Y	10^{-24}	yocto	y
10^6	Mega	M	10^{-6}	micro	μ	no oficial:			Ref. 370		
10^9	Giga	G	10^{-9}	nano	n	10^{27}	Xenta	X	10^{-27}	xenno	x
10^{12}	Tera	T	10^{-12}	pico	p	10^{30}	Wekta	W	10^{-30}	weko	w
10^{15}	Peta	P	10^{-15}	femto	f	10^{33}	Vendekta	V	10^{-33}	vendeko	v
						10^{36}	Udekta	U	10^{-36}	udeko	u

* Algunos de estos nombres son inventados (yocto suene similar al latin *octo* 'ocho' , zepto por sonar de manera similar al latin *septem* , yotta y zetta para parecerse a ellos, y exa y peta a suenan como las palabras griegas ἑξάκις y πεντάκις para 'seis veces' y 'cinco veces', los no oficiales al sonido similar a las palabras griegas para nueve, diez, once y doce); algunos son del danés / noruego (atto de *atten* 'dieciocho', femto de *femten* 'quince') ; algunos son del latin (de *mille* 'mil' , de *centum* 'cien' , de *decem* 'diez', de *nanus* 'enano'); algunos son del italiano (de *piccolo* 'pequeño'); algunos son griego (micro es de μικρός 'pequeño', deca / deka de δέκα 'diez', hecto de ἑκατόν 'cien', kilo de χίλιοι 'mil', mega de μέγας 'grande', giga de γίγας 'gigante', tera de τέρας 'monstruo').

Traducir : Estaba atrapado en un atasco de tráfico tal, que necesitaba un microsiglo para recorrer un picoparsec y el consumo de combustible del mi coche era enorme: dos décimas de un milímetro cuadrado. Desafío 724 e

Motion Mountain – The Adventure of Physics pdf file available at www.motionmountain.net
Copyright © Christoph Schiller 1990–2022 · Free pdf file available at www.motionmountain.net

- Las Unidades del SI forman un sistema *completo* : abarcan de manera sistemática el conjunto completo de observables de la física. Por otra parte , fijan las unidades de medida de todas las otras ciencias puras también.
- Las Unidades del SI-forman un sistema *universal* que se puede utilizar en el comercio, en la industria, en el comercio, en casa, en educación y en investigación. incluso podría ser utilizado por las civilizaciones extraterrestres, si existieran.
- Las Unidades del SI forman un sistema *auto-consistente*: el producto o cociente de dos unidades del SI es también una unidad del SI. Esto significa que, en principio, la misma abreviatura, por ejemplo, 'SI', podría ser utilizado para cada unidad.

Las unidades del SI no son el único conjunto posible que pueda cumplir con todos estos requisitos, pero es el único sistema existente, que lo hace.*

El significado de la medición

Cada medición es una comparación con un patrón estándar. Por lo tanto, cualquier medición requiere *materia* para realizar el patrón (incluso para un patrón estándar de velocidad), y *radiación* para lograr la comparación. El concepto de la medición por lo tanto asume que existen materia y radiación y se puede separar claramente una de otra.

Desafío 725 e

Cada medición es una comparación. La medición por tanto implica que existen el espacio y el tiempo, y que se diferencian uno de otro.

Cada medida produce un resultado de la medición. Por lo tanto, cada medición implica el *almacenamiento* del resultado. El proceso de la medición de este modo implica que la situación antes y después de la medición puede ser diferenciada. En otros términos, toda medición es un proceso *irreversible*.

Cada medición es un proceso. Así, cada medición requiere una cierta cantidad de tiempo y una cierta cantidad de espacio.

Todas estas propiedades de las mediciones son sencillas pero importantes. Tenga cuidado con cualquiera que lo niegue.

Curiosidades y desafíos divertidos acerca de las unidades

No usar las unidades del SI puede ser costoso. En 1999, la NASA perdió un satélite en Marte debido a que algunos programadores de software habían utilizado unidades provinciales en lugar de las unidades del SI en la parte del código. Como resultado del uso de pies en lugar de metros, el Mars Climate Orbiter se estrelló en el planeta, en lugar de orbitarlo, la pérdida fue de alrededor de 100 millones €.**

* Además de las unidades internacionales, también hay unidades *provinciales*. La mayoría de las unidades provinciales todavía en uso son de origen romano. La milla viene de *milia passum*, que solía ser mil (dobles) pasos de unos 1480 mm cada uno; hoy en día una milla náutica, que una vez fue definida como minuto de arco en la superficie de la Tierra, es exactamente 1852 m. La pulgada (inch, en inglés) proviene de *uncia /onzia* (un doceavo - ahora de un pie). La libra (pound, en inglés) (de *pondere* 'sopesar/pesar') se utiliza como traducción de *libra* - equilibrio - que es el origen de su abreviatura lb. Incluso el hábito de contar en docenas en lugar de las decenas es de origen romano. Estas y todas las otras unidades de entretenimiento similares - como el sistema en el que todas las unidades comienzan con 'f' y que utiliza furlong / quincena como unidad de velocidad - ahora se definen oficialmente como múltiplos de las unidades del SI.

** Esta historia revivió una vieja pero falsa leyenda urbana que dice que sólo tres países en el mundo no utilizan unidades SI : Liberia , los EE.UU. y Myanmar.

Moon Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

* *

El segundo ya no corresponde a 1/86 400avos del día, aunque lo hizo en el año 1900; la Tierra ahora tarda unos 86 400,002 s para una rotación, por lo que el *Servicio Internacional para la Rotación de la Tierra* debe introducir regularmente un segundo para asegurarse de que el Sol esté en el punto más alto en el cielo a las 12 en punto.* El tiempo así definido se llama *Tiempo Universal Coordinado*. La velocidad de rotación de la Tierra también cambia de forma irregular en el día a día debido a las condiciones meteorológicas; la velocidad de rotación media, incluso los cambios de invierno a verano, debido a los cambios en los casquetes polares; y además de que disminuye el promedio en el tiempo, debido a la fricción producida por las mareas. La tasa de inserción de los segundos intercalares por tanto, es superior a una vez cada 500 días, y no es constante en el tiempo.

* *

El reloj más preciso jamás construido, usando microondas, tenía una estabilidad de 10^{-16} durante un tiempo de ejecución de 500 s. Para periodos de tiempo más largos, el registro en 1997 fue de unos 10^{-15}; pero valores de alrededor de 10^{-17} parecen al alcance tecnológico. La precisión de los relojes está limitada a cortos tiempos de medición por el *ruido*, y para medir los tiempos de largo por *derivas*, es decir, por los efectos sistemáticos. La región de máxima estabilidad depende del tipo de reloj, por lo general se encuentra entre 1 ms para relojes ópticos y 5000 s para el máser. Los púlsares son el único tipo de reloj para el que esta región no se conoce todavía; ciertamente se encuentra en más de 20 años, el tiempo transcurrido desde su descubrimiento hasta el momento de la escritura de este texto.

Ref. 371
Ref. 372

* *

La medida con menor precisión de las constantes fundamentales de la física son la constante gravitacional G y los constantes de acoplamiento fuertes α_s. Aún son conocidas con menor precisión la edad del universo y su densidad (véase la Tabla 60).).

Página 499

* *

La precisión de las mediciones de masa de sólidos está limitado por efectos tan simples como la adsorción de agua. ¿Puede estimar la masa de una monocapa de agua - una capa con un grosor de una molécula - en un peso de metal de 1 kg?

Desafío 726 s

* *

En el milenio anterior, la energía térmica utilizada se medía usando la unidad llamada *caloríaie*, escrito como cal. 1 cal es la energía necesaria para calentar 1 g de agua en 1 K. Para confundir las cosas, 1 kcal se escribía a menudo 1 Cal. (También se habló de una caloría grande y otra pequeña). El valor de 1 kcal, es 4,1868 kJ.

* *

Las Unidades del SI se adaptan a los seres humanos: los valores de los latidos del corazón,

* Su sitio web hpiers.obspm.fr da más información sobre los detalles de estas inserciones, como también lo hace maia.usno.navy.mil, uno de los pocos sitios web militares útiles. Ver también www.bipm.fr, el sitio de la BIPM.

Wolfgang Mulisch - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

la altura de los seres humanos, su peso, la temperatura y sustancia humana no están más que un par de órdenes de magnitud cerca del valor unitario. Las unidades del SI así (más o menos) confirman lo que dijo Protágoras hace 25 siglos : «El hombre es la medida de todas las cosas».

* *

Algunos sistemas de unidades se adaptan especialmente mal a los seres humanos. El más infame es el tamaño del zapato S. Es un número puro calculado como

$$\begin{aligned} S_{\text{France}} &= 1{,}5\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) \\ S_{\text{central Europe}} &= 1{,}5748\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) \\ S_{\text{Anglo-saxon men}} &= 1{,}181\,\text{cm}^{-1}(l + (1 \pm 1)\,\text{cm}) - 22 \end{aligned} \tag{126}$$

donde l es la longitud de un pie y la longitud de corrección depende de la empresa de fabricación. Además, la fórmula anglosajona no es válida para las mujeres y los niños, donde el primer factor depende, por razones de marketing, tanto del fabricante como del tamaño en sí. El estándar ISO para el tamaño del zapato requiere, como era de esperar, utilizar la longitud de pie en milímetros.

* *

La tabla de prefijos SI cubre 72 órdenes de magnitud. ¿Cuántos prefijos adicionales se necesitarán? Incluso una lista ampliada incluirá sólo una pequeña parte de la infinita gama de posibilidades. ¿Tendrá la Conferencia General de Pesas y Medidas que continuar para siempre, definiendo un número infinito de prefijos del SI? ¿Por qué?. Desafío 727 s

* *

En el siglo XXI, la industria textil utiliza tres sistemas de medida para determinar cuán fina es una fibra. Las tres utilizan la densidad lineal de masa m/l. El sistema internacional usa la unidad 1 tex = 1 g/km. Otro sistema es particular para la seda y utiliza el *Denier* como unidad: 1 den = 1/9 g/km. El tercer sistema utiliza la unidad *Número Inglés*, definido como el número de madejas de algodón que pesan una libra. Aquí, una *madeja* son 7 prados. Un *prado* son 120 yardas y una *yarda* son tres pies. Adicionalmente, la definición del número de madejas difiere para el lino y es distinta a su vez para la lana y más aún, depende del método de tratamiento de la lana. Leer sobre las unidades de medidas textiles se hace tan aburrida como una canción de cuna.

* *

El filósofo francés Voltaire, después de reunirse con Newton, publicó la ya famosa historia de que la conexión entre la caída de objetos y el movimiento de la Luna, fue descubierta por Newton cuando vio una manzana que cayó de un árbol. Más de un siglo más tarde, justo antes de la Revolución Francesa, un comité de científicos decidió tomar como unidad de fuerza, precisamente, la fuerza ejercida por la gravedad sobre una *manzana estándar*, y ponerle el nombre del científico Inglés. Después de un extenso estudio, se encontró que la masa de la manzana estándar era 101,9716 g; su peso fue llamado 1 Newton . Desde entonces , los visitantes del museo en Sèvres , cerca de París han podido

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

admirar el metro patrón, el kilogramo estándar y la manzana estándar.*

La precisión y la exactitud de las mediciones

Las medidas son la base de la física. Toda medida tiene un *error*. Los errores son debido a la falta de precisión o a la falta de exactitud. La *precisión* significa lo bien que se reproduce un resultado cuando se repite la medición; la *exactitud* es el grado en que una medición corresponde al valor real.

La falta de precisión se debe a errores accidentales o al *azar*; estos se miden mejor por la *desviación estándar*, normalmente abreviada σ, que se define a través

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \,, \qquad (127)$$

donde $\bar{x}$ es el promedio de la x_i mediciones. (¿Se imagina por qué se utiliza $n - 1$ en la
Desafío 728 s fórmula en lugar de n?)

Para la mayoría de los experimentos, la distribución de los valores de medición tiende a una distribución normal, también llamada *distribución gaussiana*, cuando se aumenta el número de mediciones. La distribución, que se muestra en la Figura 303, se describe por la expresión

$$N(x) \approx \mathrm{e}^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \,. \qquad (128)$$

El cuadrado σ^2 de la desviación estándar es también llamada la *varianza*. Para una distribución gaussiana de los valores de medición, $2{,}35\sigma$ es la anchura completa a la mitad
Desafío 729 e del máximo. .

La falta de exactitud se debe a *errores sistemáticos*; éstos, por lo general, sólo se pueden estimar. Esta estimación se añade a menudo a los errores aleatorios para producir un
Ref. 374 *error experimental total*, a veces también llamada *incertidumbre total*. El error *relativo* o incertidumbre relativa es la relación entre el error y el valor medido.

Por ejemplo, una medida profesional dará un resultado como 0,312(6) m. El número entre paréntesis es la desviación típica σ, en unidades de los últimos dígitos. Al igual que anteriormente, se supone una distribución de Gauss de los resultados de medición. Por
Desafío 730 e lo tanto, un valor de 0,312(6) m implica que se espera que el valor real a medir resulte

- dentro de 1σ con un 68.3 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de $0{,}312 \pm 0{,}006$ m;
- dentro de 2σ con un 95.4 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de $0{,}312 \pm 0{,}012$ m;
- dentro de 3σ con un 99.73 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de $0{,}312 \pm 0{,}018$ m;

* Para que quede claro, esto es una broma; no existe la manzana estándar. Sin embargo *no* es una broma, que los propietarios de varios manzanos en Gran Bretaña y Estados Unidos los declaran descendientes, por replantación, del árbol original bajo la cual Newton tuvo su intuición. También se realizaron pruebas de
Ref. 373 DNA para determinar si todos estos se derivan del mismo árbol. El resultado fue, por supuesto, que el árbol del MIT, a diferencia de los británicos, es falso.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

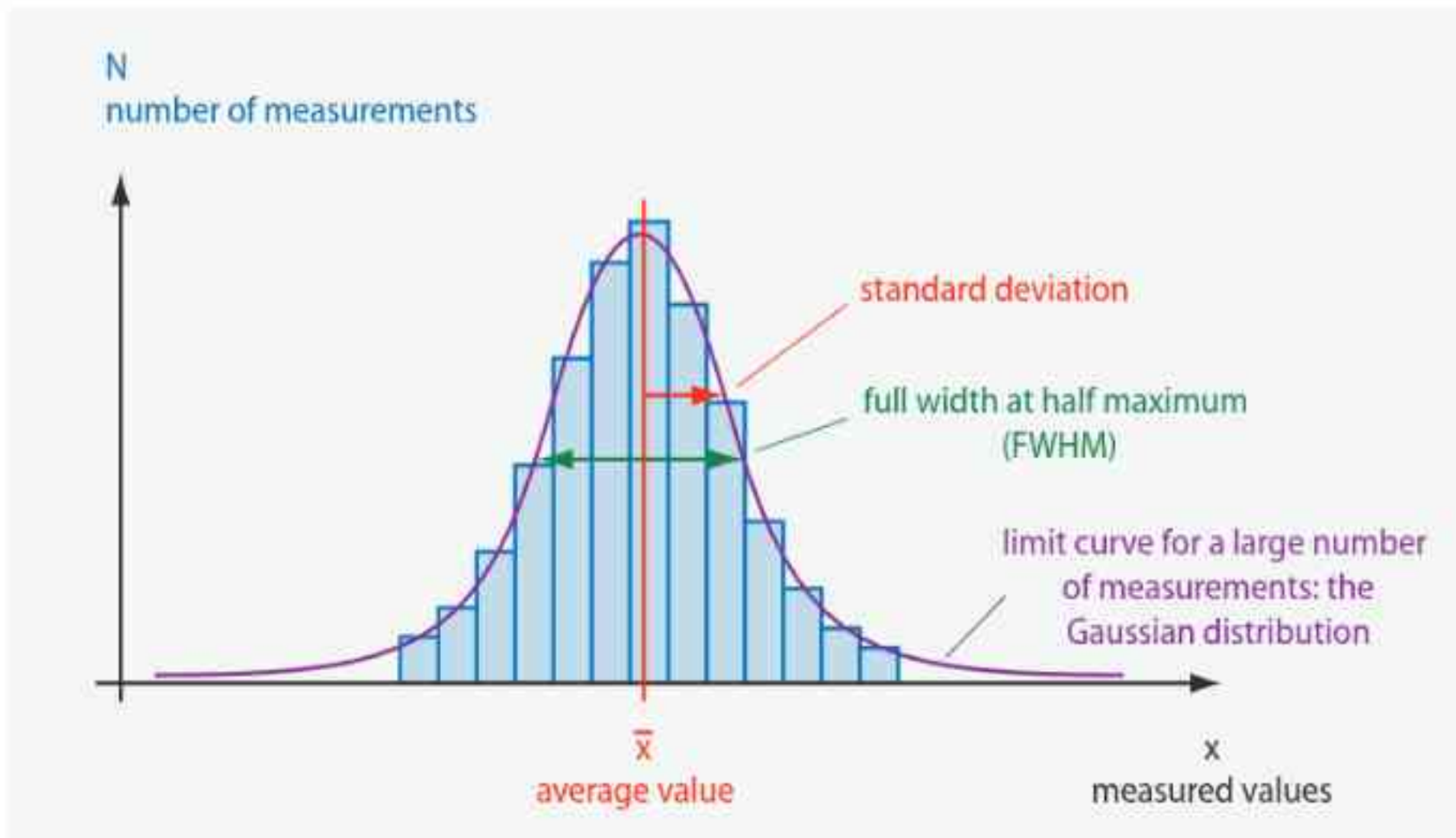


FIGURA 303 Un experimento de precisión y su distribución de medición. La precisión es alta si la anchura de la distribución es estrecha; la exactitud es alta si el centro de distribución concuerda con el valor real.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

— dentro de 4σ con un 99.9937 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de0,312 ± 0,024 m;
— dentro de 5σ con un 99.999 943 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de 0,312 ± 0,030 m;
— dentro de 6σ con un 99.999 999 80 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de 0,312 ± 0,036 m;
— dentro de 7σ con un 99.999 999 999 74 % de probabilidad, por tanto en este ejemplo, dentro de 0,312 ± 0,041 m.

Desafío 731 s (¿Tienen sentido los últimos números?)

Téngase en cuenta que las desviaciones estándar tienen un dígito, usted tendría que ser un experto mundial para usar dos, y un tonto para usar más. Si no se da una desviación estándar, se supone un (1). Como resultado, entre los profesionales, 1 km y 1000 m, ¡*no* son la misma longitud!

¿Qué sucede con los errores cuando se suman o restan dos valores de medición A y B?. Si todas las mediciones son independientes - o no correlacionadas - la desviación estándar de la suma y de la diferencia viene dada por $\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$. Tanto para el producto o cociente de dos valores medidos y no correlacionados C y D, el resultado es $\rho = \sqrt{\rho_C^2 + \rho_D^2}$ donde los términos ρ son las desviaciones estándar *relativas*.

Desafío 732 s Suponga que la medición para un objeto que se mueve 1 m es de 3 s: ¿cuál es el valor de la velocidad medida?

Límites a la precisión

¿Cuáles son los límites de la exactitud y la precisión ? No hay manera, incluso en principio, de medir una longitud x con una *precisión* superior de alrededor de los 61 dígi-

tos, porque en la naturaleza, la relación entre la mayor y la menor longitud medible es $\Delta x/x > l_{Pl}/d_{horizonte} = 10^{-61}$. (¿Es esta relación válida también para la fuerza o para el volumen?) En el volumen final de nuestro texto, el estudio de los relojes y metros rígidos refuerza este límite teórico.

Desafío 733 e
Vol. VI, página ??

Pero no es difícil deducir límites prácticos más estrictos. Ninguna máquina imaginable puede medir cantidades con una precisión superior a la medición del diámetro de la Tierra entre la longitud más pequeña jamás medida, sobre 10^{-19} m; es decir, con cerca de 26 dígitos de precisión. El uso de un límite más realista de una máquina de tamaño 1000 m implica un límite de 22 dígitos. Si, como se predijo anteriormente, las medidas de tiempo realmente lograran 17 dígitos de precisión, entonces se acercan al límite práctico, ya que además de tamaño, existe una restricción práctica adicional: el coste. De hecho, un dígito adicional en la precisión de medición a menudo significa un dígito adicional en el coste del equipo.

Las constantes físicas

En la física, las observaciones de carácter general se deducen de las más fundamentales. Como consecuencia de ello, muchas mediciones se pueden deducir de las más fundamentales. Las medidas más fundamentales son las de las constantes físicas.

Las siguientes tablas muestran los mejores valores del mundo de las constantes físicas más importantes y propiedades físicas de las partículas - en unidades del SI y en algunas otras unidades comunes - publicados en las referencias estándar. Los valores son los promedios mundiales de las mejores mediciones realizadas hasta el presente. Como de costumbre, los errores experimentales, incluyendo los errores sistemáticos, tanto aleatorios como estimados, se expresan dando la desviación estándar en los últimos dígitos. De hecho, detrás de cada uno de los números en las siguientes tablas hay una larga historia digna de ser contada, pero para las que no hay suficiente espacio aquí .

Ref. 375
Ref. 376

En principio, *todas* las propiedades cuantitativas de la materia se pueden calcular con la teoría cuántica – con más precisión, las ecuaciones del modelo estándar de partícula – y un conjunto de constantes físicas *básicas* que se proporcionan en la siguiente tabla. Por ejemplo, el color, la densidad y las propiedades elásticas de cualquier material se pueden predecir, en principio, de esta forma.

Vol. V, página ??

TABLA 57 Constantes físicas básicas.

Cantidad	Símbolo	Valores en unidades SI	Incert.[a]
Constantes que definen las unidades de medidas SI			
Velocidad de la luz en el vacío [c]	c	299 792 458 m/s	0
Constante original de Planck [c]	h	$6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ Js	0
constante reducida de Planck, cuantum de acción	$\hbar$	$1{,}054\,571\,817\ldots \cdot 10^{-34}$ Js	0
Carga del positrón [c]	e	0,160 217 6634 aC	0
constante de Boltzmann [c]	k	$1{,}380\,649 \cdot 10^{-23}$ J/K	0
número de Avogadro	N_A	$6{,}022\,140\,76 \cdot 10^{23}$ 1/mol	0
Constante que *debería* estar definida en el SI de unidades de medida			

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1997–2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 57 (Continuación) Constantes físicas básicas.

Cantidad	Símbolo	Valores en unidades SI	Incert.[a]
Constante Gravitacional	G	$6{,}674\,30(15)\cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$	$2{,}2\cdot 10^{-5}$
Otras constantes fundamentales			
Número de dimensiones espacio-temporales		$3+1$	0 [b]
constante de estructura-fina [d] o	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$	$1/137{,}035\,999\,084(21)$	$1{,}5\cdot 10^{-10}$
constante de acoplamiento e.m.	$= g_{\mathrm{em}}(m_e^2c^2)$	$= 0{,}007\,297\,352\,5693(11)$	$1{,}5\cdot 10^{-10}$
constante de acoplamiento de Fermi [d] o	$G_F/(\hbar c)^3$	$1{,}166\,3787(6)\cdot 10^{-5}\ \mathrm{GeV^{-2}}$	$5{,}1\cdot 10^{-7}$
constante de acoplamiento débil	$\alpha_w(M_Z) = g_w^2/4\pi$	$1/30{,}1(3)$	$1\cdot 10^{-2}$
Constante de acoplamiento fuerte [d]	$\alpha_s(M_Z) = g_s^2/4\pi$	$0{,}1179(10)$	$8{,}5\cdot 10^{-3}$
Ángulo de mezcla débil	$\sin^2\theta_W(\overline{MS})$	$0{,}231\,22(4)$	$1{,}7\cdot 10^{-4}$
	$\sin^2\theta_W$ (on shell) $= 1-(m_W/m_Z)^2$	$0{,}222\,90(30)$	$1{,}3\cdot 10^{-3}$
matriz de mezcla de quark CKM	$\lvert V\rvert$	$\begin{pmatrix} 0{,}97383(24) & 0{,}2272(10) & 0{,}00396(9) \\ 0{,}2271(10) & 0{,}97296(24) & 0{,}04221(80) \\ 0{,}00814(64) & 0{,}04161(78) & 0{,}999100(34) \end{pmatrix}$	
invariante de Jarlskog	J	$3{,}08(18)\cdot 10^{-5}$	
M. de mezcla de neutrino PMNS	$\lvert P\rvert$	$\begin{pmatrix} 0{,}82(2) & 0{,}55(4) & 0{,}150(7) \\ 0{,}37(13) & 0{,}57(11) & 0{,}71(7) \\ 0{,}41(13) & 0{,}59(10) & 0{,}69(7) \end{pmatrix}$	
Masa del electrón	m_e	$9{,}109\,383\,7015(28)\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$	$3{,}0\cdot 10^{-10}$
		$5{,}485\,799\,090\,65(16)\cdot 10^{-4}\ \mathrm{u}$	$2{,}9\cdot 10^{-11}$
		$0{,}510\,998\,950\,00(15)\ \mathrm{MeV}$	$3{,}0\cdot 10^{-10}$
Masa del muón	m_μ	$1{,}883\,531\,627(42)\cdot 10^{-28}\ \mathrm{kg}$	$2{,}2\cdot 10^{-8}$
		$105{,}658\,3755(23)\ \mathrm{MeV}$	$2{,}2\cdot 10^{-8}$
Masa Tau	m_τ	$1{,}776\,82(12)\ \mathrm{GeV}/c^2$	$6{,}8\cdot 10^{-5}$
masa del neutrino El.	m_{ν_e}	$< 2\ \mathrm{eV}/c^2$	
masa del neutrino Muón	m_{ν_μ}	$< 2\ \mathrm{eV}/c^2$	
masa del neutrino Tau	m_{ν_τ}	$< 2\ \mathrm{eV}/c^2$	
masa del quark Up	u	$21{,}6(+0{,}49/-0{,}26)\ \mathrm{MeV}/c^2$	
masa del quark Down	d	$4{,}67(+0{,}48/-0{,}17)\ \mathrm{MeV}/c^2$	
masa del quark Strange	s	$93(+11/-5)\ \mathrm{MeV}/c^2$	
masa del quark Charm	c	$1{,}27(2)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa del quark Bottom	b	$4{,}18(3)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa del quark Top	t	$172{,}9(0{,}4)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa del Fotón	γ	$< 2\cdot 10^{-54}\ \mathrm{kg}$	
masa del Bosón W	$W^\pm$	$80{,}379(12)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa del Bosón Z	Z^0	$91{,}1876(21)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa Higgs	H	$125{,}10(14)\ \mathrm{GeV}/c^2$	
masa del Gluón	$g_{1..8}$	$c.\,0\ \mathrm{MeV}/c^2$	

Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

a. Incertidumbre: desviación estándar de errores de medida.
b. Medida desde 10^{-19} m hasta 10^{26} m.
c. Constante que define.
d. Todas las constantes de acoplamiento dependen de la transferencia de impulso-4, como se
Page ?? explica en el apartado de renormalización. *Constante de estructura-fina* es el nombre tradicional para la constante de acoplamiento electromagnético g_{em} en el caso de una transferencia de impulso-4 de $Q^2 = c^2 m_e^2$, que es la más pequeña posible. A mayores transferencias de impulso, tiene valores más grandes, por ejemplo, $g_{em}(Q^2 = c^2 M_W^2) \approx 1/128$. Por el contrario, la constante de acoplamiento fuerte tiene valores más bajos a mayores transferencias de impulso, por ejemplo, $\alpha_s(34\,\text{GeV}) = 0{,}14(2)$.

¿Por qué todas estas constantes fundamentales tienen los valores que tienen?. Para cualquier constante básica *con una dimensión*, tales como el cuanto de acción $\hbar$, el valor numérico sólo tiene significado histórico. Es $1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Js debido a la definición SI del julio y del segundo. La pregunta de por qué el valor de una constante *dimensional* no es más grande o más pequeño, por lo tanto requiere siempre comprender el origen de algunos números *adimensionales* que da la relación entre la constante y la *unidad natural* correspondiente que es definida con c, G, $\hbar$ y α. Más detalles y los valores de las unidades
Vol. IV, página ?? naturales se darán posteriormente en la sección dedicada.

En otras palabras, comprender el tamaño de los átomos, las personas, los árboles y las estrellas, la duración de los procesos moleculares y los procesos atómicos, o la masa de núcleos y montañas, implica la comprensión de la relación entre estos valores y las correspondientes unidades naturales. La clave para entender la naturaleza por lo tanto es la comprensión de todas las relaciones, y por tanto todas las constantes adimensionales. La búsqueda de la comprensión de todos las relaciones, incluyendo la constante de estructura fina α, se completará sólo en el volumen final de nuestra aventura.

Las constantes básicas proporcionan las siguientes y útiles observaciones de alta precisión.

TABLA 58 Constantes físicas derivadas.

Cantidad	Símbolo	Valor en unidades SI	Incert.
Permeabilidad del vacío	μ_0	1,256 637 062 12(19) μH/m	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$
Permitividad del vacío	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	8,854 187 8128(13) pF/m	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$
Impedancia del vacío	$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$	376,730 313 668(57) Ω	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$
Número de Loschmidt a 273,15 K y 101 325 Pa	N_L	2,686 780 111... $\cdot 10^{25}$ 1/m^3	0
Constante de Faraday	$F = N_A e$	96 485,332 12... C/mol	0
Constante universal de los gases	$R = N_A k$	8,314 462 618... J/(mol K)	0
Volumen molar de un gas ideal a 273,15 K y 101 325 Pa	$V = RT/p$	22,413 969 54... l/mol	0
Constante de Rydberg [a]	$R_\infty = m_e c\alpha^2/2h$	10 973 731,568 160(21) m^{-1}	$1{,}9 \cdot 10^{-12}$
Conductancia cuántica	$G_0 = 2e^2/h$	77,480 917 29... μS	0
Flujo magnético cuántico	$\varphi_0 = h/2e$	2,067 833 848... fWb	0
radio frecuencia Josephson	$2e/h$	483,597 8484... THz/V	0
Constante de Von Klitzing	$h/e^2 = \mu_0 c/2\alpha$	25 812,807 45... Ω	0

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller November 1997–2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 58 (Continuación) Constantes físicas derivadas.

Cantidad	Símbolo	Valor en unidades SI	Incert.
magnetón de Bohr	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	9,274 010 0783(28) yJ/T	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
Radio clásico del electrón	$r_e = e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$	2,817 940 3262(13) fm	$4{,}5 \cdot 10^{-10}$
longitud de onda Compton	$\lambda_C = h/m_e c$	2,426 310 238 67(73) pm	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
del electrón	$\lambda_c = \hbar/m_e c = r_e/\alpha$	0,386 159 267 96(12) pm	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
radio de Bohr [a]	$a_\infty = r_e/\alpha^2$	52,917 721 0903(80) pm	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$
Cuantum de circulación	$h/2m_e$	3,636 947 5516(11) cm^2/s	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
Carga específica del positrón	e/m_e	175,882 001 076(55) GC/kg	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
Frecuencia del ciclotrón del electrón	$f_c/B = e/2\pi m_e$	27,992 489 872(9) GHz/T	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético del electrón	μ_e	−9,284 764 7043(28) yJ/T	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
	μ_e/μ_B	−1,001 159 652 181 28(18)	$1{,}7 \cdot 10^{-13}$
	μ_e/μ_N	$-1\,838{,}281\,971\,88(11) \cdot 10^3$	$6{,}0 \cdot 10^{-11}$
Facto-g del electrón	g_e	−2,002 319 304 362 56(35)	$1{,}7 \cdot 10^{-13}$
Relación de masa muón–electrón	m_μ/m_e	206,768 2830(46)	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Momento magnético del muón	μ_μ	$-4{,}490\,448\,30(10) \cdot 10^{-26}$ J/T	$2{,}2 \cdot 10^{-8}$
Factor-g del muón	g_μ	−2,002 331 8418(13)	$6{,}3 \cdot 10^{-10}$
Unidad de masa atómica	$1\ u = m_{^{12}C}/12$	$1{,}660\,539\,066\,60(50) \cdot 10^{-27}$ kg	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
Masa del protón	m_p	$1{,}672\,621\,923\,69(51) \cdot 10^{-27}$ kg	$3{,}1 \cdot 10^{-10}$
		1,007 276 466 621(53) u	$5{,}3 \cdot 10^{-11}$
		938,272 088 16(29) MeV	$3{,}1 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa protón–electrón	m_p/m_e	1 836,152 673 43(11)	$6{,}0 \cdot 10^{-11}$
Carga específica del protón	e/m_p	$9{,}578\,833\,1560(29) \cdot 10^7$ C/kg	$3{,}1 \cdot 10^{-10}$
Longiud de onda Compton del protón	$\lambda_{C,p} = h/m_p c$	1,321 409 855 39(40) fm	$3{,}1 \cdot 10^{-10}$
Magnetón nuclear	$\mu_N = e\hbar/2m_p$	$5{,}050\,783\,7461(15) \cdot 10^{-27}$ J/T	$3{,}1 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético del protón	μ_p	$1{,}410\,606\,797\,36(60) \cdot 10^{-26}$ J/T	$4{,}2 \cdot 10^{-10}$
	μ_p/μ_B	$1{,}521\,032\,202\,30(46) \cdot 10^{-3}$	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$
	μ_p/μ_N	2,792 847 344 63(82)	$2{,}9 \cdot 10^{-10}$
Razón giromagnética del protón	$\gamma_p = 2\mu_p/h$	42,577 478 518(18) MHz/T	$4{,}2 \cdot 10^{-10}$
Factor-g del protón	g_p	5,585 694 6893(16)	$2{,}9 \cdot 10^{-10}$
Masa del neutrón	m_n	$1{,}674\,927\,498\,04(95) \cdot 10^{-27}$ kg	$5{,}7 \cdot 10^{-10}$
		1,008 664 915 95(43) u	$4{,}8 \cdot 10^{-10}$
		939,565 420 52(54) MeV	$5{,}7 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa neutrón–electrón	m_n/m_e	1 838,683 661 73(89)	$4{,}8 \cdot 10^{-10}$
Razón de masa neutrón–protón	m_n/m_p	1,001 378 419 31(49)	$4{,}9 \cdot 10^{-10}$
Longitud de onda Compton del neutrón	$\lambda_{C,n} = h/m_n c$	1,319 590 905 81(75) fm	$5{,}7 \cdot 10^{-10}$
Momento magnético del neutrón	μ_n	$-0{,}966\,236\,51(23) \cdot 10^{-26}$ J/T	$2{,}4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_B	$-1{,}041\,875\,63(25) \cdot 10^{-3}$	$2{,}4 \cdot 10^{-7}$
	μ_n/μ_N	−1,913 042 73(45)	$2{,}4 \cdot 10^{-7}$
Constante de Stefan–Boltzmann	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	56,703 744 19... nW/m^2K^4	0

TABLA 58 (Continuación) Constantes físicas derivadas.

Cantidad	Símbolo	Valor en unidades SI	Incert.
constante de desplazamiento de Wien	$b = \lambda_{max}T$	2,897 771 955... mmK	0
		58,789 257 57... GHz/K	0
Electrón volt	eV	0,160 217 6634... aJ	0
Const. conversión bits a entropía	$k \ln 2$	10^{23} bit = 0,956 994... J/K	0
TNT contenido de energía		3.7 a 4,0 MJ/kg	$4 \cdot 10^{-2}$

a. Para masa infinita del núcleo.

En la siguiente Tabla se dan algunas propiedades útiles de nuestro medio ambiente local.

TABLA 59 Constantes astronómicas.

Cantidad	Símbolo	Valor
Año trópico (o tropical) 1900 [a]	a	31 556 925,974 7 s
Año trópico 1994	a	31 556 925,2 s
Día sideral medio	d	$23^h56'4{,}090\,53''$
Distancia media Tierra-Sol [b]		149 597 870,691(30) km
Unidad astronómica [b]	AU	149 597 870 691 m
Año luz, basado en el año Juliano [b]	al	9,460 730 472 5808 Pm
Parsec	pc	30,856 775 806 Pm = 3,261 634 al
Masa de la Tierra	$M_{♁}$	$5{,}973(1) \cdot 10^{24}$ kg
Constante gravitacional geocéntrica	GM	$3{,}986\,004\,418(8) \cdot 10^{14}$ m^3/s^2
Longitud gravitacional de la Tierra	$l_{♁} = 2GM/c^2$	8,870 056 078(16) mm
Radio ecuatorial de la Tierra [c]	$R_{♁eq}$	6378,1366(1) km
Radio polar de la Tierra [c]	$R_{♁p}$	6356,752(1) km
Distancia (media) ecuador-polo [c]		10 001,966 km
Aplanamiento terrestre [c]	$e_{♁}$	1/298,25642(1)
Densidad media de la Tierra	$\rho_{♁}$	5,5 Mg/m^3
Edad de la Tierra	$T_{♁}$	4,50(4) Ga = 142(2) Ps
Gravedad normal de la Tierra	g	9,806 65 m/s^2
Presión atmosférica estándar de la Tierra	p_0	101 325 Pa
Radio de la Luna	$R_{☾\,v}$	1738 km en dirección a la Tierra
Radio de la Luna	$R_{☾\,h}$	1737,4 km en otras dos direcciones
Masa de la Luna	$M_{☾}$	$7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg
Distancia media a la Luna [d]	$d_{☾}$	384 401 km
Distancia a la Luna en el perigeo [d]		típica 363 Mm, mínimo histórico 359 861 km
Distancia media a la Luna en el apogeo [d]		típica 404 Mm, máximo histórico 406 720 km
Tamaño angular de la Luna [e]		medio 0,5181° = 31,08′, mínimo 0,49°, máximo 0,55°

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 59 (Continuación) Constantes astronómicas.

Cantidad	Símbolo	Valor
Densidad media de la Luna	$\rho_☾$	3,3 Mg/m^3
Gravedad en la superficie de la Luna	$g_☾$	1,62 m/s^2
Presión atmosférica de la Luna	$p_☾$	desde 10^{-10} Pa (noche) hasta 10^{-7} Pa (día)
Masa de Júpiter	$M_♃$	$1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg
Radio de Júpiter, ecuatorial	$R_♃$	71,398 Mm
Radio de Júpiter, polar	$R_♃$	67,1(1) Mm
Distancia media de Júpiter al Sol	$D_♃$	778 412 020 km
Gravedad en la superficie de Júpiter	$g_♃$	24,9 m/s^2
Presión atmosférica de Júpiter	$p_♃$	desde 20 kPa hasta 200 kPa
Masa del Sol	$M_\odot$	$1{,}988\,43(3) \cdot 10^{30}$ kg
Longitud gravitacional del Sol	$2GM_\odot/c^2$	2,953 250 08(5) km
Constante gravitacional heliocéntrica	$GM_\odot$	$132{,}712\,440\,018(8) \cdot 10^{18}$ m^3/s^2
Luminosidad del Sol	$L_\odot$	384,6 YW
Radio ecuatorial del Sol	$R_\odot$	695,98(7) Mm
Tamaño angular del Sol		0,53° medio; mínimo en el 4 de julio (afelio) 1888″, máximo en el 4 de Enero (perihelio) 1952″
Densidad media del Sol	$\rho_\odot$	1,4 Mg/m^3
Distancia media al Sol	AU	149 597 870,691(30) km
Edad del Sol	$T_\odot$	4,6 Ga
Velocidad solar en torno al centro de la galaxia	$v_{\odot g}$	220(20) km/s
Velocidad solar contra la radiación de fondo	$v_{\odot b}$	370,6(5) km/s
gravedad en la superficie del Sol	$g_\odot$	274 m/s^2
Presión fotosférica más baja del Sol	$p_\odot$	15 kPa
Distancia al centro de la Vía Láctea		8,0(5) kpc = 26,1(1,6) kal
Edad de la Vía Láctea		13,6 Ga
Tamaño de la Vía Láctea		*c.* 10^{21} m o 100 kal
Masa de la Vía Láctea		10^{12} masa solares, *c.* $2 \cdot 10^{42}$ kg
Grupo de galaxias conocidas más distante	SXDF-XCLJ 0218-0510	$9{,}6 \cdot 10^9$ al

a. Constante que define, desde el equinoccio de primavera a equinoccio de primavera; una vez fue utilizado para definir el segundo. (Recuerde: π segundos es aproximadamente un nanosiglo - milmillonésima parte de un siglo.) El valor de 1990 es aproximadamente 0,7 s menos, que corresponde a una ralentización de alrededor de 0,2 ms/a. (¡Ojo!: ¿por qué?) También hay una fórmula empírica para la variación de la duración del año en el tiempo.

Desafío 734 s
Ref. 377

b. La precisión realmente sorprendente de tan sólo 30 m en la distancia media Tierra-Sol resulta del promedio de tiempo de las señales enviadas desde las sondas orbitales Viking y las de ate-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

rrizaje en Marte tomadas durante un período de más de 20 años. Tenga en cuenta que la Unión Astronómica Internacional distingue la distancia media Tierra-Sol de la *unidad astronómica* en sí misma; esta última se define como una longitud fija y precisa. Incluso el *año luz*es una unidad definida como un número exacto por la UAI. Para obtener más información, consulte www.iau.org/public/measuring.

c. La forma de la Tierra se describe con mayor precisión con el Sistema Geodésico Mundial. La última edición fue publicada en la 1984Para una presentación completa de sus antecedentes y sus detalles, véase la página web www.wgs84.com. La Unión Geodésica Internacional afinó los datos en 2000. Los radios y los datos de aplanamiento aquí son los del 'sistema de marea media'. Se diferencian de las del 'sistema de marea cero' y otros sistemas en aproximadamente 0,7 m. Los detalles son una ciencia en sí misma.

d. Medida de centro a centro. Para encontrar la posición exacta de la Luna en el cielo en una cierta fecha, ver la página www.fourmilab.ch/earthview/moon_ap_per.html. Para los planetas, ver la página www.fourmilab.ch/solar/solar.html y las otras páginas del mismo sitio.

e. Los ángulos son definidos como sigue: 1 grado $= 1^\circ = \pi/180$ rad, 1 (primer) minuto $= 1' = 1^\circ/60$, 1 segundo (minuto) $= 1'' = 1'/60$. Las unidades antiguas 'un tercio de minuto' y 'un cuarto minuto', cada uno 1/60 -un sesentésimo- del precedente, ya no están en uso. ('Minuto' significa originariamente 'muy pequeño', como se hace todavía en inglés moderno)

En la siguiente Tabla se enumeran algunas propiedades de la naturaleza en general. (Si acepta un reto, ¿puede determinar si una propiedad del universo, no viene en la lista?)

Desafío 735 s

TABLA 60 Constantes cosmológicas.

Cantidad	Símbolo	Valor
Constante cosmológica	Λ	$c.\ 1 \cdot 10^{-52}\,\mathrm{m}^{-2}$
Edad del universo [a]	t_0	$4{,}333(53) \cdot 10^{17}\,\mathrm{s} = 13{,}8(0{,}1) \cdot 10^{9}\,\mathrm{a}$
(determinado por el espacio-tiempo, vía expansión, utilizando la relatividad general)		
Edad del universo [a]	t_0	más de $3{,}5(4) \cdot 10^{17}\,\mathrm{s} = 11{,}5(1{,}5) \cdot 10^{9}\,\mathrm{a}$
(determinado por la materia, vía galaxias y estrellas, utilizando la teoría cuántica)		
Parámetro de Hubble [a]	H_0	$2{,}3(2) \cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1} = 0{,}73(4) \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$
		$= h_0 \cdot 100\,\mathrm{km/s\,Mpc} = h_0 \cdot 1{,}0227 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{a}^{-1}$
Parámetro de Hubble reducido [a]	h_0	0,71(4)
Parámetro de deceleración [a]	$q_0 = -(\ddot{a}/a)_0/H_0^2$	−0,66(10)
Distancia horizonte del universo [a]	$d_0 = 3ct_0$	$40{,}0(6) \cdot 10^{26}\,\mathrm{m} = 13{,}0(2)\,\mathrm{Gpc}$
Topología del universo		trivial hasta 10^{26} m
Número de dimensiones espaciales		3, para distancia hasta 10^{26} m
Densidad crítica	$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$	$h_0^2 \cdot 1{,}878\,82(24) \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg/m^3}$
del universo		$= 0{,}95(12) \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg/m^3}$
Parámetro de densidad (total) [a]	$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c$	1.02(2)
Parámetro de densidad del barión [a]	$\Omega_{B0} = \rho_{B0}/\rho_c$	0.044(4)
Parámetro de densidad de la materia oscura fría [a]	$\Omega_{CDM0} = \rho_{CDM0}/\rho_c$	0.23(4)
Parámetro de densidad del neutrino [a]	$\Omega_{\nu 0} = \rho_{\nu 0}/\rho_c$	0.001 to 0.05
Parámetro de densidad de la energía oscura [a]	$\Omega_{X0} = \rho_{X0}/\rho_c$	0.73(4)
Parámetro de estado de la energía oscura	$w = p_X/\rho_X$	−1,0(2)
Masa del barión	m_b	$1{,}67 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

TABLA 60 (Continuación) Constantes cosmológicas.

Cantidad	Símbolo	Valor
Densidad numérica de bariones		$0{,}25(1)\,/\mathrm{m}^3$
Densidad de materia luminosa		$3{,}8(2)\cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg/m}^3$
Estrellas en el universo	n_s	$10^{22\pm1}$
Bariones en el universo	n_b	$10^{81\pm1}$
Temperatura del fondo de microondas [b]	T_0	$2{,}725(1)\,\mathrm{K}$
Fotones en el universo	n_γ	10^{89}
Densidad de energía del fotón	$\rho_\gamma = \pi^2 k^4/15T_0^4$	$4{,}6\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg/m}^3$
Densidad numérica de fotones		$410{,}89\,/\mathrm{cm}^3$ or $400\,/\mathrm{cm}^3(T_0/2{,}7\,\mathrm{K})^3$
Amplitud de la densidad de perturbación	$\sqrt{S}$	$5{,}6(1{,}5)\cdot 10^{-6}$
Amplitud de la onda gravitacional	$\sqrt{T}$	$< 0{,}71\sqrt{S}$
Fluctuaciones sobre la masa 8 Mpc	σ_8	0.84(4)
Indice escalar	n	0.93(3)
Indice de ejecución escalar	$\mathrm{d}n/\mathrm{d}\ln k$	−0,03(2)
Longitud de Planck	$l_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^3}$	$1{,}62\cdot 10^{-35}\,\mathrm{m}$
Tiempo de Planck	$t_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar G/c^5}$	$5{,}39\cdot 10^{-44}\,\mathrm{s}$
Masa de Planck	$m_{\mathrm{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$	$21{,}8\,\mu\mathrm{g}$
Instantes en la historia [a]	t_0/t_{Pl}	$8{,}7(2{,}8)\cdot 10^{60}$
Puntos espacio-temporales en el horizonte interno [a]	$N_0 = (R_0/l_{\mathrm{Pl}})^3\cdot(t_0/t_{\mathrm{Pl}})$	$10^{244\pm1}$
Masa en el horizonte interno	M	$10^{54\pm1}\,\mathrm{kg}$

a. El índice 0 indica valores a día de hoy.
b. La radiación originada cuando el universo tenía 380 000 años y poseía una temperatura de alrededor de 3000 K; las fluctuaciones ΔT_0 que condujeron a la formación de las galaxias son hoy de unos $16 \pm 4\,\mu\mathrm{K} = 6(2)\cdot 10^{-6}\,T_0$.

Vol. II, página 232

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Apéndice 18

Fuentes de información sobre el movimiento

> Ningún lugar ofrece una convicción más sorprendente de la vanidad de las esperanzas humanas que una biblioteca pública.
>
> Samuel Johnson

> En una sociedad de consumo es inevitable que existan dos tipos de esclavos: los prisioneros de la adicción y los prisioneros de la envidia.
>
> Ivan Illich**

En el texto, en la sección dedicada a la bibliografía, se presentan buenos libros de referencia que dan a conocer campos cercanos a los tratados en el mismo. En esa sección, también se indican revistas y sitios web, con el fin de satisfacer una curiosidad más intensa acerca de lo que encontramos en esta aventura. Todas las citas también se pueden obtener buscando por autor en el índice de nombres. Para ulteriores informaciones, las bibliotecas o Internet pueden ser de ayuda.

En una biblioteca, artículos de revisión sobre investigación reciente aparecen en revistas como Reviews of Modern Physics, Reports on Progress in Physics, Contemporary Physics and Advances in Physics. Buenas introducciones pedagógicas se encuentran en el American Journal of Physics, la Revista Europea de Física (European Journal of Physics) y Physik in unserer Zeit.

Panorámicas sobre las tendencias en investigación aparecen a veces en revistas como Physics World, Physics Today, Europhysics Journal, Physik Journal y Nederlands tijdschrift voor natuurkunde. Para la cobertura de todas las ciencias juntas, las mejores fuentes son las revistas Nature, New Scientist, Naturwissenschaften, La Recherche y Science News.

Artículos de investigación sobre los fundamentos del movimiento aparecen principalmente en Physics Letters B, Nuclear Physics B, Physical Review D, Physical Review Letters, Classical and Quantum Gravity, General Relativity and Gravitation, International Journal of Modern Physics y Modern Physics Letters. Los resultados y conjeturas más recientes se encuentran en las actas de las conferencias, como Nuclear Physics B Supplements. Artículos de investigación también aparecen en Fortschritte der Physik, European Physical Journal, La Rivista del Nuovo Cimento, Europhysics Letters, Communications in Mathematical Physics, Journal of Mathematical Physics, Foundations of Physics, International Journal of Theoretical Physics y Journal of Physics G.

** Ivan Illich (b. 1926 Vienna, d. 2002 Bremen), teólogo austriaco y pensador político y social.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

En Internet sólo hay unos cuantos periódicos de calidad sobre física: uno de ellos es Living Reviews in Relativity, que puede encontrarlo en www.livingreviews.org, el otro es New Journal of Physics, que puede encontrarlo en www.njp.org website. Por desgracia, existen también muchos periódicos en Internet que publican investigaciones incorrectas. Son fáciles de localizar: piden dinero por publicar un periódico.

Sin embargo, con mucho, el modo más simple y más eficaz para mantenerse en contacto con la investigación actual sobre el movimiento y la física moderna es el uso de *Internet*, la red informática internacional. Si encuentra dificultades para empezar a utilizarla, pregunte a un amigo que la conozca.*

En la última década del siglo XX, Internet se ha expandido en una combinación de biblioteca, instrumento de negocios, herramienta de trabajo, plataforma de discusión, colección de medios, depósito de basura y, sobre todo, un dispensador de adicciones. No la utilice demasiado. El comercio, la publicidad y - por desgracia – el material absorbente para niños, jóvenes y adultos, así como los delitos de todo tipo son también una parte integral de la web. Con un ordenador personal, un módem y un navegador gratuito, se puede buscar información en millones de páginas de documentos o destruir su carrera profesional a través de la adicción. Las diversas partes de los documentos se encuentran en diferentes ordenadores de todo el mundo, pero el usuario no tiene que ser consciente de esto.**

La mayoría de los trabajos teóricos físicos están disponibles gratuitamente, como *pre-impresión*, es decir, antes de la publicación oficial y cualquier control de los jueces, el sitio web arxiv.org También hay disponible un servicio para encontrar pre-impresiones sucesivas que mencionan una fecha.

---

* También puede utilizar Internet y descargar los archivos a través de FTP con la única ayuda del correo electrónico. Pero las herramientas cambian muy a menudo aquí para dar una guía estable. Pregunte a sus amigos.

** Hace algunas décadas, el libro provocador de IVAN ILLICH, *Deschooling Society*, Harper & Row, 1971,, listaba cuatro ingredientes básicos para cualquier sistema educativo:

1. Acceso a los *recursos* para el aprendizaje, tales como libros, equipos, juegos, etc. a un precio asequible para todos, en cualquier momento de sus vidas;

2. para todos aquellos que quieran aprender, *igualdad* de acceso a la misma situación de aprendizaje, para la discusión, la confrontación, la cooperación y la competencia;

3. acceso a los *ancianos*, tales como maestros, para su atención y crítica de aquello que están aprendiendo;

4. intercambios entre estudiantes y *artistas* en su campo de interés, para que puedan ser modelos para los primeros. Por ejemplo, es oportuno y debe proporcionarse la oportunidad de escuchar a músicos profesionales y la lectura de las obras de escritores especializados. Esto da también a los artistas la oportunidad de compartir, promocionar y utilizar sus habilidades.

Illich desarrolla la idea de que si un sistema de este tipo fuese informal - el llamado entonces 'aprendizaje web' u 'oportunidades web' - sería superior a las instituciones formales, institutos financiados por el estado, tales como las escuelas convencionales, para el desarrollo de seres humanos maduros. En sus obras posteriores, *Deschooling Our Lives*, Penguin, 1976, y *Tools for Conviviality*, Penguin, 1973., profundiza sobre estas ideas.

Hoy en día, cualquier ordenador de la red proporciona *e-mail* (correo electrónico), FTP (transferencia de archivos desde y hacia otro ordenador), el acceso a *world-wide web* (web en todo el mundo). De un modo completamente inesperado, todos estos servicios de Internet se han convertido en la columna vertebral de 'oportunidad web' analizada por Illich. Sin embargo, como en cualquier escuela, depende fuertemente de las directrices del usuario si Internet realmente proporciona una red de aprendizaje o el ingreso en una adicción.

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics. Copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022. Free pdf file available at www.motionmountain.net

Los trabajos de investigación sobre la descripción del movimiento que aparecen *después* de que este texto sea publicado puede ser localizado a través de la www.webofknowledge.com, un sitio accesible sólo por las bibliotecas. Aquí se permite buscar todas las publicaciones que *citan* un documento dado.

La búsqueda online por autores, organizaciones, libros, publicaciones, empresas o simples palabras clave que utilizan los motores de búsqueda puede ser una experiencia gratificante o un episodio de adicción, dependiendo completamente de uno mismo. Una selección de servidores interesante sobre el movimiento es la siguiente.

TABLA 61 Algunos sitios web en la world-wide web.

Tópico	Dirección web
Conocimiento general	
Innovación en ciencia y tecnología	www.innovations-report.de
Colecciones de libros	www.ulib.org
	books.google.com
Educación científica entretenida por Theodore Gray	www.popsci.com/category/popsci-authors/theodore-gray
Educación científica entretenida y profesional por Robert Krampf	thehappyscientist.com
Fronteras de la ciencia	www.science-frontiers.com
Science Daily News	www.sciencedaily.com
Noticias de la ciencia	www.sciencenews.org
Enciclopedia de la ciencia	www.daviddarling.info
Investigaciones científicas interesantes	www.max-wissen.de
Vídeos científicos de calidad	www.vega.org.uk
ASAP Science videos	plus.google.com/101786231119207015313/posts
Física	
Aprendiendo física con juguetes de la basura	www.arvindguptatoys.com
Sitio web oficial de unidades SI	www.bipm.fr
Conversión de unidades	www.chemie.fu-berlin.de/chemistry/general/units.html
Datos sobre partículas	pdg.web.cern.ch
Datos técnicos y fórmulas	www.efunda.com
Información sobre relatividad	math.ucr.edu/home/baez/relativity.html
Preimpresos de Investigación	arxiv.org
	www.slac.stanford.edu/spires
Resúmenes de trabajos de física en revistas	www.osti.gov
Muchos trabajos de investigación en física	sci-hub.tv, sci-hub.la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Tópico	Dirección web
	libgen.pw, libgen.io
Noticias de física, semanal	www.aip.org/physnews/update
Noticias de física, diario	phys.org
Problemas de física por Yacov KantorKantor, Yacov	www.tau.ac.il/~kantor/QUIZ/
Problemas de física por Henry Greenside	www.phy.duke.edu/~hsg/physics-challenges/challenges.html
Física 'la pregunta de la semana'	www.physics.umd.edu/lecdem/outreach/QOTW/active
'Miniproblema' de física	www.nyteknik.se/miniproblemet
Physikhexe	physik-verstehen-mit-herz-und-hand.de/html/de-6.html
Trucos mágicos de ciencia	www.sciencetrix.com
Physics stack exchange	physics.stackexchange.com
'Pregunta a los expertos'	www.sciam.com/askexpert_directory.cfm
Ganadores del Premio Nobel	www.nobel.se/physics/laureates
Vídeos de los discursos de los ganadores del Premio Noble	www.mediatheque.lindau-nobel.org
Retratos de físicos	www.if.ufrj.br/famous/physlist.html
Organizaciones de físicos	www.cern.ch
	www.hep.net
	www.nikhef.nl
	www.het.brown.edu/physics/review/index.html
Libros de texto de física en la web	www.physics.irfu.se/CED/Book
	www.biophysics.org/education/resources.htm
	www.lightandmatter.com
	www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html
	www.feynmanlectures.info
	hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html
	www.motionmountain.net
Tres bonitos conjuntos franceses de notas sobre la mecánica clásica y la teoría de partículas	feynman.phy.ulaval.ca/marleau/notesdecours.htm
The excellent *Radical Freshman Physics* by David Raymond	www.physics.nmt.edu/~raymond/teaching.html
Física guiones de cursos del MIT	ocw.mit.edu/courses/physics/
Física guiones de lecciones en alemán e inglés	www.akleon.de
'Aula de lecciones mundial'	wlh.webhost.utexas.edu

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Tópico	Dirección web
Imágenes ópticas del día	www.atoptics.co.uk/opod.htm
Living Reviews in Relativity	www.livingreviews.org
Wissenschaft in die Schulen	www.wissenschaft-schulen.de
Vídeos de lecciones de física de Walter LewinÍndice alfabéticoLewin, Walter	ocw.mit.edu/courses/physics/8-01-physics-i-classical-mechanics-fall-1999/
Vídeos de física de Matt Carlson	www.youtube.com/sciencetheater
Vídeos de física de la Universidad de Nottingham	www.sixtysymbols.com
Vídeos de lecciones de física	www.coursera.org/courses?search=physics www.edx.org/course-list/allschools/physics/allcourses
Matemáticas	
'Forum de Matemáticas' colecta de recursos por internet	mathforum.org/library
Biografías de matemáticos	www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/BiogIndex.html
Problema de matemática de Purdue de la semana	www.math.purdue.edu/academics/pow
Matemáticas del Macalester College problema de la semana	mathforum.org/wagon
Fórmulas matemáticas	dlmf.nist.gov
El mundo le las matemáticas de Weisstein	mathworld.wolfram.com
Funciones	functions.wolfram.com
Integración simbólica	www.integrals.com
Superficies algebraicas	www.mathematik.uni-kl.de/~hunt/drawings.html
Vídeo de lecciones de matemáticas, en alemán	www.j3l7h.de/videos.html
Gazeta Matematica, en Rumano	www.gazetamatematica.net
Astronomía	
ESA	sci.esa.int
NASA	www.nasa.gov
Telescopio espacial Hubble	hubble.nasa.gov
Sloan Digital Sky Survey	skyserver.sdss.org
El 'espejo cósmico'	www.astro.uni-bonn.de/~dfischer/mirror
Simulados del Sistema Solar	space.jpl.nasa.gov
Satélites observables	liftoff.msfc.nasa.gov/RealTime/JPass/20
Astronomía, imagen del día	antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/astropix.html
La Tierra desde el espacio	www.visibleearth.nasa.gov

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Tópico	Dirección web
De la astronomía a las astronaves	www.phy6.org/stargaze/Sintro.htm
Datos solares actuales	www.n3kl.org/sun
Temas específicos	
Maravillas sónicas para visitar en el mundo	www.sonicwonders.org
Enciclopedia de fotónica	www.rp-photonics.com
Libro de texto on-line sobre Química	chemed.chem.wisc.edu/chempaths/GenChem-Textbook
Minerales	webmineral.com
	www.mindat.org
Mapas geológicos	onegeology.org
Ilusiones ópticas	www.sandlotscience.com
Geología de rocas	sandatlas.org
Cómics científicos de Petit	www.jp-petit.org
Juguetes de física	www.e20.physik.tu-muenchen.de/~cucke/toylinke.htm
Humorismo en física	www.dctech.com/physics/humor/biglist.php
Literatura sobre magia	www.faqs.org/faqs/magic-faq/part2
Biblioteca música Petrucci, búsqueda por sintonía	imslp.org
Haciendo aeroplanos de papel	www.pchelp.net/paper_ac.htm
	www.ivic.qc.ca/~aleexpert/aluniversite/klinevogelmann.html
Pequeños helicópteros volantes	pixelito.reference.be
Curiosidades científicas	www.wundersamessammelsurium.info
Reloj de diez mil años	www.longnow.org
Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte	www.gdnae.de
Pseudociencia	suhep.phy.syr.edu/courses/modules/PSEUDO/pseudo_main.html
Chifladuras	www.crank.net
Tabla periódica con vídeos para buscar elementos	www.periodicvideos.com
Notaciones matemáticas	math.furman.edu/mwoodard/~mquot.html
El 'World Question Center'	www.edge.org/questioncenter.html
Plagios	www.plagiarized.com
Fraudes	www.museumofhoaxes.com
Enciclopedia de la Tierra	www.eoearth.org
Esto es colosal	thisiscolossal.com

¿Quiere estudiar física sin tener que ir a la universidad? Hoy en día es posible hacerlo a través del correo electrónico y de Internet, en alemán en la Universidad de Kaiserslau-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

tern.* en un futuro próximo, un proyecto nacional en Gran Bretaña debería permitir lo mismo para los estudiantes de lengua inglesa. A modo de introducción, ¡utilice la última actualización de este texto de física!

> Das Internet ist die offenste Form der geschlossenen Anstalt.**
>
> Matthias Deutschmann

> Si tacuisses, philosophus mansisses.***

* Consultar la dirección www.fernstudium-physik.de

** 'Internet es la forma más abierta de una institución cerrada'

*** 'Si yo hubiera estado en silencio, habría seguido siendo un filosofo.' Tomado de lo que BoecioBoethius (*c.* 480–*c.* 525) dice en *De consolatione philosophiae*, 2.7, 67 ff.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Pistas y soluciones de los desafíos

> Nunca haga un cálculo antes de conocer la respuesta. Lema de
>
> John Wheeler

John Wheeler quería que las personas probaran, estimaran y conjeturaran (supusieran), pero sin decir la conjetura en voz alta. Una conjetura correcta refuerza el instinto hacia la física, mientras que una equivocada conduce al placer de la sorpresa. Suponer es, pues, un primer paso importante en la solución de todos los problemas.

Los maestros tienen en mente otros criterios. Los buenos problemas se pueden resolver en diferentes niveles de dificultad, se pueden solucionar con palabras o con imágenes o con fórmulas, activan los conocimientos, se refieren a aplicaciones del mundo real, y están abiertos.

Desafío 1, página 10: No dude en ser exigente y riguroso. La siguiente edición del texto se beneficiará de ello.

Desafío 2, página 18: Hay muchas maneras de distinguir el movimiento real de una ilusión de movimiento: Por ejemplo, sólo el movimiento real puede ser usado para establecer algo más en el movimiento. Además, las ilusiones de movimiento de las figuras muestran un fallo importante; nada se mueve si la cabeza y el papel permanecen fijas una con respecto a la otra. En otras palabras, la ilusión sólo *amplifica* los movimientos existentes, no *crea* el movimiento de la nada.

Desafío 3, página 18: Sin experimentos detallados y precisos, ambas partes pueden encontrar ejemplos para probar su punto de vista. La Creación es apoyada por la aparición de moho o bacterias en un vaso de agua, la creación también es apoyada por su contrario, a saber, la desaparición sin pistas, como la desaparición del movimiento. Sin embargo, la conservación es apoyada y la creación falseada por todas aquellas investigaciones que exploran los casos supuestos de aparición o desaparición con todo detalle.

Desafío 4, página 21: La cantidad de agua depende de la forma de la cubeta. El sistema elige la opción (inclinado o recto) para los que el centro de gravedad es más bajo.

Desafío 5, página 22: Supongamos, para simplificar, un cubo cilíndrico. Si necesita ayuda, haga el experimento en casa. Para el carrete, la imagen es engañosa: el círculo en que avanza el carrete tiene un diámetro *mayor* que la sección en la que se enrolla la cuerda. La cadena enrollada no toca el suelo, como lo hace el carrete mostrado en la Figura 304.

Desafío 6, página 21: Los partidos políticos, sectas, organizaciones de ayuda y terapeutas de todo tipo son típicos de este comportamiento.

Desafío 7, página 26: La cuestión aún no está completamente resuelta para el movimiento del espacio vacío, como en el caso de las ondas gravitacionales. Por lo tanto, el movimiento del espacio vacío podría ser una excepción. En cualquier caso, el espacio vacío no está hecho de pequeñas

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 304 La forma supuesta para el rompecabezas de la bobina.

partículas de tamaño finito, ya que esto estaría en contradicción con la transversalidad de las ondas de gravedad.

Desafío 8, página 29: Los agujeros no son sistemas físicos porque, en general, no pueden ser rastreados.

Desafío 9, página 29: La definición circular es la siguiente: los objetos son definidos como lo que se mueve respecto a un fondo, y el fondo se define como aquello que permanece en reposo cuando los objetos cambian. Volveremos varias veces a esta importante cuestión en el curso de
Página 470 nuestra aventura. Requerirá, sin embargo, una buena dosis de paciencia resolverlo.

Desafío 10, página 31: No, el universo no tiene un estado. No es medible ni siquiera en princi-
Vol. IV, página ?? pio. Vea la discusión en el Volumen IV, sobre la teoría cuántica.

Desafío 11, página 31: El listado final de las propiedades intrínsecas de los sistemas físicos en-
Vol. V, página ?? contrados en la naturaleza y reportados en el volumen V, en la sección de partículas físicas. Y, por supuesto, el universo no tiene propiedades intrínsecas, permanentes. Ninguna de ellas es medible para el universo como un todo, ni siquiera en principio.

Desafío 12, página 34: Pista: sí, hay un punto tal.

Desafío 13, página 34: Véase la Figura 305 como un paso intermedio. Una burbuja estalla en un punto, y luego el borde del agujero aumenta rápidamente, hasta que desaparece en las antípodas. Durante ese proceso, el resto de la burbuja mantiene su forma esférica, como se muestra en la figura. Para una película de este proceso, consulte www.youtube.com/watch?v=dIZwQ24_OU0 (o buscar 'burbuja de jabón estallando').En otras palabras, las gotitas finales que son expulsadas derivan del punto de la burbuja que es opuesto al punto de punción; nunca se expulsan desde el centro de la burbuja.

Desafío 14, página 34: Un fantasma puede ser una imagen en movimiento; no puede ser un ob-
Vol. IV, página ?? jeto en movimiento, ya que los objetos no pueden interpenetrarse.

Desafío 15, página 34: Si algo pudiera dejar de moverse, el movimiento podría desaparecer en la nada. Para una prueba precisa, habría que demostrar que ningún átomo se mueve más. Hasta ahora, esto nunca ha sido observado: el movimiento se conserva. (No hay nada en la naturaleza que pueda desaparecer en la nada.)

Desafío 16, página 34: Esto significa de hecho que el espacio es infinito; Sin embargo, es im-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

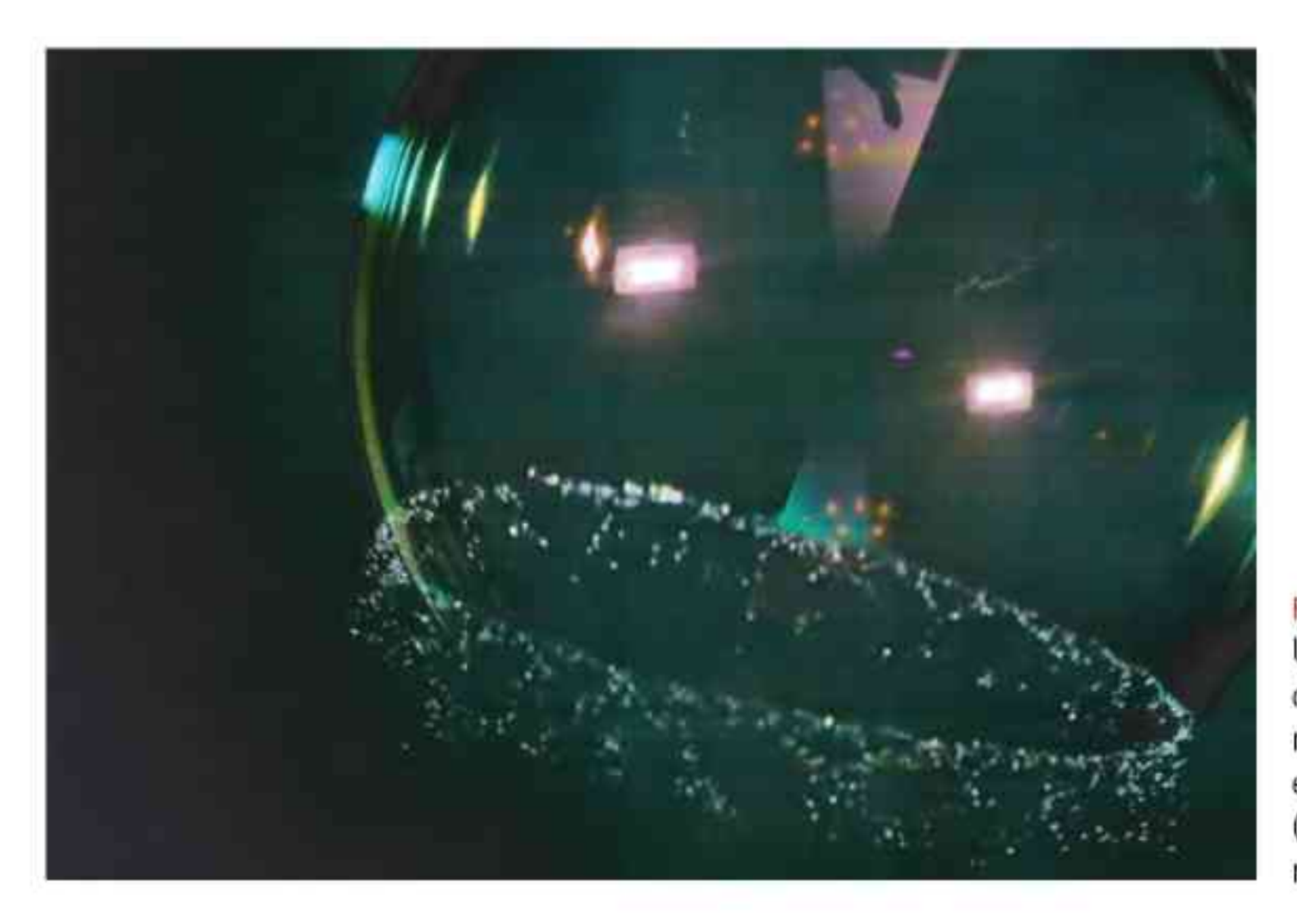


FIGURA 305 Una burbuja de jabón mientras estalla (© Peter Wienerroither).

posible de observar que algo se mueve 'siempre': nadie vive tanto tiempo. En resumen, no hay forma de probar que el espacio es infinito de esta manera. En realidad, no hay manera de probar que el espacio es infinito en cualquier otra forma.

