Hidrodinámica: Fluidos en Movimiento

Henry R. Moncada

Universidad Nacional del Callao
Facultad de Ingeniería Mecánica y de Energía

7 de agosto de 2025

Contenido

HIDRODINÁMICA: FLUIDOS EN MOVIMIENTO

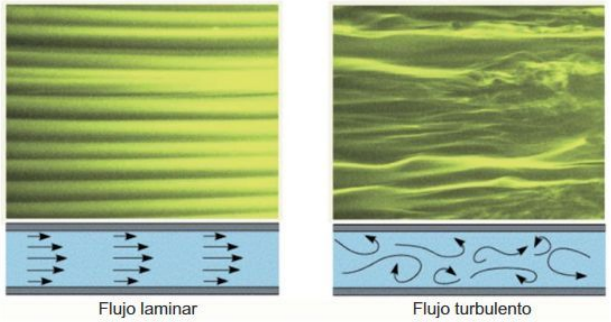
Vamos a estudiar fluidos en movimiento, llamado dinámica de fluidos o hidrodinámica (si el fluido es agua).

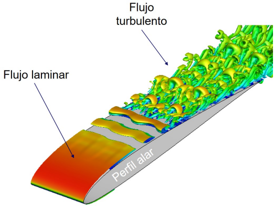
Podemos distinguir dos tipos principales de **flujo: laminar y turbulento**

- Si el **flujo es suave**, de manera que las capas vecinas del fluido se deslizan entre sí suavemente, se dice que el **flujo es aerodinámico o laminar (en capas)**.

En este tipo de flujo, cada partícula del fluido sigue una trayectoria uniforme,llamada **línea de flujo**.

- El **flujo turbulento** se caracteriza por torbellinos pequeños y erráticos llamados remolinos.



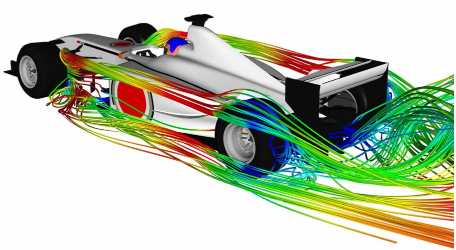


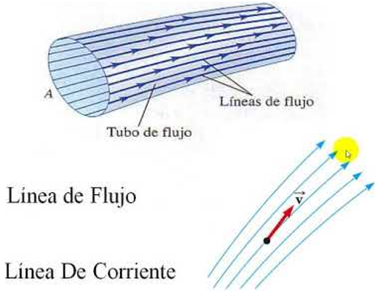
Características de un Fluido ideal

Para el estudio de la dinámica de fluidos vamos a considerar las siguientes simplificaciones:

- **El fluido no es viscoso:** En un fluido no viscoso, se desprecia la fricción interna o resistencia al flujo, de un fluido.
- **El flujo es estacionario:** Significa que la velocidad, densidad y presión en cada punto del fluido no cambian con el tiempo.

Línea de corriente: es una línea imaginaría en el interior de un fluido en movimiento. La tangente a una línea de corriente en un punto da la dirección y sentido de la velocidad del fluido en dicho punto.

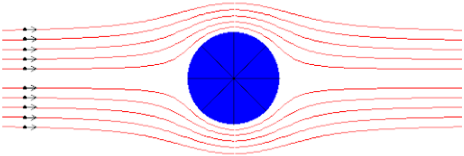




Características de un Fluido ideal

- **El fluido es incompresible:** La densidad de un fluido incompresible es constante $\rho =$ constante.
- **El fluido se mueve sin turbulencia (laminar):** No puede haber corrientes turbulentas presentes en el fluido en movimiento. Una pequeña rueda colocada en el fluido tendría movimiento de traslación, pero no de rotación.

Un fluido que satisface estas condiciones se considera como **Fluido Ideal**.

