

APUNTES DE CLASES

CALOR y FLUIDOS

Por

Dr. Mario Pedreros

Profesor Titular - Departamento de Física

Facultad de Ciencias – Universidad de Tarapacá

2014

TABLA DE CONTENIDOS

Tópico	Página
I. ESTATICA DE FLUIDOS	3
II. DINÁMICA DE FLUIDOS	26
III. TERMOMETRIA	41
IV. EL CALOR COMO ENERGÍA	53
V. ECUACIÓN DE ESTADO DE UN GAS IDEAL	63
VI. TRABAJO CON CAMBIO DE VOLUMEN	65
VII. PROCESOS ADIABÁTICOS	71
VIII. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA	83
IX. CICLO DE CARNOT	86
X. TEORIA CINETICA DE LOS GASES	88

I. ESTATICA DE FLUIDOS (HIDROSTATICAS)

Es el estudio de la mecánica de fluidos en reposo

¿Qué son los fluidos?

Estados de la Materia: SOLIDO, LIQUIDO, GASEOSO, PLASMA

FLUIDOS

Crece grado de libertad de las moléculas →

SOLIDO: Moléculas muy cercanas unas a otras

- Fuerzas de atracción inter-moleculares de gran tamaño
- Movimiento de las moléculas es muy restringido
- Sólidos rígidos son prácticamente indeformables

LIQUIDOS Moléculas no tan cercanas unas a otras

- Fuerzas de atracción inter-moleculares de mediano tamaño
- Movimiento de las moléculas menos restringido que en sólidos
- Líquidos son muy deformables pero no compresibles

GASEOSO Moléculas muy distantes unas de otras

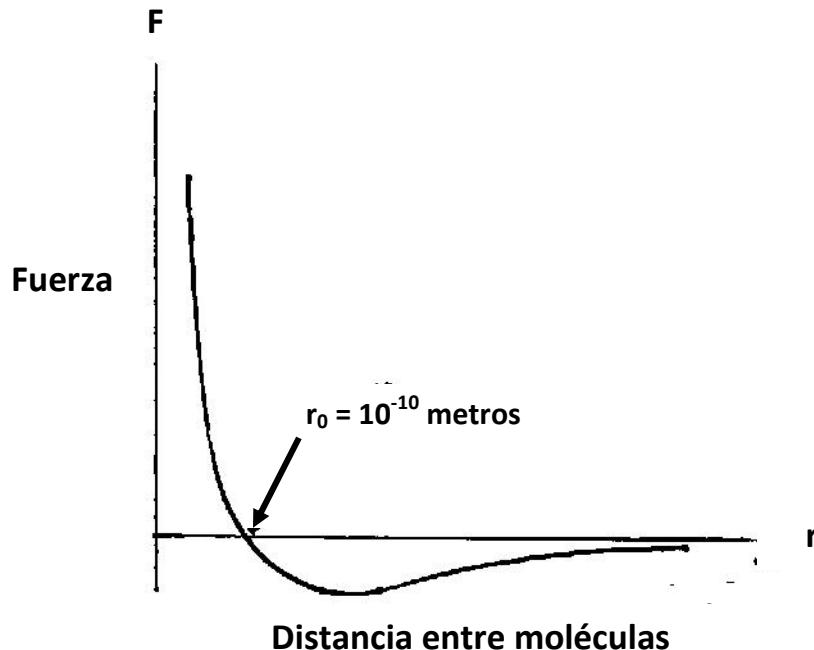
- Fuerzas inter-moleculares casi nulas
- Movimiento de las moléculas es libre
- Gases son muy deformables y compresibles

PLASMA Átomos parcial o totalmente descompuestos en iones y electrones

FLUIDOS: Son sustancias que no resisten la deformación. Siempre adoptan la forma del recipiente que los contiene. Tienen una resistencia nula a las fuerzas cortantes.

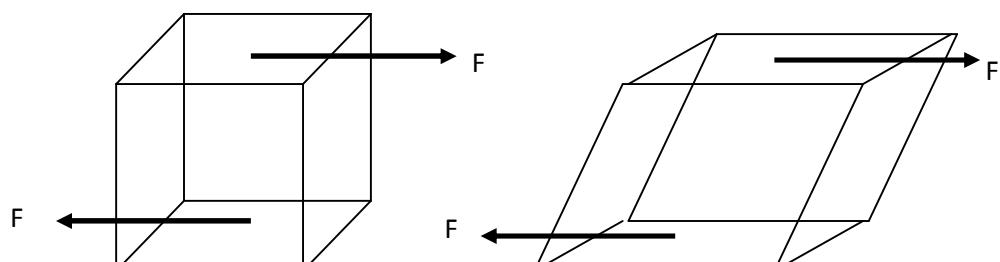
Gases y líquidos son FLUIDOS y cumplen con las mismas leyes básicas tanto en reposo como en movimiento.

FUERZA ENTRE DOS MOLECULAS VS. DISTANCIA ENTRE ELLAS



Para $r < r_0$ la fuerza entre las moléculas es repulsiva, para $r > r_0$ la fuerza es atractiva, haciéndose menor a medida que la distancia aumenta

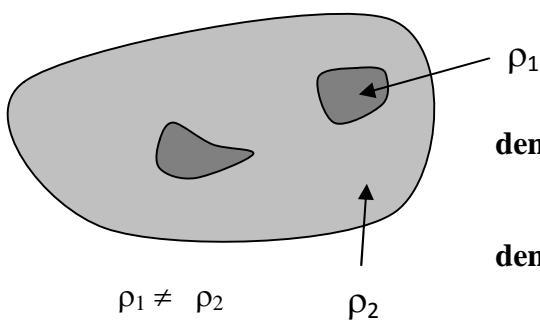
FUERZAS CORTANTES



(a) Antes de la fuerza cortante

(b) Despues de la fuerza cortante

DENSIDAD DE UN FLUIDO

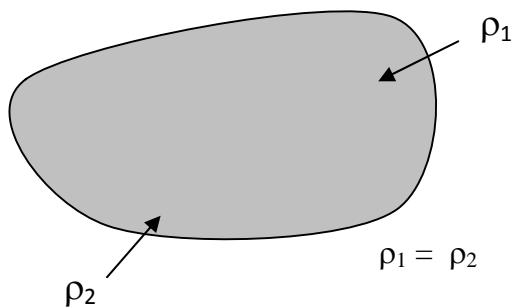


Sean ΔV y Δm el volumen y la masa total de la porción de fluido mostrada en la figura. Se define como

densidad media: $\langle \rho \rangle = \Delta m / \Delta V$

densidad en un punto: $\rho = \lim(\Delta m / \Delta V) = dm/dV$
 $\Delta V \geq 0$

Fluido homogéneo: Aquel en donde la densidad en todos sus puntos es la misma



Densidad media = densidad en cualquier punto

UNIDADES DE DENSIDAD: $\frac{\text{Unidad de masa}}{\text{Unidad de volumen}}$

Por ejemplo: gr/cm^3 , kg/m^3 , libra/pulgada 3 , etc.

Tabla de Densidades

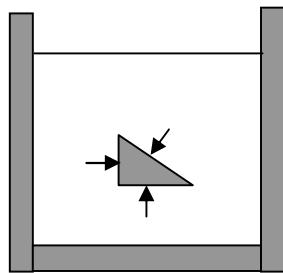
Objeto	kg/m ³
Espacio interestelar	10^{-20}
Mejor vacío en laboratorio	10^{-17}
Aire: 20°C y 1 atm de presión 20°C y 50 atm	1.21 60.5
Espuma de estireno	1×10^2
Hielo	0.917×10^3
Agua 20°C y 1 atm 20°C y 50 atm	0.998 $\times 10^3$ 1.000×10^3
Agua de mar 20°C y 1 atm	1.024×10^3
Sangre entera	1.060×10^3
Hierro	7.9×10^3
Mercurio (el metal)	13.6×10^3
La Tierra: promedio núcleo corteza	5.5×10^3 9.5×10^3 2.8×10^3
Sol: promedio núcleo	1.4×10^3 1.6×10^5
Estrella enana blanca (núcleo)	$10^{10} = 10$ Toneladas / cm ³
Núcleo de uranio	3×10^{17}
Estrella de neutrones (núcleo)	$10^{18} = 10^9$ Toneladas / cm ³
Agujero negro (1 masa solar)	10^{19}

FUERZA EJERCIDA POR UN FLUIDO SOBRE PAREDES

Como el fluido no resiste fuerzas de corte, las fuerzas ejercidas por éste sobre paredes expuestas al fluido EN REPOSO, son siempre perpendiculares a la pared. De lo contrario el fluido circularía hasta anular las componentes no perpendiculares



Esto también es válido para objeto inmerso en el fluido



PRESIÓN EJERCIDA POR UN FLUIDO

Sobre cualquier superficie expuesta a un fluido se puede definir

Presión media: $\langle p \rangle = \Delta F_{\perp} / \Delta s$

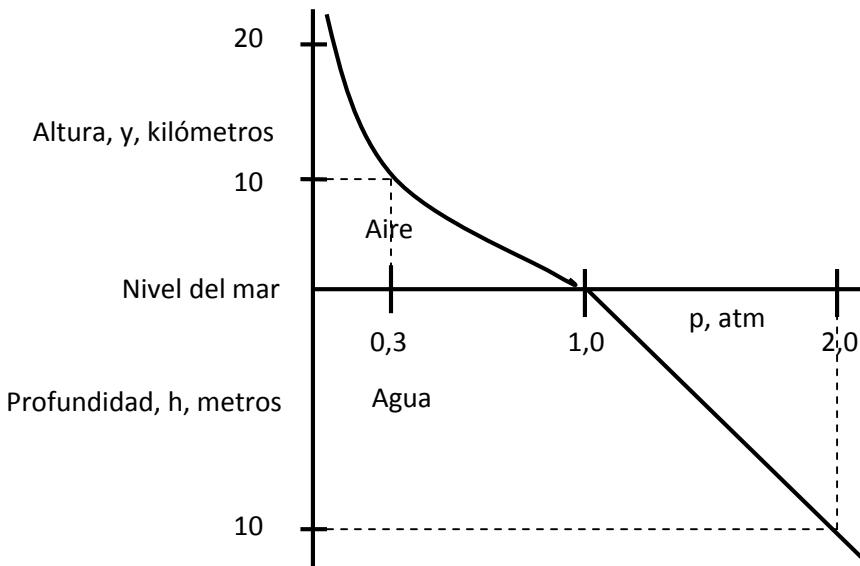
Donde: ΔF_{\perp} : Fuerza perpendicular a la superficie

Δs : tamaño de la superficie

Presión en un punto: $p = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\Delta F_{\perp} / \Delta s) = dF_{\perp} / ds$

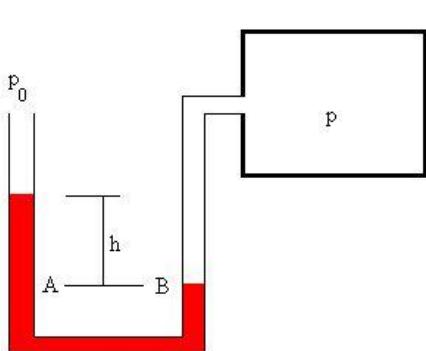
Unidades de presión: $\frac{\text{Unidad de fuerza}}{\text{Unidad de área}}$

Por ejemplo: dinas/cm², newton/m², libras-fuerza/pulgada², kilogramos-fuerza/m², etc
 DIAGRAMA ALTURA VS PRESIÓN EN ATM

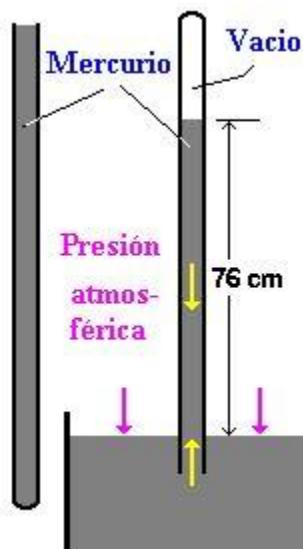


Variación de presión con la altura en el aire y la profundidad en el agua

MEDIDORES DE PRESIÓN



TUBO ABIERTO $p > p_0$
 El tubo esta abierto a la atmósfera de presión p_0 . Se utiliza para medir La presión p en el estanque a través de la diferencia de altura h .

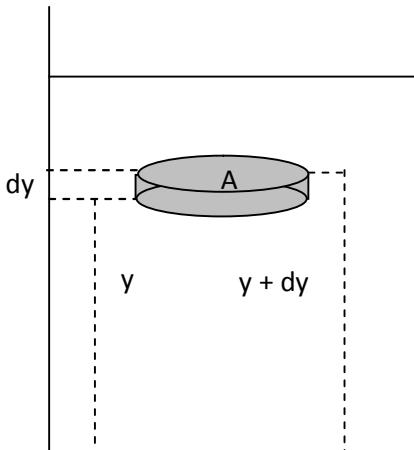


BAROMETRO

La presión atmosférica de 1 atmósfera presiona, el mercurio en la vasija y hace que parte de él suba por el tubo, a una altura de 76 cm, ya que en la parte superior hay vacío.

VARIACION DE LA PRESION EN UN FLUIDO EN REPOSO

Imagínese un elemento infinitesimal de fluido, en forma de moneda (ver figura). A es el área de la base y dy es el espesor $\rightarrow dV = A dy$ es el volumen encerrado y $dm = \rho dV = \rho A dy$ es la correspondiente masa encerrada.

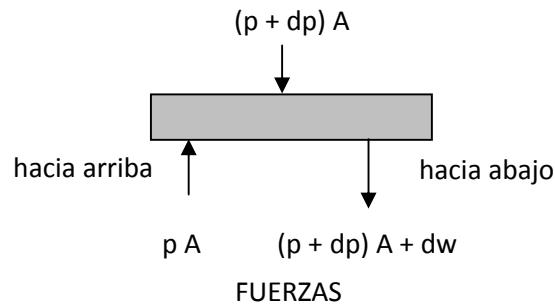
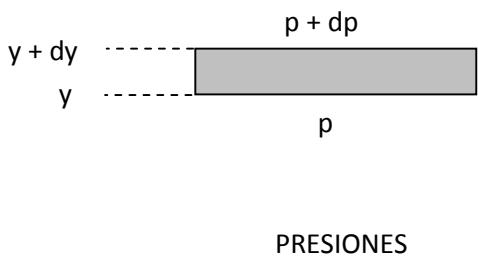


Las fuerzas ejercidas por el fluido sobre el volumen imaginario son perpendiculares a sus superficies. La sumatoria de las componentes verticales (y) y horizontales (x) de las fuerzas en cada punto son CERO ya que el fluido está en reposo.

$$dF_x = 0 \quad dF_y = 0$$

Las fuerzas horizontales son solo debidas a la PRESION del fluido

Las fuerzas verticales deben incluir el PESO dw del fluido sobre el punto en cuestión



Como hay EQUILIBRIO en cada punto se cumple en cada punto:

$$pA = (p + dp)A + dw$$

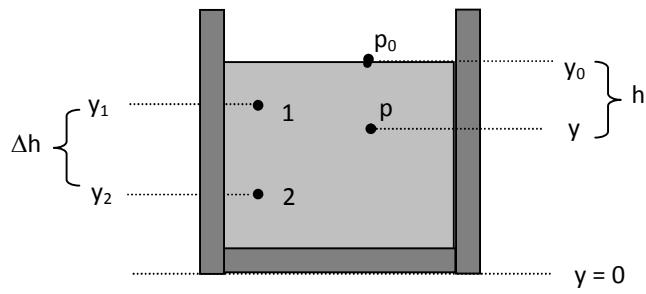
Desarrollando: $pA = pA + Adp + g \rho A dy \rightarrow dp = -g \rho dy \quad (dp < 0)$

$\rightarrow dp / dy = -g \dots$ (***) signo indica que cuando y crece p decrece

DIFERENCIA DE PRESIÓN ENTRE DOS PUNTOS EN UN FLUIDO

De la expresión: $dp/dy = -g$... integrando obtenemos:

$$\int_{p_2}^{p_1} dp = - \int_{y_2}^{y_1} g dy$$



CASO 1: LIQUIDOS

Como los líquidos son incompresibles, \rightarrow ... es constante.

Como g también es constante (si no hay cambios grandes en altura) se obtiene:

$$p_1 - p_2 = -g \Delta h \quad \rightarrow \quad p_1 - p_2 = -g(y_1 - y_2) \quad (\text{a iguales alturas iguales presiones})$$

o bien: $\rightarrow p_1 - p_2 = -gUh$

Si $p = p_2$, $y = y_2$ (para cualquier punto)

$$y \quad p_0 = p_1, \quad y_0 = y_1 \quad (\text{en la superficie}) \rightarrow p_0 - p = -g(y_0 - y)$$

$$p = p_0 + gh$$

donde p_0 podría ser la presión atmosférica, por ejemplo

CASO 2: GASES (ATMÓSFERA)

Los gases son compresibles. Entonces para la atmósfera podemos suponer que: $\frac{\rho}{p} = \text{constante}$ (la densidad es proporcional a la presión) esto es un MODELO de comportamiento para la atmósfera. También podemos escribir esto como: $\frac{\rho}{p} = \text{constante} = \frac{\rho_0}{p_0}$, donde ρ_0 y p_0 podrían ser la densidad y la presión del aire a nivel del mar.

Luego se puede escribir $\frac{\rho}{p} = \frac{\rho_0}{p_0}$

de (***) $d\rho = -\rho g dy$ o bien $d\rho = -(\rho_0/p_0) p g dy$

Reordenando se tiene: $d\rho/p = -g(\rho_0/p_0) dy$ (****)

donde $a = g(\rho_0/p_0)$ es el llamado **factor de escala** que es un valor conocido. Ya que, sabemos que $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho_0 = 1,20 \text{ kg/m}^3$ y $p_0 = 1,01 \times 10^5 \text{ Newton/m}^2$, entonces

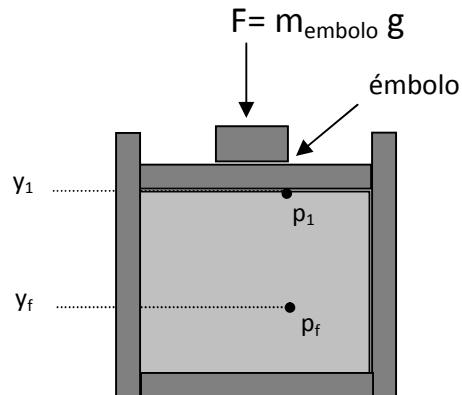
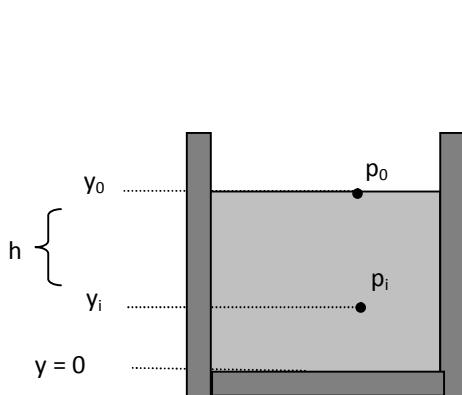
$$a = 1,16 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ o bien } 0,116 \text{ km}^{-1} \text{ o bien } H = 1/a = 8,62 \text{ km} \text{ (altura de escala)}$$

Integrando (****) entre altura y y el suelo $y_0=0$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -a \int_{y_0}^y dy, \Rightarrow \ln p \Big|_{p_0}^p = -a[y - y_0]$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -ay \Rightarrow \frac{p}{p_0} = e^{-ay} \Rightarrow p = p_0 e^{-ay} \Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{y}{H}}$$

PRINCIPIO DE PASCAL



$$p_1 = p_0 + Up \quad \text{Producida por } F$$

donde, $Up = F / A_{embolo}$ (A_{embolo} : Área)

$$p_i - p_0 = -g \underbrace{(y_i - y_0)}_{-h}$$

$$p_i = p_0 + ...g h$$

$$p_f - p_1 = -g \underbrace{(y_f - y_1)}_{-h}$$

$$p_f = p_1 + ...g h (*)$$

$$\text{Reemplazando } p_1 \text{ en } (*) \quad p_f = p_0 + Up + ...g h = p_0 + \underbrace{...g h + Up}_{p_i}$$

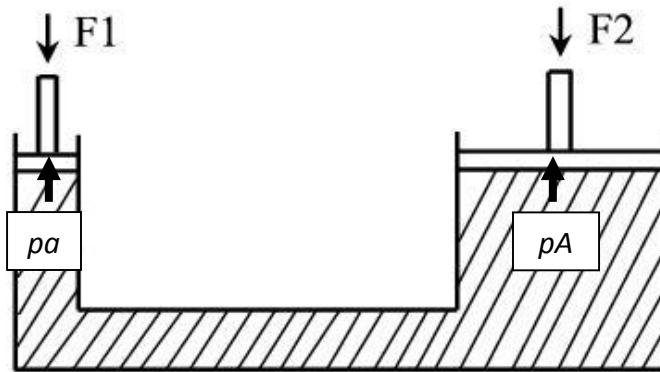
$$\therefore p_f = p_i + Up \quad \text{La presión } Up \text{ se propaga por todo el líquido sin cambio}$$

Principio de Pascal

“La presión aplicada a un fluido encerrado, se transmite sin disminución a cada punto del fluido y de las paredes del recipiente”

Aplicaciones

Prensa Hidráulica:



Sea p la presión en un fluido. Como hay EQUILIBRIO $\sum F_i = 0$

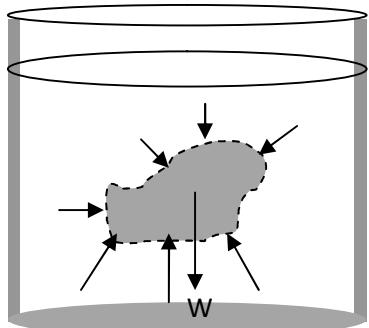
Si a es el área del embolo pequeño (izquierda) y A es el área del embolo grande (derecha)

$$F_1 - pa = 0 \quad y \quad F_2 - pA = 0, \text{ entonces} \quad F_1/a = p = F_2/A \quad \rightarrow \quad F_2 = (A/a) F_1$$

la fuerza F_1 se multiplica por un factor $A/a > 1$ generando la fuerza $F_2 > F_1$

PRINCIPIO DE ARQUIMIDES

Supongamos una porción de fluido en equilibrio limitada por una superficie imaginaria



Las fuerzas ejercidas por la presión sobre pequeños elementos de área son siempre perpendiculares a la superficie y dependen solo de la profundidad.

Como el fluido está en equilibrio la sumatoria de todas las fuerzas sobre cada punto de él debe ser cero.