Desafío 17, página 34: La longitud de la cuerda necesaria es nh, donde n es el número de ruedas / poleas. Y sí, el agricultor está realmente haciendo algo sensato.

Desafío 19, página 35: ¿Cómo mediría esto?

Desafío 20, página 35: El número de dígitos fiables de un resultado de medida es una sencilla cuantificación de la precisión. Más detalles se pueden encontrar mirando en 'desviación estándar' en el índice.

Desafío 21, página 35: No; se necesita la memoria para la observación y las mediciones. Este es el caso para los seres humanos y los aparatos de medición. La teoría cuántica hará esta reflexión particularmente clara.

Desafío 22, página 35: Tenga en cuenta que usted nunca ha observado la velocidad cero. Siempre hay algún error de medición que impide que uno diga que algo es cero. ¡No hay excepciones!

Desafío 23, página 35: $(2^{64} - 1) = 18\,446\,744\,073\,700\,551\,615$ granos de trigo, con un peso por grano de 40 mg, son 738 mil millones de toneladas. Dada una cosecha mundial en 2006 de 606 millones de toneladas, los granos ascienden a unos 1200 años de cosechas de trigo del mundo.

El cálculo del número de granos se simplifica mediante el uso de la fórmula $1 + m + m^2 + m^3 + ...m^n = (m^{n+1} - 1)/(m - 1)$, que da la suma de la llamada *secuencia geométrica*. (El nombre es histórico y se utiliza como contraste con la secuencia aritmética *secuencia aritmétrica* $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ...n = n(n + 1)/2$. ¿Puede probar las dos expresiones?

La leyenda del ajedrez es mencionado por primera vez por Ibn Khallikan (b. 1211 Arbil, d. 1282 Damascus). El rey Shiram y el rey Balhait, también mencionados en la leyenda, son figuras históricas que vivieron entre el segundo y cuarto siglo DdC. La leyenda parece haber combinado dos historias diferentes. De hecho, el cálculo de los granos aparece ya en el año 947, en el famoso texto *Praderas de oro y minas de piedras preciosas* de Al-Masudi (b. *c.* 896 Baghdad, d. 956 Cairo).

Desafío 24, página 35: En los experimentos limpios, la llama se inclina hacia el interior. Pero tales experimentos no son fáciles, y, a veces la llama se inclina hacia el exterior. Haga la prueba.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

¿Puede explicar ambas observaciones?

Desafío 25, página 35: Los acelerómetros son los detectores de movimiento más simples. Existen en forma de dispositivos piezoeléctricos que producen una señal cada vez que la caja se acelera y puede costar tan poco como un euro. Otro acelerómetro que podría tener un futuro es un acelerómetro de interferencia que hace uso del movimiento de una rejilla de interferencia; este dispositivo podría ser integrado en el silicio. Otros acelerómetros más precisos utilizan giroscopios o rayos láser que corren en círculos.

Velocímetros y detectores de posición también pueden detectar el movimiento; necesitan una rueda o al menos una forma óptica para mirar fuera de la caja. Los tacógrafos en los coches son ejemplos de velocímetros, los ratones de ordenador son ejemplos de detectores de posición.

Un dispositivo lo suficientemente barato sería perfecto para medir la velocidad de los esquiadores o los patinadores. No existe tal dispositivo todavía.

Desafío 26, página 35: La bola rueda (o se desliza) hacia el centro de la mesa, puesto que el centro de la mesa está un poco más cerca del centro de la Tierra que el borde; entonces la bola sale disparada otra vez, realiza una oscilación alrededor del centro de la mesa. El período es 84 min, como se muestra en el desafío 402. (Esto nunca se ha observado, hasta ahora. ¿Por qué?).

Desafío 27, página 36: Sólo si la aceleración no se anula. Las aceleraciones se pueden sentir. Los acelerómetros son dispositivos que miden las aceleraciones y luego deducen la posición. Se utilizan en los aviones durante el vuelo sobre el Atlántico. Si la caja no se acelera, es imposible decir si se mueve o está quieta. Incluso es imposible decir en qué dirección nos movemos. (Cierre los ojos en un tren por la noche para confirmar esto.)

Desafío 28, página 36: El bloque se mueve dos veces más rápido que los cilindros, independientemente de su radio.

Desafío 29, página 36: Este método es conocido por trabajar con otros miedos también.

Desafío 30, página 36: Tres parejas requieren 11 pasos. Dos parejas requieren 5. Para cuatro o más parejas no hay solución. ¿Cuál es la solución si hay n parejas y $n - 1$ lugares en el barco?

Desafío 31, página 37: Pista: hay un número infinito de tales formas. Estas curvas se llaman también *curvas Reuleaux*. Otra pista: Las monedas de 20 p y 50 peniques en el Reino Unido tienen tales formas. Y sí, otras formas que no sean los cilindros también son posibles: tome una barra cuadrada torcida, por ejemplo.

Desafío 32, página 37: Si usted no lo sabe, pregunte a su restaurador de muebles viejos favorito.

Desafío 33, página 37: Para este bellísimo problema vea arxiv.org/abs/1203.3602.

Desafío 34, página 37: La Conservación, la relatividad y la minimización son válidos en general. En algunos procesos raros en la física nuclear, la invariancia del movimiento (reversibilidad) se rompe, dado que es invariante por reflexión. La continuidad se sabe que no será válida en los intervalos mínimos de tiempo y longitud, pero ningún experimento aún ha sondeado esos dominios, por lo que sigue siendo válida en la práctica.

Desafío 35, página 38: En la vida cotidiana, esto es correcto; ¿qué sucede cuando se tienen en cuenta los efectos cuánticos?

Desafío 36, página 40: Tome el cambio de la distancia media de dos átomos vecinos en una pieza de cuarzo durante el último millón de años. ¿Conoce algo todavía más lento?

Desafío 37, página 39: Sólo hay un camino: comparar la velocidad a medir con la velocidad de la luz. De hecho, casi todos los libros de texto de física, tanto para las escuelas como para la universidad, comienzan con la definición del espacio y el tiempo. Por lo demás excelentes libros de texto de la relatividad tienen dificultades para evitar este hábito, incluso los que introducen el k-cálculo ahora estándar (que es, de hecho, el enfoque mencionado aquí). Comenzar con la

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

velocidad es el enfoque más lógico y más elegante. Pero es posible comparar velocidades sin metros ni relojes. ¿Puede concebir un método?

Desafío 38, página 41: No hay manera de sentir su propio movimiento si se encuentra en el vacío. De ninguna manera, en principio. Este resultado a menudo se le llama *principio de la relatividad*.

Página 168

De hecho, hay una manera de medir su movimiento en el espacio (aunque no en el vacío): medir la velocidad con respecto a la radiación cósmica de fondo. Así que tenemos que tener cuidado con lo que está implícito en la pregunta.

Desafío 39, página 44: La carga alar W/A, es la relación entre el peso W y área del ala A, y obviamente es proporcional a la raíz cúbica del peso. (De hecho, $W \sim l^3$, $A \sim l^2$, l es la dimensión del objeto volador.) Esta relación da la línea de tendencia verde. El factor no explicado contiene la densidad del aire y un coeficiente numérico general que es difícil de calcular. Esta relación conecta las escalas horizontales superior e inferior en el gráfico.

Como resultado, la velocidad de crucero es proporcional a la *raíz sexta* de peso: $v \sim W^{1/6}$. En otras palabras, un Airbus A380 es 750 000 millones de veces más pesado que una mosca de la fruta, pero sólo un centenar de veces más rápido.

Desafío 40, página 45: De manera equivalente: ¿existen puntos en el espacio? La parte final de nuestro ascenso estudia este tema en detalle.

Vol. VI, página ??

Desafío 41, página 46: Todas las fuentes de electricidad deben utilizar la misma fase cuando se alimentan de energía eléctrica en la red. Los relojes de los ordenadores en Internet deben estar sincronizados.

Desafío 42, página 46: Nótese que el cambio se incrementa cuadráticamente con el tiempo, no lienalmente.

Desafío 43, página 48: Galileo medía el tiempo con una balanza (y con otros métodos). Su cronómetro era un tubo de agua que se mantiene cerrado con el pulgar, dirigido hacia un cubo. Para iniciar el cronómetro, quitaba el pulgar, para detenerlo, lo ponía de nuevo. El volumen de agua en el cubo entonces le daba una medida del intervalo de tiempo. Esto lo explicó en su famoso libro Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica e i movimenti locali*,, generalmente conocido simplemente como los 'Discursos', que publicó en 1638 conLouis Elsevier en Leiden, Países Bajos.

Desafío 44, página 50: El tiempo natural se mide con el movimiento natural. El movimiento natural es el movimiento de la luz. El Tiempo natural se define así con el movimiento de la luz.

Desafío 45, página 53: No hay manera de definir una hora local en los polos que sea coherente con todos los puntos vecinos. (Para los curiosos, consulte el sitio web www.arctic.noaa.gov/gallery_np.html.)

Desafío 47, página 55: El bosque está lleno de luz y por lo tanto de rayos de luz: son rectos, como lo muestran los rayos de sol de la Figura 306.

Desafío 48, página 56: Un par de músculos mueve la lente a lo largo del tercer eje deformando el ojo desde alargada a esférica achatada.

Desafío 49, página 56: Puede resolver este problema tratando de pensar en cuatro dimensiones. (Entrenese utilizando las conocidas proyecciones tridimensionales de cubos de cuatro dimensiones.) Trate de imaginar cómo cambiar la secuencia cuando dos piezas se cruzan. Nota: normalmente *no* es correcto, en este dominio, usar el tiempo en vez de una cuarta dimensión *espacial*

Desafío 50, página 57: Medir distancias usando la luz.

Desafío 53, página 62: Es más fácil trabajar con el toro unidad. Tome el intervalo unitario $[0, 1]$ e iguale los puntos finales a un único punto. Defina un conjunto B cuyos elementos son un nú-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 306 Rayos de sol en un bosque (© Fritz Bieri and Heinz Rieder).

mero real b del intervalo más todos los números que difieren de este real en un número racional. El círculo unidad puede imaginarse como la unión de todos estos conjuntos B. (De hecho, cada conjunto B es una copia del conjunto de números racionales Q.) Ahora construya un conjunto A tomando un elemento de cada conjunto B. Después construya una familia de conjuntos formada por el conjunto A y sus copias A_q desplazadas en un racional q. La unión de todos estos conjuntos es el toro unidad. Esta familia de conjuntos es infinitamente numerable. Luego divídala en *dos* familias infinitamente numerables. Es fácil ver que cada una de las dos familias puede ser renumerada y sus elementos desplazados de tal manera que cada una de las dos familias forma un toro unidad.

Ref. 44 Los matemáticos dicen que no hay medida aditiva infinitamente numerable de $\mathbb{R}^n$ o que los conjuntos como A no son medibles. Como resultado de su existencia la 'multiplicación' de longitudes es posible. Más tarde exploraremos si el pan o el *oro* pueden ser multiplicados de esta manera.

Desafío 54, página 62: Pista: comenzar con triángulos.

Desafío 55, página 62: Un ejemplo es la región entre el eje x y la función que asigna 1 a cada número trascendente y 0 para cada número no trascendente.

Desafío 56, página 63: Usamos la definición de la función del texto. El ángulo diedro de un tetraedro regular es un múltiplo irracional de π, por lo que el tetraedro tiene una invariante no nula de Dehn. El cubo tiene un ángulo diedro de $\pi/2$, por lo que el invariante Dehn del cubo es 0. Por lo tanto, el cubo no es equidescomponible con el tetraedro regular.

Desafío 57, página 64: Si piensa usted que puede demostrar que el espacio vacío es continuo, se equivoca. Revise sus argumentos. Si cree que puede demostrar lo contrario, puede que tenga razón - pero sólo si ya sabe lo que se explica en la parte final del texto. Si ese no es el caso, revise sus argumentos. De hecho, el tiempo no es ni discreto ni continuo.

Desafío 59, página 65: Obviamente, se utiliza la luz para comprobar que la línea de la plomada es recta, por lo que las dos definiciones deben ser lo mismo. Este es el caso debido a que las líneas de campo de gravedad son también posibles caminos para el movimiento de la luz. Sin embargo, este no es siempre el caso; ¿puede detectar las excepciones?

Otra forma de comprobar la rectitud es a lo largo de la superficie de unas aguas tranquilas.

Una tercera manera, menos precisa, es hacer uso de los sensores de rectitud en el cerebro. El cerebro humano tiene una facultad innata para determinar si un objeto visto con los ojos es

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

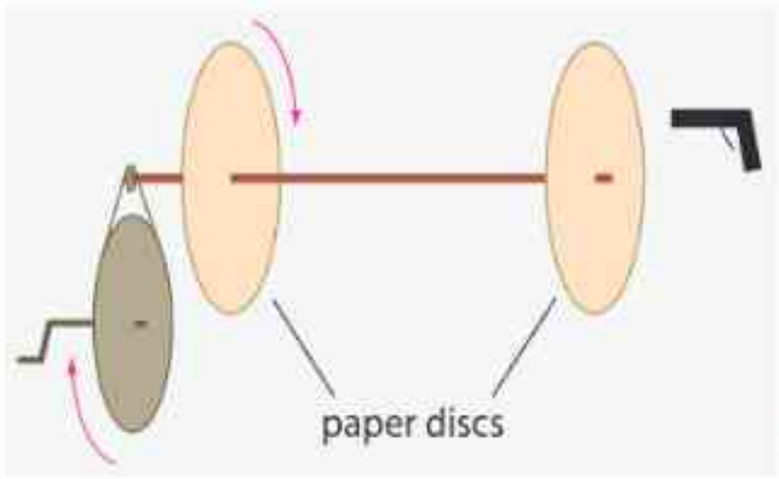


FIGURA 307 Una forma sencilla para medir la velocidad de las balas.

recto. Existen células especiales en el cerebro que se activan cuando este es el caso. Cualquier libro sobre percepción de la visión contiene más información sobre este tema.

Desafío 60, página 66: La teoría de la Tierra hueca es correcta si la fórmula de la distancia se utiliza sistemáticamente. En particular, uno tiene que hacer la suposición de que los objetos se hacen más pequeños cuando se acercan al centro de la esfera hueca. Buenas explicaciones de todos los eventos se encuentran en www.geocities.com/inversedearth. Algún material más se puede encontrar en Internet, también bajo los nombres de sistema celestocéntrico, teoría del mundo interior o teoría de la Tierra cóncava. No hay manera de preferir una descripción sobre la otra, excepto, posiblemente, por razones de simplicidad o de pereza intelectual.

Desafío 62, página 66: Una pista se da en la Figura 307. Para la medición de la velocidad de la luz con casi el mismo método, véase el volumen II, en página 21

Desafío 63, página 67: Una motocicleta rápida es más veloz: un conductor de moto puede adelantar a una flecha, un truco publicitario que fue mostrado en el programa de la televisión alemana 'Weten dass' en el año 2001.

Desafío 64, página 67: La 'única' forma que evita que una tapa caiga en el agujero de debajo es la forma circular. En realidad, también se cumple para pequeñas desviaciones de la forma circular.

Desafío 67, página 68: La velocidad de la marcha de los hombres mayores depende de su salud.
Ref. 378 Si las personas caminan más rápido que 1,4 m/s, es que están sanas. El estudio concluyó que la parca camina con una velocidad preferida de 0,82 m/s, y con una velocidad máxima de 1,36 m/s.

Desafío 68, página 68: 72 escalones.

Desafío 72, página 68: Mire la Figura 308 para obtener una forma de hacerlo.

Desafío 73, página 69: Dentro de un 1 por ciento, una *quinta parte* de la altura debe estar vacía, y las cuatro quintas partes deben estar llenas; el valor exacto sigue de $\sqrt[3]{2} = 1{,}25992...$

Desafío 74, página 69: Un lápiz dibuja una línea de entre 20 y 80 km, si no se pierde demasiado grafito cuando se afila. Los números para los lápices de plástico, flexibles recientemente inventados no están disponibles.

Desafío 78, página 69: El oso es blanco, porque el lugar obvio de la casa está en el polo Norte. Pero hay un número infinito de puntos adicionales (sin osos) cerca del polo Sur: ¿puede encontrarlos?

Desafío 79, página 70: Llamamos L a la longitud inicial de la banda de goma, v, a la velocidad del caracol relativa a la banda y V a la velocidad del caballo en relación con el suelo. La velocidad del caracol en relación al suelo viene dada por

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v + V\frac{s}{L + Vt} \,. \qquad (129)$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

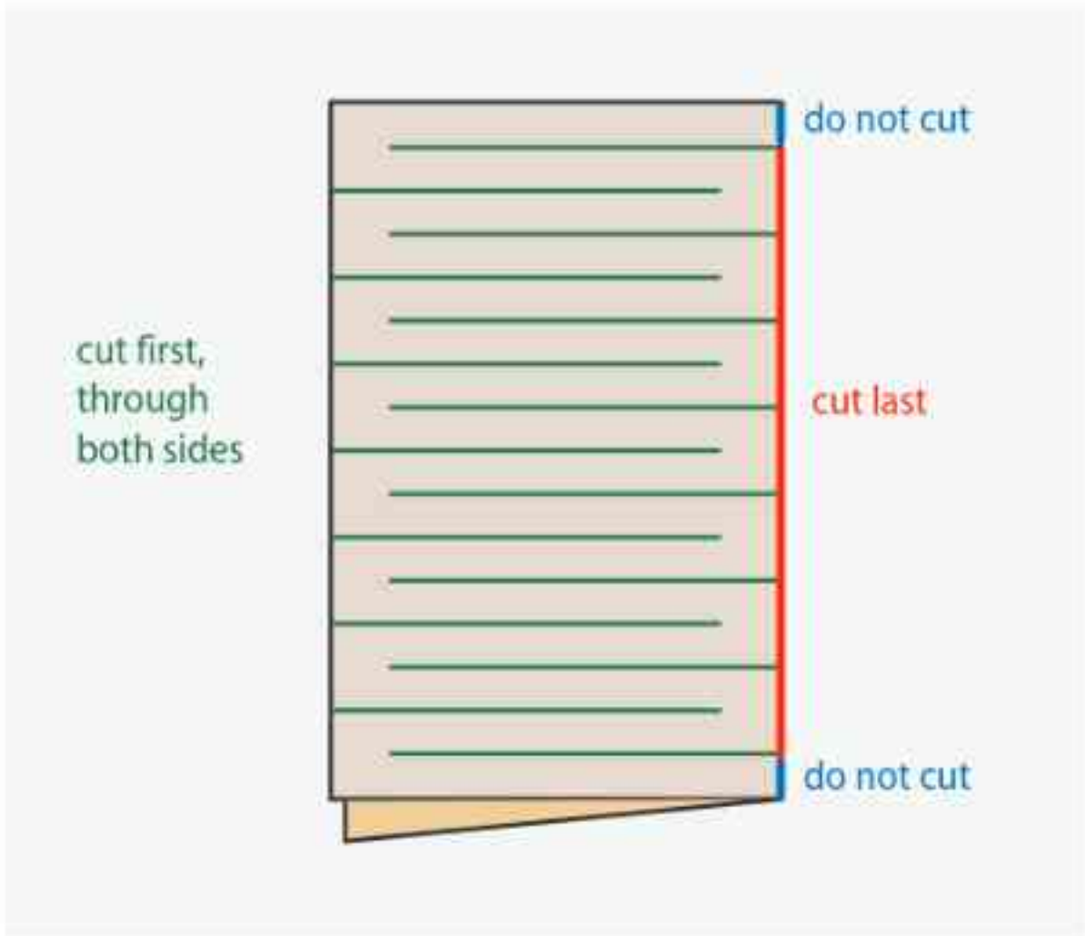


FIGURA 308 Cómo hacer un agujero en una postal que permita pasar a través de ella.

Esto es lo que llamamos una *ecuación diferencial* para la posición desconocido del caracol $s(t)$. Puede comprobar - por simple inserción - que su solución está dada por

$$s(t) = \frac{v}{V}(L + Vt)\ln(1 + Vt/L)\ . \tag{130}$$

Por lo tanto, el caracol alcanza el caballo al cabo de un cierto tiempo

$$t_{\text{reaching}} = \frac{L}{V}(e^{V/v} - 1) \tag{131}$$

que es finito para todos los valores de L, V y v. Se puede comprobar sin embargo, que el tiempo es muy grande en efecto, si se utilizan valores realistas de las velocidades.

Desafío 80, página 70: El color es una propiedad que se aplica sólo a los objetos, no a los límites de los objetos. En el caso mencionado, sólo los puntos y los fondos tienen colores. La pregunta muestra que es fácil hacer preguntas que tampoco tienen sentido en física.

Desafío 81, página 70: Puede hacerlo fácilmente Vd. mismo. Puede incluso encontrar sitios web sobre el tema.

Desafío 83, página 70: Relojes con dos manecillas: 22 veces. Relojes con tres manecillas: 2 veces.

Desafío 84, página 70: 44 veces.

Desafío 85, página 70: Para dos manecillas, la respuesta es 143 veces.

Desafío 86, página 70: La Tierra gira 15 minutos por minuto.

Desafío 87, página 70: Usted podría sorprenderse, pero no existen datos fiables sobre esta cuestión. La velocidad más alta de un lanzamiento medido hasta ahora parece ser la de una bola de cricket: 45 m/s. Por cierto, están disponibles muchos más datos para velocidades alcanzadas con ayuda de raquetas. Los *c.* 70 m/s de un rápido smash de bádminton, parecen ser un buen candidato para el récord de velocidad con raqueta; velocidades similares consiguen las pelotas de golf.

Desafío 88, página 70: Un alargamiento *disperso* de 1 m permite incluso que muchos gatos puedan deslizarse por debajo, como se muestra en el lado izquierdo de la Figura 309. Pero la parte

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

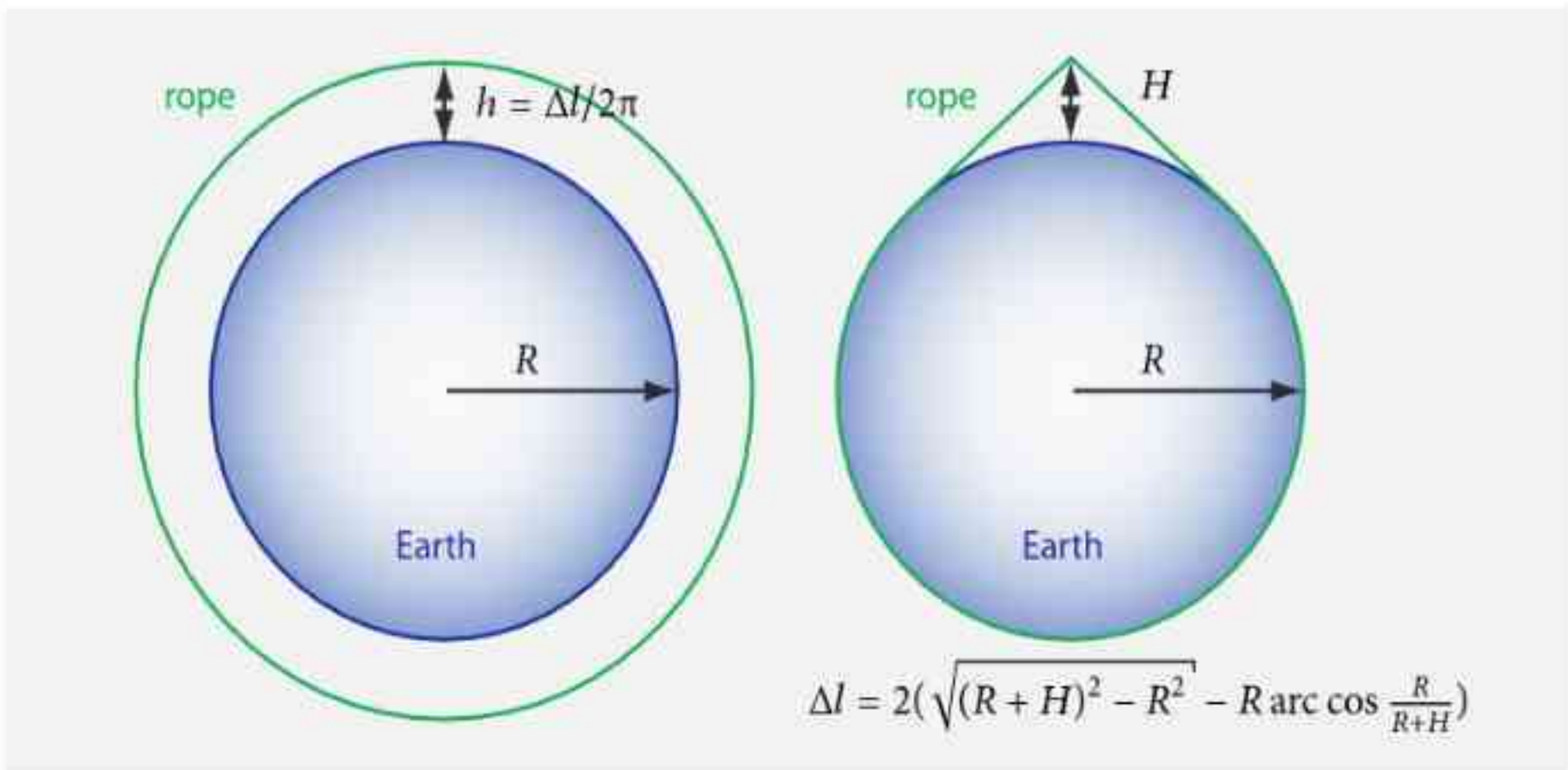


FIGURA 309 Dos maneras de alargar una cuerda alrededor de la Tierra.

derecha de la figura muestra una mejor manera de utilizar la longitud extra de la cuerda, como Dimitri Yatsenko señala: un alargamiento *localizado* de 1 mm ya da una altura de 1,25 m, lo que permite a un niño a pasar por debajo. De hecho, un alargamiento en 1 m realizado de esta manera da lugar a ¡un pico de altura de 121 m!.

Desafío 89, página 71: 1,8 km/h o 0,5 m/s.

Desafío 91, página 71: La pregunta tiene sentido, sobre todo si ponemos nuestra situación en relación con el mundo exterior, como nuestra historia familiar o la historia del universo. El diferente uso refleja la idea de que somos capaces de determinar nuestra posición por nosotros mismos, pero no el tiempo en el que estamos. La sección sobre el determinismo mostrará lo equivocado de esta distinción.

Página 254

Desafío 92, página 71: Sí, lo hay. Sin embargo, esto no es evidente, ya que implica que el espacio y el tiempo no son continuos, en contraste con lo que aprendemos en la escuela primaria. La respuesta se encuentra en la parte final de este texto.

Desafío 93, página 71: Para una curva, use, en cada punto de ella, el radio de curvatura del círculo que se aproxima a la curva en ese punto; para una superficie, defina dos direcciones en cada punto y utilice dos de estos círculos a lo largo de esas direcciones.

Desafío 94, página 71: Se mueve alrededor de 1 cm en 50 ms.

Desafío 95, página 71: :El área superficial del pulmón está comprendida entre 100 y 200 m^2, dependiendo de la fuente de la literatura científica, y la de los intestinos entre 200 y 400 m^2.

Desafío 96, página 72: No existe tal límite en la física clásica; sin embargo, sí lo hay en la naturaleza, que aparece tan pronto como se tienen en cuenta los efectos cuánticos.

Desafío 97, página 72: La forma final es un cubo lleno sin ningún agujero.

Desafío 99, página 72: La distancia del hueco requerido d es de

$$d = \sqrt{(L-b)^2 - w^2 + 2w\sqrt{R^2 - (L-b)^2}} - L + b\,, \qquad (132)$$

como se deduce de la Figura 310. Ver también R. Hoyle, *Requirements for a perfect s-shaped parallel parking maneuvre in a simple mathematical model*, 2003. De hecho, las matemáticas de estacionamiento en paralelo son bonitas e interesantes. Véase, por ejemplo, la pagina web

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

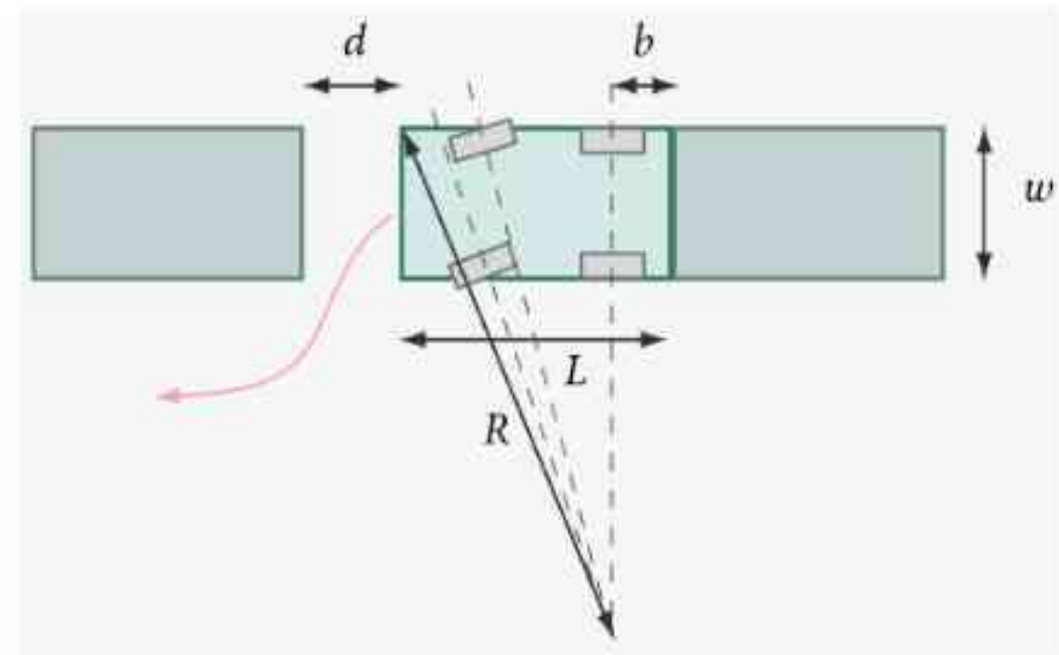


FIGURA 310 Saliendo de una plaza de aparcamiento - el radio exterior de giro en la maniobra.

rigtriv.wordpress.com/2007/10/01/parallel-parking/ o la explicación de EDWARD NELSON, *Tensor Analysis*, Princeton University Press, 1967, pp. 33–36.. Nelson explica cómo definir los campos de vectores que cambian la configuración de las cuatro dimensiones de un coche, y cómo usar su álgebra para mostrar que uno puede salir de las plazas de aparcamiento con distancias arbitrariamente cortas a los coches de delante y de atrás.

Desafío 100, página 72: No existe el hueco más pequeño: ¡cualquier valor valdrá! ¿Puede explicar esto?

Desafío 101, página 72: La siguiente solución fue propuesta por Daniel Hawkins.

Suponga que usted está sentado en el coche A, estacionado detrás del coche B, como se muestra en la Figura 311. Hay dos métodos básicos para salir de un hueco de estacionamiento que requieren la marcha atrás: girar el coche para alejar el centro de rotación en relación al coche B (a la derecha), y desplazar lateralmente el coche para alejar el centro de rotación (más lejos, hacia el lado) en relación al coche B. El primer método requiere que el coche A esté parcialmente en diagonal, lo que significa que el método no funcionará para una d inferior a un cierto valor, esencialmente el valor dado anteriormente, cuando no se necesita la marcha atrás. Vamos a ocuparnos de el segundo método (en la figura), que funcionará para una d infinitesimal.

En el caso en que la distancia d sea menor que la distancia mínima requerida para salir de la plaza de aparcamiento sin necesidad de utilizar la marcha atrás para una geometría dada L, w, b, R, un intento para salir de la plaza de aparcamiento entrañará que la esquina del coche A toque al coche B a una distancia T de la esquina del coche B, como se muestra en la Figura 311. Esta distancia T es la cantidad por la cual el coche debe ser desplazado lateralmente con el fin de salir con éxito fuera de la plaza de aparcamiento.

El método para salir de la plaza de aparcamiento, que se muestra en la esquina superior izquierda de la Figura 311, requiere dos fases para tener éxito: la **fase de viraje** inicial, y la **fase de enderezamiento**. Al girar y enderezar, conseguimos un desplazamiento vertical hacia abajo y un desplazamiento horizontal hacia la izquierda mientras preserva la orientación original. Esa última parte es clave porque si intentamos girar hasta que la esquina del coche A toque al coche B, el coche A estaría inclinado, y cualquier intento de enderezarlo sólo tendría el mismo arco para seguir hacia atrás a la posición inicial, mientras que girando las ruedas en la otra dirección el coche giraría aún más, como en el primer método descrito anteriormente.

Nuestro objetivo es girar tanto como podamos y aún así ser capaces de enderezar antes que el coche A toque al coche B. Para analizar precisamente cuál debería ser la magnitude de este giro, en primer lugar debemos mirar las propiedades de giro de un coche.

La dirección Ackermann es el principio según el cual para que un coche gire uniformemente, las cuatro ruedas deben girar alrededor del mismo punto. Esto fue patentado por Rudolph Ac-

Modern Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

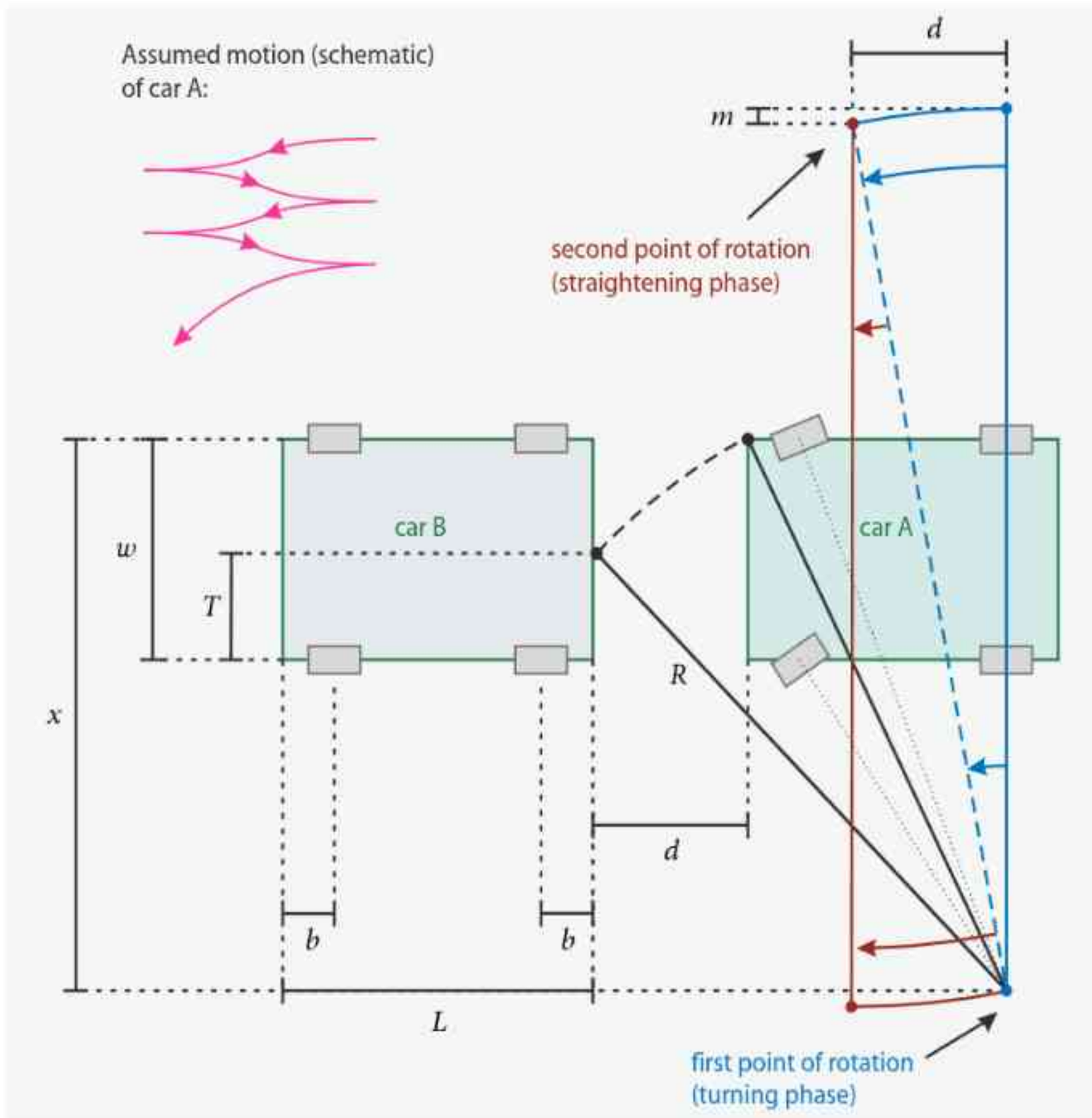


FIGURA 311 Resolución del rompecabezas del aparcamiento (© Daniel Hawkins).

kermann en 1817. Algunas propiedades de la dirección Ackermann en relación a este problema son las siguientes:

- Las ruedas traseras se quedan alineadas, pero las ruedas delanteras (que son las que controlamos), deberán girar diferentes cantidades alrededor del mismo centro.
- Los centros de rotación de giros a izquierda y derecha están en lados opuestos del coche
- Para magnitudes iguales de giros a la izquierda y derecha, los centros de rotación son equidistantes del borde más cercano del coche. La Figura 311 hace esto mucho más claro.
- Todos los posibles centros de rotación están en la misma línea, que también pasa siempre a través de las ruedas traseras.
- Cuando las ruedas traseras están 'rectas' ('recto' significará siempre en la misma orientación que la posición inicial), se alinearán verticalmente con los centros de rotación.
- Cuando el coche está girando alrededor de un centro, por ejemplo el que está asociado con el máximo giro a la izquierda, entonces el centro potencial asociado con el giro máximo

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

a la derecha girará junto con el coche. Del mismo modo, cuando los coches giran sobre el centro derecho, el centro izquierda gira.

Ahora que conocemos las propiedades de la dirección Ackermann, podemos decir que con el fin de maximizar el desplazamiento hacia abajo mientras preserva la orientación, hay que girar a la izquierda en torno al primer centro de tal manera que el segundo centro gire una distancia horizontal d, como se muestra en la Figura 311.Cuando esto se logra, frene, y gire el volante de la dirección opuesta por completo, de modo que ahora estamos dando vuelta a la derecha sobre el segundo centro. Debido a que cambiamos d hacia la izquierda, vamos a enderezar el coche en el momento exacto que A entra en contacto con el coche B. El resultado es nuestra meta, un desplazamiento hacia abajo m y desplazamiento a la izquierda d preservando al mismo tiempo la orientación del coche A. Un proceso similar puede ser realizado en sentido inverso para lograr otra m descendente de cambio y un desplazamiento hacia la *derecha* d, moviéndose efectivamente coche A desde su posición inicial (antes de cualquier movimiento) $2m$ hacia abajo mientras que mantiene su orientación. Esto se puede hacer de forma indefinida, por lo que es posible salir de una plaza de aparcamiento con una d infinitesimal entre coche A y coche B. Para determinar cuántas veces este procedimiento (ambos conjuntos de rotación y enderezamiento) debe ser realizada, debemos sólo dividir T (recordemos que T es la cantidad por la cual un coche debe desplazarse hacia abajo para girar fuera de la plaza de aparcamiento normalmente) por $2m$, el desplazamiento hacia abajo total para una iteración del procedimiento. Simbólicamente,

$$n = \frac{T}{2m} \,. \tag{133}$$

Con el fin de obtener una expresión para n en términos de la geometría del coche, debemos resolver para T y $2m$. Para simplificar las derivaciones definimos una nueva longitud x, también mostrada en la Figura 311.

$$x = \sqrt{R^2 - (L-b)^2}$$

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - x + w \\ &= \sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= 2x - w - \sqrt{(2x-w)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{(2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w)^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4(R^2 - (L-b)^2) - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} \\ &= 2\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - w - \sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2} \end{aligned}$$

Y entonces obtenemos

$$n = \frac{T}{2m} = \frac{\sqrt{R^2 - (L-b+d)^2} - \sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w}{4\sqrt{R^2 - (L-b)^2} - 2w - 2\sqrt{4R^2 - 4(L-b)^2 - 4w\sqrt{R^2 - (L-b)^2} + w^2 - d^2}} \,.$$

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

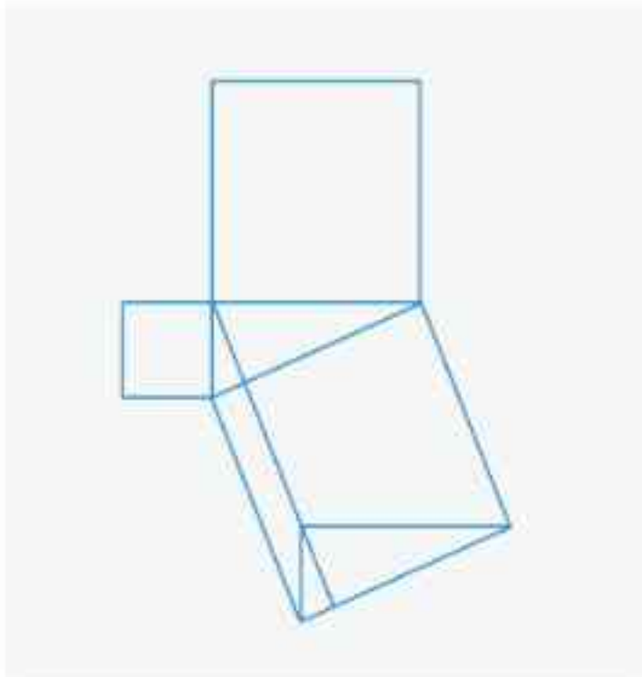


FIGURA 312 Un simple dibujo – Una de las muchas formas que permiten demostrar el teorema de Pitágoras.

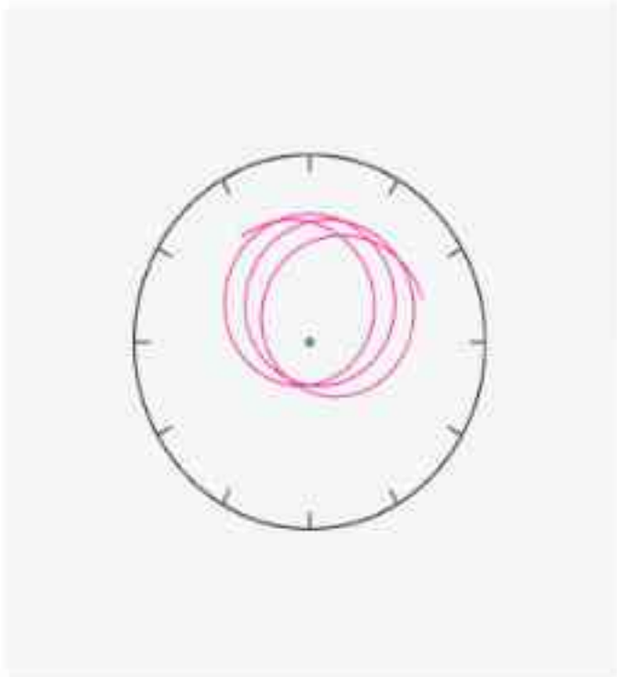


FIGURA 313 La trayectoria del punto medio entre los dos extremos de las agujas de un reloj.

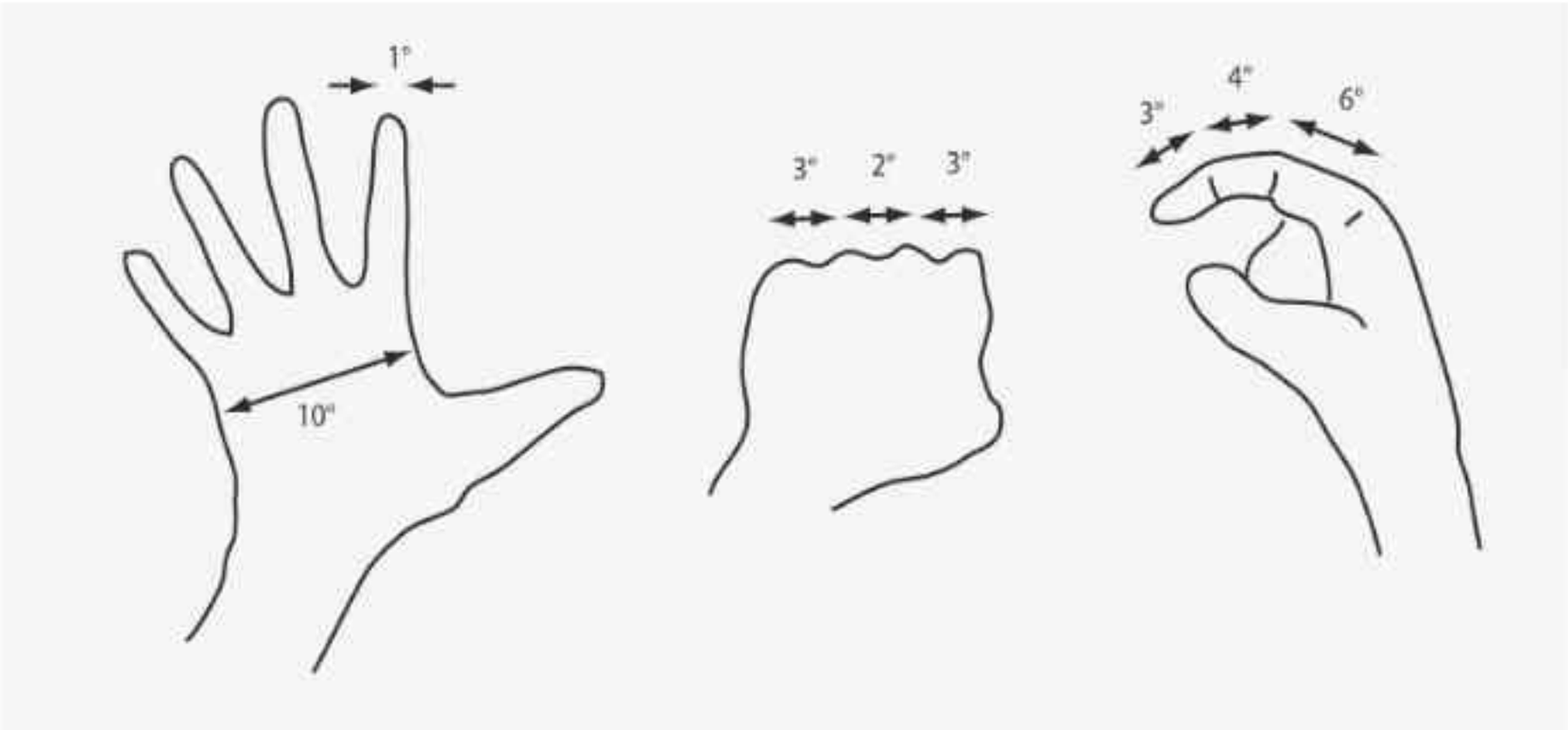


FIGURA 314 Los ángulos definidos por por las manos contra el cielo, cuando los brazos están extendidos.

El valor de n debe ser redondeado siempre *por exceso* al siguiente entero, para determinar cuántas veces hay que ir hacia atrás y hacia adelante para dejar el lugar de estacionamiento.

Desafío 102, página 73: Nada, ni es una prueba ni una refutación.

Desafío 103, página 73: Vease el volumen II, en página 22. En obturadores extremos, ver también la discusión en el Volumen VI, en página ??.

Desafío 104, página 73: Se proporciona una pista para su solución en la Figura 312.

Desafío 105, página 73: Debido a que son o eran líquidas.

Desafío 106, página 73: La forma se muestra en la Figura 313; tiene once lóbulos.

Desafío 107, página 74: El ángulo φ del cono, el ángulo entre el eje del cono y el borde del cono (o equivalentemente, la *mitad* del ángulo del vértice del cono) se relaciona con el ángulo sólido Ω través de la relación $\Omega = 2\pi(1 - \cos\varphi)$. Utilice el área de superficie de un casquete esférico para confirmar este resultado.

Desafío 109, página 74: Vease la Figura 314.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

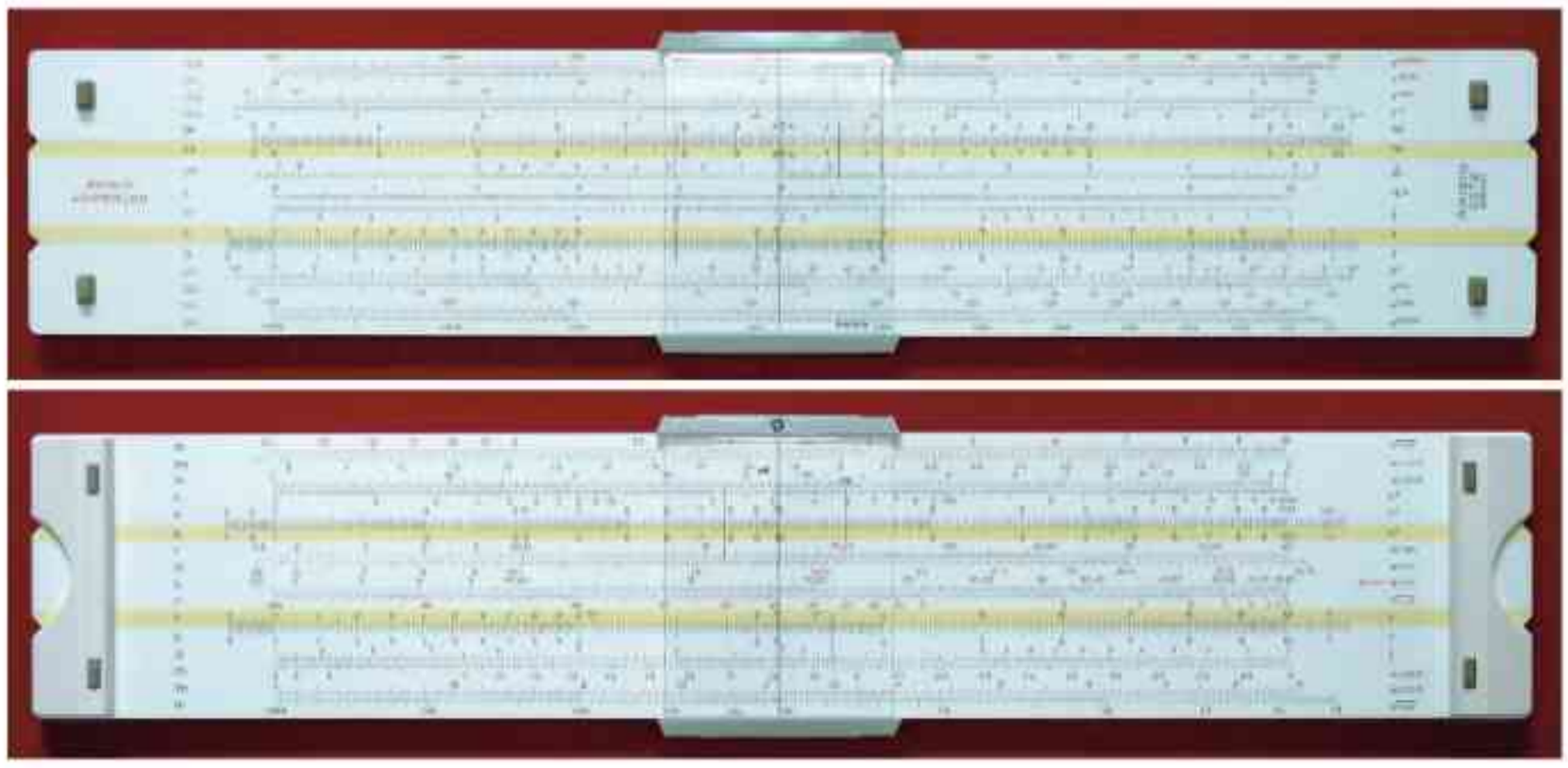


FIGURA 315 Una regla de cálculo de gama alta, en torno a 1970 (© Jörn Lütjens).

Desafío 112, página 76: Pista: dibujar todos los objetos involucrados.

Desafío 113, página 76: La curva se llama obviamente una *catenaria*, del latín 'catena' para la cadena. La fórmula de la catenaria es $y = a\cosh(x/a)$. Si se aproxima la cadena por segmentos rectos cortos, es posible hacer bloques de madera que pueden formar un arco que se sostiene sin necesidad de pegamento. El arco de St. Louis tiene la forma de una catenaria. Un puente colgante tiene la forma de una catenaria antes de añadirle carga, es decir, antes que la vía sea adherida a él. Cuando el puente está acabado, la forma está entre una catenaria y una parábola.

Desafío 114, página 77: El inverso de los radios, o curvaturas, obedecen a la expresión $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (1/2)(a + b + c + d)^2$. Esta fórmula fue descubierta por René Descartes. Si se continúa poniendo círculos en los espacios vacíos, obtenemos los denominados empaquetamientos compactos de círculos, un bonito dominio de las matemáticas recreativas. Ellos tienen muchas propiedades extrañas, tales como intrigantes relaciones entre las coordenadas de los centros de los círculos y sus curvaturas.

Desafío 115, página 77: Una opción: use el análogo tridimensional del teorema de Pitágoras. La respuesta es 9.

Desafío 116, página 77: Hay dos soluciones. (¿Por qué?) Son las dos soluciones positivas de $l^2 = (b + x)^2 + (b + b^2/x)^2$; la altura está dada como $h = b + x$. Las dos soluciones son 4,84 m y 1,26 m. Existen fórmulas explícitas para las soluciones: ¿puede encontrarlas?

Desafío 117, página 77: El mejor método consiste en calcular primero la altura B a la cual la esclera azul toca la pared. El valor está dado como una solución de $B^4 - 2hB^3 - (r^2 - b^2)B^2 + 2h(r^2 - b^2)B - h^2(r^2 - b^2) = 0$. Las soluciones con valores enteros se encuentran en MARTIN GARDNER, *Mathematical Circus*, Spectrum, 1996.

Desafío 118, página 77: Dibuje una escala logarítmica, es decir, ponga cada número a una distancia correspondiente a su logaritmo natural. Tal dispositivo, llamado *regla de cálculo* se muestra en la Figura 315. La regla de cálculo es la precursora de las calculadoras electrónicas; eran usadas en todo el mundo en tiempos prehistóricos, es decir, hasta alrededor de 1970. Vea también la página web www.oughtred.org.

Desafío 119, página 77: Dos días más. Construya usted mismo un modelo del Sol y la Tierra para comprobar esto. De hecho, hay una pequeña corrección al valor 2, por la misma razón que hace que el día solar sea más corto de 24 horas.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 120, página 78: El Sol está exactamente detrás de la parte posterior del observador; se está poniendo, y los rayos están llegando desde atrás y penetran profundamente en el cielo en la dirección opuesta a la del Sol.

Desafío 122, página 78: El volumen viene determinado por $V = \int A dx = \int_{-1}^{1} 4(1 - x^2) dx = 16/3$.

Desafío 123, página 78: Si. Pruébelo con un modelo de papel.

Desafío 124, página 78: Surgen problemas cuando añadimos efectos cuánticos. Un universo bidimensional no tendría materia, puesto que la materia está hecha de partículas con espín ½. Pero las partículas con espín ½ no existen en dos dimensiones. ¿Puede encontrar otras razones?

Desafío 125, página 79: Dos dimensiones de tiempo no permiten ordenar acontecimientos u observaciones. Decir "antes" o "después" resulta imposible. En la vida cotidiana y en todos los dominios accesibles a la medida, el tiempo es ciertamente unidimensional.

Desafío 126, página 79: Ningún experimento ha encontrado nunca ningún indicio. Sin embargo, ¿puede ser esto? Probablemente no, como se argumenta en el último volumen de esta serie de libros.

Desafío 129, página 80: La mejor solución parecen ser 23 líneas extra. ¿Puede deducirlo? Para evitar que se pierda la diversión de la investigación, la solución no se da aquí. Puede encontrar soluciones en blog.vixra.org/2010/12/26/a-christmas-puzzle.

Desafío 130, página 80: Si usted resuelve este problema de la longitud de la cuerda, se convertirá en un famoso matemático. La longitud se conoce con alrededor de 6 decimales de precisión. No se conoce una fórmula exacta, y la forma precisa de tal nudo ideal es desconocida para todos los nudos no triviales. Es un problema irresuelto todavía para todos los nudos no triviales ideales *cerrados*, para los cuales los dos extremos están pegados juntos.

Desafío 131, página 83: De $x = gt^2/2$ obtenemos la siguiente regla: haga el cuadrado del número de segundos, multiplique por cinco y obtendrá la profundidad en metros.

Desafío 132, página 83: Experiméntelo ahora.

Desafío 133, página 83: Los académicos suspendieron una bola de cañón con un alambre delgado justo enfrente de la boca del cañón. Cuando se disparó, la segunda bola de cañón al volar cortó el alambre; así se aseguraban que las dos bolas partían al mismo tiempo. Un observador situado muy lejos intentaba determinar si ambas bolas llegaban a tierra al mismo tiempo. El experimento no es fácil, cualquier pequeño error en el ángulo y la resistencia del aire falsean los resultados.

Desafío 134, página 84: Una parábola tiene un denominado foco o punto focal. Toda luz emitida desde ese punto y reflejada en ella sale en la misma dirección: todos los rayos de luz se emiten paralelos. El nombre 'focus' – palabra latina para chimenea – expresa el hecho de que es el punto más caliente cuando se ilumina un espejo parabólico. ¿Dónde está el foco de la parábola $y = x^2$? (Las elipses poseen dos focos, con una definición ligeramente diferente. ¿Puede encontrarlos?

Desafío 135, página 85: El récord de salto de longitud seguramente podría incrementarse librándose de la cinta métrica sobre la arena y midiendo la verdadera distancia del salto con una cámara fotográfica. Esto permitiría a los atletas correr más cerca de su velocidad límite. El récord podría también ser mejorado con una pequeña plancha inclinada o con una tabla suspendida de un resorte para incrementar el ángulo de impulso.

Desafío 136, página 86: Puede que lo tenga Roald Bradstock, que lanzó una pelota de golf a más de 155 m. Los Récords para lanzar teléfonos móviles, jabalinas, personas y lavadoras son más cortos.

Desafío 137, página 86: Camine o corra con lluvia, mida su propia velocidad v y el ángulo α que

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

forma la vertical con la dirección en la que la lluvia parece caer. Entonces la velocidad de la lluvia será $v_{\text{rain}} = v/\tan\alpha$.

Desafío 138, página 86: En patinaje sobre hielo, los saltos cuádruples son ahora asunto de técnica. En la danza, no existen tales unidades de récords.

Desafío 139, página 87: Despreciando la resistencia del aire y aproximando el ángulo a 45°, tenemos, $v = \sqrt{dg}$, o alrededor de 3,8 m/s. Esta velocidad es generada por una acumulación constante de presión, utilizando la presión de la sangre, que se libera de repente con un sistema mecánico en el extremo del conducto digestivo. La referencia citada proporciona más acerca de los detalles.

Desafío 140, página 87: Sobre un suelo horizontal, para una velocidad, v, y un ángulo con relación a la horizontal, α, despreciando la resistencia del aire y la altura del lanzador, la distancia d es $d = v^2 \sin 2\alpha/g$.

Desafío 141, página 87: Sorprendentemente, la respuesta no está clara. En 2012, el récord humano fue de once bolas. Para los robots, el registro actual es tres bolas, como el conseguido por el robot Sarcoman. Internet está lleno de material y vídeos sobre el tema. Es un reto para personas y robots lograr el máximo número posible de esferas.

Desafío 142, página 87: Se dice que es verdad, puesto que las gotas de lluvia serían ahora esferas de hielo y caerían con gran velocidad.

Desafío 143, página 87: ¡Sí! Algunas personas han ido al hospital e incluso han muerto a causa de proyectiles en caída libre que han atravesado su cráneo. Vea S. Mirsky, *It is high, it is far*, Scientific American p. 86, February 2004, or C. Tuijn, *Vallende kogels*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 71, pp. 224–225, 2005. Disparar una arma al aire es un crimen.

Desafío 144, página 87: Esta es una historia verdadera. La respuesta puede darse sólo si se conoce si la persona tiene probabilidad de saltar mientras corre o no. En el caso descrito por R. Cross, *Física forense 101: caídas desde una altura*, American Journal of Physics 76, pp. 833–837, 2008, no había sitio para correr, así que la respuesta fue: asesinato.

Desafío 145, página 87: Para saltos de un animal de masa m la energía necesaria E está dada por $E = mgh$, y el trabajo disponible para un músculo es a grandes rasgos proporcional a su masa $W \sim m$. Así se tiene que la altura h es independiente de la masa del animal. En otras palabras, la energía mecánica específica de los animales es alrededor de $1{,}5 \pm 0{,}7$ J/kg.

Desafío 146, página 88: Las piedras *nunca* siguen parábolas: cuando se estudia en detalle, es decir, cuando tomamos en consideración la variación de g con la altura, su trayectoria precisa es una elipse. Esta forma aparece más claramente para lanzamientos largos, tal como los lanzamientos alrededor de una parte significativa de la Tierra, o para objetos orbitando. En pocas palabras, las piedras siguen parábolas solamente si asumimos que la Tierra es plana. Si su curvatura se tiene en cuenta, siguen elipses.

Desafío 147, página 88: El conjunto de todas las rotaciones alrededor de un punto en un plano constituye verdaderamente un espacio vectorial. ¿Qué es el conjunto de todas las rotaciones alrededor de *todos* los puntos en un plano? ¿Y qué es en lo concerniente a situaciones tridimensionales?

Desafío 150, página 89: El producto escalar entre dos vectores $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ viene dado por

$$\boldsymbol{ab} = ab\cos\sphericalangle(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})\ . \tag{134}$$

¿En qué difiere esta fórmula de la del producto vectorial?

Desafío 153, página 92: Un buen candidato para una aceleración débil de un sistema físico podrían ser las aceleraciones medidas por detectores de ondas gravitacionales. Son inferiores a

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

10^{-13} m/s^2. Pero esos valores bajos son superados por la aceleración de la deriva de los continentes tras la 'rotura' separadora: la aceleración pasó de 7 mm/a a 40 mm/a en 'tan solo' 3 millones de años. Esto se corresponde con un valor de 10^{-23} m/s^2. ¿Hay un límite teórico mínimo para la aceleración?

Desafío 154, página 93: En caída libre (cuando no está presente el aire) o dentro de una estación espacial orbitando la Tierra, somos acelerados, pero no sentimos nada. Sin embargo, la cuestión no es tan simple. Por un lado, las aceleraciones constantes y homogéneas no se sienten realmente si no hay un referencial acelerado. De hecho, esta indistinguibilidad o equivalencia entre aceleración y "no sentir nada" constituyó una etapa crucial para Albert Einstein en su desarrollo de la relatividad general. Por otra parte, si nuestros sentidos fueran suficientemente sensibles, sentiríamos algo: en caída libre y en la estación espacial, la aceleración no es constante ni uniforme. Así que incluso podemos decir que las aceleraciones que se encuentran en la naturaleza pueden sentirse siempre.

Desafío 155, página 93: El Profesor al estudiante: ¿Cuál es la derivada de la velocidad? ¡Aceleración! Cuál es la derivada de la aceleración? No lo sé. ¡*Imbécil*! (En inglés Jerk - tirón -, también significa imbécil) La cuarta, quinta, sexta derivadas de la posición se llaman a veces *snap* (chasquido), *crackle* (estallido) y *pop* (pum).

Desafío 157, página 96: Se puede argumentar que cualquier fuente de luz debe tener tamaño finito.

Desafío 159, página 97: Lo que el ojo humano desnudo (sin ayuda) percibe como un minúsculo punto negro tiene generalmente alrededor de 50 μm de diámetro.

Desafío 160, página 97: Consultar volumen III, página 184.

Desafío 161, página 97: Debemos verificar cuidadosamente si las etapas conceptuales que nos han llevado a extirpar la noción de punto a partir de las observaciones son correctas. Veremos en la parte final de esta aventura que no es el caso.

Desafío 162, página 98: Podemos hacer girar la mano de tal manera que el brazo realice el movimiento descrito. Vea también volumen IV, página ??.

Desafío 163, página 98: El número de cables no tiene límite. Puede encontrarse un visualización de rotaciones atadas con 96 conexiones en el volumen VI, en página ??.

Desafío 164, página 98: La circulación sanguínea y nerviosa no sería posible si la rueda tuviera un eje. El método indicado para evitar enmarañar las conexiones únicamente funciona cuando la parte en rotación *no* tiene ejes : la 'rueda' debe flotar o mantenerse en su lugar por otros procedimientos. Resulta imposible concebir un *eje* de rueda utilizando un simple trozo de piel. Y si una rueda sin eje pudiera construirse (lo que podría ser posible), entonces la rueda aplastaría regularmente la conexión. ¿Podría servir una conexión sin eje para realizar una hélice?. Por otra parte, siempre es concebible que los animales posean ruedas sobre ejes, si la rueda es un objeto 'inerte'. Incluso si se emplearan tecnologías de circulación sanguínea como los reactores de flujo continuo, los animales no podrían hacer crecer tal rueda separada de un modo adaptado al resto del cuerpo se encontrarían dificultades para reparar una rueda dañada. Las ruedas separadas no pueden ponerse sobre los animales: deben ser inertes.

Desafío 165, página 100: El cerebro en el cráneo, la fábrica de sangre dentro de los huesos o el crecimiento de los ojos son ejemplos.

Desafío 166, página 103: En 2007 las ruedas de feria más grandes para pasajeros (norias) tenían alrededor de 150 m de diámetro. Las mayores turbinas de viento, alrededor de 125 m de diámetro. Los hornos de cemento son las ruedas más grandes: pueden tener más de 330m a lo largo de su eje.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

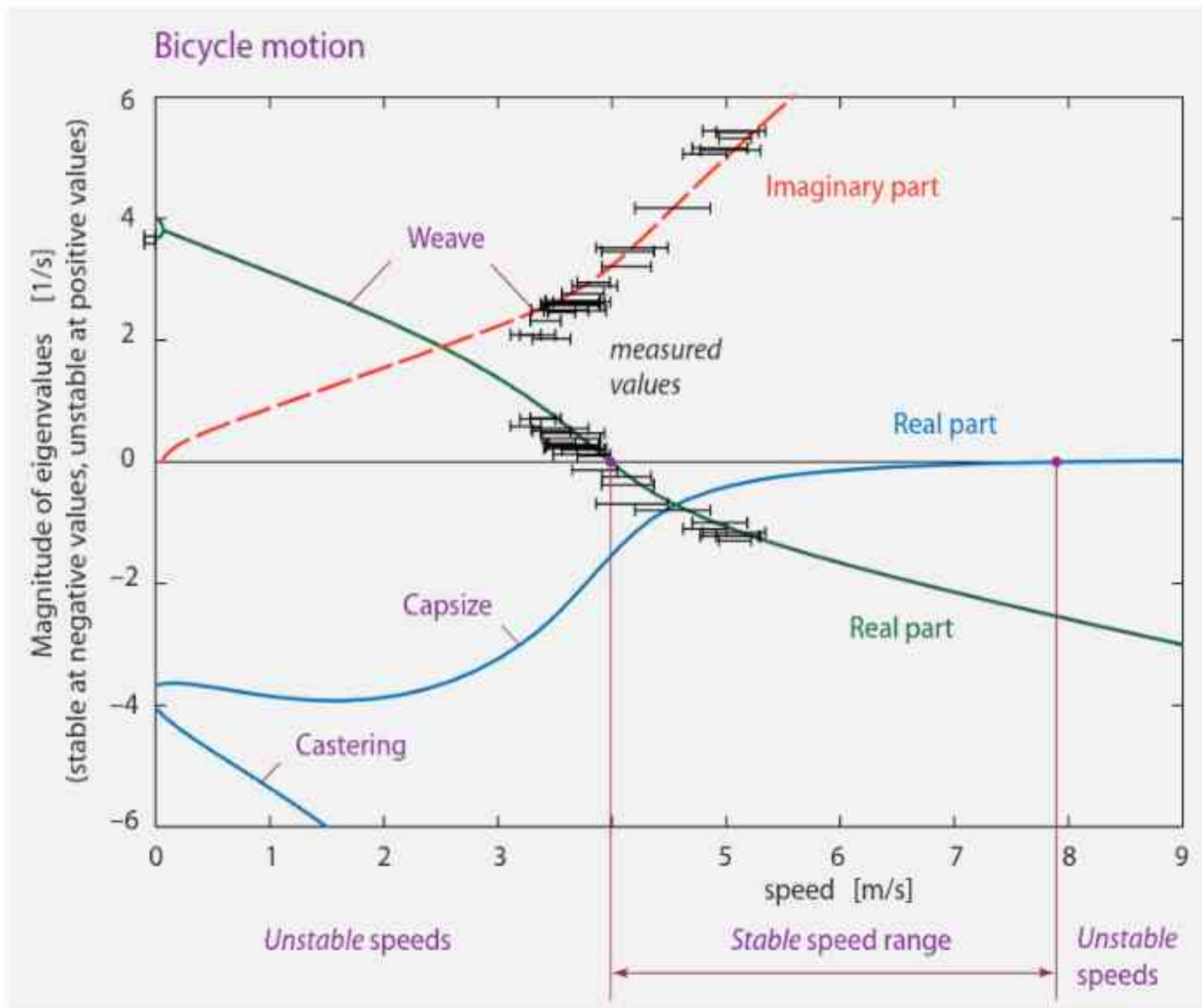


FIGURA 316 Las medidas (barras negras) y comportamiento calculado (líneas coloreadas) – más precisamente, los autovalores dinámicos – de una bicicleta en función de su velocidad (© Arend Schwab).