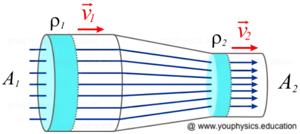


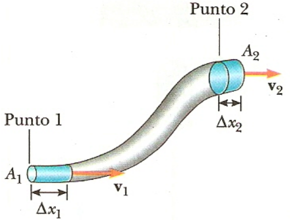
Caudal

Definimos caudal, **Q**, al volumen de fluido por unidad de tiempo que atraviesa una sección de la tubería.

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{[L^3]}{[T]} = L^3T^{-2}$$

Si no hay perdidas de fluido dentro de un tubo uniforme, la masa de fluido que entra en un tubo en un tiempo dado debe ser igual a la masa que sale del tubo en el mismo tiempo (por la conservación de la masa).





El **caudal** Q_1 a la entrada de la tubería A_1 debe ser el mismo que el **caudal** Q_2 a la salida de la tubería A_2 .

$$\begin{aligned} V_1 &= A_1\Delta x_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{A_1\Delta x_1}{\Delta t} = A_1v_1 \\ V_2 &= A_2\Delta x_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{V_2}{\Delta t} = \frac{A_2\Delta x_2}{\Delta t} = A_2v_2 \end{aligned}$$

Ecuación de Continuidad

El producto del área transversal por la velocidad del fluido es constante.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1v_1 = A_2v_2$$

Ecuación de Contininuidad

- La velocidad del agua que se rocía desde el extremo de una manguera de jardín aumenta conforme el tamaño de la abertura disminuye con el pulgar.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

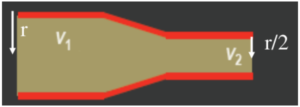
- La velocidad aumenta entonces el área disminuye

$$v^2 = v_o^2 + 2gy$$

  el ancho de chorro se reduce a medida que cae el agua y se acelera de acuerdo con la ecuacion de continudad

- Un líquido fluye a través de una tubería de radio r, la cual está conectada a otra tubería cuyo radio es la mitad. Cómo es la velocidad v_2, del fluido en la tubería de radio $r/2$, comparada con la velocidad v_1, en la tubería de radio r:

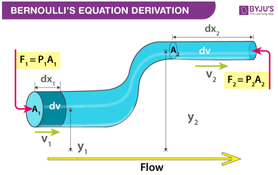
$$\begin{aligned} A_1 v_1 &= A_2 v_2 \\ \pi r^2 v_1 &= \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 v_2 \\ r^2 v_1 &= \frac{r^2}{4} v_2 \Rightarrow 4 v_2 = v_2 \end{aligned}$$



Ecuación de Bernoulli

La conservación de energía, o el teorema general trabajo-energía, nos lleva a otra relación muy general para el flujo de fluidos, siendo $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$

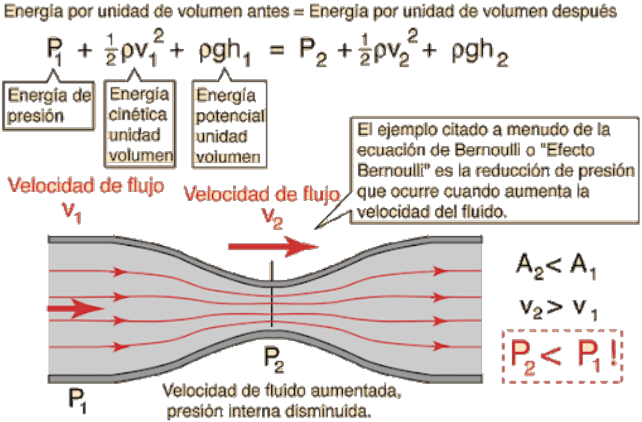
$$
\begin{aligned}
W_{\text{neto}} &= \Delta K + \Delta U \\
F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 &= \left(\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2\right) + (mgy_2 - mgy_1) \\
P_1 \underbrace{A_1 \Delta x_1}_{V} - P_2 \underbrace{A_2 \Delta x_2}_{V} &= \frac{1}{2} m \left(v_2^2 - v_1^2\right) + mg\left(y_2 - y_1\right) \\
P_1 \cancel{V} - P_2 \cancel{V} &= \frac{1}{2} \rho \cancel{V} \left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho \cancel{V} g \left(y_2 - y_1\right) \\
P_1 - P_2 &= \frac{1}{2} \rho \left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g \left(y_2 - y_1\right) \\
P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 &= P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2
\end{aligned}
$$