Sabemos que el fluido tiene un PESO (W) que actúa sobre su centro de masa (CM). Como está en reposo, debe haber una fuerza que compense al peso y que actúe en sentido contrario.

Esa fuerza es el EMPUJE (E), el que es la resultante de la sumatoria de todas las fuerzas ejercidas por la presión sobre la superficie imaginaria y cuyo valor es igual al peso del fluido desplazado.

Si reemplazamos la porción de fluido por un cuerpo sólido de la misma forma, éste sentirá el MISMO empuje que la porción imaginaria de fluido, ya que las fuerzas no dependen del material del que está hecho el cuerpo.

Como el cuerpo, en general, no tendrá el mismo peso que el fluido desplazado, las fuerzas verticales estarán desbalanceadas.

Si el peso del cuerpo es MENOR que el del fluido desplazado, el cuerpo sale a flote. Si el peso es MAYOR que el del fluido, el cuerpo se sumerge. Si estas fuerzas son iguales, el cuerpo permanece sumergido y en reposo (o moviéndose a velocidad constante, hacia arriba o hacia abajo).

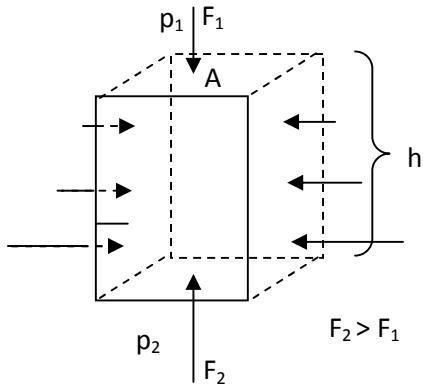
Principio de Arquímedes

“Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido, experimenta una fuerza de empuje hacia arriba, que es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo, y cuya línea de acción pasa por el centro de flotación (CF: centro de masa del fluido desplazado)”

Ejemplos:

Si $F_{NETA} = 0$, o sea, el cuerpo está en reposo $E - W = 0 \longrightarrow E = W$

SIGNIFICADO DE LAS FUERZAS DE EMPUJE (Lectura complementaria)



Supongamos un cuerpo rectangular de altura h y base A , sumergido en un fluido de densidad ρ_a .

Fuerzas ejercidas por la presión en el fluido sobre las paredes del cuerpo

Fuerzas laterales: Se anulan entre si, siempre hay una contraparte de igual magnitud y sentido contrario en la pared opuesta

Fuerzas verticales: como ellas dependen de la profundidad no se anulan entre la base superior e inferior del cuerpo

$$F_{\text{presión}} = \text{sumatoria de todas las fuerzas sobre las paredes del cuerpo}$$

$$= \text{Suma Fuerzas Verticales} + \text{Suma de fuerzas horizontales}$$

$$\text{Suma Fuerzas Verticales} = F_1 + F_2$$

$$F_1 = A p_1$$

$$F_2 = A p_2$$

Si definimos positivo hacia arriba:

$$F_{\text{presión}} = F_2 - F_1 = A p_2 - A p_1$$

$$F_{\text{presión}} = A (p_2 - p_1)$$

Pero se sabe que: $p_2 - p_1 = \rho_a g h$

$$F_{\text{presión}} = \rho_a g h A$$

$$V$$

V : volumen del cuerpo sólido;

$$F_{\text{presión}} = \rho_a V g = \text{Peso del fluido desplazado}$$

$$F_{\text{presión}} = \text{Empuje}$$

Fuerza total sobre el cuerpo:

$$F_{\text{tot}} = \text{Empuje} + \text{Peso del cuerpo}$$

$$\text{Peso cuerpo} = \rho_c V g$$

$$F_{\text{tot}} = \rho_a V g - \rho_c V g = (\rho_a - \rho_c) V g$$

ρ_a y ρ_c son las DENSIDADES MEDIAS del fluido y del cuerpo, respectivamente

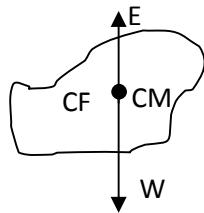
Si $\rho_a < \rho_c$ $F_{\text{tot}} < 0$ cuerpo se hunde

$\rho_a = \rho_c$ $F_{\text{tot}} = 0$ cuerpo permanece sumergido

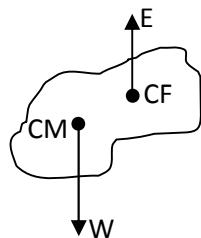
$\rho_a > \rho_c$ $F_{\text{tot}} > 0$ cuerpo flota

Ejemplos de la acción del peso y el empuje sobre cuerpos en un fluido

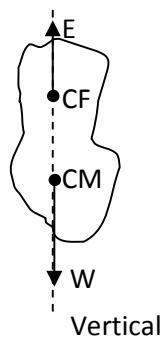
Cuerpo homogéneo: El peso (W) actúa desde el centro de masa (CM) del cuerpo; el empuje (E) actúa sobre el CM del fluido desplazado (Centro de Flotación, CF). En este caso (cuerpo homogéneo) ambos puntos CM y CF coinciden



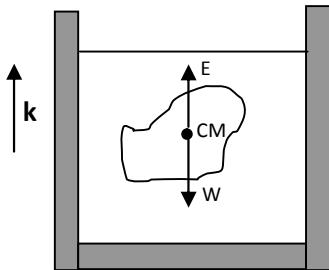
Cuerpo no homogéneo: El CM del cuerpo no coincide con el CF



Las fuerzas E y W forman un PAR DE FUERZAS que hace girar el cuerpo hasta que CF y CM estén sobre la línea vertical. Entonces el PAR cesa de actuar



Un cuerpo homogéneo totalmente sumergido



$$W = \rho_C V_C g \quad \text{Peso cuerpo}$$

$$E = \rho_F V_F g \quad \text{Empuje (peso del fluido desplazado)}$$

$$\mathbf{F}_{NETA} = \mathbf{E} + \mathbf{W} = E \mathbf{k} - W \mathbf{k} \quad (\text{vectores en negrita})$$

$$F_{NETA} = E - W \quad (\text{positivo hacia arriba})$$

$$F_{NETA} = \rho_F V_F g - \rho_C V_C g \quad \text{pero} \quad V_F = V_C \quad (\text{totalmente sumergido})$$

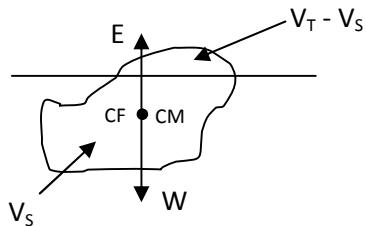
$$F_{NETA} = V_C g (\rho_F - \rho_C)$$

Caso 1 : Si $\rho_F = \rho_C \Rightarrow F_{NETA} = 0 \Rightarrow W = E$ (objeto en reposo o con V cte)

Caso 2 : Si $\rho_C < \rho_F \Rightarrow F_{NETA} > 0 \quad W < E$ (objeto acelera hacia arriba y flota)

Caso 3 : Si $\rho_C > \rho_F \Rightarrow F_{NETA} < 0 \quad W > E$ (objeto acelera hacia abajo y se va al fondo)

Un cuerpo homogéneo parcialmente sumergido



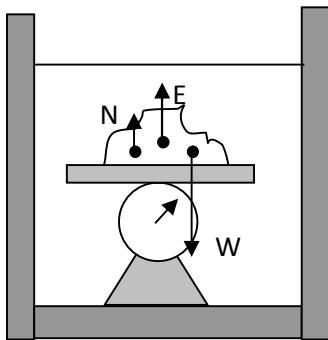
CM: Centro de masa del cuerpo
CF: Centro de flotación (CM del líquido desplazado)
V_T: Volumen total del cuerpo
V_S: Volumen sumergido

$$W = \rho_C V_T g \quad E = \rho_F V_S g \quad \Rightarrow \quad \rho_C V_T g = \rho_F V_S g$$

$$\Rightarrow V_S / V_T = \rho_C / \rho_F \quad (\text{Fracción de volumen sumergido})$$

$$V_S = V_T (\rho_C / \rho_F)$$

$$V_{Sobre} = V_T - V_S = V_T [1 - (\rho_C / \rho_F)]$$



Peso aparente (PA)

$$\text{Peso Aparente} = PA = W - E$$

$$PA = \dots_C Vg - \dots_F Vg$$

$PA = N$ donde N: Fuerza Normal (lo que marca la balanza)

$$N + E - W = 0 \text{ (cuerpo en reposo)}$$

$$N = W - E \implies N = \text{Peso Aparente}$$

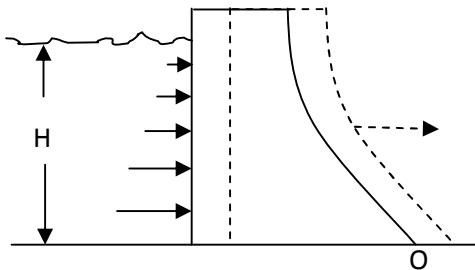
Calculo del peso verdadero de un objeto en balanza de precisión

The diagram illustrates the principle of buoyancy. On the left, a balance scale is shown with two weights: one labeled 'c' (cuerpo) and one labeled 'p' (pesa). The scale is balanced. Above the scale, a vertical cylinder represents a body submerged in air. Brackets below the cylinder group the terms $\dots_C V_C g$ and $\dots_A V_C g$ under the label 'PA cuerpo' (Pressure Force on the body), and group the terms $\dots_P V_P g$ and $\dots_A V_P g$ under the label 'PA pesa' (Pressure Force on the air). An arrow points from the right side of the equation to the right, with the text 'balanza equilibrada' (balanced scale) above it. Below the cylinder, the text '(el empuje, $\dots_A V g$, lo produce el aire)' (the push, $\dots_A V g$, is produced by the air) is written. At the bottom right, the equation 'Eliminando g y despejando V_C queda $V_C = V_P(\dots_P - \dots_A) / (\dots_C - \dots_A)$ ' is shown.

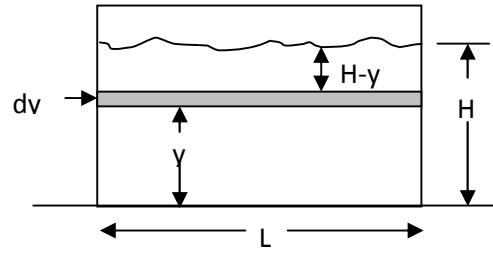
FUERZA CONTRA UN DIQUE

El agua produce dos efectos sobre el dique:

- a) La FUERZA resultante sobre el dique tiende a deslizarlo sobre la base
- b) El TORQUE resultante sobre el dique tiende a volcarlo alrededor del punto O



VISTA LATERAL DEL DIQUE



VISTA FRONTAL DEL DIQUE

Calculo de la FUERZA

Presión a la altura y : $p - p_0 = \dots g (H-y)$; $H-y$ es la profundidad.

Pero p_0 no tiene efecto neto ya que actúa por ambos lados del dique

Presión debida al agua $p = \dots g (H-y)$

Fuerza sobre la franja Ldy : $dF = pdA = \dots g (H-y) Ldy$

Fuerza Total

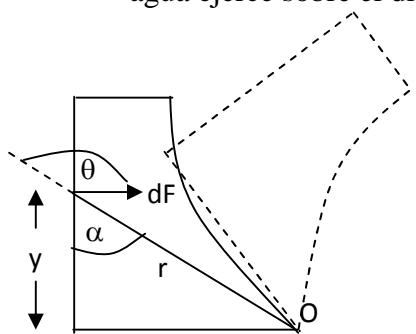
$$F = \int_0^H dF \Rightarrow F = \int_0^H \dots g(H-y)Ldy = \dots gHL \int_0^H dy - \dots gL \int_0^H ydy$$

$$F = \dots gH^2L - \dots gL \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^H \Rightarrow F = \frac{1}{2} \dots gLH^2$$

Fuerza total ejercida por el agua

Calculo del TORQUE

Se trata de encontrar el torque resultante producido por la sumatoria de fuerzas que el agua ejerce sobre el dique



$$d\tau = \vec{r} \times d\vec{F} = rdF \sin \alpha \quad (\text{hacia adentro}), \text{ pero } \alpha = 90^\circ + r \\ \Rightarrow d\tau = rdF \sin(90^\circ + r) = rdF \cos r \\ \text{pero } r \cos r = y \Rightarrow d\tau = ydF \quad (\text{hacia adentro}) \\ \text{Torque total} = \tau = \int_0^H d\tau$$



$$\tau = \int y \left(\dots g(H-y)L \right) dy = \dots gL \left[H \int_0^H y dy - \int_0^H y^2 dy \right] = \dots gL \left[\frac{H^3}{2} - \frac{H^3}{3} \right]$$

$$\boxed{\tau = \frac{\dots gLH^3}{6}}$$

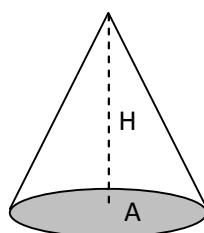
Torque total ejercido por el agua

Cálculo de \bar{H} : $F\bar{H} = \tau \Rightarrow \frac{1}{2} \dots gLH^2 \bar{H} = \frac{1}{6} \dots gLH^3 \Rightarrow \bar{H} = \frac{1}{3}H$; Donde \bar{H} : Altura del

punto de aplicación de la fuerza única F que se debe aplicar para que produzca el mismo torque que el que produce la sumatoria de las fuerzas producidas por el agua.

PROBLEMAS:

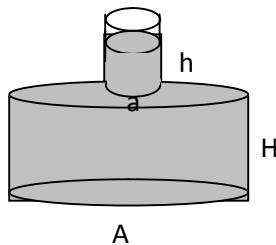
Calcular el peso del fluido y la fuerza contra el fondo de un líquido contenido en un estanque cónico de altura H y base A



$$\text{Volumen Cono} = (1/3) A H$$

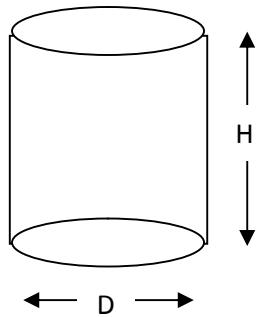
¿Qué pasa si el estanque es cilíndrico?

2) Calcular el peso del fluido y la fuerza contra el fondo de un líquido contenido en un estanque como el de la figura, de base inferior A y base superior a; y alturas correspondientes H y h, respectivamente



¿Qué pasa si $a = A$?

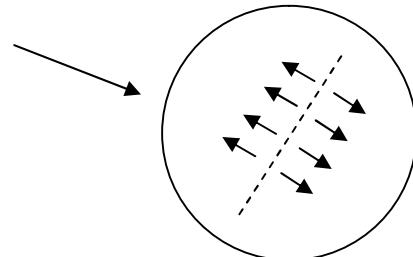
3) Calcular el peso del fluido, la fuerza contra el fondo y contra la pared de un líquido contenido en un estanque cilíndrico como el de la figura, de diámetro D de la base y altura H. ¿Cuándo las fuerzas sobre el fondo y sobre la pared serán iguales?



TENSION SUPERFICIAL

Si se traza una línea imaginaria cualquiera sobre la superficie de un líquido o una película de jabón, se tiene que:

La sustancia de un lado de la línea ejerce tracción sobre la del otro lado y vice-versa



Se define como TENSION SUPERFICIAL S:

$$S = \frac{\text{Fuerza Superficial}}{\text{Longitud sobre la que actúa}}$$

Por ejemplo: Un marco metálico con un lado móvil

Se requiere de una fuerza F para mantener estirada la Película jabonosa $\rightarrow S = \frac{F}{2L}$

La longitud sobre la que actúa la fuerza es $2L$ ya que la película tiene DOS caras

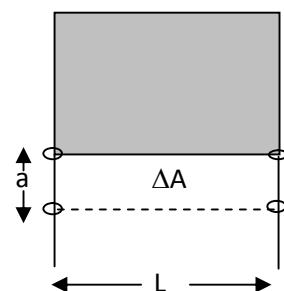
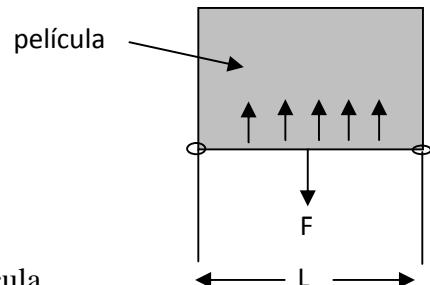
Otro enfoque para S es desde el punto de vista del Trabajo- Energía

Trabajo realizado para estirar la película = $W = Fa$

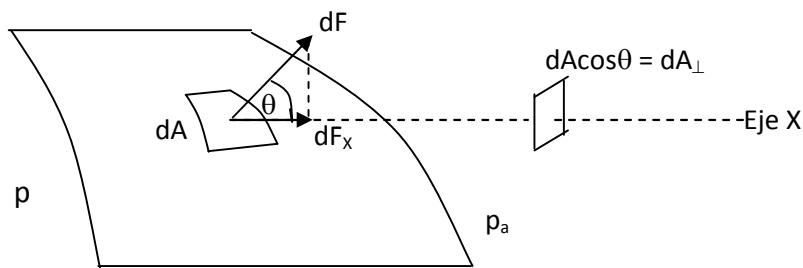
Cambio de área con estiramiento = $\Delta A = 2La$

$$\text{Haciendo } \frac{W}{\Delta A} = \frac{Fa}{2La} = \frac{F}{2L} = S (*)$$

Por lo tanto podemos considerar S como el TRABAJO por unidad de incremento de área, el que a su vez queda guardado como ENERGIA POTENCIAL por unidad de ΔA



DIFERENCIA DE PRESIONES ENTRE AMBAS CARAS DE UNA LAMINA LIQUIDA



dA_{\perp} : proyección de dA perpendicular a X

dA : elemento de superficie

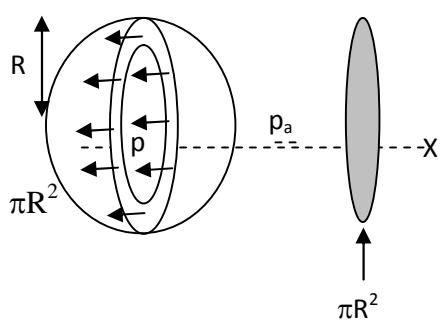
dF : Fuerza neta normal a dA

$$dF = (p - p_a) * dA$$

$$dF_x = (p - p_a) * dA * \cos\theta, \quad \text{pero } dA * \cos\theta = dA_{\perp}$$

BURBUJAS DE JABON

Media Burbuja



Fuerza hacia la derecha a lo largo de X producida por la diferencia de presión $(p - p_a)$

$$A_O = dA_O = fR^2$$

$$F_x = dF_x = (p - p_a) dA_O = (p - p_a) dA_O = (p - p_a)$$

Fuerza hacia la izquierda producida por la Tensión Superficial.

Si S es el perímetro del círculo $S = 2fR$ de área fR^2 , de (*), la fuerza es $2S \times 2fR$

Como hay reposo Fza. Izquierda = Fza. Derecha

$$2S 2fR = (p - p_a) fR^2 \implies (p - p_a) = 4S/R$$

¿Qué pasa con esta última expresión para una gota de fluido?

CAPILARIDAD

Suponga un recipiente de vidrio con un líquido. Existen tres interfaces que dividen los distintos estados de la materia que hay en el líquido y en el vidrio. Por ejemplo (ver figura 1) las interfaces , sólido-líquido entre el vidrio y el líquido, líquido-vapor entre el líquido y el vapor sobre el líquido y vapor-vidrio entre el vapor del líquido y el vidrio. Asociado a cada límite hay una **tensión superficial** , que son las siguientes S_{SL} , S_{LV} y S_{SV} , correspondientes a las interfaces y en el mismo orden dado arriba, y con las fuerzas que se muestran en la figura 1. En la figura tambien se muestra la fuerza de adherencia A de las laminas de interface al vidrio que permite que estas sean atraidas hacia este último. El angulo θ que se muestra es llamado **ángulo de contacto**, medido desde la superficie del sólido **dentro del líquido** hasta vector S_{LV} .

Los ángulos de contacto son diferentes para cada par líquido-vidrio. Las condiciones de equilibrio que se dan en estas situaciones son (ver figura de abajo):

$$\text{Fuerzas verticales: } \dot{\gamma}F_V = 0$$

$$\text{Fuerzas horizontales: } \dot{\gamma}F_H = 0,$$

$$\text{De las cuales se puede deducir } \dot{\gamma}F_V = -S_{LV} \cos \theta - S_{SL} + S_{SV} = 0$$

$$\dot{\gamma}F_H = S_{LV} \sin \theta - A = 0,$$

$$\text{De esta última se puede deducir la fuerza de adherencia: } A = S_{LV} \sin \theta$$

Si, $S_{SV} > S_{SL} > 0$ para θ entre 0° y 90° , se dice que el líquido “**moja**” al vidrio, (a) y (e) en la figura de abajo

Si, $S_{SV} < S_{SL} < 0$ para θ entre 90° y 180° , se dice que el líquido “**no moja**” al vidrio, (c) y (d) en la misma figura

Si, $S_{SV} = S_{SL} < 0$ para $\theta = 90^\circ$, (b) en la figura de abajo

Capilaridad: Elevación de un líquido en un tubo abierto de pequeña sección.

Si, $S_{SV} > S_{SL} > 0$ para θ entre 0° y 90° , líquido se eleva. Caso (f) y (a) en la figura.