Desafío 167, página 103: La resistencia del aire reduce la máxima distancia, la cual se alcanza para un ángulo de cerca de $\pi/4 = 45°$, de cerca de $v^2/g = 91{,}7$ m más o menos hasta unos 50 m.

Desafío 172, página 106: Podemos añadir también el Sol, el cielo y el paisaje a la lista.

Desafío 173, página 107: No hay una tercera opción. Los fantasmas, las alucinaciones, las apariciones de Elvis o los extraterrestres deberían ser objetos o imágenes. Incluso las sombras son tan solo un tipo especial de imágenes.

Desafío 174, página 107: El problema fue calurosamente debatido en el siglo XVII; el mismo Galileo postulaba que eran imágenes. Sin embargo son objetos, ya que pueden chocar con otros objetos, como mostró la espectacular colisión entre Jupiter y el cometa Shoemaker-Levy 9 en 1994. Desde entonces, se han fabricado satélites para chocar con cometas e incluso para disparar contra ellos (y acertar).

Desafío 175, página 108: La velocidad mínima es aproximadamente aquella a la cual es posible rodar sin manos. Si usted lo hace así, y empuja entonces *delicadamente* el manillar, puede reproducir la experiencia descrita arriba. Tenga cuidado, un empuje demasiado fuerte hará que se caiga peligrosamente.

La *bicicleta* es uno de los sistemas mecánicos cotidianos más complejos, y aún es asunto de investigación. Obviamente, los expertos mundiales son holandeses. Una panorámica del comportamiento de una bicicleta se da en la Figura 316. El principal resultado es que la bicicleta es

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

estable en posición de pie en un rango de velocidades medias. Solamente a bajas y grandes velocidades debe el conductor manejar activamente para asegurar la posición vertical de la bicicleta.

Para más detalles, consulte las publicaciones de J. P. Meijaard, J. M. Papadopoulos, A. Ruina & A. L. Schwab, *Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review*, Proceedings of the Royal Society A **463**, pp. 1955–1982, 2007, and J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab & J. P. Meijaard, *Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle*, Multibody System Dynamics **19**, pp. 115–132, 2008. Vea también audiophile.tam.cornell.edu/~als93/Bicycle/index.htm website.

Desafío 176, página 110: El peso disminuye debido al agua evaporada perdida por sudoración y, en menor medida, al carbono exhalado contenido en dióxido de carbono.

Desafío 177, página 110: Este es un reto donde Internet puede ser de gran ayuda. Para una introducción general, consulte el libre de Lee Siegel, *Net of Magic – Wonders and Deception in India*, University of Chicago Press, 1991.

Desafío 178, página 111: Si la bola que se mueve no está rotando, después de la colisión las dos bolas saldrán justo con un ángulo *recto* entre ellas.

Desafío 179, página 112: Como el bloque es pesado, la velocidad adquirida por el golpe de martillo, es pequeña y es fácilmente detenido por el cuerpo humano. Este efecto actúa también con yunques. En otra variante común la persona no está acostada sobre clavos, sino suspendido en el aire: se mantiene horizontal solamente con la cabeza y los hombros apoyados en una silla y las piernas en otra.

Desafío 180, página 113: Sí, la definición de masa es válida también para el magnetismo, porque la condición precisa no es que la interacción sea central, sino que la interacción satisfaga una condición más general que incluya aceleraciones como las producidas por el magnetismo. ¿Puede deducir esta condición a partir de la definición de masa como la magnitud que conserva la cantidad de movimiento?

Desafío 181, página 115: Mejor que utilizar efectos inerciales de la Tierra, es más fácil deducir
Página 198 su masa de sus efectos gravitacionales.

Desafío 186, página 116: A primera vista, la relatividad implica que los taquiones tienen masa imaginaria; sin embargo, el factor imaginario puede retirarse de la relación masa-energía y masa-cantidad de movimiento, así que se puede definir un valor real de la masa para los taquiones; como resultado, los taquiones más rápidos tienen menor energía y menor cantidad de movimiento. Ambos, cantidad de movimiento y energía pueden tomar valores negativos cualesquiera.

Desafío 187, página 118: La posición más a la izquierda tiene un efecto pequeño, la segunda hace que el coche ruede adelante y atrás, las dos figuras de la derecha muestran la manera de descorchar botellas de vino sin sacacorchos.

Desafío 188, página 118: Las piernas no están nunca perfectamente verticales; se deslizan inmediatamente hacia el exterior. Una vez que el gato o la persona están en el suelo, es casi imposible mantener la posición mucho tiempo.

Desafío 189, página 119: La conservación de la cantidad de movimiento (o centro de masas) implicaría que los alrededores fueran acelerados en la dirección opuesta. La conservación de la energía implicaría que una cantidad colosal de energía sería transferida entre los dos posiciones, disolviendo todo lo demás. El teletransporte estaría así en contradicción con la conservación de la energía y la cantidad de movimiento.

Desafío 190, página 120: la parte de las mareas debida al Sol, el viento solar y las interacciones entre ambos campos magnéticos son ejemplos de mecanismos de fricción entre la Tierra y el Sol.

Desafío 191, página 120: Con el factor 1/2, el aumento de energía cinética (física) es igual al trabajo (físico) ejercido sobre un sistema: la energía total se conserva sólo si se añade el factor ½.

Moscow Mathematics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 193, página 121: Es una hábil aplicación de la conservación de la cantidad de movimiento.

Desafío 194, página 122: Ni lo uno ni lo otro. Con los frenos apretados, el daño es mayor, pero siempre repartidos por igual en ambos coches.

Desafío 195, página 123: Equipos de calefacción, locomotoras, motores en las fábricas, plantas de acero, generadores de electricidad para cubrir pérdidas en la potencia de la red, etc. En todas partes, los países más ricos del mundo, como Suecia o Suiza, consumen solamente la mitad de energía por habitante que en EE. UU. Este despilfarro es una de las razones del menor nivel de vida medio en EE. UU.

Desafío 201, página 128: Simplemente láncelo al aire y compare la destreza necesaria para hacerlo girar alrededor de varios ejes.

Desafío 202, página 128: Utilice la definición del momento de inercia y el teorema de Pitágoras para cada elemento de masa del cuerpo estudiado.

Desafío 203, página 129: Suspenda el cuerpo de una cuerda atada en dos puntos diferentes. El punto donde se cruzan las dos líneas definidas por la cuerda prolongadas es el centro de masas.

Desafío 204, página 129: Consultar las Tablas 19 y 20.

Desafío 205, página 129: Las esferas tienen una orientación, porque siempre podemos añadir un minúsculo punto en su superficie. Esta posibilidad no existe para los objetos microscópicos y estudiaremos esta situación en la parte de la mecánica cuántica.

Desafío 208, página 131: Sí, el mono puede alcanzar la banana. El mono solo tiene que girar alrededor de su propio eje. Para cada vuelta, el plato girará un poco hacia la banana. Por supuesto, hay otros métodos posibles, como soplar en ángulo recto con el eje, hacer pipí, etc.

Desafío 209, página 131: El movimiento rectilíneo autopropulsado viola la conservación de la cantidad de movimiento; el cambio de dirección autopropulsado (en tanto el movimiento cese de nuevo) no contradice ninguna ley de conservación. Pero la profunda, la última razón para la diferencia será desvelada en la parte final de nuestra aventura.

Desafío 211, página 132: Los puntos que se mueven exactamente a lo largo de la dirección radial de la rueda forman un círculo situado debajo del eje y encima de la llanta. Son los puntos que aparecen netos (no difuminados) en la Figura 79 de página 132.

Desafío 212, página 132: Utilice la conservación del momento angular alrededor del punto de contacto. Si asumimos que toda la masa de la rueda está en la llanta, entonces la velocidad final de rotación es la mitad de la inicial y es independiente del coeficiente de fricción.

Desafío 214, página 134: Probablemente el escritor quería significar el 'resto del universo'. De hecho, un movimiento de una parte nunca cambia el centro de gravedad de un sistema cerrado. Pero, ¿el universo es cerrado? ¿o un sistema? La última parte de nuestra aventura cubre estas cuestiones.

Desafío 218, página 135: Pista: La energía y la cantidad de movimiento proporcionan dos ecuaciones: pero en el caso de tres bolas hay tres variables. ¿Qué más se necesita?. Consulte F. Herrmann & M. Seitz, *¿Cómo funciona una cadena de bolas?*, American Journal of Physics 50, pp. 977–981, 1982. El reto mayor es construir una cadena de bolas de alta precision, en el que las bolas se comporten en la manera que debieran hacerlo, minimizando falsos movimientos. Todavía nadie parece haber construido una de ellas, tal como muestra Internet. ¿Podría hacerlo usted?.

Desafío 219, página 136: El método permitió Phileas Fogg ganar la apuesta principal de la famosa novela de aventuras La vuelta al mundo en ochenta días, de Jules Verne, *Around the World in Eighty Days*, traducida de *Le tour du monde en quatre-vingts jours*, publicada por primera vez en 1872.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 220, página 136: El cuerpo humano es más eficiente energéticamente a baja y media potencia. El asunto es todavía asunto de investigación, como se detalla en la citada referencia. La inclinación crítica se estima en alrededor de 16° para caminantes cuesta arriba, pero podría ser diferente para caminantes cuesta abajo.

Desafío 222, página 136: Pista: una energía dividida por una distancia es una fuerza.

Desafío 223, página 137: La conservación del momento angular salva el vidrio. Inténtelo.

Desafío 224, página 137: Antes que nada, los datos experimentales de MacDougall son defectuosos. En los seis casos que examinó MacDougall, no conocía el momento exacto de la muerte. Su pretensión de que la masa disminuía no se deduce de sus propios datos. Medidas modernas con ovejas moribundas, de aproximadamente la misma masa que los humanos, han mostrado que la masa no cambia, pero el peso neto oscila unas pocas docenas de gramos cuando se para el corazón. Esta disminución temporal del peso podría ser debida al aire expelido o a humedad, a la relajación de los músculos o a la detención de la circulación de la sangre. La cuestión no está resuelta.

Desafío 226, página 137: Asumiendo una montaña cuadrada, la altura h sobre la corteza circundante y la profundidad d por debajo, está relacionada por

$$\frac{h}{d} = \frac{\rho_m - \rho_c}{\rho_c} \tag{135}$$

donde ρ_c es la densidad de la corteza y ρ_m es la densidad del manto. Para los valores de densidad dados, la razón es 6.7, llegando a una profundidad adicional de 6,7 km bajo la montaña.

Desafío 228, página 138: La lata llena de líquido. Hay vídeos en Internet que muestran el experimento. ¿Por qué es éste el caso?.

Desafío 231, página 138: La materia del universo puede rotar - pero no el universo mismo. Las mediciones muestran que, dentro de unos márgenes de error de medición, no hay rotación de la masa.

Desafío 232, página 139: El comportamiento de las esferas sólo puede explicarse notando que se propagan ondas elásticas a través de la cadena de bolas. Sólo la propagación de estas ondas elásticas, en particular, su reflejo en el extremo de la cadena, explica que el mismo número de bolas que ha golpeado en un lado se levantó en el otro. Para tiempos largos, la fricción hace que todas las esferas oscilen en fase. ¿Puede confirmar esto?.

Desafío 233, página 139: Cuando el cilindro corto golpea al largo, dos ondas de compresión comienzan a correr desde el punto de contacto a través de los dos cilindros. Cuando cada onda de compresión llega al final, se refleja como una onda de expansión. Si la geometría está bien elegida, la onda expansiva que regresa del cilindro corto puede continuar en el largo (que todavía está en su fase de compresión). Para un tiempo de contacto suficientemente largo, las ondas del cilindro corto pueden depositar mucha de su energía en el cilindro largo. La cantidad de movimiento se conserva, así como la energía; el cilindro largo está oscilando en longitud cuando se desprende, así que no toda su energía es energía traslacional. Esta oscilación es usada entonces para introducir clavos o taladros en muros de piedra. En los taladros de martillo comerciales se usan habitualmente ratios de longitudes de 1:10.

Desafío 234, página 139: La cantidad de movimiento transferido al muro es el doble que cuando la pelota rebota perfectamente.

Desafío 235, página 139: Si el tapón de corcho está en su posición normal: Quite la cubierta de plástico del tapón, ponga el paño alrededor de la botella (esto es por razones de protección solamente) y, repetidamente, golpee la botella contra el piso o contra una pared en dirección

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

inclinada, como se indica en la Figura 72 sobre página 118. Con cada golpe, el tapón saldrá un poco.

Si el tapón ha caído dentro de la botella: ponga la mitad del paño dentro de la botella; sacuda hasta que el tapón caiga dentro del paño. Tire del paño hacia fuera: primero lentamente, hasta que el paño se cierre cerca del corcho, y luego con fuerza.

Desafío 236, página 140: En realidad, el extremos de la escalera siempre toca el suelo. ¿Por qué?.

Desafío 237, página 140: El microscopio de fuerza atómica.

Desafío 239, página 141: Para un hombre corriendo: $E \approx 0{,}5 \cdot 80\,\mathrm{kg} \cdot (5\,\mathrm{m/s})^2 = 1\,\mathrm{kJ}$; para una bala de fusil: $E \approx 0{,}5 \cdot 0{,}04\,\mathrm{kg} \cdot (500\,\mathrm{m/s})^2 = 5\,\mathrm{kJ}$.

Desafío 240, página 141: Casi duplica el tamaño.

Desafío 241, página 141: En el punto más alto. La aceleración es $g \sin\alpha$, donde α es el ángulo del péndulo en el punto más alto. En el punto más bajo, la aceleración es v^2/l, donde l es la longitud del péndulo. La conservación de la energía implica que $v^2 = 2gl(1 - \cos\alpha)$. Así el problema requiere que $\sin\alpha = 2(1 - \cos\alpha)$. De ahí resulta que $\cos\alpha = 3/5$.

Desafío 242, página 141: Se necesita la ecuación del cambio de masa $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = \pi\rho_{\mathrm{vapor}} r^2 |v|$ debida al vapor y a la evolución de velocidad de la gota $m\,\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = mg - v\,\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$. Estas dos ecuaciones dan

$$\frac{\mathrm{d}v^2}{\mathrm{d}r} = \frac{2g}{C} - 6\frac{v^2}{r} \tag{136}$$

donde $C = \rho_{\mathrm{vapor}}/4\rho_{\mathrm{agua}}$. El truco consiste en mostrar que esto puede ser reescrito como

$$r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\frac{v^2}{r} = \frac{2g}{C} - 7\frac{v^2}{r}\,. \tag{137}$$

Para tiempos largos, todas las soluciones sensibles físicamente se aproximaban a $v^2/r = 2g/7C$; lo que implica que para tiempos largos,

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{v^2}{r} = \frac{g}{7} \quad \text{y} \quad r = \frac{gC}{14}t^2\,. \tag{138}$$

Sobre este famoso problema, vea por ejemplo, B. F. Edwards, J. W. Wilder & E. E. Scime, *Dynamics of falling raindrops*, European Journal of Physics 22, pp. 113–118, 2001, or A. D. Sokal, *The falling raindrop, revisited*, preprint at arxiv.org/abs/0908.0090.

Desafío 243, página 141: Una es más rápida porque los momentos de inercia son diferentes. ¿Cuál?

Desafío 244, página 141: No hay una respuesta simple, ya que la resistencia del aire juega un papel importante. Casi no hay estudios sobre el tema. Por cierto, saltar de manera competitiva la cuerda es un reto; por ejemplo, un par de personas en el mundo son capaces de girar la cuerda 5 veces bajo sus pies durante un solo salto. ¿Se puede hacer mejor?

Desafío 245, página 141: Pese la bala y dispare contra una masa que cuelga de un techo. De la masa y el ángulo de desviación puede determinarse la cantidad de movimiento de la bala.

Desafío 247, página 142: La curva descrita por por el punto medio de una escalera deslizando hacia abajo en una pared es un círculo.

Desafío 248, página 142: El conmutador usa la potencia que recibe cuando se pulsa el interruptor y alimenta un pequeño transmisor que actúa por control remoto a alta frecuencia para encender la luz.

Desafío 249, página 142: Se usa un ingenioso arreglo de láminas bimetálicas. Ellas se mueven cada vez que la temperatura cambia del día a la noche -y viceversa- y dan cuerda al reloj. El reloj mismo es un reloj mecánico con bajo consumo de energía.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 250, página 142: El peso del ascensor no cambia en absoluto cuando la pareja de barcos entra en él. Un par de ascensores, es decir, un sistema en el que ambos ascensores estén mecánica o hidráulicamente conectados, no necesita para nada de motores: es suficiente llenar hasta arriba el ascensor con un poco de agua adicional cada vez que un barco entra en él. Tales embarcaciones se elevan sin motores en absoluto, como era habitual usar en el pasado.

Desafío 253, página 144: Esto no es fácil: una combinación de fricción y pares de fuerzas (momentos de fuerzas) desempeñan un papel. Vea por ejemplo el artículo J. Sauer, E. Schörner & C. Lennerz, *Real-time rigid body simulation of some classical mechanical toys*, 10th European Simulation and Symposium and Exhibition (ESS '98) 1998, pp. 93–98, o www.lennerz.de/paper_ess98.pdf.

Página 179 **Desafío 256**, página 146: Vea la Figura 123 para tener un ejemplo. El polo no está en el cénit.

Desafío 257, página 146: Robert Peary no había tenido en cuenta que en la fecha que él afirmaba haber estado en el Polo Norte, 6 de Abril de 1909, El Sol está muy bajo en el horizonte, proyectando unas sombras muy largas, alrededor de diez veces la altura de los objetos. Pero en su fotografía las sombras son mucho más cortas. (en realidad, la foto está cuidadosamente tomada para que las sombras queden lo más ocultas posible.) De manera interesada, en 1911 había convencido al Congreso de los EEUU para, de manera oficial, ser declarado el primer hombre en haber pisado el Polo Norte. (Un rival estafador afirmaba haberlo conseguido con anterioridad a Peary, pero su fotografía cometía el mismo error.) Peary también mintió sobre las distancias recorridas en los últimos días; también olvidó mencionar que en esos días fué remolcado por su compañero Matthew Henson, ya que no era capaz de dar un paso más. De hecho a Matthew Henson se le debe reconocer más mérito en esta aventura que a Peary. Henson, no obstante, no sabía que Peary engañaría sobre la posición que habían alcanzado.

Desafío 259, página 147: Laplace y Gauss mostraron que la desviación hacia el este d de un objecto cayendo está dada por

$$d = 2/3\Omega \cos\varphi \sqrt{2h^3/g} \ . \tag{139}$$

Aquí $\Omega = 72{,}92\,\mu\text{rad/s}$ es la velocidad angular de la Tierra, φ es la latitud, g la aceleración gravitatoria y h es la altura de la caída.

Desafío 260, página 150: El efecto Coriolis puede verse como la suma de dos efectos diferentes de igual intensidad. El primero de estos efectos es el siguiente: en un sistema de referencia en rotación, la velocidad cambia con el tiempo. Lo que un observador inercial (que no está en rotación) considera ser una velocidad *constante*, será visto como una velocidad que *cambia* con el tiempo para el observador en rotación. La aceleración medida por el observador en rotación será negativa y proporcional a la velocidad angular y a la velocidad.

El segundo efecto es la variación de la velocidad en el espacio. En un sistema de referencia en rotación, diferentes puntos tienen diferentes velocidades. El efecto es negativo y proporcional a la velocidad angular y la velocidad.

En total, la aceleración de Coriolis (o efecto Coriolis) es por tanto $\boldsymbol{a}_C = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$.

Desafío 261, página 152: Un péndulo *corto* de longitud L oscila en dos dimensiones (con una amplitud ρ y orientación φ) hace aparecer dos términos adicionales en el lagrangiano $\mathcal{L}$:

$$\mathcal{L} = T - V = \tfrac{1}{2}m\dot{\rho}^2\left(1 + \frac{\rho^2}{L^2}\right) + \frac{l_z^2}{2m\rho^2} - \tfrac{1}{2}m\omega_0^2\rho^2(1 + \frac{\rho^2}{4\,L^2}) \tag{140}$$

donde como es habitual la frecuencia fundamental es $\omega_0^2 = g/L$ y el momento angular es $l_z = m\rho^2\dot{\varphi}$. Los dos términos adicionales desaparecen cuando $L \to \infty$; en tal caso, si el sistema oscila en una elipse con semiejes a y b, la elipse está fijada en el espacio y la frecuencia es ω_0. Para un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

péndulo de longitud *finita* L, la frecuencia cambia a

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{a^2 + b^2}{16\, L^2} \right) . \tag{141}$$

La elipse rota con una frecuencia

$$\Omega = \omega \frac{3}{8} \frac{ab}{L^2} . \tag{142}$$

Estas fórmulas pueden derivarse utilizando el principio de mínima acción, como han mostrado C. G. Gray, G. Karl & V. A. Novikov, *Progress in classical and quantum variational principles*, arxiv.org/abs/physics/0312071. Dicho de otra manera, un péndulo corto en movimiento elíptico muestra una precesión aún *sin* el efecto Coriolis. Dado que esta frecuencia de precesión disminuye con $1/L^2$, el efecto es imperceptible para péndulos largos, donde solo el efecto Coriolis permanece. Para observar el efecto de la fuerza de Coriolis en un péndulo corto debemos prestar atención a que no comience a oscilar según una órbita elíptica añadiendo algún mecanismo que anule el movimiento elíptico.

Desafío 262, página 152: La aceleración de Coriolis es la razón de la desviación en relación a la línea recta. La aceleración de Coriolis se debe a la variación de la velocidad con la distancia al eje de rotación. Imaginemos ahora un péndulo, localizado en París, oscilando en dirección Norte-Sur con una amplitud A. En el extremo meridional de la oscilación, el péndulo está alejado del eje una distancia $A \sin \varphi$, donde φ es la latitud. En este extremo de la oscilación, el pivote del apoyo central sobrepasa al plano de oscilación del péndulo con una velocidad horizontal relativa dada por $v = 2\pi A \sin \varphi / 23\,\text{h}56\,\text{min}$. El período de precesión viene dado por $T_F = v/2\pi A$, donde $2\pi A$ es la circunferencia de la envolvente de la trayectoria del péndulo (relativa a Tierra). Esto conduce a $T_F = 23\,\text{h}56\,\text{min}/\sin \varphi$. ¿Por qué el valor que aparece en la fórmula no es 24 h sino 23 h56 min?

Desafío 263, página 152: Los experimentos demuestran que el eje del giróscopo permanece fijo con respecto a las estrellas distantes. Ningún experimento demuestra que esté fijo con respecto al espacio absoluto, ya que esta clase de 'espacio absoluto' no puede ser definida u observada en manera alguna. Es un concepto inútil.

Desafío 264, página 152: La rotación entraña una minúscula variación de la frecuencia y por lo tanto el color de la luz que pasa, cambia.

Desafío 265, página 153: El peso cambia cuando vamos hacia el este o cuando nos desplazamos hacia el oeste debido a la aceleración de Coriolis. Si la velocidad de rotación coincide con la frecuencia de oscilación de la balanza, el efecto se amplifica por resonancia. Esta argucia fue utilizada también por Eötvös.

Desafío 266, página 153: La aceleración de Coriolis hace girar la barra porque cada cuerpo en movimiento es desviado hacia un lado y la dos desviaciones se suman en este caso. La dirección de deflección depende del lugar donde se realice la experiencia, en el hemisferio norte o sur.

Desafío 267, página 155: Cuando se le gira un ángulo π alrededor de un eje este-oeste la fuerza de Coriolis produce una deriva de la velocidad del líquido alrededor del tubo, que tiene el valor

$$v = 2\omega r \sin \theta, \tag{143}$$

siempre que la fricción sea despreciable. Aquí ω es la velocidad angular de la Tierra, θ la latitud y r el (mayor) radio del toro. Para un tubo con 1 m de diámetro en Europa continental, esto da una velocidad de alrededor de $6{,}3 \cdot 10^{-5}$ m/s.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

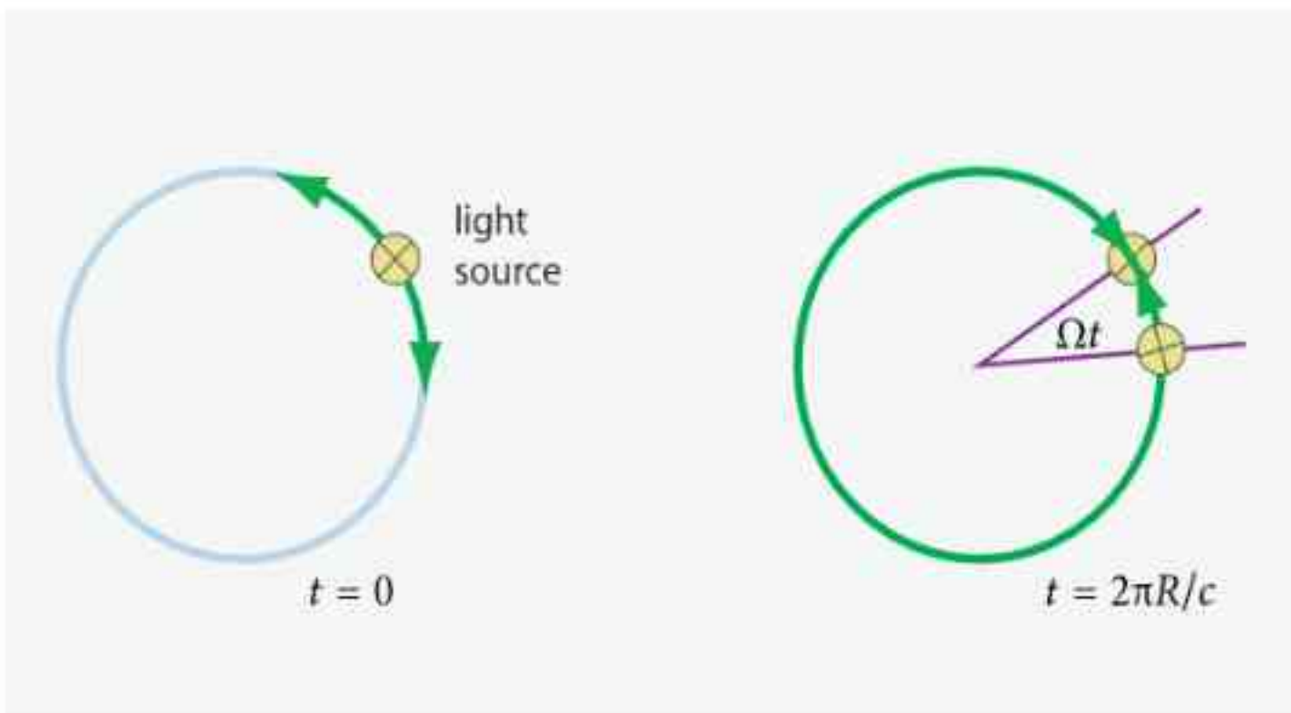


FIGURA 317 Deduciendo la expresión para el efecto Sagnac.

La medida pueden facilitarse si el tubo restringe su diámetro en un punto, porque entonces la velocidad aumenta en esta situación. Una disminución de área en un factor 100 incrementa la velocidad en el mismo factor. Cuando se realiza el experimento, debemos descartar cuidadosamente todos los otros efectos que obligan al agua a moverse, tales como gradientes de temperatura a través del sistema.

Desafío 268, página 156: Imagine que la luz describe una trayectoria circular (por ejemplo, en una fibra de vidrio circular) y dos haces desplazándose en direcciones opuestas, como se indica en la Figura 317. Si la fibra gira con una frecuencia de rotación Ω, podemos deducir que después de una vuelta, la diferencia ΔL es

$$\Delta L = 2R\Omega t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c} \,. \tag{144}$$

La diferencia de fase es así

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi^2 \; R^2}{c\,\lambda}\Omega \tag{145}$$

si el índice de refracción es 1. Esta es la fórmula requerida para el estudio del principal caso del efecto Sagnac.

Regularmente se sugiere que el efecto Sagnac solamente puede ser comprendido con ayuda de la relatividad general; esto es incorrecto. Como se ha hecho, el efecto es fácilmente deducible de la invariancia de la velocidad de la luz. Este efecto es consecuencia de la relatividad especial.

Desafío 269, página 156: La barra de metal es ligeramente más larga en un lado del eje. Cuando el alambre que la mantiene horizontal se quema con una vela, su momento de inercia disminuye en un factor 10^4; Por lo tanto, comienza a girar con (idealmente) 10^4 veces la tasa de rotación de la Tierra, una tasa que es fácilmente visible por el resplandor de un haz de luz sobre el espejo y observando cómo su reflexión se mueve en la pared.

Desafío 271, página 163: El resultado original de Bessel fue 0,3136″, o 657,7 mil radios orbitales, que él creía que es 10,3 años luz o 97,5 Pm.

Desafío 273, página 166: La galaxia forma una banda lechosa en el cielo. La galaxia tiene así una estructura aplanada. Esto es aún más claro en el infrarrojo, como se muestra más nítidamente en la Figura 318. Del aplanamiento (y la simetría circular) podemos deducir que la galaxia debe estar rotando. Así pues, debe existir otra materia en el universo.

Desafío 275, página 170: Vea página 203.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

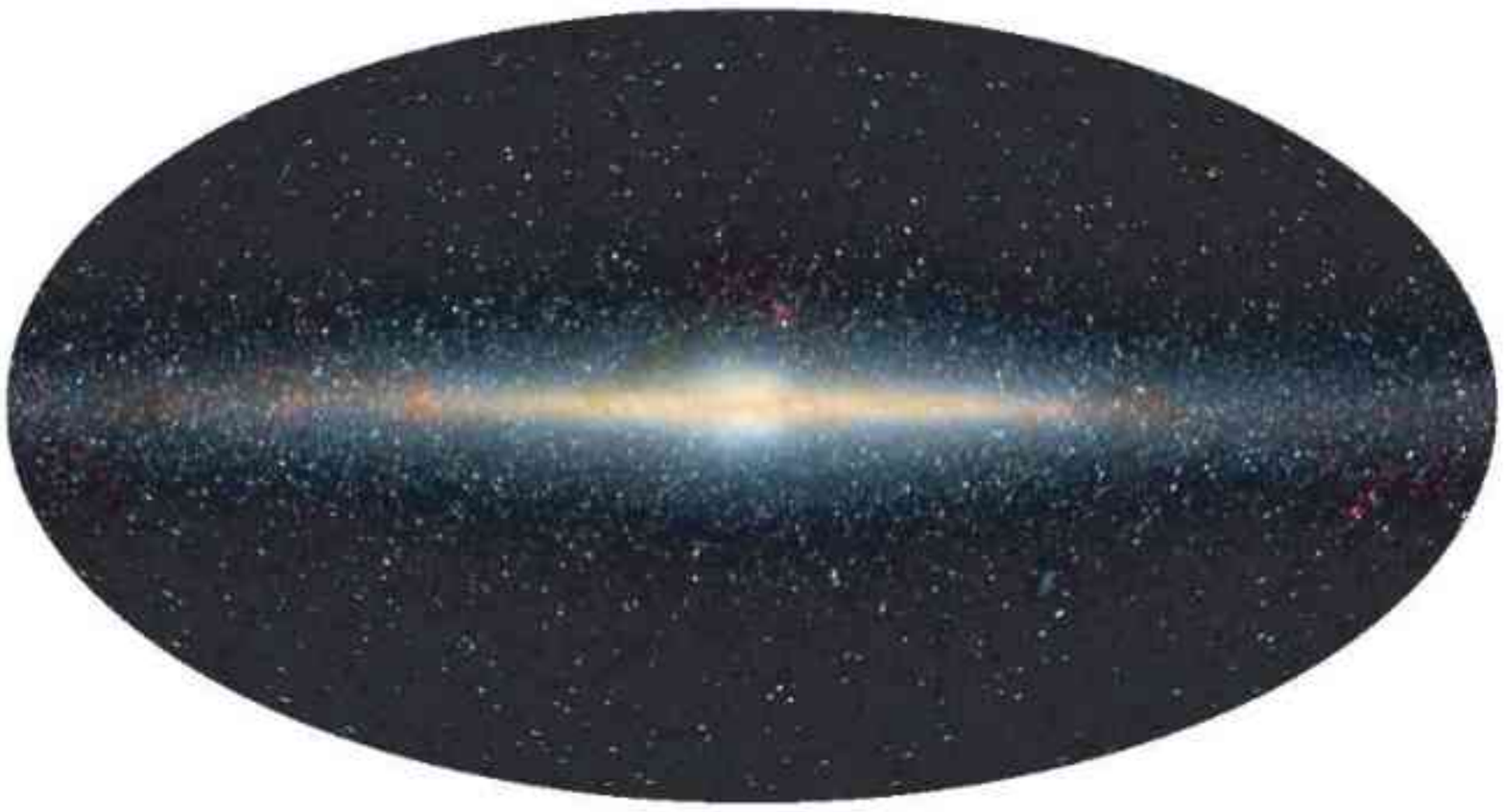


FIGURA 318 Cómo se ve en el infrarrojo cercano el cielo nocturno, y nuestra galaxia, en particular,(imagen en falso color de la NASA).

Modern Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 277, página 171: La báscula reacciona a los latidos de su corazón. El peso es casi constante todo el tiempo, excepto cuando late el corazón: durante un breve intervalo de tiempo, el peso es algo más bajo en cada latido. Aparentemente ello ese debe a que la sangre golpea el arco aórtico cuando el corazón bombea hacia arriba. La velocidad de la sangre es de unos 0,3 m/s en la máxima contracción del ventrículo izquierdo. La distancia al arco aórtico es de unos pocos centímetros. El tiempo entre la contracción y la inversión de la dirección es alrededor de 15 ms. Y el peso medido no es exactamente constante para una persona muerta, dado que también las corrientes de aire alteran la medida.

Desafío 278, página 171: Utilice la Figura 97 para página 149 la segunda mitad de la trayectoria, y piense cuidadosamente acerca de la primera mitad. El cuerpo cae abajo levemente al oeste del punto de partida.

Desafío 279, página 171: Pista: los cohetes que son lanzados en el Ecuador ahorran una gran cantidad de energía, tanto de combustible como de peso.

Desafío 282, página 172: La llama se inclina hacia el interior.

Desafío 283, página 172: Sí. No hay posición absoluta ni dirección absoluta. Equivalentemente no hay posición preferente ni dirección preferente. Para el tiempo, solamente el big bang proporciona una excepción, al principio; pero cuando se incluyen efectos cuánticos, la carencia de una escala de tiempo preferente se confirma.

Desafío 284, página 174: Para su examen es mejor que diga que la fuerza centrífuga no existe. Pero dado que en cada sistema estacionario hay un balance de fuerzas, la discusión es un poco una pista falsa, o como se dice en alemán, como un arenque rojo (una distracción).

Desafío 286, página 174: Coloque el té en las tazas sobre una bandeja y ate las esquinas de la bandeja con cuatro largas cuerdas que luego sostendrá con su mano.

Desafío 287, página 174: La pelota se inclina en la dirección en la cual es acelerada. En consecuencia, podríamos imaginar la pelota colocada en un vaso en reposo del que tiramos hacia arriba porque el fondo del vaso es acelerado hacia lo alto. Regresaremos sobre esta cuestión en la sección sobre relatividad general.

Desafío 288, página 174: La fricción de las mareas con la Tierra es la principal causa.

Desafío 289, página 175: Un terremoto de magnitud 12 en la escala de Richter tiene 1000 veces más energía que el terremoto de 1960 en Chile con una magnitud 10. Este último fue provocado por una fisura que se manifestó a través de 40 km de profundidad de la corteza terrestre y a lo largo de 1000 km, en los cuales los dos flancos se deslizaron 10 m uno respecto del otro. Solo el impacto de un meteorito podría conducir a valores mayores que 12.

Desafío 291, página 175: Sí, se produce dos veces cada año. Para minimizar los daños, las parábolas deberían ser de color negro.

Desafío 292, página 175: Un misil disparado hacia atrás sería un medio de defensa perfecto contra aviones que atacan desde atrás. Sin embargo, cuando se lanza, el misil está efectivamente volando hacia atrás respecto al aire, así que se vuelve y se convierte en una amenaza para le avión que lo lanzó. Los ingenieros que no habían pensado en este efecto casi matan a un piloto en el transcurso del primer test de este tipo.

Desafío 293, página 175: Haga lo que haga el mono, trepe hacia arriba o hacia abajo o incluso que se deje caer, él queda a la misma altura que la masa. Ahora bien, ¿qué pasa si hay rozamiento en la polea?

Desafío 294, página 176: Sí, si se desplaza en un ángulo suficientemente grande en relación a la dirección del movimiento del barco.

Desafío 295, página 176: Consulte el artículo de C. Ucke & H.-J. Schlichting, *Faszinierendes Dynabee*, Physik in unserer Zeit **33**, pp. 230–231, 2002.

Desafío 296, página 176: Consulte el artículo de C. Ucke & H.-J. Schlichting, *Die kreisende Büroklammer*, Physik in unserer Zeit **36**, pp. 33–35, 2005.

Desafío 297, página 176: Si una alianza de matrimonio (anillo) gira alrededor de un eje que no es el principal, el momento angular y la velocidad no son paralelos.

Desafío 298, página 176: El momento de inercia de una esfera homogénea es $\Theta = \frac{2}{5}mr^2$.

Desafío 299, página 176: Los tres momentos de inercia para un cubo son iguales, como en el caso de la esfera, pero los valores son $\Theta = \frac{1}{6}ml^2$. Los esfuerzos requeridos para poner una esfera y un cubo en rotación son pues diferentes.

Desafío 302, página 178: Sí, la Luna se distingue en este sentido. ¿Puede imaginar lo que pasa para un observador situado en el ecuador?

Desafío 303, página 178: Una línea recta al zénit, y círculos cada vez más pequeños a cada lado. Puede consultar un ejemplo en apod.nasa.gov/apod/ap021115.html.

Desafío 305, página 180: Este plano se describe en los sitios web citados: para un hombre erguido el plano es un plano vertical que contiene los dos ojos.

Desafío 306, página 180: Si lo consigue, por favor, ¡envíe al autor el vídeo!.

Desafío 307, página 182: Como ya se ha dicho antes , las patas son más fáciles que las ruedas para hacerlas crecer, para mantenerlas y repararlas; adicionalmente no requieren superficies planas (lo que llamamos "calles") para funcionar.

Desafío 308, página 183: La fórmula de la escalera es un resultado empírico encontrado por la experiencia y usado por ingenieros del mundo entero. Tanto su origen como su explicación parecen estar perdidos en la historia.

Desafío 309, página 184: La naturaleza clásica o cotidiana posee una simetría derecha-izquierda y exige, en consecuencia, un número par de piernas. Para caminar en superficies bidimensionales son necesarias naturalmente un mínimo de cuatro piernas. La estrella marina, los caracoles, las babosas, las almejas, las anguilas y las serpientes son algunas de las más importantes excepciones para las cuales los argumentos no son válidos.

Moser, Mathias – The Adventure of Physics – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 311, página 186: La duración del día cambia con la latitud. De la misma manera que la longitud de una sombra o la elevación de las estrellas en la noche; estos hechos son fácilmente comprobables telefoneando a un amigo. Los navíos emergen del horizonte enseñando sus mástiles en primer lugar. Estos argumentos, añadidos a la sombra de la Tierra durante un eclipse lunar y la observación de que en todas partes todos los cuerpos caen hacia abajo, ya habían sido consignados por Aristóteles en su obra *Tratado del cielo*. Ahora sabemos que en los últimos 2500 años todo el mundo sabía que la Tierra era una esfera. El mito que estipula que numerosos individuos continuaban creyendo que la Tierra era plana fue difundido en el mundo -como una controversia retórica- por Copérnico. Este cuento continuó desde entonces siendo exagerado más y más durante los siglos siguientes porque un nuevo dispositivo para difundir mentiras acababa de ser inventado: la imprenta. La verdad es que durante los últimos 2500 años la vasta mayoría de las personas han sabido que la Tierra es una esfera.

Vol. III, página 338

Desafío 312, página 190: El vector $\boldsymbol{SF}$ puede ser calculado utilizando $\boldsymbol{SC} = -(GmM/E)\,\boldsymbol{SP}/SP$ y luego trasladando la construcción dada en la figura en una fórmula. Este ejercicio da como resultado

$$\boldsymbol{SF} = \frac{\boldsymbol{K}}{mE} \tag{146}$$

donde

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{L} - GMm^2\boldsymbol{x}/x \tag{147}$$

se conoce como *vector de Runge–Lenz*. El vector de Runge-Lenz está situado a lo largo de una línea que conecta el segundo con el primer foco de una elipse (el Sol). Ha sido usado $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{SP}$ para la posición del cuerpo orbitante, $\boldsymbol{p}$ para su cantidad de movimiento y $\boldsymbol{L}$ para su momento angular. El vector de Runge–Lenz $\boldsymbol{K}$ es *constante* a lo largo de la órbita de un cuerpo, por lo que tiene el *mismo* valor para cualquier posición $\boldsymbol{x}$ sobre la órbita. (Pruebelo comenzando desde $\boldsymbol{xK} = xK\cos\theta$.) El vector de Runge–Lenz es por tanto una cantidad *conservada* de la gravedad universal. Como resultado, el vector $\boldsymbol{SF}$ es también constante en el tiempo.

El vactor de Runge–Lenz es también frecuentemente utilizado en mecánica cuántica, cuando se calculan los niveles de energía de un átomo de hidrógeno, tal como aparece en todos los problemas con potencial $1/rl$. (En realidad, el nombre incorrecto de 'vector de Runge–Lenz' se debe a Wolfgang Pauli; El descubridor del vector fue, Jakob Hermann, en 1710.)

Desafío 314, página 190: Sobre órbitas, véase página 206.

Desafío 315, página 192: La baja aceleración gravitacional de la Luna, $1{,}6\,\mathrm{m/s^2}$, implica que las moléculas de gas a temperaturas normales puede escapar de su atracción.

Desafío 316, página 193: La punta del vector velocidad, cuando la dibujamos frente al tiempo, genera un círculo alrededor del centro de movimiento.

Desafío 318, página 193: Dibuje una figura de la situación.

Desafío 319, página 193: De nuevo, dibuje una figura de la situación.

Desafío 317, página 193: El valor del producto GM para la Tierra es $4{,}0 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^3/s^2}$.

Desafío 320, página 194: Todos los puntos pueden ser alcanzados por inclinaciones generales; pero cuando disparamos horizontalmente en una dirección dada, sólo los puntos de la primera mitad de la circunferencia pueden ser alcanzados.

Desafío 321, página 196: En la Luna, la aceleración gravitacional es $1{,}6\,\mathrm{m/s^2}$, aproximadamente un sexto del valor en la Tierra. Los valores para la aceleración de la gravedad en la superficie de los planetas se pueden encontrar en michos sitios de Internet.

Desafío 322, página 196: La máquina de Atwood es la respuesta: dos masas m_1 y m_2 casi iguales conectadas por una cuerda que cuelga de una rueda bien engrasada de masa despreciable. La más pesada cae muy lentamente. Se puede demostrar que la aceleración a de esta caída 'no libre' viene

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

dada por $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$? En otras palabras, cuanto menor es la diferencia de masa, más lenta es la caída.

Desafío 323, página 196: Debería pensar en tratar de entender el origen de esta expresión. Dicha expresión permite entender muchos conceptos importantes de la mecánica. La idea es que para pequeñas amplitudes, la aceleración de un péndulo de longitud l es debida a la gravedad. Dibujando un diagrama de fuerzas para un péndulo en un ángulo α en general muestra que

$$\begin{aligned} ma &= -mg\sin\alpha \\ ml\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} &= -mg\sin\alpha \\ l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} &= -g\sin\alpha\,. \end{aligned} \tag{148}$$

Para las pequeñas amplitudes mencionadas (por debajo de 15°) podemos aproximar esto a

$$l\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -g\alpha\,. \tag{149}$$

Esta es la ecuación para un oscilador armónico (es decir, una oscilación sinusoidal). El movimiento resultante es:

$$\alpha(t) = A\sin(\omega t + \varphi)\,. \tag{150}$$

La amplitud A y la fase φ dependen de las condiciones iniciales; sin embargo, la frecuencia de oscilación viene dada por la longitud del péndulo y la aceleración de la gravedad (¡compruébelo!):

$$\omega = \sqrt{\frac{l}{g}}\,. \tag{151}$$

(Para amplitudes arbitrarias, la fórmula es mucho más compleja; vea Internet o libros especiales de mecánica para más detalles.)

Desafío 324, página 196: La velocidad de marcha caminando es proporcional a l/T, lo que hace que sea proporcional a $l^{1/2}$. La relación es también verdadera para los animales en general. De hecho, las medidas muestran que la máxima velocidad caminando (pero no la velocidad corriendo) para todos los animales viene dada por

$$v_{\text{max.caminando}} = (2{,}2 \pm 0{,}2)\,\mathrm{m}^{1/2}/\mathrm{s}\,\sqrt{l}\,. \tag{152}$$

Desafío 328, página 199: No hay una fórmula obvia que sea candidata. ¿Podría encontrarla?

Desafío 329, página 199: la aceleración debida a la gravedad es $a = Gm/r^2 \approx 5\,\mathrm{nm/s^2}$ para una masa de 75 kg. Para una mosca de masa $m_{\text{fly}} = 0{,}1\,\mathrm{g}$ que se posa sobre una persona con una velocidad de $v_{\text{fly}} = 1\,\mathrm{cm/s}$ y que deforma la piel (sin pérdida de energía) en $d = 0{,}3\,\mathrm{mm}$, una persona sería acelerada por $a = (v^2/d)(m_{\text{fly}}/m) = 0{,}4\,\mu\mathrm{m/s^2}$. La pérdida de energía debida a la colisión inelástica reduce este valor al menos en un factor diez.

Desafío 330, página 201: Los cálculo muestran un valor sorprendentemente elevado de la energía se almacena como movimiento térmico.

Desafío 331, página 201: Sí, este efecto ha sido medido para los rascacielos. ¿Puede estimar los valores?

Desafío 334, página 202: La manera más fácil de representársela consiste en imaginarla como un flujo que emana de una esfera. Eso da una dependencia $1/r^{d-1}$ para la fuerza y consecuentemente una dependencia $1/r^{d-2}$ para el potencial.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

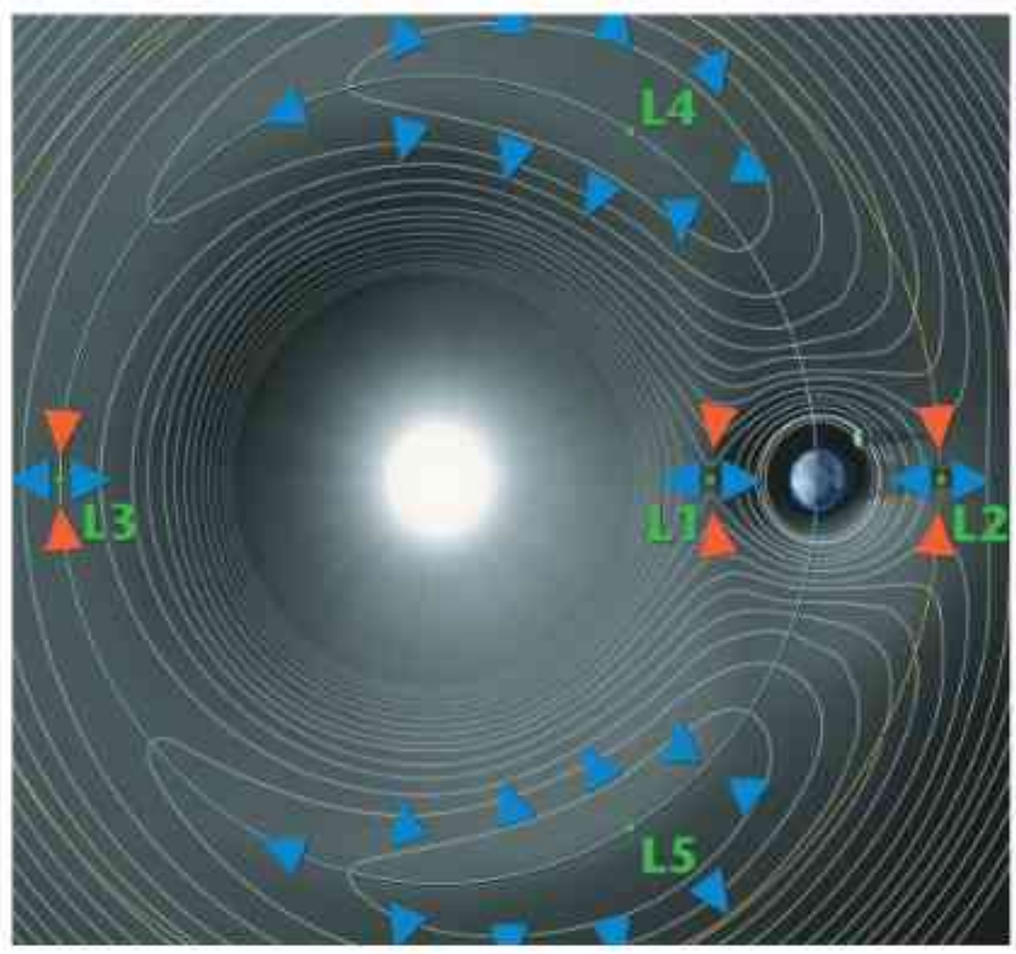


FIGURA 319 Los puntos de Lagrange y el potencial efectivo que los produce (NASA).

Desafío 336, página 203: Puesto que las trayectorias de la caída libre son elipses las cuales son curvas contenidas en un plano, esto es trivial.

Desafío 338, página 205: Un flash luminoso se envía hacia la Luna donde el Lunokhod y varias misiones Apolo instalaron varios reflectores ojos de gato. La precisión de la medida del tiempo que tarda el flash en ir y volver es suficiente para evaluar la variación de la distancia de la Luna. Para más detalles vea el Desafío 8.

Desafío 340, página 207: Un cuerpo con una cantidad de movimiento cero en el infinito espacial se encuentra en una trayectoria parabólica. Un cuerpo con un impulso inferior es en una trayectoria elíptica y una con una alta cantidad de movimiento está en una ruta hiperbólica.

Desafío 343, página 208: Los puntos de Lagrange L4 y L5 están situados en la órbita, 60° delante y detrás del cuerpo que orbita. Son estables si la razón entre la masa del cuerpo central y el cuerpo que orbita es suficientemente grande (por encima de a 24,9).

Desafío 344, página 208: El punto de Lagrange L3 está situado en la órbita, pero exactamente al otro lado del cuerpo central. El punto de Lagrange L1 está situada en la línea que conecta el planeta con el cuerpo central, mientras que L2 está en el exterior de la órbita sobre la misma línea. Si R es el radio de la órbita, la distancia al cuerpo que gravita y L1 y L2 es $\sqrt[3]{m/3M}\,R$, lo que da alrededor de 4 veces la distancia de la Luna para el sistema Tierra-Sol. L1, L2 y L3 son puntos inestables, pero existen órbitas estables alrededor suyo. Numerosos satélites aprovechan estas propiedades, incluyendo el famoso satélite WMAP que mide las fluctuaciones del Big Bang y que está localizado en el punto 'silencioso' L2, donde el Sol, la Tierra y la Luna se escudan fácilmente y la temperatura del satélite permanece constante.

Desafío 345, página 211: Esto es un efecto de resonancia, de la misma manera que una pequeña vibración de una cuerda puede engendrar una gran oscilación del aire y de la caja de resonancia en una guitarra.

Desafío 347, página 213: La expresión de la fuerza de las mareas, o sea $2GM/d^3$, puede ser reescrita como $(8/3)\pi G\rho(R/d)^3$. Ahora, R/d es aproximadamente la misma para el Sol y la Luna, como cada eclipse muestra. Así pues la densidad ρ debe ser mucho más grande para la Luna. De hecho, la razón de las fuerzas (alturas) de las mareas de la Luna y el Sol es aproximadamente 7 : 3. Esta es también la razón entre las densidades de los dos cuerpos.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 320 El famoso 'vomit comet', un KC-135, que realiza un vuelo parabólico. (NASA).

Desafío 348, página 213: El momento angular de la Tierra y la Luna debe permanecer constante.

Desafío 349, página 216: Espere a un eclipse solar.

Desafío 351, página 218: Desgraciadamente, el mito de "masa gravitatoria pasiva" está esparcido por muchos libros. Una investigación cuidadosa muestra que su medida es exactamente la misma que la masa inercial.

Ambas masas se miden con las mismas maquinarias y sistemas. Y todos estos experimentos se mezclan y requieren ambos masa inercial gravitacional y efectos pasivos. Por ejemplo, una báscula o una balanza de baño deben amortiguar cualquier oscilación, lo que requiere la masa inercial. En general, parece imposible distinguir la masa inercial de la masa gravitacional pasiva debido a todas las masas en el resto del universo. En resumen, los dos conceptos son idénticos.

Desafío 353, página 218: Estos problemas se deben a que la masa gravitacional determina la energía potencial y la masa inercial determina la energía cinética.

Desafío 355, página 221: Sea porque cayeron sobre pendientes inclinadas de montañas nevadas o sea porque cayeron sobre árboles muy altos u otras estructuras blandas. El récord de supervivencia fue de más de 7 km de caída libre. Un caso reciente fue noticia en 2007 y contada en www.bbc.co.uk/jersey/content/articles/2006/12/20/michael_holmes_fall_feature.shtml.

Desafío 357, página 222: Por unos pocos miles de euros, puede experimentar la gravedad cero en un vuelo parabólico, tal como se muestra en la Figura 320. (Numerosas "fotografías" de vuelos parabólicos que se encuentran en Internet son en realidad imágenes virtuales hechas por ordenador. ¿Cuál es este caso?)

¿Qué se *siente* en gravedad cero? Se siente algo similar a flotar bajo el agua, pero sin la resistencia del agua. También se siente como cuando uno está en el aire el tiempo previo a zambullirse en el agua. Sin embargo, para los astronautas, hay una sensación adicional; cuando su cabeza gira rápidamente, los sensores de orientación en el oído no están reiniciados por la gravedad. Por lo tanto, durante el primer día o hasta el segundo, muchos astronautas sienten vértigo y náuseas, lo que llaman *enfermedad del espacio*. Después de ese tiempo, el cuerpo se adapta y los astronautas pueden disfrutar a fondo de la situación.

Desafío 358, página 222: El centro de masas de la escoba cae con la aceleración habitual, así que el extremo cae más rápidamente.

Desafío 359, página 222: Utilice simplemente la conservación de energía para las dos masas, la del puente y la de la cuerda. Para más detalles, incluyendo la comparación de las medidas

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

experimentales y la teoría, vea N. Dubelaar & R. Brantjes, *De valversnelling bij bungee-jumping*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 69, pp. 316–318, October 2003.

Desafío 360, página 222: Alrededor de 1 ton.

Desafío 361, página 222: Alrededor de 5 g.

Desafío 362, página 222: Su peso es aproximadamente constante puesto que la Tierra debe ser redonda. En una Tierra plana, el peso cambiaría de un sitio a otro en función de la distancia al borde.

Desafío 363, página 222: ¡Nadie afirmó nunca que el centro de masas es lo mismo que el centro de gravedad! La atracción de la Luna es despreciable en la superficie de la Tierra.

Desafío 365, página 223: Eso es la masa de la Tierra. Gire simplemente la mesa sobre su cabeza.

Desafío 367, página 224: La Luna se alejará alrededor de 1,25 veces la distancia actual. El Sol entonces ralentizará la frecuencia de rotación del sistema Tierra-Luna, esta vez debido a la mucho más pequeña fricción de marea debido a la deformación del Sol. En consecuencia la Luna regresará a distancias más y más pequeñas de la Tierra. Sin embargo, el Sol para entonces se habrá convertido en gigante roja ingurgitando a la vez a ambas, la Tierra y la Luna.

Desafío 369, página 224: Tal como Galileo determinó, para media oscilación (medio periodo) la razón es $\sqrt{2}/\pi$. (Vea Desafío 323). Pero no podemos calcular de este modo más que dos, quizás tres decimales de π.

Desafío 370, página 225: La conservación de la cantidad de movimiento no es un obstáculo, puesto que cualquier raqueta de tenis tiene el mismo efecto sobre una pelota de tenis.

Desafío 371, página 225: De hecho, en el espacio de velocidades, los movimientos elípticos, parabólicos e hiperbólicos son todos descritos por círculos. En todos los casos la hodógrafa es un círculo.
Ref. 162

Desafío 372, página 226: Esta cuestión es muy vieja (ya se lo preguntaban en la época de Newton) y profunda. Una razón es que las estrellas permanecen separadas por su rotación alrededor de la galaxia. La otra es que las galaxias se mantienen separadas por la cantidad de movimiento tras el big bang. Sin el big bang, todas las estrellas habrían colapsado juntas. En este sentido el big bang puede deducirse de la atracción de la gravedad y del cielo inmutable en la noche. Encontraremos más adelante que la oscuridad del cielo nocturno proporciona un segundo argumento en favor del big bang.

Desafío 373, página 226: La elección es clara cuando se advierte que no hay una sección de la órbita que sea cóncava hacia el Sol. ¿Puede probarlo?

Desafío 375, página 227: La velocidad de escape, de la Tierra, para dejar el sistema solar – sin ayuda de los otros planetas – es 42 km/s. Sin embargo, si se considera la ayuda de los otros planetas, puede ser menos de la mitad de ese valor. (¿Por qué?).

Si la velocidad de escape de un cuerpo fuera la velocidad de la luz, el cuerpo podría ser un agujero negro; ni siquiera la luz podría escapar. Los agujeros negros se discutirán en detalle en el volumen sobre relatividad.
Vol. II, página 265

Desafío 376, página 227: Usando una altura máxima del salto de $h = 0{,}5$ m en la Tierra y una densidad estimada del asteroide de $\rho = 3\,\mathrm{Mg/m^3}$, obtenemos un radio máximo de $R^2 = 3gh/4\pi G\rho$, or $R \approx 2{,}4$ km.

Desafío 377, página 227: Un brazo de dos cuerpos.

Desafío 379, página 227: ¿En qué difiere este argumento del más conocido comúnmente en el que la expresión $ma = gMm/R^2$, la m de la izquierda es inercial y la m de la derecha es gravitacional?

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

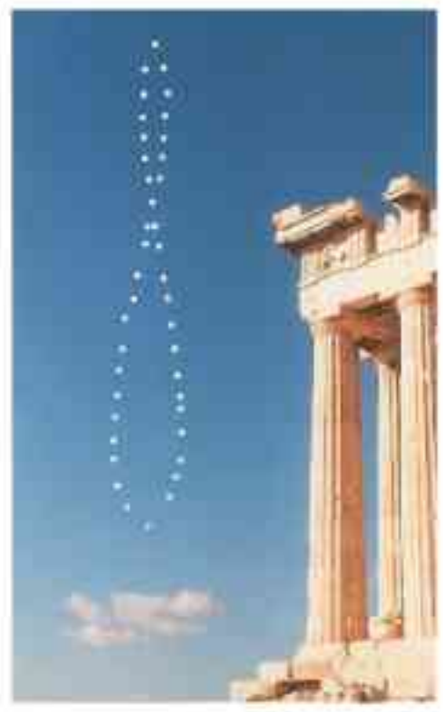


FIGURA 321 La analema fotografiada, al mediodía local, de enero a diciembre de 2002, en el Partenón de la Acrópolis de Atenas, y un reloj de sol de precision (© Anthony Ayiomamitis, Stefan Pietrzik).

Desafío 381, página 227: Lo que cuenta es la verticalidad *local*; con respecto a ella, el río siempre fluye hacia abajo.

Desafío 382, página 228: La forma de una analema al mediodía local se muestra en Figura 321. La forma es conocida desde hace ¡más de 2000 años!. La forma de la analema también ilustra por qué el amanecer más temprano no es en el día más largo del año. La extensión vertical de la analema se debe a la oblicuidad, es decir, la inclinación del eje de la Tierra (que es el doble de 23,45°). La extensión horizontal se debe a la combinación de la oblicuidad y la elipticidad de la órbita alrededor del Sol. Ambos efectos cambian la velocidad de la Tierra a lo largo de su órbita, conduciendo a cambios de la posición del sol al mediodía local durante el transcurso del año. La posición asimétrica del punto de cruce central se debe simplemente a la elipticidad de la órbita. La forma de la analema, mostrada algunas veces en los globos, es construida en la sombra polar de los relojes de sol de precisiónpágina 49. Para más detalles, vea B. M. Oliver, *La forma de la analema*, Sky & Telescope **44**, pp. 20–22, 1972, y la corrección de las figuras en **44**, p. 303, 1972,

Desafío 383, página 231: La captura de un cuerpo fluido es posible si se divide por las fuerzas de marea.

Desafío 384, página 231: El túnel debería ser una elipse elongada en el plano del ecuador, extendiéndose de un punto en el Ecuador al punto en las antípodas. El tiempo de revolución podría no cambiar comparado con una Tierra no rotativa. Vea A. J. Simonson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine **77**, pp. 171–188, June 2004.

Desafío 386, página 231: El centro de masas del sistema solar puede estar tan lejos como un par de radios del centro del Sol; así puede estar fuera del Sol.

Desafío 387, página 231: Primero, durante el período estival en el hemisferio Norte, la Tierra se mueve más rápido alrededor del Sol que durante el invierno. Segundo, las órbitas solares bajas en el cielo dan días más largos gracias a la luz que viene del sol cuando está bajo el horizonte.

Desafío 388, página 231: Aparte de la visibilidad de la Luna, ningún efecto ha sido jamás detectado. Los efectos gravitacionales -incluyendo los efectos de marea- efectos eléctricos, magnéticos y cambios en los rayos cósmicos son todos largamente ahogados por otros efectos. En realidad, la gravedad ejercida por camiones que pasen, los campos electromagnéticos de las fábricas, el clima y los cambios de la actividad solar tienen mucha más influencia sobre los humanos que la Luna. El ajuste del ciclo menstrual con las fases de la luna es un puro efecto de la imaginación.

Desafío 389, página 232: Las distancias son difíciles de medir. Es fácil observar que un planeta está delante del Sol, pero es complicado comprobar si un planeta está detrás del Sol. Las fases de Venus son predichas también por el modelo geocéntrico; pero las fases predichas no son las

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2002 – free pdf file available at www.motionmountain.net

que se observan. Solamente las fases deducidas del sistema heliocéntrico se corresponden con las observadas. Venus orbita en torno al Sol.

Desafío 390, página 233: Vea la referencia mencionada.

Desafío 391, página 233: Verdad.

Desafío 392, página 233: Para cada pareja de elementos opuestos del cascarón (dibujadas en amarillo), las dos atracciones se compensan.

Desafío 393, página 233: No hay ninguna manera práctica; si las masas de la concha pudieran moverse a lo largo de la superficie (de la misma manera que las cargas pueden moverse en un metal) eso podría ser factible, suponiendo que haya disponible suficiente masa.

Desafío 397, página 234: Sí, se podría, y esto ha sido pensado muchas veces, incluso por Julio Verne. La velocidad necesaria depende de la dirección del tiro con respecto a la rotación de la Tierra.

Desafío 398, página 234: Nunca. La Luna apunta siempre hacia la Tierra. La Tierra cambia un poco de posición, debido a la elipticidad de la órbita de la Luna. Obviamente, la Tierra muestra fases.

Desafío 400, página 235: No hay tales cuerpos, como mostrará el capítulo de relatividad general.

Desafío 402, página 238: La oscilación es puramente sinusoidal, u oscilación armónica, ya que la fuerza restauradora crece linealmente con la distancia al centro de la Tierra. El periodo T para una Tierra homogénea es $T = 2\pi\sqrt{R^3/GM} = 84\,\text{min}$.

Desafío 403, página 238: El periodo es el mismo para cada uno de los túneles y así en particular es el mismo periodo de 84 min que es válido para el túnel de polo a polo. Vea por ejemplo, R. H. Romer, *The answer is forty-two – many mechanics problems, only one answer*, Physics Teacher 41, pp. 286–290, May 2003.

Desafío 404, página 238: Si la Tierra fuera *no* rotante, la trayectoria general de una piedra sería una elipse cuyo centro es el centro de la Tierra. Para una Tierra rotante, la elipse tendría un movimiento de precesión. Simoson sugiere que los torbellinos espirográficos de la Nebulosa Spirograph, que se encuentra en antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap021214.html, podrían ser debido a un efecto de este tipo. Un caso particular es una trayectoria que comienza verticalmente en el ecuador; en este caso, la ruta es similar a la ruta de péndulo de Foucault, con una estrella de 16 puntas en las cuales la piedra emerge alrededor del ecuador. Ref. 177

Desafío 405, página 238: No hay una respuesta simple: la velocidad depende de la latitud y de otros parámetros. Internet también ofrece vídeos de los eclipses solares desde el espacio, que muestran cómo la sombra se mueve sobre la superficie de la Tierra.

Desafío 406, página 239: La fuerza centrífuga debe ser igual a la fuerza gravitacional. Llamando a la densidad lineal de masa constante d y l a la longitud desconocida. Entonces tenemos $GMd\int_R^{R+l} \mathrm{d}r/r^2 = \omega^2 d\int_R^{R+l} r\,\mathrm{d}r$. Esto da $GMdl/(R^2 + Rl) = (2Rl + l^2)\omega^2 d/2$, resultando $l = 0{,}14\,\text{Gm}$. Para más información sobre ascensores o elevadores, vea el desafío 570.

Desafío 408, página 239: Los anillos interiores deben girar más rápido que los anillos exteriores. Si los anillos fueran sólidos, serían destrozados. Pero este razonamiento es cierto sólo si los anillos están dentro de un cierto límite, el llamado *límite de Roche*. El límite de Roche es tal que el radio en el que la fuerza gravitatoria F_g y fuerza de marea F_t se cancelan en la superficie del satélite. Para un satélite con masa m y radio r, orbitando alrededor de una masa central M a una distancia d, nos fijamos en las fuerzas sobre una masa pequeña μ en su superficie. Tenemos la condición $Gm\mu/r^2 = 2GM\mu r/d^3$. Con un poco de álgebra, uno llega al aproximado valor límite

Moon Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

de Roche

$$d_{\text{Roche}} = R\left(2\frac{\rho_M}{\rho_m}\right)^{1/3} . \tag{153}$$

Por debajo de esta distancia a una masa central M, no pueden existir satélites fluidos. El cálculo que se muestra aquí es sólo una aproximación; el límite real Roche es aproximadamente dos veces dicho valor.

Desafío 411, página 243: La carga es de 5 veces la carga en una posición erecta. Esto explica por qué los caballos de carreras se rompen las piernas con regularidad.

Desafío 412, página 244: En la escuela, se le requiere responder que ese peso es el mismo. Esta es una buena aproximación. Pero en realidad la balanza muestra un peso ligeramente mayor para el reloj de arena en funcionamiento constante en comparación con la situación en la que la arena está en reposo. Observando el flujo de la cantidad de movimiento se explica el resultado de manera sencilla. El único asunto que importa es la cantidad de movimiento de la arena en la cámara superior, todos los demás efectos no son relevantes. Ese impulso disminuye lentamente durante la carrera. Esto requiere un flujo de la cantidad de movimiento de la balanza: el peso efectivo aumenta. Véase también la confirmación experimental, y su explicación de F. Tuinstra & B. F. Tuinstra, *El peso de una clepsidra*, Europhysics News 41, pp. 25–28, March 2010, disponible también online.

Ref. 86

Si imaginamos un fotón rebotando hacia arriba y hacia abajo en una caja cuyas caras interiores son espejos perfectos, las ideas del rompecabezas del reloj de arena implican que la balanza muestra un aumento de peso en comparación con una situación sin el fotón. El aumento de peso es Eg/c^2, donde E es la energía del fotón, $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$ y c es la velocidad de la luz. Esta historia es contada por E. Huggins, *Pesada de los fotones con la báscula de baño: un experimento mental*, The Physics Teacher 48, pp. 287–288, May 2010,

Desafío 413, página 244: El consumo de electricidad de una escalera mecánica ascendente aumenta de hecho cuando la persona camina hacia arriba. ¿Por cuánto?

Desafío 414, página 245: El conocimiento es poder. El tiempo es dinero. Ahora bien, el poder (la potencia) se define como el trabajo por unidad de tiempo. Insertando las ecuaciones anteriores y transformándolas da:

$$\text{dinero} = \frac{\text{trabajo}}{\text{conocimiento}} , \tag{154}$$

lo que demuestra que cuanto menos sepa, más dinero hace. Es por eso que los científicos tienen salarios bajos.

Desafío 415, página 245: En realidad los músculos mantienen un objeto sobre el suelo levantándolo y haciéndolo caer continuamente; eso requiere energía y trabajo.

Desafío 418, página 249: Sí, porque el viento lateral aumenta la velocidad efectiva v en el aire debido a la suma de vectores, y porque la resistencia del aire es (más o menos) proporcional a v^2.

Desafío 419, página 249: La falta de fricción estática evitaría que el fluido permaneciera unido al cuerpo; la denominada capa límite no existiría. Se tendría entonces el efecto vuelo. Entonces no tendríamos ningún efecto ala.

Desafío 420, página 251: ¿Verdad?

Desafío 422, página 252: De $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = g - v^2(1/2c_w A\rho/m)$ y usando la abreviación $c = 1/2c_w A\rho$, podemos resolver para $v(t)$ poniendo todos los términos que contienen la variable v en un lado, todos los términos con t en el otro, y la integración en ambos lados. obtenemos $v(t) = \sqrt{gm/c}\,\tanh\sqrt{cg/m}\,t$.