Ecuación de Bernoulli

$$
\underbrace{P}_{\text{Energía de presión}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\substack{\text{Energía cinética} \\ \text{por unidad de} \\ \text{volumen}}} + \underbrace{\rho g y}_{\substack{\text{Energía potencial} \\ \text{por unidad de} \\ \text{volumen}}} = \text{constante}
$$

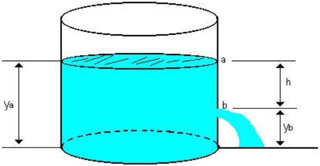
La **ecuación de Bernoulli** establece que la **suma de la presión** P, la energía cinética por unidad de volumen, $\frac{1}{2}\rho v^2$ y la energía potencial por unidad de volumen, $\rho g y$, tiene el **mismo valor** en todos los puntos a lo largo de una línea de corriente.



Calcular la velocidad de un líquido saliendo de una canilla en el fondo de un recipiente. Utilizando el principio de Bernoulli:

$$\cancel{P_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = \cancel{P_2} + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_2^2} + \rho g y_2$$

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 = P_o = \text{Presion atmosférica} \\ v_2 &= 0 \end{aligned}$$



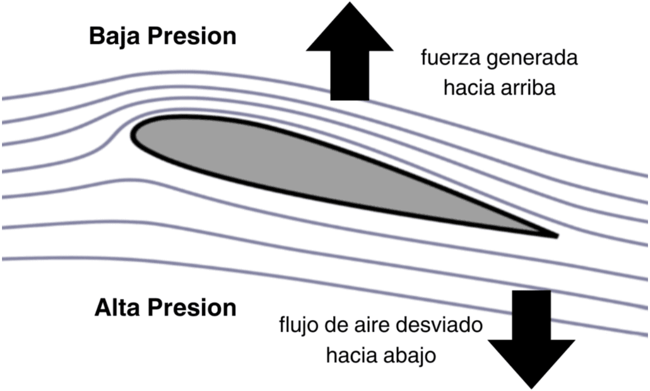
Teorema de Torricelli

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = \rho g y_2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g(y_2 - y_1)} = \sqrt{2gh}$$

Ecuación de Bernoulli

Las chimeneas son altas para aprovechar que la rapidez del viento es mas constante y elevada a mayores alturas. Cuanto mas rápidamente sople el viento sobre la boca de una chimenea, mas baja será la presión, y mayor será la diferencia de presión entre la base y la boca de la chimenea. Esto hace que los gases de combustión se extraigan mejor.

Sustentación de aviones



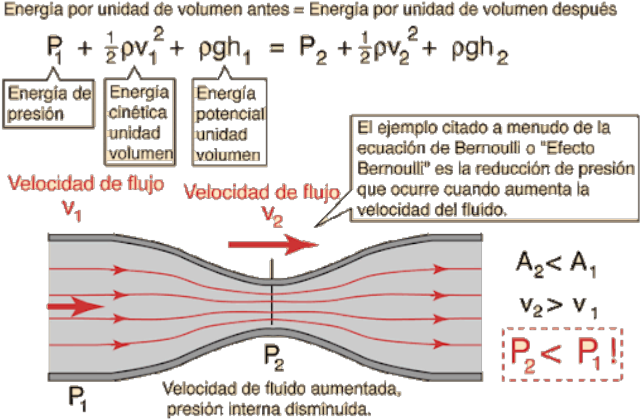
Experiencia: Si se sostienen dos tiras de papel con las manos como se muestra en la figura y se sopla entre ellas. ¿Qué piensa qué pasará?