Si, $S_{SV} < S_{SL} < 0$ para θ entre 90° y 180° , líquido desciende. Caso (g) y (c) en la figura

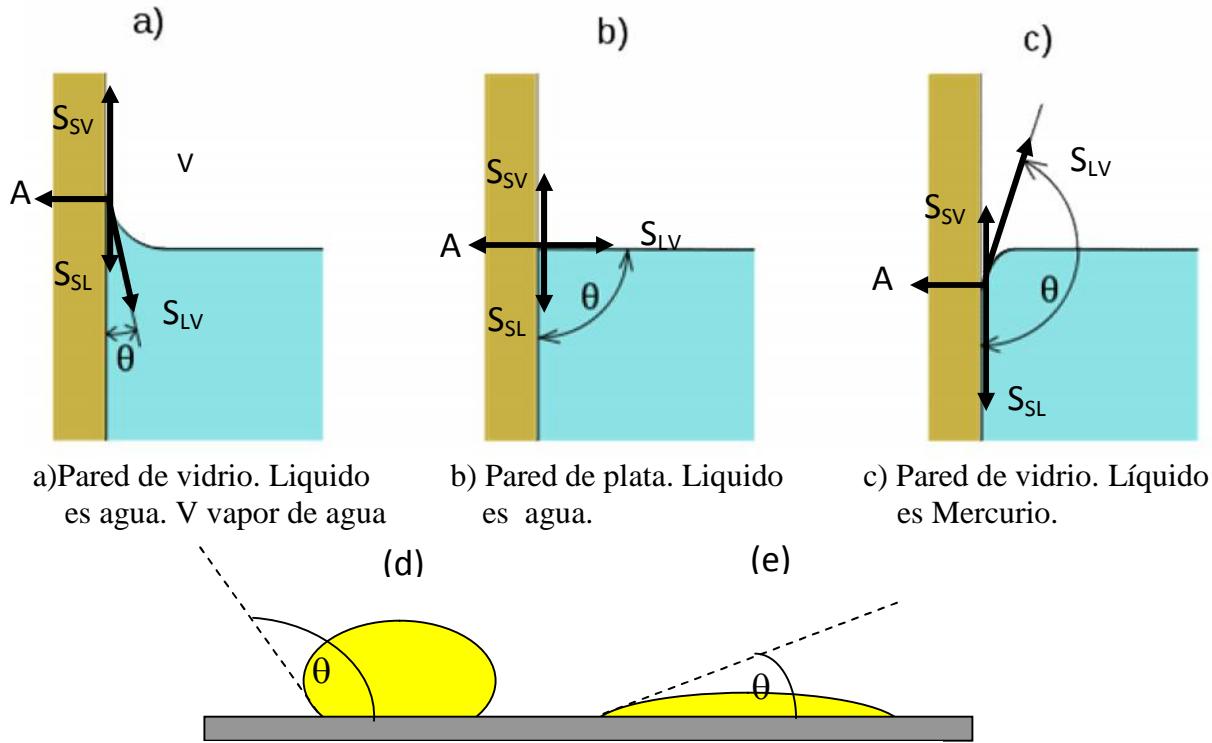
En la figura de abajo, la fuerza de tensión superficial hacia arriba o abajo es:

$$F = 2f r (S_{SV} - S_{SL})$$

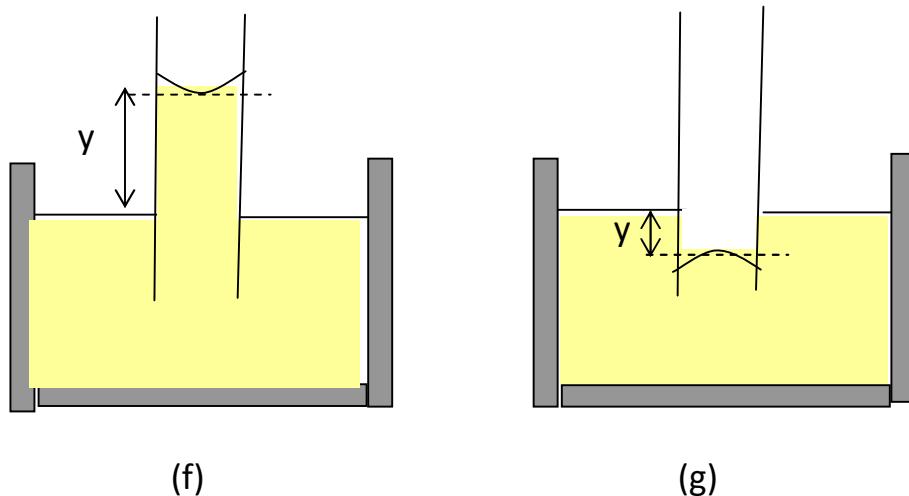
Donde $2f r$ es el perímetro líneal de contacto.

Si $S_{SV} > S_{SL}$ líquido se eleva, ya que $F > 0$. El líquido desciende si $S_{SV} < S_{SL}$ ya que $F < 0$.

Fuerza hacia abajo = Peso = $W = \rho g f r^2 y$ ($f r^2$ y, volumen del cilindro de líquido bajo el menisco). Cuando $F = W$ se establece el equilibrio y sucede lo que se muestra en la figuras (f) y (g):



Otra forma de visualizar el ángulo de contacto es colocar una gota de agua sobre parafina sólida: (d) gota agua pura (no moja); (e) gota de agua con detergente (moja)



Capilaridad positiva (f), para θ entre 0° y 90° . Capilaridad negativa (g), para θ entre 90° y 180°

II. DINAMICA DE FLUIDOS (HIDRODINÁMICA)

TIPOS DE REGIMENES QUE SE ESTUDIARAN

Para describir el movimiento de un fluido en un punto $P(x, y, z)$ y en un instante t se debe especificar:

DENSIDAD: $\rho(x, y, z, t)$
VELOCIDAD: $v(x, y, z, t)$

ESTACIONARIO: Cuando v en un punto P del espacio, por donde pasa el fluido, es CONSTANTE. Todo elemento de fluido que pasa por P tiene la MISMA velocidad v

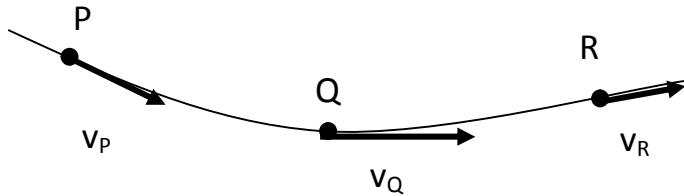
IRROTACIONAL: Cuando los elementos de fluido en cada punto no tienen VELOCIDAD ANGULAR NETA alrededor del punto (no se “hacan remolinos”)

INCOMPRESIBLE: Cuando la densidad ρ no depende de la posición ni del tiempo

NO VISCOSO: Cuando no existe roce entre elementos del fluido. No hay disipación de energía. El régimen opuesto es el **REGIMEN VISCOSO**.

TUBOS DE FLUJO Y ECUACION DE CONTINUIDAD

LINEAS DE FLUJO: Trayectoria que siguen todos los elementos de fluido que pasan por un MISMO punto $P(x, y, z)$



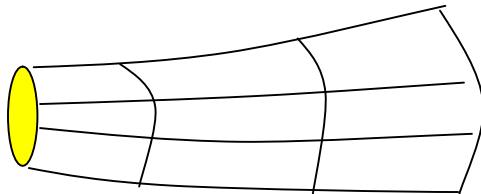
Los vectores velocidad de las partículas de fluido en cada punto, son TANGENTES a la línea de flujo en ese punto

En un régimen estacionario las líneas de flujo NO SE PUEDEN cruzar ni variar en el tiempo.

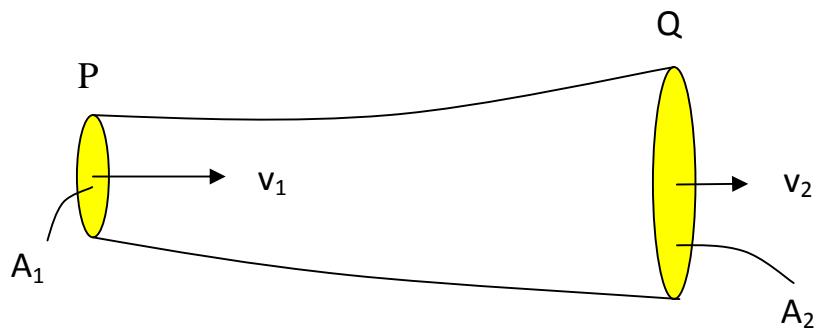
TUBOS DE FLUJO

Un conjunto de líneas de flujo definen una región tubular llamada TUBO DE FLUJO.

El fluido NO PUEDE cruzar los bordes de un tubo de flujo. El tubo actúa como una cañería de la misma forma que el tubo. El fluido que entra por un extremo del tubo, debe salir por el otro.



ECUACION DE CONTINUIDAD



La masa que cruza el punto P en el tiempo Δt esta dada por:

$$\Delta m_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$$

El caudal instantáneo en P y Q (masa que cruza P y Q por unidad de tiempo) es:

$$\text{En P : } dm_1/dt = \rho_1 A_1 v_1 = \rho_1 A_1 dx/dt$$

$$\text{En Q : } dm_2/dt = \rho_2 A_2 v_2 = \rho_2 A_2 dx/dt$$

Como no hay sumideros ni fuentes de masa, la masa que entra por P debe salir por Q, luego:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \quad \text{o bien} \quad \boxed{\rho A v = \text{Constante}} \quad \text{en cualquier punto del tubo}$$

Esta es la ECUACION DE CONTINUIDAD.

Además, si el fluido es INCOMPRESIBLE $\rho_1 = \rho_2 \rightarrow \rho A v = \text{Constante}$

TEOREMA DE BERNOUILLI

Es la ecuación fundamental de la mecánica de fluidos.

Supongamos un fluido no viscoso, incompresible en un régimen estacionario moviéndose en un tubo de flujo, como se ve en la figura. El fluido se mueve hacia la derecha una distancia Δl_1 en el extremo izquierdo y una distancia Δl_2 en el derecho.

El trabajo W hecho SOBRE el sistema por la fuerza resultante será:

- 1) Trabajo hecho por la fuerza $p_1 A_1$ es $p_1 A_1 \Delta l_1$
- 2) Trabajo hecho por la fuerza $p_2 A_2$ es $- p_2 A_2 \Delta l_2$
- 3) Trabajo hecho por la gravedad es $- m g (y_2 - y_1)$

(los trabajos negativos son en los que el desplazamiento se opone a la fuerza)

$$4) W = p_1 A_1 \Delta l_1 - p_2 A_2 \Delta l_2 - m g (y_2 - y_1)$$

Pero $A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2 =$ Volumen de fluido desplazado $= m / \rho$

$$\rightarrow W = (p_1 - p_2) m / \rho - m g (y_2 - y_1)$$

El cambio de Energía Cinética del elemento de fluido es:

$$\Delta K = (m v_2^2 - m v_1^2) / 2$$

De acuerdo al Teorema Trabajo-Energía “el trabajo hecho por la fuerza resultante es igual al cambio de energía cinética en un sistema”

$$\rightarrow W = \Delta K$$

$$\rightarrow (p_1 - p_2) m / \rho - m g (y_2 - y_1) = (m v_2^2 - m v_1^2) / 2 / \rho$$

$$p_1 - p_2 - \rho g y_2 + \rho g y_1 = \rho v_2^2 / 2 - \rho v_1^2 / 2$$

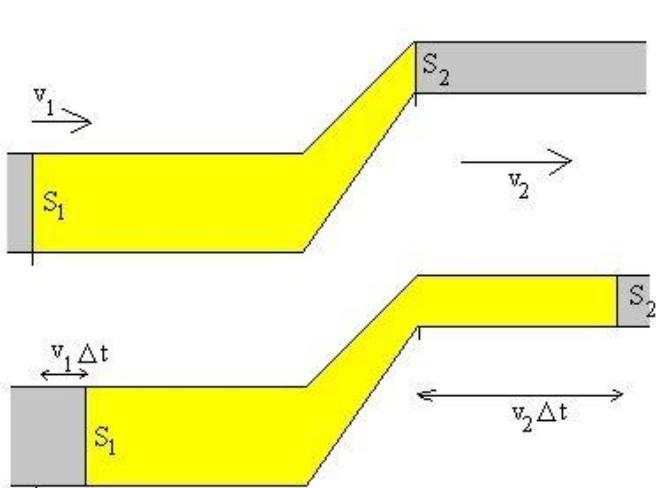
$$p_1 + \rho g y_1 + \rho v_1^2 / 2 = p_2 + \rho g y_2 + \rho v_2^2 / 2$$

o bien

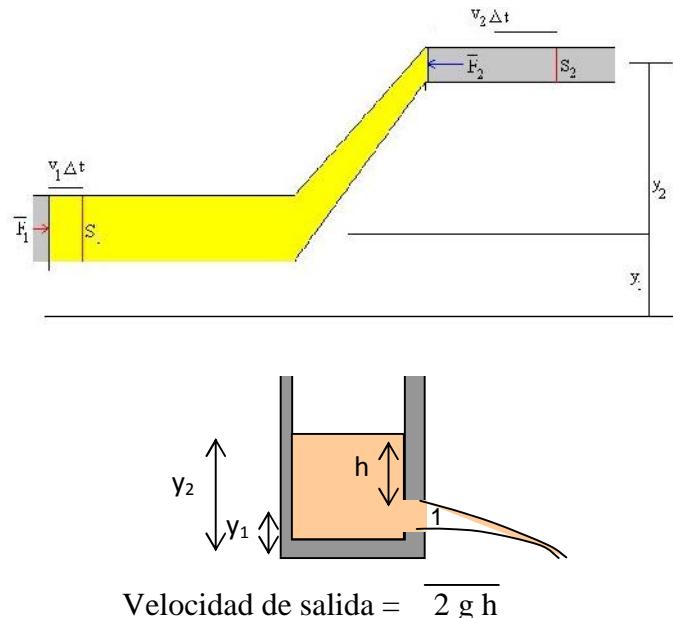
$$p + \rho g y + \rho v^2 / 2 = \text{constante}$$

Ecuación de Bernoulli : Válida dentro de UN tubo de flujo.

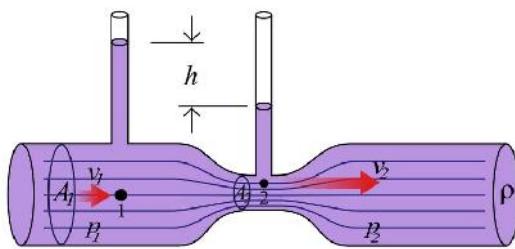
$$\text{Si } v_1 = v_2 = 0 \quad p_1 - p_2 = -\rho g (y_1 - y_2)$$



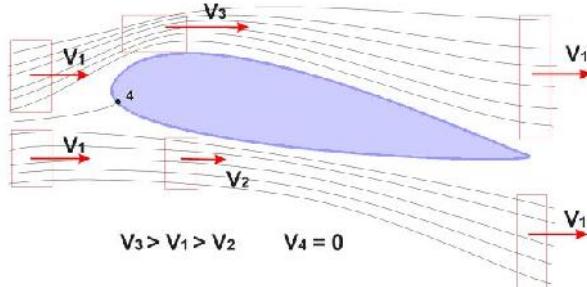
Deducción de Teorema de Bernouilli



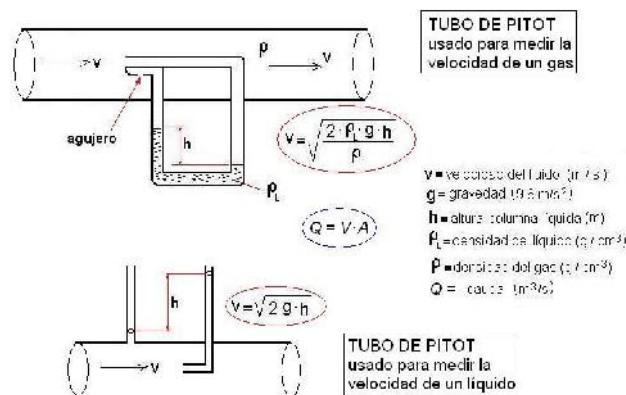
$$\text{Velocidad de salida} = \sqrt{2 g h}$$



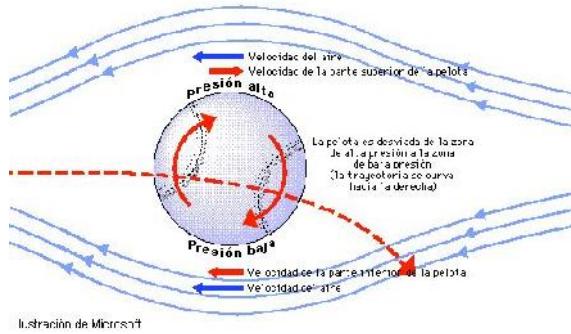
Contador de Venturi.
Mide velocidad de líquidos



Ala de avión. Velocidad v_3 mayor que v_2



Tubo de Pitot. Mide velocidad de gases



El giro de la pelota aumenta la velocidad abajo (menor presión) con respecto a la de arriba

Teorema de Torricelli

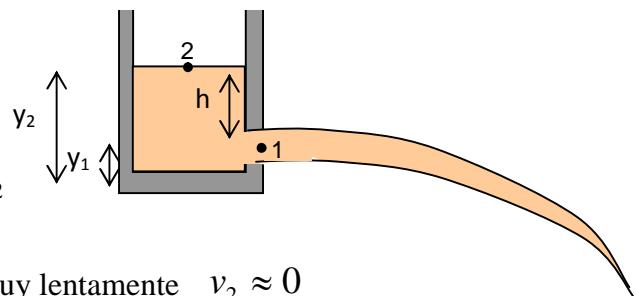
Supongamos un recipiente, abierto a la atmósfera y con líquido, al que se le hace un orificio a una profundidad $h = y_2 - y_1$

$$p_1 = p_2 = p_0 \text{ (presión atmosférica)}$$

Aplicando el Teo. de Bernouilli:

$$p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1$$

Si el nivel del líquido, en el recipiente, baja muy lentamente $v_2 \approx 0$



$$\therefore \rho g y_2 = \rho g y_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} \Rightarrow v_1^2 = 2g(y_2 - y_1) = 2gh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$$

donde v_1 es la velocidad de salida del agua por el orificio

Condiciones en que el Teorema de Torricelli se cumple:

- 1) $v_2 \approx 0$
- 2) $p_1 = p_2$ (cualquiera sea la presión externa)

Caudal de Volumen: Volumen de fluido por unidad de tiempo.

En este caso el caudal es $Q = Av$, donde A : área del orificio; v : velocidad de salida.

Debido al aumento de velocidad del chorro al caer (en caída libre), su sección disminuye hacia abajo (¿por qué?). El área de sección mínima es $\approx 0.65A$. O sea el 65% del área A .

Contador de Venturi

Como el tubo es horizontal (ver página anterior con figuras) $y_1 = y_2 = 0$, los términos con y en la ecuación original desaparecen (se cancelan)

del Teo. de Bernouilli : $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (*)$

Como $v_2 > v_1 \quad \longrightarrow \quad p_2 < p_1$

A su vez, en los tubos verticales se tiene: $p_1 - p_2 = \rho g h$ (demuéstrelo)

Por otro lado de (*) se tiene $p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$

Igualando ambas relaciones:

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow v_1^2 = 2gh - v_2^2 \quad \text{pero} \quad v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \Rightarrow v_1^2 = 2gh - \left(\frac{A_1}{A_2} v_1 \right)^2$$

factorizando $v_1^2 \left(1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right) = 2gh \Rightarrow$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}}$$

Expresión para la velocidad del líquido en el tubo
Tubo de Pitot

Aplicando Bernoulli a puntos a y b: $p_a + \frac{1}{2} \rho v_a^2 = p_b + \frac{1}{2} \rho v_b^2$

Pero $v_b \approx 0$ ya que es un punto de “estancamiento”

$\therefore p_b - p_a = \frac{1}{2} \rho v_a^2$, pero también se tiene que: $p_b - p_a = \rho g h$ entonces

$$\therefore \rho g h = \frac{1}{2} \rho v_a^2 \Rightarrow v_a = \sqrt{\frac{2 \rho g h}{\rho}}$$

Expresión para la velocidad del gas de densidad ρ
en el tubo

PROBLEMAS DE FLUIDOS

- 1) El tubo representado en la figura 1 de abajo, tiene una sección transversal de 36 cm^2 en las partes anchas y de 9 cm^2 en el estrechamiento. Cada 7 segundos salen del tubo 27 litros de agua. Calcule:
- las velocidades en las partes anchas y en la parte estrecha del tubo
 - la diferencia de presiones entre estas partes
 - la diferencia de alturas h entre las columnas de mercurio del tubo en U
- 2) La figura 2 muestra un corte transversal de un dique de concreto cuya longitud perpendicular a la página es de 30 metros. La profundidad del agua detrás del dique es de 10 metros. La densidad del concreto es 3000 kg/m^3
- Encuentre X si el peso del dique debe ser 10 veces la fuerza horizontal ejercida por el agua
 - ¿De qué manera influye el tamaño del embalse detrás del dique?

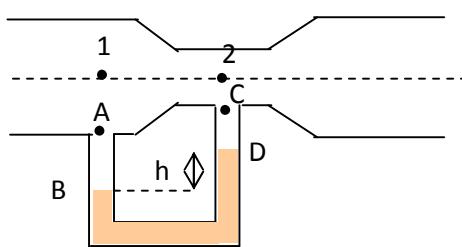


Fig. 1

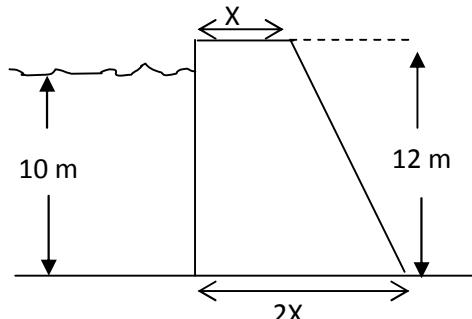
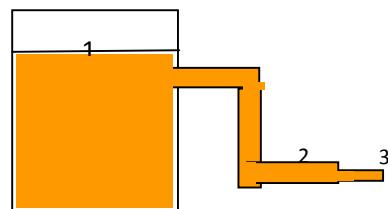


Fig. 2

- 3) Problema 14-11 (Sears-Zemansky). Los aeroplanos modernos requieren una sustentación (= diferencia de presión entre la cara superior y la inferior del ala) de unos 100 kg-f/m^2 sobre la superficie del ala. Supongamos que el aire pasa sobre la superficie superior del ala con un movimiento estacionario. Si la velocidad del aire que pasa por la cara inferior del ala es de 90 m/s, calcule la velocidad requerida sobre la cara superior para producir la sustentación requerida.

- 4) Problema 13-13 (Modificado del Sears, Zemansky y Young) El agua fluye en forma continua de un estanque a través de un tubo. El estanque está tapado herméticamente y con una presión interior de 2 atm. La elevación del punto 1 es 10m; del punto 2 y 3 es de 1 m. La sección transversal del punto 2 es de $0,04 \text{ m}^2$ y del punto 3 es $0,02 \text{ m}^2$. El área del estanque es muy grande comparada con la sección transversal del tubo. Calcule:

- la presión manométrica en el punto 2
- la velocidad de descarga (caudal de volumen) en m^3 / s .