Desafío 423, página 254: Para cuerpos deformables extensos, las propiedades intrínsecas están dadas por la densidad de masa - por lo tanto una función de espacio y tiempo - y el estado se

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

describe por la densidad de la energía cinética, y cantidad de movimiento lineal y angular, así como por sus distribuciones de tensiones y deformaciones.

Desafío 424, página 254: Carga eléctrica.

Desafío 425, página 254: El espacio de fases tiene $3N$ coordenadas de posición y $3N$ coordenadas de cantidad de movimiento.

Desafío 426, página 254: Recordemos que cuando se lanza una piedra, las condiciones iniciales sumarizan los efectos del lanzador, su historia, el camino por el que llegó allí, etc.; en otras palabras, las condiciones iniciales resumen el pasado de un sistema, es decir, los efectos que el entorno tuvo en la historia de un sistema. Por lo tanto, el universo no tiene condiciones iniciales ni espacio de fase. Si usted ha encontrado razones para responder que sí, es que ha pasado por alto algo. Simplemente entre en más detalles y compruebe que los conceptos que ha utilizado son aplicables al universo. También es conveniente que defina lo que usted entiende por 'universo'.

Vol. III, página 131

Desafío 427, página 254: El molino de luz es un ejemplo.

Desafío 429, página 256: Un sistema que mostrara movimiento de energía o materia moviéndose más rápido que la luz implicaría que para tales sistemas hay observadores para los que el orden entre causa y efecto se invierte. Un diagrama espacio-tiempo (y un poco de ejercicio de la sección sobre la relatividad especial) muestra esto.

Desafío 430, página 257: Si no existiera la reproducibilidad, tendríamos dificultades para comprobar las observaciones; también leer el reloj es una observación. La conexión entre la reproducibilidad y el tiempo pasará a ser importante en la parte final de nuestra aventura.

Desafío 431, página 258: Incluso si las sorpresas fueran sólo raras, cada sorpresa haría imposible definir el tiempo justo antes y justo después de ella.

Desafío 434, página 258: Por supuesto; las leyes morales son resúmenes de lo que otros piensan o quieren hacer sobre las acciones personales.

Desafío 435, página 260: El camino más rápido para el deslizamiento entre dos puntos, la *braquistócrona*, resulta ser la *cicloide*, la curva generada por un punto en una rueda que está rodando a lo largo de un plano horizontal.

La prueba se puede encontrar de muchas maneras. La más simple es la de Johann Bernoulli y se da en en.wikipedia.org/wiki/Brachistochrone_problem.

Desafío 437, página 260: Cuando F, C y P están alineados, este círculo tiene un radio dado por $R = \sqrt{\mathrm{FCFP}}$; F es su centro. En otras palabras, la conexión Peaucellier-Lipkin realiza una inversión a un círculo.

Desafío 438, página 261: Cuando F, C y P están alineados, el círculo tiene que seguir un radio dado de la mitad de la distancia FC; su centro se encuentra a medio camino entre F y C. La Figura 322 ilustra la situación.

Desafío 439, página 261: La Figura 323 muestra la reconstrucción más creíble de un carro que apunta al sur.

Desafío 441, página 263: El agua es arrastrada hacia arriba a lo largo de los lados del huevo que gira. La forma más rápida de vaciar una botella de agua es hacer girar el agua mientras la vacía.

Desafío 442, página 263: La manera correcta es aquella en la que la chimenea cae como una V, no como una forma invertida de V. Ver el Desafío 358 sobre caída de escobas en busca de inspiración sobre cómo deducir la respuesta. Dos ejemplos se muestran en la Figura 324. Resulta que las chimeneas se rompen (si no se sujeta a la base) a una altura entre la mitad o dos tercios del total, dependiendo del ángulo en el que esto sucede. Para una solución completa del problema, ver el excelente documento G. Vareschi & K. Kamiya, *Toy models for the falling chimney*, American Journal of Physics **71**, pp. 1025–1031, 2003..

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

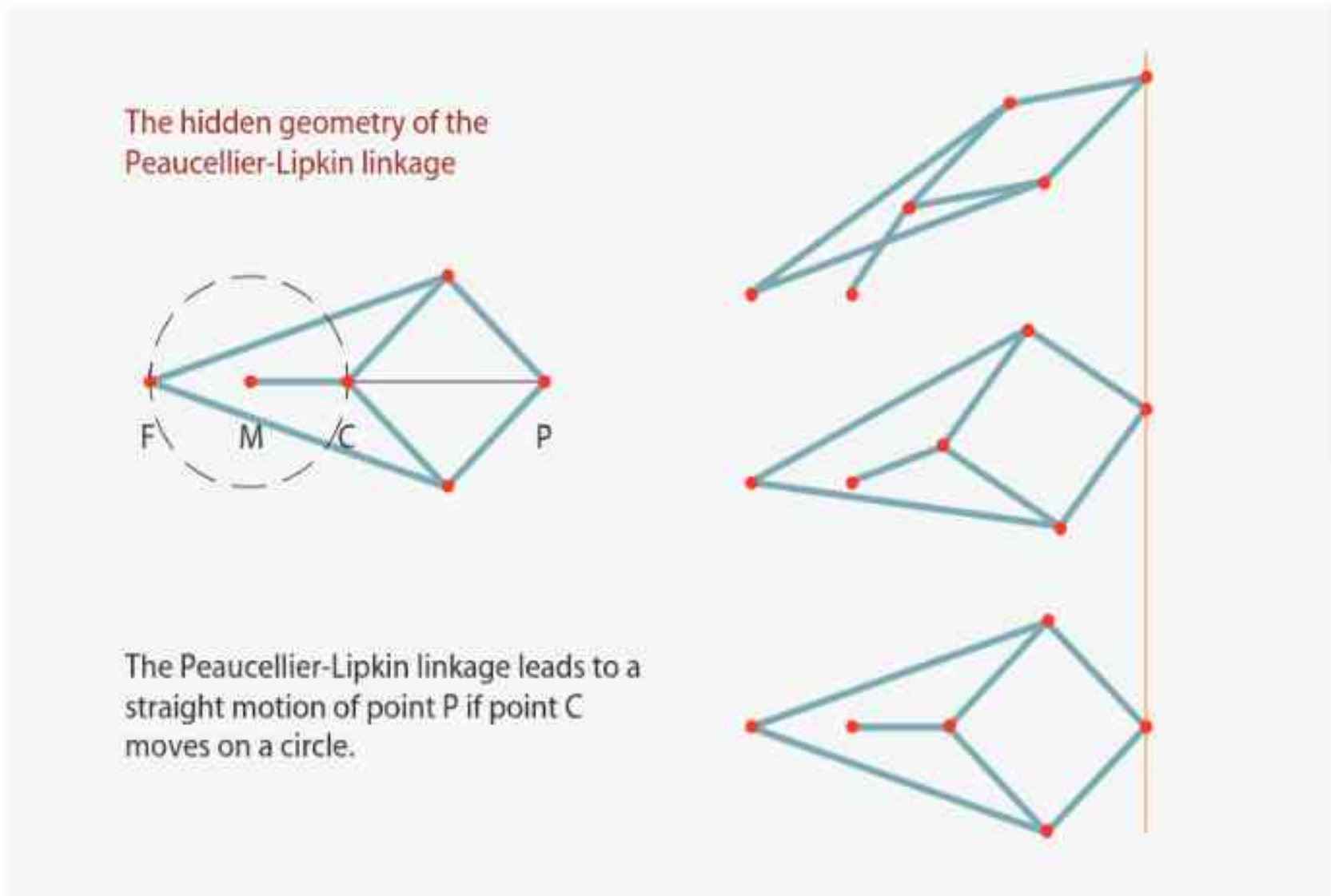


FIGURA 322 Cómo dibujar una línea recta con un compás. (dibujado por Zach Joseph Espiritu).

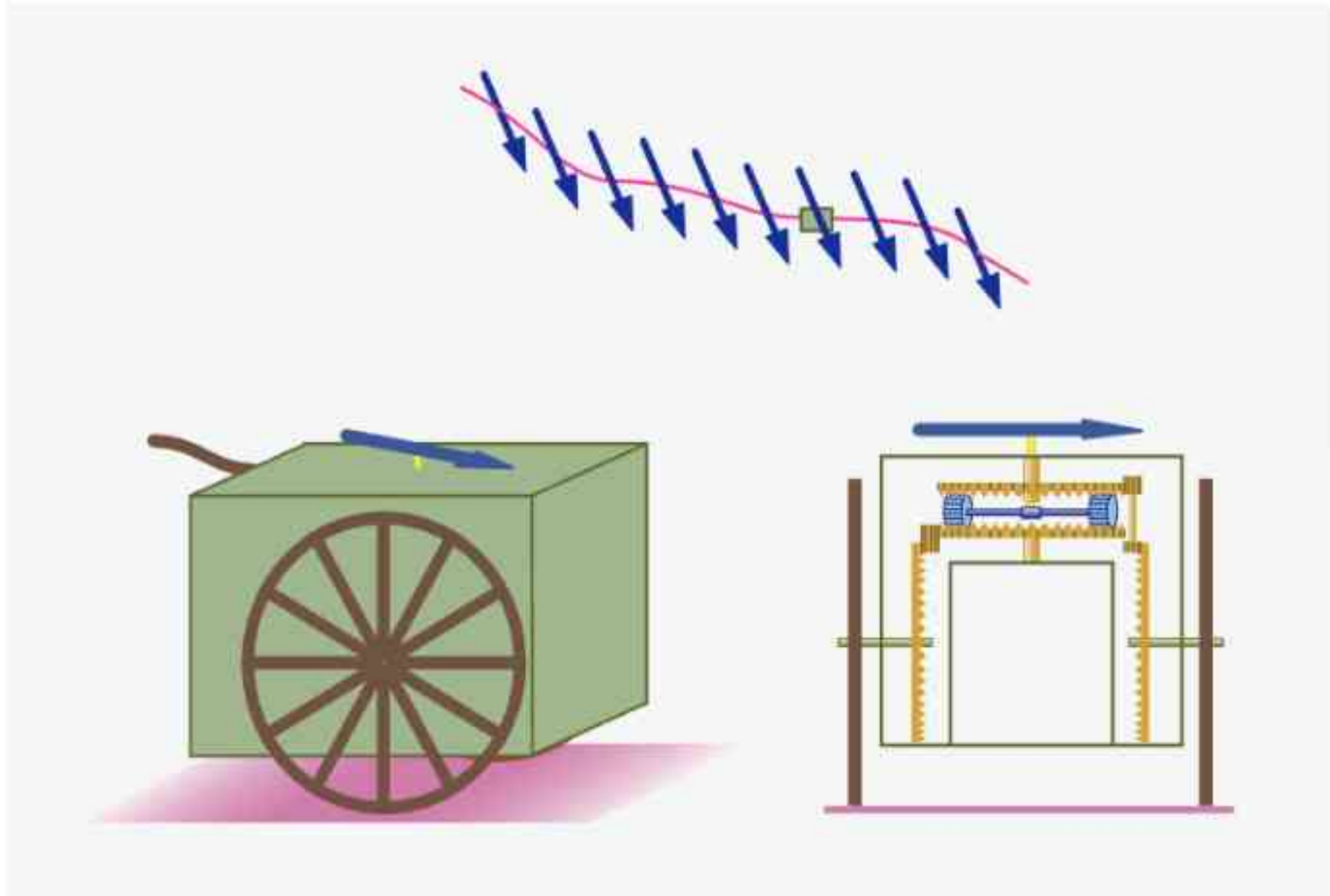


FIGURA 323 El mecanismo dentro del carro apuntando al sur.

Desafío 444, página 269: La definición de la integral dada en el texto es una versión simplificada de la llamada *integral de Riemann*. Es suficiente para todos los usos en la naturaleza. Eche un vistazo a su definición exacta en un texto de matemáticas si quiere más detalles.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 324 Caída de una chimenea de ladrillo – por tanto con rigidez limitada – Cae con forma de V (© John Glaser, Frank Siebner).

Desafío 450, página 273: En una dimensión, la expresión $F = ma$ puede escribirse como $-\mathrm{d}V/\mathrm{d}x = m\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$. Esto puede reescribirse como $\mathrm{d}(-V)/\mathrm{d}x - \mathrm{d}/\mathrm{d}t[\mathrm{d}/\mathrm{d}\dot{x}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2)] = 0$. Lo que puede extenderse a $\partial/\partial x(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x)) - \mathrm{d}/[\partial/\partial\dot{x}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 - V(x))] = 0$, que es la ecuación de Lagrange para este caso.

Desafío 452, página 274: No se desespere. Hasta ahora, nadie ha sido capaz de imaginar un universo (que no es necesariamente lo mismo que un 'mundo') diferente del que conocemos. Hasta el momento, estos intentos siempre han dado lugar a incoherencias lógicas.

Desafío 454, página 275: Los dos son equivalentes ya que las ecuaciones de movimiento se derivan del principio de acción mínima y al mismo tiempo el principio de la mínima acción se sigue de las ecuaciones del movimiento.

Desafío 456, página 278: Para la gravedad, existen los tres sistemas: la rotación de las galaxias, la presión en los planetas y la presión Pauli en las estrellas que se debe al principio de exclusión de Pauli. Contra la interacción fuerte, el principio de Pauli actúa en los núcleos y las estrellas de neutrones; en las estrellas de neutrones tal vez también la rotación y presión complementan la presión Pauli. Sin embargo, para la interacción electromagnética no hay compuestos distintos de nuestra materia cotidiana, que es organizado solo por el principio de Pauli que actúa entre los electrones.

Vol. IV, página ??

Desafío 457, página 278: Los agregados se forman a menudo a partir de materia convergente en un centro. Si sólo hay una pequeña asimetría en esta convergencia - debido a alguna influencia externa - el resultado final es un agregado que rueda.

Desafío 458, página 281: El momento angular es el cambio con respecto al ángulo, mientras la energía rotacional es de nuevo el cambio con respecto al tiempo, como lo es toda energía.

Desafío 459, página 281: No de esta manera. Un pequeño cambio puede tener un gran efecto, como cada interruptor nos muestra. Sin embargo, un pequeño cambio en el cerebro debe ser comunicado fuera, y esto ocurrirá con una dependencia aproximadamente de $1/r^2$. Eso hace los efectos tan pequeños, que incluso con los interruptores más sensibles - que de todas formas no existen para los pensamientos - no se pueden realizar efectos.

Desafío 461, página 281: Esta es una pregunta equivocada. $T - U$ no es mínimo, sólo su promedio lo es.

Desafío 462, página 281: No. Un sistema tiende a un potencial mínimo sólo si es disipativo. Se podría, sin embargo, deducir que los sistemas conservativos oscilan alrededor de los potenciales

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

mínimos.

Desafío 463, página 282: La relación es

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \,. \tag{155}$$

La proporción particular entre la velocidad en el aire (o de vacío, que es casi el mismo) y en un material da el *índice de refracción n*:

$$n = \frac{c_1}{c_0} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_0} \tag{156}$$

Desafío 464, página 282: El principio para el crecimiento de los árboles es simplemente el mínimo de energía potencial, ya que la energía cinética es despreciable. El crecimiento de los vasos dentro de los cuerpos animales se reduce al mínimo para el transporte de energía; que es de nuevo un principio de mínimo. La refracción de la luz es el camino de menor tiempo; por lo tanto, reduce al mínimo el cambio también si nos imaginamos la luz como entidades en movimiento sin ningún tipo de energía potencial implicada.

Desafío 465, página 282: La relatividad especial requiere que exista una medida invariante de la acción. Se presenta más adelante en el camino.

Desafío 466, página 283: El universo no es un sistema físico. Este tema será discutido con detalle más adelante.

Vol. VI, página ??

Desafío 467, página 283: Utilice la sustitución $u = \tan t/2$ o usar el truco histórico

$$\sec \varphi = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} + \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}\right) \,. \tag{157}$$

Desafío 468, página 283: Un skater en una cicloide tiene el mismo tiempo de oscilación independientemente de la amplitud de la oscilación. Sin embargo, una medio-tubería necesita tener extremos verticales, con el fin de evitar saltar fuera de ella. Una cicloide nunca tiene un extremo vertical.

Desafío 471, página 285: Hablamos con una persona porque sabemos que alguien nos entiende. Por lo tanto suponemos que de alguna manera ella ve las mismas cosas que nosotros. Eso significa que la observación es parcialmente independiente del punto de vista. Por tanto, la naturaleza es simétrica.

Desafío 472, página 288: La Memoria funciona porque reconocemos situaciones. Esto es posible porque las situaciones en el transcurso del tiempo son similares. La memoria no se habría desarrollado sin esta reproducibilidad.

Desafío 473, página 290: Las diferencias gustativas no son fundamentales, sino debidas a los diferentes puntos de vista y - principalmente - a las distintas experiencias de los observadores. Lo mismo ocurre con los sentimientos y juicios, como cada psicólogo confirmará.

Desafío 474, página 291: Los enteros bajo adición forman un grupo. ¿Forma un grupo un conjunto de colores de un pintor al óleo bajo la operación mezcla?

Desafío 476, página 291: Sólo hay una operación de simetría: una rotación de cerca de π alrededor del punto central. Esa es la razón por la que más adelante en el grupo D4 sólo se llamará grupo de simetría aproximada al de la Figura 202.

Desafío 482, página 297: Un escalar es la magnitud de cualquier vector; por lo tanto la rapidez, definida como $v = |\boldsymbol{v}|$, es un escalar, mientras que la velocidad no lo es. Por lo tanto la longitud

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

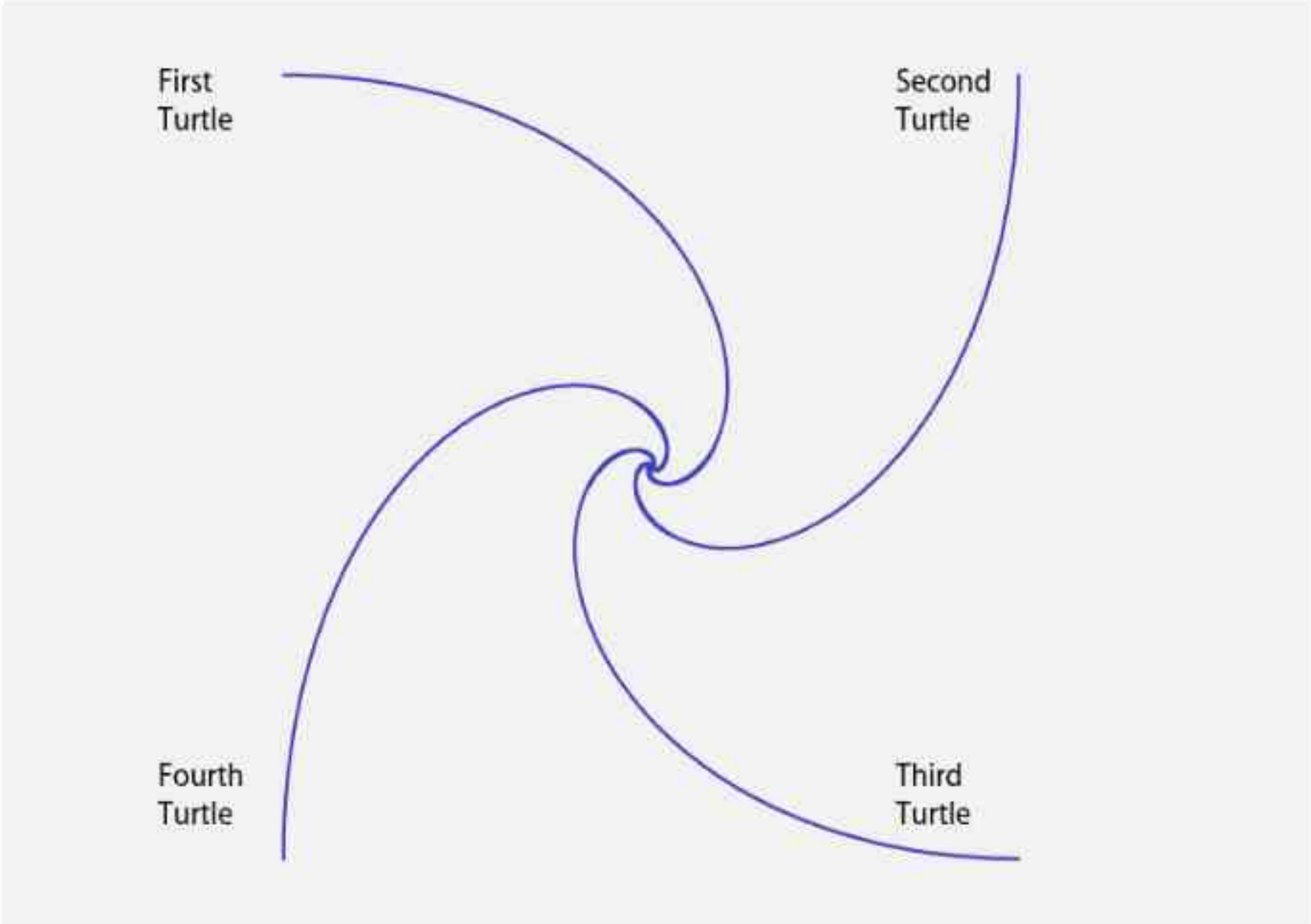


FIGURA 325 El movimiento de cuatro tortugas que se persiguen (diseñado por Zach Joseph Espiritu).

de cualquier vector (o pseudovector), tales como la fuerza, la aceleración, el campo magnético, o un campo eléctrico, es un escalar, mientras que el vector en sí mismo no es un escalar.

Desafío 485, página 298: La distribución de carga de un cuerpo extenso puede ser visto como una suma de una carga neta, un momento dipolar de carga, un momento cuadripolar de carga, un momento octopolar de carga, etc. El cuadripolo es descrito por un tensor.

Comparar: La inercia contra el movimiento de un cuerpo extenso puede ser vista como suma de una masa, un dipolo de masa, un cuadrupolo de masa, un octopolo de masa, etc. El cuadripolo de masas se describe por el momento de inercia.

Desafío 489, página 300: La carga conservada en la invariancia de rotación es el momento angular.

Desafío 493, página 305: La gráfica es una *espiral logarítmica* (¿puede probarlo?); se ilustra en la Figura 325. La distancia recorrida tiene una respuesta sencilla.

Desafío 494, página 305: una oscilación tiene un período en el tiempo, es decir, una simetría de traslación temporal discreta. Una onda tiene simetría tanto temporal discreta como espacial discreta.

Desafío 495, página 305: La inversión del movimiento es una simetría en cualquier sistema cerrado; a pesar de las observaciones de la vida cotidiana, las afirmaciones de la termodinámica y la opinión de varios físicos famosos (que forman una minoría sin embargo) todos los sistemas idealmente cerrados son reversibles.

Desafío 496, página 305: El grupo de simetría es un grupo de Lie y llamado U(1), por 'grupo unitario en 1 dimensión'.

Desafío 497, página 305: Vea desafío 299

Desafío 498, página 305: No existe una cosa tal como una simetría 'perfecta'.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 500, página 306: El dial telefónico rotativa tenía los números del 1 a 0 en las esquinas de un polígono regular de 14 lados. Los números pares y los impares estaban en los ángulos de heptágonos regulares.

Desafío 504, página 309: Sólo tiene que insertar $x(t)$ en el Lagrangiano $L = 0$, el valor mínimo posible para un sistema que transforma toda la energía cinética en energía potencial y viceversa.

Desafío 513, página 321: La energía potencial es debida a la 'curvatura' del medio; un simple desplazamiento no produce curvatura y por lo tanto no contiene energía. Solamente el gradiente captura la idea de curvatura.

Desafío 515, página 321: La fase cambia en π.

Desafío 516, página 322: Una onda que tiene momento angular tiene que ser transversal y se tiene que propagar en tres dimensiones.

Desafío 517, página 322: Las ondas pueden amortiguarse a valores muy bajos. Si esto no es posible, la observación no es una onda.

Desafío 518, página 324: La manera de observar la difracción y la interferencia con los dedos desnudos se cuenta en página 110 del volumen III.

Desafío 529, página 335: La interferencia puede hacer incomprensibles las señales de radio. Debido a la difracción, las señales de radio se debilitan detrás de una pared; Esto se aplica especialmente a longitudes de onda cortas, como las utilizados en los teléfonos móviles. La refracción hace que las comunicaciones de radio con submarinos imposibles para las frecuencias de radio habituales. La dispersión de la fibra de vidrio hace que sea necesario añadir repetidores en los cables submarinos alrededor de cada 100 km. La amortiguación hace que sea imposible escuchar a alguien hablar a mayores distancias. Las señales de radio pueden perder su polarización y convertirse en difíciles de detectar por las antenas Yagi normales que tienen una polarización fija.

Desafío 531, página 341: Los esquiadores raspan la nieve desde el lado inferior de cada chichón (protuberancia) hacia el lado superior del siguiente chichón. Esto conduce a un movimiento hacia arriba de los chichones de esquí.

Desafío 532, página 341: Si las distancias hasta el altavoz son de unos pocos metros, y la distancia a la orquesta es de 20 m, tal como para las personas con dinero suficiente, el oyente en casa escucha primero.

Desafío 533, página 341: Mientras la amplitud es pequeña en comparación con la longitud l, el periodo T viene dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \,. \tag{158}$$

La fórmula no contiene la masa m en absoluto. Independientemente de la masa m en su extremo, el péndulo tiene siempre el mismo período. En particular, para una longitud de 1 m, el período es de aproximadamente 2 s. La mitad de un período, o un balanceo por lo tanto toma alrededor de 1 s. (Esta es la razón original para la elección de la unidad de metro).

Para un péndulo extremadamente largo, la respuesta es, sin embargo, un valor finito, y se corresponde con la situación del 26.

Desafío 534, página 341: En general, el cuerpo se mueve a lo largo de una elipse (como los planetas alrededor del Sol), pero con el punto fijo como centro. A diferencia de los planetas, en el que el Sol está en un *foco* de la elipse y hay un perihelio y afelio, tal cuerpo se mueve *simétricamente* alrededor del *centro* de la elipse. En casos especiales, el cuerpo se mueve hacia atrás y hacia adelante a lo largo de un segmento recto.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 536, página 341: Esto se deduce de la fórmula en que la frecuencia de una cadena está dada por $f = \sqrt{T/\mu}/(2l)$, donde T es la tensión, μ es la densidad de masa lineal, y l es la longitud de una cadena. Esto se discute en el hermoso documento de G. Barnes, *Física y tamaño de los sistemas biológicos*, El profesor de física 27, pp. 234–253, 1989.

Desafío 538, página 342: El sonido de un trueno o del tráfico de coches adquiere frecuencias más y más bajas al aumentar la distancia.

Desafío 541, página 343: Ninguna; ambas posibilidades están en contra de las propiedades del agua: en las ondas de superficie, las moléculas de agua se mueven en círculos.

Desafío 542, página 343: Los nadadores son capaces de cubrir 100 m en 48 s, o una velocidad ligeramente mejor que 2 m/s. (Un nadador con aletas puede alcanzar poco más de 3 m/s.) Con una longitud corporal de aproximadamente de 1,9 m, la velocidad crítica es de 1,7 m/s. Es por eso que la natación de corta distancia depende del entrenamiento; para distancias más largas la técnica juega un papel más importante, ya que la velocidad crítica no se ha alcanzado todavía. La fórmula también predice que en la distancia de 1500 m, un nadador de 2 m de altura tiene una ventaja potencial de más de 45 s en otro con la altura corporal de 1,8 m. Además, los nadadores más altos tienen una ventaja adicional: nadan distancias más cortas en las piscinas (¿por qué?). Por tanto, se prevé que los nadadores de éxito de larga distancia se volverán más altos con el tiempo. Esto es una lástima para un deporte que hasta ahora podría decir que ha tenido campeones de todos los tamaños y formas del cuerpo, a diferencia de muchos otros deportes.

Desafío 545, página 345: Para reducir la reflexión del ruido y por lo tanto los efectos sala. Ellos difunden de manera efectiva los frentes de onda que llegan.

Desafío 547, página 345: Las ondas en un río nunca son elípticas; permanecen circulares.

Desafío 548, página 346: La lente es un cojín de material que es 'transparente' al sonido. La velocidad del sonido es más rápida en el cojín que en el aire, en contraste con una lente de cristal, en donde la velocidad de la luz es más lenta en el vidrio. La forma es por tanto diferente: el cojín debe verse como una lente bicóncava.

Desafío 549, página 346: Los experimentos muestran que el sonido no depende de los flujos de aire (averigüe cómo), pero sí depende del sonido externo presente. El sonido es debido a la amplificación selectiva por las resonancias resultantes de la geometría de la forma de la concha.

Desafío 550, página 346: El Sol está siempre en una posición diferente a la que observamos que esté. ¿Cuál es la diferencia, medida en diámetros angulares del Sol? A pesar de esta diferencia de posición, el momento del amanecer viene determinado por la posición del horizonte, no por la posición del Sol. (Imagine que no fuera así: en tal caso en ese caso una habitación no se oscurecería cuando la ventana está cerrada, sino ocho minutos más tarde ...) En resumen, no hay un efecto medible de la velocidad de la luz con el amanecer.

Desafío 553, página 347: Una visión general de los sistemas se está probando en la actualidad se encuentra en K. -U. Graw, *Energiereservoir Ozean*, Physik in unserer Zeit **33**, pp. 82–88, Febrero 2002. Véase también *Océanos de electricidad -. las nuevas tecnologías convierten el movimiento de olas en vatios*, Science News **159**, pp. 234–236, April 2001.

Desafío 554, página 348: En la vida cotidiana, la suposición puede estar justificarse, ya que cada punto puede ser aproximadamente representado por un átomo, y los átomos pueden estar seguidos. La suposición es cuestionable en situaciones tales como las turbulencias, donde no todos los puntos se pueden asignar a los átomos, y sobre todo, en el caso del movimiento del propio vacío. En otras palabras para las ondas de gravedad, y en particular para la teoría cuántica de las ondas de gravedad, la suposición no está justificada.

Desafío 560, página 357: Hay muchos. Uno sería que el coeficiente de reflexión y por lo tanto el de transmisión para las ondas fuera casi independiente de la longitud de onda.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 561, página 359: Una gota con un diámetro de 3 mm podría cubrir una superficie de 7,1 m^2 con una película de 2 nm.

Desafío 562, página 363: El viento romperá los árboles altos que son demasiado delgados. A los árboles pequeños y también delgados, el viento no les causa daño.

Desafío 563, página 363: La altura crítica para una columna de material viene dada por $h^4_{\text{crit}} = \frac{\beta}{4\pi g} m \frac{E}{\rho^2}$, donde $\beta \approx 1{,}9$ es la constante determinada por el cálculo cuando una columna se pandea bajo su propio peso.

Desafío 565, página 364: Una posibilidad es describir las partículas como nubes; otra, está dada en la última parte del texto.

Ref. 257 **Desafío 566**, página 366: Los resultados se mueven en un rango entre 1 y $8 \cdot 10^{23}$.

Desafío 568, página 370: Compruebe sus respuestas con el texto delicioso por P. Goldrich, S. Mahajan & S. Phinney, *Orden de magnitud Física: Entender el mundo con Análisis dimensional, conjeturas, y mentiras sin importancia*, disponible en Internet.

Desafío 569, página 370: El vidrio se fractura haciéndose añicos, el vidrio es elástico, el vidrio presenta ondas sonoras transversales, el vidrio no fluye (a diferencia de lo que se dice en muchos libros), ni siquiera en una escala de siglos, las moléculas de vidrio están fijas en el espacio, el vidrio es cristalino a distancias pequeñas, una plancha de vidrio apoyada en sus extremos no se pandea.

Desafío 570, página 371: Ningún hilo metálico permite la construcción de un cable tan largo. Sólo la idea de los nanotubos de carbono ha aumentado la esperanza de nuevo; un sueño de material basado en ellos, más fuerte que cualquier material conocido hasta ahora. Sin embargo, no hay tal material, aún se desconoce. El sistema se enfrenta a muchos peligros, como defectos de fabricación, rayos, tormentas, meteoritos y desechos espaciales. Todos podrían conducir a la ruptura de los cables - si alguna vez existieran dichos cables. Pero el mayor de todos los peligros es la falta de dinero para construirlo.

Desafío 571, página 371: El cubo 3×3×3 tiene un sistema rígido de tres ejes perpendiculares, en la que un cuadrado puede girar a cada uno de los 6 extremos. Las otras piezas se unen a las piezas en movimiento alrededor de esos ejes. El cubo 4 × 4 × 4 es diferente, sin embargo; averígüelo. A partir de 7 × 7 × 7 en adelante, las partes no tienen todas el mismo tamaño o forma. El actual límite en el número de segmento en 'cubos' disponibles en el mercado es de 17 × 17 × 17! Se puede encontrar en www.shapeways.com/shops/oskarpuzzles. El sitio www.oinkleburger.com/Cube/applet permite jugar con cubos virtuales de hasta 100 × 100 × 100, y más.

Desafío 574, página 372: Se generaría un sismo mediano-grande.

Desafío 575, página 372: Una estalactita contiene un canal fino a lo largo de su eje a través del cual el agua fluye, mientras que una estalagmita es totalmente maciza.

Desafío 576, página 373: Alrededor de un 1 por mil.

Desafío 578, página 374: A pesar de que el núcleo de hierro de la Tierra se formó por recogida del hierro de colisiones de asteroides que luego se hundieron en el centro de la Tierra, el sistema no funcionará hoy: en su juventud, la Tierra era mucho más líquida que hoy. El hierro, muy probablemente no se hundiría. Además, no hay manera conocida para construir una sonda de medición que pueda enviar fuertes ondas sonoras suficientes para este esquema. La resistencia a la temperatura también es un problema, pero esto puede ser solucionable.

Desafío 580, página 377: Los átomos no son infinitamente duros, como demuestra la teoría
Vol. IV, página ?? cuántica. Los átomos son más similares a nubes deformables.

Desafío 583, página 387: Si no hay fricción (rozamiento), los tres métodos funcionan igual de rápido, incluyendo el de más a la derecha.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 586, página 389: La constante k se deduce de la conservación de la energía y de la masa que:

$$k = \sqrt{\frac{2}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}} \,. \tag{159}$$

Las secciones transversales se designan por A y el subíndice 1 se refiere a cualquier punto alejado de la constricción, y el subíndice 2 a la constricción.

Desafío 589, página 395: La presión destruye los pulmones. El submarinismo sólo es posible en aguas superficiales, ¡nunca bajo el agua!. Este experimento, ¡aún encierra peligro haciéndolo en su propia bañera!. La respiración mediante un tubo largo solamente es posible si se bombea aire sirviéndose de una bomba en la superficie a una presión correcta.

Desafío 591, página 396: Algunas personas notan que en algunos casos la fricción es demasiado alta, y empiezan a chupar en un extremo del tubo para obtener inicio del flujo; mientras lo hacen, pueden inhalar o tragar gasolina, que es venenosa.

Desafío 596, página 399: El cálculo da $N = J/j = (0{,}0001\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s})/(7\,\mu\mathrm{m}^2 0{,}0005\,\mathrm{m/s})$, o alrededor de $6 \cdot 10^9$; en realidad, el número es mucho mayor, ya que la mayoría de los capilares están cerradas en un instante dado. El enrojecimiento de la cara muestra lo que sucede cuando todos los pequeños vasos sanguíneos se abren al mismo tiempo.

Desafío 597, página 400: Tirar la piedra hace que el nivel baje, arrojar el agua o la pieza de madera no produce cambio de nivel.

Desafío 598, página 400: La nave se eleva más alto en el cielo. (¿Por qué?)

Desafío 600, página 400: El movimiento de un globo de helio es opuesta a la de un globo lleno de aire o a la de las personas: el globo de helio se mueve hacia el lado delantero cuando el coche se acelera y en la parte trasera cuando el desacelera de automóviles. Se comporta de manera diferente, incluso en las curvas. Varias películas en Internet muestran los detalles.

Desafío 603, página 400: Las bombas trabajaban mediante succión; pero la presión de aire sólo permite 10 m de desnivel para tales sistemas.

Desafío 604, página 400: Este argumento sólo es comprensible si se recuerda que 'el doble de la cantidad', significa 'el doble de moléculas'.

Desafío 605, página 400: El alcohol se congela y el chocolate se pone alrededor de él.

Desafío 606, página 401: El autor sugiere en una vieja edición que una máquina debería basarse en las mismas máquinas que proyectan los platos de arcilla utilizados en los deportes de tiro al plato y tiro al pichón. Mientras tanto, Lydéric Bocquet y Christophe Clanet han construido una máquina de este tipo, pero utilizando un diseño diferente; una imagen se pueden encontrar en el sitio web ilm-perso.univ-lyon1.fr/~lbocquet.

Desafío 607, página 401: El tercer componente del *aire* es el gas noble argón, lo que representa aproximadamente el 1 %. Una lista más larga de los componentes se da en la Tabla 62.

Desafío 608, página 401: La *cavidad pleural* entre los pulmones y el tórax está permanentemente por debajo de la presión atmosférica, por lo general 5 mbar, incluso 10 mbar en la inspiración. Un agujero en él, formado por ejemplo por una bala, una espada o un accidente, lleva al colapso del pulmón - el llamado *neumotórax* - y muchas veces hasta la muerte. Las Operaciones a pecho abierto sobre las personas sólo han sido posibles después de que el cirujano Ferdinand Sauerbruch aprendió en 1904 cómo lidiar con el problema. Hoy en día, sin embargo, los cirujanos mantienen el pulmón bajo una presión *superior* a la atmosférica hasta que todo se sella de nuevo.

Desafío 609, página 402: La fuente mostrada en la figura se inicia mediante el vertido de agua en el recipiente superior. La fuente utiliza entonces la presión de aire creada por el agua que fluye

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Composición

TABLA 62 *gaseosa* del aier *eco* , en la *actualidad* [a] (fuentes: NASA, IPCC).

Gas	Símbolo	Partes por volumen [b]
Nitrógeno	N_2	78.084 %
Oxígeno (dependiendo de la contaminación)	O_2	20.946 %
Argón	Ar	0.934 %
Dióxido de Carbono (en gran medida debido a la contaminación producida por los humanos)	CO_2	403 ppm
Neón	Ne	18.18 ppm
Helio	He	5.24 ppm
Metano (Principalmente debida a contaminación humana)	CH_4	1.79 ppm
Kriptón	Kr	1.14 ppm
Hidrógeno	H_2	0.55 ppm
Óxido Nitroso (Principalmente debida a contaminación humana)	N_2O	0.3 ppm
Monóxido de Carbono (parcialmente debida a contaminación humana)	CO	0.1 ppm
Xenón	Xe	0.087 ppm
Ozono (fuertemente influenciada por la contaminación humana)	O_3	0 to 0.07 ppm
Dióxido de Nitrógeno (Principalmente debida a contaminación humana)	NO_2	0.02 ppm
Iodo	I_2	0.01 ppm
Amoniaco (Principalmente debida a la contaminación humana)	NH_3	traces
Radón	Ra	traces
Halocarburos y otros compuestos de flúor (todos son contaminantes humanos)	20 types	0.0012 ppm
El mercurio, otros metales, compuestos de azufre, otros compuestos orgánicos (todos contaminantes humanos)	numerosos	concentración variable

a. El *aire* húmedo puede contener hasta un 4 % de vapor de agua, dependiendo del clima. *Aparte de los gases*, el aire puede contener gotitas de agua, hielo, arena, polvo, polen, esporas, ceniza volcánica, ceniza de los incendios forestales, ceniza de los combustible, partículas de humo, meteoritos y partículas de rayos cósmicos. *Durante la historia* de la Tierra, la composición gaseosa varió fuertemente. En particular, el oxígeno es parte de la atmósfera solo en la segunda mitad de la vida de la Tierra.
b. La abreviatura *ppm* significa 'partes por millón'.

hacia abajo.

Desafío 610, página 402: Sí. Sin embargo la bombilla no resistirá dos de tales coches.

Desafío 611, página 402: El radón es aproximadamente 8 veces más pesado que el aire; es el gas más denso conocido. En comparación, Ni(CO) es 6 veces, $SiCl_4$ 4 veces más pesado que el aire. El vapor de mercurio (obviamente también un gas) es 7 veces más pesado que el aire. En

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

FIGURA 326 Una manera de ir frontalmente contra el viento con energía eólica (© Tobias Klaus).

comparación, el vapor de bromo es 5,5 veces más pesado que el aire.

Desafío 613, página 402: Sí, como demuestra el *ventomóvil* de la Figura 326. Se logra la hazaña para bajas velocidades de viento.

Desafío 614, página 402: Ninguna.

Desafío 616, página 403: Llevó las cuerdas a la cabina pasándolos a través de mercurio líquido.

Desafío 618, página 404: No hay soluciones oficiales para estas preguntas; simplemente revise cuidadosamente sus suposiciones y cálculos. Internet está llena de este tipo de cálculos.

Desafío 619, página 404: El jabón fluye hacia abajo en la pompa, por lo que es más gruesa en la parte inferior y más delgada en la parte superior, hasta que alcanza el grosor de dos capas moleculares. Más tarde, estalla.

Desafío 620, página 404: La temperatura conduce a la evaporación del líquido involucrado, y el

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

vapor evita el contacto directo entre los dos cuerpos no gaseosos.

Desafío 621, página 405: Para que esto suceda, la fricción tendría que existir en la escala microscópica y la energía debería desaparecer.

Desafío 622, página 405: El embudo más largo se vacía antes que el corto. (Si no lo cree, compruébelo.) En el caso de que la cantidad de agua en la salida del embudo pueda despreciarse, se puede utilizar la conservación de energía para el movimiento fluido. Esto produce la famosa ecuación de Bernoulli $p/\rho + gh + v^2/2 = \text{const}$, donde p es la presión, ρ la densidad del agua, y g es 9,81 m/s^2. Por lo tanto, la velocidad v es mayor para longitudes mayores h de la parte delgada y recta del embudo: el embudo más largo se vacía primero.

Pero esto es extraño: la fórmula da una relación de caída libre simple, como la presión de *aire* es la misma por encima y por debajo, desaparece del cálculo. La expresión para la velocidad es por lo tanto independiente de si un tubo está presente o no. La razón verdadera para el vaciado más rápido del tubo es por tanto que, el tubo fuerza a fluir más cantidad de agua fuera del mismo que si éste no estuviera. Sin tubo, el diámetro del flujo de agua *disminuiría* durante la caída. Con el tubo, se mantiene *constante*. Esta diferencia conduce a un más rápido vaciado para tubos más largos.

Alternativamente, se puede ver en el valor de la presión del *agua* dentro del embudo. Usted descubrirá que la presión del agua es más baja en el inicio del tubo de salida. Esta presión interna de agua es menor para los tubos más largos y succiona el agua más rápido en esos casos.

Desafío 623, página 405: Los ojos de los peces están posicionados de tal manera que la reducción de la presión por el flujo es compensado por el aumento de presión del cubículo. Por cierto, el corazón está posicionado de tal manera que es ayudado por la subpresión.

Desafío 625, página 406: Esta hazaña se ha logrado para las montañas más bajas, como el Mont Blanc en los Alpes. En la actualidad, sin embargo, no hay manera de flotar con seguridad en las grandes alturas de los Himalayas.

Desafío 627, página 406: Presione el pañuelo en el vaso, y baje el vaso en el agua con la boca en primer lugar, mientras se mantiene la boca horizontal. Este método también se utiliza para las personas más bajas por debajo del mar. La bola de papel en la botella volará hacia usted. Soplando en un embudo se mantendrá la pelota de pimpón firmemente en su lugar, y tanto más cuanto más fuerte sople. Soplando a través de un embudo hacia una vela hará que se incline hacia usted.

Desafío 633, página 417: En 5000 millones años, el presente procedimiento se detendrá, y el Sol se convertirá en una gigante roja. Pero arderá muchos años más después de eso.

Desafío 634, página 418: Bernoulli argumentó que la temperatura describe la energía cinética promedio de los componentes del gas. A partir de la energía cinética, dedujo la cantidad promedio de movimiento de los constituyentes. Una cantidad de movimiento promedio conduce a la presión. Agregando los detalles nos lleva a la relación ideal de los gases.

Desafío 635, página 419: La respuesta depende del tamaño de los globos, ya que la presión no es una función monótona del tamaño. Si el globo más pequeño no es demasiado pequeño, el globo más pequeño gana.

Desafío 638, página 420: Se mide el área de contacto entre los neumáticos (los cuatro) y la calle y luego se multiplica por 200 kPa, la presión habitual de neumáticos. Así se obtiene el peso del coche.

Desafío 642, página 423: Si el desplazamiento cuadrático medio es proporcional al tiempo, el líquido está hecho de partículas más pequeñas. Esto fue confirmado por los experimentos de Jean Perrin. El siguiente paso para deducir el número de estas partículas es a partir de la constante de proporcionalidad. Esta constante, definida por $\langle d^2 \rangle = 4Dt$, se llama la constante de difusión (el factor 4 es válido para movimiento al azar en dos dimensiones). La constante de difusión se puede determinar observando el movimiento de una partícula bajo el microscopio.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Estudiamos una partícula browniana de radio a. En dos dimensiones, su desplazamiento cuadrático viene dado por

$$\langle d^2 = \rangle \frac{4kT}{\mu} t \,, \tag{160}$$

donde k es la constante de Boltzmann y T la temperatura. La relación se deduce mediante el estudio del movimiento de una partícula con fuerza de arrastre $-\mu v$ que está sujeta a golpes aleatorios. El coeficiente de arrastre lineal μ de una esfera de radio a viene dada por

$$\mu = 6\pi\eta a \,, \tag{161}$$

donde η es la viscosidad cinemática. En otras palabras, se tiene que

$$k = \frac{6\pi\eta a}{4T} \frac{\langle d^2 \rangle}{t} \,. \tag{162}$$

Todas las cantidades a la derecha pueden ser medidas, permitiendo así determinar la constante k de Boltzmann. Puesto que la relación del gas ideal muestra que la constante de gas ideal R está relacionada con la constante de Boltzmann por $R = N_A k$, la constante de Avogadro N_A que da el número de moléculas en un mol también se encuentra de esta forma.

Desafío 646, página 432: La posibilidad de inversión de movimiento para todos los fenómenos observados es realmente una propiedad fundamental de la naturaleza. Se ha confirmado para todas las interacciones y todos los experimentos realizados. Independientemente de ello es el hecho, que la realización de la inversión pueda ser extremadamente difícil, porque invertir el movimiento de muchos átomos a menudo no es factible.

Desafío 647, página 433: Esta es una pregunta con trampa. Para una buena aproximación, cualquier caja resistente al agua es un ejemplo. Sin embargo, si nos preguntamos por la precisión total, todos los sistemas irradian una cierta energía, pierden algunos átomos o partículas y el espacio se curva; *no* existen los sistemas *ideales* cerrados.

Desafío 652, página 435: Vamos a descubrir más tarde que el universo no es un sistema físico; entonces el concepto de entropía no se aplica al mismo. Por lo tanto, el universo no es ni aislado ni cerrado.

Vol. VI, página ??

Desafío 654, página 437: La clara de huevo comienza a endurecer a temperatura inferior a la yema, pero para el endurecimiento completo, lo opuesto es verdad. La clara se endurece *por completo* a 80°C, la yema de huevo se endurece considerablemente entre 66 y 68°C. Cozamos un huevo en la última temperatura, y la hazaña es posible; la clara sigue siendo líquida, pero no permanece transparente, sin embargo. Tenga en cuenta una vez más que el tiempo de cocción no juega ningún papel, sólo el valor preciso de la temperatura.

Desafío 656, página 437: Sí, el efecto es fácilmente perceptible.

Desafío 659, página 437: El aire caliente es menos denso y por lo tanto quiere subir.

Desafío 660, página 437: Mantenga el papel mojado.

Desafío 661, página 437: La fusión del hielo a 0°C en agua a 0°C toma 334 kJ/kg. El enfriamiento de agua de 1°C o 1 K produce 4,186 kJ/kgK. Por lo tanto, el agua caliente debe enfriarse a 20,2°C para derretir el hielo, de modo que la temperatura final de mezclado sea de 10,1°C.

Desafío 662, página 438: El aire tenía que ser seco.

Desafío 663, página 438: En general, es imposible trazar una línea a través de tres puntos. Dado que cero absoluto y el punto triple del agua se fijan en magnitud, era prácticamente una apuesta segura que el punto de ebullición no sería precisamente 100°C.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Desafío 664, página 438: No, porque una molécula de agua es más pesada que eso. Sin embargo, si se permite que el agua esté sucia, es posible. ¿Qué sucede si se toma en consideración el cuanto de acción?

Desafío 665, página 438: El peligro no es debido a la cantidad de energía, sino debido al tiempo en el que ella está disponible.

Desafío 666, página 439: Internet está lleno de soluciones.

Desafío 667, página 439: Hay 2^n secuencias posibles de lanzar n monedas. De las cuales, $n!/(\frac{n}{2}!)^2$ serán $n/2$ cara y $n/2$ cruz. Para una moneda no trucada, la probabilidad p de obtner $n/2$ cara en n tiradas es por tanto

$$p = \frac{n!}{2^n \left(\frac{n}{2}!\right)^2} \,. \tag{163}$$

Aproximando este resultado con la ayuda de la fórmula de Gosper $n! \approx \sqrt{(2n+\frac{1}{3})\pi}\,(\frac{n}{e})^n$ y teniendo

$$p \approx \frac{\sqrt{(2n+\frac{1}{3})\pi}\,(\frac{n}{e})^n}{2^n\left(\sqrt{(n+\frac{1}{3})\pi}\,(\frac{n}{2e})^{\frac{n}{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2n+\frac{1}{3}}}{(n+\frac{1}{3})\sqrt{\pi}} \,. \tag{164}$$

Para $n = 1\,000\,000$, se obtiene una probabilidad $p \approx 0{,}0007979$, por tanto un valor bastante menor entre $\frac{1}{1254}$ y $\frac{1}{1253}$.

Desafío 668, página 439: La entropía se podría definir para el universo como un todo solamente si el universo fuera un sistema cerrado. Pero, ¿el universo es cerrado?, ¿es un sistema?. Este asunto será discutido en lla parte final de nuestra aventura.

Desafío 671, página 440: Para este tipo de animales pequeños la temperatura del cuerpo caería demasiado bajo. No podrían comer lo suficientemente rápido para obtener la energía necesaria para mantenerse calientes.

Desafío 674, página 440: La respuesta depende del volumen, por supuesto. Pero varias familias murieron durante la noche porque habían modificado sus casas móviles para que fueran herméticas.

Desafío 675, página 441: Las sales metálicas en la ceniza actúan como catalizadores y el azúcar arde en vez de fundirse. Vea el vídeo del experimento en www.youtube.com/watch?v=BfBgAaeaVgk.

Desafío 680, página 441: Es de unos 10^{-9} la de la Tierra.

Desafío 682, página 442: El espesor de los pliegues en el cerebro, las burbujas en el pulmón, la densidad de los vasos sanguíneos y el tamaño de las células biológicas.

Desafío 683, página 442: El vapor de mercurio por encima del líquido se satura.

Desafío 684, página 442: Un proyecto dedicado de la NASA estudió esta cuestión. La Figura 327 da una comparación ejemplo. Puede encontrar más detalles en su web.

Desafío 685, página 442: Los riesgos debidos a las tormentas y los riesgos financieros son demasiado altos.

Desafío 686, página 442: El vórtice dentro del tubo es frío cerca de su eje y caliente en la región lejos desde el eje. A través de la membrana en el medio del tubo (mostrado en la Figura 285) sobre página 442) el aire de la región de eje es enviado a uno de los extremos y el aire de la región exterior hacia el otro extremo. El calentamiento de la región exterior se debe al trabajo que el aire que gira en el interior debe hacer en el aire exterior para conseguir una rotación que consume momento angular. Para una explicación detallada, ver el hermoso texto de MARK P. SILVERMAN,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

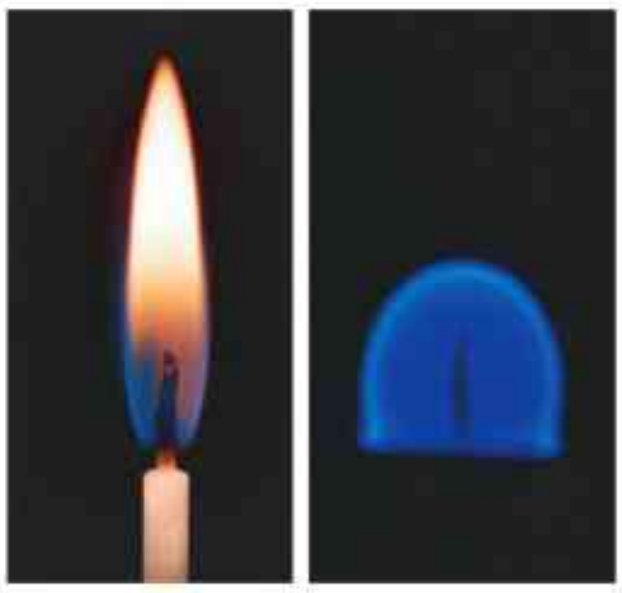


FIGURA 327 Una vela en la Tierra y en microgravedad (NASA).

And Yet it Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics, Cambridge University Press, 1993, p. 221.

Desafío 687, página 443: No.

Desafío 688, página 443: A la concentración máxima de masa posible, la entropía es, naturalmente, la más alta posible.

Desafío 689, página 443: Las unidades no corresponden.

Desafío 690, página 443: En el caso del agua, un par de vueltas mezclan la tinta, y girando hacia atrás aumenta la mezcla. En el caso de glicerina, un par de vueltas *parecen* mezclar la tinta, y girando hacia atrás se cancela la mezcla.

Desafío 691, página 444: Póngalos en la ropa.

Desafío 695, página 444: las Temperaturas negativas son una muleta conceptual definible sólo para sistemas con unos estados discretos; no son las temperaturas reales, porque no describen estados de equilibrio, y de hecho nunca se aplican a sistemas con un continuo de estados.

Desafío 696, página 445: Esto también es válido para la forma de los cuerpos humanos, el control cerebral del movimiento humano, el crecimiento de las flores, las olas del mar, la formación de nubes, los procesos que conducen a las erupciones volcánicas, etc.

Desafío 699, página 452: Consulte el rompecabezas sobre el movimiento de los chichones (moguls) de esquí.

Página 340

Desafío 704, página 457: En primer lugar, hay muchas más mariposas que tornados. En segundo lugar, los tornados no se basan en pequeñas perturbaciones iniciales de su apariencia. En tercer lugar, la creencia en el 'efecto mariposa' descuida completamente un aspecto de la naturaleza, que es esencial para la auto-organización: la fricción y la disipación. El 'efecto mariposa', asumiendo que exista, requeriría que la disipación en el aire debería tener propiedades completamente irreales. Este no es el caso en la atmósfera. Pero lo más importante de todo, no hay ninguna base experimental para el 'efecto': nunca se ha observado. Por lo tanto, no existe.

Desafío 714, página 467: No. La naturaleza no permite más de 20 dígitos de precisión, como descubriremos más adelante en nuestro caminar. Eso no es suficiente para un libro normal. La cuestión de si tal número puede ser parte de su propio libro por lo tanto desaparece.

Desafío 715, página 468: Las tres afirmaciones son una tontería. Un coeficiente de resistencia aerodinámica implica que el área transversal del coche se sabe con la misma precisión. Esto es realmente muy difícil de medir y mantener constante. De hecho, el valor de 0,375 para el Ford Escort era tramposo, como mostraron otras muchas medidas. El consumo de combustible es aún más ridículo, ya que implica que los volúmenes de combustible y las distancias se pueden medir con la misma precisión. Las encuestas de opinión que se tomen por teléfono en la mayoría de

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

2.000 personas; debido a las dificultades en la selección de una muestra representativa correcta, da una precisión a lo sumo del 3 %.

Desafío 717, página 470: El espacio-tiempo se define utilizando la materia; la materia se define utilizando el espacio-tiempo.

Desafío 718, página 470: El hecho es que la física se ha basado en una definición circular durante cientos de años. Por lo tanto, es posible construir incluso una ciencia exacta sobre la arena. Sin embargo, la eliminación de la circularidad es un objetivo importante.

Desafío 719, página 471: Cada medición es una comparación con un estándar; toda comparación requiere luz o algún otro campo electromagnético. Este es también el caso para las mediciones de tiempo.

Desafío 720, página 471: Cada medición de la masa es una comparación con un estándar; toda comparación requiere luz o algún otro campo electromagnético.

Desafío 721, página 471: Las mediciones de ángulos tienen las mismas propiedades que la longitud o las mediciones de tiempo.

Desafío 723, página 487: La masa es una medida de la cantidad de energía. El 'cuadrado de la masa' no tiene sentido.

Desafío 726, página 489: Alrededor de 10 μg.

Desafío 727, página 490: Probablemente la cantidad con la mayor variación es la masa donde un prefijo para 1 eV/c^2 sería útil, ya que sería uno para la masa total del universo, que es cerca de 10^{90} veces más grande.

Desafío 728, página 491: La fórmula con $n - 1$ es un mejor ajuste. ¿Por qué?

Desafío 731, página 492: ¡No! Son demasiado precisos tener sentido. Sólo se dan como una ilustración para el comportamiento de la distribución de Gauss. Las distribuciones de medición reales no son de Gauss a la precisión implícita en estos números.

Desafío 732, página 492: Cerca de 0,3 m/s. *No* 0,33 m/s, *ni* 0,333 m/s. Ni *tampoco* cualquier cadena más larga de treses!.

Desafío 734, página 498: La desaceleración varía *cuadráticamente* con el tiempo, ya que cada nueva desaceleración se suma a la anterior!

Desafío 735, página 499: No, sólo las propiedades de las partes del universo están listadas. El universo mismo no tiene propiedades, como se muestra en el último volumen.

Vol. VI, página ??

Desafío 736, página 563: Por ejemplo, la velocidad dentro de la materia se hace más lenta, pero entre los átomos, la luz sigue viajando con la velocidad de vacío.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Bibliografía

« Aiunt enim multum legendum esse, non multa. »
Plinio, *Epistulae*.*

1 Para una historia de la ciencia en la antigüedad, véase Lucio Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, 1996, disponible también en otros varios idiomas. Citado en la página 16.

2 Si lo que quiere es conseguir un título de Bachiller física escolar, la introducción más clara y más corta en todo el mundo es un texto de una escuela independiente, disponible en inglés y otros varios idiomas, escrito por un investigador que ha dedicado toda su vida a la enseñanza de la física en la escuela, junto a su equipo universitario: Friedrich Herrmann, *The Karlsruhe Physics Course*, libre par ser descargado en inglés, español, ruso, italiano y chino en www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/index_en.html. Es uno de los pocos textos de escuela secundaria que cautiva y sorprende aún a los físicos profesionales. (El artículo de 2013 sobre este libro, de C. Strunk & K. Rincke, *Zum Gutachten der Deutschen Physikalischen Gesellschaft über den Karlsruher Physikkurs*, disponible en Internet, contiene muchos puntos interesantes y es esclarecedor para todos los físicos.) Esto mismo puede decirse del magnífico texto de su audaz compañero Friedrich Herrmann & Georg Job, *Historical Burdens on Physics*, cuyo contenido es también de libre disposición en el sitio web Karlsruhe, en inglés y varios idiomas más.

Un bonito libro explicando la física y muchas de sus aplicaciones en la naturaleza y la tecnología expuesto de manera meticulosa y realista es Paul G. Hewitt, John Suchocki & Leslie A. Hewitt, *Conceptual Physical Science*, Bejamin/Cummings, 1999.

Una gran introducción es Klaus Dransfeld, Paul Kienle & Georg Kalvius, *Physik 1: Mechanik und Wärme*, Oldenburg, 2005.

Una famosa serie de libros por su pasión y por su curiosidad es la obra de Richard P. Feynman, Robert B. Leighton & Matthew Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison Wesley, 1977. El volumen se puede leer gratuitamente online en www.feynmanlectures.info.

Sobre el movimiento, mucho se puede aprender de los libros de preguntas y respuestas. Uno de los mejores lo compone la bien estructurada colección de bonitos problemas, que no requieren matemáticas, escrito por Jean-Marc Lévy-Leblond, *La physique en questions – mécanique*, Vuibert, 1998.

Otra excelente colección de preguntas y respuesta es la de Yakov Perelman, *Oh, la physique*, Dunod, 2000, una traducción del original en ruso.

* 'Lee mucho, pero no todo.' Ep. 7, 9, 15. Gaius Plinius Secundus (b. 23/4 Novum Comum, d. 79 erupción del Vesubio), escritor romano, especialmente famoso por su extenso trabajo, especialmente científico *Historia naturalis*, que ha sido traducido y leído durante al menos 2000 años.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Un buen libro de problemas es W. G. Rees, *Physics by Example: 200 Problems and Solutions*, Cambridge University Press, 1994.

Una buena historia sobre las ideas de la física, la constituye el excelente texto de David Park, *The How and the Why*, Princeton University Press, 1988.

Una excelente introducción a la física es Robert Pohl, *Pohl's Einführung in die Physik*, Klaus Lüders & Robert O. Pohl editors, Springer, 2004, en dos volúmenes con CDs. Se trata de una nueva edición de hace más de 70 años; pero la calidad didáctica, en particular de la parte experimental de la física, es insuperable.

Otro excelente libro ruso de problemas de física es el conocido *Saraeva*, el cual parece existir solamente traducido al español: B.B. Bújovtsev, V.D. Krívchenkov, G.Ya. Miákishev & I.M. Saráeva *Problemas seleccionados de física elemental*, Mir, 1979.

Otro buen libro de problemas de física es Giovanni Tonzig, *Cento errori di fisica pronti per l'uso*, Sansoni, third edition, 2006. Véase también su website www.giovannitonzig.it. Citado en las páginas 16, 131, 234, 345 y 569.

3 Se puede consultar un resumen de trucos sobre el movimiento en la excelente website www.michaelbach.de/ot. La figura de la ilusión del movimiento complejo que se encuentra en www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html; es una ligera variación del original de Kitaoka Akiyoshi en www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka/rotsnake.gif, publicada como A. Kitaoka & H. Ashida, *Phenomenal characteristics of the peripheral drift illusion*, Vision **15**, pp. 261–262, 2003. Un engaño común es la afirmación de que la ilusión es causada por, o depende del esfuerzo. Citado en la página 18.

4 Estas y otras ilusiones fantásticas también se encuentran en Akiyoshi Kitaoka, *Trick Eyes*, Barnes & Noble, 2005. Citado en la página 18.

5 Un principio bien conocido de las ciencias sociales afirma que, propuesta una pregunta, para cada posible respuesta, no obstante por rara que pudiera parecer, habrá alguien - y frecuentemente un grupo completo - que la mantendrá como su opinión. Solamente se debe revisar la literatura (o Internet)para confirmarlo.

Sobre la conducta de grupo en general, ver R. Axelrod, *The Evolution of Cooperation*, Harper Collins, 1984. La propagación y aceptación de las ideas, como las de la física, también constituyen un ejemplo de la cooperación humana, con todos sus potenciales peligros y debilidades. Citado en la página 18.

6 Todos los textos conocidos de Parménides y Heráclito se pueden encontrar en Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio-Gallimard, 1988. Opiniones sobre la no-existencia del movimiento también han sido puestas de manifiesto por autores mucho más modernos y mucho más despreciables, tal como en 1710 por Berkeley. Citado en la página 18.

Vol. III, página 351

7 Un ejemplo de gente preocupada por Zenón es ofrecido por William McLaughlin, *Resolving Zeno's paradoxes*, Scientific American pp. 66–71, November 1994. El debate real no era sobre una mano abofeteando una cara, sino sobre una flecha dando en el blanco. Ver también Ref. 65. Citado en la página 19.

8 El texto completo de *La Beauté* y los otros poemas de *Les fleurs du mal*,, uno de los libros de poesía de mayor calidad jamás escrito, se puede encontrar en la website hypermedia.univ-paris8.fr/bibliotheque/Baudelaire/Spleen.html. Citado en la página 20.

9 Una famosa colección de ejemplos interesantes sobre el movimiento de la vida cotidiana es el de Jearl Walker, *The Flying Circus of Physics*, Wiley, 1975. Su website es www.flyingcircusofphysics.com. Otro bonito libro es Christian Ucke & H. Joachim Schlichting, *Spiel, Physik und Spaß – Physik zum Mitdenken und Mit-*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

machen, Wiley-VCH, 2011. Para más efectos físicos interesantes de la vida diaria, ver ERWEIN FLACHSEL, *Hundertfünfzig Physikrätsel*, Ernst Klett Verlag, 1985. El libro también incluye varios rompecabezas de relojes, en los rompecabezas números 126 a 128. Citado en la página 20.

10 Hay una concisa e informativa introducción a la historia de la física clásica en el primer capítulo del libro de FLOYD KARKER RICHTMYER, EARLE HESSE KENNARD & JOHN N. COOPER, *Introduction to Modern Physics*, McGraw-Hill, 1969. Citado en la página 21.

11 Un introducción a la comprensión de la investigación se encuentra en E. BRUCE GOLDSTEIN, *Perception*, Books/Cole, 5th edition, 1998. Citado en las páginas 23 y 28.

12 Un buen resumen sobre los argumentos utilizados para probar la existencia de dios a través del movimiento lo ofrece MICHAEL BUCKLEY, *Motion and Motion's God*, Princeton University Press, 1971. La intensidad de las batallas llevadas a cabo sobre estos intentos fallidos, constituyen uno de los capítulos tragicómicos de la historia. Citado en la página 23.

13 TOMÁS DE AQUINO, *Summa Theologiae* o *Summa Theologica*, 1265–1273, online en Latín en www.newadvent.org/summa, in English on several other servers. Citado en la página 23.

14 Para una exploración de los movimientos 'internos', véase el bonito texto de RICHARD SCHWARTZ, *Internal Family Systems Therapy*, The Guilford Press, 1995. Citado en la página 23.

15 Para una acreditada descripción sobre el apropiado desarrollo de movimientos en los bebés y sobre cómo ello lleva a una naturaleza saludable, ver EMMI PIKLER, *Laßt mir Zeit - Die selbstständige Bewegungsentwicklung des Kindes bis zum freien Gehen*, Pflaum Verlag, 2001, y sus otros libros. Consultar también la website www.pikler.org. Citado en la página 23.

16 Ver el fascinante texto de DAVID G. CHANDLER, *The Campaigns of Napoleon – The Mind and Method of History's Greatest Soldier*, Macmillan, 1966. Citado en la página 23.

17 RICHARD MARCUS, *American Roulette*, St Martin's Press, 2003, un thriller y una historia real. Citado en la página 23.

18 Un buen y divertido libro sobre el cambio de conducta es el bien conocido texto de RICHARD BANDLER, *Using Your Brain for a Change*, Real People Press, 1985. Ver también RICHARD BANDLER & JOHN GRINDER, *Frogs into princes – Neuro Linguistic Programming*, Eden Grove Editions, 1990. Citado en las páginas 23 y 36.

19 Un bonito libro sobre los mecanismos del crecimiento humano, desde la célula primaria a su tamaño completo, es LEWIS WOLPERT, *The Triumph of the Embryo*, Oxford University Press, 1991. Citado en la página 23.

20 Sobre el tema de armonía y equilibrio, ver por ejemplo, los numerosos libros sobre la técnica Alexander, tal como M. GELB, *Body Learning – An Introduction to the Alexander Technique*, Aurum Press, 1981, and RICHARD BRENNAN, *Introduction to the Alexander Technique*, Little Brown and Company, 1996. Entre otras, la idea de la técnica Alexander es volver a la situación a la que los grupos de músculos necesarios para el sostenimiento y para el movimiento sean utilizados solamente para esas respectivas funciones y no al contrario. Cualquier tensión muscular innecesaria, tal como la rigidez de cuello, es una pérdida de energía debido a la utilización de músculos de sostenimiento para el movimiento y músculos que debieran ser para el movimiento, sean usados para el sostenimiento. La técnica enseña la forma de volver al uso natural de los músculos.

El movimiento de los animales fue extensamente discutido ya en el siglo XVII

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

por G. Borelli, *De motu animalium*, 1680. Un ejemplo de enfoque más moderno es J. J. Collins & I. Stewart, *Hexapodal gaits and coupled nonlinear oscillator models*, Biological Cybernetics **68**, pp. 287–298, 1993. Ver también I. Stewart & M. Golubitsky, *Fearful Symmetry*, Blackwell, 1992. Citado en las páginas 26 y 132.

21 Los resultados sobre el desarrollo de los niños, mencionados hasta ahora y en lo sucesivo, han sido sacados principalmente de los estudios iniciados por Jean Piaget; para más detalles sobre desarrollo de los niños, ver más adelante. En www.piaget.org se puede encontrar la página por la Jean Piaget Society. Citado en las páginas 27, 44 y 45.

Vol. III, página 275

22 El cerebro primitivo (¿come? ¿huye? ¿ignora?), también llamado R-complex, cerebro reptil o paleoencéfalo, incluye el bulbo raquídeo,, el cerebelo, los ganglios basales y el tálamo; el cerebro de los viejos mamíferos (emociones), también conocido como sistema límbico, contiene la amígdala (o cuerpo amigdalino), el hipotálamo y el hipocampo; el cerebro de los humanos (racionales) (y los primates), llamado neocórtex, contiene la famosa materia gris. Para imágenes del cerebro, consultar el atlas de John Nolte, *The Human Brain: An Introduction to its Functional Anatomy*, Mosby, fourth edition, 1999. Citado en la página 28.

23 La película formada por la parte inferior izquierda puede ser reproducida en ordenador tras introducir las siguientes líneas en el paquete de software matemático: Citado en la página 28.

```
« Graphics'Animation'
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
  frame[[n,y,x]]=back[[y,x-n]] ],
     {x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
  Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
  DisplayFunction-> Identity],   {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

Pero nuestro sistema de detección de movimiento es mucho más potente que el ejemplo mostrado en las esquinas inferior izquierda. La siguiente, película distinta, establece la diferencia.