(a) Se separarán

(b) Se juntarán

(c) No pasa nad

Explique lo sucedido.



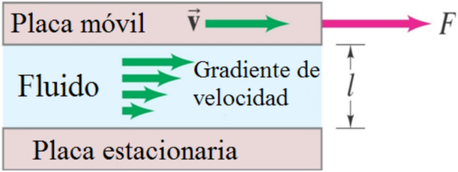
Viscosidad

Todos los fluidos reales tienen una **resistencia interna al flujo, o viscosidad**, que puede verse como fricción entre las moléculas del fluido.

La viscosidad existe tanto en líquidos como en gases, y es esencialmente una **fuerza de fricción** entre **capas adyacentes de fluido** cuando éstas se mueven una con respecto a la otra.
En los líquidos, la viscosidad se debe a fuerzas de cohesión de corto alcance; en los gases, se debe a los choques entre las moléculas.

Sea un fluido contenido entre dos placas de área A, separadas una distancia ℓ. Sea v el módulo de la velocidad de la placa superior (móvil) respecto de la inferior (placa estacionaria). Para mover la placa superior se requiere de una fuerza, la cual es:

$$F \propto v\frac{A}{\ell}$$



Mientras más viscoso es el fluido, mayor es la fuerza requerida. Entonces:

$$F = \eta A\frac{v}{\ell}$$

Donde η es el coeficiente de viscosidad.

$$\eta = \frac{F\ell}{vA}$$

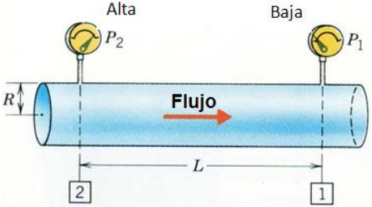
En el SI, su unidad es: $[\eta] = Pa.s$

Viscosidad: Flujo en tubos

Supongamos un fluido con las siguientes características:

- Incompresible
- **Viscoso**
- Flujo Laminar

Debido a la viscosidad, en una tubería horizontal la presión disminuye a medida que el fluido avanza.



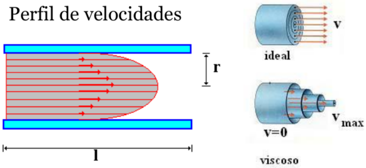
Si un fluido circula por una tubería de radio r y longitud ℓ, la velocidad de la capa de fluido adyacente a la pared de la tubería es cero, a lo largo del eje central de la tubería la velocidad del fluido es máxima, v_{max}.

La velocidad media con la que se desplaza el fluido es:

$$v_{med} = \frac{1}{2} v_{max}$$

El caudal es:

$$Q = A v_{med} = \frac{1}{2} A v_{max}$$



Consideremos un fluido que circula por un tubo, identifiquemos los factores significativos del caudal:

1. Debe existir una diferencia de presión en los extremos. $Q \propto \Delta P$
2. Q es inversamente proporcional a la longitud del tubo. $Q \propto L^{-1}$
3. Depende inversamente de η, $Q \propto \eta^{-1}$
4. Q es proporcional a la cuarta potencia del radio. $Q \propto r^4$

Ley de Poiseuille

La relación entre $Q, \Delta P, L, \eta$ y r, la encontró Poiseuille, y se conoce como **ley de Poiseuille**:

$$Q = Av = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta L}$$

Definiendo la **Resistencia Hidrodinámica** como:

$$R_H = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

La ley de Poiseuille se puede escribir de la siguiente manera:

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L} \Rightarrow Q = \frac{1}{R_H} \Delta P$$

$$\Delta P = R_H \, Q$$

Para cada uno de los tubos que se muestran en la figura fluye el mismo líquido. La diferencia de presión entre los extremos de los tubos es la misma. Mediante la ley de Poiseuille, clasifique los tubos en orden decreciente, según el caudal del fluido.