PROBLEMAS DE MECANICA DE FLUIDOS

ESTÁTICA DE FLUIDOS

PRINCIPIO DE ARQUIMIDES Y PASCAL

- 1) Una esfera hueca de aluminio (densidad = 2,70 gr/cm³) flota en el agua con un 90% de su volumen sumergido (ver Fig 1). Si el volumen exterior de la esfera es de 600 cm³, determine el grosor Ur de la pared de la esfera, en centímetros. Desprecie el empuje del aire y el peso del aire en el interior de la esfera.
- 2) Dos esferas, A y B, de igual radio pero de distinto material, están unidas con pegamento y flotan en un recipiente que contiene agua y aceite. La esfera A está totalmente sumergida en el aceite y la esfera B flota con un 40 % de su volumen en aceite y el resto en agua. Cuando se disuelve el pegamento, la esfera A sube a la superficie y queda un 40 % de ella fuera del aceite.
- Dibuje los esquemas que muestren ambas situaciones.
 - Calcule la densidad de la esfera A y de la esfera B, en kg/m³
 - Indique cual es la situación final de la esfera B y fundamente su respuesta.
- 3) Una barra uniforme AB de 3,00 m de longitud y de masa 15,0 kg, está sujetada desde el extremo B por una cuerda. Como lo muestra la figura 4, la barra flota en forma vertical con la mitad de su longitud sumergida en el agua.
- Represente en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre la barra e indique, sobre el esquema, en que punto de la barra están actuando.
- Si la tensión de la cuerda es $4/3$ del empuje, calcule:
- El empuje del agua sobre la barra y la tensión de la cuerda, expresar en dinas.
 - El volumen total de la barra en cm³.
 - La sección transversal de la barra, en cm².
 - La densidad de la barra, en g/cm³.
 - La tensión de la cuerda, en dinas, si sobre el agua se vierte una capa de aceite, de densidad 0,75 g/cm³, de 20 cm de altura.
- 4) De acuerdo a la situación y datos que se muestran en la figura 5, determinar la presión manométrica, en Pascal, entre los puntos A y B.
- 5) Una esfera hueca de radio interior 9,0 cm y radio exterior 10,0 cm flota en un líquido de densidad 0,8 g/cm³ quedando la mitad de su volumen fuera del líquido. Si se desprecia el peso del aire en el interior de la esfera y el empuje del aire sobre ésta,
- calcule la densidad del material que forma la esfera
 - encuentre la densidad de un líquido en el cual la esfera hueca pudiera permanecer en reposo cuando está totalmente sumergida
 - si se quisiera mantener $2/3$ de la esfera fuera del primer líquido (densidad = 0,8 g/cm³) colgándola de un dinamómetro, encuentre lo que marcaría el dinamómetro.
- 6) Un densímetro se compone de una ampolla esférica y una varilla cilíndrica de sección transversal 0,4 cm². El volumen total de la ampolla y de la varilla es de 13,2 cm³. Cuando se sumerge en el agua el densímetro flota con 8,0 cm de la varilla fuera de la superficie del agua. En alcohol, queda 1,0 cm de la varilla fuera del agua. Calcule:
- la densidad del alcohol, en g/cm³.
 - la densidad de un líquido en el cual el densímetro quede totalmente sumergido, en g/cm³.

- 7) Considere un globo esférico, de radio $r = 2,3$ metros, lleno de Helio ($\rho_{\text{He}} = 0,18 \text{ kg/m}^3$).
- Suponga que el globo se encuentra en el fondo de un lago profundo, verifique que la masa de la carga máxima que el globo podría elevar desde el fondo del lago, a velocidad constante, es de **50956 kg** más el peso del helio en el globo (si se desprecia el empuje del agua sobre la carga)
 - Si la carga que se desea elevar desde el fondo del lago es una roca de densidad 3000 kg/m^3 y con una masa como la dada en (a), calcule el empuje del agua sobre la carga.
 - Dibuje las fuerzas que actúan sobre el globo y sobre la carga (en forma separada), una vez que el globo llega a la superficie del agua quedando parcialmente sumergido (ver la figura 6). (**Ayuda:** no olvide la tensión de la cuerda que sujeta la carga).
 - Calcule el porcentaje del volumen del globo que queda sumergido una vez que éste sale a la superficie del agua. Su respuesta debe basarse en las respuestas a las preguntas (b) y (c), la masa de la carga dada en (a) y la masa del gas contenido en el globo.
- 8) En una prensa hidráulica rellena con aceite (densidad $0,8 \text{ g/cm}^3$), los pistones en ambos lados son de aluminio (densidad $2,7 \text{ g/cm}^3$), tienen un espesor de 20 cm y su altura sobre el suelo es de 2 m. El diámetro del primer cilindro es de 3 m y el del segundo cilindro es 1,5 m.
- Dibuje un esquema de la prensa indicando todos los valores de longitud dados en el enunciado.
 - calcule la presión que ejerce cada pistón sobre el aceite.
 - Calcule la fuerza que debe ejercerse sobre el segundo pistón para equilibrar una carga de 1000 kg que descansa en el primer pistón.
 - Ahora se saca la carga y se cambia el primer pistón por otro de cobre (densidad $8,9 \text{ g/cm}^3$) de las mismas dimensiones. Calcule hasta qué altura sobre el suelo sube el segundo pistón para llegar al equilibrio.
- 9) Se requiere una fuerza de 200 N para mantener un bloque de madera totalmente sumergido en agua y una de 67 N para producir el mismo efecto pero en aceite.
- Si el volumen del bloque es de $0,085 \text{ m}^3$, encuentre la densidad del aceite.
 - Si no se aplica fuerza sobre el bloque, calcule el porcentaje de su volumen que permanece sumergido en el aceite.
- 10) Un vaso lleno parcialmente de agua que pesa 15,00 gramos-fuerza se encuentra sobre una mesa. Se coloca en el agua del vaso un trozo de madera de densidad $0,80 \text{ gr/cm}^3$ y de $3,0 \text{ cm}^3$ de volumen.
- En dos diagramas dibujar, respectivamente, las fuerzas que actúan sobre el trozo de madera y sobre el vaso con el trozo adentro. Claramente identifique todos los componentes de su dibujo.
 - Calcule la fuerza normal, en gramos-fuerza y en newton, que ejerce la mesa sobre el vaso cuando el trozo de madera se encuentra en el agua.
 - ¿Quedará el trozo de madera parcial o totalmente sumergido?. Justifique. Si su respuesta es la primera opción, encuentre el volumen, en cm³, del trozo de madera que queda bajo el agua.¿ A qué porcentaje del volumen total.correspondería este valor?.
 - ¿Cómo cambiaría su respuesta a la pregunta (c) si el trozo de madera tuviera una densidad de $1,10 \text{ gr/cm}^3$? Justifique.
- 11) Un globo se llena con **100 cm³** de mercurio ($\rho_{\text{Hg}} = 1,36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$) y a continuación se llena con He ($\rho_{\text{He}} = 0,178 \text{ kg/m}^3$) hasta que la mitad del globo sobresale del agua, como se ve en la figura 7. Si se desprecia el peso del material con que está hecho el globo:
- Encuentre el radio del globo.
 - Si se desea mantener 1/3 del volumen del globo fuera del agua , encuentre qué fuerza es necesario aplicar al globo.
 - Si el globo se saca completamente del agua y se cuelga de un dinamómetro, encuentre el valor que marcará el dinamómetro ($\rho_{\text{aire}} = 1,3 \text{ kg/m}^3$).

VARIACION DE PRESION EN UN FLUIDO, FUERZA SOBRE PAREDES Y VASOS COMUNICANTES

12) El depósito de la figura 2 contiene alcohol (densidad = 0,806 gr/cm³). Si el estanque izquierdo es cerrado y tiene una sección transversal de 5 m² y el derecho está abierto a la atmósfera y su sección es de 15 m², calcule:

- El volumen total de alcohol, en m³, contenido en el depósito (no considere el alcohol en el tubo que une los estanques).
- La altura en metros, que tendrá el alcohol a cada lado del depósito, cuando alcance el equilibrio después de abrir la llave de paso P.

13) Un estanque cilíndrico de 1,00 m de diámetro y de 500 litros de capacidad, se encuentra lleno de agua hasta el borde superior. Deduzca la expresión para la fuerza total ejercida por el agua sobre la pared del estanque y calcule su valor en Newton y en kg-fuerza. La expresión para la fuerza debe darse en función del largo L y el alto H de la pared del estanque.

14) Consideré un dique de pared inclinada, como lo muestra el corte lateral en la figura 3, con un ángulo de inclinación de 30° respecto a la horizontal y de largo L = 30 m (perpendicular al plano de la página).

Sabiendo que el agua llega a una altura H = 10 m, encuentre la expresión para fuerza total ejercida por el agua en la pared inclinada del dique en función de los parámetros dados y calcule su valor en Newton.

15) La altura a la cual la presión de la atmósfera es $p=p_0/e$, donde p_0 es la presión al nivel del mar, se llama altura de escala (H) de la atmósfera. Recuerde que la presión atmosférica a una altura y está dada por $p = p_0 e^{-g(p_0/p_0)y}$, donde ρ_0 es la densidad del aire a nivel del mar.

- encuentre el valor de H medida desde el nivel del mar
- encuentre la altura que tendría la atmósfera si ésta fuese de densidad constante igual a la densidad a nivel del mar y si ejerciera la misma presión a nivel del mar que la atmósfera real. Compare su resultado con H calculado en (a)
- calcule la altura a que llegaría la columna de agua en un barómetro de agua a la presión normal a nivel del mar

16) Una piscina tiene dimensiones **largo x ancho x alto** = 25 x 10 x 2,5 m³. Si cuando se llena con agua un barómetro marca una presión atmosférica de 75 cm de mercurio, encuentre:

- la fuerza que ejerce el agua sobre el fondo de la piscina, en newton.
- la fuerza que ejerce el agua sobre la pared mas corta de la piscina, en newton.
- la fuerza que ejerce el agua sobre la pared mas larga de la piscina, en newton.
- la altura desde el fondo, en m, a la que debería aplicarse la fuerza resultante para que produzca un efecto de rotación equivalente al de las fuerzas de presión.

DINÁMICA DE FLUIDOS

17) La figura 8 muestra un esquema de un aspirador, un aparato que puede utilizarse para conseguir un vacío parcial en un recipiente conectado al tubo vertical en B. El agua que pasa por el tubo ABC sale a la atmósfera por el tubo C. Supongamos que el diámetro en A es 2,0 cm. Si el caudal que pasa por el tubo ABC es de 0,5 litros/segundo y la presión MANOMETRICA en A es de 0,187 atm, encuentre el diámetro, en centímetros, del estrechamiento en B necesario para conseguir una presión de 0,1 atm en el recipiente

18) La figura 9 muestra un depósito cilíndrico cerrado, con aire comprimido a una presión manométrica de 0,01 atm y que tiene una altura de 1 m y un diámetro de 60 cm. En la parte inferior de la pared lateral del depósito se practica un orificio circular de área 1 cm². Se hace entrar agua por un tubo colocado en la parte superior del depósito a razón de 0,25 litro/s .

- a) Calcule la altura que alcanza el agua en el depósito, en metros.
 - b) Si el depósito se encuentra a 1,2 m de altura respecto al suelo, calcule a qué distancia X sobre el suelo, medida en metros desde el pie de la pared lateral del depósito, habrá que colocar un recipiente para recibir el agua que sale del orificio.
 - c) Calcule la cantidad de agua en m^3 que se acumula en el recipiente durante 0,2 minutos.
- 19) Considere el manómetro de mercurio que se muestra en la figura 10 adosado a una tubería por la que circula agua. Los números en metros indican la altura respecto al suelo y los que se dan en cm, el diámetro de la tubería. Calcule :
- a) la velocidad del agua en los puntos A y B
 - b) el volumen de agua que circula en cada segundo por la tubería.
 - c) el alcance que tiene el chorro de agua que sale por el punto C al tocar el suelo (nivel 0,0 m)

20) Bolivia quiere embarcar petróleo en los puertos del Pacífico, para lo cual lo enviaría por un tubo a través de la cordillera. Arica está muy interesada en que el puerto elegido sea el nuestro.

Supongamos que uno de los depósitos en Bolivia de diámetro $d_1 = 15\text{ m}$, está a 4000 m de altura sobre el nivel del mar y el petróleo va por el conducto de diámetro constante $d_2 = 15\text{ cm}$ y se vacía en un estanque igual al de Bolivia. Los estanques están abiertos a la atmósfera.

- Algunas de las preguntas que uno se podría hacer son:
- A) ¿Con qué velocidad viaja por el tubo y llega el petróleo a Arica, en km/hr. .
 - B) ¿Cuál es el caudal del petróleo?.
 - C); ¿Cuánto tiempo se demora en llenar el estanque en Arica, si suponemos que el estanque en Bolivia conserva siempre su nivel (o sea se está rellenando continuamente)?.

- Para lo cual se supone lo siguiente:
- i) Nivel constante (sistema estacionario)
 - ii) La diferencia de la presión atmosférica entre 0 m y 20 m es despreciable.
 - iii) Velocidad cero del petróleo en la superficie libre del estanque de Bolivia
 - iv) La presión atmosférica en Arica es $p_A = 1,013 \times 10^5\text{ Pa}$
 - v) No hay perdidas de energía por roce y otras causas.

Observación: Estas supuestos son una manera de simplificar el problema y poder tener algunas respuestas para la situación problemática, dada.

21) En un estanque abierto de gran diámetro cae agua de una manguera a razón de $10^{-4}\text{ m}^3/\text{s}$, pero al mismo tiempo se escurre el agua del estanque por un orificio de sección transversal igual a $1,0\text{ cm}^2$ en la base del estanque. Encuentre la altura máxima a que puede llegar el agua en el estanque. 22) La figura 11 ilustra un medidor de Venturi o venturímetro, que consiste en una sección tubular de área o sección transversal a_1 con una garganta de área o sección transversal a_2 . Se conecta a un conducto de gas o líquido que fluye a una velocidad v_1 , por determinar. Un pequeño orificio en la garganta se conecta a un medidor de presión que en la figura se indica como un manómetro de líquido de tubo en U. Con tal manómetro se mide la diferencia de presión $P_1 - P_2$.

- a) Determine la ecuación que relaciona la velocidad de flujo v_1 , que se desea medir con las áreas conocidas a_1 y a_2 , y la diferencia $P_1 - P_2$.
- b) Calcule la velocidad, en la garganta, de una corriente de aire de densidad $1.293 \times 10^{-5}\text{ gr/cm}^3$ para el caso en que el área de entrada es $a_1=100\text{ cm}^2$, el área de la garganta es $a_2=10\text{ cm}^2$ y el desnivel h medido en el manómetro de mercurio (de densidad 13.6 gr/cm^3) es de 25 cm.

PREGUNTAS

- a) Cuando el agua sale de una llave en forma vertical el chorro se estrecha al caer el agua. Explique porqué
- b) Sobre el agua de un vaso flotan unos cubos de hielo. Explique lo que ocurre con el nivel del agua al fundirse totalmente el hielo.

- c) El tablero de una mesa de juego mide $80 \times 80 \text{ cm}^2$ encuentre la fuerza, en kg-fuerza, ejercida por la atmósfera sobre la parte superior del tablero. Explique por qué no se rompe la mesa.
- d) Explique a qué se refiere el término “Teorema de Torricelli” y las condiciones en que éste se cumple.
- e) Indique la dirección y sentido de las fuerzas ejercidas por la presión de un líquido en reposo, sobre las paredes de el recipiente que lo contiene. Explique el por qué de este comportamiento.
- f) Explique por qué es necesario perforar al menos un orificio adicional en un recipiente sellado para que el líquido contenido pueda fluir sin problemas hacia fuera del recipiente por el otro orificio.

FIGURAS

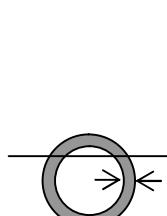


Fig 1

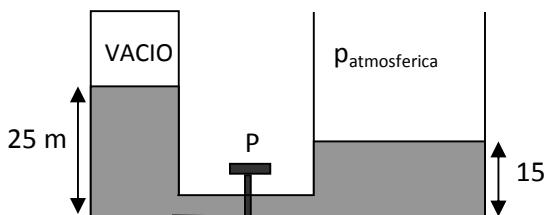


Fig 2

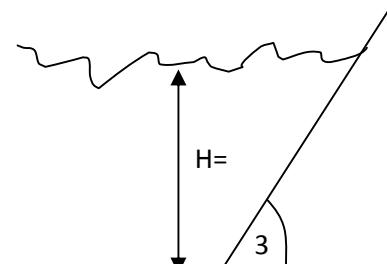


Fig.3

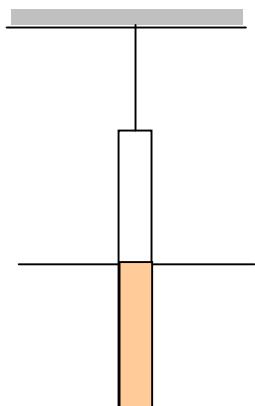


Figura 4

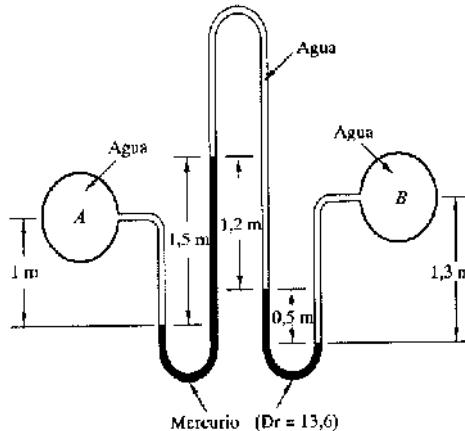


Figura 5

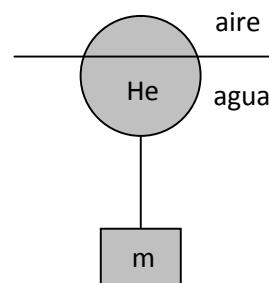


Figura 6

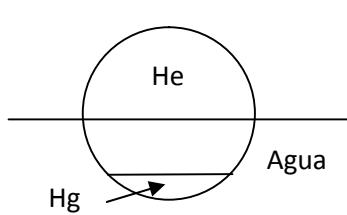


Figura 7

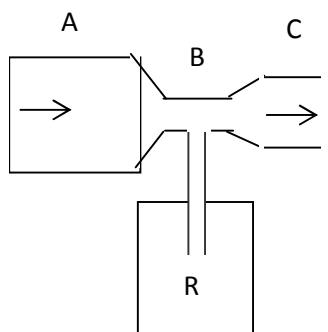


Figura 8

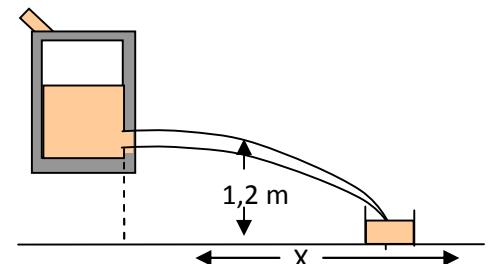


Figura 9

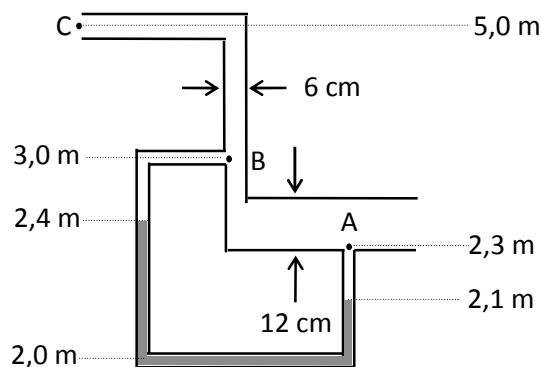


Fig. 10

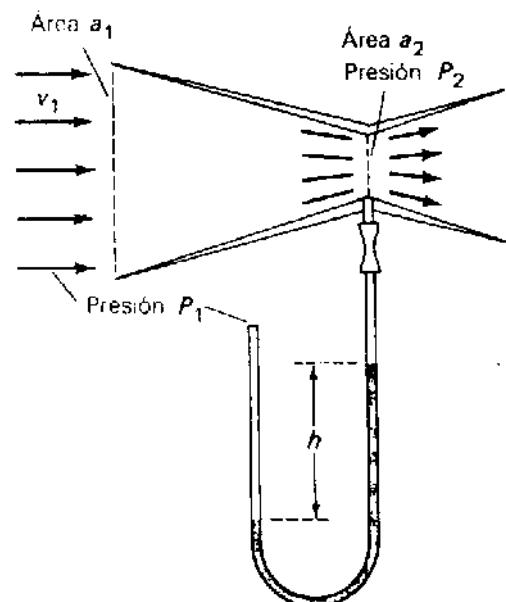


Fig. 11

Respuestas a los problemas

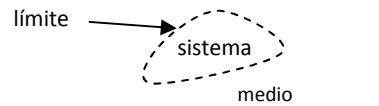
- 1) 0,66 cm 2) A: 480 kg/m^3 ; B: 1240 kg/m^3
- 3) b). $6,3 \times 10^6 \text{ din}$, $8,4 \times 10^6 \text{ din}$ c). 12857 cm^3 d). $43,0 \text{ cm}^3$ e). $1,17 \text{ gr/cm}^3$
- f) 77,7 N
- 4) 124460 Pa 5) a) $1,476 \text{ g/cm}^3$ b). $0,400 \text{ g/cm}^3$ c). 5,474 N
- 6) a). $0,78 \text{ gr/cm}^3$ b). $0,76 \text{ gr/cm}^3$ 7) b). 169850 N d). 66.7%
- 8) b). 5292 N/m^2 c). 2450 N d). 3,24 m 9) a) 840 kg/m^3 b). 90,6 %
- 10) b). 17,4 gr-f, 0,171 N c). $2,4 \text{ cm}^3$, 80%
- 11) a) 8,7 cm b). - 4,4 N c). 13,3 N 12) a) 350 m 3
b). 14.3 m, 27.1 m 13) 6302.1 N, 643.1 kg-f 15) a). 8,614 km b). 8,614 km
c). 10,3 m 16) a) $3,11 \times 10^7 \text{ N}$ b) $3,06 \times 10^5 \text{ N}$ c). $7,66 \times 10^5 \text{ N}$
d). 0,83 m 17) 0,33 cm 18) a) 0,216 m b). 1,24 m c). 0,003 m 3
- 19) a). 2,22 m/s 8,89 m/s b). 25,1 litros/s c). 8,98 m
- 20) a) 1022 km/hr b). 5,0 m 3 /s c) 12 min 21) 0,051 m 22) 22, 82 m/s

III. TERMOMETRIA (Medición de Calor)

SISTEMA Y AMBIENTE

Sistema es una cierta porción del universo que contiene una cantidad de materia definida y que está limitada por una superficie cerrada, real o imaginaria, que puede variar de forma y/o tamaño llamada LÍMITE. Lo que se encuentra fuera del límite se conoce como MEDIO AMBIENTE o MEDIO EXTERIOR.

Tipos de sistema



Sistema CERRADO: Es un sistema en que no hay intercambio de MATERIA con el medio exterior. El opuesto es un sistema ABIERTO.

Sistema AISLADO: Es un sistema en que NO HAY intercambio de ENERGIA (calor o trabajo) con el medio exterior. El opuesto es un sistema NO AISLADO.