```
« Graphics'Animation'
Nxpixels=72; Nypixels=54; Nframes=Nxpixels 4/3;
Nxwind=Round[Nxpixels/4]; Nywind=Round[Nypixels/3];
front=Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
back =Table[Round[Random[]],{y,1,Nypixels},{x,1,Nxpixels}];
frame=Table[front,{nf,1,Nframes}];
Do[ If[ x>n-Nxwind && x<n && y>Nywind && y<2Nywind,
  frame[[n,y,x]]=back[[y,x]] ],
     {x,1,Nxpixels}, {y,1,Nypixels}, {n,1,Nframes}];
film=Table[ListDensityPlot[frame[[nf]], Mesh-> False,
  Frame-> False, AspectRatio-> N[Nypixels/Nxpixels],
  DisplayFunction-> Identity],   {nf,1,Nframes}]
ShowAnimation[film]
```

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Experimentos similares, por ejemplo, utilizando aleatoriamente patrones al azar, muestra que el ojo percibe movimiento aún en casos donde todos los componentes de Fourier de la imagen son prácticamente cero; tal movimiento de imagen se conoce como *equilibrio de deriva* o movimiento *no-Fourier*. Se presentan varios ejemplos en J. Zanker, *Modelling human motion perception I: Classical stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 156–163, 1994, and J. Zanker, *Modelling human motion perception II: Beyond Fourier motion stimuli*, Naturwissenschaften **81**, pp. 200–209, 1994. Las investigaciones modernas han ayudado a encontrar las correspondientes estructuras neuronales, tal como se muestra en S. A. Baccus, B. P. Olveczky, M. Manu & M. Meister, *A retinal circuit that computes object motion*, Journal of Neuroscience **28**, pp. 6807–6817, 2008.

24 Todos los fragmentos de Heráclito provienen de John Mansley Robinson, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5. Citado en la página 29.

25 Sobre el aparejo de poleas, véanse las explicaciones de Donald Simanek en http://www.lhup.edu/~dsimanek/TTT-fool/fool.htm. Citado en la página 35.

26 Un resumen sobre estos bonitos puzles se encuentra en E. D. Demaine, M. L. Demaine, Y. N. Minski, J. S. B. Mitchell, R. L. Rivest & M. Patrascu, *Picture-hanging puzzles*, preimpresión en arxiv.org/abs/1203.3602. Citado en la página 37.

27 Sobre Newton el alquimista hay una presentación en los libros de Betty Jo Teeter Dobbs, *The Foundations of Newton's Alchemy*, Cambridge University Press, 1983, y *The Janus Face of Genius*, Cambridge University Press, 1992. Newton es presentado como una especie de mago extremadamente intelectual, que busca con desesperación ejemplos sobre procesos de interacción divina en el mundo material. Un cuento intenso pero trágico. Un buen resumen lo proporciona R. G. Keesing, *Essay Review: Newton's Alchemy*, Contemporary Physics **36**, pp. 117–119, 1995.

La teología infantil de Newton, típica de buscadores de dios que crecieron sin un padre, se puede encontrar en mucho libros que recogen el intercambio de correspondencia entre Clarke, su secretario, y Leibniz, rival de Newton en lo tocante a la fama. Citado en la página 38.

28 Una introducción a la historia de la mecánica clásica, que también destruye unos cuantos mitos que la rodean - tal como la idea de que Newton podía resolver ecuaciones diferenciales o que introdujo la expresión $F = ma$ - se encuentra en Clifford A. Truesdell, *Essays in the History of Mechanics*, Springer, 1968. Citado en las páginas 38, 191 y 243.

29 La lentitud de la velocidad efectiva de la luz en el interior del Sol es debida a la dispersión frecuente de fotones por la materia solar. La mejor estimación de su valor se debe a R. Mitalas & K. R. Sills, *On the photon diffusion time scale for the Sun*, The Astrophysical Journal **401**, pp. 759–760, 1992. Ellos estiman una velocidad media de 0,97 cm/s para la totalidad del Sol y un valor 10 veces menor en el centro del mismo. Citado en la página 40.

30 C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi & L. Vestergaard Hau, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature **409**, pp. 490–493, 2001. Existe también un comentario en la publicación de E. A. Cornell, *Stopping light in its track*, **409**, pp. 461–462, 2001. No obstante, a pesar de la afirmación, los pulsos de luz por supuesto *no* han sido detenidos. ¿Podría usted dar un par de razones aún sin haber leído la publicación, y quizás una tercera tras haberla leído?

Desafío 736 s

El trabajo fue una mejora sobre un experimento anterior donde una velocidad de grupo de la luz de 17 m/s había sido conseguido, en un gas ultrafrío de átomos de sodio,

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

a temperaturas de nanokelvin. Esto fue dado a conocer por L. Vestergaard Hau, S. E. Harris, Z. Dutton & C. H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 meters per second in an ultracold atomic gas*, Nature 397, pp. 594–598, 1999. Citado en la página 40.

31 Rainer Flindt, *Biologie in Zahlen – Eine Datensammlung in Tabellen mit über 10.000 Einzelwerten*, Spektrum Akademischer Verlag, 2000. Citado en la página 40.

32 Dos reactores con esa velocidad fueron observados por I. F. Mirabel & L. F. Rodríguez, *A superluminal source in the Galaxy*, Nature 371, pp. 46–48, 1994, así como los comentarios en p. 18. Citado en la página 40.

33 Una bonita introducción a los movimientos más lentos en la naturaleza, la variación de los paisajes, es Detlev Busche, Jürgen Kempf & Ingrid Stengel, *Landschaftsformen der Erde – Bildatlas der Geomorphologie*, Primus Verlag, 2005. Citado en la página 44.

34 Para construir su propio reloj de sol, vea la bonita y corta Arnold Zenkert, *Faszination Sonnenuhr*, VEB Verlag Technik, 1984. Ver también la excelente y completa introducción sobre este, de alguna manera, mundo extraño en la website www.sundials.co.uk. Citado en la página 47.

35 Se puede encontrar una introducción al sentido del tiempo como resultado de los relojes de nuestro cerebro en R. B. Ivry & R. Spencer, *The neural representation of time*, Current Opinion in Neurobiology 14, pp. 225–232, 2004. Los relojes químicos de nuestro cuerpo son descritos en John D. Palmer, *The Living Clock*, Oxford University Press, 2002, or in A. Ahlgren & F. Halberg, *Cycles of Nature: An Introduction to Biological Rhythms*, National Science Teachers Association, 1990. Ver también la website www.msi.umn.edu/~halberg/introd. Citado en la página 47.

36 Esto ha sido mostrados entre otros por el trabajo de Anna Wierzbicka que se discute en mayor detalles en uno de los volúmenes posteriores. El apasionado best seller del autor Chomskian Steven Pinker, *The Language Instinct – How the Mind Creates Language*, Harper Perennial, 1994, trata también de asuntos relacionados con esta materia, objetando contra otros en su página 63 la repetida y falsa afirmación de que la lengua *Hopi* es una excepción. Citado en la página 47.

Vol. III, página 301

37 Para más información, consulte los excelentes y libremente descargables libros sobre relojes biológicos de Wolfgang Engelmann en la website www.uni-tuebingen.de/plantphys/bioclox. Citado en la página 50.

38 B. Günther & E. Morgado, *Allometric scaling of biological rhythms in mammals*, Biological Research 38, pp. 207–212, 2005. Citado en la página 50.

39 Aristóteles rechaza la idea del flujo de tiempo en el capítulo IV de su *Physics*. El texto completo puede verse en la website classics.mit.edu/Aristotle/physics.4.iv.html. Citado en la página 54.

40 Quizás el libro de más información sobre 'la flecha del tiempo' es Hans Dieter Zeh, *The Physical Basis of the Direction of Time*, Springer Verlag, 4th edition, 2001. Se trata todavía del mejor libro sobre este asunto. Existen muchos otros textos - eche un vistazo en Internet - pero carecen de claridad de ideas.

Una conferencia procedente es J. J. Halliwell, J. Pérez-Mercader & Wojciech H. Zurek, *Physical Origins of Time Asymmetry*, Cambridge University Press, 1994. Citado en la página 54.

41 Sobre el asunto del movimiento absoluto y relativo existen muchos libros alrededor de varios temas. Ejemplos de ello son Julian Barbour, *Absolute or Relative Motion? Vol. 1: A Study from the Machian Point of View of the Discovery and the Structure of Spaceti-*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

me Theories, Cambridge University Press, 1989, JULIAN BARBOUR, *Absolute or Relative Motion? Vol. 2: The Deep Structure of General Relativity*, Oxford University Press, 2005, o JOHN EARMAN, *World Enough and Spacetime: Absolute vs Relational Theories of Spacetime*, MIT Press, 1989. Una solución especulativa sobre la alternativa entre el movimiento absoluto o relativo se presente en el volumen VI. Citado en la página 60.

Vol. VI, página ??

42 Las líneas costeras y otros fractales son bellamente representadas en HEINZ-OTTO PEITGEN, HARTMUT JÜRGENS & DIETMAR SAUPE, *Fractals for the Classroom*, Springer Verlag, 1992, pp. 232–245. Está también disponible en otros idiomas. Citado en la página 61.

43 R. DOUGHERTY & M. FOREMAN, *Banach–Tarski decompositions using sets with the property of Baire*, Journal of the American Mathematical Society 7, pp. 75–124, 1994. Véase también ALAN L.T. PATERSON, *Amenability*, American Mathematical Society, 1998, y ROBERT M. FRENCH, *The Banach–Tarski theorem*, The Mathematical Intelligencer 10, pp. 21–28, 1998. Finalmente, están los libros de BERNARD R. GELBAUM & JOHN M. H. OLMSTED, *counter-examples in Analysis*, Holden–Day, 1964, y sus *Theorems and counter-examples in Mathematics*, Springer, 1993. Citado en la página 64.

44 El bonito pero no fácil texto es STAN WAGON, *The Banach Tarski Paradox*, Cambridge University Press, 1993. Citado en las páginas 64 y 513.

45 Sobre las formas de las bacterias de agua salada, véase la sección correspondiente en el interesante libro de BERNARD DIXON, *Power Unseen – How Microbes Rule the World*, W.H. Freeman, 1994. El libro contiene unas 80 secciones, en las que otros tantos microorganismos son vivamente representados. Citado en la página 65.

46 OLAF MEDENBACH & HARRY WILK, *Zauberwelt der Mineralien*, Sigloch Edition, 1977. combina preciosas fotografías con una introducción a la ciencia de los cristales, minerales y piedras. Sobre cristales de mayor tamaños, véase P. C. RICKWOOD, *The largest crystals*, 66, pp. 885–908, 1981, también deisponible en www.minsocam.org/MSA/collectors_corner/arc/large_crystals.htm. Como ejemplo impresionante, la cueva Naica en Méjico, consulte la naica.laventa.it/naica-project.en.html y la www.naica.com.mx/ingles/index.htm Citado en la página 65.

47 Consultar las websites www.weltbildfrage.de/3frame.htm y www.lhup.edu/~dsimanek/hollow/morrow.htm. Citado en la página 65.

48 En los aceleradorres de partículas son investigadas las distancias más pequeñas; La distancia puede determinarse a partir de la energía de un haz de partículas. En 1996, el valor de 10^{-19} m (como límite superior del tamaño de los quarks) fue deterrminado a partir de los experimentos descritos en F. ABE & al., *Measurement of dijet angular distributions by the collider detector at Fermilab*, Physical Review Letters 77, pp. 5336–5341, 1996. Citado en la página 73.

49 Se puede obtener más información sobre la ilusión de la Luna en la website science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2008/16jun_moonillusion/.Todos los trabajos de Tolomeo están online en www.ptolemaeus.badw.de. Citado en la página 75.

50 Estos rompecabezas han sido tomados de la colección de puzles de la www.mathematische-basteleien.de. Citado en la página 77.

51 ALEXANDER K. DEWDNEY, *The Planiverse – Computer Contact with a Two-dimensional World*, Poseidon Books/Simon & Schuster, 1984. Ver también EDWIN A. ABBOTT, *Flatland: A romance of many dimensions*, 1884. Algunos otros autores de ficción habían explorado con anterioridad la opción de un universo bidimensional, siempre moviéndose, de manera incorrecta, en la afirmación. Citado en la página 78.

Moderne Mathematik – The Adventure of Discovery. copyright © Christoph Schiller June 1990–01.2022. free pdf file available at www.motionmountain.net

52 J. Bohr & K. Olsen, *The ancient art of laying rope*, preprint at arxiv.org/abs/1004.0814 Citado en la página 78.

53 A modo de resumen y referencias véase www.pbrc.hawaii.edu/~petra/animal_olympians.html. Citado en la página 79.

54 P. Pieranski, S. Przybyl & A. Stasiak, *Tight open knots*, European Physical Journal E 6, pp. 123–128, 2001, preimpresión en arxiv.org/abs/physics/0103016. Citado en la página 80.

55 Sobre el mundo de los fuegos artificiales, consultar la lista de respuestas a preguntas frecuentes del 'usenet group rec.pyrotechnics', o investigue en la web. Una introducción sencilla es el artículo de J. A. Conkling, *Pyrotechnics*, Scientific American pp. 66–73, July 1990. Citado en la página 82.

56 Existe una historia completa detrás de la variaciones de g. Pueden descubrirse en Chuji Tsuboi, *Gravity*, Allen & Unwin, 1979, o en Wolfgang Torge, *Gravimetry*, de Gruyter, 1989, o en Milan Burša & Karel Pěč, *The Gravity Field and the Dynamics of the Earth*, Springer, 1993. La variación en la altura del barro de hasta 0,3 m como consecuencia de la Luna es uno de los interesantes efectos descubierto en esas investigaciones. Citado en las páginas 83 y 211.

57 Stillman Drake, *Galileo: A Very Short Introduction*, Oxford University Press, 2001. Citado en la página 83.

58 Andrea Frova, *La fisica sotto il naso – 44 pezzi facili*, Biblioteca Universale Rizzoli, Milano, 2001. Citado en la página 83.

59 Por otro lado, otras ciencias disfrutan del estudio de trayectorias habituales con todo detalle. Ver, por ejemplo, Heini Hediger, editor, *Die Straßen der Tiere*, Vieweg & Sohn, 1967. Citado en la página 84.

60 H. K. Eriksen, J. R. Kristiansen, Ø. Langangen & I. K. Wehus, *How fast could Usain Bolt have run? A dynamical study*, American Journal of Physics 77, pp. 224–228, 2009. Citado en la página 85.

61 Esto fue analizado en el *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, el 2 de Agosto de 1997, durante la celebración de los campeonatos mundiales de atletismo. Los valores reflejan la parte más rápida de la carrera de un velocista de los 100 m; Los valores exactos citados fueron declarados récord mundiales de velocidad en 1997, y corresponden a 12,048 m/s = 43,372 km/h por Ben Johnson en categoría masculina, y 10,99 m/s = 39,56 km/h en categoría femenina. Citado en la página 85.

62 Los datos correspondientes a salto de longitud y literatura sobre ello, se puede consultar en tres artículos titulados *Is a good long jumper a good high jumper?*, en el American Journal of Physics **69**, pp. 104–105, 2001. En particular, los saltadores de longitud de clase mundial corren a 9,35 ± 0,15 m/s, con una velocidad de despegue vertical de 3,35 ± 0,15 m/s, tomando un a ángulo de despegue de (sólo) unos 20°. Una nueva técnica que consiguiera alcanzar mayores ángulos de despegue, permitiría incrementar dramáticamente el récord de salto de longitud. Sin citas.

63 El estudio de la defecación ('disparar heces o sea, mierda) y sus mecanismos forman parte de la biología moderna. La razón por la que las orugas hacen ésto fue determinada por M. Weiss, *Good housekeeping: why do shelter-dwelling caterpillars fling their frass?*, Ecology Letters **6**, pp. 361–370, 2003, quien también registra como récord hasta ahora en 1,5 m unas bolitas de 24 mg de las *Epargyreus clarus*. La imagen de la bolita fecal volante está tomada de S. Caveney, H. McLean & D. Surry, *Faecal firing in a skipper caterpillar is pressure-driven*, The Journal of Experimental Biology **201**, pp. 121–133, 1998. Citado en la página

86.

64 H. C. Bennet-Clark, *Scale effects in jumping animals*, pp. 185–201, en T. J. Pedley, editor, *Scale Effects in Animal Locomotion*, Academic Press, 1977. Citado en la página 87.

65 Los argumentos de Zenón se pueden consultar en Aristóteles, *Physics*, VI, 9. Está traducido a la mayoría de los idiomas. La website classics.mit.edu/Aristotle/physics.6.vi.html proporciona una versión online en inglés. Citado en las páginas 91 y 560.

66 Ver, por ejemplo, K. V. Kumar & W. T. Norfleet, *Issues of human acceleration tolerance after long-duration space flights*, NASA Technical Memorandum 104753, pp. 1–55, 1992, available at ntrs.nasa.gov. Citado en la página 93.

67 La etimología puede resultar un tema fascinante, por ejemplo, cuando la investigación descubre el origen de la palabra alemana 'Weib' ('esposa/mujer', esta relacionado con el de la palabra inglesa 'wife'). Fue descubierta, vía varios textos en Tocario – una lengua Indo-Europea extinguida, procedente de una región interior de la moderna China - que originalmente significaba 'pudor, recato'. Se utilizaba para la región genital femenina en una expresión que significaba 'lugar del pudor'. Con el tiempo, esta expresión se convirtió en 'mujer' en general, por la utilización reducida al segundo término solamente. Esta conexión fue descubierta por el lingüista Klaus T. Schmidt; ello explica en particular por qué la palabra no es de género femenino sino neutro, es decir, por qué se emplea el artículo 'das' en logar de 'die'. Comunicación privada de Julia Simon,.

La etimología puede resultar simple y completa diversión, por ejemplo cuando se descubre en el *Oxford English Dictionary* que 'testimonio' y 'testículo' tienen el mismo origen; en realidad en latín la misma palabra 'testis' fue utilizada para ambos conceptos. Citado en las páginas 94 y 109.

68 Una reseña de los últimos desarrollos la proporciona J. T. Armstrong, D. J. Hunter, K. J. Johnston & D. Mozurkewich, *Stellar optical interferometry in the 1990s*, Physics Today pp. 42–49, May 1995. Ya en 1995 más de 100 diámetros de estrellas se conocidos. Están siendo planificados varios potentes instrumentos dedicados. Citado en la página 95.

69 Un buen libro de texto sobre el crecimiento es Arthur F. Hopper & Nathan H. Hart, *Foundations of Animal Deveopment*, Oxford University Press, 2006. Citado en la página 97.

70 Por ejemplo esto es tratado en C. L. Stong, *The amateur scientist – how to supply electric power to something which is turning*, Scientific American pp. 120–125, December 1975. También se trata de cómo hacer una imagen congelada de algo que rota simplemente utilizando nos cuantos prismas, los llamados *prismas de Dove*. Otros ejemplos de algo atado a un cuerpo rotante vienen descritos por E. Rieflin, *Some mechanisms related to Dirac's strings*, American Journal of Physics 47, pp. 379–381, 1979. Citado en la página 98.

71 James A. Young, *Tumbleweed*, Scientific American **264**, pp. 82–87, March 1991. La planta rodadora es de hecho bastante extraña, excepto en los western de Hollywood, en donde todos los directores se encuentran obligados a darles una aparición especial. Citado en la página 99.

72 El libro clásico sobre este asunto es James Gray, *Animal Locomotion*, Weidenfeld & Nicolson, 1968. Citado en la página 99.

73 Sobre *N. decemspinosa*, véase R. L. Caldwell, *A unique form of locomotion in a stomatopod – backward somersaulting*, Nature **282**, pp. 71–73, 1979, y R. Full, K. Earls, M. Wong & R. Caldwell, *Locomotion like a wheel?*, Nature **365**, p. 495, 1993. Sobre orugas rodantes, véase J. Brackenbury, *Caterpillar kinematics*, Nature **330**, p. 453, 1997, y J. Brackenbury, *Fast locomotion in caterpillars*, Journal of Insect Physiology **45**,

Moxon Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

pp. 525–533, 1999. Más imágenes sobre patas pueden ser consultadas en rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. Citado en la página 99.

74 La locomoción de las arañas de la especie *Cebrennus villosus* ha sido descrita por Ingo Rechenberg desde Berlin. Véase el vídeo en www.youtube.com/watch?v=Aayb_h31RyQ. Citado en la página 99.

75 Los primeros experimentos que prueban la rotación de los flagelos fueron realizados por M. Silverman & M. I. Simon, *Flagellar rotation and the mechanism of bacterial motility*, Nature **249**, pp. 73–74, 1974. Para algunas bonitas figuras de las moléculas involucradas , véase K. Namba, *A biological molecular machine: bacterial flagellar motor and filament*, Wear **168**, pp. 189–193, 1993, o la website www.nanonet.go.jp/english/mailmag/2004/011a.html. El récord actual de velocidad de rotación, 1700 rotaciones por segundo, es citado por Y. Magariyama, S. Sugiyama, K. Muramoto, Y. Maekawa, I. Kawagishi, Y. Imae & S. Kudo, *Very fast flagellar rotation*, Nature **371**, p. 752, 1994.

Más sobre las bacterias se puede extraer de David Dusenbery, *Life at a Small Scale*, Scientific American Library, 1996. Citado en la página 102.

76 S. Chen & al., *Structural diversity of bacterial flagellar motors*, EMBO Journal **30**, pp. 2972–2981, 2011, también online en emboj.embopress.org/content/30/14/2972. Citado en la página 102.

77 M. P. Brenner, S. Hilgenfeldt & D. Lohse, *Single bubble sonoluminescence*, Reviews of Modern Physics **74**, pp. 425–484, 2002. Citado en la página 104.

78 K. R. Weninger, B. P. Barber & S. J. Putterman, *Pulsed Mie scattering measurements of the collapse of a sonoluminescing bubble*, Physical Review Letters **78**, pp. 1799–1802, 1997. Citado en la página 105.

79 Sobre sombras, Véase el simpático y popular texto de Roberto Casati, *Alla scoperta dell'ombra – Da Platone a Galileo la storia di un enigma che ha affascinato le grandi menti dell'umanità*, Oscar Mondadori, 2000, y su website localizada en www.shadowes.org. Citado en la página 106.

80 Existe también un bonito libro de Penelope Farrant, *Colour in Nature*, Blandford, 1997. Sin citas.

81 Las 'leyes' de la física de los dibujos animados pueden ser encontrados con facilidad utilizando cualquier buscador en Internet. Citado en la página 106.

82 Para los curiosos, un resumen de las ilusiones utilizadas en el cine y en la televisión, las cuales provocan algunas de las extrañas conductas de las imágenes mencionadas anteriormente, se encuentran en Bernard Wilkie, *The Technique of Special Effects in Television*, Focal Press, 1993, y sus otros libros, o en la revista *Cinefex*. Sobre técnicas de cine digital, véase Peter C. Slansky, editor, *Digitaler film – digitales Kino*, UVK Verlag, 2004. Citado en la página 107.

83 Aetius, Opinions, I, XXIII, 3. Ver Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, p. 426, 1991. Citado en la página 108.

84 Giuseppe Fumagalli, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. Pertenecen a la obras de Papo de Alejandría *Synagoge*, libro VIII, 19. Citado en las páginas 108 y 253.

85 Ver www.straightdope.com/classics/a5_262.html y los más dudosos en.wikipedia.org/wiki/Guillotine. Citado en la página 110.

86 Consultar el innovador documento de A. DiSessa, *Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics*, **48**, p. 365, 1980, y A. DiSessa, *Erratum: "Momentum flow as an alternative perspective in elementary mechanics" [Am. J. Phys. 48, 365 (1980)]*, **48**, p. 784, 1980. También eñ maravilloso libro de texto libre de Friedrich Herrmann, *The*

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Karlsruhe Physics Course, trata este punto de manera extensiva; ver Ref. 2. Citado en las páginas 118, 242, 243, 245 y 542.

87 Para el papel que juega y la química del trifosfato de adenosina (ATP) en las células de los seres vivos, consulte cualquier libro de química, o investigue en Internet. El descubrimiento de los mecanismos del ATP han llevado a los Premios Nobel de Química en 1978 y 1997. Citado en la página 119.

88 Una imagen de este singular reloj se puede encontrar en el artículo de A. Garrett, *Perpetual motion – a delicious delirium*, Physics World pp. 23–26, December 1990. Citado en la página 120.

89 Esger Brunner, *Het ongelijk van Newton – het kleibakexperiment van 's Gravesande nagespeld*, Nederland tijdschrift voor natuurkunde pp. 95–96, Maart 2012. El documento contiene fotografías de huellas de barro. Citado en la página 121.

90 Un informe de Shell estima que el consumo total de energía mundial en el año 2000 fue de 500 EJ. El del US Department of Energy lo estimó en torno a 416 EJ. Nosotros hemos tomado aquí el valor más bajo. Un debate sobre la caída en la utilización de la electricidad (14 EJ) y otras formas de energía, mostrando las variaciones por país, se puede consultar en S. Benka, *The energy challenge*, Physics Today 55, pp. 38–39, April 2002, y en E. J. Monitz & M. A. Kenderdine, *Meeting energy challenges: technology and policy*, Physics Today 55, pp. 40–46, April 2002. Citado en las páginas 123 y 125.

91 L. M. Miller, F. Gans & A. Kleidon, *Estimating maximum global land surface wind power extractability and associated climatic consequences*, Earth System Dynamics 2, pp. 1–12, 2011. Citado en la página 125.

92 Como resumen, consultar la documentación de J. F. Mulligan & H. G. Hertz, *An unpublished lecture by Heinrich Hertz: 'On the energy balance of the Earth'*, American Journal of Physics 65, pp. 36–45, 1997. Citado en la página 125.

93 Para una bonita fotografía de la proeza de este felino, véase la cubierta del diario y el artículo de J. Darius, *A tale of a falling cat*, Nature 308, p. 109, 1984. Citado en la página 131.

94 Natthi L. Sharma, *A new observation about rolling motion*, European Journal of Physics 17, pp. 353–356, 1996. Citado en la página 132.

95 C. Singh, *When physical intuition fails*, American Journal of Physics 70, pp. 1103–1109, 2002. Citado en la página 132.

96 Existe una enorme literatura sobre el caminar. Entre los libros sobre el asunto, dos bien conocidas presentaciones son Robert McNeill Alexander, *Exploring Biomechanics: Animals in Motion*, Scientific American Library, 1992, y Steven Vogel, *Comparative Biomechanics - Life's Physical World*, Princeton University Press, 2003. Citado en la página 133.

97 Serge Gracovetsky, *The Spinal Engine*, Springer Verlag, 1990. Ahora también es conocido que los andares humanos son caóticos. Esto es explicado por M. Perc, *The dynamics of human gait*, European Journal of Physics 26, pp. 525–534, 2005. Sobre la física del caminar y la carrera, consultar también los capítulos respectivos del delicioso libro de Werner Gruber, *Unglaublich einfach, einfach unglaublich: Physik für jeden Tag*, Heyne, 2006. Citado en la página 133.

98 M. Llobera & T. J. Sluckin, *Zigzagging: theoretical insights on climbing strategies*, Journal of Theoretical Biology 249, pp. 206–217, 2007. Citado en la página 136.

99 Esta descripción de la vida y de la muerte es llamado concepto del *alcance metabólico máximo*. Busque detalles en su biblioteca favorita. Una fraseología distinta es la de M. Ya. Azbel, *Universal biological scaling and mortality*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA 91, pp. 12453–12457, 1994. Él explica que cada átomo de un

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

organismo consume, por término medio, 20 moléculas de oxígeno por período de existencia. Citado en la página 136.

100 DUNCAN MACDOUGALL, *Hypothesis concerning soul substance together with experimental evidence of the existence of such substance*, American Medicine 2, pp. 240–243, April 1907, and DUNCAN MACDOUGALL, *Hypothesis concerning soul substance*, American Medicine 2, pp. 395–397, July 1907. La lectura de esta documentación indica que el autor tiene poca práctica en realizar medias de pesos y tiempo que resulten creíbles. Citado en la página 137.

101 Una buena historia de los años 70 (del siglo pasado) sobre la predicción en la ruleta es contada por THOMAS A. BASS, *The Eudaemonic Pie* también publicada bajo el título *The Newtonian Casino*, Backinprint, 2000. Se tiene un resumen hasta 1998 en el informe EDWARD O. THORP, *The invention of the first wearable computer*, *Proceedings of the Second International Symposium on Wearable Computers* (ISWC 1998), 19-20 October 1998, Pittsburgh, Pennsylvania, USA (IEEE Computer Society), pp. 4–8, 1998, descargable en csdl.computer.org/comp/proceedings/iswc/1998/9074/00/9074toc.htm. Citado en la página 138.

102 Esta y muchas otras sorpresas de la físicas on descritas en el bonito guión de las conferencias de JOSEF ZWECK, *Physik im Alltag*, Las notas de sus clases entre 1999/2000 en la Universität Regensburg. Citado en las páginas 139 y 144.

103 El equilibrio de los barcos, tan importante en los cargueros de coches, forma una parte importante de la construcción naval; una presentación sobre ello ya fue dada por LEONHARD EULER, *Scientia navalis*, 1749. Citado en la página 140.

104 THOMAS HEATH, *Aristarchus of Samos – the Ancient Copernicus*, Dover, 1981, reimpresión de la edición original de 1913. Los tratados de Aristarco están en griego y en inglés. Aristarco fue el primero en proponer el sistema heliocéntrico. Aristarco había medido la longitud del día (de hecho, calculando el número de días por año) con la increíble precisión de menos de un segundo. Este excelente libro también proporciona un resumen de la astronomía griega antes de Aristarco, explicado en detalle por cada pensador griego. El texto de Aristarco también reimpreso en ARISTARCHUS, *On the sizes and the distances of the Sun and the Moon*, *c.* 280 C. en MICHAEL J. CROWE, *Theories of the World From Antiquity to the Copernican Revolution*, Dover, 1990, especialmente en pp. 27–29. Sin citas.

105 T. GERKEMA & L. GOSTIAUX, *A brief history of the Coriolis force*, Europhysics News 43, pp. 14–17, 2012. Citado en la página 149.

106 Sobre el efecto de Coriolis, se pueden ver algunos vídeos en techtv.mit.edu/videos/3722 y techtv.mit.edu/videos/3714, or search for videos on youtube.com. Citado en la página 150.

107 La influencia del efecto Coriolis sobre los icebergs fue estudiado concienzudamente por el físico convertido en oceanógrafo Walfrid Ekman (b. 1874 Stockholm, d. 1954 Gostad); el asunto fue sugerido por el gran explorador Fridtjof Nansen, quien realizó las primeras observaciones. Es su honor, se habla de los estratos de Ekman, transporte de Ekman y espirales de Ekman. Cualquier texto sobre oceanografía o de geografía física proporcionará más detalles sobre ellos. Citado en la página 151.

108 Un resumen de los efectos de la aceleración de Coriolis $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$ en el marco de la rotación nos lo proporciona EDWARD A. DESLOGE, *Classical Mechanics*, Volume 1, John Wiley & Sons, 1982. La todavía llamada *Corriente del Golfo*, la corriente de aguas templadas que fluye desde el Caribe hacia el Mar del Norte, está influida por ello. Citado en la página 151.

109 La publicación original es de A. H. SHAPIRO, *Bath-tub vortex*, Nature **196**, pp. 1080–1081, 1962. También produjo dos películas sobre el experimento. El experimento ha sido repetido muchas veces tanto en el hemisferio norte como en el sur, donde las aguas drenan en el

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

sentido de las agujas del reloj; el primer test en el hemisferio sur fue de L.M. TREFETHEN & al., *The bath-tub vortex in the southern hemisphere*, Nature **201**, pp. 1084–1085, 1965. En las cartas del editor de la American Journal of Physics **62**, p. 1063, 1994. se puede ver una lista completa de la literatura. Citado en la página 151.

110 Los trucos son explicados por H. RICHARD CRANE, *Short Foucault pendulum: a way to eliminate the precession due to ellipticity*, American Journal of Physics **49**, pp. 1004–1006, 1981, y particularmente en H. RICHARD CRANE, *Foucault pendulum wall clock*, American Journal of Physics **63**, pp. 33–39, 1993. El péndulo de Foucault fue asimismo un tema de la tesis de HEIKE KAMERLING ONNES, *Nieuwe bewijzen der aswenteling der aarde*, Universiteit Groningen, 1879. Citado en la página 152.

111 La referencia es J. G. HAGEN, *La rotation de la terre : ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles*, Sp. Astr. Vaticana Second. App. Rome, 1910. Su otro experrimento se publicó como J. G. HAGEN, *How Atwood's machine shows the rotation of the Earth even quantitatively*, International Congress of Mathematics, Aug. 1912. Citado en la página 153.

112 Los documentos originales son A. H. COMPTON, *A laboratory method of demonstrating the Earth's rotation*, Science **37**, pp. 803–806, 1913, A. H. COMPTON, *Watching the Earth revolve*, Scientific American Supplement no. 2047, pp. 196–197, 1915, y A. H. COMPTON, *A determination of latitude, azimuth and the length of the day independent of astronomical observations*, Physical Review (second series) **5**, pp. 109–117, 1915. Citado en la página 153.

113 El anillo-G de Wettzell es tan preciso, con una resolución de menos de 10^{-8}, que ha detectado el movimiento de los polos. Para más detalles, véase K. U. SCHREIBER, A. VELIKOSELTSEV, M. ROTHACHER, T. KLUEGEL, G. E. STEDMAN & D. L. WILTSHIRE, *Direct measurement of diurnal polar motion by ring laser gyroscopes*, Journal of Geophysical Research **109 B**, p. 06405, 2004, un artículo de revista en T. KLÜGEL, W. SCHLÜTER, U. SCHREIBER & M. SCHNEIDER, *Großringlaser zur kontinuierlichen Beobachtung der Erdrotation*, Zeitschrift für Vermessungswesen **130**, pp. 99–108, February 2005. Citado en la página 156.

114 R. ANDERSON, H. R. BILGER & G. E. STEDMAN, *The Sagnac-effect: a century of Earth-rotated interferometers*, American Journal of Physics **62**, pp. 975–985, 1994.

Consultar también la clara y extensa documentación de G. E. STEDMAN, *Ring laser tests of fundamental physics and geophysics*, Reports on Progress in Physics **60**, pp. 615–688, 1997. Citado en la página 156.

115 Sobre la longitud del día, consulte la website maia.usno.navy.mil, o los libros de K. LAMBECK, *The Earth's Variable Rotation: Geophysical Causes and Consequences*, Cambridge University Press, 1980, y de W. H. MUNK & G. J. F. MACDONALD, *The Rotation of the Earth*, Cambridge University Press, 1960. Para el montaje de un moderno anillo laser, consultar www.wettzell.ifag.de. Citado en las páginas 156 y 213.

116 H. BUCKA, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung*, Zeitschrift für Physik **126**, pp. 98–105, 1949, y H. BUCKA, *Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung. II. Teil*, Zeitschrift für Physik **128**, pp. 104–107, 1950. Citado en la página 156.

117 Una muestra de los datos la proporciona C. P. SONETT, E. P. KVALE, A. ZAKHARIAN, M. A. CHAN & T. M. DEMKO, *Late proterozoic and paleozoic tides, retreat of the moon, and rotation of the Earth*, Science **273**, pp. 100–104, 5 July 1996. Ellos llegan a la conclusión a través del análisis de los sedimentos de las mareas que los días tenían solamente una duración de 18 a 19 en el Proterozóico, es decir, hace 900 millones de años; Suponen que el año tenía 31 millones de segundos de duración desde entonces a nuestros días. Consultar también C. P. SONETT & M. A. CHAN, *Neoproterozoic Earth-Moon dynamics – rework of the*

900 MA Big Cottonwood canyon tidal laminae, Geophysical Research Letters 25, pp. 539–542, 1998. Otra resolución fue la de G. E. WILLIAMS, *Precambrian tidal and glacial clastic deposits: implications for precambrian Earth–Moon dynamics and palaeoclimate*, Sedimentary Geology 120, pp. 55–74, 1998. Utilizando una formación geológica llamada *ritmitas de marea*, deduce que hace unos 600 millones de años había 13 meses por año y un día tenía 22 horas. Citado en la página 157.

118 Sobre la historia de la mezcla de la historia y la astronomía consultar RICHARD STEPHENSON, *Historical Eclispes and Earth's Rotation*, Cambridge University Press, 1996. Citado en la página 157.

119 B. F. CHAO, *Earth Rotational Variations excited by geophysical fluids*, IVS 2004 General Meeting proceedings/ páginas 38-46. Citado en la página 157.

120 Sobre la rotación y la historia del Sistema Solar, consultar S. BRUSH, *Theories of the origin of the solar system 1956–1985*, Reviews of Modern Physics 62, pp. 43–112, 1990. Citado en la página 158.

121 La website hpiers.obspm.fr/eop-pc muestra el movimiento de los ejes de la Tierra durante los últimos diez años. El International Latitude Service fundado por Küstner forma ahora parte del International Earth Rotation Service; se puede obtener más información en la website www.iers.org. La última idea es que dos tercios de la componente circular del movimiento polar, el cual es conocido en el USA como 'bamboleo Chandler' tras la persona que se atribuyó a sí mismo el descubrimiento de Küstner, se debe a las fluctuaciones de la presión oceánica en el fondo de los océanos y un tercio se debe a los cambios de presión en la atmósfera de la Tierra. Esto es explicado por R. S. GROSS, *The excitation of the Chandler wobble*, Geophysical Physics Letters 27, pp. 2329–2332, 2000. Citado en la página 159.

122 S. B. LAMBERT, C. BIZOUARD & V. DEHANT, *Rapid variations in polar motion during the 2005-2006 winter season*, Geophysical Research Letters 33, p. L13303, 2006. Citado en la página 159.

123 Para más información sobre Alfred Wegener, consultar el (sencillo) texto de KLAUS ROHRBACH, *Alfred Wegener – Erforscher der wandernden Kontinente*, Verlag Freies Geistesleben, 1993; sobre las placas tectónicas, visitar la website www.scotese.com. Sobre terremotos, visitar las websites www.geo.ed.ac.uk/quakexe/quakes y la www.iris.edu/seismon. Visitar las direcciones vulcan.wr.usgs.gov y www.dartmouth.edu/~volcano para información sobre volcanes. Citado en la página 161.

124 J. JOUZEL & al., *Orbital and millennial Antarctic climate variability over the past 800,000 years*, Science 317, pp. 793–796, 2007, toma los datos de las concentraciones de isótopos en los núcleos de hielo. En contraste, J. D. HAYS, J. IMBRIE & N. J. SHACKLETON, *Variations in the Earth's orbit: pacemaker of the ice ages*, Science 194, pp. 1121–1132, 1976, confirmó la conexión con los parámetros orbitales mediante la excavación misma del lodo que cubre el fondo del océano en ciertos lugares. Nótese que la web posee una información completa sobre las edades del hielo. Sólamente debe utilizar 'Milankovitch' como argumento de búsqueda. Citado en las páginas 165 y 166.

125 R. HUMPHREYS & J. LARSEN, *The sun's distance above the galactic plane*, Astronomical Journal 110, pp. 2183–2188, November 1995. Citado en la página 165.

126 C. L. BENNET, M. S. TURNER & M. WHITE, *The cosmic rosetta stone*, Physics Today 50, pp. 32–38, November 1997. Citado en la página 167.

127 La website www.geoffreylandis.com/vacuum.html proporciona una descripción de lo que ocurrió. Consultar también www.geoffreylandis.com/ebullism.html y imagine.gsfc.nasa.gov/docs/ask_astro/answers/970603.html. Todas ellas proporcionan detalles sobre los efectos del vacío en los humanos. Citado en la página 172.

Modern Mythology – The Adventure of Christopher Sculler June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.modernmythology.net · copyright © Christoph Sculler

128 R. McN. Alexander, *Leg design and jumping technique for humans, other vertebrates and insects*, Philosophical Transactions of the Royal Society in London B **347**, pp. 235–249, 1995. Citado en la página 182.

129 J. W. Glasheen & T. A. McMahon, *A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard*, Nature **380**, pp. 340–342, Para imágenes, consultar también New Scientist, p. 18, 30 March 1996, or Scientific American, pp. 48–49, September 1997, o la web del autor en rjf2.biol.berkeley.edu/Full_Lab/FL_Personnel/J_Glasheen/J_Glasheen.html.

Varios pájaros de litoral también tiene la habilidad de correr sobre el agua, utilizando el mismo mecanismo. Citado en la página 182.

130 A. Fernandez-Nieves & F. J. de las Nieves, *About the propulsion system of a kayak and of Basiliscus basiliscus*, European Journal of Physics **19**, pp. 425–429, 1998. Citado en la página 183.

131 Y. S. Song, S. H. Suhr & M. Sitti, *Modeling of the supporting legs for designing biomimetic water strider robot*, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Orlando, USA, 2006. S. H. Suhr, Y. S. Song, S. J. Lee & M. Sitti, *Biologically inspired miniature water strider robot*, Proceedings of the Robotics: Science and Systems I, Boston, USA, 2005. Consultar también la página web www.me.cmu.edu/faculty1/sitti/nano/projects/waterstrider. Citado en la página 183.

132 J. Iriarte-Díaz, *Differential scaling of locomotor performance in small and large terrestrial mammals*, The Journal of Experimental Biology **205**, pp. 2897–2908, 2002. Citado en las páginas 184 y 598.

133 M. Wittlinger, R. Wehner & H. Wolf, *The ant odometer: stepping on stilts and stumps*, Science **312**, pp. 1965–1967, 2006. Citado en la página 184.

134 P. G. Weyand, D. B. Sternlight, M. J. Bellizzi & S. Wright, *Faster top running speeds are achieved with greater ground forces not more rapid leg movements*, Journal of Applied Physiology **89**, pp. 1991–1999, 2000. Citado en la página 185.

135 El material sobre el debate de la sombra pertenece al libro de Robert M. Pryce, *Cook and Peary*, Stackpole Books, 1997. Ver también los detalles de la falsificación de Peary en Wally Herbert, *The Noose of Laurels*, Doubleday 1989. La triste historia de Robert Peary también es contada en el número centenario de of *National Geographic*, September 1988. Puesto que la National Geographic Society había financiado a Peary en su intento y lo había apoyado has que el Congreso de los EEUU lo declaró como el primer hombre que pisó el Polo, la retractación (parcial) no es digna de tener en cuenta. (Posteriormente la revista cambió de parecer nuevamente, para vender más ejemplares, y ahora, otra vez, vuelve a decir que fue Peary quien alcanzo el Polo Norte.) Por cierto, las fotografías de Cook, quien también reclamó para si haber llegado al Polo Norte aún antes que Peary, presentan el mismo problema sobre la longitud de la sombra. Ambos hombres tienen toda una historia de engaños sobre sus 'proezas'. Como resultado, el primer hombre en llegar al Polo Norte fue probablemente Roald Amundsen, quien llegó allí varias años después y que fue el primer hombre en el Polo Sur. Citado en la página 146.

136 La historia se cuenta en M. Nauenberg, *Hooke, orbital motion, and Newton's Principia*, American Journal of Physics **62**, 1994, pp. 331–350. Citado en la página 192.

137 Se dan más detalles por D. Rawlins, en *Doubling your sunsets or how anyone can measure the Earth's size with wristwatch and meter stick*, American Journal of Physics **47**, 1979, pp. 126–128. Otra medida sencilla del radio de la Tierra, utilizando un simple sextante, la proporciona R. O'Keefe & B. Ghavimi-Alagha, en *The World Trade Center and the distance to the world's center*, American Journal of Physics **60**, pp. 183–185, 1992. Citado en la página 193.

Moeller, Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

138 Sobre las medidas de distancias astronómicas se pueden encontrar más detalles en el bonito librito de A. VAN HELDEN, *Measuring the Universe*, University of Chicago Press, 1985, y en NIGEL HENBEST & HEATHER COOPER, *The Guide to the Galaxy*, Cambridge University Press, 1994. Citado en la página 193.

139 Se pueden encontrar cantidad de detalles en M. JAMMER, *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*, reprinted by Dover, 1997, y en *Concepts of Force, a Study in the Foundations of Mechanics*, Harvard University Press, 1957. Estos textos, eclécticos y de investigación rigurosa proporcionan numerosos detalles y explican diferentes puntos de vista filosóficos, pero carecen de afirmaciones claras y conclusiones sobre una descripción exacta de la naturaleza; por lo tanto no son de ayuda en nuestro propósito fundamental.

Jean Buridan (*c.* 1295 to *c.* 1366) critica la distinción entre movimiento sublunar y translunar en su libro *De Caelo*,, uno de sus numerosos trabajos. Citado en la página 193.

140 D. TOPPER & D. E. VINCENT, *An analysis of Newton's projectile diagram*, European Journal of Physics **20**, pp. 59–66, 1999. Citado en la página 194.

141 La absurda historia del metro es constada en la novela histórica de KEN ALDER, *The Measure of All Things : The Seven-Year Odyssey and Hidden Error that Transformed the World*, The Free Press, 2003. Sin citas.

142 H. CAVENDISH, *Experiments to determine the density of the Earth*, Philosophical Transactions of the Royal Society **88**, pp. 469–526, 1798. En realidad, el primer valor de la constante gravitacional *G* encontrada en la literatura data solamente desde 1873, por Marie-Alfred Cornu y Jean-Baptistin Baille, quien utilizó una versión mejorada del método de Cavendish. Citado en la página 199.

143 Sobre la medida de las dimensiones espaciales a través de la gravedad - y el fallo para encontrar una pista para un número diferente a tres - véase la revista de E. G. ADELBERGER, B. R. HECKEL & A. E. NELSON, *Tests of the gravitational inverse-square law*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **53**, pp. 77–121, 2003, también arxiv.org/abs/hep-ph/0307284, o la revista de J. A. HEWETT & M. SPIROPULU, *Particle physics probes of extra spacetime dimensions*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **52**, pp. 397–424, 2002, arxiv.org/abs/hep-ph/0205106. Citado en la página 202.

144 Existen muchos libros explicando el origen de la forma exacta de la Tierra, tal como el libro de bolsillo S. ANDERS, *Weil die Erde rotiert*, Verlag Harri Deutsch, 1985. Citado en la página 202.

145 La forma de la Tierra es descrita con mucho mayor precisión con el World Geodetic System (Sistema Geodésico Mundial). Para una presentación, consultar los websites en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System y www.dqts.net/wgs84.htm . Consultar también la del *International Earth Rotation Service* en hpiers.obspm.fr. Citado en la página 202.

146 G. HECKMAN & M. VAN HAANDEL, *De vele beweijzen van Kepler's wet over ellipsenbanen: een nieuwe voor 'het Boek'?*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 366–368, November 2007. Citado en la página 190.

147 W. K. HARTMAN, R. J. PHILLIPS & G. J. TAYLOR, editors, *Origin of the Moon*, Lunar and Planetary Institute, 1986. Citado en la página 205.

148 Si desea leer sobre el movimiento de la Luna y adentrarse en sus detalles, eche un vistazo a MARTIN C. GUTZWILLER, *Moon–Earth–Sun: the oldest three body problem*, Reviews of Modern Physics **70**, pp. 589–639, 1998. Citado en la página 205.

149 DIETRICH NEUMANN, *Physiologische Uhren von Insekten – Zur Ökophysiologie lunarperiodisch kontrollierter Fortpflanzungszeiten*, Naturwissenschaften **82**, pp. 310–320, 1995. Citado en la página 205.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

150 El origen de la duración del ciclo menstrual no se ha establecido todavía; no obstante, existen explicaciones sobre cómo se sincroniza con otros ciclos. Para una explicación de carácter general véase Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum & Jürgen Kurths, *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science*, Cambridge University Press, 2002. Citado en la página 206.

151 J. Laskar, F. Joutel & P. Robutel, *Stability of the Earth's obliquity by the moon*, Nature **361**, pp. 615–617, 1993. No obstante, el asunto no está completamente determinado, y hay otras opiniones al respecto. Citado en la página 206.

152 Neil F. Comins, *What if the Moon Did not Exist? – Voyages to Earths that Might Have Been*, Harper Collins, 1993. Citado en la página 206.

153 Una propuesta reciente es M. Ćuk, D. P. Hamilton, S. J. Lock & S. T. Stewart, *Tidal evolution of the Moon from a high-obliquity, high-angular-momentum Earth*, Nature **539**, pp. 402–406, 2016. Citado en la página 206.

154 M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Discovery of Earth's quasi-satellite*, Meteoritics & Planetary Science **39**, pp. 1251–1255, 2004, y R. Brasser, K. A. Innanen, M. Connors, C. Veillet, P. A. Wiegert, S. Mikkola & P. W. Chodas, *Transient co-orbital asteroids*, Icarus **171**, pp. 102–109, 2004. Ver también las órbitas en M. Connors, C. Veillet, R. Brasser, P. A. Wiegert, P. W. Chodas, S. Mikkola & K. A. Innanen, *Horseshoe asteroids and quasi-satellites in Earth-like orbits*, Lunar and Planetary Science **35**, p. 1562, 2004,, preimpresión en www.lpi.usra.edu/meetings/lpsc2004/pdf/1565.pdf. Citado en la página 209.

155 P. A. Wiegert, K. A. Innanen & S. Mikkola, *An asteroidal companion to the Earth*, Nature **387**, pp. 685–686, 12 June 1997, junto a los comentarios sobre pp. 651–652. Los detalles sobre la órbita y sobre el hecho de que los puntos Lagrangianos no siempre forman triángulos equilátero, se pueden encontrar en F. Namouni, A. A. Christou & C. D. Murray, *Coorbital dynamics at large eccentricity and inclination*, Physical Review Letters **83**, pp. 2506–2509, 1999. Citado en la página 208.

156 Simon Newcomb, Astronomical Papers of the American Ephemeris **1**, p. 472, 1882. Citado en la página 211.

157 Para una animación sobre las mareas, consultar www.jason.oceanobs.com/html/applications/marees/m2_atlantique_fr.html. Citado en la página 211.

158 Una bonota introducción es el clásico G. Falk & W. Ruppel, *Mechanik, Relativität, Gravitation – ein Lehrbuch*, Springer Verlag, Dritte Auflage, 1983. Citado en la página 211.

159 J. Soldner, *Berliner Astronomisches Jahrbuch auf das Jahr 1804*, 1801, p. 161. Citado en la página 215.

160 La igualdad fue probada con precisión por primera vez por R. von Eötvös, Annalen der Physik & Chemie **59**, p. 354, 1896, y por R. von Eötvös, V. Pekár, E. Fekete, *Beiträge zum Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravität*, Annalen der Physik 4, Leipzig **68**, pp. 11–66, 1922. Él encontró acuerdo para 5 partes en 10^9. Otros experimento fueron llevados a cabo por P. G. Roll, R. Krotkow & R. H. Dicke, *The equivalence of inertial and passive gravitational mass*, Annals of Physics (NY) **26**, pp. 442–517, 1964, uno de los más interesantes y entretenidos artículos de investigación de la física experimental, y por V. B. Braginsky & V. I. Panov, Soviet Physics – JETP **34**, pp. 463–466, 1971. Resultados más modernos, con errores inferiores a una parte por cada 10^{12}, son debidos a Y. Su & al., *New tests of the universality of free fall*, Physical Review **D50**, pp. 3614–3636, 1994. Se han propuesto varios experimentos para probar la igualdad en el espacio con menos de una parte por cada 10^{16}. Citado en la página 217.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

161 H. Edelmann, R. Napiwotzki, U. Heber, N. Christlieb & D. Reimers, *HE 0437-5439: an unbound hyper-velocity B-type star*, The Astrophysical Journal **634**, pp. L181–L184, 2005. Sin citas.

162 Esto está explicado por ejemplo por D.K. Firpić & I.V. Aniçin, *The planets, after all, may run only in perfect circles – but in the velocity space!*, European Journal of Physics **14**, pp. 255–258, 1993. Citado en las páginas 225 y 539.

163 Consultar L. Hodges, *Gravitational field strength inside the Earth*, American Journal of Physics **59**, pp. 954–956, 1991. Citado en la página 226.

164 El controvertido debate se propone en A. E. Chubykalo & S. J. Vlaev, *Theorem on the proportionality of inertial and gravitational masses in classical mechanics*, European Journal of Physics **19**, pp. 1–6, 1998, preimpresión en arXiv.org/abs/physics/9703031. Este documento podría ser erróneo; Véase el duro comentario de B. Jancovici, European Journal of Physics **19**, p. 399, 1998, y la respuesta al mismo en arxiv.org/abs/physics/9805003. Citado en la página 227.

165 P. Mohazzabi & M. C. James, *Plumb line and the shape of the Earth*, American Journal of Physics **68**, pp. 1038–1041, 2000. Citado en la página 227.

166 Desde Neil de Gasse Tyson, *The Universe Down to Earth*, Columbia University Press, 1994. Citado en la página 228.

167 G. D. Quinlan, *Planet X: a myth exposed*, Nature **363**, pp. 18–19, 1993. Citado en la página 229.

168 Véase en.wikipedia.org/wiki/90377_Sedna. Citado en la página 229.

169 Consultar R. Matthews, *Not a snowball's chance ...*, New Scientist 12 July 1997, pp. 24–27. La afirmación original es de Louis A. Frank, J. B. Sigwarth & J. D. Craven, *On the influx of small comets into the Earth's upper atmosphere*, partes I y II, Geophysical Research Letters **13**, pp. 303–306, pp. 307–310, 1986. Las observaciones más recientes han refutado la afirmación. Citado en la página 230.

170 La forma del rayo está bellamente explicada por J. Evans, *The ray form of Newton's law of motion*, American Journal of Physics **61**, pp. 347–350, 1993. Citado en la página 233.

171 Esto es un pequeño ejemplo del bonito texto de Mark P. Silverman, *And Yet It Moves: Strange Systems and Subtle Questions in Physics*, Cambridge University Press, 1993. Constituye un cofre del tesoro para cualquiera que esté interesado en los detalles de la física. Citado en la página 233.

172 G.-L. Lesage, *Lucrèce Newtonien*, Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres pp. 404–431, 1747, or www3.bbaw.de/bibliothek/digital/struktur/03-nouv/1782/jpg-0600/00000495.htm. Consultar también en.wikipedia.org/wiki/Le_Sage's_theory_of_gravitation. En realidad, el priemro en proponer la idea de la gravitación como resultado de los empujones de pequeñas partículas sobre las masas a su alrededor fue de Nicolas Fatio de Duillier in 1688. Citado en la página 233.

173 J. Laskar, *A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system*, Nature **338**, pp. 237–238, 1989, y J. Laskar, *The chaotic motion of the solar system - A numerical estimate of the size of the chaotic zones*, Icarus **88**, pp. 266–291, 1990. La obra de Laskar fue posteriormente ampliada por Jack Wisdom, utilizando ordenadores especialmente construidos a tal efecto, siguiendo solamente a los planetas, sin tener en cuenta los objetos más pequeños. Para más detalles, véase G. J. Sussman & J. Wisdom, *Chaotic Evolution of the Solar System*, Science **257**, pp. 56–62, 1992. Hoy día, tales cálculos se pueden realizar en un ordenador casero mediante un lenguaje de programación obtenido libremente en Internet. Citado en la página 235.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

174 B. Dubrulle & F. Graner, *Titius-Bode laws in the solar system. 1: Scale invariance explains everything*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 262–268, 1994, y *Titius-Bode laws in the solar system. 2: Build your own law from disk models*, Astronomy and Astrophysics **282**, pp. 269–-276, 1994. Citado en la página 235.

175 M. Lecar, *Bode's Law*, Nature **242**, pp. 318–319, 1973, y M. Henon, *A comment on "The resonant structure of the solar system" by A.M. Molchanov*, Icarus **11**, pp. 93–94, 1969. Citado en la página 235.

176 Cassius Dio, *Historia Romana*, *c.* 220, book 37, 18. Para una traducción al inglés, consultar el sitio penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Cassius_Dio/37*.html. Citado en la página 236.

177 Consultar el bonito documento A. J. Simoson, *Falling down a hole through the Earth*, Mathematics Magazine 77, pp. 171–188, 2004. Ver también A. J. Simoson, *The gravity of Hades*, 75, pp. 335–350, 2002. Citado en las páginas 238 y 541.

178 M. Bevis, D. Alsdorf, E. Kendrick, L. P. Fortes, B. Forsberg, R. Malley & J. Becker, *Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and Earth's elastic response*, Geophysical Research Letters 32, p. L16308, 2005. Citado en la página 238.

179 D. Hestenes, M. Wells & G. Swackhamer, *Force concept inventory*, Physics Teacher **30**, pp. 141–158, 1982. Los autores desarrollaron pruebas para comprobar la comprensión de los conceptos de la física por los estudiantes; el trabajo ha resultado ser muy atractivo para el campo de la enseñanza de la física. Citado en la página 245.

180 Para una visión general sobre la falta de acuerdo, desde la física hasta la economía, arquitectura y la teoría de la organización, véase N. Åkerman, editor, *The Necessity of Friction – Nineteen Essays on a Vital Force*, Springer Verlag, 1993. Citado en la página 250.

181 Consultar M. Hirano, K. Shinjo, R. Kanecko & Y. Murata, *Observation of superlubricity by scanning tunneling microscopy*, Physical Review Letters 78, pp. 1448–1451, 1997. Véase también la discusión de sus resultados por Serge Fayeulle, *Superlubricity: when friction stops*, Physics World pp. 29–30, May 1997. Citado en la página 250.

182 C. Donald Ahrens, *Meteorology Today: An Introduction to the Weather, Climate, and the Environment*, West Publishing Company, 1991. Citado en la página 251.

183 Este asunto es discutido con lucidez por J. R. Mureika, *What really are the best 100 m performances?*, Athletics: Canada's National Track and Field Running Magazine, July 1997. También puede encontrarse verse como arxiv.org/abs/physics/9705004, junto con otra documentación sobre asuntos similares por el mismo autor. Citado en la página 251.

184 F. P. Bowden & D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press, Part I, revised edition, 1954, and part II, 1964. Citado en la página 252.

185 Un libro influyente sobre la violencia humana es James Gilligan, *Violence – Our Deadly Epidemic and its Causes*, Grosset/Putnam, 1992. Citado en la página 252.

186 Las evaluaciones principales del azar de series de números - entre ellos el 'gorila test' - pueden ser consultadas en la acreditada documentación de G. Marsaglia & W. W. Tsang, *Some difficult-to-pass tests of randomness*, Journal of Statistical Software 7, p. 8, 2002. También puede ser descargado desde www.jstatsoft.org/v07/i03. Citado en la página 256.

187 Sobre este tema, ver el interesante libro de Jaroslaw Strzalko, Juliusz Grabski, Przemyslaw Perlikowski, Andrzeij Stefanski & Tomasz Kapitaniak, *Dynamics of Gambling: Origin of Randomness in Mechanical Systems*, Springer, 2009, así como las publicaciones más recientes de Kapitaniak. Citado en la página 256.

188 Para una posición sobre el libre albedrío, consultar el cautivador libro de Bert Hellinger, *Zweierlei Glück*, Carl Auer Systeme Verlag, 1997. El autor explica como vivir tranquilamen-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

te y con el sentido de responsabilidad más alto posible sobre las acciones de uno mismo, mediante la reducción de la implicación con el destino de los otros. Describe una potente técnica para darse cuenta de esta meta.

Un punto de vista totalmente diferente es el de AUNG SAN SUU KYI, *Freedom from Fear*, Penguin, 1991. Una de las mujeres más valientes de la Tierra. Obtuvo el Premio Noble de la Paz en 1991.

Una técnoca personal muy efectiva es la presentada por PHIL STUTZ & BARRY MICHELS, *The Tools*, Spiegel & Grau, 2012. Citado en la página 258.

189 HENRIK WALTER, *Neurophilosophie der Willensfreiheit*, Mentis Verlag, Paderborn 1999. También disponible en inglés. Citado en la página 258.

190 GIUSEPPE FUMAGALLI, *Chi l'ha detto?*, Hoepli, 1983. Citado en la página 259.

191 Véase el tutorial sobre el enlace Peaucellier-Lipkin por D.W. Henderson y D. Taimina en la página kmoddl.library.cornell.edu/tutorials/11/index.php. Internet contiene muchas otras páginas sobre el asunto. Citado en la página 260.

192 La bonita historia del carro que apunta al sur se cuenta en el Apéndice B de JAMES FOSTER & J. D. NIGHTINGALE, *A Short Course in General Relativity*, Springer Verlag, 2nd edition, 1998. Tales carros han existido en China, tal como lo relata el gran sinologista Joseph Needham, pero se desconoce cómo estaban construidos. El carro descritos por Foster y Nightingale fue construido en 1947 por George Lancaster, ingeniero británico. Citado en la página 261.

193 T. VAN DE KAMP, P. VAGOVIC, T. BAUMBACH & A. RIEDEL, *A biological screw in a beetle's leg*, Science **333**, p. 52, 2011. Citado en la página 261.

194 M. BURROWS & G. P. SUTTON, *Interacting gears synchronise propulsive leg movements in a jumping insect*, Science **341**, pp. 1254–1256, 2013. Sin citas.

195 Ver por ejemplo Z. GHAHRAMANI, *Building blocks of movement*, Nature **407**, pp. 682–683, 2000. Los investigadores en control mediante robots también se interesan por estos asuntos. Citado en la página 261.

196 G. GUTIERREZ, C. FEHR, A. CALZADILLA & D. FIGUEROA, *Fluid flow up the wall of a spinning egg*, American Journal of Physics **66**, pp. 442–445, 1998. Citado en la página 263.

197 Un informe histórico lo da WOLFGANG YOURGRAY & STANLEY MANDELSTAM, *Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory*, Dover, 1968. Citado en las páginas 265 y 275.

198 C. G. GRAY & E. F. TAYLOR, *When action is not least*, American Journal of Physics **75**, pp. 434–458, 2007. Citado en la página 270.

199 MAX PÄSLER, *Prinzipe der Mechanik*, Walter de Gruyter & Co., 1968. Citado en la página 272.

200 La relación entre do posible Lagrangianos es explicado por HERBERT GOLDSTEIN, *Classical Mechanics*, 2nd edition, Addison-Wesley, 1980. Sin citas.

201 La afirmación de Hemingway es citada por Marlene Dietrich en AARON E. HOTCHNER, *Papa Hemingway*, Random House, 1966, en la parte 1, capítulo 1. Citado en la página 274.

202 C. G. GRAY, G. KARL & V. A. NOVIKOV, *From Maupertius to Schrödinger. Quantization of classical variational principles*, American Journal of Physics **67**, pp. 959–961, 1999. Citado en la página 275.

203 J. A. MOORE, *An innovation in physics instruction for nonscience majors*, American Journal of Physics **46**, pp. 607–612, 1978. Citado en la página 276.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

204 See e.g. ALAN P. BOSS, *Extrasolar planets*, Physics Today **49**, pp. 32–38. September 1996. La información más reciente se puede encontrar en la 'Extrasolar Planet Encyclopaedia' mantenida en www.obspm.fr/planets por Jean Schneider del Observatoire de Paris. Citado en la página 280.

205 Un buen artículo es el de DAVID W. HUGHES, *Comets and Asteroids*, Contemporary Physics 35, pp. 75–93, 1994. Citado en la página 280.

206 G. B. WEST, J. H. BROWN & B. J. ENQUIST, *A general model for the origin of allometric scaling laws in biology*, Science **276**, pp. 122–126, 4 April 1997, con comentarios en la página 34 sobre el mismo asunto. Se explican las reglas que gobiernan las propiedades de la ramificación de los vasos sanguíneos, de los sistemas linfáticos y del sistema vascular de las plantas. Para mayor información sobre las plantes, véase también la documentación de G. B. WEST, J. H. BROWN & B. J. ENQUIST, *A general model for the structure and allometry of plant vascular systems*, Nature **400**, pp. 664–667, 1999. Citado en la página 281.

207 J. R. BANAVAR, A. MARTIN & A. RINALDO, *Size and form in efficient transportation networks*, Nature **399**, pp. 130–132, 1999. Citado en la página 282.

208 N. MOREIRA, *New striders - new humanoids with efficient gaits change the robotics landscape*, Science News Online 6th of August, 2005. Citado en la página 283.

209 WERNER HEISENBERG, *Der Teil und das Ganze*, Piper, 1969. Citado en la página 284.

210 Ver la clara presentación de E. H. LOCKWOOD & R. H. MACMILLAN, *Geometric Symmetry*, Cambridge University Press, 1978. Citado en la página 284.

211 JOHN MANSLEY ROBINSON, *An Introduction to Early Greek Philosophy*, Houghton Muffin 1968, chapter 5. Citado en la página 285.

212 See e.g. B. BOWER, *A child's theory of mind*, Science News **144**, pp. 40–41. Citado en la página 289.

213 El libro más bonito sobre este asunto es el texto de BRANKO GRÜNBAUM & G. C. SHEPHARD, *Tilings and Patterns*, W.H. Freeman and Company, New York, 1987. Ha sido traducido a varios idiomas y ha sido publicado repetidamente en varias ocasiones. Citado en la página 291.