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta L}$$

Como $\mathbf{Q \propto R^4/L}$; entonces el caudal en cada caso es:

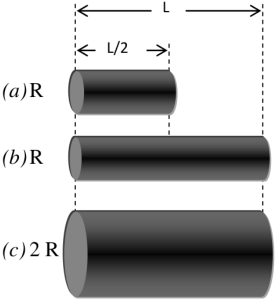
(a) $Q \propto 2\, R^4/L$

(b) $Q \propto R^4/L$

(c) $Q \propto 16\, R^4/L$

Finalmente, el orden es:

1° (c) 2° (a) 3° (b)



Número de Reynolds

El número de Reynolds se utiliza para determinar el régimen del flujo en una tubería (laminar, transitorio o turbulento).

Número de Reynolds

Se define como:

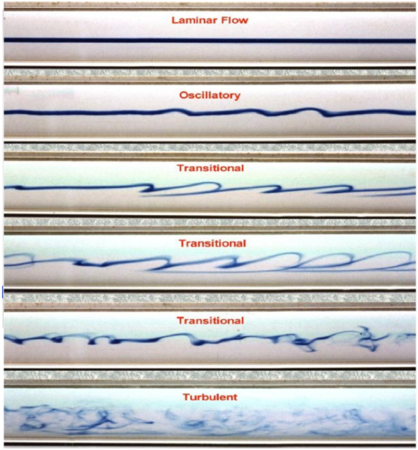
$$N_R = \frac{2 r v_{\text{med}} \rho}{\eta}$$

donde :

- N_R: Número de Reynolds (adimensional)
- r: Radio de la tubería (m)
- v_{med}: Velocidad media del fluido (m/s)
- ρ: Densidad del fluido (kg/m^3)
- η: Viscosidad dinámica del fluido (Pa·s)

Empíricamente se verifica que si:

- $N_R < 2000$ **flujo es laminar**
- $2000 < N_R < 3000$ **flujo es inestable**
- $N_R > 3000$ **flujo es turbulento**



Aplicaciones en la vida real

- **Aerodinámica de aviones**: la diferencia de velocidad del aire sobre y bajo el ala genera sustentación (efecto Bernoulli).
- **Chimeneas altas**: aprovechan vientos de mayor velocidad para reducir la presión en la salida y mejorar la extracción de gases.
- **Flujo sanguíneo**: la ley de Poiseuille explica cómo pequeños cambios en el radio de arterias afectan drásticamente el caudal (importante en enfermedades cardiovasculares).
- **Sistemas de tuberías**: el diseño debe considerar viscosidad, longitud y diámetro para minimizar pérdidas de presión.
- **Teorema de Torricelli**: permite calcular la velocidad de descarga de un líquido desde un tanque ($v = \sqrt{2gh}$).

La hidrodinámica une teoría y práctica en ingeniería, biología y diseño industrial.

Conclusiones

Conclusiones principales

- El **flujo laminar** es suave y ordenado, mientras que el **flujo turbulento** presenta remolinos y comportamiento caótico.
- La **ecuación de continuidad** ($A_1v_1 = A_2v_2$) expresa la conservación del caudal en fluidos incompresibles.
- La **ecuación de Bernoulli** relaciona presión, velocidad y altura a lo largo de una línea de corriente:
$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constante}$$
- La **viscosidad** es una propiedad clave en fluidos reales, responsable de la resistencia interna al flujo.
- La **ley de Poiseuille** describe el caudal en tubos viscosos:
$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8\eta L}$$
y muestra que el radio del tubo tiene un efecto dominante.
- El **número de Reynolds** ($N_R = \frac{2rv_{\text{med}}\rho}{\eta}$) permite predecir el régimen de flujo:
  - $N_R < 2000$: laminar
  - $N_R > 3000$: turbulento

¿Preguntas?

References