Estado de un sistema

La determinación del ESTADO de un sistema depende de su naturaleza. Por ejemplo el estado del gas en un cilindro queda determinado cuando se conoce su PRESIÓN, VOLUMEN, TEMPERATURA y MASA. Si el gas es HOMOGENEO bastaría conocer su DENSIDAD (en vez de la masa y el volumen). Otros sistemas pueden necesitar los valores de otras variables, como concentración de una solución, carga de una batería, etc..

VARIABLES DE ESTADO: Son aquellas cantidades cuyos valores determinan el ESTADO de un sistema. Cada vez que estas variables toman los MISMOS valores se dice que el sistema se encuentra en el mismo estado.

Cuando hablamos de “LA temperatura” o “LA presión” de un sistema estamos suponiendo que estas variables tienen un mismo valor en TODOS LOS PUNTOS de un sistema.

TERMODINAMICA: Disciplina que estudia los fenómenos térmicos (relacionados con calor) y las leyes que los rigen

Equilibrio Térmico

Si un sistema cerrado y aislado se abandona a si mismo, es posible que al comienzo, sus variables de estado cambien con el tiempo. Pero se observará que su variación es cada vez MAS LENTA hasta que dejan de variar. El estado final del sistema se llama EQUILIBRIO TÉRMICO. Se postula que en dicho estado las variables de estado de un sistema HOMOGENEO son las mismas en todos sus puntos. Si un sistema no es homogéneo (por ejemplo un líquido con su vapor de distinta densidad). La densidad es la misma SOLO en los puntos de cada porción homogénea, es decir, la porción líquida y la porción gaseosa.

Tipos de Variables de Estado

VARIABLES EXTENSIVAS: Son aquellas proporcionales a la MASA. Ejemplo: el volumen.

VARIABLES INTENSIVAS: Son aquellas independientes de la masa. Ejemplos: la temperatura, la densidad, etc..

VALOR ESPECIFICO: Es el valor POR UNIDAD DE MASA de una variable extensiva. En otras palabras el valor específico de una variable extensiva es una variable intensiva. Un ejemplo de variable extensiva es el VOLUMEN. Sin embargo el VOLUMEN ESPECIFICO es una variable intensiva

VOLUMEN ESPECIFICO = $v = V/m$, su recíproco es la densidad = Rho

$$\text{Rho} = 1/v = m/V = \rho$$

VALOR MOLAR ESPECIFICO (v): es el valor de una variable dividido por el número de MOLES, n , en el sistema.

$$v = V/n$$

Un MOL de una sustancia es una cantidad de gramos numéricamente igual al peso molecular (o atómico) de la sustancia, la cual a su vez contiene $6,02 \times 10^{23}$ (número de Avogadro) moléculas. Por ejemplo, el Carbono (C) tiene un peso atómico de 12. Entonces 12 **gramos** de Carbono deben contener $6,02 \times 10^{23}$ (número de Avogadro) átomos de carbono. El O₂ (Oxígeno molecular) tiene un peso molecular de 36. Es decir 36 **gramos** de oxígeno molecular contienen un mol de moléculas de oxígeno.

Un KILOMOL es lo mismo pero expresado en kilogramos y contiene 1 kilomol = 1000 moles = $6,02 \times 10^{26}$ moléculas.

De aquí en adelante usaremos “masa molecular” en vez de “peso molecular” ya que es más correcto. Pero ¡¡cuidado!! La masa molecular de una sustancia NO ES la masa de una molécula sino que es **la masa de un mol de moléculas** y se mide en gramos/mol. La masa molecular del O₂ es 36 gramos/mol. Por otra parte la masa de una MOLECULA de este elemento sería:

$$m = \text{masa de un mol (gramos)} / 6,02 \times 10^{23} = \\ 36 \text{ (gramos/mol)} / 6,02 \times 10^{23} = 5,98 \times 10^{-23} \text{ gramos}$$

(Nota: recuerde que la unidad de masa en sistema MKS es el kilogramo y no el gramo, por lo que en una expresión MKS debe transformar gramos a kilogramos)

MEDICION DE TEMPERATURA Y PRINCIPIO CERO DE LA TERMODINAMICA

La sensación de “calor” o “frío” que nos proporcionan nuestros sentidos es lo que llamamos “temperatura”. Esta forma de medir es muy subjetiva y poco útil para los propósitos de la ciencia.

Sean dos objetos A y B, uno de ellos “frío” y el otro “caliente” al tacto. Si se colocan estos objetos en contacto entre si se observará que después de un tiempo determinado AMBOS objetos se perciben con igual “temperatura”. Como se vió anteriormente en este caso se habla de un EQUILIBRIO TERMICO.

Si al colocar dos sistemas en contacto y NO SE DETECTAN cambios en sus variables de estado se dirá que AMBOS sistemas, por definición, están a la MISMA TEMPERATURA.

Principio Cero de la Termodinámica

“Cuando dos sistemas están a IGUAL temperatura que un tercer sistema se dice que están a igual temperatura entre sí”.

Si tenemos 2 objetos A y B y un tercer objeto C y lo colocamos en contacto con el objeto A y luego con el B y no se observa cambio se dice que A y B están a igual temperatura que el objeto C. Entonces podemos decir que A y B están a igual temperatura entre si sin necesidad de poner en contacto A con B. En este caso el objeto C viene a ser un TERMÓMETRO y A (o B) es un TERMÓMETRO PATRÓN que nos permite calibrar en termómetro C.

ESCALAS DE TEMPERATURA

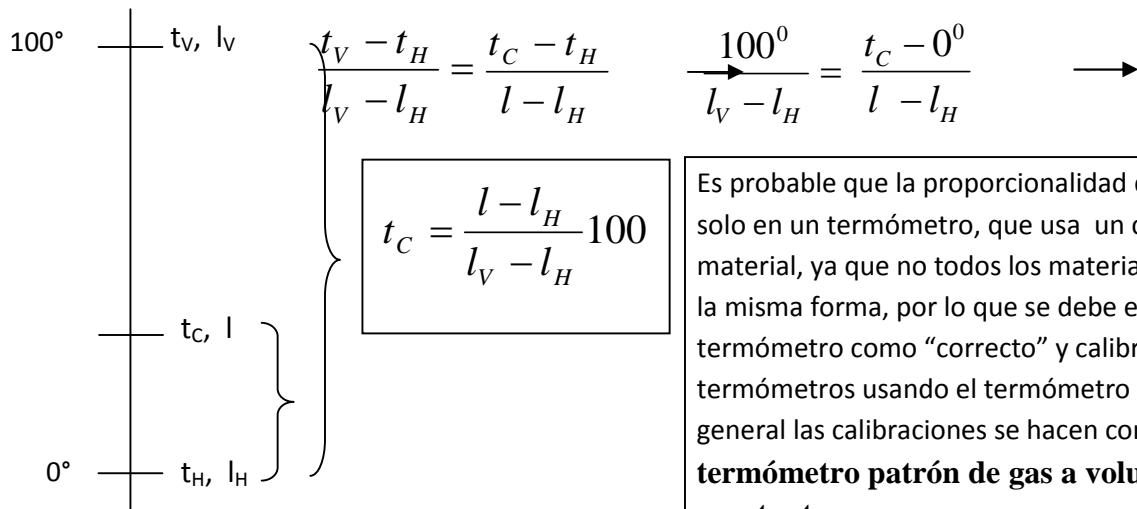
Termómetro casero: Consiste en una cantidad de líquido (p.ej. Hg o alcohol) que se dilata (o contrae) dentro de un tubo capilar de vidrio, cuando se calienta (o enfriá). En este caso lo que está cambiando es el volumen de líquido, pero como éste está contenido en el capilar el cambio de volumen estará restringido, para dos de sus dimensiones, por el tubo de vidrio, que se dilata mucho menos que el líquido. Por lo tanto el líquido se expande más libremente en longitud, entonces podemos usar el cambio de longitud de la columna como indicador de la temperatura. Esta se llama la **propiedad termométrica** en uso.

Escala Celsius de temperatura:

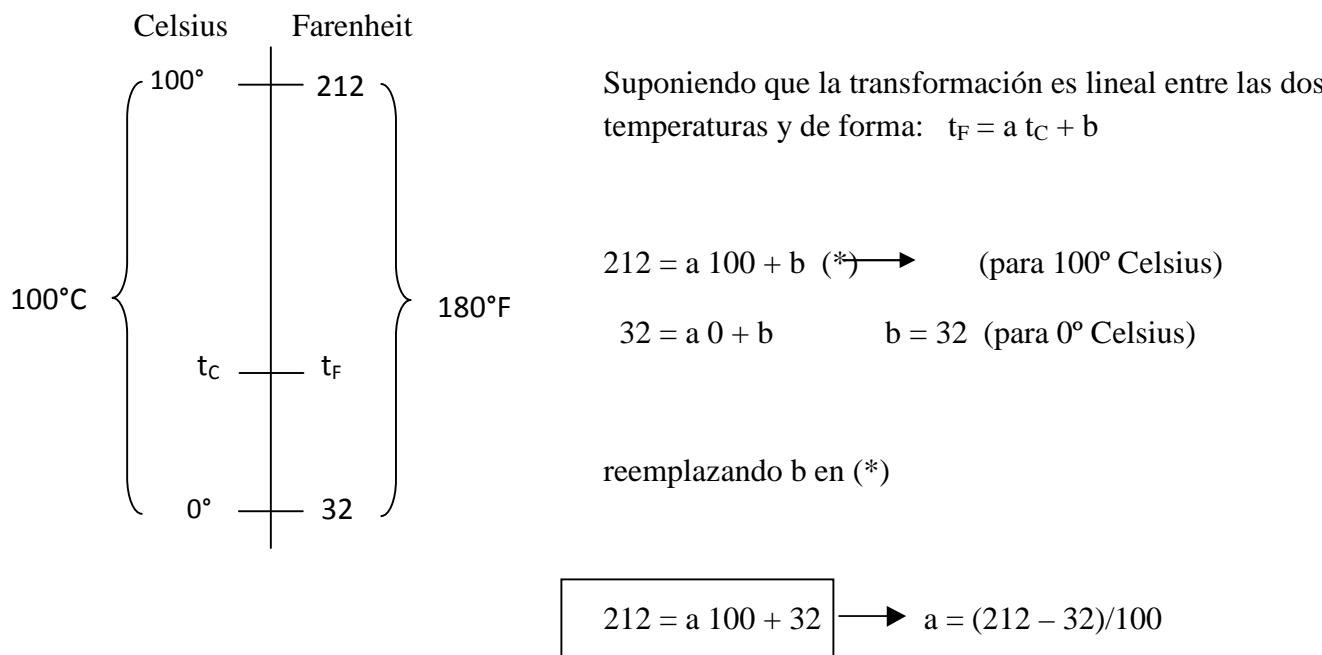
Para calibrar una escala de temperatura en esta escala (t_C) se necesitan al menos dos puntos fijos patrones. En la escala Celsius se usan:

- a) el punto de fusión del hielo (que lo proporciona una mezcla en equilibrio de agua con hielo) al que se le asigna una temperatura de 0° ($t_H = 0^\circ\text{C}$).
- b) El punto de ebullición o vaporización del agua (que lo proporciona el agua

hirviendo) al que se le asigna una temperatura de 100° ($t_V = 100^\circ\text{C}$). Una vez hecho esto, las temperaturas intermedias se calculan dividiendo el intervalo en 100 partes iguales, llamadas grados, es decir, suponiendo una proporcionalidad directa entre temperatura (t) y longitud (l) de la columna:

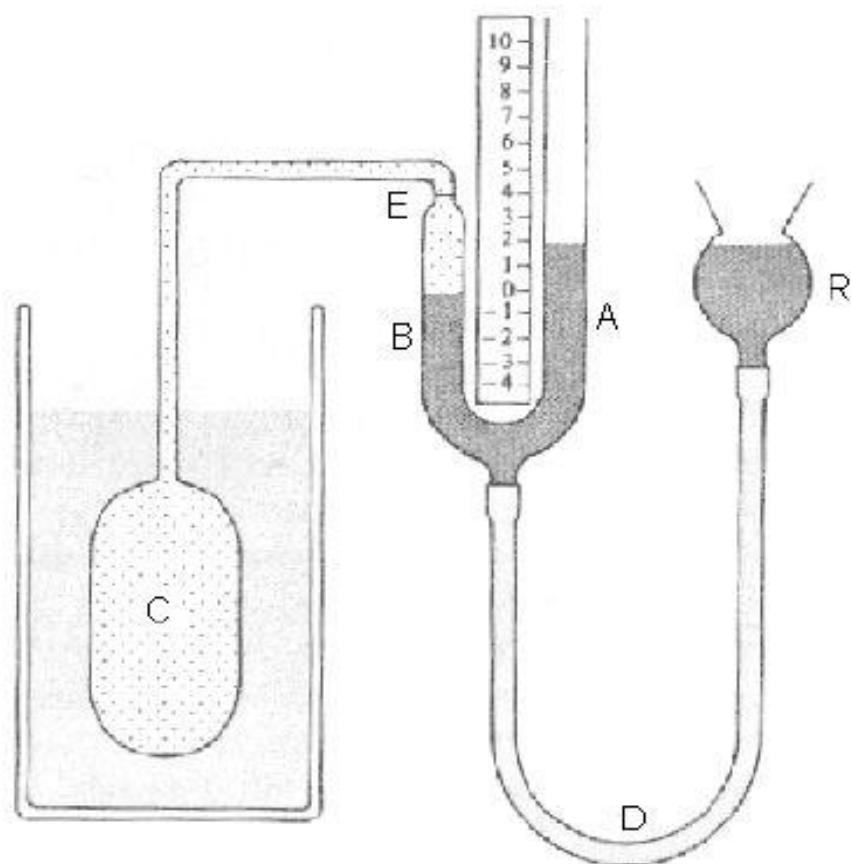


Escala Farenheit de temperatura (t_F):



ESCALA EMPIRICA DE TEMPERATURA

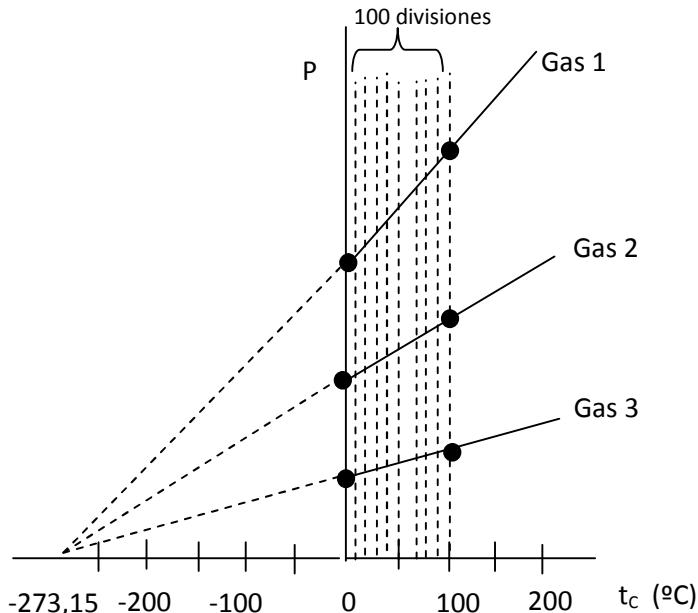
Si, como se dijo anteriormente, en la definición de escala Celsius de temperatura, se coloca Mercurio (Hg) dentro del tubo capilar del termómetro y se ejecutan los pasos (a) y (b) mencionados ahí, las temperaturas intermedias entre 0° y 100° leídas con este termómetro no serán exactamente iguales a las leídas por un termómetro que contiene alcohol u otro material, en su tubo capilar, debido a que distintas sustancias se dilatan en forma diferente. Por lo tanto, si queremos precisión en las temperaturas, deberemos escoger un termómetro patrón, cuyas lecturas no dependan del material que contiene su tubo capilar, y calibrar todos los termómetros usando este termómetro patrón.



Como termómetro patrón se escoge el TERMÓMETRO DE GAS A VOLUMEN CONSTANTE . Se eligió este tipo de termómetro ya que se observa que para termómetros de este tipo que contienen distintos gases a baja presión, las lecturas de éstos para temperaturas intermedias, coinciden, sin importar el gas contenido en el tubo capilar. La

figura muestra uno de estos termómetros. El bulbo C contiene el gas a baja presión que será el material que posee la propiedad termométrica adecuada (presión, en este caso). Luego viene un tubo en U que contiene, por ejemplo, Mercurio, entre los puntos B y A, junto con un “reservorio”, de este mismo material, en R, conectado al tubo en U con una manguera D. La idea es entonces que subiendo y bajando el reservorio R llevemos al Mercurio hasta el punto E, asegurando así un volumen constante para el gas. Recién entonces medimos la presión, leyendo la altura a la que llega el mercurio en el brazo derecho del tubo en U, sobre la escala que se muestra. Así estaremos midiendo la presión en el gas a volumen constante, la cual está en directa relación con la temperatura a que está la sustancia en que está inmerso el bulbo C.

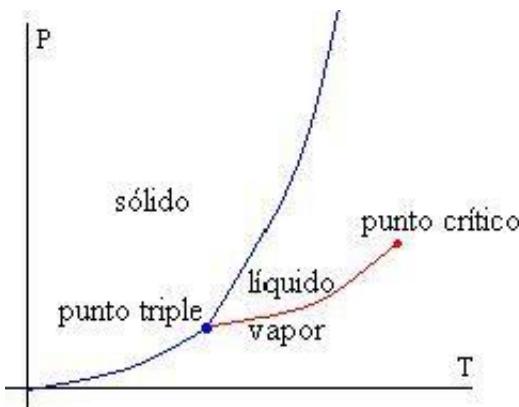
La figura de abajo muestra el comportamiento de este tipo de termómetro cuando contiene distintos tipos de gases.



Los puntos muestran las presiones correspondientes a las temperaturas de 0° (punto de fusión del hielo) y de 100° (punto de ebullición normal del agua, PEN). Las presiones correspondientes pueden ser distintas para distintos tipos de gases pero lo interesante es que cuando se divide este intervalo en 100 partes iguales de presión, esto proporciona temperaturas intermedias que son las mismas para los distintos tipos de gases. Observamos en la figura que al extraer las líneas correspondientes hacia temperaturas más bajas que 0°C, todas convergen hacia un punto, el que corresponde a -273.15 °C. A este punto se le conoce como el CERO ABSOLUTO. Esto permite definir la ESCALA EMPIRICA DE TEMPERATURAS, la que coincide con la ESCALA ABSOLUTA DE TEMPERATURAS que se verá más adelante. En estas escalas la unidad de medida es el GRADO KELVIN (°K). El cual, en tamaño, coincide con el Grado Celsius.

Para determinar la Escala Empírica de Temperatura debemos especificar un PUNTO FIJO PATRON para el cual todos los termómetros deben dar la MISMA temperatura.

PUNTO FIJO PATRON: Se adopta aquella temperatura donde coexisten en equilibrio, el hielo, el agua líquida y el vapor de agua. Esto sucede sólo a una presión de 4,58 mmHg y se llama PUNTO TRIPLE DEL AGUA.



La CELULA DE PUNTO TRIPLE es un aparato que conserva fidedignamente la temperatura del punto triple del agua, cuando está refrigerada adecuadamente. De ahí que se use como punto fijo patrón (ver figuras 1-3 y 17-11)

La relación entre el punto triple del agua y el punto de fusión del hielo es:

$$\text{Punto triple del agua} - \text{Punto de fusión del hielo} = 0.01 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Usando el punto fijo patrón mencionado mas arriba, se procede de forma que la unidad de medida de la escala empírica de temperatura, el $^{\circ}\text{K}$, coincide en tamaño con el Grado Celsius ($^{\circ}\text{C}$), y que para el punto de fusión del hielo la temperatura empírica sea $+273 \text{ }^{\circ}\text{C}$, lo que hace que la única diferencia entre estas escalas sea un corrimiento del punto cero. Entonces podemos usar la siguiente expresión para transformar las temperaturas entre ambas escalas:

$$t_c = T - 273,15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

donde t_c y T son las temperaturas en escala Celsius y Empírica, respectivamente. De aquí se ve que cuando $T = 0^{\circ}\text{K}$ (cero absoluto) la correspondiente temperatura Celsius es $t_c = -273.15 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Por otra parte cuando $T = 273,15 \text{ }^{\circ}\text{K}$ resulta $t_c = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$, por lo que la temperatura del punto de fusión del hielo es $273,15 \text{ }^{\circ}\text{K}$ en la escala empírica. ¿Cuál será entonces la temperatura del punto de ebullición normal (PEN) del agua?.

Para calcular una temperatura desconocida usando el Termómetro de Gas a Volumen Constante, a partir de la presión, se puede usar la siguiente expresión:

$$T / T_{\text{triple}} = p / p_{\text{triple}}$$

Donde T_{triple} y p_{triple} son la temperatura en la escala Kelvin ($273,16 \text{ }^{\circ}\text{K}$) y la presión que marca el termómetro en contacto con el punto triple del agua.

ESCALAS DE TEMPERATURA: RESUMEN

Escala Empírica de Temperatura

Todos los termómetros se calibran usando el TERMÓMETRO DE GAS A VOLUMEN CONSTANTE.

Esta escala COINCIDE con la ESCALA ABSOLUTA DE TEMPERATURAS cuya unidad de medida es el grado Kelvin ($^{\circ}\text{K}$)

Otras escalas de temperatura

Escala Celsius: $t_c = T - 273,15 \text{ } ^{\circ}\text{C}$ (grado Celsius)

Escala Farenheit: $t_f = 32 + (9/5) t_c \text{ } ^{\circ}\text{F}$ (grado Farenheit)

COMPARACIÓN ENTRE ESCALAS

Punto	Empírica($^{\circ}\text{K}$)		Celsius ($^{\circ}\text{C}$)		Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$)
Ebullición del Agua	373,15	$\left\{ \begin{array}{l} 100^{\circ}\text{K}=100^{\circ}\text{C} \\ (\text{los } ^{\circ}\text{K son de igual tamaño que los } ^{\circ}\text{C}) \end{array} \right\}$	100	$\left\{ \begin{array}{l} 100^{\circ}\text{C}=180^{\circ}\text{F} \\ (\text{los grados } ^{\circ}\text{F son de menor tamaño que los } ^{\circ}\text{C}) \end{array} \right\}$	212
Fusión del Hielo	273,15		0		32
Cero Absoluto	0		-273		-460

PUNTO TRIPLE DEL AGUA: $(t_c)_{tr} = T_{tr} - 273,15 = 273,16 - 273,15 = 0,01 \text{ } ^{\circ}\text{C}$

Problemas sobre escalas de temperatura

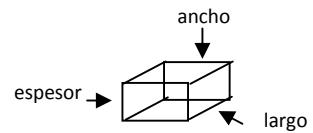
- 1) La altura de la columna de mercurio en cierto termómetro de vidrio es de 5,00 cm cuando el termómetro está en contacto con el agua en su punto triple. Consideremos la altura de la columna e mercurio como la propiedad termométrica X y sea T la temperatura empírica determinada por este termómetro.
 - a) Calcular la temperatura empírica medida cuando la altura de la columna de mercurio es de 6,00 cm
 - b) Calcular la altura de la columna de mercurio en el punto de ebullición del agua
 - c) Si X se puede medir con una precisión de 0,01 cm, decir si este termómetro es o no adecuado para distinguir entre el punto de fusión del hielo y el punto triple del agua

DILATACIÓN TERMICA EN SÓLIDOS

Cambios en la temperatura causan cambios en el tamaño y cambios de estado en los materiales.