214 Sobre tensores y elipsoides en un espacio tridimensional, véase mysite.du.edu/~jcalvert/phys/ellipso.htm. En un espacio-tiempo cuatri-dimensional, los tensores resultan más abstractos de comprender. Poniéndose énfasis en sus aplicaciones en la relatividad, tales tensores son explicados en R. FROSCH, *Four-tensors, the mother tongue of classical physics*, vdf Hochschulverlag, 2006, parcialmente disponible en books.google.com. Sin citas.

215 U. NIEDERER, *The maximal kinematical invariance group of the free Schrödinger equation*, Helvetica Physica Acta **45**, pp. 802–810, 1972. Véase también la introducción de O. JAHN & V. V. SREEDHAR, *The maximal invariance group of Newton's equations for a free point particle*, arxiv.org/abs/math-ph/0102011. Citado en la página 299.

216 La historia se cuenta en la interesante biografía de Einstein escrita por A. PAIS, *'Subtle is the Lord...' – The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, 1982. Citado en la página 300.

217 W. ZÜRN & R. WIDMER-SCHNIDRIG, *Globale Eigenschwingungen der Erde*, Physik Journal 1, pp. 49–55, 2002. Citado en la página 310.

218 N. GAUTHIER, *What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap?*, American Journal of Physics 71, pp. 787–790, 2003. Citado en la página 321.

219 Sobre el oído y los detalles de su funcionamiento existe un resumen moderno e informativo en www.physicsweb.org/article/world/15/5/8. Citado en la página 324.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

220 Un renombrado experto en la física del canto es Ingo Titze. Entre sus muchos libros y documentos se encuentra la popular presentación I. R. Titze, *The human instrument*, Scientific American pp. 94–101, January 2008. Varios de sus libros, documentos y presentaciones son de obtención libre bajándoselos de la web www.ncvs.org del National Center of Voice & Speech. Son de muy valiosos para todos aquellos que muestren gran interés por el canto y la voz humana. Véanse los artículos y los clips de sonido en la dirección www.scientificamerican.com/article.cfm?id=sound-clips-human-instrument. Otro documento interesante es también M. Kob & al., *Analysing and understanding the singing voice: recent progress and open questions*, Current Bioinformatics **6**, pp. 362–374, 2011. Citado en la página 328.

221 S. Adachi, *Principles of sound production in wind instruments*, Acoustical Science and Technology **25**, pp. 400–404, 2004. Citado en la página 330.

222 Es muy amplia la literatura sobre los tonos y sus efectos. Por ejemplo, la gente ha explorado las diferencias y los efectos de las distintas entonaciones con gran detalle. Varios sitios web, tal como bellsouthpwp.net/j/d/jdelaub/jstudio.htm, permiten escuchar música interpretada con diferentes entonaciones. También ha sido estudiado si los animales utilizan una única entonación o es cromática. (Véase, por ejemplo, K. Leutwyler, *Exploring the musical brain*, Scientific American January 2001.) También existen estudios sobre los efectos de las bajas frecuencias, de los batimientos y de otros muchos efectos sobre los humanos. No obstante, muchos estudios mezclan argumentos serios con otros menos serios. Es fácil perderse entre ellos. Citado en la página 331.

223 M. Fatemi, P. L. Ogburn & J. F. Greenleaf, *Fetal stimulation by pulsed diagnostic ultrasound*, Journal of Ultrasound in Medicine **20**, pp. 883–889, 2001. Consultar también M. Fatemi, A. Alizad & J. F. Greenleaf, *Characteristics of the audio sound generated by ultrasound imaging systems*, Journal of the Acoustical Society of America **117**, pp. 1448–1455, 2005. Citado en la página 332.

224 Yo conozco a una ginecólogo que, durante su propio embarazo, tomó imágenes de su hijo *cada día* con una máquina de ultrasonidos. El niño nació con severos problemas de audición que no han desaparecido. Citado en la página 334.

225 R. Mole, *Possible hazards of imaging and Doppler ultrasound in obstetrics*, Birth Issues in Perinatal Care **13**, pp. 29–37, 2007. Citado en la página 334.

226 A. L. Hodgkin & A. F. Huxley, *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, Journal of Physiology **117**, pp. 500–544, 1952. Este famoso trabajo sobre biología teórica proporcionó a sus autores el Premio Nobel de Medicina en 1963. Citado en la página 336.

227 T. Filippov, *The Versatile Soliton*, Springer Verlag, 2000. Ver también J. S. Russel, *Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, Murray, London, 1844, pp. 311–390. Citado en las páginas 337 y 339.

228 R. S. Ward, *Solitons and other extended field configurations*, preprint at arxiv.org/abs/hep-th/0505135. Citado en la página 339.

229 D. B. Bahr, W. T. Pfeffer & R. C. Browning, *The surprising motion of ski moguls*, Physics Today **62**, pp. 68–69, November 2009. Citado en la página 341.

230 N. J. Zabusky & M. D. Kruskal, *Interaction of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial states*, Physical Review Letters **15**, pp. 240–243, 1965. Citado en la página 338.

231 O. Muskens, *De kortste knal ter wereld*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde pp. 70–73, 2005. Citado en la página 339.

Moscow Mountain - The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

232 E. Heller, *Freak waves: just bad luck, or avoidable?*, Europhysics News pp. 159–161, September/October 2005, Puede bajarse de la www.europhysicsnews.org. Citado en la página 342.

233 Consultar el bonito artículo de D. Aarts, M. Schmidt & H. Lekkerkerker, *Directe visuele waarneming van thermische capillaire golven*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **70**, pp. 216–218, 2004. Citado en la página 342.

234 Para más información sobre el canal de sonido en el océano, véase la novela de Tom Clancy, *The Hunt for Red October*. Consultar también los guiones de física de R. A. Muller, *Government secrets of the oceans, atmosphere, and UFOs*, web.archive.org/web/*/muller.lbl.gov/teaching/Physics10/chapters/9-SecretsofUFOs.html 2001. Citado en la página 344.

235 B. Wilson, R. S. Batty & L. M. Dill, *Pacific and Atlantic herring produce burst pulse sounds*, Biology Letters **271**, number S3, 7 February 2004. Citado en la página 344.

236 A. Chabchoub & M. Fink, *Time-reversal generation of rogue Wwaves*, Physical Review Letters **112**, p. 124101, 2014, preimpresión en arxiv.org/abs/1311.2990. Consultar también las citadas referencias. Citado en la página 345.

237 Ver por ejemplo el artículo de G. Fritsch, *Infraschall*, Physik in unserer Zeit **13**, pp. 104–110, 1982. Citado en la página 347.

238 Las transformaciones de ondículas fueron desarrolladas por los matemáticos franceses Alex Grossmann, Jean Morlet y Thierry Paul. El documento básico es A. Grossmann, J. Morlet & T. Paul, *Integral transforms associated to square integrable representations*, Journal of Mathematical Physics **26**, pp. 2473–2479, 1985. Para una introducción moderna, véase Stéphane Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, 1999. Citado en la página 347.

239 P. Manogg, *Knall und Superknall beim Überschallflug*, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht **35**, pp. 26–33, 1982, mi profesor de física en la escuela secundaria. Citado en la página 349.

240 Ver la excelente introducción de L. Ellerbreok & L. van den Hoorn, *In het kielzog van Kelvin*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **73**, pp. 310–313, 2007. Sobre excepciones al ángulo de Kelvin, consultar www.graingerdesigns.net/oshunpro/design-technology/wave-cancellation. Citado en la página 350.

241 Jay Ingram, *The Velocity of Honey - And More Science of Everyday Life*, Viking, 2003. See also W. W. L. Au & J. A. Simmons, *Echolocation in dolphins and bats*, Physics Today **60**, pp. 40–45, 2007. Citado en la página 350.

242 M. Boiti, J.-P. Leon, L. Martina & F. Pempinelli, *Scattering of localized solitons in the plane*, Physics Letters A **132**, pp. 432–439, 1988, A. S. Fokas & P. M. Santini, *Coherent structures in multidimensions*, Physics Review Letters **63**, pp. 1329–1333, 1989, J. Hietarinta & R. Hirota, *Multidromion solutions to the Davey–Stewartson equation*, Physics Letters A **145**, pp. 237–244, 1990. Citado en la página 350.

243 Sobre cosas de esta fascinante investigación, ver J. L. Hammack, D. M. Henderson & H. Segur, *Progressive waves with persistent two-dimensional surface patterns in deep water*, Journal of Fluid Mechanics **532**, pp. 1–52, 2005. Se puede ver una bonita fotografía al cruzar ondas cnoidales en A. R. Osborne, *Hyperfast Modeling of Shallow-Water Waves: The KdV and KP Equations*, International Geophysics **97**, pp. 821–856, 2010. Ver también en.wikipedia.org/wiki/Waves_and_shallow_water, en.wikipedia.org/wiki/Cnoidal_wave y en.wikipedia.org/wiki/Tidal_bore para una primera impresión. Citado en la página 351.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

244 El cambio de la frecuencia de sonido con el volumen de una botella queda explicado en hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/Waves/cavity.html. Citado en la página 351.

245 Una introducción apasionada es NEVILLE H. FLETCHER & THOMAS D. ROSSING, *The Physics of Musical Instruments*, second edition, Springer 2000. Citado en la página 352.

246 M. AUSLOOS & D. H. BERMAN, *Multivariate Weierstrass–Mandelbrot function*, Proceedings of the Royal Society in London A 400, pp. 331–350, 1985. Citado en la página 357.

247 El Catecismo de la Iglesia Católica, Parte dos, Sección dos, Capítulo uno, Artículo 3, declaraciones 1376, 1377 and 1413, encontrado en www.vatican.va/archive/ENG0015/__P41.HTM o www.vatican.va/archive/ITA0014/__P40.HTM con sus explicaciones en www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_en.html y www.vatican.va/archive/compendium_ccc/documents/archive_2005_compendium-ccc_it.html. Citado en la página 360.

248 El texto original de la condena de Galileo en 1633 se puede consultar it.wikisource.org/wiki/Sentenza_di_condanna_di_Galileo_Galilei. Citado en la página 360.

249 La retractación que Galileo se vio forzado a firmar en 1633 se puede consultar en it.wikisource.org/wiki/Abiura_di_Galileo_Galilei. Citado en la página 361.

250 M. ARTIGAS, *Un nuovo documento sul caso Galileo: EE 291*, Acta Philosophica 10, pp. 199–214, 2001. Citado en la página 361.

251 La mayoría de esos puntos están recogidos , directa o indirectamente, en el libro de ANNIBALE FANTOLI, *Galileo: For Copernicanism and for the Church*, Vatican Observatory Publications, segunda edición, 1996, y por George Coyne, director del observatorio Vaticano, en sus discursos y publicaciones, por ejemplo en G. COYNE, *Galileo: for Copernicanism and for the church*, Zwoje 3/36, 2003, que pueden verse en www.zwoje-scrolls.com/zwoje36/text05p.htm. Citado en la página 361.

252 THOMAS A. MCMAHON & JOHN T. BONNER, *On Size and Life*, Scientific American/Freeman, 1983. Otro libro de John Bonner, quién gano el Premio Nobel de Biología, es JOHN T. BONNER, *Why Size Matters: From Bacteria to Blue Whales*, Princeton University Press, 2011. Citado en la página 362.

253 G. W. KOCH, S. C. SILLETT, G. M. JENNINGS & S. D. DAVIS, *The limits to tree height*, Nature 428, pp. 851–854, 2004. Sin citas.

254 Un sencillo artículo que explica la altura de los arboles es A. MINEYEV, *Trees worthy of Paul Bunyan*, Quantum pp. 4–10, January–February 1994. (Paul Bunyan es un mítico leñador gigante que es el héroe de los primeros pioneros de la frontera de los Estados Unidos.) Téngase en cuenta que el transporte de líquidos en los árboles no establece límites en su altura, ya que el agua es bombeada hacia arriba a lo largo de los tallos (excepto en primavera, que es bombeada hacia arriba desde las raíces) por evaporación desde las hojas. Este trabajo se realiza casi sin límites porque las columnas de agua, que en la fase de la formación del núcleo es cuidadosamente evitada, pueden estar sometidas a un esfuerzo de tracción superior a 100 bar, lo que corresponde a 1000 m. Consultar también P. NOBEL, *Plant Physiology*, Academic Press, 2nd Edition, 1999. Un árbol artificial - aunque extremadamente pequeño - utilizando el mismo mecanismo, fue construido y estudiado por T. D. WHEELER & A. D. STROOCK, *The transpiration of water at negative pressures in a synthetic tree*, Nature 455, pp. 208–212, 2008. Véase tambiéno N. M. HOLBROOK & M. A. ZWIENIECKI, *Transporting water to the top of trees*, Physics Today pp. 76–77, 2008. Citado en las páginas 363 y 385.

255 La misma información se puede consultar también en el excelente artículo de M. F. ASHBY, *On the engineering properties of materials*, Acta Metallurgica 37, pp. 1273–

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

1293, 1989. El artículo explica los distintos criterios que determinan la selección de materiales, proporcionando numerosas tablas para guiar la selección. Citado en la página 363.

256 Ver el bonito documento de S. E. VIRGO, *Loschmidt's number*, Science Progress **27**, pp. 634–649, 1933. También está en formato HTML, libremente descargable en Internet. Citado en las páginas 365 y 367.

257 Consultar el precioso documento de PETER PESIC, *Estimating Avogadro's number from skylight and airlight*, European Journal of Physics **26**, pp. 183–187, 2005. La errónea afirmación de que el color azul se debe a las fluctuaciones de densidad es dispersada en C. F. BOHREN & A. B. FRASER, *Color of the Sky*, Physics Teacher **238**, pp. 267–272, 1985. También explica que las variaciones del color del cielo, como el color de leche, se debe a la dispersión múltiple. Citado en las páginas 366 y 550.

258 Se puede ver una fotografía de un único *átomo* de bario – llamado Astrid – en HANS DEHMELT, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62**, pp. 525–530, 1990. Para otra fotografía de un *ión*, de bario, véase W. NEUHAUSER, M. HOHENSTATT, P. E. TOSCHEK & H. DEHMELT, *Localized visible Ba^+ mono-ion oscillator*, Physical Review A **22**, pp. 1137–1140, 1980. Ver también la fotografía en página 369. Citado en la página 369.

259 Los hologramas de átomos fueron producidos por vez primera por HANS-WERNER FINK & al., *Atomic resolution in lens-less low-energy electron holography*, Physical Review Letters **67**, pp. 1543–1546, 1991. Citado en la página 369.

260 En 1994 se construyó un láser de un sólo átomo por K. AN, J. J. CHILDS, R. R. DASARI & M. S. FELD, *Microlaser: a laser with one atom in an optical resonator*, Physical Review Letters **73**, p. 3375, 1994. Citado en la página 369.

261 La fotografía de la izquierda de la Figura 240 sobre página 369 es la primera imágen que muestra estructuras subatómicass (visibles como sombras de los átomos). Se publicó por F. J. GIESSIBL, S. HEMBACHER, H. BIELEFELDT & J. MANNHART, *Subatomic features on the silicon (111)-(7x7) surface observed by atomic force microscopy*, Science **289**, pp. 422 – 425, 2000. Citado en la página 369.

262 Ver por ejemplo C. SCHILLER, A. A. KOOMANS, T. L. VAN ROOY, C. SCHÖNENBERGER & H. B. ELSWIJK, *Decapitation of tungsten field emitter tips during sputter sharpening*, Surface Science Letters **339**, pp. L925–L930, 1996. Citado en la página 370.

263 U. WEIERSTALL & J. C. H. SPENCE, *An STM with time-of-flight analyzer for atomic species identification*, MSA 2000, Philadelphia, Microscopy and Microanalysis **6**, Supplement 2, p. 718, 2000. Citado en la página 370.

264 P. KREHL, S. ENGEMANN & D. SCHWENKEL, *The puzzle of whip cracking – uncovered by a correlation of whip-tip kinematics with shock wave emission*, Shock Waves **8**, pp. 1–9, 1998. Los autores utilizaron cámaras de alta velocidad para estudiar el movimiento del látigo. Se ha añadido un nuevo aspecto por A. GORIELY & T. MCMILLEN, *Shape of a cracking whip*, Physical Review Letters **88**, p. 244301, 2002. Este artículo se focaliza en el aspecto afilado del látigo. No obstante, el descuido del penacho – una pieza al final del látigo que es necesaria para conseguir el chasquido – en el último documento muestra que todavía hay mucho por descubrir. Citado en la página 375.

265 Z. SHENG & K. YAMAFUJI, *Realization of a Human Riding a Unicycle by a Robot, Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, pp. 1319–1326, 1995. Citado en la página 376.

266 Sobre el monociclo, véase JACK WILEY, *The Complete Book of Unicycling*, Lodi, 1984, and

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

SEBASTIAN HOEHER, *Einradfahren und die Physik*, Reinbeck, 1991. Citado en la página 376.

267 W. THOMSON, *Lecture to the Royal Society of Edinburgh*, 18 February 1867, Proceedings of the Royal Society in Edinborough **6**, p. 94, 1869. Citado en la página 377.

268 S. T. THORODDSEN & A. Q. SHEN, *Granular jets*, Physics of Fluids **13**, pp. 4–6, 2001, and A. Q. SHEN & S. T. THORODDSEN, *Granular jetting*, Physics of Fluids **14**, p. S3, 2002, Citado en la página 377.

269 M. J. HANCOCK & J. W. M. BUSH, *Fluid pipes*, Journal of Fluid Mechanics **466**, pp. 285–304, 2002. A. E. HOSOI & J. W. M. BUSH, *Evaporative instabilities in climbing films*, Journal of Fluid Mechanics **442**, pp. 217–239, 2001. J. W. M. BUSH & A. E. HASHA, *On the collision of laminar jets: fluid chains and fishbones*, Journal of Fluid Mechanics **511**, pp. 285–310, 2004. Citado en la página 380.

270 El récord actual de presión negativa en agua fue conseguido por Q. ZHENG, D. J. DURBEN, G. H. WOLF & C. A. ANGELL, *Liquids at large negative pressures: water at the homogeneous nucleation limit*, Science **254**, pp. 829–832, 1991. Citado en la página 385.

271 H. MARIS & S. BALIBAR, *Negative pressures and cavitation in liquid helium*, Physics Today **53**, pp. 29–34, 2000. Sebastien Balibar ha escrito también varios libros muy populares que son actualizados en su web www.lps.ens.fr/~balibar. Citado en la página 385.

272 El estado actual sobre nuestra comprensión de las turbulencias es descrito por G. FALKOVICH & K. P. SREENIVASAN, *Lessons from hydrodynamic turbulence*, Physics Today **59**, pp. 43–49, 2006. Citado en la página 389.

273 K. WELTNER, *A comparison of explanations of aerodynamical lifting force*, American Journal of Physics **55**, pp. 50–54, 1987, K. WELTNER, *Aerodynamic lifting force*, The Physics Teacher **28**, pp. 78–82, 1990. Consultar también la user.uni-frankfurt.de/~weltner/Flight/PHYSIC4.htm y la www.av8n.com/how/htm/airfoils.html websites. Citado en la página 389.

274 L. LANOTTE, J. MAUER, S. MENDEZ, D. A. FEDOSOV, J.-M. FROMENTAL, V. CLAVERIA, F. NICOUD, G. GOMPPER & M. ABKARIAN, *Red cells' dynamic morphologies govern blood shear thinning under microcirculatory flow conditions*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 2016, preimpreso en arxiv.org/abs/1608.03730. Citado en la página 395.

275 S. GEKLE, I. R. PETERS, J. M. GORDILLO, D. VAN DER MEER & D. LOHSE, *Supersonic air flow due to solid-liquid impact*, Physical Review Letters **104**, p. 024501, 2010. Se pueden encontrara películas sobre el efecto en physics.aps.org/articles/v3/4. Citado en la página 397.

276 Véase el bonito libro de RAINER F. FOELIX, *Biologie der Spinnen*, Thieme Verlag, 1996, también disponible en una edición posterior en inglés como RAINER F. FOELIX, *Biology of Spiders*, Oxford University Press, tercera edición, 2011. Especial dedicada solamente a las arañas se pueden encontrar en Internet. Citado en la página 397.

277 Consultar la website www.esa.int/esaCP/SEMER89U7TG_index_0.html. Sin citas.

278 Sobre el fascinante relato de la pasión y las técnicas del buceo en apnea, véase UMBERTO PELIZZARI, *L'Homme et la mer*, Flammarion, 1994. Palizzari cita y explica lo dicho por Enzo Maiorca: 'La primera respiración que haces cuando vuelves a la superficie es como la primera vez que entras en contacto con la vida'. Citado en la página 398.

279 LYDÉRIC BOCQUET, *The physics of stone skipping*, American Journal of Physics **17**, pp. 150–155, 2003. El récord actual lo posee Kurt Steiner, con 40 saltos. Ver pastoneskipping.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

com/steiner.htm y www.stoneskipping.com. El sitio www.yeeha.net/nassa/guin/g2.html es para el anterior poseedor del récord, Jerdome Coleman-McGhee. Citado en la página 401.

280 S. F. Kistler & L. E. Scriven, *The teapot effect: sheetforming flows with deflection, wetting, and hysteresis*, Journal of Fluid Mechanics **263**, pp. 19–62, 1994. Citado en la página 404.

281 J. Walker, *Boiling and the Leidenfrost effect*, un capítulo de David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley, 2007. El capítulo se puede encontrar también en Internet como fichero pdf. Citado en la página 405.

282 E. Hollander, *Over trechters en zo ...*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **68**, p. 303, 2002. Citado en la página 405.

283 S. Dorbolo, H. Caps & N. Vandewalle, *Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles*, New Journal of Physics **5**, p. 161, 2003. Citado en la página 406.

284 T. T. Lim, *A note on the leapfrogging between two coaxial vortex rings at low Reynolds numbers*, Physics of Fluids **9**, pp. 239–241, 1997. Citado en la página 407.

285 P. Aussillous & D. Quéré, *Properties of liquid marbles*, Proc. Roy. Soc. London **462**, pp. 973–999, 2006, y las referencias allí dentro. Citado en la página 408.

286 La termoestática y la termodinámica son difíciles de aprender también porque los campos no fueron descubietos de una forma sistemática. Véase C. Truesdell, *The Tragicomical History of Thermodynamics 1822–1854*, Springer Verlag, 1980. Un excelente y avanzado libro de texto sobre termoestática y termodinámica es Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. Citado en la página 411.

287 La expandsión de los gases fue el método principalmente utilizado para la definición oficial de la escala de temperatura. Solamente hasta 1990 no fueron introducidos otros métodos oficialmente, tal como la completa termometría de radiación (en el rango de 140 K a 373 K), termometría del ruido (2 K a 4 K y 900 K a 1235 K), termometría acústica (alrededor de 303 K), termometría magnética (0,5 K a 2,6 K) y termoometría de radiación óptica (por encima de 730 K). La thermometry de la Radiación es todavía el método principal en el rango desde alrededor de 3 K hasta aproximadamente 1000 K. Todo esto es explicado en detalle en R. L. Rusby, R. P. Hudson, M. Durieux, J. F. Schooley, P. P. M. Steur & C. A. Swenson, *The basis of the ITS-90*, Metrologia **28**, pp. 9–18, 1991. Sobre el punto de ebullición del agua, véase también Ref. 315. Citado en las páginas 413, 587 y 592.

288 Otros métodos de amañar las loterías es hacer uso de bolas de diferentes masas o de bolas que están más pulidas. Un ejemplo de tal engaño fue descubierto en 1999. Citado en la página 412.

289 Véase por ejemplo el cautivador texto de Gino Segrè, *A Matter of Degrees: What Temperature Reveals About the Past and Future of Our Species, Planet and Universe*, Viking, New York, 2002. Citado en la página 413.

290 D. Karstädt, F. Pinno, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Anschauliche Wärmelehre im Unterricht: ein Beitrag zur Visualisierung thermischer Vorgänge*, Praxis der Naturwissenschaften Physik **5-48**, pp. 24–31, 1999, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Eine etwas andere, physikalische Sehweise - Visualisierung von Energieumwandlungen und Strahlungsphysik für die (Hochschul-)lehre*, Physikalische Bllätter **56**, pp. 65–69, 2000, D. Karstädt, K.-P. Möllmann, F. Pinno & M. Vollmer, *There is more to see than eyes can detect: visualization of energy transfer processes and the laws of radiation for physics education*, The Physics Teacher **39**, pp. 371–376, 2001, K.-P. Möllmann & M. Vollmer, *Infrared thermal imaging as a tool in university physics education*, European Journal of Physics **28**, pp. S37–S50, 2007. Citado en la página 415.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

291 Ver por ejemplo el artículo de H. Preston-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, pp. 3–10, 1990, and the errata H. Preston-Thomas, *The international temperature scale of 1990 (ITS-90)*, Metrologia **27**, p. 107, 1990, Citado en la página 420.

292 Para un resumen, véase Christian Enss & Siegfried Hunklinger, *Low-Temperature Physics*, Springer, 2005. Citado en la página 420.

293 El famoso documento sobre el movimiento Brawniano que tanto ha contribuido a la fama de Einstein es A. Einstein, *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, Annalen der Physik **17**, pp. 549–560, 1905. En los años posteriores, Einstein escribió una serie de documentos desarrollando este asunto. Por ejemplo, publicó en 1905 su tesis doctoral como A. Einstein, *Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen*, Annalen der Physik **19**, pp. 289–306, 1906, y corrigió un pequeño error en A. Einstein, *Berichtigung zu meiner Arbeit: 'Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen'*, Annalen der Physik **34**, pp. 591–592, 1911, donde, utilizando nuevos datos, encontró el valor $6{,}6 \cdot 10^{23}$ para el número de Avogadro. No obstante, cinco años antes Smoluchowski y Einstein, un hombre de mente mucho más práctica había realizado los *mismos* cálculos, pero en un dominio diferente: el matemático Louis Bachelier lo llevó a cabo en su doctorado sobre opciones de bolsa (stock options); este joven analista financiero fue por tanto más listo que Einstein. Citado en la página 420.

294 La primera confirmación experimental de la predicción fue realizada por J. Perrin, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences **147**, pp. 475–476, y pp. 530–532, 1908. Con gran maestría resumió el debate completo en Jean Perrin, *Les atomes*, Librarie Félix Alcan, Paris, 1913. Citado en la página 423.

295 Pierre Gaspard & al., *Experimental evidence for microscopic chaos*, Nature **394**, p. 865, 27 August 1998. Citado en la página 423.

296 Una excelente introducción a la física del calor es el libro escrito por Linda Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Wiley, 2nd edition, 1998. Citado en la página 424.

297 Sobre el récord de velocidad en bicicleta, véase la website fredrompelberg.com. También muestra detalles de la bicicleta que él utilizó. Sobre el efecto de arrastre de una motocicleta detrás de una bicicleta, véase B. Blocken, Y. Toparlar & T. Andrianne, *Aerodynamic benefit for a cyclist by a following motorcycle*, Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics 2016, disponible para bajarse gratuitamente en www.urbanphysics.net. Citado en la página 408.

298 F. Herrmann, *Mengenartige Größen im Physikunterricht*, Physikalische Blätter **54**, pp. 830–832, September 1998. Consultar también sus notas sobre sus clases sobre física general preliminar en la website www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de/skripten. Citado en las páginas 247, 382 y 424.

299 Estos puntos están presentados clara y contundentemente, como es su estilo, por N.G. van Kampen, *Entropie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde **62**, pp. 395–396, 3 December 1996. Citado en la página 427.

300 Esto supone un resultado frustrante para todos los esfuerzos realizados hasta ahora, tal como Grégoire Nicolis recalca siempre en sus cursos en la universidad. Seth Lloyd ha elaborado una lista de 31 proposiciones de definición para la complejidad, que contiene, entre otras, la dimensión fractal, la complejidad gramatical, la complejidad computacional, la profundidad termodinámica. Ver, por ejemplo, un corto resumen en Scientific American p. 77, June 1995. Citado en la página 428.

Moscow Mathematics – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

301 La entropía mínima es analizada por L. Szilard, *Über die Entropieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*, Zeitschrift für Physik 53, pp. 840–856, 1929. Este documento clásico se puede consultar traducido al inglés en su recopilación de trabajos. Citado en la página 428.

302 G. Cohen-Tannoudji, *Les constantes universelles*, Pluriel, Hachette, 1998. Ver también L. Brillouin, *Science and Information Theory*, Academic Press, 1962. Citado en las páginas 428 y 429.

303 H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta IV: the ideal gas, the second law of thermodynamics, and the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie 217, pp. 55–78, 2003, and H. W. Zimmermann, *Particle entropies and entropy quanta V: the P-t uncertainty relation*, Zeitschrift für physikalische Chemie 217, pp. 1097–1108, 2003. Citado en la página 429.

304 Véase por ejemplo A. E. Shalyt-Margolin & A. Ya. Tregubovich, *Generalized uncertainty relation in thermodynamics*, arxiv.org/abs/gr-qc/0307018, or J. Uffink & J. van Lith-van Dis, *Thermodynamic uncertainty relations*, Foundations of Physics 29, p. 655, 1999. Citado en la página 429.

305 B. Lavenda, *Statistical Physics: A Probabilistic Approach*, Wiley-Interscience, 1991. Citado en la página 429.

306 La cita dada está sacada de la introducción de George Wald to the text by Lawrence J. Henderson, *The Fitness of the Environment*, Macmillan, New York, 1913, reimpresión en 1958. Citado en la página 430.

307 Una introducción fascinante a la química es el texto de John Emsley, *Molecules at an Exhibition*, Oxford University Press, 1998. Citado en la página 430.

308 B. Polster, *What is the best way to lace your shoes?*, Nature 420, p. 476, 5 December 2002. Citado en la página 432.

309 L. Boltzmann, *Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie*, Sitzungsberichte der königlichen Akademie der Wissenschaften in Wien 53, pp. 155–220, 1866. Citado en la página 433.

310 Véase, por ejemplo, la página web www.snopes.com/science/cricket.asp. Sin citas.

311 H. de Lang, *Moleculaire gastronomie*, Nederlands tijdschrift voor natuurkunde 74, pp. 431–433, 2008. Citado en la página 436.

312 Emile Borel, *Introduction géométrique à la physique*, Gauthier-Villars, 1912. Citado en la página 435.

313 See V. L. Telegdi, *Enrico Fermi in America*, Physics Today 55, pp. 38–43, June 2002. Citado en la página 437.

314 K. Schmidt-Nielsen, *Desert Animals: Physiological Problems of Heat and Water*, Oxford University Press, 1964. Citado en la página 438.

315 Según una comunicación privada de Richard Rusby, este es el valor de 1997, mientras que fue estimado como 99,975°C en 1989, según es comunicado por Gareth Jones & Richard Rusby, *Official: water boils at 99,975°C*, Physics World 2, pp. 23–24, September 1989, y R. L. Rusby, *Ironing out the standard scale*, Nature 338, p. 1169, March 1989. Para más detalles acerca de las mediciones de temperatura, véase Ref. 287. Citado en las páginas 438 y 585.

316 El porqué se crea entropia cuando se elimina información, pero no cunado se obtiene, es explicado en C. H. Bennett & R. Landauer, *Fundamental Limits of Computation*, Scientific American 253:1, pp. 48–56, 1985. Como conclusión: deberíamos pagar cuando tiramos el periódico, no cuando lo compramos. Citado en la página 440.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

317 Ver, por ejemplo, G. Swift, *Thermoacoustic engines and refrigerators*, Physics Today **48**, pp. 22–28, July 1995. Citado en la página 443.

318 Quoted in D. Campbell, J. Crutchfield, J. Farmer & E. Jen, *Experimental mathematics: the role of computation in nonlinear science*, Communications of the Association of Computing Machinery **28**, pp. 374–384, 1985. Citado en la página 445.

319 Para mayor información sobre formas de copos de nieve, véase el famoso libro de W. A. Bentley & W. J. Humphreys, *Snow Crystals*, Dover Publications, New York, 1962. Esta segunda impresión del original de 1931, incluye una gran parte del resultado de la pasión de Bentley a lo largo de toda su vida, poniendo nombre a miles de fotografías de copos de nieve. Citado en la página 445.

320 K. Schwenk, *Why snakes have forked tongues*, Science **263**, pp. 1573–1577, 1994. Citado en la página 451.

321 Las manos humanas que no tienen cinco dedos constituyen aproximadamente 1 caso entre 1.000. ¿Por qué la naturaleza asegura esta constancia? Los mecanismos detallados no son completamente conocidos todavía. Se sabe, no obstante, que una combinación de auto-organización espacial y temporal durante la proliferación de las células y la diferenciación en el embrión es el factor clave. En este sistema auto-regulado, el factor de transcripción GLI3 juega un papel esencial. Citado en la página 451.

322 E. Martínez, C. Pérez-Penichet, O. Sotolongo-Costa, O. Ramos, K.J. Måløy, S. Douady, E. Altshuler, *Uphill solitary waves in granular flows*, Physical Review **75**, p. 031303, 2007, y E. Altshuler, O. Ramos, E. Martínez, A. J. Batista-Leyva, A. Rivera & K. E. Bassler, *Sandpile formation by revolving rivers*, Physical Review Letters **91**, p. 014501, 2003. Citado en la página 452.

323 P. B. Umbanhowar, F. Melo & H. L. Swinney, *Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*, Nature **382**, pp. 793–796, 29 August 1996. Citado en la página 452.

324 D. K. Campbell, S. Flach & Y. S. Kivshar, *Localizing energy through nonlinearity and discreteness*, Physics Today **57**, pp. 43–49, January 2004. Citado en la página 452.

325 B. Andreotti, *The song of dunes as a wave-particle mode locking*, Physical Review Letters **92**, p. 238001, 2004. Citado en la página 452.

326 D. C. Mays & B. A. Faybishenko, *Washboards in unpaved highways as a complex dynamic system*, Complexity **5**, pp. 51–60, 2000. Ver también N. Taberlet, S. W. Morris & J. N. McElwaine, *Washboard road: the dynamics of granular ripples formed by rolling wheels*, Physical Review Letters **99**, p. 068003, 2007. Citado en la página 600.

327 K. Kötter, E. Goles & M. Markus, *Shell structures with 'magic numbers' of spheres in a swirled disk*, Physical Review E **60**, pp. 7182–7185, 1999. Citado en la página 453.

328 Una buen introducción es el texto de Daniel Walgraef, *Spatiotemporal Pattern Formation, With Examples in Physics, Chemistry and Materials Science*, Springer 1996. Citado en la página 453.

329 Para un resumen, consultar la tesis doctoral de Joceline Lega, *Défauts topologiques associés à la brisure de l'invariance de translation dans le temps*, Université de Nice, 1989. Citado en la página 455.

330 Una idea de los fascinantes mecanismos base de los latidos del corazón nos la da A. Babloyantz & A. Destexhe, *Is the normal heart a periodic oscillator?*, Biological Cybernetics **58**, pp. 203–211, 1989. Citado en la página 456.

331 Para un breve y moderno resumen sobre turbulencias, ver L. P. Kadanoff, *A model of turbulence*, Physics Today **48**, pp. 11–13, September 1995. Citado en la página 457.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

332 Para una clara introducción, ver T. Schmidt & M. Mahrl, *A simple mathematical model of a dripping tap*, European Journal of Physics 18, pp. 377–383, 1997. Citado en la página 457.

333 Las matemáticas de los patrones de las pieles han sido estudiadas con gran detalle. Variando los parámetros de las ecuaciones en la reacción-difusión, es posible explicar los patrones de las cebras, leopardos, jirafas y otos muchos animales. Las ecuaciones pueden ser comprobadas anotando, por ejemplo, cómo los patrones calculados permanecen en la cola, los cuales generalmente aparecen completamente diferentes. De hecho, la mayoría de los patrones aparecen diferenciados si la piel no es plana sino curvada. Esto es un fenómeno general, válido también para los patrones de puntos de las mariquitas, tal como se muestra por S. S. Liaw, C. C. Yang, R. T. Liu & J. T. Hong, *Turing model for the patterns of lady beetles*, Physical Review E **64**, p. 041909, 2001. Citado en la página 457.

334 Sobre el humor en la ciencia se puede encontrar un resumen en la famosa antología recopilada por R. L. Weber, edited by E. Mendoza, *A Random Walk in Science*, Institute of Physics, 1973. También está traducido a muchos idiomas. Citado en la página 458.

335 W. Dreybrodt, *Physik von Stalagmiten*, Physik in unserer Zeit pp. 25–30, Physik in unserer Zeit February 2009. Citado en la página 459.

336 K. Mertens, V. Putkaradze & P. Vorobieff, *Braiding patterns on an inclined plane*, Nature **430**, p. 165, 2004. Citado en la página 459.

337 Estos sencillos y bonitos experimentos fueron publicados en G. Müller, *Starch columns: analog model for basalt columns*, Journal of Geophysical Research **103**, pp. 15239–15253, 1998, en G. Müller, *Experimental simulation of basalt columns*, Journal of Volcanology and Geothermal Research **86**, pp. 93–96, 1998, y en G. Müller, *Trocknungsrisse in Stärke*, Physikalische Blätter **55**, pp. 35–37, 1999. Citado en la página 460.

338 Para tener una sensación de la viscosidad, consultar el fascinante texto de Steven Vogel, *Life in Moving Fluids: the Physical Biology of Flow*, Princeton University Press, 1994. Citado en la página 460.

339 B. Hof, C. W. H. van Doorne, J. Westerweel, F. T. M. Nieuwstadt, H. Wedin, R. Kerswell, F. Waleffe, H. Faisst & B. Eckhardt, *Experimental observation of nonlinear traveling waves in turbulent pipe flow*, Science **305**, pp. 1594–1598, 2004. Véase también B. Hof & al., *Finite lifetime of turbulence in shear flows*, Nature **443**, p. 59, 2006. Citado en la página 461.

340 Un libro fascinante sobre el asunto es Kenneth Laws & Martha Swope, *Physics and the Art of Dance: Understanding Movement*, Oxford University Press 2002. Consultar también Kenneth Laws & M. Lott, *Resource Letter PoD-1: The Physics of Dance*, American Journal of Physics **81**, pp. 7–13, 2013. Citado en la página 462.

341 La atractiva variación de cristales de nieve es descrita en C. Magono & C. W. Lee, *Meteorological classification of natural snow crystals*, Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University Ser. VII, II, pp. 321–325, 1966, también online en la eprints.lib.hokudai.ac.jp website. Citado en la página 462.

342 Josef H. Reichholf, *Eine kurze Naturgeschichte des letzten Jahrtausends*, Fischer Verlag, 2007. Citado en la página 463.

343 Ver por ejemplo, E. F. Bunn, *Evolution and the second law of thermodynamics*, American Journal of Physics 77, pp. 922–925, 2009. Citado en la página 463.

344 Consultar la documentación de J. Maldacena, S. H. Shenker & D. Stanford, *A bound on chaos*, free preprint at www.arxiv.org/abs/1503.01409. El límite no ha sido cuestionado todavía. Citado en la página 464.

Moon Mountain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

345 Una buena presentación de la física de las bandadas de pájaros es T. Feder, *Statistical physics is for the birds*, Physics Today **60**, pp. 28–30, October 2007. Citado en la página 464.

346 El modelo Nagel-Schreckenberg para el tráfico de vehículos, por ejemplo, explica cómo simples fluctuaciones en el tráfico pueden llevar a una congestión del mismo. Citado en la página 464.

347 J. J. Lissauer, *Chaotic motion in the solar system*, Reviews of Modern Physics **71**, pp. 835–845, 1999. Citado en la página 467.

348 Ver Jean-Paul Dumont, *Les écoles présocratiques*, Folio Essais, Gallimard, 1991, p. 426. Citado en la página 467.

349 Para más información sobre el número π,y sobre otras constantes matemáticas, la website oldweb.cecm.sfu.ca/pi/pi.html proporciona la información más extensa así como otras referencias. También tiene un link a la mayoría de otros sitios sobre el asunto, incluyendo un resumen en mathworld.wolfram.com/Pi.html. Fórmulas simples para π son

$$\pi + 3 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\,2^n}{\binom{2n}{n}} \tag{165}$$

o la bonita fórmula descubierta en 1995 por Bailey, Borwein y Plouffe

$$\pi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{16^n}\left(\frac{4}{8n+1} - \frac{2}{8n+4} - \frac{1}{8n+5} - \frac{1}{8n+6}\right) . \tag{166}$$

El sitio mencionado también explica los métodos recientemente descubiertos para el cálculo de dígitos binarios (bit de información) específicos de π sin tener que calcular todos los anteriores. Los dígitos conocidos de π pasan todo los tests de aleatoriedad, como explica la website mathworld.wolfram.com/PiDigits.html. No obstante, esta propiedad, llamada *normalidad*, nunca ha sido probada; constituye la mayor pregunta abierta sobre π. Es posible que la teoría del caos aplicada a los sistemas dinámicos conduzca a la solución de este rompecabezas en los próximos años.

Otro método de calcular π y otras constantes fue descubierto y publicado por D. V. Chudnovsky & G. V. Chudnovsky, *The computation of classical constants*, Proceedings of the National Academy of Sciences (USA) **86**, pp. 8178–8182, 1989. Los hermanos Chudnowsky construyeron un superordenador en el piso de Gregory de unos 70 000 euros, y por muchos años mantuvo el récord de cálculo de mayor número de dígitos de π. Ellos han batallado durante décadas con Kanada Yasumasa, quien obtuvo el récord en el año 2000, calculado con un superordenador industrial. No obstante, desde 2009 en adelante, el número récord de dígitos (consecutivos) de π siempre ha sido calculado con ordenadores personales. El primero fue Fabrice Bellard, que necesitó 123 días utilizando la fórmula de Chudnovsky. Bellard calculó más de 2.7 billones de dígitos, tal como se cuenta en la bellard.org. Para ver récords más recientes, consulte la en.wikipedia.org/wiki/Chronology_of_computation_of_%CF%80. Ocasionalmente son descubiertas todavía nuevas fórmulas para calcular π.

Para los cálculos de la constante de Euler γ ver también D. W. DeTemple, *A quicker convergence to Euler's constant*, The Mathematical Intelligencer, pp. 468–470, May 1993. Citado en la página 467.

350 La cita de Johnson se puede consultar en William Seward, *Biographiana*, 1799. Para mayor detalle, véase la historia en quoteinvestigator.com/2014/11/08/without-effort/. Citado en la página 473.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–11 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

351 El primer registro escrito de la letra U parece ser de LEON BATTISTA ALBERTI, *Grammatica della lingua toscana*, 1442, la primera gramática de una legua moderna (no latina), escrita por un genio que fue un intelectual, arquitecto y el padre de la criptología. El primer registro escrito de la letra J parece ser de ANTONIO DE NEBRIJA, *Gramática castellana*, 1492. Después de escribirla, Nebrija vivió diez años en Italia, por tanto es posible que la distinción entre I/J es de origen italiano también. Nebrija fue uno de los eruditos españoles más importantes. Citado en la página 475.

352 Para una mayor información sobre las letras thorn y eth, véa el extenso ingforme que se encuentra en la website www.everytype.com/standards/wynnyogh/thorn.html. Citado en la página 475.

353 Una historia moderna de la lengua inglesa se encuentra en la obra de DAVID CRYSTAL, *The Stories of English*, Allen Lane, 2004. Citado en la página 475.

354 HANS JENSEN, *Die Schrift*, Berlin, 1969, lo tradujo al inglés como *Sign, Symbol and Script: an Account of Man's Efforts to Write*, Putnam's Sons, 1970. Citado en la página 475.

355 DAVID R. LIDE, editor, *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 78th edition, CRC Press, 1997. Este trabajo clásico de referencia aparece en la nueva edición anual. El alfabeto complet hebreo se encuentra en las páginas 2-90. La lista de las abreviaturas de las cantidades físicas de uso en formulación aprovada por ISO, IUPAP y IUPAC pueden consultarse allí.

No obstante, el estándar ISO 31, que define estas abreviaturas, cuesta alrededor de mil euros, no está disponible en Internet y, por tanto, puede ser ignorado sin riesgo alguno, como cualquier otro estándar que se supone debe ser utilizado en la enseñanza pero que es guardado de manera inaccesible para los profesores. Citado en las páginas 477 y 479.

356 Véase el intenso texto de PETER T. DANIELS & WILLIAM BRIGHT, *The World's Writing Systems*, Oxford University Press, 1996. Citado en la página 478.

357 La historia del desarrollo de los números es contada de manera interesante por GEORGES IFRAH, *Histoire universelle des chiffres*, Seghers, 1981, la cula ha sido traducida a varios idiomas. Resume la genealogía de los símbolos numéricos en diez bonitas tablas, una por cada dígito, al final de este libro. No obstante, el libro en sí contiene errores fácticos en cada página, como se explica por ejemplo en la revisión realizada en la www.ams.org/notices/200201/rev-dauben.pdfy en www.ams.org/notices/200202/rev-dauben.pdf. Citado en la página 478.

358 Consultar por ejemplo el fascinante libro de STEVEN B. SMITH, *The Great Mental Calculators – The Psychology, Methods and Lives of the Calculating Prodigies*, Columbia University Press, 1983. El libro también presenta las técnicas que ellos utilizan y que cualquiera puede usar para estimularlos. Citado en la página 479.

359 Ver por ejemplo el artículo 'Mathematical notation' en la *Encyclopedia of Mathematics*, 10 volúmenes, Kluwer Academic Publishers, 1988–1993. Pero antes de nada, eche un vistazo a la informativa y bonita web jeff560.tripod.com/mathsym.html. La fuente principal de todos estos resultados en la clásica y extensa investigación de FLORIAN CAJORI, *A History of Mathematical Notations*, 2 volúmenes, The Open Court Publishing Co., 1928–1929. El signo de la raiz cuadrada es usado en CHRISTOFF RUDOLFF, *Die Coss*, Vuolfius Cephaleus Joanni Jung: Argentorati, 1525. (El título completo era *Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss genent werden. Darinnen alles so treülich an tag gegeben, das auch allein auss vleissigem lesen on allen mündtlichē vnterricht mag begriffen werden, etc.*) Citado en las páginas 479 y 480.

360 J. TSCHICHOLD, *Formenwamdlungen der et-Zeichen*, Stempel AG, 1953. Citado en la página 481.

Moderne Mathematik – The Adventure of Discovery. copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

361 Malcolm B. Parkes, *Pause and Effect: An Introduction to the History of Punctuation in the West*, University of California Press, 1993. Citado en la página 481.

362 Esto lo explica Berthold Louis Ullman, *Ancient Writing and its Influence*, 1932. Citado en la página 481.

363 Paul Lehmann, *Erforschung des Mittelalters – Ausgewählte Abhandlungen und Aufsätze*, Anton Hiersemann, 1961, pp. 4–21. Citado en la página 481.

364 Bernard Bischoff, *Paläographie des römischen Altertums und des abendländischen Mittelalters*, Erich Schmidt Verlag, 1979, pp. 215–219. Sin citas.

365 Hutton Webster, *Rest Days: A Study in Early Law and Morality*, MacMillan, 1916. El descubrimiento del desafortunado día de Babilonia fue realizado en 1866 por George Smith, quien también redescubrió la famosa *Epopeya de Gilgamesh*. Citado en la página 482.

366 Las conexiones entre raíces griegas y muchas palabras francesas - y por tanto muchas palabras inglesas - pueden ser usadas para construir un vocabulario del griego antiguo sin mucho estudio, como muestra la práctica colección de J. Chaineux, *Quelques racines grecques*, Wetteren – De Meester, 1929. Consultar también Donald M. Ayers, *English Words from Latin and Greek Elements*, University of Arizona Press, 1986. Sin citas.

367 Para escribir bien, léase a William Strunk & E. B. White, *The Elements of Style*, Macmillan, 1935, 1979, o a Wolf Schneider, *Deutsch für Kenner – Die neue Stilkunde*, Gruner und Jahr, 1987. Citado en la página 484.

368 *Le Système International d'Unités*, Bureau International des Poids et Mesures, Pavillon de Breteuil, Parc de Saint Cloud, 92310 Sèvres, France. Todos los desarrollos nuevos concernientes a unidades SI,se publican en el periódico *Metrología*, editado por la misma oficina. Visto el ritmo lento de una vieja institución, la BIPM lanzó una web en 1998 de manera independiente; ahora es visitable en www.bipm.fr. Ver también la www.utc.fr/~tthomass/Themes/Unites/index.html que incluye las biografías de las personas que han dado su nombre a varias unidades. El sitio de su equivalente británico, www.npl.co.uk/npl/reference, es bastante mejor, tiene muchos detalles así como la versión en inglés de las definiciones de las unidades SI. Citado en la página 485.

369 La biblia en el campo de las medidas de tiempo es la obra en dos volúmenes de J. Vanier & C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilge, 1989. Una explicación popular es Tony Jones, *Splitting the Second*, Institute of Physics Publishing, 2000.

El sitio opdafl.obspm.fr/www/lexique.html proporciona un glosario de términos utilizados en este campo. Para precisión en las medidas de *longitud*, las herramientas elegidas son láseres especiales, tales como láseres modo-bloqueo y peines de frecuencia. Hay una enorme literatura sobre esos temas. Igualmente grande es la literatura sobre la precisión en la medida de la *corriente eléctrica*; Hay una carrera en marcha sobre la mejor manera de llevar esto a cabo: contando cargas o midiendo fuerzas magnéticas. El asunto es un tema abierto todavía. Sobre la medida de la *masa* y las masas atómicas, consultar el volumen sobre relatividad. Sobre medidas de alta precisión de *temperatura*, ver Ref. 287. Citado en la página 486.

Vol. II, página 66

370 Los prefijos de la SI no oficial propuesta en los 1990s por Jeff K. Aronson de la Universidad de Oxford, y que puede llegar a ser de uso general en un futuro. Ver New Scientist **144**, p. 81, 3 December 1994. Existen también otras propuestas menos serias. Citado en la página 487.

371 El reloj más preciso construido en 2004, un reloj de fuente de cesio, tenía una precisión de una parte en 10^{15}. Está previsto obtener una precisión más elevada en un futuro muy próximo, entre otros por M. Takamoto, F.-L. Hong, R. Higashi & H. Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, pp. 321–324, 2005. Citado en la página 489.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

372 J. Bergquist, ed., *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, World Scientific, 1997. Citado en la página 489.

373 J. Short, *Newton's apples fall from grace*, New Scientist **2098**, p. 5, 6 September 1997. Se pueden encontrar más detalles en R. G. Keesing, *The history of Newton's apple tree*, Contemporary Physics **39**, pp. 377–391, 1998. Citado en la página 491.

374 Los distintos conceptos son aún el tema de una separación entre el estándar internacional, ISO 5725, con el título *Segiridad y precisión de los métodos de medidas y sus resultados*. Una buena presentación está en John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: the Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd edition, University Science Books, Sausalito, 1997. Citado en la página 491.

375 Los valores más recientes (2010) recomendados de las constantes de la física fundamental, se encuentran solamente en la web physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html. Este conjunto de constantes es el resultado de un ajuste internacional y sus recomendación para el uso internacional por el 'Committee on Data for Science and Technology' (CODATA), un cuerpo del 'International Council of Scientific Unions', que trae junto al 'International Union of Pure and Applied Physics' (IUPAP), la 'International Union of Pure and Applied Chemistry' (IUPAC) y otras organizaciones. El sitio web de IUPAC es www.iupac.org. Citado en la página 493.

376 Algunas de las historias se pueden encontrar een el texto de N. W. Wise, *The Values of Precision*, Princeton University Press, 1994. El campo de las medidas de alta precisión, de las cuales han resultado estas páginas, son en sí mismo un mundo. Una bonita introducción es J. D. Fairbanks, B. S. Deaver, C. W. Everitt & P. F. Michaelson, eds., *Near Zero: Frontiers of Physics*, Freeman, 1988. Citado en la página 493.

377 Para más detalles véase la bien conocida referrencia astronómica, P. Kenneth Seidelmann, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 1992. Citado en la página 498.

378 F.F. Stanaway & al., *How fast does the Grim Reaper walk? Receiver operating characteristic curve analysis in healthy men aged 70 and over*, British Medical Journal **343**, p. 7679, 2011. Este documento del equipo de investigación australiano, se basaba en un estudio sobre 1800 personas mayores realizado durante verios años; el documento forma parte del tema de Navidad 2011 y es descargable libremente a través de la www.bmj.com. Una investigación adicional muestra que el caminar y el entrenamiento para caminar con rapidez puede realmente alejar el riesgo de muerte, como lo resume K. Jahn & T. Brandt, *Wie Alter und Krankheit den Gang verändern*, Akademie Aktuell **03**, pp. 22–25, 2012, El documento también muestra que los humanos caminan rectos desde hace al menos 3,6 millones de años y que la velocidad en el caminar decrece aproximadamente un 1 % por año después de cumplir los 60 años. Citado en la página 514.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Créditos

Reconocimientos

Muchas personas que han mantenido vivo el regalo de su curiosidad han prestado su ayuda para hacer que este proyecto se convirtiera en una realidad. Sobre todo, Peter Rudolph y Saverio Pascazio han sido - presentes o no - una referencia constante para la realización del mismo. Fernand Mayné, Anna Koolen, Ata Masafumi, Roberto Crespi, Serge Pahaut, Luca Bombelli, Herman Elswijk, Marcel Krijn, Marc de Jong, Martin van der Mark, Kim Jalink, mis padres Peter e Isabella Schiller, Mike van Wijk, Renate Georgi, Paul Tegelaar, Barbara y Edgar Augel, M. Jamil, Ron Murdock, Carol Pritchard, Richard Hoffman, Stephan Schiller, Franz Aichinger y, sobre todo, mi esposa Britta me han proporcionado valiosos consejos y estímulos.

Mucha gente ha proporcionado ayuda en el mismo, así como en el acopio de material. De máxima utilidad fue la ayuda de Mikael Johansson, Bruno Barberi Gnecco, Lothar Beyer, las numerosas mejoras de Bert Sierra, las sugerencias detalladas de Claudio Farinati, las muchas mejoras de Eric Sheldon, las detalladas sugerencias de Andrew Young, la continua ayuda y consejo de Jonatan Kelu, las correcciones de Elmar Bartel, y en particular la extensa, apasionada y meticulosa ayuda de Adrian Kubala. Agradecemos al Prof. Padilla Gálvez Jesús Padilla Gávez su beneplácito para utilizar en esta obra su traducción al español de los aforismos de Wittgenstein.

Material de importancia fue proporcionado por Bert Peeters, Anna Wierzbicka, William Beaty, Jim Carr, John Merrit, John Baez, Frank DiFilippo, Jonathan Scott, Jon Thaler, Luca Bombelli, Douglas Singleton, George McQuarry, Tilman Hausherr, Brian Oberquell, Peer Zalm, Martin van der Mark, Vladimir Surdin, Julia Simon, Antonio Fermani, Don Page, Stephen Haley, Peter Mayr, Allan Hayes, Norbert Dragon, Igor Ivanov, Doug Renselle, Wim de Muynck, Steve Carlip, Tom Bruce, Ryan Budney, Gary Ruben, Chris Hillman, Olivier Glassey, Jochen Greiner, squark, Martin Hardcastle, Mark Biggar, Pavel Kuzin, Douglas Brebner, Luciano Lombardi, Franco Bagnoli, Lukas Fabian Moser, Dejan Corovic, Paul Vannoni, John Haber, Saverio Pascazio, Klaus Finkenzeller, Leo Volin, Jeff Aronson, Roggie Boone, Lawrence Tuppen, Quentin David Jones, Arnaldo Uguzzoni, Frans van Nieuwpoort, Alan Mahoney, Britta Schiller, Petr Danecek, Ingo Thies, Vitaliy Solomatin, Carl Offner, Nuno Proença, Elena Colazingari, Paula Henderson, Daniel Darre, Wolfgang Rankl, John Heumann, Joseph Kiss, Martha Weiss, Antonio González, Antonio Martos, André Slabber, Ferdinand Bautista, Zoltán Gácsi, Pat Furrie, Michael Reppisch, Enrico Pasi, Thomas Köppe, Martin Rivas, Herman Beeksma, Tom Helmond, John Brandes, Vlad Tarko, Nadia Murillo, Ciprian Dobra, Romano Perini, Harald van Lintel, Andrea Conti, François Belfort, Dirk Van de Moortel, Heinrich Neumaier, Jarosław Królikowski, John Dahlman, Fathi Namouni, Paul Townsend, Sergei Emelin, Freeman Dyson, S.R. Madhu Rao, David Parks, Jürgen Janek, Daniel Huber, Alfons Buchmann, William Purves, Pietro Redondi, Damoon Saghian, Frank Sweetser, Markus Zecherle, Zach Joseph Espiritu, Marian Denes, Miles Mutka, además de una serie de personas que prefieren permanecer en el anonimato.

Las herramientas de software fueron pulidas con una gran ayuda sobre tipografía y composición tipográfica por Michael Zedler y Achim Blumensath y con el repetido e inestimable soporte

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

de Donald Arseneau; igualmente han ayudado Ulrike Fischer, Piet van Oostrum, Gerben Wierda, Klaus Böhncke, Craig Upright, Herbert Voss, Andrew Trevorrow, Danie Els, Heiko Oberdiek, Sebastian Rahtz, Don Story, Vincent Darley, Johan Linde, Joseph Hertzlinger, Rick Zaccone, John Warkentin, Ulrich Diez, Uwe Siart, Will Robertson, Joseph Wright, Enrico Gregorio, Rolf Niepraschk, Alexander Grahn, Werner Fabian and Karl Köller.

La composición y diseño del libro se debe a la consultoría profesional de Ulrich Dirr. La tipografía fue muy mejorada con la ayuda de Johannes Küster y su tamaño de letra Minion Math. El diseño del libro y su página web también se debe en gran parte a las sugerencias y el soporte de my esposa Britta.

También doy las gracias a los legisladores y a los contribuyentes en Alemania, quienes, en contraste con la mayor parte de los demás países del mundo, permiten a los residentes el uso de las bibliotecas universitarias locales.

Desde 2007 hasta 2011, la edición electrónica y la distribución del texto de La Montaña en Movimiento fue generosamente financiada por la Klaus Tschira Foundation.

Créditos de películas

Las bonitas animaciones del dodecaedro sujeto que rota en página 98 y de de la pelota incrustada en página 181 están protegidas con derechos de autor (copyright) son cortesía de Jason Hise; él las hizo para este texto y para la Wikimedia Commons website. Varias de sus animaciones se pueden encontrar en su página www.entropygames.net. La clara animación de un tope giratorio suspendid, mostrado en página 159, fue realizado para este texto por Lucas Barbosa. La impresionante animación del Sistema Solar en página 167 fue realizado para este texto por Rhys Taylor y se puede encontrar ahora en su página www.rhysy.net. La bonita animación de la lunación en página 204 was calculada con dato astronómicos reales y es copyright y cortesía de Martin Elsässer. Se puede encontrar en su página www.mondatlas.de/lunation.html. El maravillosa film sobre satélites geoestacinarios en página 209 es copyright y cortesía de Michael Kunze y se puede observar en su maravilloso sitio www.sky-in-motion.de/en. La preciosa animación de planetas y planetoides en página 236 es copyright y courtesy de Hans-Christian Greier. Se puede observar en su maravillosa web www.parallax.at. La película de un cuarzo oscilante en página 311 es copyright y cortesía de Micro Crystal, parte del Swatch Group, encontrado en www.microcrystal.com. La animación que ilustra la velocidades de onda y grupo en página 319 y la animación que ilustra el movimiento molecular en una onda de sonido en página 331 son cortesía y copyright del ISVR de la University of Southampton. La película de la ola gigante en página 345 es cortesía y copyright de Amin Chabchoub; Se pueden encontrar detalles en journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.2.011015. Las películas sobre solitones en página 338 y dromiones en página 351 son copyright y cortesía de Jarmo Hietarinta. Pueden ser vistan en su página web users.utu.fi/hietarin. La película sobre anillos de vórtices saltando en página 407 es copyright y cortesía de Lim Tee Tai. Se puede encontrar en su web sobre dinámica de fluidos serve.me.nus.edu.sg. La película del crecimiento de copos de nieve en página 453 es copyright y cortesía de Kenneth Libbrecht. Se puede encontrar en su web www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals.

Créditos de imágenes

La fotografía del lado este del pico Langtang Lirung en los Himalayas de Nepal, que ilustra la cubierta frontal, es cortesía y copyright de Kevin Hite y se encuentra en su blog thegettingthere.com. La fotografía del rayo en página 15 es cortesía y copyright de Harald Edens y se encuentra en los sitios web www.lightningsafety.noaa.gov/photos.htm y www.weather-photography.com. La ilusión de movimiento en página 20 es cortesía y copyright de Michael Bach y se encueatra es su web www.michaelbach.de/ot/mot_rotsnake/index.html. Es una variación de la ilusión de Ki-

Moving Mountain – The Adventure of Physics. copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022. free pdf file available at www.motionmountain.net

taoka Akiyoshi en la web www.ritsumei.ac.jp/~akitaoka y se usa aquí con su permiso. Las figuras de las páginass 22, 63 y 221 fueron realizadas especialmente para este texto y son copyright de Luca Gastaldi. La fotografía de alta velocidad de un rebote de pelota de tenis en página 22 es cortesía y copyright de la International Tennis Federation,y fueron proporcionadas por Janet Page. La figura del Etna de las páginas 24 y 145 son copyright y cortesía de Marco Fulle y se encuentran en su maravillosa web www.stromboli.net. La famosa fotografía de Les Poulains y su faro de Philip Plisson en página 25 es cortesía y copyright de Pechêurs d'Images; consulte los sitios web www.plisson.com y www.pecheurs-d-images.com. Tambié se encuentran en la obra magna de Plisson *La Mer*, un impresionante libro de fotografías del mar. El cuadro en página 25 de Alexander Tsukanov saltando de un monociclo monociclo a otro es copyright y cortesía del Moscow State Circus. La fotografía de un ciervo en página 28 es copyright y cortesía de Tony Rodgers y tomada de su website www.flickr.com/photos/moonm. Las fotografías de los dispositivos medidores de velocidad en página 41 son cortesía y copyright de la Fachhochschule Koblenz, de Silva, de Tracer y de Wikimedia. El gráfico de página 43 ha sido redibujado y traducido al inglés del maravilloso libro de HENK TENNEKES, *De wetten van de vliegkunst - Over stijgen, dalen, vliegen en zweven*, Aramith Uitgevers, 1993. Las fotografías de la bola de ping-pong en página 45 y de la gota de agua en página 381 son copyright y cortesía de Andrew Davidhazy y se encuentran en su website www.rit.edu/~andpph. La fotografía de la gota de agua rebotando en página 45 son copyright y cortesía de Max Groenendijk y se encuentra en www.lightmotif.nl. La fotografía del reloj de sol de precisión en página 49 es copyright y cortesía de Stefan Pietrzik y se encuentra en commons.wikimedia.org/wiki/Image:Präzissions-Sonnenuhr_mit_Sommerwalze.jpg Las otras fotografías de relojes de la figura son de fuentes de tal como se indica. El gráfico sobre la escala de ritmos biológicos en página 52 ha sido dibujado por el autor utilizando datos de la European Molecular Biology Organization se encuentran en la www.nature.com/embor/journal/v6/n1s/fig_tab/7400425_f3.html y Enrique Morgado. Los dibujos del oído humano en la página página 55 y en página 346 son copyright de Northwestern University y cortesía de Tim Hain; se encuentran en su website www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. Las ilustraciones del calibre vernier y tornillo micrométrico en página 59 y 71 son copyright de Medien Werkstatt, cortesía de Stephan Bogusch, y tomadas de su curso de instrucción que se encuentra su website www.medien-werkstatt.de. La foto del tigre en página 59 es copyright de Naples zoo (en Florida, no en Italia), y cortesía de Tim Tetzlaff; Véase su website en www.napleszoo.com. Los otros dispositivos de mediciones de longitud en página 59 son cortesía y copyright de Keyence y Leica Geosystems, se encuentran en www.leica-geosystems.com. La fotografía del curvímetro en página 61 es copyright y cortesía de Frank Müller y se encuentra en www.wikimedia.org website. La fotografía del cristal de la izquierda de página 64 es copyright y cortesía de Stephan Wolfsried y se encuentra en la website www.mindat.org. La fotografía del cristal de la derecha de página 64 es cortesía de Tullio Bernabei, copyright de Arch. Speleoresearch & Films/La Venta y se encuentra en las websites www.laventa.it y www.naica.com.mx. La figura de la Tierra hueca de las páginas 67 es cortesía de Helmut Diel y fue dibujada por Isolde Diel. Las maravillosas fotografías de página 76, página 163, página 192, página 232, página 228 y página 540 son cortesía y copyrigh de Anthony Ayiomamitis; la historia de las fotografías se cuenta en su preciosa website en www.perseus.gr. L fotografía anticrepuscular en página 78 es cortesía y copyright de Peggy Peterson. Las imágenes de la cuerda en página 79 son copyright y cortesía de Jakob Bohr. La imagen del nudo apretado en página 80 es cortesía y copyright de Piotr Pieranski. La figura de la oruga de página 86 es cortesía y copyright de Stanley Caveney. La fotografía de un sensor de airbag en página 94 es cortesía y copyright de Bosch; el cuadro del acelerómetro es cortesía y copyright de Rieker Electronics; los tres dibujos del oído humano son copyright de Northwestern University y cortesía de Tim Hain y se encuentran en su website www.dizziness-and-balance.com/disorders/bppv/otoliths.html. La fotografía de Orion en página 95 es cortesía y copyright de Matthew Spinelli;