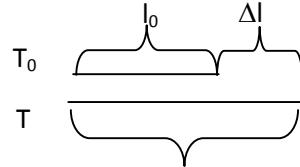
Si visualizamos los átomos de un sólido regularmente ordenados, al cambiar la temperatura la distancia promedio entre los átomos cambia; si la temperatura crece, en general, la distancia también crece y vice-versa.

El cambio en cualquier tamaño lineal del sólido, como largo, ancho y espesor se llama DILATACION LINEAL.



Si l_0 es la longitud inicial a temperatura T_0 , el cambio en longitud debido a un cambio $\Delta T = T - T_0$ en la temperatura es $\Delta l = l - l_0$. Se encuentra experimentalmente que si ΔT es pequeño, el cambio Δl es proporcional a ΔT y a l_0 , es decir $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$ (*) donde α es llamado coeficiente de dilatación lineal medio, que tiene diferentes valores para diferentes materiales.

$$\text{De (*) } \alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T} \quad \text{o bien} \quad \alpha = \frac{\Delta l}{l_0} \left(\frac{1}{\Delta T} \right)$$



es decir α se puede considerar como la variación fraccional ($\Delta l / l_0$) de la longitud por cada grado de cambio en la temperatura

Estrictamente hablando el valor de α depende de la T a que se mide y de la temperatura de referencia T_0 . Por lo que se puede también definir un coeficiente de dilatación lineal verdadero como:

$$\alpha = \lim_{l_0} \left(\frac{\Delta l}{\Delta T} \right) \quad \text{cuando } \Delta T \rightarrow 0$$

Sin embargo esta variación de α con T es muchas veces despreciable comparada con la exactitud de las mediciones, por lo que el coeficiente medio es mayormente usado.

Para aquellos sólidos llamados ISÓTROPOS , el cambio porcentual en la longitud para un cambio dado de temperatura , es IGUAL en todas las direcciones. Es similar a una ampliación fotográfica en tres dimensiones. Así por ejemplo si hay un orificio en una placa, ante un aumento de temperatura el orificio aumenta su diámetro en la misma proporción que el resto de las longitudes de la placa.

Coeficiente de dilatación superficial

Si Δl y l_0 corresponden al cambio de longitud y a la longitud inicial, respectivamente y a_0 y a_0 corresponden al cambio de anchura y a la anchura inicial, respectivamente, para un sólido isotrópico, entonces:

$\Delta A = (l_0 + \Delta l)(a_0 + \Delta a) - l_0 a_0$ es el cambio en superficie debido a un cambio en la temperatura

$$\text{Luego } \Delta A = l_0 a_0 + l_0 \Delta a + \Delta l a_0 + \Delta l \Delta a - l_0 a_0$$

Si despreciamos el producto $\Delta l \Delta a$ por pequeño en comparación con los otros términos, nos queda:

$$\Delta A = l_0 \Delta a + \Delta l a_0$$

$$\text{pero } \Delta a = \alpha a_0 \Delta T \text{ y } \Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

$$\Delta A = l_0 \alpha a_0 \Delta T + a_0 \alpha l_0 \Delta T$$

$$\Delta A = 2 \alpha l_0 a_0 \Delta T = 2 \alpha A_0 \Delta T \quad \text{ya que } A_0 = l_0 a_0$$

Si hacemos $\gamma = 2 \alpha$, entonces $\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$, donde γ es el coeficiente de dilatación superficial medio. Note que la forma de la expresión es la misma que para la dilatación lineal, $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$, pero cambia el coeficiente de dilatación.

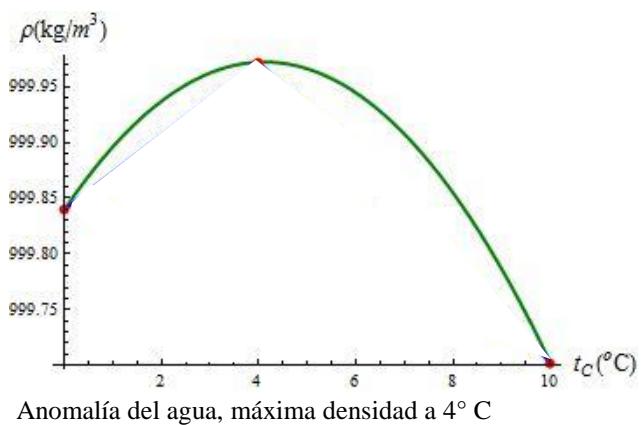
Se puede demostrar que: $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$, donde $\beta = 3 \alpha$ es el coeficiente de dilatación volumétrica medio. Este último coeficiente es el único que tiene verdadero sentido para un fluido ya que éste no tiene una forma definida.

Los líquidos se dilatan unas 10 veces más que los sólidos. Los gases se dilatan aún más que los líquidos.

Anomalía del Agua

Sobre los 4°C el agua se EXPANDE con un incremento de temperatura (pero no en forma lineal). Bajo los 4°C el agua TAMBIEN se expande pero con una DISMINUCION de la temperatura, hasta convertirse en hielo a 0°C.

Este fenómeno no se observa en NINGUN otro líquido. La densidad del agua alcanza su

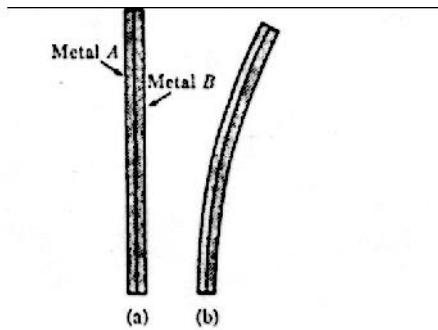


máximo a los 4°C con un valor de 1000 kg/m^3 y disminuye hacia ambos lados (la densidad disminuye cuando el agua se expande).

Este comportamiento del agua hace que en los lagos y ríos el agua se congele de arriba hacia abajo ya que a menos de 4°C el agua más fría sube puesto que es menos densa y eventualmente llega a congelarse (¿por qué?).

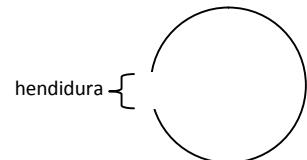
Elemento bimetálico

Es un dispositivo que se compone de dos láminas planas finas de diferentes metales, sujetas mediante remaches. Si el metal A tiene un coeficiente de dilatación mayor que el metal B, el conjunto se encorva cuando se calienta. Su aplicación es en TERMOSTATOS, que regulan la temperatura como un interruptor que abre y cierra un circuito eléctrico



PROBLEMAS DE DILATACION:

1. Cuando la temperatura de una moneda de cobre se eleva a 100°C, su diámetro crece en 0.18%. Dar el porcentaje de incremento hasta dos cifras significativas de :
 - a) el área de una cara
 - b) grosor
 - c) volumen
 - d) el perímetro de la moneda
 - e) el diámetro de la moneda
 - f) masa
 - g) encontrar el coeficiente de expansión lineal
2. Un orificio circular en una placa de aluminio es de 1,000 pulgadas de diámetro a 0° ¿Cuál es el diámetro cuando la temperatura de la placa aumenta a 100°C?
3. Una probeta de 1000 cm^3 de volumen a 0°C se llena completamente de mercurio a la misma temperatura. Cuando la probeta con el mercurio son calentados a 100°C, $15,2 \text{ cm}^3$ de mercurio se rebalsan. Si el coeficiente de dilatación volumétrico de mercurio es 0,000182 ($1/\text{°K}$), calcular el coeficiente de dilatación lineal del vidrio.
4. Un alambre de 60 cm se dobla en forma de anillo circular, dejando una hendidura de 1,0cm. Se aumenta uniformemente la temperatura del alambre en 100°C. A la nueva temperatura se encuentra que la hendidura tiene 1,002 cm ¿cuál es el coeficiente de dilatación lineal del alambre?.



IV. EL CALOR COMO ENERGIA

Antiguamente se pensaba que el calor era una especie de fluido (el “calórico”) que se podía transferir de un sistema a otro y tenía una unidad de medida llamada CALORIA.

Posteriormente se comprobó que en apariencia se podía extraer “calórico” en forma indefinida de una sustancia, como por ejemplo, al taladrar cañones de guerra, ya que el cañón y el taladro se calentaban por tanto tiempo como durara la perforación. Por otro lado el taladro estaba constantemente proporcionando ENERGIA MECANICA la que parecía no conservarse. El conde de Rumford (1753-1814) resolvió este problema postulando que el calor era una FORMA DE ENERGIA en la cual se convertía la energía mecánica suministrada por el taladro.

DEFINICION DE CALOR: Calor es la energía transferida entre dos sistemas y que está exclusivamente relacionada con la DIFERENCIA DE TEMPERATURA existente entre ellos.

DEFINICION DE TRABAJO: Trabajo es la energía transferida entre dos sistemas que no se relaciona con la DIFERENCIA DE TEMPERATURA entre ellos.

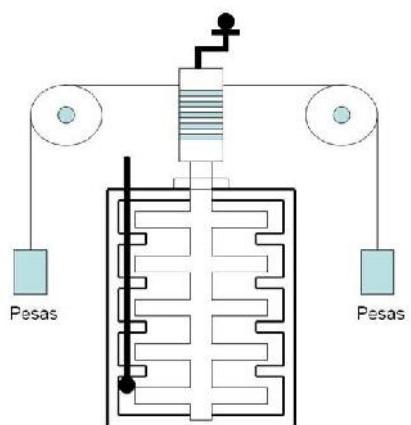
Sólo tiene sentido hablar de ENERGÍA CALORICA cuando ésta fluye de un sistema a otro. No tiene sentido hablar del “calor CONTENIDO en un sistema” sino que del calor TRANSFERIDO entre dos sistemas.

La CALORIA (símbolo cal) todavía se usa como unidad de medida de la cantidad de calor transferida. Se define como: “La cantidad de calor necesaria para elevar en 1° (K o C) la temperatura de 1 gramo de agua”

Por otra parte, las unidades naturales para la cantidad de calor (símbolo Q), son las de energía (Joule, erg, etc.).

EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR

Se denomina así a la equivalencia entre calorías y joules. Esta se puede determinar con un aparato que proporciona una cantidad conocida de energía mecánica al agua, la que produce un cambio de temperatura en ésta. Este dispositivo se llama “Aparato de Joule”. En la figura, las paletas remueven el agua, ésta se calienta, el cambio de temperatura se mide con un termómetro. Por otro lado, la perdida de energía potencial de los pesos indica la energía proporcionada al agua. En tiempos



más modernos se puede colocar un calentador eléctrico en el agua, verificar el cambio de temperatura, la energía eléctrica proporcionada al agua estaría dada por $E = V \cdot I \cdot t$, donde V es el “voltaje” con que funciona el calentador, I es la cantidad de corriente que circula por éste, y t el tiempo que se mantiene encendido. El resultado de estos experimentos es que :

1 caloría = 4,1860 Joule; también se puede expresar como:
1 kilocaloría = 1000 calorías = 4186,0 Joule

CAPACIDAD CALORICA

Es una medida de la “sensibilidad” de un sistema a cambiar de temperatura cuando recibe un determinado monto de calor. Notar que algunos objetos se calientan más que otros al exponerlos al mismo calor, p.ej. un trozo de metal comparado con un ladrillo., o un trozo de metal pequeño comparado con otro más grande. ¿cuál se calienta más?.

DEFINICION: Capacidad calorica media (C) es la cantidad de calor (Q) necesaria para elevar la temperatura (ΔT) de un sistema en 1° . Es la “resistencia” de una sustancia a subir su temperatura.

$C = Q / \Delta T$; las unidades de medida son: (Joule / ${}^\circ$ K), (erg / ${}^\circ$ K), (cal / ${}^\circ$ K), etc

La capacidad calorica de un sistema es una variable extensiva o sea depende de la MASA del sistema. Por ejemplo, es más fácil elevar la temperatura de 1 litro de agua que de 100 litros o que de un océano completo.

El equivalente “intensivo” (o sea independiente de la masa) de la capacidad calorica es el CALOR ESPECIFICO.

CALOR ESPECÍFICO MEDIO (símbolo c) :

DEFINICION: Es la cantidad de calor (Q) necesaria para elevar la temperatura (ΔT) de 1 gramo de sustancia en 1° . O sea, es la capacidad calorica de una sustancia. Depende sólo de la naturaleza de la sustancia y no de su masa. ¿Cuánto vale c para el agua?, (recuerde la definición de caloría).

$c = Q / (m \cdot \Delta T)$;
con sus correspondientes unidades Joule / (kg ${}^\circ$ K), erg / (gr ${}^\circ$ K), cal / (gr ${}^\circ$ K), etc.

Como c puede depender de la temperatura, se puede definir el CALOR ESPECIFICO VERDADERO como:

$$c = (1/m) * \lim_{\Delta T \rightarrow 0} (Q / \Delta T) = (1/m) * d'Q/dT$$

El símbolo $d'Q / dT$ (con apóstrofe) indica una cantidad de calor muy pequeña dividida por la correspondiente variación (también muy pequeña) de la temperatura, no significa la derivada de Q respecto a T ya que Q en general, no es función de T.

Como el calor específico depende del tipo de proceso de calentamiento que la sustancia experimenta se definen dos tipos de calores específicos, a volumen (V) constante y a presión (p) constante.

$$c_V = (1/m)^* (d'Q/dT)_V \quad y \quad c_p = (1/m)^* (d'Q/dT)_p,$$

$$\text{lo mismo para los valores medios: } c_V = (1/n)^* (Q/\Delta T)_V \quad y \quad c_p = (1/n)^* (Q/\Delta T)_p$$

CALOR MOLAR ESPECIFICO

Es la capacidad calorífica por MOL (o kilomol) de sustancia. En las siguientes expresiones n indica el número de moles de la sustancia

$$c = Q / (n * \Delta T);$$

con sus correspondientes unidades Joule / (mol °K), erg / (mol °K), cal / (mol °K), etc. Las correspondientes expresiones para el calor molar específico verdadero a volumen o presión constante son, respectivamente:

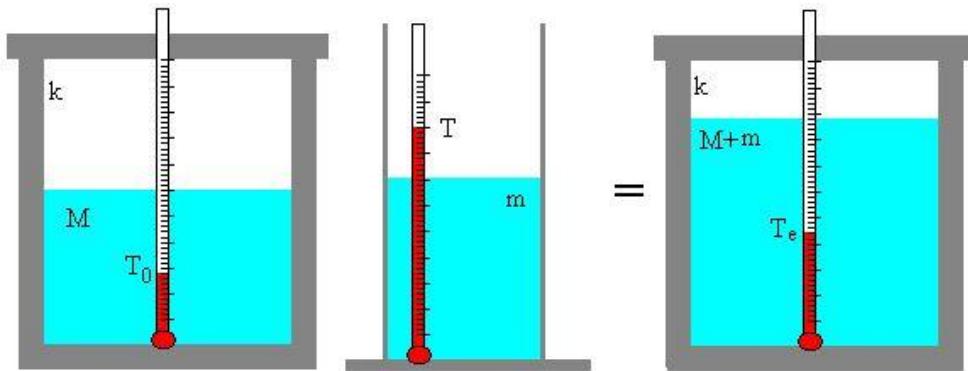
$$c_V = (1/n)^* (d'Q/dT)_V \quad y \quad c_p = (1/n)^* (d'Q/dT)_p$$

$$\text{lo mismo para los valores medios: } c_V = (1/n)^* (Q/\Delta T)_V \quad y \quad c_p = (1/n)^* (Q/\Delta T)_p$$

Tabla de calores específicos medios

Sustancia*	c_p (J / (gr °C))	c_p (J / (mol °C))	c_V (J / (mol °C))
Berilio	1,97	17,7	13,3
Aluminio	0,91	24,6	
Fierro	0,47	26,3	
Cobre	0,39	24,8	18,6
Plata	0,234	25,3	
Mercurio	0,138	27,7	
Plomo	0,130	26,9	20,17
Agua	c_p (J / (gr °C))	c_p (cal / (gr °C))	
Líquida	4,186	1,00	
Hielo	2,302	0,55	
Vapor	2,0	0,48	

* rango de T : 20 –100°C; Mercurio: 0 –100°C



Calorímetro de agua, M, m son las masas inicial y de la muestra, respectivamente. M+m la masa final

CANTIDAD DE CALOR QUE ENTRA O SALE DE UN SISTEMA

$$\text{De } \langle c \rangle = (1/m) * (Q / \Delta T) \rightarrow Q = m \langle c \rangle \Delta T \quad \langle c \rangle: \text{c.e. medio}$$

$$\text{De } c = (1/m) * (d'Q / dT) \rightarrow d'Q = m c (T) dT \quad Q = m \int_{T_i}^{T_f} c (T) dT$$

$$\text{Como } \Delta T = T_f - T_i \text{ y si } T_f > T_i \rightarrow \Delta T > 0 \rightarrow Q > 0$$

Luego, al aumentar T implica que entra calor al sistema,
entonces al entrar calor $\rightarrow Q > 0$

$$\text{Si } T_f < T_i \rightarrow \Delta T < 0 \rightarrow Q < 0$$

Al disminuir T implica que sale calor del sistema, entonces al salir calor $\rightarrow Q < 0$

El calor SIEMPRE fluye del sistema a mayor T hacia el de menor T

PRINCIPIO DE LAS MEZCLAS

En un sistema aislado (no hay intercambio de calor con el medio) con n componentes, se tiene que $\sum Q_i = 0$, es decir, “la suma algebraica de todos los cambios que ocurren en el sistema debe ser CERO”. Este es el Principio de las Mezclas el que a su vez es una forma del Principio de Conservación de la Energía.

Por ejemplo si en un calorímetro de agua se introduce una muestra que ha sido calentada previamente con el fin de medir el calor específico de la muestra, se tendrá:

$$Q_m + Q_a + Q_c = 0$$

Donde:

$Q_m < 0$ es el calor cedido por la muestra (sale calor de la muestra)

$Q_a > 0$ es el calor absorbido por el agua (entra calor al agua)

$Q_c > 0$ es el calor absorbido por el calorímetro (entra calor al calorímetro)

Pero si T_f es la temperatura final de la mezcla; T_m es la temperatura de la muestra y T_i es la temperatura inicial del agua y el calorímetro, se tendrá:

$$Q_m = m c_m (T_f - T_m) < 0 \text{ ya que } T_f < T_m$$

$$Q_a = m_a c_a (T_f - T_i) > 0 \text{ ya que } T_f > T_i$$

$$Q_c = m_c c_c (T_f - T_i) > 0 \text{ ya que } T_f > T_i$$

$$\begin{array}{ccc} \text{incógnita} & & \text{conocido} \\ \downarrow & & \\ \text{entonces, } m c_m (T_f - T_m) + m_a c_a (T_f - T_i) + m_c c_c (T_f - T_i) & = 0 & \\ \text{cedido} & & \text{absorbido} \end{array}$$

A la cantidad $m_c c_c$ se le denomina equivalente en agua del calorímetro y es una cantidad que se conoce para cada calorímetro

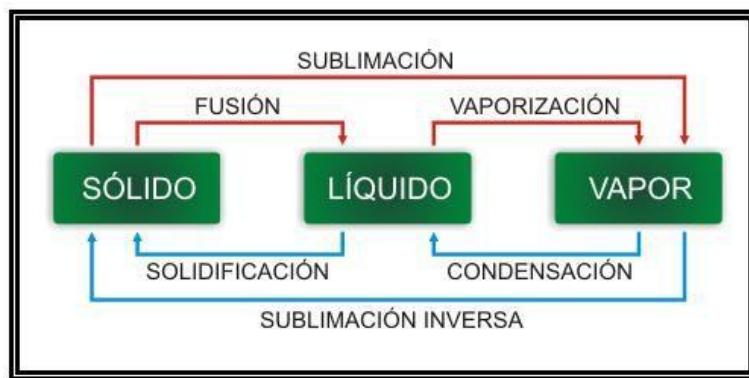
PROBLEMAS DE MEZCLAS:

1. En un experimento de Joule, una masa de 6,00 kg cae desde una altura de 50,00 m y hace rotar unas paletas que agitan 0,600 kg de agua. El agua está inicialmente a 15°C. ¿Cuál es el incremento de temperatura del agua?. **Res: 1,17 °**
2. a) ¿Cuánto calor se necesita para cambiar la temperatura de 400 g de agua de 18 a 23°C? **Res: 2000 cal**
b) ¿Cuánto calor se necesita para cambiar la temperatura de 400 g de cobre de 23 a 18°C? **Res: - 7.800 J**
3. Un calentador eléctrico suministra 1800 Watt de potencia en forma de calor a un estanque de agua. ¿Cuánto tiempo tomaría calentar los 200 kg de agua en el estanque desde 10 a 70°C?. Suponer que las pérdidas de calor a los alrededores son despreciables. (recuerde que 1 Watt = 1 joule/seg). **Res: 465 min**
4. Una pieza de fundición que pesa 50 kg es sacada de un horno en que la temperatura es de 500°C e introducida en un estanque que contiene 400 kg de aceite a 25°C. La temperatura final es 38°C y el calor específico del aceite es 0,5 kcal/(kg °C). Calcule el calor específico de la pieza. Desprecie la capacidad calórica del estanque. **Res: 0,113**
5. Un recipiente de aluminio de masa 500 gr, contiene 117,5 gr de agua a 20°C de temperatura. Se deja caer dentro del recipiente un bloque de hierro de 200 gr a 75°C de temperatura. Calcule la temperatura final, suponiendo que no hay pérdidas de calor hacia el medio ambiente. **Res: 25°**

CAMBIOS DE FASE

Los cambios de fase son cambios de ESTADO de la materia. Son transiciones que van acompañadas de ABSORCIÓN o LIBERACIÓN de calor, pueden ir acompañadas de un cambio de VOLUMEN, pero se observa que NO HAY cambio de TEMPERATURA. La temperatura a que ocurre un cambio de fase depende de la PRESIÓN en el sistema.