Moscow Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

fue también exhibido en antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap030207.html. En página 96, los dibujos de los tamaños de las estrellas son cortesía y copyright de Dave Jarvis. La fotografía de Régulo y Marte en página 96 es cortesía y copyright de Jürgen Michelberger y se encuentra en www.jmichelberger.de. En página 99, la fotografía del milpies es cortesía y copyright de David Parksy se encuentra en su website www.mobot.org/mobot/madagascar/image.asp?relation=A71. La fotografía de la lagartija subiendo por la ventana del autobus en página 99 es cortesía y copyright de Marcel Berendsen, y se encuentra en su website www.flickr.com/photos/berendm. La fotografía de la ameba es cortesía y copyright de Antonio Guillén Oterino y está tomda de su maravillosa website *Proyecto Agua* en www.flickr.com/photos/microagua. La fotografía de N. decemspinosa en página 99 es cortesía y copyright de Robert Full, y se encuentra en su website rjf9.biol.berkeley.edu/twiki/bin/view/PolyPEDAL/LabPhotographs. La fotografía de P. ruralis en página 99 es cortesía y copyright de John Brackenbury, y parte de su maravillosa colección en la website www.sciencephoto.co.uk. La fotografía de la sepiente rodante en página 100 es cortesía y copyright de Ingo Rechenberg y se encuentra en www.bionik.tu-berlin.de, mientras que la foto del niño dando volteretas es cortesia y copyright de Karva Javi, y se encuentra en www.flickr.com/photos/karvajavi. Las fotografías de motores flagelares en página 101 son copyright y cortesía de Wiley & Sons ay se encuentran en emboj.embopress.org/content/30/14/2972. Las dos maravillosas películas sobre flagelos de bacterias en página 102 and on página 102 son copyright y cortesía de la Graduate School of Frontier Biosciences en Osaka University. La bonita fotografía del cometa McNaught en página 103 es cortesía y copyright de su descubridor, Robert McNaught; ha sido tomada de su website en www.mso.anu.edu.au/~rmn y se encuentra también en antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap070122.html. El cuadro de sonoluminsecencia en página 105 es cortesia y copyright de Detlef Lohse. La fotografía del kilogramo estándar en página 109 es cortesía y copyright del Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). En página 117, la fotografía de la balanza de Mendeleyev es copyright de Thinktank Trust y cortesía de Jack Kirby; se puede encontrar en la website www.birminghamstories.co.uk. La fotografía de la balanza de laboratorio es copyright y cortesía de Mettler-Toledo. La fotografía de dispositivo de medida de la masa del astronauta es cortesía de NASA. En página 124, las fotografías los medidores de potencia son cortesía y copyright de SRAM, Laser Components y Wikimedia. El gráfico de medida del humano caminando enpágina 133 es cortesía y copyright de Ray McCoy. En página 141, la fotografía del giroscopio apilado es cortesía de Wikimedia. La fotografía del reloj que no necesita que se le de cuerda es copyright Jaeger-LeCoultre y cortesía de Ralph Stieber. Su historia y funcionamiento es descrita con detalle en un folleto disponible de la compañía. La website de la compañía es www.Jaeger-LeCoultre.com. La fotografía del elevador de barcos de Strépy-Thieux en página 143 es cortesía y copyright de Jean-Marie Hoornaert y se encuentra en Wikimedia Commons. La fotografía de la piedra Celta bambolenate en página 144 es cortesía y copyright de Ed Keath y se encuentra en Wikimedia Commons. La fotografía del rastro de estrellas en página 148 es cortesía y copyright de Robert Schwartz; fue mostrada también en apod.nasa.gov/apod/ap120802.html. La fotografía del girócopo de Foucault en página 153 es cortesía y copyright del museo del CNAM, el Conservatoire National des Arts et Métiers en Paris, cuya website es www.arts-et-metiers.net. La fotografía del giroscopio laser en página 153 es cortesía y copyright de JAXA,la Japan Aerospace Exploration Agency, y se encuentra en su website en jda.jaxa.jp. E página 154, el modelo tridimensionaldel giroscopio es copyright y cortesía de Zach Joseph Espiritu. El dibujo del giroscopio de precisión en página 155 es cortesía de Thomas Klügel y copyright de Bundesamt für Kartographie und Geodäsie. La fotografía del instrumento es cortesía y copyright de Carl Zeiss. La máquina está colocada en la Fundamentalstation Wettzell, y su website se encuentra en www.wettzell.ifag.de. La ilustración de placas tectónicas en página 160 pertenece a una película producida por el proyecto HoloGlobe de la NASA y se encuentra en svs.gsfc.nasa.gov/cgi-bin/details.cgi?aid=1288 El gráfico de registros de temperaturas en página 166 es copyright y cortesía

Morton Mountain - "The Adventure of Triple" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

de Jean Jouzely Science/AAAS. La fotografía de un coche marchando a través de una nevada en página 168 es copyright y cortesía de Neil Provo en neilprovo.com. Las fotografías de un zancudo y de otros insectos con su halterios en página 173 son de Pinzo, se encuentran en Wikimedia Commons, y por Sean McCann en su website ibycter.com. La fotografía MEMS y el gráfico es copyright y cortesía de ST Microelectronics. En página 179, Figura 123 es cortesía y copyright del proyecto internacional Gemini (Gemini Observatory/Association of Universities for Research in Astronomy) en www.ausgo.unsw.edu.au y www.gemini.edu; la fotografía con los satélites geoestacionarios es copyright y cortesía de Michael Kunze y se encuentra justamente debajo de su preciosa película en www.sky-in-motion.de/de/zeitraffer_einzel.php?NR=12. La fotografía de la sombra de Earth en página 180 es cortesía y copyright de Ian R. Rees y se encuentra en su website en weaknuclearforce.wordpress.com/2014/03/30/earths-shadow. El basilisco corriendo sobre el agua, página 182 y sobre la cubierta posterior, es cortesía y copyright del grupo Belga TERRA vzw y y se encuentra en su website www.terravzw.org. La fotografía del guérrido en página 183 es cortesía y copyright de Charles Lewallen. La fotografía del robot acuático en página 183 es cortesía y copyright del American Institute of Physics. El gráfico alométrico sobre la velocidad de los mamíferos corriendo es cortesía y copyright de José Iriarte-Díaz y de The Journal of Experimental Biology; ha sido reproducido y adaptado con los permisos correspondientes del artículo original,Ref. 132, y se encuentra jeb.biologists.org/content/205/18/2897. La ilustración del movimiento de Marte en página 189 es cortesía y copyright de Tunc Tezel. La fotografía del reloj de precisión de péndulo en página 194 es copyright de Erwin Sattler OHG,Sattler OHG, Erwin y cortesía de Ms. Stephanie Sattler-Rick; y se encuentra en la website www.erwinsattler.de. La figura sobre la triangulación del meridiano de Paris en página 197 es copyright y cortesía de Ken Alder y y se encuentra en su website www.kenalder.com. Las fotografías de la versión casera del experimento de Cavendish en página 198 son cortesía y copyright de John Walker y y se encuentra en su website www.fourmilab.ch/gravitation/foobar. Las fotografías del experimento de Cavendish con precisión en página 199 son cortesía y copyright del Eöt-Wash Group en la University of Washington y y se encuentra en www.npl.washington.edu/eotwash. El geoide de página 202 es cortesía y copyright del GeoForschungsZentrum Potsdam, y se encuentra en www.gfz-potsdam.de. Los mapas de la Luna en página 205 son cortesía del USGS Astrogeology Research Program, astrogeology.usgs.gov, en particular Mark Rosek y Trent Hare. El gráfico de órbitas en página 207 es cortesía y copyright de Geoffrey Marcy. En página 210, la órbita del asteroide es cortesía y copyrigt de Seppo Mikkola. La fotografía de las mareas en página 211 es copyright y cortesía de Gilles Régnier y y se encuentra en su website www.gillesregnier.com; También muestra una animación de esa marea a lo largo del día completo. La preciosa fotografía de la lluvia de meteoritos en página 220 es cortesía y copyright Brad Goldpaint y y se encuentra en su website goldpaintphotography.com; También ha sido representado en apod.nasa.gov/apod/ap160808.html. La fotografía del meteorito en página 221 es cortesía y copyright de Robert Mikaelyan y y se encuentra en su website www.fotoarena.nl/tag/robert-mikaelyan/. La fotos de pistas rápidas sobre la nieve en página 224 son copyright y cortesía de Simone Origone, www.simoneorigone.it, y de Éric Barone, www.ericbarone.com. La fotografía de los satélites de Galileo en página 225 es cortesía y copyright de Robin Scagell y ha sido tomada de su website www.galaxypix.com. En página 232, las fotografías de Venus son copyright de Wah! y cortesía de Wikimedia Commons; véase también apod.nasa.gov/apod/ap060110.html. En página 234, la vieja pintura de Le Sage es cortesía de Wikimedia. La imagen de los cuerpos celestes enpágina 237 es copyright y cortesía de Alex Cherney y fue representada en apod.nasa.gov/apod/ap160816.html.

Las imágenes de eclipses solares en página 239 son cortesía and copyright del Centre National d'Etudes Spatiales, en www.cnes.fr, y de Laurent Laveder, en su precioso sitio en la www.PixHeaven.net. La fotografía de las parábolas de agua en página 242 es copyright y cortesía de Oase GmbH y y se encuentra en website www.oase-livingwater.com. La fotografía del engranaje

Moscow Mountain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

de las patas del insecto en página 262 es copyright y cortesía de Malcolm Burrows; y se encuentra en su website www.zoo.cam.ac.uk/departments/insect-neuro. Las imágenes de las margaritas en página 263 son copyright y cortesía de Giorgio Di Iorio, y se encuentran en su website www.flickr.com/photos/gioischia, y de Thomas Lüthi, y se encuentra en su website www.tiptom.ch/album/blumen/. La fotografía de fuegos artificiales en Chantilly en página 266 es cortesía y copyright de Christophe Blanc y tomada de su bonita website en christopheblanc.free.fr. En página 276, la bonita fotografía del M74 es copyright y cortesía de Mike Hankey y y se encuentra en su bella website cdn.mikesastrophotos.com. La figura del nomeolvides en página 285 es cortesía y copyright de Markku Savela. La imagen de los grupos de papeles de empapelar paredes de la página página 286 es copyright y cortesía de Dror Bar-Natan, y están tomadas de su fascinante website en www.math.toronto.edu/~drorbn/Gallery. Las imágenes de simetrías de sólidos de la página página 287 es copyright y cortesía de Jonathan Goss, y está tomada de su website en www.phys.ncl.ac.uk/staff.njpg/symmetry. Tambiéno David Mermin y Neil Ashcroft han otorgado su beneplácito para su utilización. En página 312, el gráfico de descomposición de Fourier es cortesía de Wikimedia. Los dibujos de un timbre sonando de página 312 son cortesía y copyright de H. Spiess. La imagen de un disco de vinilo en página 313scale=1 es copyright de Chris Supranowitz y cortesía de la University of Rochester; y se encuentra en su experta website en www.optics.rochester.edu/workgroups/cml/opt307/spr05/chris. En página 316, las fotografías de las ondas de agua son cortesía y copyright de Eric Willis, Wikimedia y allyhook. Las figuras de interferencia en página 324 son copyright y cortesía de Rüdiger Paschotta y y se encuentran en su enciclopedia laser de libre uso en www.rp-photonics.com. en página 329, las imágenes de la laringe son cortesía de Wikimedia. Las imágenes del micrómetro de la página página 333 son copyright de Microflown y cortesía de Marcin Korbasiewicz. Se encuentra más imágenes en su website en www.microflown.com. La imagen la máquina portátil de ultrasonidos en página 334 es cortesía y copyright de General Electric. La imagen de ultrasonido de página 334 es cortesía y copyright de Wikimedia. La figura del solitón en el canal de agua en página 337 es copyrighty cortesía de Dugald Duncan y tomada des website en www.ma.hw.ac.uk/solitons/soliton1.html. La fotografía en página 340 es cortesía y copyright de Andreas Hallerbach y y se encuentra en su website www.donvanone.de. La imagen del cubo de Rubik en página 371 es cortesía de Wikimedia. On página 348, the photographs of shock waves are copyright and cortesía of Andrew Davidhazy, Gary Settles and NASA. The photographs of wakes on página 349 are cortesía Wikimedia and cortesía and copyright of Christopher Thorn. En página 352, las fotografías de unas olas no usuales son copyright y cortesía de Diane Henderson, Anonymous y Wikimedia. La montaña fractal en página 358 es cortesía y copyright de Paul Martz, quien explica en su website www.gameprogrammer.com/fractal.html cómo programas tales imágenes. La fotografía de oil droplet on a water surface on página 359 is cortesía and copyright of Wolfgang Rueckner and found on sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb. La fotografía de las pompas de jabón de la página página 367 es copyright y cortesía de LordV y se encuentran en su website www.flickr.com/photos/lordv. Las fotografías de carburo de silicio en página 368 son copyright y cortesía de Dietmar Siche. La fotografía de un único ion de bario en página 369 es copyright y cortesía de Werner Neuhauser en la Universität Hamburg. La imagen AFM de silicio en página 369 es copyright de la Universität Augsburg y es utilizada con el amable beneplácito de German Hammerl. La figura de átomos de helio sobre metal en página 369 es copyright y cortesía de IBM. La fotografía de un AFM on página 370 es copyright de Nanosurf (see www.nanosurf.ch) y es utilizada con el amable beneplácito de Robert Sum. La fotografía de la torre de tensegridad en página 374 es copyright y cortesía de Kenneth Snelson. La fotografía del Atomium en página 375 es cortesía y copyright de la Asbl Atomium Vzw y es utilizada con su permiso,en cooperación con SABAM en Bélgica. Ambos, la imagen y el Atomium mismo están bajo copyright. La fotografía del chorro granular en página 377 en arenason copyright y cortesía de Amy Shen, quien descubrió el fenómeno junto

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

a Sigurdur Thoroddsen. Las fotografías de las máquinas en página 378 son cortesía y copyright de ASML y Voith. La fotografía de la excavadora de cangilones en página 378 es copyright y cortesía de RWE y se puede encontrar en su website www.rwe.com. Las fotografías del movimiento de fluidos en página 381 son copyright y cortesía de John Bush, Massachusetts Institute of Technology, y tomadas de su website www-math.mit.edu/~bush. En página 386, las imágenes de la paraddoja de fluidos son cortesía y copyright de IFE. Las imágenes de los históricos experimentos Magdeburg por Guericke en página 387 son copyright de Deutsche Post, Otto-von-Guericke-Gesellschaft en www.ovgg.ovgu.de, y del Deutsche Fotothek en www.deutschefotothek.de; han sido uitlizadas con los permisos respectivos. En la página página 388, la fotografía de flujo laminar es copyright y cortesía de Martin Thum y se puede encontrar en su website www.flickr.com/photos/39904644@N05; la fotografía del momento de deshielo es cortesía y copyright de Steve Butler y se puede encontrar en su website en www.flickr.com/photos/11665506@N00. El barco de vela en página 390 es cortesía y copyright de Bladerider International. La ilustración de la atmósfera en página 393 es copyright de Sebman81 y cortesía de Wikimedia. La impresionante imagen computerizada sobre la cantidad de agua en la Tierra en página 397 es copyright y cortesía de Jack Cook, Adam Nieman, Woods Hole Oceanographic Institution, Howard Perlman y USGS; fue mostrada en apod.nasa.gov/apod/ap160911.html. Las figuras de los sistemas de medición de la velocidad del viento en página 403 son cortesía y copyright de AQSystems, en www.aqs.se, y Leosphere en www.leosphere.fr En página 404, las fotografías del efecto Leidenfrost son cortesía y copyright Kenji Lopez-Alt y se encuentran en www.seriouseats.com/2010/08/how-to-boil-water-faster-simmer-temperatures.html. La fotografía del anillo de humo en el Etna en página 407 es cortesía y copyright de Daniela Szczepanski y se puede encontrar en sus extensas websites www.vulkanarchiv.de y www.vulkane.net. En página 408, las fotografías de las gotitas rodantes son copyright y cortesía de David Quéré y tomadas de iusti.polytech.univ-mrs.fr/~aussillous/marbles.htm. Las imágenes termográficas de de una bicicleta frenando en página 412 son copyright Klaus-Peter Möllmann y Michael Vollmer, Fachhochschule Brandenburg/Germany, y cortesía de Michael Vollmer y Frank Pinno. La imagen de página 412 es cortesía y copyright de ISTA. Las imágenes de termómetros en página 416 son cortesía y copyright de Wikimedia, Ron Marcus, Braun GmbH, Universum, Wikimedia y Thermodevices. La fotografía del globo en página 419 es copyright Johan de Jong y cortesía del Dutch Balloon Register se encuentra en www.dutchballoonregister.nl.ballonregister, nederlands La imagen del polen en página 421 es de la Dartmouth College Electron Microscope Facility y cortesía de Wikimedia. La figura del microscópio de efecto túnel del oro en página 431 is cortesía de Sylvie Rousset y copyright de CNRS en Francia. La fotografía del tubo de vórtice Ranque–Hilsch ie cortesía y copyright de Coolquip. Las fotografías y la figura en página 449 son copyright y cortesía de Ernesto Altshuler, Claro Noda y sus cooperadores, y se pueden encontrar en su website www.complexperiments.net. La foto de la corrgación es cortesia de David Mays y tomada de su documentación Ref. 326. La imagen del oscilón en página 451 es cortesía y copyright de Paul Umbanhowar. La imagen de esferas arremolinadas en página 451 es cortesía y copyright de Karsten Kötter. El fractal de péndulo en página 456 es cortesía y copyright de Paul Nylander y se puede encontrar en su website bugman123.com. El fluido fluyendo sobre un plano inclinado en página 458 es cortesía y copyright de Vakhtang Putkaradze. La fotografía de la reacción Belousov-Zhabotinski en página 460 es cortesía y copyright de Yamaguchi University y se encuentra en su galería pictórica en www.sci.yamaguchi-u.ac.jp/sw/sw2006/. Las fotograffías de las columnas de almidón en página 461 son copyright de Gerhard Müller (1940–2002), y son cortesía de Ingrid Hörnchen. Las otras fotografías de la misma página son cortesía y copyright de Raphael Kessler, de su website www.raphaelk.co.uk, de Bob Pohlad, de su websitewww.ferrum.edu/bpohlad, y de Cédric Hüsler. En página 463, el diagrama sobre cristales de nieve es copyright y cortesía de Kenneth Libbrecht; véase su website www.its.caltech.edu/~atomic/snowcrystals. La fotografía de una bandada de es-

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

torninos en página 464 es copyright y cortesía de Andrea Cavagna y Physics Today. La fotografía de la pompa de jabón que estalla en página 510 es copyright y cortesía de Peter Wienerroither y se puede encontrar en su website homepage.univie.ac.at/Peter.Wienerroither. La fotografía de los rayos solares en página 513 es copyright y cortesía de Fritz Bieri y Heinz Rieder y se puede encontrar en su website www.beatenbergbilder.ch. El dibujo en página 518 es cortesía y copyright de Daniel Hawkins. La fotografía de una regla de cálculo en página 521 es cortesía y copyright de Jörn Lütjens, y se puede encontrar en su website www.joernluetjens.de. En página 525, el diagrama de la bicicleta es cortesía y copyright de Arend Schwab. En página 540, la fotografía del reloj de sol de Stefan Pietrzik. En página 545 las fotografías de las chimeneas son copyright y cortesía de John Glaser y Frank Siebner. La fotografía del ventomóvil en página 553 es cortesía y copyright de Tobias Klaus. Todos los dibujos son copyright de Christoph Schiller. Si usted considera que su copyright no ha sido correctamente otorgado u obtenido, ello ha sido de manera completamente involuntaria; En tal caso, por favor, póngase en contacto conmigo.

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Índice de nombres

A
Aarts, D. 581
Abbott, Edwin A. 565
Abe, F. 565
Abkarian, M. 584
Ackermann, Rudolph 517
Adachi, S. 580
Adelberger, E.G. 574
Adenauer, Konrad 218
Aetius 568
Aetius 108
Ahlgren, A. 564
Ahrens, C. Donald 577
Aigler, M. 63
AIP 183
Al-Masudi 510
Alberti, Leon Battista 591
Alder, Ken 574
Alder, Ken 197, 598
Alexander, R. McN. 573
Alexander, Robert McNeill 569
Alice 433
Alighieri, Dante 186
Alizad, A. 580
allyhook 316, 599
Alsdorf, D. 577
Alsina, Claudi 80
Altshuler, E. 588
Altshuler, Ernesto 449, 452, 600
Amundsen, Roald 146, 573
An, K. 583
Anders, S. 574
Anderson, R. 571
Andreotti, B. 588
Andrianne, T. 586
Angell, C.A. 584
Aniçin, I.V. 576
Anonymous 49, 116, 352, 384, 599
Anónimo 263
AQSystems 403, 600
Aquino, Tomás de 561
Aquino, Tomás de 360
Archimedes
  life 108
Aristarco de Samos 146, 161, 570
Aristóteles 567
Aristóteles 54, 193
  life 44
Armstrong, J.T. 567
Aronson, Jeff K. 592
Aronson, Jeff K. 594
Arseneau, Donald 595
Artigas, M. 582
Ashby, M.F. 582
Ashcroft, Neil 287, 599
Ashida, H. 560
ASML 378, 600
Asterix 372
Ata Masafumi 594
Atomium 375, 599
Au, W.W.L. 581
Audoin, C. 592
Augel, Barbara 594
Augel, Edgar 594
Ausloos, M. 582
Aussillous, P. 585
Avogadro, Amedeo
  life 364
Axelrod, R. 560
Ayers, Donald M. 592
Ayiomamitis, Anthony 76, 163, 192, 228, 232, 540, 596
Azbel, M.Ya. 569

B
Babinet, Jacques
  life 486
Babloyantz, A. 588
Baccus, S.A. 563
Bach, Michael 20, 595
Bachelier, Louis 586
Baer, Karl Ernst von 171
Baez, John 594
Bagnoli, Franco 594
Bahr, D.B. 580
Baille, Jean-Baptistin 574
Baker, Matt 474
Balibar, S. 584
ballonregister, nederlands 600
Banach, Stefan 64, 358
  life 62
Banavar, J.R. 579
Bandler, Richard 561
Bandler, Richard 257
Bar-Natan, Dror 286, 599
Barber, B.P. 568
Barberi Gnecco, Bruno 594
Barberini, Francesco 360
Barbosa, Lucas 159, 595
Barbour, Julian 564, 565
Barnes, G. 549
Barone, Éric 598
Bartel, Elmar 594

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Bass, Thomas A. 570
Bassler, K.E. 588
Batista-Leyva, A.J. 588
Batty, R.S. 581
Baudelaire, Charles
life 20
Baumbach, T. 578
Bautista, Ferdinand 594
Beaty, William 594
Becker, J. 577
Beeksma, Herman 594
Behroozi, C.H. 563, 564
Bekenstein, Jacob 443
Belfort, François 594
Bellard, Fabrice 590
Bellizzi, M.J. 573
Benka, S. 569
Bennet, C.L. 572
Bennet-Clark, H.C. 567
Bennett, C.H. 587
Bentley, W.A. 588
Benzenberg, Johann Friedrich 147
Berendsen, Marcel 99, 597
Bergquist, J. 593
Berman, D.H. 582
Bernabei, Tullio 596
Bernoulli, Daniel 127, 418
life 388
Bernoulli, Johann 480
Bessel 159
Bessel, Friedrich Wilhelm
life 163
Bevis, M. 577
Beyer, Lothar 594
Bielefeldt, H. 583
Bieri, Fritz 513, 601
Biggar, Mark 594
Bilger, H.R. 571
Binet, Jacques 178
BIPM 109
Bischoff, Bernard 592
Bizouard, C. 572
Bladerider International 390, 600
Blagden, Charles 438
Blanc, Christophe 266, 599
Blocken, B. 586
Blocken, Bert 408
Blumensath, Achim 594
Bocquet, Lydéric 584
Bocquet, Lydéric 551
Bode, Johann Elert 235
Boethius 507
Bogusch, Stephan 596
Bohr, J. 566
Bohr, Jakob 79, 596
Bohr, Niels 429
Bohren, C.F. 583
Boiti, M. 581
Boiti, M. 350
Bolt, Usain 85
Boltzmann, L. 587
Boltzmann, Ludwig 272, 433
life 422
Bombelli, Luca 594
Bonner, John T. 582
Boone, Roggie 594
Borel, Emile 587
Borel, Emile 435
Borelli, G. 562
Bosch 94, 596
Boss, Alan P. 579
Bourbaki, Nicolas 481
Bowden, F.P. 577
Bower, B. 579
Brackenbury, J. 567
Brackenbury, John 99, 597
Bradley, James 164
life 163
Bradstock, Roald 522
Braginsky, V.B. 575
Brahe, Tycho 188
life 188
Brahm, Alcanter de
life 481
Brandes, John 594
Brandt, T. 593
Brantjes, R. 539
Brasser, R. 575
Braun GmbH 416, 600
Brebner, Douglas 594
Brennan, Richard 561
Brenner, M.P. 568
Bright, William 591
Brillouin, L. 587
Brillouin, Léon 428
Bronshtein, Matvei 8
Brooks, Mel 424
Brouwer, Luitzen 56
Brown, Don 86
Brown, J.H. 579
Brown, Robert 420
Browning, R.C. 580
Bruce, Tom 594
Brunner, Esger 569
Brush, S. 572
Buchmann, Alfons 594
Bucka, H. 571
Bucka, Hans 156
Buckley, Michael 561
Budney, Ryan 594
Bundesamt für Kartographie und Geodäsie 155, 597
Bunn, E.F. 589
Bunyan, Paul 582
Buridan, Jean 193, 574
Burrows, M. 578
Burrows, Malcolm 262, 599
Busche, Detlev 564
Bush, J.W.M. 584
Bush, John 381, 600
Butler, Steve 388, 600
Böhncke, Klaus 595

C

Caesar, Gaius Julius 404, 482
Cajori, Florian 591
Caldwell, R. 567
Caldwell, R.L. 567
Calzadilla, A. 578
Campbell, D. 588
Campbell, D.K. 588
Caps, H. 585
Carl Zeiss 155, 597
Carlip, Steve 594
Carlomagno 481
Carlyle, Thomas
life 134
Carnot, Sadi
life 123
Carr, Jim 594
Carroll, Lewis, o Charles Lutwidge Dogson 433
Cartesius
life 57
Casati, Roberto 568

Moderne Mathematik – The Adventure of Discovery. Copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

Cassius Dio 236
Cauchy, Augustin-Louis 291
Cavagna, Andrea 464, 601
Cavendish, H. 574
Cavendish, Henry
life 197
Caveney, S. 566
Caveney, Stanley 86, 596
Cayley, Arthur 291
Celsius, Anders
life 438
Chabchoub, A. 581
Chabchoub, Amin 345, 595
Chaineux, J. 592
Chan, M.A. 571
Chandler, David G. 561
Chao, B.F. 572
Chen, S. 568
Chen, S. 101
Cherney, Alex 237, 598
Childs, J.J. 583
Chodas, P.W. 575
Chomsky, Noam 564
Christlieb, N. 576
Christou, A.A. 575
Chubykalo, A.E. 576
Chubykalo, A.E. 227
Chudnovsky, D.V. 590
Chudnovsky, G.V. 590
Circo estatal de Moscú 25
Clancy, Tom 581
Clanet, Christophe 551
Clarke, S. 563
Clausius, Rudolph 422
life 425
Claveria, V. 584
Clavius, Christophonius
life 72
Cleobulus
life 58
CNAM 153, 597
CNES 239
CNRS 431, 600
Cohen-Tannoudji, G. 587
Cohen-Tannoudji, Gilles 429
Colazingari, Elena 594
Coleman-McGhee, Jerdome 585
Colladon, Daniel 402
Collins, J.J. 562
Comins, Neil F. 575
Compton, A.H. 571
Compton, Arthur 153
Conkling, J.A. 566
Connors, M. 575
Conrad 384
Conservatoire National des Arts et Métiers 597
Conti, Andrea 594
Cook, Jack 397, 600
Coolquip 442, 600
Cooper, Heather 574
Cooper, John N. 561
Coriolis, Gustave-Gaspard 149
life 120
Cornell, E.A. 563
Cornu, Marie-Alfred 574
Corovic, Dejan 594
Costabel, Pierre 360
Cousteau, Jacques 396
Cox, Trevor 339
Coyne, G. 582
Coyne, George 582
Crane, H. Richard 571
Craven, J.D. 576
Crespi, Roberto 594
Cross, R. 523
Crowe, Michael J. 570
Crutchfield, J. 588
Crystal, David 591
Cuk, M. 575

D

Dahlman, John 594
Dalton, John 420
Danecek, Petr 594
Daniels, Peter T. 591
Dante Alighieri 186
Darius, J. 569
Darley, Vincent 595
Darre, Daniel 594
Dartmouth College Electron Microscope Facility 421, 600
Dasari, R.R. 583
Davidhazy, Andrew 45, 348, 381, 596, 599
Davidovich, Lev 483
Davis, S.D. 582
de Bree, Hans Elias 332
Deaver, B.S. 593
Dehant, V. 572
Dehmelt, H. 583
Dehmelt, Hans 583
Dehn, Max
life 63
Demaine, E.D. 563
Demaine, M.L. 563
Demko, T.M. 571
Democritus 484
life 363
Demócrito 363
Denes, Marian 594
Descartes, René 480
life 57
Desloge, Edward A. 570
Destexhe, A. 588
DeTemple, D.W. 590
Deutsche Fotothek 387, 600
Deutsche Post 387, 600
Deutschmann, Matthias 507
Dewdney, Alexander 78
Dewdney, Alexander K. 565
Dicke, R.H. 575
Diehl, Helmut 67
Diel, Helmut 596
Diel, Isolde 596
Diez, Ulrich 595
DiFilippo, Frank 594
Di Iorio, Giorgio 263, 599
Dill, L.M. 581
Dio, Cassius 577
Dirac, Paul 481
Dirr, Ulrich 595
DiSessa, A. 568
Dixon, Bernard 565
Dobra, Ciprian 594
Doorne, C.W.H. van 589
Dorbolo, S. 585
Dorbolo, Stéphane 406
Douady, S. 588
Dougherty, R. 565
Doyle, Arthur Conan 457
Dragon, Norbert 594
Drake, Harry 86
Drake, Stillman 566

C
Cassius

Moritzburg Museum - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Dransfeld, Klaus 559
Dreybrodt, W. 589
Dubelaar, N. 539
Dubrulle, B. 577
Duillier, Nicolas Fatio de 576
Dumont, Jean-Paul 560, 568, 590
Duncan, Dugald 337, 599
Durben, D.J. 584
Durieux, M. 585
Dusenbery, David 568
Dutton, Z. 563, 564
Dyson, Freeman 594

E

Earls, K. 567
Earman, John 565
Eckhardt, B. 589
Eddington, Arthur
life 118
Edelmann, H. 576
Edens, Harald 595
Edwards, B.F. 529
Einstein, A. 586
Einstein, Albert 19, 211, 215, 216, 274, 297, 300, 420
Ekman, Walfrid
life 570
Ellerbreok, L. 581
Ellis, H.C. 397
Els, Danie 595
Elsevier, Louis 512
Elswijk, H.B. 583
Elswijk, Herman B. 594
Elsässer, Martin 204, 595
EMBO 52
EMBO Journal, Wiley & Sons 101
Emelin, Sergei 594
Emerson, Ralph Waldo 339
Emsley, John 587
Engelmann, Wolfgang 564
Engels, Friedrich 254
Engemann, S. 583
Enquist, B.J. 579
Enss, Christian 586
Eötvös, R. von 575
Erdős, Paul 63
Eriksen, H.K. 566
Erwin Sattler OHG 194, 598
Espiritu, Zach Joseph 154, 544, 547, 594, 597
Euclides, o Eukleides 39
Euler, Leonhard 570
Euler, Leonhard 80, 127, 238, 480
life 243
European Molecular Biology Organization 596
Evans, J. 576
Everitt, C.W. 593
Eöt-Wash Group 199, 598
Eötvös, Roland von 152

F

Fabian, Werner 595
Fairbanks, J.D. 593
Faisst, H. 589
Falk, G. 575
Falkovich, G. 584
Fantoli, Annibale 582
Farinati, Claudio 594
Farmer, J. 588
Farrant, Penelope 568
Fatemi, M. 580
Fatio de Duillier, Nicolas 233
Faybishenko, B.A. 588
Fayeulle, Serge 577
Feder, T. 590
Federación Internacional de Tenis 22
Fedosov, D.A. 584
Fehr, C. 578
Fekete, E. 575
Feld, M.S. 583
Fermani, Antonio 594
Fermat, Pierre 280
Fernandez-Nieves, A. 573
Feynman, Richard P. 559
Fibonacci, Leonardo 484
life 478
Figueroa, D. 578
Filippov, T. 580
Fink, Hans-Werner 583
Fink, M. 581
Finkenzeller, Klaus 594
Firpić, D.K. 576
Fischer, Ulrike 595
Flach, S. 588
Flachsel, Erwein 561
Fletcher, Neville H. 582
Flindt, Rainer 564
Foelix, Rainer F. 584
Fokas, A.S. 581
Fokas, A.S. 350
Foreman, M. 565
Forsberg, B. 577
Fortes, L.P. 577
Foster, James 578
Foucault, Jean Bernard Léon
life 151
Fourier, Joseph 327
Frank, Louis A. 576
Franklin, Benjamin 359
Fraser, A.B. 583
French, Robert M. 565
Frenzel, H. 104
Fresnel, Augustin 326
Friedman, David 242
Friedrich Gauss, Carl 480
Fritsch, G. 581
Fromental, J.-M. 584
Frosch, R. 579
Frova, Andrea 566
Full, R. 567
Full, Robert 99, 597
Fulle, Marco 24, 596
Fumagalli, Giuseppe 568, 578
Fundamentalstation Wettzell 597
Furrie, Pat 594

G

Gagnan, Emile 396
Galilei, Galileo 512
Galilei, Galileo 48, 76, 82, 83, 147, 168, 196, 216, 217, 223, 224, 362, 363, 525
life 38, 360
Galileo 146, 484
Galois, Evariste 291
Gans, F. 569
Gardner, Martin 521
Garrett, A. 569
Gaspard, Pierre 586
Gaspard, Pierre 423
Gasse Tyson, Neil de 576

D

DRANSFELD

Moritz Mollmann - "The Adventure of Physics" - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Gastaldi, Luca 22, 63, 221, 596
Gauthier, N. 579
Gekle, S. 584
Gelb, M. 561
Gelbaum, Bernard R. 565
Gemini Observatory/AURA 179
General Electric 334, 599
Geng, Tao 283
GeoForschungsZentrum Potsdam 202, 598
Georgi, Renate 594
Gerkema, T. 570
Geschwindner, Holger 85
Ghahramani, Z. 578
Ghavimi-Alagha, B. 573
Giessibl, F.J. 583
Gilligan, James 577
Glaser, John 545, 601
Glasheen, J.W. 573
Glassey, Olivier 594
Gold, Tommy 324
Goldpaint, Brad 220, 598
Goldrich, P. 550
Goldstein, Herbert 578
Goldstein, E. Bruce 561
Goles, E. 588
Golubitsky, M. 562
Gompper, G. 584
González, Antonio 594
Gooch, Van 51
Gordillo, J.M. 584
Goriely, A. 583
Goss, Jonathan 287, 599
Gostiaux, L. 570
Grabski, Juliusz 577
Gracovetsky, Serge 569
Gracovetsky, Serge 133
Grahn, Alexander 595
Graner, F. 577
Graw, K.-U. 549
Gray, C.G. 531, 578
Gray, James 567
Gray, Theodore 503
Greenleaf, J.F. 580
Greenside, Henry 504
Gregorio, Enrico 595
Greier, Hans-Christian 236, 595
Greiner, Jochen 594
Grimaldi, Francesco 342
Grinder, John 561
Grinder, John 257
Groenendijk, Max 45, 596
Gross, R.S. 572
Grossmann, A. 581
Gruber, Werner 569
Grünbaum, Branko 579
Guericke, Otto von 387
Guglielmini, Giovanni Battista 147
Guillén Oterino, Antonio 99, 597
Gustav Jacobi, Carl 480
Gutierrez, G. 578
Gutzwiller, Martin C. 574
Gácsi, Zoltán 594
Günther, B. 564

H

Haandel, M. van 574
Haber, John 594
Hagen, J.G. 571
Hagen, John 153
Haigneré, Jean-Pierre 239
Hain, Tim 596
Halberg, F. 564
Haley, Stephen 594
Hallerbach, Andreas 340, 599
Halley, Edmund 206
Halliday, David 585
Halliwell, J.J. 564
Hamilton, D.P. 575
Hamilton, William 481
Hammack, J.L. 581
Hammerl, German 599
Hancock, M.J. 584
Hankey, Mike 276, 599
Hardcastle, Martin 594
Hardy,Godfrey H.
life 191
Hare, Trent 598
Harriot, Thomas 480
Harris, S.E. 564
Harrison, J.J. 292
Hart, Nathan H. 567
Hartman, W.K. 574
Hasha, A.E. 584
Hausherr, Tilman 594
Hawkins, Daniel 72, 517, 518, 601
Hayes, Allan 594
Hays, J.D. 572
Heath, Thomas 570
Heber, U. 576
Heckel, B.R. 574
Heckman, G. 574
Hediger, Heini 566
Heisenberg, Werner 579
Heisenberg, Werner 284, 389, 429
Helden, A. van 574
Heller, Carlo 49
Heller, E. 581
Hellinger, Bert 577
Helmholtz, Hermann von 123
life 415
Helmond, Tom 594
Helmont, Johan Baptista van 418
Hembacher, S. 583
Henbest, Nigel 574
Henderson, D.M. 581
Henderson, D.W. 578
Henderson, Diane 352, 599
Henderson, Lawrence J. 587
Henderson, Paula 594
Henon, M. 577
Henson, Matthew 530
Heraclito de Efeso 29
Herbert, Wally 573
Hermann, Jakob 535
Herrmann, F. 527, 586
Herrmann, Friedrich 559, 568
Herschel, William 165
Hertz, H.G. 569
Hertz, Heinrich 272
Hertz, Heinrich Rudolf
life 252
Hertzlinger, Joseph 595
Heráclito
life 18
Heráclito de Éfeso 285
Herón de Alejandría 402
Hestenes, D. 577
Heumann, John 594
Hewett, J.A. 574

Modern Mechanics - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Hewitt, Leslie A. 559
Hewitt, Paul G. 559
Hietarinta, J. 581
Hietarinta, Jarmo 338, 350, 351, 595
Higashi, R. 592
Hilbert, David 274, 300
Hilgenfeldt, S. 568
Hillman, Chris 594
Hiparco 158
Hirano, M. 577
Hirota, R. 581
Hirota, R. 350
Hise, Jason 98, 181, 595
Hite, Kevin 595
Hodges, L. 576
Hodgkin, A.L. 580
Hodgkin, A.L. 336
Hoeher, Sebastian 584
Hof, B. 589
Hoffman, Donald D. 29
Hoffman, Richard 594
Hohenstatt, M. 583
Holbrook, N.M. 582
Hollander, E. 585
Hong, F.-L. 592
Hong, J.T. 589
Hooke, Robert 191, 308
  life 190
Hoorn, L. van den 581
Hoornaert, Jean-Marie 143, 597
Hopper, Arthur F. 567
Horacio, de nombre completo Quinto Horacio Flaco 253
Hosoi, A.E. 584
Hotchner, Aaron E. 578
Hoyle, R. 516
Huber, Daniel 594
Hudson, R.P. 585
Huggins, E. 542
Hughes, David W. 579
Humphreys, R. 572
Humphreys, W.J. 588
Hunklinger, Siegfried 586
Hunter, D.J. 567
Huxley, A.F. 580
Huxley, A.F. 336
Huygens, Christiaan 193, 326
  life 111
Huygens,Christiaan 194
Hörnchen, Ingrid 600
Hüsler, Cédric 461, 600

I

IBM 369
Ibn Khallikan
  life 510
IFE 386, 600
ifm 384
Ifrah, Georges 591
Illich, Ivan 502
Illich, Ivan 502
  life 501
Imae, Y. 568
Imbrie, J. 572
Ingenhousz, Jan 420
Ingram, Jay 581
INMS 49
Innanen, K.A. 575
Inquisición 361
International Tennis Federation 596
IPCC 552
Iriarte-Díaz, J. 573
Iriarte-Díaz, José 184, 598
ISTA 412, 600
ISVR, University of Southampton 319, 331, 595
Ivanov, Igor 594
Ivry, R.B. 564

J

J. Lynch, Patrick 373
Jaeger-LeCoultre 142, 597
Jaffe), C. Carl 373
Jahn, K. 593
Jahn, O. 579
Jalink, Kim 594
James, M.C. 576
Jamil, M. 594
Jammer, M. 574
Jancovici, B. 576
Janek, Jürgen 594
Japan Aerospace Exploration Agency 597
Jarvis, Dave 96, 597
Javi, Karva 100, 597
JAXA 153, 597
Jeffreys, Harold 156
Jen, E. 588
Jennings, G.M. 582
Jensen, Hans 591
Jesús 404
Job, Georg 559
Johansson, Mikael 594
Johnson, Ben 566
Johnson, Michael 85
Johnson, Samuel 473, 501
Johnston, K.J. 567
Jones, Gareth 587
Jones, Quentin David 594
Jones, Tony 592
Jones, William 480
Jong, Johan de 419, 600
Jong, Marc de 594
Joule, James 415
Joule, James P. 123
Joule, James Prescott
  life 415
Joutel, F. 575
Jouzel, J. 572
Jouzel, Jean 166, 598
JPL 230
Juan Pablo II 361
Julien Brianchon, Charles 80
Jürgens, Hartmut 455, 565

K

Köppe, Thomas 594
Kadanoff, L.P. 588
Kalvius, Georg 559
Kamerling Onnes, Heike 571
Kamiya, K. 543
Kamp, T. Van de 578
Kampen, N.G. van 586
Kanada Yasumasa 590
Kanecko, R. 577
Kant, Immanuel 215
Kantor, Yacov 504
Kapitaniak, Tomasz 577
Karl, G. 531, 578
Karstädt, D. 585
Katori, H. 592
Kawagishi, I. 568
Kaye, efecto 408
Keath, Ed 144, 597

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Keesing, R.G. 563, 593
Kelu, Jonatan 594
Kemp, David 324
Kempf, Jürgen 564
Kenderdine, M.A. 569
Kendrick, E. 577
Kenji Lopez-Alt 404, 600
Kennard, Earle Hesse 561
Kepler, Johannes 191
  life 188
Kepler,Johannes 189
Kerswell, R. 589
Kessler, Raphael 461, 600
Keyence 59, 596
Kienle, Paul 559
Kirby, Jack 597
Kirchhoff, Gustav 326
Kiss, Joseph 594
Kistler, S.F. 585
Kistler, S.F. 404
Kitaoka Akiyoshi 18, 20, 560, 596
Kitaoka, A. 560
Kitaoka, Akiyoshi 560
Kivshar, Y.S. 588
Klaus Tschira Foundation 595
Klaus, Tobias 553, 601
Kleidon, A. 569
Kluegel, T. 571
Klügel, T. 571
Klügel, Thomas 597
Kob, M. 580
Koblenz, Fachhochschule 41, 596
Koch, G.W. 582
Kooijman, J.D.G. 526
Koolen, Anna 594
Koomans, A.A. 583
Korbasiewicz, Marcin 599
Korteweg, Diederik 337
Kramp, Christian 480
Krampf, Robert 503
Krehl, P. 583
Krehl, Peter 375
Krijn, Marcel 594
Kristiansen, J.R. 566
Krotkow, R. 575
Kruskal, M.D. 580
Kruskal, Martin 338
Królikowski, Jarosław 594
Kubala, Adrian 594
Kudo, S. 568
Kumar, K.V. 567
Kunze, Michael 179, 209, 595, 598
Kurths, Jürgen 575
Kuzin, Pavel 594
Kvale, E.P. 571
Köller, Karl 595
König, Samuel 280
Kötter, K. 588
Kötter, Karsten 451, 453, 600
Küster, Johannes 595
Küstner, Friedrich 572
  life 159

L

La Caille 192
Lagrange, Joseph Louis 280
Lagrange, Joseph Louis 267
Lagrangia, Giuseppe 480
Lagrangia, Giuseppe Lodovico
  life 267
Lalande 192
Lambeck, K. 571
Lambert, S.B. 572
Lancaster, George 578
Landau, Lev 483
Landauer, R. 587
Lang, H. de 587
Lang, Kenneth R. 95
Langangen, Ø. 566
Lanotte, L. 584
Laplace, Pierre Simon 210
  life 149
Larsen, J. 572
Laser Components 124, 597
Laskar, J. 575, 576
Laskar, Jacques 235
Laveder, Laurent 239, 598
Lavenda, B. 587
Lavoisier, Antoine-Laurent
  life 110
Laws, Kenneth 589
Le Sage, Georges-Louis 233
Lecar, M. 577
Lee, C.W. 589
Lee, S.J. 573
Lega, Joceline 588
Legendre, Adrien-Marie 480
Lehmann, Inge 157
Lehmann, Paul 592
Lehmann, Paul 481
Leibniz, Gottfried Wilhelm 120, 191, 265, 269, 273, 280, 480, 563
  life 90, 470
Leica Geosystems 59, 596
Leidenfrost, Johann Gottlob 404
Leighton, Robert B. 559
Lekkerkerker, H. 581
Lemaire, Alexis 479
Lennard, J. 481
Lennerz, C. 530
Leon, J.-P. 581
Leon, J.-P. 350
Leonardo de Pisa
  life 478
Leosphere 403, 600
Lesage, G.-L. 576
Leucipo de Elea
  life 363
Leutwyler, K. 580
Le Verrier, Urbain 210
Lewallen, Charles 183, 598
Liaw, S.S. 589
Libbrecht, Kenneth 453, 462, 463, 595, 600
Lichtenberg, Georg Christoph
  life 38
Lide, David R. 591
Lim Tee Tai 407, 595
Lim, T.T. 585
Linde, Johan 595
Lintel, Harald van 594
Lissauer, J.J. 590
Lith-van Dis, J. van 587
Liu, C. 563
Liu, R.T. 589
Llobera, M. 569
Lloyd, Seth 586
Lock, S.J. 575
Lockwood, E.H. 579
Lodge, Oliver
  life 156

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Lohse, D. 568, 584
Lohse, Detlef 105, 597
Lombardi, Luciano 594
LordV 367, 599
Loschmidt, Joseph
life 366
Lott, M. 589
Lucrecio 364
life 44
Lucrecio Caro, Tito 364
Lucrecio Carus, Tito 44
Luke, Lucky 372
Lévy-Leblond, Jean-Marc 559
Lévy-Leblond, Jean-Marc 131, 234
Lüders, Klaus 560
Lüthi, Thomas 263, 599
Lütjens, Jörn 521, 601

L

LOHSE

M

MacDonald, G.J.F. 571
MacDougall, Duncan 570
MacDougalls, Duncan 137
Mach, Ernst
life 112
Macmillan, R.H. 579
Maekawa, Y. 568
Magariyama, Y. 568
Magono, C. 589
Mahajan, S. 550
Mahoney, Alan 594
Mahrl, M. 589
Maiorca, Enzo 584
Maldacena, J. 589
Malebranche 280
Malin, David 95
Mallat, Stéphane 581
Malley, R. 577
Mandelbrot, Benoît 61, 357
Mandelstam, Stanley 578
Manfredi, Eustachio 164
Mannhart, J. 583
Manogg, P. 581
Manu, M. 563
Marcus, Richard 561
Marcus, Ron 416, 600
Marcy, Geoffrey 207, 598
Mariotte, Edme 135
Maris, H. 584
Mark, Martin van der 438, 594
Markus, M. 588
Marsaglia, G. 577
Martin, A. 579
Martina, L. 581
Martina, L. 350
Martos, Antonio 594
Martz, Paul 358, 599
Martínez, E. 588
Marx, Groucho 475
Matthews, R. 576
Mauer, J. 584
Maupertuis, Pierre Louis Moreau de
life 147
Mayer, Julius Robert 123
life 415
Mayné, Fernand 594
Mayr, Peter 594
Mays, D.C. 588
Mays, David 450, 600
McCoy, Ray 133, 597
McElwaine, J.N. 588
McLaughlin, William 560
McLean, H. 566
McMahon, T.A. 573
McMahon, Thomas A. 582
McMillen, T. 583
McNaught, Robert 103, 597
McQuarry, George 594
Medenbach, Olaf 565
Medien Werkstatt 596
Meer, D. van der 584
Meijaard, J.P. 526
Meister, M. 563
Melo, F. 588
Mendeleyev, Dmitriy Ivanovich 116
Mendez, S. 584
Mendoza, E. 589
Merckx, Eddy 125
Mermin, David 287, 599
Merrit, John 594
Mertens, K. 589
Mettler-Toledo 116, 597
Mettrie, J. Offrey de la 458
Michaelson, P.F. 593
Michel, Stanislav 119
Michelberger, Jürgen 96, 597
Michell, John
life 197
Michels, Barry 578
Micro Crystal 595
Microcrystal 311
Microflown 599
Microflown Technologies 333
Miguel Ángel 484
Mikaelyan, Robert 221, 598
Mikkola, S. 575
Mikkola, Seppo 210, 598
Milankovitch, Milutin
life 164
Miller, L.M. 569
Mineyev, A. 582
Minnaert, Marcel G.J. 106
Minski, Y.N. 563
Mirabel, I.F. 564
Mirsky, S. 523
Mitalas, R. 563
Mitchell, J.S.B. 563
Mohazzabi, P. 576
Mole, R. 580
Monitz, E.J. 569
Moore, J.A. 578
Moortel, Dirk Van de 594
Moreau de Maupertuis, Pierre Louis
life 147
Moreira, N. 579
Morgado, E. 564
Morgado, Enrique 52, 596
Morlet, J. 581
Morris, S.W. 588
Moscow State Circus 596
Moser, Lukas Fabian 594
Mould, Steve 144
Mozurkewich, D. 567
Muller, R.A. 581
Mulligan, J.F. 569
Munk, W.H. 571
Muramoto, K. 568
Murata, Y. 577
Murdock, Ron 594
Mureika, J.R. 577
Murillo, Nadia 594
Murphy, Robert 480
Murray, C.D. 575
Muskens, O. 580

Moreau Maupertuis - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

Mutka, Miles 594
Muynck, Wim de 594
Måløy, K.J. 588
Möllmann, K.-P. 585
Möllmann, Klaus-Peter 412, 600
Müller, Frank 61, 596
Müller, G. 589
Müller, Gerhard 460, 461
life 600

M

MUTKA

N

Namba, K. 568
Namouni, F. 575
Namouni, Fathi 594
Nanosurf 370
Nansen, Fridtjof 570
Napiwotzki, R. 576
Naples zoo 596
Napoles Zoo 59
Napoleón 210
NASA 49, 116, 161, 230, 390, 552, 597
Nassau, K. 106
Nauenberg, M. 573
Navier, Claude
life 389
Nebrija, Antonio de 591
Needham, Joseph 578
Nelsen, Roger B. 80
Nelson, A.E. 574
Nelson, Edward 517
Neuhauser, W. 583
Neuhauser, Werner 369, 599
Neumaier, Heinrich 594
Neumann, Dietrich 574
Neumann, Dietrich 206
Newcomb, Simon 575
Newcomb, Simon 211
Newton, Isaac 54, 147, 191, 192, 490, 563
life 38
Nicolis, Grégoire 586
Nicoud, F. 584
Niederer, U. 579
Niederer, U. 299
Nieman, Adam 397, 600
Niepraschk, Rolf 595
Nieuwpoort, Frans van 594
Nieuwstadt, F.T.M. 589
Nieves, F.J. de las 573
Nightingale, J.D. 578
Nitsch, Herbert 398
Nobel, P. 582
Noda, Claro 600
Noether, Emmy
life 300
Nolte, John 562
Nonnius, Peter
life 72
Norfleet, W.T. 567
Northwestern University 55, 94, 346, 596
Novikov, V.A. 531, 578
Nowitzki, Dirk 85
Nunes, Pedro
life 72
Nylander, Paul 456, 600

O

O'Keefe, R. 573
Oase GmbH 242, 598
Oberdiek, Heiko 595
Oberquell, Brian 594
Offner, Carl 594
Offrey de la Mettrie, J. 458
Ogburn, P.L. 580
Oliver, B.M. 540
Olmsted, John M.H. 565
Olsen, K. 566
Olveczky, B.P. 563
Oostrum, Piet van 595
Oppenheimer, Robert 270
Origone, Simone 598
Osaka University 102, 597
Osborne, A.R. 581
Otto-von-Guericke-Gesellschaft 387, 600
Oughtred, William 480

P

Padilla Gálvez, Jesús 18, 27, 30, 53, 94, 170, 254, 431, 469
Padilla Gávez, Jesús 594
Page, Don 594
Page, Janet 596
Pahaut, Serge 594
Pais, A. 579
Palmer, John D. 564
Panov, V.I. 575
Papadopoulos, J.M. 526
Pappus 108
Park, David 560
Parkes, Malcolm B. 592
Parks, David 99, 594, 597
Parlett, Beresford 27
Parménides de Elea 18, 91
Parménides of Elea 19
Pascazio, Saverio 594
Paschotta, Rüdiger 324, 599
Pasi, Enrico 594
Paterson, Alan L.T. 565
Patrascu, M. 563
Paul, T. 581
Pauli, Wolfgang 535
Peano, Giuseppe 481
Peary, Robert 146, 530, 573
Pedley, T.J. 567
Peeters, Bert 594
Peitgen, Heinz-Otto 455, 565
Pekár, V. 575
Pelizzari, Umberto 584
Pempinelli, F. 581
Pempinelli, F. 350
Perc, M. 569
Perelman, Yakov 559
Perelman, Yakov 345
Perini, Romano 594
Perlikowski, Przemyslaw 577
Perlman, Howard 397, 600
Perrin, J. 586
Perrin, Jean 586
Perrin, Jean 554
life 423
Pesic, Peter 583
Peters, I.R. 584
Peterson, Peggy 78, 596
Petit, Jean-Pierre 506
Pfeffer, W.T. 580
Phillips, R.J. 574
Phinney, S. 550
Physics Today 464, 601
Piaget, Jean 562
Piccard, Auguste
life 402
Pieranski, P. 566

Motzer, Mühlmann – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motzer-muehlmann.net

Pieranski, Piotr 80, 596
Pietrzik, Stefan 540, 596, 601
Pikler, Emmi 561
Pikovsky, Arkady 575
Pinker, Steven 564
Pinno, F. 585
Pinno, Frank 600
Pinzo 173, 598
Pitágoras 339
PixHeaven.net 239
Planck, Max 422, 427
Platón 466
  life 364
Plinius, nombre completo: Gaius Plinius Secundus 559
Plisson, Philip 25, 596
Plutarco 259
Pohl, Robert 560
Pohl, Robert O. 560
Pohlad, Bob 461, 600
Poincaré, Henri 168
Poinsot, Louis 153, 178
Poisson, Siméon-Denis
  life 202
Polster, B. 587
Pompeyo, Gneo 259
Preston-Thomas, H. 586
Price, R.H. 116
Prigogine, Ilya 411, 460
Pritchard, Carol 594
Proença, Nuno 594
Proton Mikrotechnik 384
Protágoras 490
Provo, Neil 168, 598
Pryce, Robert M. 573
Przybyl, S. 566
Ptolomeo 75, 280
Purves, William 594
Putkaradze, V. 589
Putkaradze, Vakhtang 458, 600
Putterman, S.J. 568
Päsler, Max 578
Pérez-Mercader, J. 564
Pérez-Penichet, C. 588

Q

Quinlan, G.D. 576
Quéré, D. 585
Quéré, David 408, 600

R

R. Rees, Ian 180, 598
Rahtz, Sebastian 595
Ramanujan, Srinivasa 191
Ramos, O. 588
Randi, James 24
Rankl, Wolfgang 594
Rawlins, D. 573
Raymond, David 504
Rechenberg, Ingo 100, 568, 597
Recorde, Robert 480
  life 479
Redondi, Pietro 360
Redondi, Pietro 38, 360, 594
Rees, W.G. 560
Reichholf, Josef H. 589
Reichl, Linda 585, 586
Reimers, D. 576
Renselle, Doug 594
Reppisch, Michael 594
Resnick, Robert 585
Richardson, Lewis Fray
  life 61
Richtmyer, Floyd Karker 561
Rickwood, P.C. 565
Riedel, A. 578
Rieder, Heinz 513, 601
Rieflin, E. 567
Rieker Electronics 94, 596
Rinaldo, A. 579
Rincke, K. 559
Rindt, Jochen
  life 39
Rivas, Martin 594
Rivera, A. 588
Rivest, R.L. 563
Robertson, Will 595
Robinson, John Mansley 579
Robinson, John Mansley 563
Robutel, P. 575
Rodgers, Tony 28, 596
Rodin, Auguste 194
Rodríguez, L.F. 564
Rohrbach, Klaus 572
Roll, P.G. 575
Romer, R.H. 541
Rompelberg, Fred 408
Rooy, T.L. van 583
Rosek, Mark 598
Rosenblum, Michael 575
Rossing, Thomas D. 582
Rostock,Universidad de 402
Rothacher, M. 571
Rousset, Sylvie 600
Ruben, Gary 594
Rudolff, Christoff 591
Rudolff, Christoff 480
Rudolph, Peter 594
Rueckner, Wolfgang 359, 599
Ruga, Spurius Carvilius 474
Ruina, A. 526
Ruppel, W. 575
Rusby, R.L. 585, 587
Rusby, Richard 587
Russel, J.S. 580
Russel, Mark 240
Russell, Bertrand 271
Russell, John Scott
  life 336
Russo, Lucio 559
Rutherford, Ernest 26
RWE 378, 600
Régnier, Gilles 211, 598

S

S.R. Madhu Rao 594
SABAM 375, 599
Sade, Donatien de 253
Saghian, Damoon 594
Sagnac, Georges
  life 155
San Suu Kyi, Aung 578
Sanctorius
  life 110
Sands, Matthew 559
Santini, P.M. 581
Santini, P.M. 350
Santorio Santorio
  life 110
Sattler OHG, Erwin 598
Sattler-Rick, Stephanie 598
Sauer, J. 530
Sauerbruch, Ferdinand 551
Saupe, Dietmar 455, 565

Moscow Mathematics – The Adventure of Topology – copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

Savela, Markku 285, 599
Scagell, Robin 225, 598
Schiller, Britta 594, 595
Schiller, C. 583
Schiller, Christoph 293, 601
Schiller, Isabella 594
Schiller, Peter 594
Schiller, Stephan 594
Schlichting, H. Joachim 560
Schlichting, H.-J. 534
Schlüter, W. 571
Schmidt, M. 581
Schmidt, T. 589
Schmidt-Nielsen, K. 587
Schneider, Jean 579
Schneider, M. 571
Schneider, Wolf 592
Schooley, J.F. 585
Schreiber, K.U. 571
Schreiber, U. 571
Schröder, Ernst 481
Schultes, H. 104
Schwab, A.L. 526
Schwab, Arend 525, 601
Schwartz, Richard 561
Schwartz, Robert 148, 597
Schwenk, K. 588
Schwenkel, D. 583
Schönenberger, C. 583
Schörner, E. 530
Science 166
Science Photo Library 99
Science/AAAS 598
Scime, E.E. 529
Scott, Jonathan 594
Scriven, L.E. 585
Scriven, L.E. 404
Sean McCann 173, 598
Sebman81 393, 600
Segrè, Gino 585
Segur, H. 581
Seidelmann, P. Kenneth 593
Seitz, M. 527
Settles, Gary 348, 599
Seward, William 590
Sexl, Roman
life 66
Shackleton, N.J. 572
Shakespeare, William 26
Shalyt-Margolin, A.E. 587
Shapiro, A.H. 570
Shapiro, Asher 151
Sharma, Natthi L. 569
Shaw, George Bernard
alfabeto de 478
Sheldon, Eric 594
Shen, A.Q. 584
Shen, Amy 377, 599
Sheng, Z. 583
Shenker, S.H. 589
Shephard, G.C. 579
Shinjo, K. 577
Shirham, rey 35
Short, J. 593
Siart, Uwe 595
Siche, Dietmar 368, 599
Siebner, Frank 545, 601
Siegel, Lee 526
Sierra, Bert 594
Sigwarth, J.B. 576
Sillett, S.C. 582
Sills, K.R. 563
Silva 41, 596
Silverman, M. 568
Silverman, Mark P. 556, 576
Simanek, Donald 563
Simmons, J.A. 581
Simon, Julia 594
Simon, M.I. 568
Simonson, A.J. 540
Simoson, A.J. 577
Simplicius 467
Singh, C. 569
Singleton, Douglas 594
Sissa ben Dahir 35
Sitti, M. 573
Sitti, Metin 183
Slabber, André 594
Slansky, Peter C. 568
Sluckin, T.J. 569
Smith, George 592
Smith, Steven B. 591
Smoluchowski, Marian von
420
Snelson, Kenneth 374, 599
Sokal, A.D. 529
Soldner, J. 575
Soldner, Johann 215
Solomatin, Vitaliy 594
Sonett, C.P. 571
Song, Y.S. 573
Sotolongo-Costa, O. 588
Spaans, Piet 384
Speleoresearch & Films/La
Venta 64, 596
Spence, J.C.H. 583
Spencer, R. 564
Spiderman 372
Spiess, H. 312, 599
Spinelli, Matthew 95, 596
Spiropulu, M. 574
SRAM 124, 597
Sreedhar, V.V. 579
Sreenivasan, K.P. 584
ST Microelectronics 173, 598
Stalla, Wolfgang 372
Stanaway, F.F. 593
Stanford, D. 589
Stasiak, A. 566
Stedman, G.E. 571
Stefanski, Andrzeij 577
Steiner, Kurt 584
Stengel, Ingrid 564
Stephenson, Richard 572
Sternlight, D.B. 573
Steur, P.P.M. 585
Stewart, I. 562
Stewart, Ian 64
Stewart, S.T. 575
Stieber, Ralph 597
Stokes, Georges Gabriel
life 389
Stong, C.L. 567
Story, Don 595
Stroock, A.D. 582
Strunk, C. 559
Strunk, William 592
Strzalko, Jaroslaw 577
Stutz, Phil 578
Su, Y. 575
Suchocki, John 559
Sugiyama, S. 568
Suhr, S.H. 573
Sum, Robert 599
Supranowitz, Chris 313, 599
Surdin, Vladimir 594
Surry, D. 566

S

SAVELA

Modern Mountain - The Adventure of Climbing - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

Sussman, G.J. 576
Sutton, G.P. 578
Swackhamer, G. 577
Swatch Group 595
Sweetser, Frank 594
Swenson, C.A. 585
Swift, G. 588
Swinney, H.L. 588
Swope, Martha 589
Szczepanski, Daniela 407, 600
Szilard, L. 587
Szilard, Leo 428
Sócrates 466

S

SUSSMAN

T

T. Schmidt, Klaus 567
Taberlet, N. 588
Tabor, D. 577
Taimina, D. 578
Tait, Peter 481
Takamoto, M. 592
Talleyrand 196
Tamman, Gustav 370
Tarko, Vlad 594
Tarski, Alfred 358
  life 64
Tartaglia, Niccolò 484
  life 36
Taylor, E.F. 578
Taylor, G.J. 574
Taylor, John R. 593
Taylor, Rhys 167, 595
Technical University Eindhoven 409
Teeter Dobbs, Betty Jo 563
Tegelaar, Paul 594
Telegdi, V.L. 587
Tennekes, Henk 596
Teofrasto 50
TERRA 182
Tetzlaff, Tim 596
Tezel, Tunc 189, 598
Thaler, Jon 594
Theofrasto 44
Theon 104
Thermodevices 416, 600
Thies, Ingo 594
Thinktank Trust 116, 597
Thomson, W. 584
Thomson-Kelvin 123
Thomson-Kelvin, W. 377
Thomson-Kelvin, William
  life 415
Thorn, Christopher 349, 599
Thoroddsen, S.T. 584
Thoroddsen, Sigurdur 377, 600
Thorp, Edward O. 570
Thum, Martin 388, 600
Titius, Johann Daniel 235
Titze, I.R. 580
Titze, Ingo 580
Tolomeo 565
Tomás de Aquino 360, 561
Tonzig, Giovanni 560
Toparlar, Y. 586
Topper, D. 574
Torge, Wolfgang 566
Torricelli, Evangelista 104
Toschek, P.E. 583
Townsend, Paul 594
Tracer 41, 596
Trefethen, L.M. 571
Tregubovich, A.Ya. 587
Trevorrow, Andrew 595
Truesdell, C. 585
Truesdell, Clifford 38
Truesdell, Clifford A. 563
Tsang, W.W. 577
Tschichold, J. 591
Tschira, Klaus 595
Tsuboi, Chuji 566
Tsukanov, Alexander 25, 596
Tucholsky, Kurt 289
Tuijn, C. 523
Tuinstra, B.F. 542
Tuinstra, F. 542
Tuppen, Lawrence 594
Turner, M.S. 572

U

Ucke, C. 534
Ucke, Christian 560
Uffink, J. 587
Uguzzoni, Arnaldo 594
Ulam, Stanislaw 445
Ullman, Berthold Louis 592
Umbanhowar, P.B. 588
Umbanhowar, Paul 451, 452, 600
University of Rochester 313, 599
Universität Augsburg 369
Universum 416, 600
Upright, Craig 595
USGS 397, 600

V

Vagovic, P. 578
Vandewalle, N. 585
Vanier, J. 592
Vannoni, Paul 594
Vareschi, G. 543
Veillet, C. 575
Velikoseltsev, A. 571
Verne, Jules 527
Verne, Julio 541
Vernier, Pierre
  life 71
Vestergaard Hau, L. 563, 564
Victor Poncelet, Jean 80
Vincent, D.E. 574
Virgo, S.E. 583
Vitali, Giuseppe 61
Viviani, Vincenzo 152
Vlaev, S.J. 576
Vlaev, S.J. 227
Vogel, Steven 569, 589
Voith 378, 600
Volin, Leo 594
Vollmer, M. 585
Vollmer, Michael 412, 600
Voltaire 238, 490
  life 273
Vorobieff, P. 589
Voss, Herbert 595
Vries, Gustav de 337

W

Wagon, Stan 565
Wagon, Stan 64
Wah 232, 598
Wald, George 430, 587
Waleffe, F. 589
Walgraef, Daniel 588
Walker, J. 585
Walker, Jearl 560, 585

Moritz Mihatsch - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

Walker, Jearl 405
Walker, John 198, 598
Wallis, John 480
Walter, Henrik 578
Ward, R.S. 580
Warkentin, John 595
Weber, R.L. 589
Webster, Hutton 592
Wedin, H. 589
Wegener, Alfred 160, 572
Wehner, R. 573
Wehus, I.K. 566
Weierstall, U. 583
Weierstrass, Karl 480
Weil, André 481
Weiss, M. 566
Weiss, Martha 594
Wells, M. 577
Weltner, K. 584
Weninger, K.R. 568
West, G.B. 579
Westerweel, J. 589
Weyand, P.G. 573
Weyl, Hermann
  life 54
Wheeler, John 508
Wheeler, T.D. 582
White, E.B. 592
White, M. 572
Whitney, Charles A. 95
Widmann, Johannes 480
Widmer-Schnidrig, R. 579
Wiegert, P.A. 575
Wienerroither, Peter 510, 601
Wierda, Gerben 595
Wierzbicka, Anna 564, 594
Wijk, Mike van 594
Wikimedia 41, 49, 124, 141, 234, 249, 312, 316, 323, 329, 334, 349, 352, 371, 416, 596–600
Wikimedia Commons 597, 598
Wilder, J.W. 529
Wiley, Jack 583
Wilk, Harry 565
Wilkie, Bernard 568
Williams, G.E. 572
Willis, Eric 316, 599
Wilson, B. 581
Wiltshire, D.L. 571
Wisdom, J. 576
Wise, N.W. 593
Wittgenstein, Ludwig 18, 27, 30, 53, 94, 170, 254, 431, 469
Wittlinger, M. 573
Wittlinger, Matthias 184
Wolf, G.H. 584
Wolf, H. 573
Wolfsried, Stephan 64, 596
Wolpert, Lewis 561
Wong, M. 567
Woods Hole Oceanographic Institution 397, 600
Wright, Joseph 595
Wright, S. 573
Wulfila 477

W

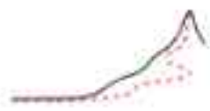
WALKER

Y

Yamafuji, K. 583
Yamaguchi University 460, 600
Yang, C.C. 589
Yatsenko, Dimitri 516
Yeoman, Donald 230
Young, Andrew 594
Young, James A. 567
Young, Thomas 121
Yourgray, Wolfgang 578
Yukawa Hideki 483

Z

Zabunov, Svetoslav 177
Zabusky, N.J. 580
Zabusky, Norman 338
Zaccone, Rick 595
Zakharian, A. 571
Zalm, Peer 594
Zanker, J. 563
Zecherle, Markus 594
Zedler, Michael 594
Zeh, Hans Dieter 564
Zenkert, Arnold 564
Zenón de Elea 16, 18, 73, 91
Zheng, Q. 584
Ziegler, G.M. 63
Zimmermann, H.W. 587
Zimmermann, Herbert 429
Zurek, Wojciech H. 564
Zweck, Josef 570
Zwieniecki, M.A. 582
Zürn, W. 579



Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Índice de materias

Symbols
'ley' de Listing 180
(, paréntesis abiertos 480
), paréntesis cerrados 480
+, más 480
−, menos 480
·, multiplicado por 480
×, veces 480
:, dividido por 480
<, es menor que 480
=, es igual a 480
>, es mayor que 480
[], unidad de medida 481
∅, conjunto vacío 481
≠, distinto de 480
√, square root of 480
!, factorial 480
@ , arroba 481
Δ, operador de Laplace 480
∩, intersección de conjuntos 481
∪, unión de conjuntos 481
∈, elemento de 481
∞, infinito 480
∇, nabla/gradiente de 481
⊗, producto diádico 481
⊂, subconjunto de/contenido en 481
⊃, superconjunto de/contiene 481
⟨ |, vector estado bra 481
| ⟩, vector de estado ket 481
|x|, valor absoluto 480
~, semejante a 480
movimiento pasivo 254

A
a^n 480
a_n 480
abejas melíferas 114
aberración 147, 163
abjad 477
abjad hebreo
  tabla de 477
abogados 108
abugida 478
Academia del Cimento 83
accionador 248
  tabla 248
acción 265, 283
  como integral en el tiempo 267
  es efecto, la 269
  no es siempre acción,la 265
  principio de mínima 204
  unidad de medida 269
  valores medidos 268
acción 296
  cuanto de 428
  definición 267
  física 265
  principio de 260
acción, cuántica, ħ
  física y 8
aceite 404
aceleración 91, 93
  angular 129
  centrípeta 174, 193
  de los continentes 524
  debida a la gravedad, tabla de valores 195
  efectos de la 93
  mayor 104
  peligros de la 104
  récord animal de 182
  sensores de, tabla 93
  tabla de valores 92
aceleración 91
  de marea 213
aceleración centrifuga 174
aceleración centrífuga 194
aceleración centrípeta 174
aceleración de Coriolis 150, 530, 570
aceleración gravitacional, estándard 92
acelerometros
  fotografías de 94
acelerómetros 511
acentos
  en la lengua griega 477
acero
  inoxidable 376
  tabla de tipos 376
acero 375
acero inoxidable 376
aceros austeníticos 375
aceros ferríticos 375
aceros martensíticos 375
achatamiento
  de la Tierra 147
Acuario 228
acueductos 396
acumulación 382
adicionabilidad 41

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

A

ADICIN

adición 291
adimensionales 495
aditibilidad 56
aditividad 48, 115
de áreas y volúmenes 62
ADN 58
ADN, separar rompiendo el 243
aerodinámico
coeficiente 468
aerogenerador
momento angular 128
aeroplano
velocidad, gráfico de 43
aerostato 402
afelio 498
AFM *see* microscope, atomic force
afróforo 92
aggregado
de materia 275
agregados
revisión de 277
tabla 278
agua
caminando sobre el 182, 320
origen de los océanos 397
rizada 320
robot caminado sobre 183
récord de velocidad bajo el 398
agua 582
grifos de 457
muerta 315
triple punto 413
aguja sobre el agua 406
agujero
a través de la Tierra 238
agujeros
sistemas o no? 29
agujeros negros 255
Airbus 512
aire
chorro, supersónico 397
tabla de composición 552
aire 551
presión 120
resistencia del 88
ajedrez 35
alas
bajo el agua 390
alas
y flujo 389
albedrío, libre 258
albedrío,libre 257
alcance metabólico, máximo 569
Aldebaran 95
Aldebarán 280
aleatoriedad 255
aleph 477
aletoriedad 256
alfabeto
cirílico 477
Griego 476
griego 475
historia del 474
latino 473
latino moderno 475
primer 473
rúnico 477
alfabeto
fonémico 477
hebreo 477
latino 473
silábico 478
alfabeto cirílico 477
Alfabeto Fonético Internacional 473
alfabeto griego 475
alfabeto gótico 477
alfabeto hebreo 477
alfabeto latino 473
alfabetokurdo 475
alfasilabarios 478
Alice 433
alma 137
almidón
auto-organización 461
almidón de maíz 460, 462
Alpes 203
peso de los 235
Alpha Centauri 280
alquimia 38
Altair 280
altavoz
basado en el laser 438
invisible 438
altavoz láser 438
altavoz, invisible 439
alvéolos 373, 395
amanecer
rompecabezas 346
Amazonas 161
ambiente 28
amor
física del 200
amortiguación 247, 309, 322
amperio
definición 485
amplitud 309
anagyre 144
analema 540
analema 228
anarmonicidad 336
anchura completa a la mitad del máximo 491
angulo
sólido 74
anillo
planetario 541
anillo laser 571
anillos
astronómicos, y corrientes 212
Antares 95, 280
antes de la Era Común 483
anti-pompas 406
antigravedad 208, 222
dispositivo de 222
antimateria 116
Antiqua 477
antisimetría 294
análisis de Fourier 312
apagando
las luces 327
aparcamiento
desafío de 72
estadística de coches 459
matemáticas de 517
aparcamiento
paralelo 72
aparejo de los locos 35
aparejo español 35
apariencia de orden
ejemplos 445

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

apellidos 483
apertura 115
aplanamiento
de la Tierra 171
apnea 398
apogeo 497
Apolo 537
aprendizaje 27
el mejor método para el 9
sin marcadores 9
sin pantallas 9
aprendizaje de la mecánica 245
aproximación
continua 97
apuestas
cómo ganar 153
Arabic digit *see* number system, Indian
Arabic number *see* number system, Indian
araña
movimiento de patas 397
salto de la 397
arañas
que andan por el agua 183
rodantes 99
arco de pie 86
arco, récord de distancia 86
arcoíris 297
Arcturus 280
area
existencia del 65
arena
auto-organización 449
cubana 452
eyecciones granulares en la 377
tabla de patrones en la 450
arena 451
arenas
cantoras 450
arenque
ventosidad del 344
argón 551
Aries 228
Aristarco de Samos 570
Aristóteles 535
armonía 561
arrastre 247, 250
coeficiente de 251
viscoso 251
arroba 481
artefacto 100
articulaciones
craqueo 353
ascensor
en el espacio 371
para barcos 142
aseos
de los aviones 408
ash 475
asociatividad 291
aspectos cambiantes 253
Asterix 136
asteroide
Troyanos 208
asteroide
cayendo sobre la Tierra 220
dificultad de detectarlo 221
rompecabezas 227
asteroides 280
asteroides Troyanos 208
asteroides troyanos 340
Astrid, un átomo 583
astrología 228
astrología 192, 228
astronaut *see* cosmonaut
astronauta
mareo espacial 538
astronautas
temas de salud 218
astronomia 506
astronomía
imagen del día 505
astrónomos
más pequeños conocidos 206
atadura 98
atletas 184
atletismo
y fricción 251
atmosfera 391
atmósfera 391
composición de la 551
tabla de capas 391, 392
tabla de composición de la 552
atmósfera 171
de la Luna 441
momento angular 128
Atomium 375
atoms
and breaking 362
ATP 119, 569
atracción
tipos de física 277
atto 487
auto-organización 263, 264
auto-organización) 465
autoadjunta 294
automóvil
momento angular de una rueda 128
automóviles 468
autorrespiradores 396
autosimilaridad 61
ave
más rápida 40
aviones
aseos de los 408
avión
rompecabezas de vuelo 104
avión
unidad de velocidad 112
axiomas 39
año
número de días en el pasado 213
año trópico 497

B

Babilonios 482
babilonios 235
bacteria 100, 125
badminton smash
récord 515
Bahía de Hudson 46
bailarín
rotaciones de un 86
bailarín
momento angular 128
bajo el agua
alas 390
sonidos 346
bala

Modern Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

medida de velocidad 66
bala
velocidad 40
ballena
azul 341
ballena
constelación 228
ballenas
sonidos de 344
ballenas
oídos 346
ballesta 86
balón de fútbol 103
bamboleo
falsamente reclamado por Chandler 572
banana
rompecabezas de agarrar la 131
bandada
auto-organización de los estorninos 464
barco 118
ascensor 142
de vela 390
estela detrás del 349
masa de un 144
saliendo de un río 400
velocidad crítica 343
velocidad límite 343
y relatividad 169
baricentro 231
barras de chocolate 357
basilisco 182
bath-tub vortex 570
beauty 20, 455
becquerel 487
beer 406
belleza
origen de la 445
belleza 445, 454
Betelgeuse 95
Betelgeuse 280
beth 477
bicicleta
peso de una 420
bicicleta
investigación 525
montar en 108
bicycle
stability, graph of 525
bifurcación 454
bigote 59
billar 111
bimorfos 248
biografías de matemáticos 505
biología 248
BIPM 485
bismuto 46
bit
a entropía, conversión 497
blas
medición de la velocidad 514
bola
rotante en colchón 180
bola de cricket 515
bombilla
temperatura de una 414
bosque 27
bosón W
masa 494
bosón Z
masa 494
botella 118
vaciado rápido 263
botella 139
botón
de futuro 433
braquistócrona 260, 543
brazo
balanceo 132
buceo 398
bulbo raquídeo 562
buque 114
burbuja
de jabón 510
Bureau International des Poids et Mesures 485
báscula
de baño 171
báscula de baño 171, 373

C

caballo 242
caballo 125
de vapor 125
velocidad del 86
caballo de vapor 125
cabello
diámetro 58
cabello
crecimiento 40
cable
en el at Ecuador 239
cachalote 398
cachorros 351
cadena
forma cuando cuelga 76
cadenas
fuente de las 144
caderas 133
caida
no es vertical 147
caja de cambio
diferencial de la 261
calendario
Gregoriano 482
Juliano 482
calendario 482
moderno 482
calendario Gregoriano 72, 482
calendario lunar 46
calentamiento global 344, 435
calibre 59, 71
Calisto 225
calles 534
calor
'creación de' 415
en la física 424
en la vida diaria 424
calor 248
caloríaie 489
Calzada de los Gigantes 65, 460
cambio
y transporte 26
cuantum de, valor exacto 493
medida del 267, 283
midiendo el 265
cambios
tipos de 22
caminando
humano 132
sobre el agua 182, 320
caminando

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

momento angular 128
caminar
reduce peso 224
robots 283
caminar
velocidad al 196
y fricción 432
camino
y péndulo 133
campana
patrones de vibración 312
resonancia 311
campo gravitatorio 202
candela
definición 486
Canopus 280
cantidad
extensiva 118
extensiva, tabla de 382
cantidad
extensiva 382
necesidad en la naturaleza 296
cantidad de movimiento 246
como fluido 119
el flujo es la fuerza de la 243
flujo como sustancia 243
flujo es fuerza) 252
fluye 118
la conservación surge de la definición de la masa 113
valores, table 112
cantidad de movimiento
a partir de la acción 281
cambio de la 242
como cambio con la distancia 121
de una onda 321
cantidades
que se conservan 18
canto 328
canto de grillo
y temperatura 436
caos
en un péndulo magnético 456
y condiciones iniciales 456
caos 455
capa de ozono 392
capa límite 542
planetaria 392
capacidad 383
Capella 280
capilar
humano 399
Capricornio 228
captura
en gravedad universal 231
carburo de hafnio 414
carga
positrón o electrón, valor de 493
carga 300
elemental *e*, física y 8
carga de Noether 300
carga del positrón
específica 496
valor de 493
Carlson, Matt 505
carreta
apuntando al sur 261
carreta apuntando al sur 261
carrete
rompecabezas 21
carretera
corrugada o 'washboard' (tabla de lavar) 452
corrugciones 450
carro
apuntano al sur 544
carro
que apunta al sur 578
Cartesianas 57
cartón de leche
rompecabezas 396
carámbanos 372
cataratas del Niagra 457
catenaria 521
catolicismo 360
causalidad
del movimiento 256
cavidad de resonancia 351
cavidad pleural 385
cavitación 104, 334
y craqueo de nudillos 353
caída
de la Luna 193
de la luz 215
y vuelo son independientes 83
caída 193
caída libre
velocidad en 40
cañon
rompecabezas 171
cañones y el efecto Coriolis 151
CD
momento angular de un 128
cementita 376
cenit 175
cenital
ángulo 193
centelleo
de las estrellas 96
centi 487
centro de gravedad 227
centro de masas 227
cerebral
tronco 28
cerebro
y paradoja de la física 469
cerebro 440
Ceres 229
cero
dígito indio 478
cerusita 64
cesio 46
Cetus 228
CGPM 486
champú, saltando 407
charla
y simetría 289
chaturanga 35
chichones de esquí (moguls) 340
chifladuras 506
Chimborazo, Monte 203
chocolate
no dura siempre 357
chocolate 400
Chomolungma, Monte 203, 406
chorro granular 377
ciclo

C

CAMINAR

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

límite 454
menstrual 206, 540
ciclo 335
ciclo límite 454
ciclo menstrual 575
cicloide 283, 543
ciclomotor 144
cielo
color y conteo de moléculas 366
color y fluctuaciones de densidad 583
en movimiento 158
naturaleza del 136
ciencia
cronología 21
ciencia
resultado principal 430
científico
cronología 21
científicos
cronología 21
ciervo 28
cilindro
velocidad 36
cinemática
resumen 105
cinemática 82, 241
cinta
métrica 55
Cinturón de Kuiper 278
cinturón de Kuiper 229, 230, 398
Cinturón I 46
circalunares 206
cisne
estela detrás del 349
clases de estrellas 280
clavo rompecabezas 37
Clay Mathematics Institute 389
clima 171
clima 463
imprevisibilidad del 255
clock 53
Cluster de galaxias 278
Coca Cola Light 406
coche
peso de un 420

C

CICLO

coches
aparcamiento de 72
cocina 467
CODATA 593
cohete
rompecabezas lugar de lanzamiento de 171
colchones
con bola de acero rotante 180
colisión
y movimiento 108
colisión
and aceleración 248
cuestiones abiertas sobre la 467
y cantidad de movimiento 120
color blanco
no permanece 433
columpio 339
cometa
Halley 206
cometa 206
cometas
como fuentes del agua 398
origen de los 230
cometas
mini 230
Commission Internationale des Poids et Mesures 485
compacidad 48, 56
complejidad 428
completitud 48, 56, 115
comportamiento 22
compás 261
concatenación 291
conceptos 469
condiciones
iniciales, definición de 253
condiciones iniciales 253
condición inicial
término desafortunado 256
conductancia cuántica 495
conexión Peaucellier-Lipkin 543
Conférence Générale des Poids et Mesures 485
Conferencia General de Pesas y Medidas 486, 490
configuración del espacio 84
conjunto
conexo 90
conocimiento
definición humorística 542
conservación
del momentum 118
del trabajo 35
conservación 18, 115, 306
principios 145
conservación de la cantidad de movimiento
y la fuerza 247
y flujo de superficie 247
constante
de gravitación 190
constante
de los gases ideales 413
constante cosmológica 499
constante de acoplamiento de Fermi 494
constante de acoplamiento fuerte 494
constante de Boltzmann 418
constante de Boltzmann k
definición 428
constante de Boltzmann k 428, 493
definición 422
entropíea mínima 438
física y 8
y capacidad de calor 423
constante de desplazamiento de Wien 497
constante de estructura-fina 494, 495
Constante de Faraday 495
constante de Planck
valor de 493
constante de radiación de cuerpo negro
Stefan–Boltzmann 496
Constante de Rydberg 495
constante de Rydberg 468
constante de von Klitzing 495
constante del gas
ideal 418
constante gravitacional 190

Morgan Mountain - The Adventure of Topology - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

geocéntrica 497
heliocéntrica 498
constante gravitacional G 494
física y 8
constante universal, de los gases 495
constantes
astronómicas, tabla de 497
cosmológicas, tabla de 499
físicas derivadas, tabla de 495
constantes físicas básicas
tabla de 493
constelaciones 95, 228
consumo de combustible 468
contacto
y movimiento 108
contacto 467
contaminación 551
contaminantes 551
contenido de energía TNT 497
conteo por año olímpico 483
continente
aceleración del 524
continente 54
continentes
movimiento de los 160
continua
física 380
continuidad
límites de la 81
continuidad 27, 48, 55, 56, 115
ecuación de la 247
en las transformaciones de simetría 296
continuo
como aproximación 97
continuo 41
contratenores 353
convección 435
convenciones
utilizadas en el texto 473
Convention du Mètre 485
coordenadas
generalizadas 272
coordenadas 57, 83
generalizadas 274
Copernicus 570
copo de nieve
velocidad 40
copos de nieve
película de auto-organización 453
copos de nieve 588
corcho 118, 137
corcho 139
cordones de los zapatos 56, 432
corpúsculo 95
Correcaminos 372
correr
hacia atrás 435
sobre el agua 573
corriendo
humano 133
corriente
dorsal 32
ventral 32
Corriente del Golfo 570
corrugaciones
carretera 450
corrugaciones, de la carretea 452
corrugación
de carretera 450
cosa
en el flujo 380
cosmonauta 116, 117, 396, 537
cosmos 30
coulomb 487
crackle 524
creación
de movimiento 118
creación 18
crecimiento 23
crecimiento 264
como auto-organización 449
humano 40
crecimiento de los dientes 450
crecimiento liquen 40
creencias
colección de 24
cresta
de una onda 322
cristal
tabla de simetría 287
y línea recta 65
cristal
clase 287
cuadro rompecabezas 37
cuadrupletes 295
cualidad de no tener límite 296
cuanto
de entropía 429
de información 429
cuantos
más pequeños 363
cuantum de acción
valor exacto 493
cuantum de circulación 496
cuarta
aumentada 331
perfecta 331
cuarzo
oscilador film 311
cuarzo 311
cuasi-satélite 220
cubeta
rompecabezas 20
cubo
de Rubik 371
experimento, de Newton 170
cubo
de Bronshtein 8
de la física 8
cubo de Bronshtein 8
cubo de la física 8
cubo de Rubik 371
cuchara 144
cuerda
alrededor de la Tierra 516
movimiento cuando cuelga 462
cuerda
geometría de las 78
cuerpo
fluidos del 392
rígido 260
cuerpo
conexo 98
definición 29
extenso, no-rígido 261
cuerpos

C

CONSTANTE

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

extensos, existencia de 357
cumulonimbos 344
cuna
Mariotte 135
Newton 135
curiosidad 20, 258
curva sinusoide 308
curvas
de anchura constante 37
curvas Reuleaux 511
curvatura 71
curvímetro 61
cálculo
de variaciones 272
cálculos prodigiosos 479
cámara 73
Cáncer 228
cáscara
gravedad dentro de una 233
córtex 28
cúmulo estelar de las Pléyades 189

C

CUMULONIMBOS

D

∂, partial differential 480
d*x* 480
daleth 477
datos sobre partículas 503
datos solares 506
deca 487
deci 487
definición
circular, en física 470
definición circular
en física 470
degree
Celsius 487
demonio 27
Denier 490
densidad numérica de
bariones 500
deporte
y fricción 251
deriva
efecto 489
derivada 90
definición 90
desafíos
clasificación de los 9
desaparición
del movimiento 118
descomposición de Fourier 312
descripción 82
exactitud de la 469
desplazamiento
del perihelio 165
desviación
estándar, ilustración de la 492
desviación estándar
ilustración 492
desviación estándar 468, 491
detalles
y placer 21
determinismo 457
determinismo 255, 257
Devónico 213
diagrama
estado del espacio 85
diagrama espacio-tiempo 84
diamantes
rotura 372
diferencial 90
difracción 322
difusión 439, 441
digamma 476
digits
Arabic *see* number system, Indian
dilataciones 299
dimensionable 41
dimensiones
número de 325
dinámica 203
dinámica 241
dioses
y caminar sobre el agua 183
y conservación 145
y energía 121
y Laplace 210
y movimiento 561
y Newton 38, 563
dioses
y libertad 274
Dirección 41
dirección 41
dirección Ackermann 517
disco
vinilo 313
disco de vinilo 313
discos duros
fricción en 252
disección
de volúmenes 64
disparo
ruido de 365
dispersión
y dimensionabilidad 326
dispersión 322
distancia
dispositivos de medición de, tabla 60
distancia 60
distancias
valores, tabla 58
distinguibilidad 41, 48, 56, 115
distinguir 27
distribución
Gaussiana 491
distribución 326
normal 491
normal Gaussiana 423
Distribución Gaussiana 423
distribución gaussiana 491
divergencia 202
dióxido de carbono 419
DNA 491
DNA (humano) 279
doble personalidad 257
dobletes 295
doctorado
disfrutar con el 462
Dolittle
nature as Dr. 273
donación
para este libro 10
dromión
película del movimiento 351
dromión 350
duración
definición 45
duración de vida
animal 136
Dutch Balloon Register 600

Modern Mountain - "The Adventure of Topology" - copyright © Christoph Scriller June 1990-01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

dx 480
dynabee 176
día
  longitud del 157, 213
  longitud en el pasado 46
  sideral 497
  sidéreo 162
  solar medio 162
día
  unidad de tiempo 487
días bisiestos 482
dígitos
  historia de los 478
  indios 478
dígitos
  indios 478
dípteros 172

DX

DX

E

e, exponente natural 480
e-mail 502
eclíptica
  ilustración de la 237
eclíptica 187
eco 324
ecuaciones de Navier–Stokes 389
ecuación
  diferencial 515
ecuación de Bernoulli 388, 405
ecuación de
  Davey–Stewartson 350
ecuación de indeterminación 335
ecuación de onda
  definición 327
ecuación de Poisson 202
ecuación
  Kadomtsev–Petviashvili 351
ecuación Korteweg–de Vries 338, 351
Ecuador
  cable 239
Edad del Bronce 413
Edad del Hierro 413
edad del Himalaya 46
Edad del Sol 498
Edad Eléctrica 413
edades del hielo 572
edredón 434
efecto Coriolis
  y la navegación 172
  y navegación 172
  y ríos 171
efecto Coriolis 150, 530, 570
efecto fotoacústico 438, 440
efecto honda 225
efecto invernadero 435
efecto Leidenfrost 404
efecto mariposa 457
efecto Sagnac 156, 532
efectos de la oración 281
efectos electrónicos 248
efectos magnéticos 248
efemérides 46
eicosano 427
eje
  de la Tierra, precesión 164
eje
  de la Tierra, movimiento del 159
  imposibilidad en los seres vivos 524
el movimiento
  es parte de ser humano 17
  nunca es inercial 187
  nunca es uniforme 187
el movimiento 30
  es el cambio de posición con el tiempo 82
el movimiento es una ilusión 18
el origen
  humano 16
elasticidad 248
Elea 363
electrodinámica 380
electromagnetismo 200
electron *see also* positron
electron charge *see also* positron charge
electrón
  factor-g 496
  masa 494
  momento magnético 496
  radio clásico 496
  velocidad 40
electrón volt
  valor 497
elefante
  uso del sonido 343
elefantes
  y física 445
elegancia 132
Elemento de conjunto 41
elemento de un conjunto 48, 56, 115
elemento inverso 291
elemento neutro 291
elementos
  del sistema 30
elevador
  en el espacio 371
  espacio 239
elipse 206
  como órbita 195
embaucadores 463
embudo 405
  puzzle 405
embudo 406
emergencia 457
empaquetamientos
  compactos de círculos 521
EMS98 175
enana
  estrella 280
enanas marrones 280
Enciclopedia de la Tierra 506
energía
  fluye 118
energy 120
energía 246
  conservación de la 300
  definición 120, 121
  independencia del observador 297
  valores, tabla 122
energía 297
  a partir de la acción 281
  cinética 120
  como cambio con el tiempo 121
  conservación 201
  conservación y tiempo 123
  consumo en el Primer

Modern Mountain - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

Mundo 123
de rotación, definición 129
de una onda 321
térmica 415
energía cinética 120
energía mecánica específica 523
energía potencial 201
enfermedad 394
engranajes
en la naturaleza 261
enigma 18
enjambres 464
enseñanza
el mejor método para la 10
entonación
bien temperada 331
igual 331
justa 331
entropía
a bit, conversión 497
cuanto de 429
definición 426
específica, tabla de valores 426
estado de máxima 443
flujo 434
medida de la 425, 426
mínima en la naturaleza 428
tabla de valores 427
y movimiento al azar 425
entropía 383
definición 425
epónimo 484
equilibrio 432
térmico 432
equipajes 240
Era Atómica 413
Era Cuántica 413
eras glaciares 165
Eris 229
eros 200
error
ejemplo de valores 468
sistemático 491
total 491
error
al azar 491
en las medidas 491
relativo 491
ESA 505
escala
alométrica 44
escala de temperatura Celsius 413
escala Mercalli 175
escalado
'ley' 50
escalar
verdadero 304
escalar 88, 285, 296
escalera
rompecabezas 77
escalera 140
deslizante 140
fórmula de la 183
escaleras 53
escobas 222, 543
Escorpión 228
escritura
sistema de 477
escritura 473
compleja 478
escritura rúnica 475
esfera
arremolinadas, auto-organización 451
esferas
rompecabezas 221
esfuerzo 244
cotidiano 245
esp. de fases 30
espacial
ascensor 371
espacio
definición 55
elevador 239
elevador en el 371
es necesario 57
Euclidean. 57
propiedades, tabla 56
punto en el 97
relativo o absoluto 58
espacio 470
absoluto 56, 152
como recipiente 59
en blanco 481
enfermedad del 538
físico 54
Galileano 56
vacío 202, 322
espacio de configuración 85
espacio de fases 254
espacio Euclidiano 56, 57
espacio fase
diagrama 84
Espacio vectorial Euclidiano 41
espacio vectorial Euclidiano 39
espacio-tiempo 30
Galileano, resumen 81
relativo o absoluto 59
espacio-tiempo Galileano
Resumen 81
espectro
fotoacústico 440
espejo
invariancia 303
invariancia del movimiento cotidiano 304
simetría 305
espejo
cósmico 505
espermatozoide
movimiento 40
espinores 296
espiral
logarítmica 547
espiritualidad 258
esposa/mujer 567
espéride 86
estacionamiento
en paralelo 516
estacionaria 270
estación 187
Estación Espacial Internacional 231
Estación Espacial, Internacional 218
estadios 53
estado 31
permite distinguir 31
estado
de movimiento 30
de un sistema 253

E

ENERGA

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

de una masa puntual, completo 253
definición 31
en el flujo 383
físico 30
inicial 253
estado del espacio 85
estados 30, 470
estalactitas 372, 459
estalagmitas 40
estampido
sónico, debido a movimiento supersónico 348
estela 319
detrás de un barco o de un cisne 349
ángulo de 350
estela 319
detrás de un barco o un cisne 349
esteorradián 74
estereorradián 486
estigma 476
estratopausa 392
estratos de Ekman 570
estratosfera
detalles 392
estrella
centelleante 96
centelleo 96
estrella
oscura 280
estrellas
edad 46
estrellas 95, 280
estructura
más alta de construcción humana 58
estructuras cooperativas 453
eth 475, 591
ethel 475
Eucaristía 360
Europa 225
evaporación 439
evento
definición 45
Everest, Monte 406
Everest, Monte 203
evolución 29
y carrera 133
y termodinámica 463
evolución
biológica 24
cósmica 24
ecuación,definición de 255
evolución biológica 451
Exa 487
exactitud
límite a la 492
¿por qué limitada? 468
exactitud 468, 491
excentricidad
del eje de la Tierra 165
excentricidad 208
excremento 86
exobase 391
exoplanetas
descubrimientos de 231
exosfera
detalles 391
expansiones 299
expansión
de los gases 413
expansión
del universo 167
experimento con película de aceite 359
explosiones nucleares 344
explosión sónica 348
exponencial
notación, tabla de 73
exponente de Lyapounov 455
exponente de Lyapunov
máximo 464
extensión
y ondas 313
extensión 378

F

φx 480
$f(x)$ 480
$f'(x)$ 480
factor Q 311
falsa 469
familiaridad 27
fantasmas 34, 107
fantasía
y física 470
farad 487
faro 78
fase
velocidad de 314
fase 309, 314
femto 487
Fermilab 73
Fiat Cinquecento 402
figura 95
Filamento 414
finito 424
flagelo
de la física 484
flagelos 100, 125
flauta 308
flecha del tiempo 54
flip film 28
fluid
ink motion puzzle 443
fluido
conocimiento del movimiento 396
ejemplos de movimiento 381
fluido
y auto-organización 448
fluidos
del cuerpo 392
fluidos
mecánica de 261
flujo 382
de todo 18
del tiempo 53
mínimo, tabla de vlaores 430
flujo 380
del tiempo 53
flujo de cantidad de movimiento 245
flujo magnético cuántico 495
foca
Weddell 398
foco 522
foetus 332
fondo 28, 30, 54
Ford y precisión 468
Forma 56
forma

E

ESTADO

Modern Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

de la Tierra 227
deformación y movimiento 99
y átomos 378
forma helicoidal
de las escaleras 53
forma radial 233
formulaas
ISO 591
formulae
mathematical 505
formulas
apreciando las 36
fotón
densidad numérica 500
masa 494
fractal
paisajes 358
fractales 61, 91, 357
Franz Aichinger 594
fraudes
resumen de 506
frecuencia
valores de sonidos, tabla de 310
frecuencia 314
Frecuencia del ciclotrón 496
fricciones
no se deben a la gravedad 241
fricción
cuadro del calor 412
entre los planetas y el Sol 120
importancia de la 432
producida por las mareas 213
fricción 119, 120, 247, 249, 250, 432
de adherencia 249
dinámica 250
estática 252
fricción planeta–Sol 120
fricción Sol–planeta 120
fuego
bomba de 424
fuego 414
fuegos artificiales 74
fuente
de las cadenas 144
fuente de Herón 401
fuentes
de agua 104
fuerza 129
actuando a través de las superficies 247
definición de 243
es el flujo de la cantidad de movimiento 243
medida de la 244
normal 252
uso de la 242
uso de la) 252
valores de, tabla 243
fuerza
central 113
centrífuga 203
definición 113
física 242
fuerza de Coriolis 315
funciones de Bessel 163
función 326
función de Lagrange 267
Futhark 475
Futhorc 475
futhorc 477
futuro
botón de 433
fijado 255
recordando el 433
fx 480
física
continua 380
cotidiana 32
definición anticuada 25
definición circular en 470
en la escuela 559
flagelo de la 484
Galileana 32
Galileana, punto culminante 264
problemas de 504
física 16
mapa de la 8
física de bajas temperaturas 420
física de los dibujos animados, 'leyes' de la 106
física escolar 559
física estadística
definición 411
física Galileana
en seis declaraciones 32
investigación en 466
punto culminante de la 264
física Galileana 32, 38
física Newtoniana 38
físicaGalileana 466
físicos 504
fórmula de Gosper 439
fórmula de los poliedros 373
fórmula de los poliedros de Euler 373
fórmula de Stirling 439
fósforo
encender un 296

G

Gaia 455
galaxia
colisión 112
dimensión 58
rotación de la 166
y Sol 165
galaxia
centro de la 165
galvanómetro 248
Ganímedes 225
gas
como colección de partículas 421
gas 418
ideal 413
gas ideal 418
gasolina
peligros de la 396
gato
cayendo 131
gato 118
gauge
simetría 302
teoría 54
gauge
cambio de 290
simetría 300
geiser 447

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

geocorona 391
geodésicas 252
geoide 202
geología de rocas 506
geometría
  plana 80
Giga 487
gigantes 362
gimel 477
gimnastas 131
ginecólogo 332
giroscopio
  láser 156
  vibrante de Coriolis 172
giroscopio 131, 152
giroscopios láser 156
globo
  invertido, puzzle del 419
  puzzle 418
  puzzle de cuerdas 403
gluón 494
Gondwana 161
goniómica 47
gota
  de lluvia 251
gotas de lluvia 87, 251
GPS 46
gracia 26, 462
gradiente 200
grado
  unidad de ángulo 487
grado termodinámico de
  libertad 424
gravedad
  falta de 218
gravedad
  onda de 315
gravedad cero 538
gravedad en la superficie del
  Sol 498
gravidad
  centro de 227
gravitación
  acción lateral de la 197
  como bomba de cantidad
  de movimiento 244
  esencia de la 233
  propiedades de la 195
  propiedades de la) 200
  resumen de universal 240
  universal 190
  valor de aceleración en la
  Tierra 196
  valor de la constante de
  199
  y medición 470
  y planetas 192
  y planetas 187
gravitación 186, 248
gravitación universal 190
  origen del nombre 193
gravitation *see also* universal
  gravitation
  universal *see* universal
  gravitation
gravitones 234
gravity *see* gravitation
gray (unit) 487
Groenlandia 46
grupo
  Abeliano, o conmutativo
  291
  cristal 287
  matemático 291
  punto cristalográfico 287
grupo de galaxias 278
grupos de Fedorov 288
grupos de rosetas 288
grupos del papel pintado 286
guepardo 40, 92
guiones de lecciones 504
guisante
  disección 64
guisantes
  en lata 138
Géminis 228

H

halterio
  y la navegación de los
  insectos 172
hands of clock 70
hecto 487
helicoseir 374
helicóptero 405, 506
Helio 414
helio
  peligro de inhalar 339
helio 278, 439
  superfluido 402
hemisferios
  de Magdeburgo 386, 387
hemisferios de Magdeburgo
  386, 387
henry 487
heptágono
  en la vida cotidiana 548
Hermítica 294
herpolhode 177
herpolhode 177
hertz 487
heterosfera
  detalles 391
hidroplanos 390
hipo 462
hipérbola 206
hodógrafa 85, 193, 225
hodógrafo 84
hoja
  caída 406
Hollywood
  películas de 357
  películas y acción 265
  thriller 273
  western de 567
holonómicas 273
holonómico-escleronómicas
  272
holonómico-reonómicas 272
hombros 133
homogeneidad 48, 56
homomorfismo 294
homopausa 391
homosfera
  detalles 391
Hopi 564
hora 487
hornos de cemento 524
hueso
  humano 373
hueso
  y salto 362
huevo
  cocinar 436
humo
  fotografía de anillo de 407
humo 422

G

GEOCORONA

Modern Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

humor 458
humorismo
en física 506
Hydroptère 40
hélice
en el Sistema solar 166
hélice 524
hélices
en los seres vivos 97

H

HUMOR

I
i, unidad imaginaria 480
IBM 599
iceberg 114
idea
cambio de 23
idem 483
ilusiones
de movimiento 18
ilusiones
opticas 506
Ilustración 215
imagen
definición 29
diferencia con objecto 106
en las esquinas 28
imagen 107
imaginación
y simetría 289
impenetrabilidad
de la materia 38
impenetrabilidad 115
imprevisibilidad
práctica 255
Impulsión 301
imágenes 30
imágenes ópticas del día 505
incertidumbre
relación en la
termodinámica 429
relativa 491
incertidumbre
total 491
incidente Roswell 344
inclinación
del eje de la Tierra 165
independencia de los puntos
de vista 288
individualidad 31, 253
inducción 301–303
inercia
momento de 176, 305
inercia 107
infancia 40, 54
infinito
litoral 61
infinito 48, 56, 115
en física 90
y movimiento 19
infinitud 41, 48, 56, 115
información
cuanto de 429
información 428
borrado de 440
informe de Shell 569
infrasonidos 347
ingravidez
efectos sobre los
astronautas 218
ingravidez, sentimiento de
538
Inquisición 360
Inquisition 361
insecto
caminando sobre el agua
320
velocidad, gráfico de 43
insectos
navegación de los 173
insectos
respiración de los 441
instante 38
definición 45
único 19
instante, humano 46
instrumentos de flujo de aire
330
instrumentos de lengüeta (o
caña) 330
instrumentos de metal 330
integración 62, 267
integración, simbólica 505
integral
definición 269
integral de Riemann 544
interacción
simetría de 305
interacción 30, 242
interfaz
ondas sobre una 315
interferencia
ilustración 324
interferencia 322
interferómetro 155
International Earth Rotation
Service 572, 574
International Latitude Service
572
Internet 502
internet
lista de sitios web
interesantes 503
intervalo
musical 331
invariancia
espejo 303
paridad 303
invariancia 115, 291
invariancia de escala 362
Invariancia de traslación 56
invariancia por traslación 48
Invariante de Jarlskog 494
inversión
en círculo 260, 543
espacial 303
inversión espacial 299
investigación
en mecánica clásica 466
invisibilidad
de altavoz 439
invisibilidad
de los objetos 97
inyección 394
inyectividad 294
Io 214, 225
ionosfera
sombra de la 178
ionosfera
detalles 392
IPA 473
irreducible 294
irreversibilidad 411
del movimiento 256
irreversibles 432
Isla de la experiencia 24
Isla, Experiencia 17
isomorfismo 294

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

isotomeógrafo 153
IUPAC 593
IUPAP 593

J

jabón
  burbujas y átomos 367
  pompa estallando 34
jerk 93
jerk 524
Jesús 183
jirafa 394
Johann Bernoulli 543
joule 487
juego 24
jugetes
  de física 506
Júpiter
  luna de 235
Júpiter 233, 280
  momento angular 128
  propiedades 498

K

k-cálculo 511
kefir 279
kelvin
  definición 485
ketchup
  movimiento del 40
kilo 487
kilogramo
  definición 485
Kilogramo estándar 109
kilogramo estándar 144
kilotón 122
koppa 476
Korteweg–de Vries 328

L

la caída
  es parabólica 84
La energía 120
la gravedad
  como límite al movimiento 186
  es la gravitación 186
La Isla de la Experiencia 17
La Montaña del Movimiento 17
  objetivos de la serie de libros 7
la relación entre el momento magnético de electrones y el magnetón de Bohr 468
lagartija 182
Lago Nyos 419
Lagrange
  ecuaciones de movimiento 273
Lagrangiana
  promedio 273
Lagrangiana (función) 270
Lagrangiano
  no es única 273
Lagrangianos
  ejemplos, tabla 275
  puntos en astronomía 537
laminaridad 388
langostas 182
lanzamiento
  récord 58
  récord de velocidad 70
lanzamiento de un dado 256
lanzar
  y movimiento 27
lanzar
  importancia de 27
latas de guisantes 138
latas de ravioli 138
latido 196
Latín 483
Lego 364, 369
lenguas en la Tierra 478
Leo 228
letras
  origen de las 474
letras góticas 477
levitación 208
leyes de Kepler 188
Libra 228
libración 204
  puntos de Lagrange 208
libro
  definición 473
  información y entropía 428
  y paradoja de la física 469
libros de cómics 372
lidar 402
liliputienses 341
limitación anoholómica 272
limitación no holomónica 272
linea Kármán 391
linfa 392
litoral
  infinito 61
  longitud 61
litro 487
llanto
  sonidos del 353
logaritmos 189
longitud
  cuestiones 62
  dispositivos de medidas, tabla 60
  premisas 62
  rompecabezas 62
longitud 55, 60, 89, 471
  escala de 441
longitud (o radio) de Rosby 171
longitud de onda 314, 322
longitud de onda Compton 496
lotería
  amañada 412
  y temperatura 412
lumen 487
Luminosidad del Sol 498
Luna 204
  caída de la 193
  densidad de la 498
  densidad y mareas 213
  fases de la 231
  ilusión del tamaño 76
  peligros de la 213
  peso de la 235
  tamaño, angular 75
  tamaño, aparente 193
  trayectoria alrededor del Sol 226
  zona oculta 205
  órbita de la 206
Luna
  atmósfera 441
  cálculo de la 193

Morgan Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

ilusión de la 75
momento angular 128
propiedades 497
lunas
límite para las 541
lunas
observadas 279
Lunokhod 537
lux 487
luz
caída de la 215
desviación cerca de las masas 216
molino 248
luz 248
año 497, 499
velocidad de grupo lenta 563
lámpara de araña 196
lápiz 104
lápiz
invención del 38
pasatiempo 69
látigo
chasquido 375
látigo
velocidad del 40
lémures 182
límite de Roche 541
límites
a la precisión 492
límites 106
línea
recta, en la naturaleza 65
línea recta
dibujada con un compás 261
líquido cefalorraquídeo 392

M

M82, galaxy 92
mach 112
madeja 490
magia 506
Magna Grecia 363
magnetismo 113
magnetización
de las rocas 161
magnetosfera 391
detalles 392
magnetón de Bohr 496
magnetón nuclear 496
magnetón, nuclear 496
magnitud 89, 296
magnitud Richter 175
malabarismos
robot 523
récord 523
manecillas de reloj 70
manifestaciones del movimiento 17
many-body problem 211
manzana
estándar 491
y caida 108
manzanos 491
mapas geológicos 506
mar 319
mar hinchado 319
marcador
malo para el aprendizaje 9
marcha
velocidad máxima animal 536
marcha
humana 133
marco
de referencia 284
marea
como onda 317
marea
Luna retrasando las 205
una o dos veces al día 239
vivas 206
mareas
y fricción 213
mareas
importancia de las 211
y eclosión de los insectos 205
y el efecto Coriolis 150
mareas vivas 213
Marte 488
martillos perforadores 139
masa 115, 246
centro de 227
de la Tierra, variación con el tiempo 220
definición 110
definición implica conservación de la cantidad de movimiento 113
desvía la luz 215
gravitacional no pasiva 218
gravitacional, definición 216
gravitacional, rompecabezas 227
identidad de gravitacional e inercial 216, 218
identitdad de gravitacional e inercial 217
inercial, definición 216
inercial, rompecabezas 227
medida de la dificultad del movimiento 109
negativa 115, 116
propiedades, tabla 115
se conserva 110
sensores de, tabla 117
valores, tabla 114
masa 109, 471
centro de 128
concepto de 109
inercial 107
masa de la Tierra
,variación con el tiempo 220
masa del muón 494
Masa del Sol 498
masa Higgs 494
masa tau 494
masivo
punto 95
mate en bádminton
récord 40
matemáticas 39
problema de la semana 505
matemáticos 505
matemáticos turcos 475
materia
cáscara, gravedad dentro de 233
impenetrabilidad de la 38
materia 94, 107
cantidad de 110, 115

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 – free pdf file available at www.motionmountain.net

math forum 505
matriz
autoadjunta 294
de mezcla de neutrino PMNS 494
hemisimétrica 294
Hermítica 294
singular 294
matriz
adjunta 294
anti-unitaria 294
antisimétrica 294
conjugado complejo 294
ortogonal 294
simétrica 294
transpuesta 294
matriz de mezcla
quark CKM 494
mañanas
tranquilidad de las 343
measurabilidad 56
mechero Bunsen 414
mecánica
aprendizaje de la 245
clásica 241
cuántica 241
de fluidos 261
mecánica 260
definición de la 241
mecánica cuántica 241
mecánica estadística 263
medible 41, 48, 56, 115
medicamentos 34
mediciones
errores, ejemplo de valores 468
medición
comparación 488
definición 488
irreversibilidad 488
proceso 488
significado 488
y gravitación 470
medición
definición 39
medida
definición 485
definición de error de 491
medida de Banach 62
medida de Lebesgue 64
medidor Venturi 389
medio tubo 283
medios continuos
mecánica de los 263
medir 471
Mega 487
megatón 122
memoria 27, 35, 432
mensurabilidad 41, 48, 115
Mercurio 211
meridiano
y definición de metro 196
mes 482
mesopausa 392
mesopico 392
Mesopotamia 473
mesosfera
detalles 392
metalurgia
la ciencia más antigua 467
meteoritos 220, 347
metro
definición 485
metros rígidos 470
micro 487
microanemómetro 332
microscopio
de fuerza atómica 369, 370, 529
de fuerza atómica, en el oído 370
microscopio 343
de fuerza atómica 252, 370
de fuerza lateral 252
microscopio de fuerza atómica 529
micrófono 332
miedo a las fórmulas 36
mierda 86, 566
milagros
imposibilidad en la naturaleza 417
militar
anemómetro 332
estampido sónico 349
movimiento bajo el agua 399
sonido bajo el agua 346
militares
sitios web útiles 489
sonidos bajo el agua 344
milla 488
milli 487
minerales 506
minuto 487
definición 499
Mir 239
misterio
del movimiento, El 16
mol
definición 366
desde el color del cielo 366
mol 366
moléculas 364
momento
de inercia 129
momento 47, 111
angular, extrínseco 128, 130
angular, intrínseco 128
de inercia 127, 297, 305
de inercia, extrínseco 128
de inercia, intrínseco 128
total 111
momento angular
aspecto de estado 129
conservación del 203
valores, tabla 128
momento angular 127
momento angular
pseudovector 174
momento lineal 118
momento magnético del muón 496
momento, angular 128
momentum
conservación del 118
moneda
pasatiempo 69
romecabezas 371
monedas
rompecabezas 221
mono
rompecabezas 175
monociclo 25, 108, 376, 596
montaña
superficie de la 357
montañas rusas 240

M

MATH

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

Moon 206
morales 258
mosca
común 199
moscas 28
moth 390
motion
stationary fluid 388
Motion Mountain
ayuda al proyecto 10
soporte del proyecto 10
motocicleta 108
motor
de vehículo 417
definición 247
electrostático 248
lineal 248
tabla 248
tipo tabla 248
motor de cohete 248
motor espinal 133
motores termoacústicos 443
movimiento
es fundamental 37
es importante, el 16
está por todas partes 16
armónico 308
como ilusión 19
condiciones para su existencia 19
cotidiano, es invariante por reflexión 33
creación 118
de los continentes 161
desaparición 118
descripciones globales 259
descripcionnes globales 264
en espacio de configuración 455
es continuo 32
es fundamental 486
es fundamental, El 16
es misterioso, el 16
es perezoso 33
es relativo 33
es reversible 33
es simple 283
es transporte 26
es y debe ser predecible 259
ilimitado 471
ilusiones, muestra de figuras 18
infinito 471
invariancia de paridad 304
invariancia espejo 304
la existencia del 18
libros sobre el, table 23
límites del 471
manifestaciones del 17
minimiza la acción 33
más rápido que la luz 434
no existe, el 18
pasivo 249
posiblemente infinito? 34
predictibilidad del 264, 466
predictibilidad del(241
relativo, a través de una nevada 168
reversibilidad 304
se conserva 32
se debe a las partículas 26
tabla de correspondencia lineal–rotacional 129
tiene seis propiedades 33, 37
tiene seis propiedades(32
tipos de 22
voluntario 249
y cambio 22
y colisión 108
y contacto 108
y dimensiones 203
y unidades de medida 486
movimiento 25, 470
como cambio de estado de los objetos permanentes 31
de continentes 40
detector 35
equilibrio de deriva 563
es relativo 29
fluido turbulento 388
invariancia inversa 33
no-Fourier 563
pasivo 24
polar 159
visión aristotélica 245
volitivo 24
voluntario 249, 254
movimiento Browniano
rutas típicas 422
movimiento Browniano 420, 423
movimiento de una onda
seis propiedades principales y efectos 323
movimiento del ojo 56
movimientos
más simples 26
muelle 308
muerte 299
cambio de masa con la 137
energía y 136
y consumo de energía 136
muerte 470
conservación y 120
origin 16
rotación y 126
mujeres
peligros de vigilar a las 180
mujeres 206
multiplete 291, 292
multiplicación 291
mundo 16, 30
musicales
notas y frecuencias 330
muón
factor-g 496
myosotis 284
máquina
ejemplo de alta tecnología 378
sirvientes 123
máquina 100
máquina de Atwood 535
máquinas
gigantes en movimiento 378
máquinas de café 432
mármol
cubierto de aceite 118
máximo de rotación
momento angular 128
métrica
cinta 55

M
Moon

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

mínima experimentalmente
verificada 73
mínimo
de una curva,definición 270
módulo 89
móvil perpetuo
primera y segunda especie 119
de primera especie 417
de segunda clase 444
móvil perpetuo 116, 119
música 328, 331
música
investigación online 506

N

nabla 481
nano 487
NASA 505
NASA 488
naturaleza
es perezosa 33, 273, 283
naturaleza 30
navegación a vela
y flujo 389
navegador 502
navegar a vela 118
Nebulosa Spirograph 541
neocórtex 562
Neptuno 229, 233
nervio
propagación de señal 336
velocidad de señales 40
neumotórax 551
neutrino
PMNS, matriz de mezcla 494
neutrino 379
masas 494
neutrones
estrella de 279
neutrón
longitud de onda Compton 496
masa 496
momento magnético 496
Newton
su error sobre la energía 121
newton 487
NGC 2240 414
Niagara 457
nitrógeno 401
no-causalidad 256
nombre
de personas 483
nombre de personas 483
nomeolvides 285
nonius 71
norma 89
normal distribución 423
normalidad 590
notaciones
matemáticas 506
notación 473
científica 473
notación exponencial 73
nube
masa de 449
Nube de Oort 278
nube de Oort 230
nucleon 379
nudillo
ángulos 74
nudillos
craqueog 353
nudo 80
number
Arabic *see* number system, Indian
nutación 164
Nyos, Lago 419
nódulo
crecimiento de manganeso en un mar profundo 40
núcleos 248
número de Avogadro 403
desde el color del cielo 366
número de Avogadro 366, 493
número de Froude 343
Número de Loschmidt 495
número de Loschmidt 403
número de Loschmidt 366
número de Mach 171
número de Reynolds
definición 460
Número Inglés 490
Número secular de Love 162
números
indios 478
números
necesidad de los 296
reales 56
y tiempo 48
números indios 478, 479

O

objecto
diferencia con imagen 106
objeto
definición 44
invisibilidad de un 97
objeto 28, 30, 107
definición 29
mueble 108
objetos
inmuebles 108
resumen 470
oblea
consagrada 370
de silicio 370
oblicuidad 164, 540
oboe 334
observable
definición 31
físico 296
observables
discretos 296
observación
secuencia y tiempo 44
observación
física 289
obturador 73
oceanografía 347
octava 331
definición 339
octeto 295
océano
origen de los 397
océano
momento angular 128
odómetro 61
Ofiuco 228
ohm 487
ojo
parpadeo tras la guillotina

M

MNIMA

Moscow Mathematics - The Adventure of Topology - copyright © Christoph Scriller June 1990-01 2022 - free pdf file available at www.modernmathematics.net

110
ojo 28
ojos
de pez 405
ola
anómala 345
extraña 345
monstruo 345
solitaria 337
ola de agua
solitaria 337
olas
crestas de las 344
más altas del mar 342
olas anómalas 345
olas extrañas 345
olas monstruos 345
onda 313
armónica 314
cantidad de movimiento de una 321
capilaridad térmica 342
circular 326, 327
cnoidal 351
de agua 351
de agua de gravedad 321
de aguas cortas 316
de aguas largas 316
de aguas poco profundas 316, 319
de aguas profundas 316
de choque 348
de mar, energía de una 347
de período largo 317
dispersión, películas 319
emisión de 324
en aguas profundas 350
energía 321
esférica 326, 327
estacionaria 325, 327
gravedad en el agua 315
lineal 314, 327
movimiento 321
plana 327
pulso 325
reflexión de una 321
resumen 353
secundaria 325
simetría 305
tensión superficial 315, 321
transmareal 317
velocidad
valores medidos, tabla 314
onda 313
capilar 320
de agua 315
grupo 325
infra-gravedad 317
interna 321
longitudinal 314
transversal 315
ultra-gravedad 317
velocidad de 314
onda de agua 315, 351
formación de profundidad 315
tipos y propiedades 318
velocidad de grupo 343
onda de choque
en el movimiento supersónico 348
onda de choque
en movimiento supersónico 348
onda estacionaria 325
onda solitaria 337
onda solitaria
definición 337
ondas
solitarias, en la arena 452
ondas de agua
capilaridad térmica 342
espectro, tabla 317
fotografías de tipos de 316
ondas solitarias
en la arena 452
Operaciones a pecho abierto 551
operaciones de simetría 291
operador de Laplace 202
operator 202
optimista 270
orden
apariencia ejemplos 448
apariencia, matemáticas de la 454
de un tensor 298
tabla de fenómenos observados 445
orden 48, 56, 115, 445
ordenadores 440
orgasmo
contra el hipo 462
orientación
el cambio no necesita fondo 131
orificio de río 351
orinar
investigación 459
tiempo para 408
Orion 95
ornamento
Hispano-Árabe 293
oro
superficie de átomos 431
oro 513
ortogonalidad 89
orugas 86
oscilación
amortiguada 309
armónica o lineal 308
definición 308
oscilación 308
Oscillones 452
oso
pasatiempo 69
oveja
griego 476
OVNI 344
oxígeno 401
botella de 398
oído
humano 346
ilustración del 346
oído 55, 58, 324, 365, 579
emisión de ondas 324
problemas en el 346
oídos
como microscopio de fuerza atómica 370

P

φx 480
π y vasos 67
π, número circular 590
π, relación círculo-diámetro 480

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

pabellón auditivo 346
pabellón auricular 346
palomas 133
pan 360, 513
papel
  puzzle del vaso de 437
papel
  aeroplanos de 506
  barco concurso 402
paracaídas
  y fricción 251
paracaídas
  necesitan fricción 250
paradoja
  hidrodinámica 386
  hidrostática 386
  sobre libros de física 469
paradoja de Gibbs 303
paradoja o problema de
  Banach–Tarski 358
paradoja o teorema de
  Banach–Tarski 64
paraguas 86
paralaje 146, 163
paralelepípedo 126
Parca 68
paridad
  invariancia 33
  invariancia de 303
  inversión de 303
parismoniae lex 280
parpadeo 71
parsec 497
partes 94
  todo está hecho de 431
partícula 95
partículas
  elementales 379
parábola
  de seguridad 104
parábola 76, 84, 195, 206
Parámetro de Hubble 499
parámetro de orden 453
paréntesis 481
pasado
  de un sistema 253
pasatiempo
  caracol y caballo 69
  cinco litros 68
  moneda 69
  reloj de arena 68
pasatiempos reloj de arena 68
pascal 487
paso
  animal 536
passim 483
pata
  número récord 105
patas
  eficiencia de las 184
  en la naturaleza 97
  rendimiento de las 182
  sobre el agua 182
  ventajas 180
  vs. ruedas 180
  y plantas 34
patas 34
pato
  estela detrás del 349
  nadando 343
patrocinador
  de este libro 10
patrones
  en las esquinas 28
patrón
  en forma de trenza 459
patrón
  al azar 28
patrón en forma de trenza 459
peces
  ventosidad de 344
pelo
  pinza del 249
pelota de pinpón 174
pelotas de golf 515
película
  de Hollyoood 357
  esquina inferior izquierda 30
  Hollywood, y acción 265
película de esquina
  inferior izquierda 28
película de la esquina
  inferior izquierda 30
película de volteo
  explicación de la 82
película del tirón 28
  esquina inferior izquierda 28
pena de muerte 360
penacho 583
pensamientos
  procesos del 465
peplosfera 392
pereza
  cósmica, principio de 271
  de la naturaleza 273
pereza
  cósmica, principio de la 260
perigeo 497
perihelio 211, 498
  desplazamiento del 165
perihelion
  avanca 208
periódico 587
perlas 372
perlita 376
permanencia de la naturaleza 18
permeabilidad
  vacío 495
permitividad
  vacío 495
permutación
  simetría de 290
período 309
período de púlsar 46
peso
  de un niño 137
peso 216, 244
  de la Luna 235
peso de un niño 137
Peta 487
pez
  ojos de 405
pez vela 40, 399
pico 487
piedra
  saltos de 401
piedra
  cayendo en un lago 320
piedras 27, 44, 83, 88, 95, 119, 144, 149, 192, 195, 222, 224, 325, 345, 432
piel 98
pierna 196

P

PABELLN

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

piezoelectricidad 248
pingüinos 133
piragüismo 183
pirámide 126
piscina
llena con almidón de maíz y agua 462
piscina
olímpica 343
Piscis 228
Pitot–Prandtl 41
planeta 120
y gravitación universal 187
planetaria
valores de distancias, tabla 236
planetas
enanos 229
períodos orbitales, Babilonios 238
planetas enanos 229
planetas extrasolares 279
planetas menores 280
planetoides 214, 279, 280
planitud 65
plantas
y sonidos 344
plantas
y patas 34
plantea
gaseoso 280
platillos
volantes 344
plomada 65
plomo 402
Plutón 229
poder
definición humorística 542
poder de aislamiento 435
Polaris 280
polarización 322
polea 248
polen 421
polhode 177
polhode 160, 178
polipasto 34
polipasto 34
Polo Norte 53, 159, 203
Polo Sur 203
pompas
de jabón y tamaño molecular 367
pompas
de jabón 404
pop 524
Pororoca 342
Porpoise Cove 46
portador de la serpiente 228
posavasos 70
Posibilidad de nudos 56
posiciones 88
positividad 115
postal
atravesar una 515
postal 68
potasio 336, 441
potencia
sensores, tabla 126
valores, tabla 125
potencia
en el flujo 383
física 123, 244
potencial
fuentes de 202
gravitacional 200
ppm 552
prado 490
pralinés 400
pre-impresión 502
precesión
del eje de la Tierra 164
precesión 165, 178
de un péndulo 152
equinoccial 158
precisión 39
límites a la 492
¿por qué limitada? 468
precisión 20, 82, 468, 491
midiendo la 35
predictibilidad
del movimiento 264, 466
del movimiento(241
prefijos
SI, tabla de 487
prefijos 487, 592
prefijos S
número infinito 490
prefijos, SI 487
Preimpresos 503
premio
de un millón de dólares 389
presión
del aire, fuerza de la 387
definición de 385
puzzle 386
segunda definición 389
valores medidos de 385
presión 245, 365, 418
presión atmosférica 497
Presión fotosférica más baja del Sol 498
pricipio de exclusión 277
Pricipio de Huygens
ilustración del 325
pricipio de Huygens
ilustración de la consecuencia 326
pricipio de Huygens 326
pricipio de la termodinámica
segundo 432
principio
de pereza 260
de conservación 145
de mínima acción 204, 260, 270
historia del 280
de pereza cósmica 271
principio
de acción mínima 271
de invariancia de gauge 290
de la relatividad 512
de mínima acción 147
de relatividad 290
del camino más corto 252
extremo 265
variacional 260, 265, 271
principio de Hamilton 265
principio de Mach 113
prisma 567
prismas de Dove 567
problem
many-body 211
problema
de muchos cuerpos 208
problema de Fermi 437

P

PIEZOELECTRICIDAD

Moscow Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

problema de muchos cuerpos 208
problema de muchos cuerpos 467
problemas
colección de 504
problemas de matemáticas 505
proceso
cambio y acción en un 270
proceso
instantáneo 257
procesos
en termodinámica 432
Procyon 280
prodigio
de cálculos 479
producto
diádico 481
exterior 481
vectorial 124
producto cruzado 124
producto de ancho de banda 335
producto diádico 481
producto escalar 56, 88
pronunciación
erasmista 476
propagación
velocidad de 314
propiedad
emergente 457
intrínseca 31
permanente 31
propiedad
invariante 284
propiedades
intrínsecas 31
protestantismo 360
protón
edad 46
protón
carga específica 496
factor-g 496
longitud de onda Compton 496
masa 496
momento magnético 496
razón giromagnética 496
prueba 39
pseudo-tensor 304
pseudovector 174
psicokinesis 24
PSR 1257+12 280
PSR 1913+16 46
pulgar 75
pulgas 182
pulso 325
puntiformidad 97
punto
en el espacio 97
punto
en el espacio 38
matemático 57
punto focal 522
puntos de vista 284
puntual
masa 95
partícula 95
putrefacción 439
puzzle
contenedor de líquido 397
pájaros
cantando 350
velocidad, gráfico de 43
pájaros de litoral 573
péndulo
invertido 340
y camino 133
péndulo 196
péndulo de Foucault
web cam 152
péndulo Kapitza 340

Q

qoppa 476
quanti, piccolissimi 360, 362
quark
matriz de mezcla 494
quark bottom
masa 494
quark charm
masa 494
quark down
masa 494
quark strange
masa 494
quark top
masa 494
quark up
masa 494
quasar 278
queso suizo 357
quietud
como opuesto al movimiento 19
quietud
como opuesto al movimiento 19
quinta
disminuida 331
falsa 331
perfecta 331
Quito 151
química 467

R

R-complex 562
radiación
como sistema físico 29
radiación 107, 435
termometría de 585
radianes 74
radio de Bohr 496
radio frecuencia Josephson 495
radián 486
rango
de un tensor 298
rapidez 90
rattleback 144
raviolis 138
rayos de sol 512
razón de masa
muón–electron 496
neutrón–electrón 496
neutrón–protón 496
protón–electrón 496
reacción
Belousov-Zhabotinski 459
reactancia
inertiva 329
recaudación de impuestos 485
reconocer 27
reconocimiento 27
rectas
líneas en la naturaleza 65

Modern Mountain - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.modernmountain.net

rectitud 55
rectitud 65, 71
Red Global de Infrasonidos 347
reducible 294
reflexión
de ondas 321
invariancia 33
refracción
ilustración 342
y sonido 343
y tiempo mínimo 282
refracción 282, 322
regla de cálculo 521
regla de cálculo 521
regla de la mano derecha 124
regla de oro de la mecánica 35
Regulus 280
relación
de indeterminación 335
relación
entre los elementos de la naturaleza 30
relación de incertidumbre 335
relación de indeterminación
de la termodinámica 429
relación de indeterminación 335
relación del gas ideal 418
relatividad
de la rotación 170
desafíos 170
Galileana 169
Galileana, resumen de la 185
principio de la 512
y barcos 168
relatividad 260
principio de la relatividad de Galileo 169
relatividad especial antes de los cuatro años de edad 289
reloj 50
movido por la presión del aire 119
precisión 50
tipos, tabla 51
reloj 119, 196
definición 47
intercambio de agujas 70
resumen 470
rompecabezas 70, 561
reloj atómico 49
reloj de sol 540
reloj de sol 49
reloj estándar 225
relojes de sol
historia de 53
renuencia
a rotar 127
reposo
es relativo 169
reposo
Galileano 89
representación
fiel 294
unitaria 294
representación
definición 292
del observable 298
reproducción 16
reproducibilidad 288
repulsión
tipos de física 277
resistencia del viento 251
resolución
de medidas es finita 32
resonancia 311
directa 339
resonancia
definición 311
paramétrica 340
resonancia) 313
resorte
constante del 308
respiraciones 477
respiración
física de la 392
restricciones 272
reversibilidad 411
del movimiento 256
del movimiento cotidiano 304
reversibles 432
Rigel 280
rigidez
ejemplo de 374
Rin 406
risa 458
ritmitas, de marea 572
rizo
agua de 320
robot 374
caminando o corriendo 183
caminando sobre el agua 183
caminar 283
malabarismos 523
robot Sarcoman 523
robots 578
roca
auto-organización 461
rocas
magnetización de las 161
rodadoras 99
rodando 131
rodante
movimiento 99
rolling
rompecabeas 36
rompecabezas
carrete 21
catón de leche 396
clavo 37
cuadro 37
cubeta 20
de tortugas 305
de una llama 172
esferas 221
longitud 62
monedas 221
mono 175
nudo 80
sobre relojes 70
tren 103
rompecabezas de Peirce 70
rompecabezas de relojes 70
rompecabezas de una llama 172
ron 440
rotación
absoluta o relativa 170
atada 98
atado 181
cambio de la Tierra 157
como vector 130

R

RECTITUD

Moscow Mathematics - "The Adventure of Physics" copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

de la Tierra 146
de la Tierra) 161
en el baile 86
frecuencia de 127
frecuencia valores de, table 127
gato en 131
renuencia a la 127
rueda en 131
sentido en los estadios de atletismo 53
sentido horario 53
serpiente en 131
velocidad de 127
y brazos 170
rotación
atada 98
rozamiento 247
dinámico 250
estático 249
rueda
eje, efecto del 524
en rotación 131
en seres vivos 103
la mayor 103
rueda de Compton 153
ruedas
en las bacterias 100
en los seres vivos 97
vs. patas 180
rugby 121
ruido
de disparo 365
ruido 365, 420, 489
físico 336
termometría del 585
ruleta y mecánica Galileana 138
Rutherford, Ernest 26
récord
humano corredor de longitud 85
récord de velocidad
bajo el agua 398
humano corriendo 85
Río Amazonas 406
río Amazonas 342

R

ROTACIN

S

s cortante 475
Sagarmatha, Monte 203, 406
Sagitario 165, 228
saltadores de trampolín 131
saltapericos 182
saltapericos 182
saltarín
alitorcido 310
salto
altura de los animales 87
de longitud 566
salto 182
salto de longitud 566
salto de longitud 85
récord 121
sampi 476
san 476
sangre
viscosidad dinámica de la 394
sangre
circulación de la 98
circulación, física de la 392
Saraeva 560
Saturno 212, 231
satélite
de la Tierra 220
límite 541
satélite
artificial 97
definición 97
satélites 231
artificiales observables 505
satélites de los Medici 225
satélites Galileanos 225
satélites geoestacionarios 208
satélites Pioneer 92
secciones cónicas 206
secuencia aritmética 510
secuencia geométrica 510
Sedna 229
segundo 487
definición 485, 499
seiche 321
selenita 64
self-organization 445
semana
días, orden de los 236
semana 482
sensor
vector acústico 332
sentido horario
rotación 53
ser vivo, mayor 58
seres vivos, más pesados 114
Serpentario 228
serpiente
en rotación 131
Servicio Internacional de la Latitud 159
Servicio Internacional para la Rotación de la Tierra 489
seudo-escalar 304
seudo-vector 304
sextante 573
señal
descomposición en componentes armónicos 312
tipos de, tabla 355
SF_6 339
sha 476
shadow
Tierra 193
Shaw, George Bernard
alfabeto de 478
SI
prefijos
tabla de 487
unidades 493
SI
prefijos 490
unidades 485
siemens 487
sievert 487
significado
de curiosidad 20
signo de capítulo 481
silabario 478
simetría
clasificación, tabla de 288
cristal,lista completa 287
de interacciones 305
de onda 305
de paridad 303
discreta 303
espejo 305

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

papel pintado, lista completa de patrones de 286
resumen sobre la 306
tabla de comparación 295
tipos en la naturaleza 301–303
y charla 289
simetría 291
del Lagrangiano 298
baja 284
color 285
discreta 290
escala 285
externa 290
geométrica 284
interna 290
Simon, Julia 567
Simulador del Sistema Solar 505
singletes 295
singular 294
sink vortex 570
sirena 341
Sirio 280
Sirius 95
sirvientes
máquinas 123
sistema
conservativo 272
de escritura 477
definición 31
disipativo 252, 272
extenso 313
geocéntrico 231
heliocéntrico 231
sistema
de numeración posicional 478
disipativo 272
físico 29
movimiento en simple 458
sistema aislado 435
sistema celestocéntrico 514
sistema cerrado 433, 435
sistema de numeración
griego 479
romano 479
sistema geocéntrico 231
Sistema Geodésico Mundial 499
sistema heliocéntrico 231
Sistema Internacional de Unidades (SI) 485
sistema límbico 562
sistema numérico
indio 478
Sistema Solar
formación del 158
futuro del 235
Sistema Solar 278
momento angular 128
pequeños cuerpos en el 280
Sistema solar
como una hélice 166
movimiento del 165
sistema, aislado 435
sistemas
conservativos 201, 250
disipativos 250, 252
sistemas de creencias 107
sistemas disipativos 453
sistemas holonómicos 272
skate 283
ski moguls 450
Sloan Digital Sky Survey 505
smartphone
malo para el aprendizaje 9
smiley 481
snap 524
sobreyectividad 294
sodar 402
sodio 414
sodio 336, 441, 563
Sol 114, 120
densidad y mareas 213
detención del 372
Sol 233, 280
momento angular 128
saldrá mañana 203
Sol, tamaño angular 75
solares 47
solitones 337
solitón
película de un 338
solitón 321, 338
sombra
de la ionosfera 178
de la Tierra 178
de los relojes de sol 53
sombra
libro sobre la 568
movimiento de la 106
sombras
y atracción de cuerpos 233
sombras 106
sonar 350
sonido 315
de la Tierra 353
de las plantas 344
medida del 332
ninguno en la alta atmósfera 391
tabla de intensidad 356
umbral de 356
velocidad 40
sonido
canal de 344
sonidos
tabla de frecuencias 310
sonoluminiscencia 104
soprano
masculino 353
sorpresas 301
en la naturaleza 258
sound
measurement of 332
Spica 280
squark 594
St. Louis 521
subacuática
natación 399
récord de velocidad 398
subgrupo 291
submarinismo
peligros del 551
submarinos 344
subíndices 477
sucesión 48, 56
Sucesión o secuencia 115
suelos
no son gravitacionales 241
sundial 564
supercavitación 399
supercluster de galaxias 278
superestampido 349

S

SIMETRA

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

superficial
área 55
superficies algebraicas 505
superfluidez 402
supergigantes 280
superlubricación 250
supermercado 53
supernovas 104
superposición 322
suporte
este libro 10
surfing 342
símbolos
matemáticos 479
otros 479

T

tabla periódica
con vídeos 506
tamaño 54
tamaño de letra Minion Math 595
tamaño del zapato 490
tardes
falta de tranquilidad de las 343
tasa metabólica 136
tasa metabólica basal 125
Tauro 228
taza de inodoro
investigación 459
tecnología 479
tectónica de placas 161
tectónicas
placas 572
tectónico 160
tectónico 205
tela de araña
más grande 58
telequinesis 281
telescopio 343
Telescopio espacial Hubble 505
teletransporte
imposibilidad del 119
televisión 27
temperatuae
negativa 444
temperatura 413
absoluta 413
negativa 414
tabla de valores medidos 414
y canto del grillo 436
temperatura 383, 412
escala de 585
granular 459
introducción 411
más baja 413
más baja en el universo 414
Temperatura de Hagedorn 415
temperatura del fondo de microondas 500
tensegrdad
estructuras de 373
tensión superficial
peligros de la 399
tensión superficial 251
onda de 315
tensor 296, 297
momento de inercia 305
rango de un 298
y rotación 301
tensor
definición 297
orden de un 298
rango 298
tensores
web sites 579
tensorial
producto 481
Teofrasto 50
teorema
de Noether 300
teorema de los ejes paralelos de Steiner 128
teorema de Noether 300
teorema de Pitágoras 73
teoría cuántica 29, 362
teoría de la Tierra cóncava 514
teoría del mundo interior 514
Tera 487
tercera, menor 331
tercera,mayor 331
termodinámica
relación de indeterminación 429
termodinámica 380, 411, 417
primer principio 416
primera ley 123
segunda ley 123
segundo pricipio de la 440
segundo principio 432
tercer principio 413
tercer principio de la 429
termometría 585
termometría acústica 585
termometría magnética 585
termoometría de radiación óptica 585
termopausa 391
termosfera
detalles 391
termostática 417
termómetro 416
terremoto
energía de un 175
provocado por humanos 372
provocar un 372
terremoto 175
terremotos 203
y la Luna 205
terremotos
información 572
terrestre
corteza 137
tesla 487
test gorila para números al azar 256
testimonio 567
testículo 567
tetera 404
tetraedro 72, 126
Theofrasto 44
thermometry 585
thorn 475, 591
thriller 273
tide
slowing Moon 571
tiempo
absoluto 48
deducción 45
definición del 300
es absoluto 47
es necesario 47
es único 47

S

SUPERFICIAL

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

flecha del 54
flujo del 53–54
inversión 54
inversión del 304
medido con números reales 48
propiedades, tabla 48
relativo o absoluto 58
valores, tabla de 46
tiempo 470, 471
coordinado, universal 46
absoluto 48
deducido de los relojes 47
definición 45
intervalos 47
medida, ideal 50
propio 46
traducción del 299
tiempo de obturación 73
Tiempo Galileano
definición 48
tiempo Galileano
limitaciones 48
tiempo local 46
tiempo más corto medido 46
tiempo universal coordinado 489
Tierra
achatamiento de la 147
datos de rotación, tabla 162
densidad de la 199
disección 64
edad 46
elevarse 234
forma 227
forma de la 201, 203
giro de la 161
movimiento alrededor del Sol 164
para su rotación 203
plana 523
rotación
cambio de la 157
rotación de la 146
se aplana 171
sombra de la 178
velocidad a través del universo 167
velocidad de rotación 156
zumbido de la 353
Tierra 435
aplanamiento de la 497
densidad media de la 497
desde el espacio 505
edad de la 497
forma de la 202
gravedad normal 497
inclinación del eje de la 164
longitud gravitacional de la 497
masa 497
medida de la masa de la 197
momento angular 128
radio ecuatorial 497
radio polar de la 497
velocidad 40
tipo de letra
cursiva 473
tiro
perdigones 402
récord de velocidad 40
tirón 253
tocar 106
Tocario 567
todo fluye 18
tog 435
tokamak 415
tonelada, o ton 487
tono estándar 310
topología 56
torbellinos
tubo de 442
tornillo
en la naturalez 261
tornillo
y fricción 249
torque 129
torre
inclinada, de Pisa 83
torre de faro 40
tortugas
rompecabezas de 305
trabajo
conservación del 35
trabajo 35, 120, 272
definición in la física 121
físico 244
trampa de Paul 369
tranquilidad
de las mañanas 343
transformaciones Galileanas 297
transformación
de materiales y cuerpos 22
transformación
del movimiento en las máquinas 119
simetría 291
transformación de Fourier 347
transformación de ondículas 347
transporte 22
es movimiento 26
transustanciación 360
trayecto 82
trayectoria 82
Tren 114
tren
rompecabezas de 103
rompecabezas de movimiento 170
triboscopios 252
tridimensionalidad 56
trifosfato de adenosina 569
tripod 248
tritono 331
triángulo
geometría del 80
tropopausa 392
troposfera
detalles 392
tsunami 320
tubo de Compton 153
tubo de torbellinos
Ranque–Hilsch 442
tunel
a través de la Tierra 238
turbopausa 391
turbulencia
en las tuberías 460
turbulencia 389, 457
no está comprendida todavía 467
tántalo 46

T

TIEMPO

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 free pdf file available at www.motionmountain.net

térmica
máquina 417
término fuente 202

U

U(1) 547
udeko 487
Udekta 487
ultracentrifugadoras 224
ultrasonido
imagen por 334, 356
ultrasonidos
imagen por 310
motor 248
unicidad 48, 56
Unicode 478
unidad
astronómica 497
provincial 488
unidad 435
unidad astronómica 499
unidad de masa atómica 496
unidad natural 495
unidades
provinciales 488
SI, definición 485
unidades 485
no-SI 488
unidades astronómicas 235
unidades básicas 485
unidades de referencia 56
unidades SI
definición 485
prefijos de 487
unidades SI
suplementarias 486
unitario 294
universalidad de la gravedad 210
universo
bidemensional 78
cambio acumulado 282
descripción por la gravitación universal 226
universo 30, 254
momento angular 128
Unión Astronómica
Internacional 499
Unión Geodésica
Internacional 499
URL 503
UTC 46

V

vacío
exposición humana al 172
permeabilidad 495
permitividad 495
vacío
impedancia 495
valores propios 294
variabilidad 27
variación 29
varianza 491
Varuna 279
vaso
y π 67
vasos, comunicantes 386
vector
axial 304
polar 304
vector 297
definición 88
vector de Runge–Lenz 535
vector negativo 88
vector nulo 88
vectorial
espacio 88
espacio, Euclidiano 89
producto 124
Vega
en el polo Norte 158
Vega 280
vehículo
motor de 417
vela
en el espacio 557
vela 442
movimiento 35
velares 476
velocidad 39
angular 129
aparatos de medida, tabla 42
como derivada 90
crítica de un barco 343
de escape 227
de fase 314
de los pájaros 41
de onda 314
de propagación 314
en el espacio 41
Galileana 39
límite 471
no es Galileana 44
propiedades, tabla 41
valores, tabla de 40
valores,tabla de 40
velocidad 90, 471
angular 127
cósmica segunda 227
cósmica tercera 227
de la luz en el centro del Sol 40
infinita 471
más baja 35
propia 40
velocidad de escape 227
velocidad de la lluvia 40
velocidad de la luz
medida 66
velocidad de la radio 40
velocidad del rayo 40
velocidad del sonido 112, 156
velocidad del teléfono 40
velocidad Galileana 39
velocidad, más alta 40
velocistas
entrenamiento de los 184
velocímetros 511
vena cava 394
vendeko 487
Vendekta 487
venenos 33
ventomóvil 553
Venus 232
verdad 361
vernier 71
viajar en el tiempo
, dificultad de 168
viaje
espacial, y salud 172
viaje espacial 172
vida
eterna 120
más corta 46
video

T

TRMICA

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

grabadora, sueño de 433
vidrio
no es un líquido 370
Vietnam 239
vinculación
Peaucellier-Lipkin 261
vino
botella de 118
pasatiempo 68
vino 360
botella de 139
Virgo 228
vis viva 120
viscosidad
cinemática 555
viscosidad
cinemática 460
dinámica 366, 460
volcanes 572
volt 487
volumen
aditividad 62
volumen 63
volumen molar 495
volúmen
aceptaciones 65
vomit comet 538
vortex
in bath tub or sink 570
voz
humana 328
Vulcano 211
Vulcanoides 280
Vái Láctea
edad 498
Vía Láctea
masa 498
momento angular 128
tamaño 498
vídeo
malo para el aprendizaje 9
videos de matemáticas 505
vórtice
en el mar 409
vórtice 166
en el extremo del ala 390
vórtice de una bañera 151
vórtices
anulares 407
película de anillo de 407
vórtices
anillos imbricados 407
vótice
en fluidos 409

W

wake
angle 349
water
patterns in 458
watt 487
wave
water *see* water wave
waw 476
web
lista de sitios interesantes 503
web
world-wide 502
web cam
péndulo de Foucault 152
weber 487
Weib 567
weko 487
Wekta 487
wife 567
Wikimedia 600
Wirbelrohr 442
world
question center 506
World Geodetic System 574
wyn 475

X

xenno 487
Xenta 487
xilema 385

Y

yarda 490
yo-yo 196
yocto 487
yogh 475
yot 476
Yotta 487

Z

zapateros 183
zepto 487
Zetta 487
Zippo 456
zodiaco 187
zodíaco
ilustración del 237

ábaco 479
ángeles 23, 107
ángulo 129
en el cielo nocturno 520
y nudillos 74
ángulo
plano 73
ángulo de mezcla débil 494
ángulo del vértice 520
ángulos diedros 63
árbol
bombeo de agua por dentro 582
genealógico, de nociones físicas 30
árbol 490
altura, límites a la 363
crecimiento 40
fortaleza del 362
árboles
hojas y rotación de la Tierra 156
área
aditividad 62
existencia del 63
átomo
manipulación individual 369
átomos
en acero ferrítico 375
explicar dislocaciones 368
explicar escalones 368
fotografía de levitante 369
imagen de silicio 369
organización del helio 369
reflexión en un cristal redondo 368
y Galileo 360
átomos
y Galileo 363
Galileo y los 360
no son indivisibles 436

V

VIDRIO

Motion Mountain – The Adventure of Physics copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 · free pdf file available at www.motionmountain.net

ätomos
pensadores griegos y 363
éticas 258
índice de refracción 282, 546
órbita
eliptica 190
ósmosis 248, 439

TOMOS

Modern Multimedia - The Adventure of Physics - copyright © Christoph Schiller June 1990–01 2022 - free pdf file available at www.motionmountain.net

LA MONTAÑA DEL MOVIMIENTO

La Aventura de la Física – Vol. I

Caída, Flujo y Calor

¿Es la naturaleza en verdad tan perezosa como sea posible?
¿Cómo se mueven los animales y los humanos?
¿Cual es el viaje más fantástico posible?
¿Podemos lograr la levitación con la ayuda de la gravedad?
¿Es predecible el movimiento?
¿Cual el el menor valor de la entropía?
¿Cómo aparecen los patrones y los ritmos en la Naturaleza?
¿Cómo se pueden detectar los átomos y medir su tamaño?
¿Qué problemas de la física cotidiana no están resueltos?

Respondiendo a estas y otras preguntas sobre el movimiento, estas series proporcionan entretenimiento y dan un nuevo giro a la introducción de la física moderna -un giro que supone una sorpresa y un desafío en cada página-.
Partiendo de la vida cotidiana, la aventura proporciona un resumen de los modernos resultados de la mecánica, el calor, el electromagnetismo, la relatividad, la física cuántica y la unificación.

Christoph Schiller, PhD Université Libre de Bruxelles, es físico y un popularizador de la física. Escribió este libro para sus hijos y para todos los estudiantes, profesores y lectores interesados en la física, la ciencia del movimiento.

Fichero pdf disponible libre de cargos en
www.motionmountain.net