Experimento: Calentamiento de hielo a presión constante de 1 atm



Supongamos que el método de calentamiento asegura que la cantidad de calor suministrada por unidad de tiempo es CONSTANTE. Por lo que el eje Q en el gráfico equivale a la cantidad de calor suministrada.

Resultado:

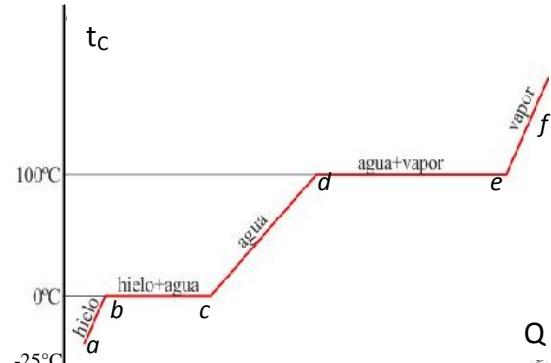
a-b : Hielo aumenta su temperatura de -25° a 0° C; la pendiente representa $T / Q = 1/(m*c_h)$, donde c_h es el calor específico del hielo (de expresión para Q)

b-c: comienza a aparecer agua y a fundirse el hielo mientras la temperatura permanece constante, aunque se siga entregando calor.

c-d: al derretirse todo el hielo comienza a aumentar la temperatura del agua desde 0° a 100° C; la pendiente representa $T / Q = 1/(m*c_a)$, donde c_a es el calor específico del agua (de expresión para Q).

d-e: comienza a aparecer vapor de agua ya que el agua comienza a ebullir mientras la temperatura permanece constante, aunque se siga entregando calor.

e -f: al vaporizarse toda el agua comienza a aumentar la temperatura del vapor desde 100° hacia arriba; la pendiente representa $T / Q = 1/(m*c_v)$, donde c_v es el calor específico del vapor (de expresión para Q).



Este comportamiento se observa en todos los materiales a sus correspondientes rangos de temperatura

CALORES DE TRANSFORMACION

Calor de (Fusión)/(Solidificación) (L_F/L_S)

(Notar que aquí hay dos definiciones juntas)

Es la cantidad de calor por unidad de masa que se debe (entregar a)/(extraer de) una sustancia para transformarla de (sólido a líquido)/(líquido a sólido) a la MISMA temperatura. El calor de fusión y el de solidificación tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo, $L_F = - L_S$, donde $L_F > 0$ y $L_S < 0$

Calor de (Vaporización)/(Condensación) (L_V/L_C)

(Notar que aquí hay dos definiciones juntas)

Es la cantidad de calor por unidad de masa que se debe (entregar a)/(extraer de) una sustancia para transformarla de (líquido a vapor)/(vapor a líquido) a la MISMA temperatura. El calor de fusión y el de solidificación tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo, $L_V = - L_C$, donde $L_V > 0$ y $L_C < 0$

Unidades de medida : Joule/Kg, Joule/gr, Joule/kilomol, Joule/mol, Caloría/gr, etc

Calor entregado o extraído de un sistema

$Q = m L$, donde m es la masa transformada (o que cambia de estado), L es el calor de transformación y Q la cantidad de calor necesaria para transformar la masa m .

Si a la temperatura del cambio de fase no se entrega/extrae el calor para que ocurra el cambio, éste no se produce, coexistiendo ambas fases, se habla entonces de EQUILIBRIO DE FASES. Tanto la temperatura de cambio como el calor de transformación dependen de la PRESION la que esta sometida la sustancia que cambia.

En sistemas de calefacción domésticos se usan los calores de condensación para transferir energía desde el calefactor a los radiadores, por se 27 veces más eficiente que sólo hacer circular un líquido caliente.

Para pensar: si se echa un cubo de hielo a -10°C adentro de un vaso con agua a temperatura ambiente, describa lo que podría pasar. ¿Se derrite el hielo, se congela el agua o ninguna de las dos alternativas?

Calores de Transformación

Sustancia	T _F (°C)	L _F (J/gr)	T _V (°C)	L _V (J/gr)
Helio	-269.65	5.23	1.25	-268.93
Hidrógeno	-259.31	58.6	14.0	-252.89
Nitrógeno	-209.79	13.8	3.30	-182.97
Mercurio	-39	11.8	2.82	357
Agua	0	335	80.0	100
Cobre	1083	134	32.0	1187
Oro	1063	64.5	15.4	2660
				1578
				377.0

PROBLEMAS CAMBIOS DE FASE:

- 1) Un cubo de hielo de 50g y -10° de temperatura, se deja caer dentro de un vaso de agua a 0°C. Explique lo que sucede y cuantifique la situación final del sistema.
Res: se solidifican 3,4 gr de hielo.
- 2) Un vaso cuya capacidad calórica es despreciable, contiene 500 g de agua a 80°C de temperatura. ¿cuántos gramos de hielo a -25°C se deben colocar adentro del agua para que la temperatura final del sistema sea 50°C?. **Res: 104,3 gr**
- 3) Un recipiente cuyas paredes están térmicamente aisladas, contiene 2100g de agua y 200g de hielo a 0°C. Se introduce en el agua el extremo de un tubo que procede de una caldera en la que hierve agua a presión atmosférica. ¿Cuántos gramos de vapor se deben condensar para elevar la temperatura del sistema a 20°C?. Desprecie la capacidad calórica del recipiente. **Res: 100 gr**
- 4) Calcule cuánto hielo a -20°C se debe introducir en 0.25 kg de agua a 20°C para que la temperatura final, con todo el hielo fundido, sea 0°C. Deprecie la capacidad calórica del recipiente. **Res: 54,8 gr**
- 5) Dentro de un calorímetro que contiene 1000g de agua a 20°C se introducen 500g de hielo a -16°C. El vaso calorimétrico es de cobre y tiene una masa de 278g ($c_{Cu} = 0,093 \text{ cal/g°C}$). Describa cuidadosamente las características finales de la mezcla, suponiendo que no hay pérdidas de calor al medio ambiente.
Res: se derriten 201,5 gr de hielo, T = 0°

CALOR DE COMBUSTION (Hc)

Es la cantidad de calor liberada por unidad de masa (o de volumen) cuando la sustancia se quema completamente.

Unidades para sólidos y líquidos : cal/g, Joule/g, Joule/kg, etc

Unidades para gases: Kcal/m³, Joule/ m³ , etc

Tabla

Gas Hulla	5600	Kcal/m ³
Gas Natural	9300- 23300	Kcal/m ³
Carbón	6000-7700	Kcal/Kg
Alcohol Etílico	7700	Kcal/Kg
Petróleo	11000	Kcal/Kg

El calor de combustión se puede medir usando un calorímetro y calentando el agua usando el combustible a medir.

PROBLEMAS DE CALORES DE COMBUSTION:

1) Un automovil emplea 9,5 kg de petróleo por hora con un rendimiento del 25%. ¿Cuál es la potencia que puede desarrollar el automóvil en Watt?

Res:30378 Watt

2) Suponga que el total de la masa del sol ($1,99 \times 10^{33}$ gr) esta compuesta de carbon. Sabemos que el sol emite su energía en una tasa de 4×10^{26} joules/seg. Calcule:

- a) el tiempo que demoraría en quemarse todo el carbón en años. **Res: 4622 años**
- b) el tiempo que demoraría en enfriarse hasta 0ºK, si en este mismo momento se apagara, y suponiendo que el Sol tiene una temperatura igual a la de su superficie (6000ºK) en todo su volumen (lo cual en realidad no es cierto) y que el calor específico de la mezcla Hidrógeno (0.70) + Helio (0.30) que compone su masa es igual a 2,76 cal/(grºK). **Res: 10934 años**

PROPAGACION DEL CALOR

Son 3 los mecanismos principales de propagación del calor:

CONDUCCIÓN

en SÓLIDOS y LÍQUIDOS principalmente

CONVECCIÓN

en LÍQUIDOS y GASES solamente

RADIACION

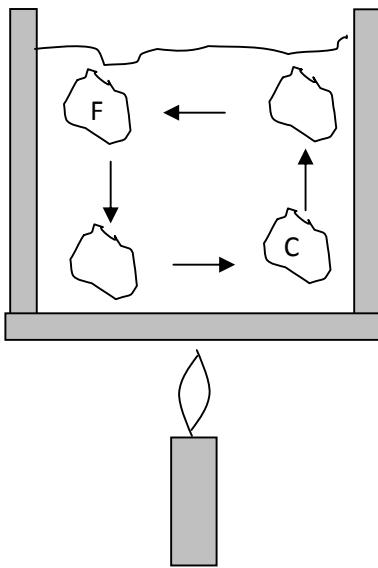
en el VACIO en GASES (LÍQUIDOS Y SÓLIDOS transparentes)

CONDUCCION: El calor se propaga a través de las vibraciones de moléculas y átomos que son traspasadas a sus vecinos, compartiendo así su energía cinética de vibración. No hay traslado de material de un punto a otro. Ejemplo: calentamiento de un extremo de una barra metálica, el calor se transporta por conducción hacia el otro extremo.

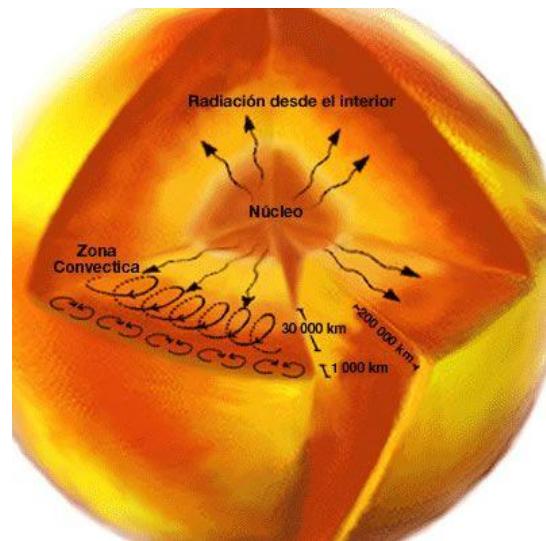
CONVECCION: El calor se propaga a través del traslado de material caliente hacia las partes frías, por medio de CELDAS DE CONVECCIÓN, las que liberan el calor en partes frías y retornan hacia la fuente de calor, repitiendo el ciclo convectivo.

Ejemplo: el agua en una tetera hirviendo, el aire cerca de una estufa, en las capas cerca de la superficie del sol, en ambos casos hay propagación del calor por convección.

RADIACION: El calor se transmite a través de las llamadas ONDAS ELECTRO-MAGNETICAS (rayos gamma, rayos X, rayos UV, luz visible, luz infrarroja, microondas, ondas de radio) que se propagan a la velocidad de la luz en el vacío (300 mil km/s). Al incidir estas ondas en un cuerpo opaco, son absorbidas y su energía se transforma en calor. Ejemplo: calor del sol que llega a la tierra, horno microondas, en ambos casos el calor se transporta en forma de ondas etc.. Todo objeto (incluso nosotros mismos) emite ondas EM de acuerdo a su temperatura.



CONVECCION



CONVECCION Y RADIACION EN EL SOL

En una estrella como el sol, se genera energía (en su centro), esta energía debe salir hacia el exterior en su totalidad, si no la estrella comenzaría a inflarse. Esta condición duraría hasta que el total de la energía generada pueda salir. Sabemos que en el sol (y las estrellas) la energía generada debe ser igual a la energía emitida (la que sale al exterior). Se sabe que esta energía, en el sol y otras estrellas, sale mediante los procesos de radiación y convección, principalmente.

V. ECUACION DE ESTADO DE UN GAS IDEAL

Experimentalmente se observa que:

1) Para una masa dada de gas, a TEMPERATURA CONSTANTE (T), la PRESION (p) a que está sometido el gas en su recipiente es inversamente proporcional al VOLUMEN (V) en que éste está contenido. Esta es la Ley de Boyle, que se expresa matemáticamente como:

$$(a) p = C_1/V, \text{ donde } C_1 \text{ es una constante de proporcionalidad.}$$

2) para una masa dada de gas a PRESIÓN CONSTANTE (p), el VOLUMEN (V) es directamente proporcional a la TEMPERATURA (T). Esta es la Ley de Charles y Gay-Lussac, la que se expresa matemáticamente como:

$$(b) V = C_2 * T, \text{ donde } C_2 \text{ es una constante de proporcionalidad.}$$

$$\text{Podemos escribir (a) como: } V = C_1/p$$

$$\text{Entonces, ya que } V \propto T \text{ y } V \propto 1/p \implies V \propto T/p$$

$$\implies (c) \quad V = C(T/p)$$

donde C es una constante de proporcionalidad (para una masa dada).

Al usar el volumen específico molar, $v = V/n$, donde n es el número de moles (o kilomoles), la relación (c) se convierte en:

$$(d) \quad v = R(T/p)$$

donde R es denominada la constante universal de los gases, que tiene un valor de :

$$R = 8,3143 \text{ Joules/(moles } ^\circ\text{K)} \text{ o bien } R = 0,08207 \text{ (litros atmósferas)/(mol } ^\circ\text{K)}$$

Reemplazando $v = V/n$ en (d) se obtiene:

$$(e) \quad V = n R (T/p) \text{ o bien } pV = n R T$$

que es la **Ecuación de Estado del Gas Ideal**

PROCESOS O TRANSFORMACIONES EN UN GAS IDEAL

Un proceso o transformación ocurre cuando el ESTADO de un sistema se modifica debido a que una o más de sus variables de estado cambia. Es decir se rompe el estado de equilibrio del sistema.

Si una de las variables de estado de un sistema permanece constante mientras las otras varían, se puede definir los siguientes tipos de procesos:

Proceso ISOCORO, cuando el VOLUMEN (V) permanece constante, p.ej. el calentamiento de un cilindro de gas doméstico

Proceso ISOBARICO, cuando la PRESIÓN (p) permanece constante, p.ej. el calentamiento de un líquido en un recipiente abierto

Proceso ISOTERMICO, cuando la TEMPERATURA (T) permanece constante, p.ej. una tetera con agua hirviendo (ya que se trata de un cambio de fase del agua donde T permanece constante).

Otro tipo de proceso que se define, con relación al intercambio de calor del sistema con el medio ambiente, es el **Proceso ADIABATICO**, que se produce cuando no hay intercambio de calor entre el sistema y el medio ambiente. Este tipo de proceso se puede dar incluso cuando la presión, volumen y temperatura están todas variando, p.ej. un líquido dentro de un termo.

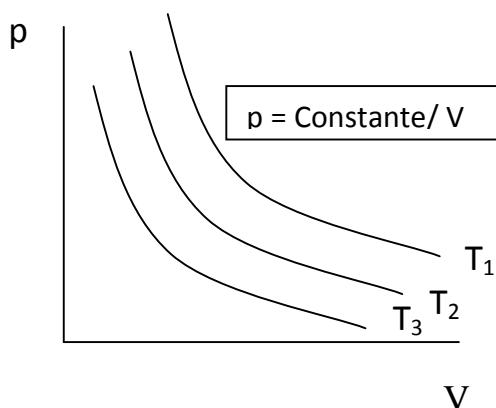
Un material aislante que no permite el intercambio de calor con el medio ambiente se denomina AISLANTE ADIABATICO, p.ej. “plumavit”

REPRESENTACION GRAFICA DE LOS PROCESOS EN GAS IDEAL

Para una masa dada (n tiene un valor fijo):

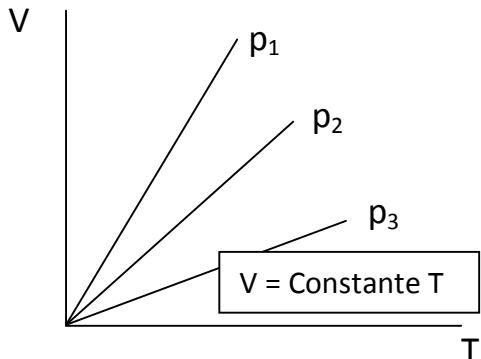
Proceso ISOTERMICO (T constante):

Como T es constante, de la relación (e) se tiene $pV = \text{Constante}$, o bien, $p = \text{Cte}/V$, que corresponde a la ecuación de una familia de hipérbolas. Cada hipérbola particular corresponde a un valor de la constante Cte (o sea a un valor de T).



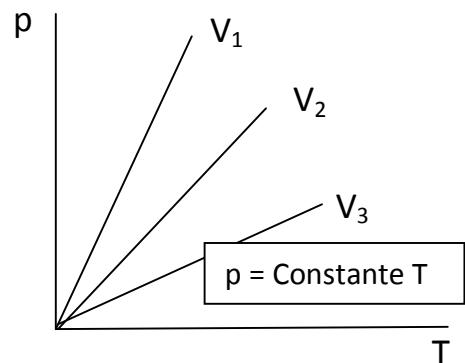
Proceso ISOBARICO (p constante)

De (e) se tiene: $V = Cte T$, que corresponde a una familia de rectas que pasan por el origen, La pendiente de cada recta dependerá de un valor de p .



Proceso ISOCORO (V constante)

De (e) se tiene: $p = Cte T$, que corresponde a una familia de rectas que pasan por el origen. La pendiente de cada recta dependerá de un Valor de V .



VI. TRABAJO EN UN PROCESO CON CAMBIO DE VOLUMEN

Realizar trabajo sobre un sistema significa un cambio en su energía cinética y/o potencial, ya que el trabajo es una forma de transferir energía al sistema.

Cuando un gas se comprime o expande se realiza trabajo, el que se puede expresar como:

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{ds} = F ds \cos \theta$$

F es una fuerza cuyo punto de aplicación se desplaza una distancia ds .

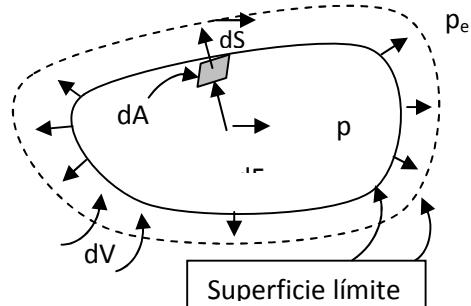
θ es el ángulo entre la fuerza F y la dirección del desplazamiento ds

$$\text{Para un desplazamiento finito: } W = \int \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

Cuando un gas se expande lo hace en contra de una presión externa (p_e). Si la expansión ocurre sin aceleración, el sistema debe ejercer una presión (p) IGUAL al la presión externa, contra su superficie límite, o sea, $p = p_e$.

Como la fuerza ejercida por la presión es siempre perpendicular a la superficie límite y ds es perpendicular al elemento de superficie dA

$$\rightarrow ds \text{ paralelo a } dF \quad d(dW) = dF \cdot ds = dF ds$$



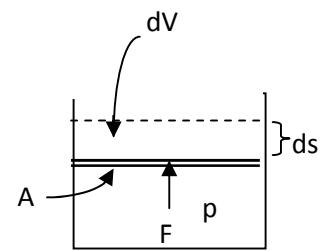
pero $dF = p dA$ (de la definición $p = dF/dA$) $\Rightarrow d(dW) = p dA ds$

integrando una vez sobre toda la superficie límite: $dW = \underbrace{p A}_{F} ds$

pero $A ds = dV$, es un incremento infinitesimal del volumen

entonces, $dW = p dV$ y $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$, es el trabajo realizado por

el sistema para un cambio de volumen de V_1 a V_2 , esto se ve más claro en la siguiente figura que representa un cilindro y un émbolo.



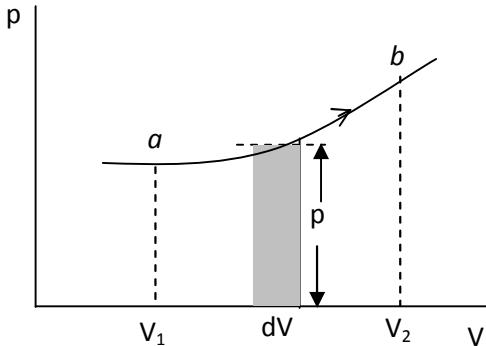
Convención de signos: Si $V_1 < V_2$ (expansión) $\Rightarrow W > 0$
Si $V_1 > V_2$ (contracción) $\Rightarrow W < 0$, por definición.

Es decir al expandirse el sistema, éste realiza un trabajo POSITIVO. Al contraerse el sistema, éste realiza un trabajo es NEGATIVO. Esto se verá más claro en proceso isobárico.

Representación gráfica del trabajo en el plano p-V

Como el trabajo es $dW = p dV$ que corresponde al área del rectángulo sombreado en la figura, el trabajo total entre V_1 y V_2 corresponde al área total bajo la curva, entre V_1 y V_2 .

Si el proceso va de a a b , corresponde a una Expansión $W > 0$



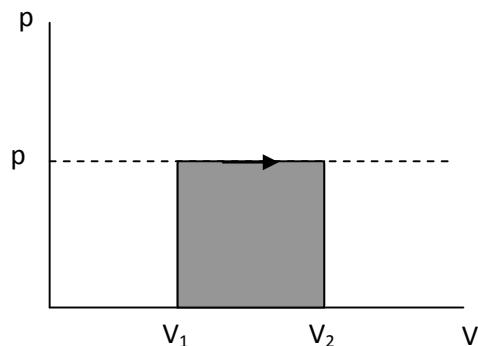
Si el proceso va de b a a , es una contracción por lo que $W < 0$

Trabajo en los distintos tipos de procesos

Proceso Isócoro (V constante) $W = 0$ ya que no hay cambio de volumen ($dV = 0$)

Proceso Isobárico (p constante)

Como $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = W = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p (V_2 - V_1)$

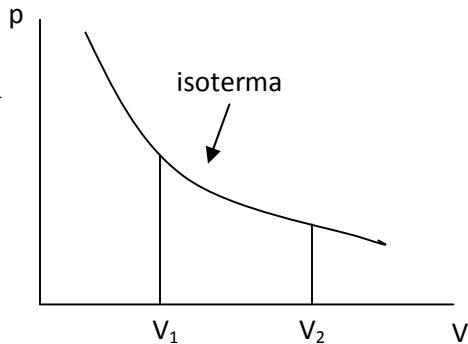


Proceso Isotérmico (T constante)

Para un gas ideal $p = n R T / V$, multiplicando por dV

Se tiene: $pdV = nRT dV / V$, integrando:

$$W = n R T \int_{V_1}^{V_2} dV / V \longrightarrow W = n R T \ln (V_2/V_1)$$

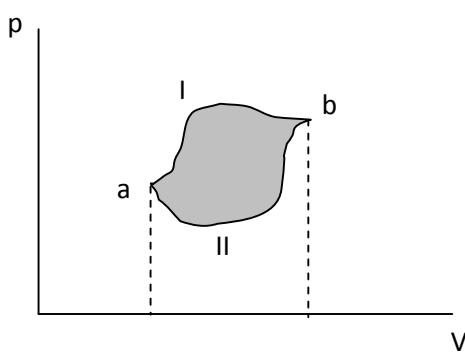


El trabajo DEPENDE de la trayectoria

Para ir de un estado de equilibrio *a* a otro *b*, se puede hacer por distintos caminos. Por ejemplo por I y II. El área bajo la curva es DIFERENTE para cada trayectoria. Luego, el trabajo también es distinto. Por lo tanto el trabajo es una función de línea

y no de punto. Si el proceso va de *a* a *b* por I y luego vuelve a *a* por II, se dice que realizó un CICLO. El trabajo realizado en el ciclo será:

$$W = W_{ab} + W_{ba} = \int_a^b p dV + \int_b^a p dV$$

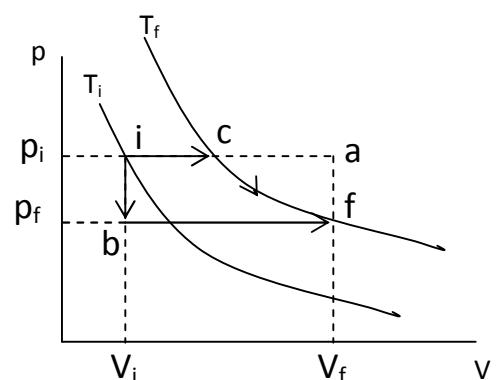


El trabajo es, entonces, el área encerrada por las curvas I y II. Por lo que el trabajo en un ciclo NO ES cero. Si W fuese una función de punto el trabajo sería cero ya que se vuelve al mismo punto inicial y las funciones de punto solo dependen del punto inicial y el punto final y como en este caso ambos puntos son el mismo entonces el resultado es cero.

PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

Supongamos que queremos ir desde un punto de equilibrio *i* a otro *f*. Esto lo podemos hacer por diferentes trayectorias.

Para cada trayectoria hay un trabajo W asociado que es DIFERENTE. También cada trayectoria tiene una cantidad Q de calor transferido (absorbido o liberado) que es DIFERENTE.



Ni Q ni W son variables de estado ya que ambas dependen de la trayectoria de los procesos, y sabemos que para ser variable de estado solo debe haber dependencia de la posición

(como para V, T, p). Sin embargo experimentalmente se encuentra que la diferencia $Q - W$ es siempre la misma, sin importar la trayectoria.

Se puede asociar la diferencia $Q - W$ a la diferencia entre los valores de una nueva variable de estado que llamaremos ENERGÍA INTERNA, U. Entonces:

$$Q - W = U_f - U_i \quad *$$

Donde U_i y U_f son los valores inicial y final de la energía interna.

Para un cambio infinitesimal * se puede escribir:

$$dU = dQ' - dW' \quad **$$

donde el símbolo ‘ indica que ni dQ ni dW son diferenciables

Enunciado:

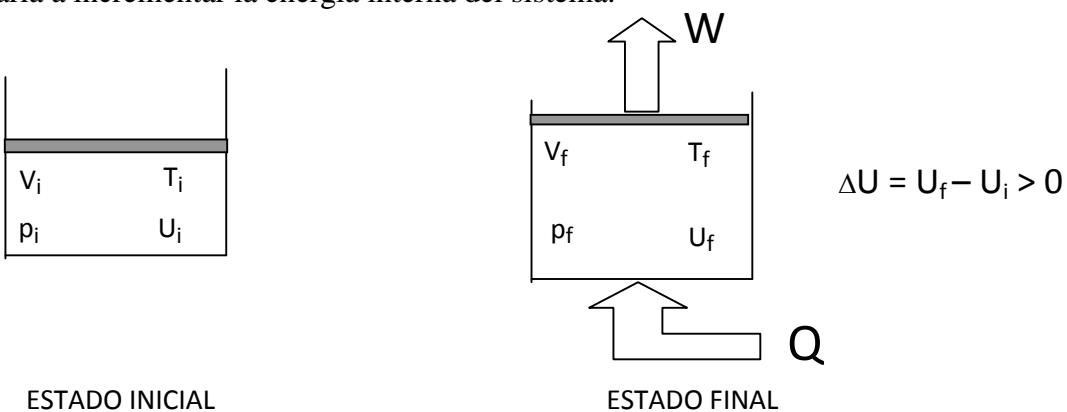
“Un sistema termodinámico en estado de equilibrio posee una variable de estado llamada ENERGIA INTERNA, U, cuyo cambio en un proceso diferencial está dado por la expresión ** “

Convención de signos

Sabemos que $Q > 0$ cuando se absorbe calor
 $W > 0$ cuando el sistema se expande

Ahora si se tiene que $Q - W > 0 \longrightarrow U_f - U_i > 0$, es decir que la energía interna aumenta.

Por ejemplo: Si el calor Q es entregado al sistema ($Q > 0$) y el sistema se expande ($W > 0$), y no toda la energía entregada se usa para expandir el sistema (ya que $Q - W > 0$), el resto pasaría a incrementar la energía interna del sistema.



La expresión *, se puede escribir $Q = W + \Delta U$ *** donde $\Delta U = U_f - U_i$

En un ciclo completo, volviendo al mismo punto inicial, $\Delta U = 0$, ya que $U_f = U_i$
Luego $U_f - U_i = 0$

$$\text{Entonces, } Q_{\text{ciclo}} = W_{\text{ciclo}}$$

“El calor transferido en un ciclo completo es igual al trabajo realizado en el ciclo”

En general se puede demostrar que la Energía Interna sólo depende de la temperatura T (no depende de p ni de V)

PROBLEMA GAS Y TRABAJO

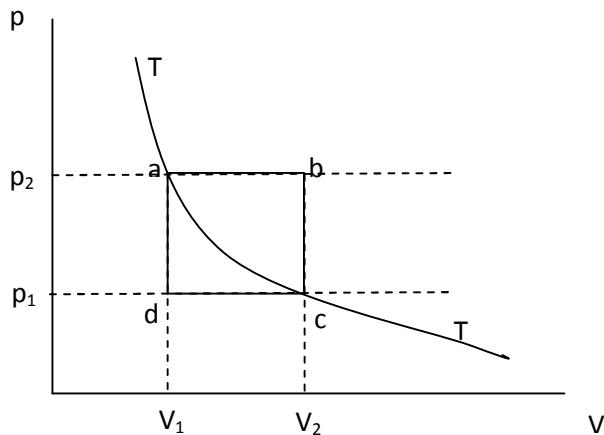
La figura representa cinco transformaciones a-b, b-c, c-d, d-a y a-c, trazadas en el plano p-V y que corresponden a un gas ideal en un sistema cerrado. Representar los mismos procesos:

- en el plano p-T
- en el plano v-T

Si en la figura $p_2 = 10 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, $p_1 = 4 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ y $v_1 = 2,5 \text{ m}^3/\text{kmol}$

Determinar:

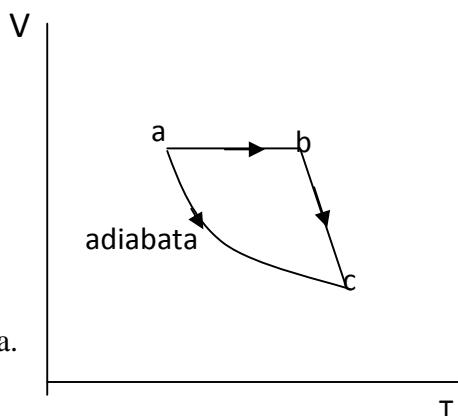
- la temperatura T de la isoterma
- el volumen molar específico v_2
- las temperaturas en los puntos b y d
- el volumen real en a si el sistema consiste en $n=4$ moles de hidrógeno
- la masa de hidrógeno
- el trabajo durante el proceso a-b (por isobara)
- el trabajo durante el proceso a-c (por isotérmico)
- los calores transferidos en procesos, a-b, b-c, c-d, d-a y a-c (isotérmico)
- los trabajos en procesos c-d, b-c y d-a.



PROBLEMA DEL 1º PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

La compresión del sistema representado en la figura, a lo largo de la trayectoria adiabática a-c, requiere un trabajo de 1000 J. La compresión del sistema a lo largo de b-c requiere un trabajo de 1500 J, pero al mismo tiempo 600 J de calor son cedidos en este tramo.

- Calcular el trabajo realizado W , el calor transferido Q y la variación de la energía interna ΔU del sistema en cada proceso y en el ciclo a-b-c-a.
- Representar este ciclo en un diagrama p-V y p-T.



RESUMEN

Proceso Isotérmico ($\Delta T = 0$)

$$W_{\text{isot}} = n R T \ln(V_f/V_i) \quad Q_{\text{isot}} = W_{\text{isot}}$$

$$U_f - U_i = 0 \quad (\text{ya que } T_f - T_i = 0)$$

Proceso Isócoro ($\Delta V = 0$)

$$W_{\text{isoc}} = 0$$

$$Q_{\text{isoc}} = n c_V (T_f - T_i)$$

Proceso Isobárico ($\Delta p = 0$)

$$W_{\text{isob}} = p (V_f - V_i)$$

$$Q_{\text{isob}} = n c_p (T_f - T_i)$$

Proceso Adiabático ($\Delta Q = 0$)

$$W_{\text{adiab}} = -(U_f - U_i) \quad Q_{\text{adiab}} = 0$$

$$U_f - U_i = n c_V (T_f - T_i)$$

Notar que la expresión para calcular $U_f - U_i$, es válida para cualquier proceso

VII. PROCESOS ADIABATICOS

TRABAJO ADIABATICO

Si en un sistema no se permite intercambio de calor con el medio (sistema aislado), cualquier trabajo asociado a un cambio de volumen es llamado TRABAJO ADIABATICO.

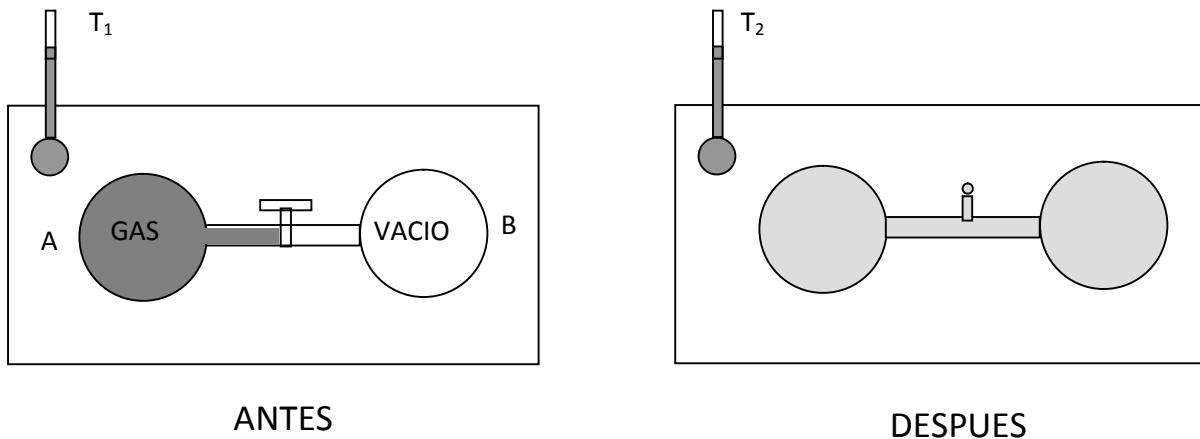
De la expresión $Q = W + \Delta U$ se obtiene $0 = W + \Delta U$ ya que $Q = 0$,

Luego se tiene: $W_{\text{adiab}} = -\Delta U$, por lo tanto el trabajo adiabático es un VARIABLE DE ESTADO, ya que ΔU lo es. Entonces el trabajo adiabático es el mismo para cualquier trayectoria adiabática entre dos puntos.

ENERGIA INTERNA Y CALORES ESPECIFICOS DE LOS GASES IDEALES

¿De qué parámetros depende la ENERGIA INTERNA?

Experimento de Gay-Lussac (expansión libre)



Se tiene dos contenedores unidos por un tubo y aislados térmicamente. El contenedor A lleno de gas, en el B se ha hecho el vacío. Posteriormente, se abre la llave en el tubo y el gas se distribuye en los dos contenedores.

Como al comienzo, en el contenedor B hay vacío:
es decir no se realiza trabajo al expandirse el gas.

$$p_e = 0 \text{ por lo que } W = 0,$$

Por otra parte, como los contenedores están aislados:

$$Q = 0$$

Por lo tanto, del primer principio: $0 = 0 + \Delta U$, es decir, $\Delta U = 0$ (U no cambia) entre ANTES y DESPUES

Como V y p cambian, significa que **U no depende de V ni de p**

Por otro lado se observa que $T_1 = T_2$ (T no cambia), lo que significa que **U debe depender sólo de T para un gas ideal**

CALORES ESPECIFICOS MOLARES PARA GASES IDEALES

Recordemos que de la definición de calor específico molar se tiene:

$$Q = n c_p \Delta T \text{ (para proceso ISOBARICO)}$$

$$Q = n c_V \Delta T \text{ (para proceso ISOCORO)}$$

Del 1º principio de la termodinámica (TD) se tiene:

$$dQ' = dW' + dU, \text{ pero, ya que } dW' = pdV$$

entonces: $dQ' = pdV + dU \quad / * (1/n)$

$$dq' = pdv + du *$$

donde q, v y u son los valores específicos molares para Q, V y U, respectivamente.

Calor específico en Proceso Isócoro ($v = \text{constante}$):

$$\text{De } * dq' = du$$

Pero sabemos que : $c_V = (1/n)(dQ'/dT)$ de la definición de c_V , de aquí se tiene:

$$c_V = dq'/dT, \text{ de donde } \boxed{c_V = du/dT} **$$

Calor específico en Proceso Isobárico ($p = \text{constante}$), del 1º Principio se tiene

$$du = dq' - pdv$$

Pero sabemos que : $c_p = (1/n)(dQ'/dT)$ de la definición de c_p , de aquí se tiene:

$$\boxed{c_p = dq'/dT} ***,$$

pero de ** se tiene $du = c_V dT$ y de *** $dq' = c_p dT$

$$\text{reemplazando en } * \quad c_p dT = pdv + c_V dT$$

pero para un gas ideal en proceso isobárico se tiene: $\rho dv = R dT$, entonces

$$c_p dT = R dT + c_v dT \text{ , de donde se obtiene: } c_p = R + c_v$$

CALOR ESPECIFICO Y ENERGIA INTERNA

De ** se tiene $du = c_v dT$

$$\text{Integrando se obtiene } \int_{u_i}^{u_f} du = \int_{T_i}^{T_f} c_v dT \quad \text{de donde} \quad u_f - u_i = c_v (T_f - T_i)$$

$$\text{multiplicando por } n \text{ se obtiene } U_f - U_i = n c_v (T_f - T_i)$$

expresión que vale SIEMPRE ya que U sólo depende de T (no depende de V ni de p)

PROCESOS ADIABATICOS EN UN GAS IDEAL

De * $du = dq' - pdv$, pero $dq' = 0$ (proceso adiabático)

$$m du = - pdv, \text{ pero de ** se tiene } du = c_v dT$$

$$m c_v dT = - pdv, \text{ pero } p = RT/v, \text{ reemplazando } c_v dT = - (RT/v) dv$$

$$\text{Reordenando } dT/T = - (R/c_v) (dv/v), \text{ pero } R = c_p - c_v$$

$$\text{Reemplazando } dT/T = - [(c_p - c_v)/c_v] (dv/v), \text{ si llamamos } c_p/c_v = \gamma$$

$$dT/T = - [\gamma - 1] (dv/v), \text{ integrando } \ln T = - [\gamma - 1] \ln v + \ln (Cte); \text{ Cte = constante}$$

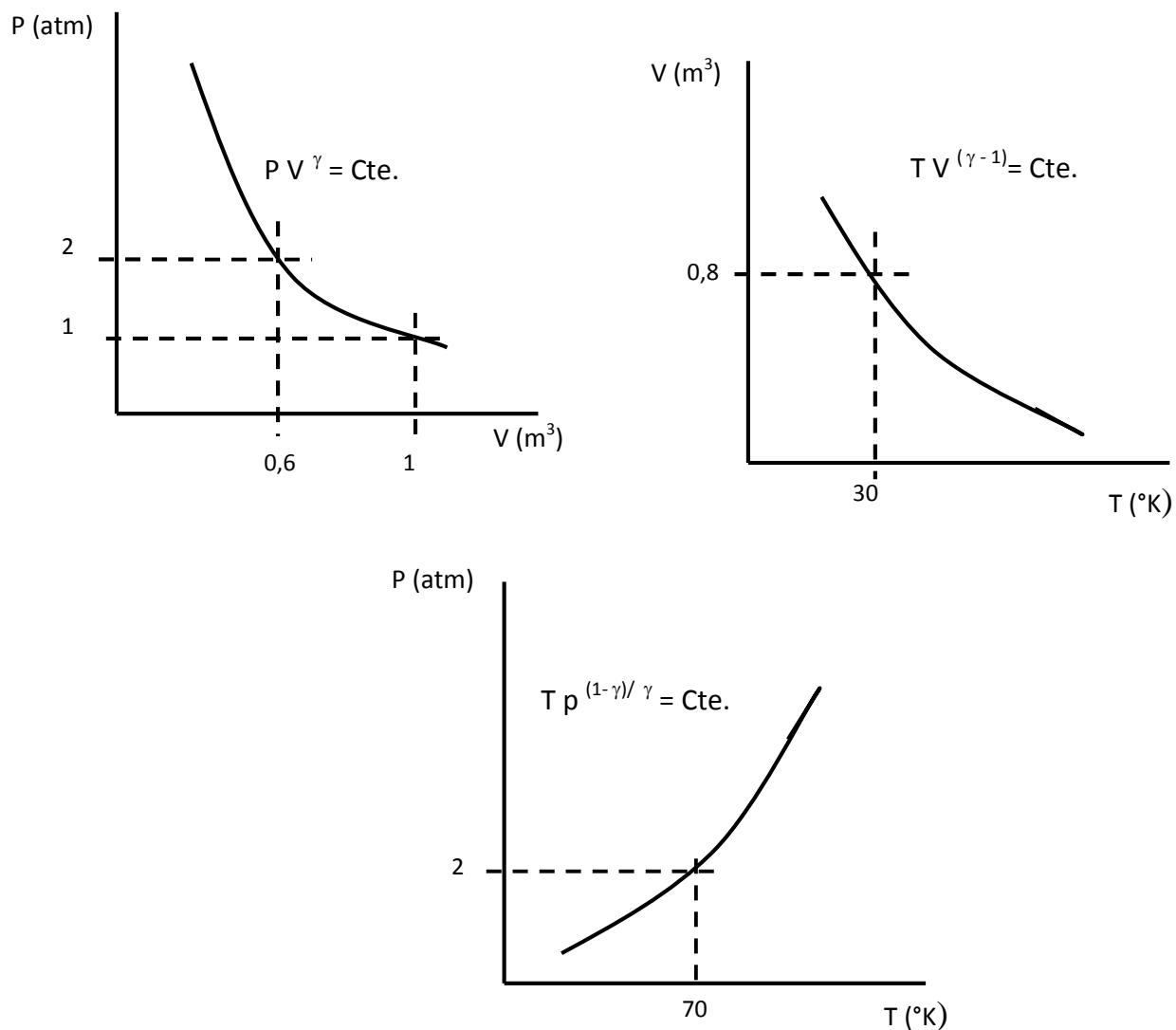
$$\ln T = \ln v^{-[\gamma-1]} + \ln (Cte), \text{ reordenando } \ln T = \ln [Cte / v^{[\gamma-1]}]$$

$$m T = Cte / v^{[\gamma-1]} \text{ o bien } T v^{[\gamma-1]} = Cte,$$

$$\text{pero como } v = V/n \rightarrow \boxed{T V^{[\gamma-1]} = Cte} \quad \text{si } n \text{ es constante}$$

Problema : Demostrar que: a) $p V^\gamma = Cte$ b) $T p^{(1-\gamma)/\gamma} = Cte$

Representaciones gráficas en distintos planos para procesos adiabáticos



VALORES PARA x y c_p

Gas	$c_p / c_v = x$	c_p
Monoatómico	$5/3 = 1,67$	$(5/2) R$
Diatómico	$7/5 = 1,40$	$(7/2) R$

PROBLEMAS DE TERMOMETRIA Y CALOR

DILATACION DE SOLIDOS

1. Una barra de cobre y una barra de acero, de coeficientes de dilatación lineal $r_{\text{cobre}} = 1,67 \times 10^{-5} [1/\text{K}]$ y $r_{\text{acero}} = 1,05 \times 10^{-5} [1/\text{K}]$ y longitudes iniciales L_C y L_A , respectivamente, aumentan su temperatura simultáneamente en ΔT grados. Se observa que cualquiera sea el valor de ΔT las barras mantienen la MISMA diferencia de longitud ΔL entre ellas, que la que tenían inicialmente. Si $UL = 0,30$ metros, calcule los valores de L_C y L_A , en centímetros.

2. El volumen interior del depósito de vidrio de un termómetro de alcohol (ver Fig. 1), es de 15 cm^3 y el diámetro del capilar (hecho del mismo vidrio) es de 1,0 mm. El alcohol llena completamente el depósito cuando su temperatura es 0°C (ver figura). Sabiendo que el **coeficiente de dilatación lineal del vidrio** es $r_{\text{vid}} = 10 \times 10^{-6} [\text{C}^{-1}]$ y que el **coeficiente de dilatación volumétrico del alcohol** es $s_{\text{alc}} = 0,75 \times 10^{-3} [\text{C}^{-1}]$, calcule:

- la altura de la columna de alcohol, h , desde la base del capilar, a la que se debe colocar la marca del punto de ebullición del agua.
- El intervalo, en milímetros, entre las marcas de a 1°C , en el capilar del termómetro.

Notas importantes: i) debe considerar la dilatación del depósito y del capilar de vidrio, además de la del alcohol
ii) trabaje con todos los decimales posibles pero redondee sus resultados a sólo 3 decimales.

3. Un recipiente de aluminio que tiene la forma de un cilindro, está inicialmente a $4,0^\circ\text{C}$, temperatura a la cual su diámetro interior es de 28,00 cm. El recipiente contiene 11,355 litros de agua a $4,0^\circ\text{C}$, temperatura a la cual la densidad del agua es $1,000 \text{ g/cm}^3$

- Calcule la profundidad del agua en el recipiente. Entregue el resultado en cm y con tres decimales.
- El recipiente y el agua dentro de él, se calientan hasta $90,0^\circ\text{C}$. Calcule la profundidad del agua a esta nueva temperatura.. La densidad del agua a $90,0^\circ\text{C}$ es $0,965 \text{ g/cm}^3$. Entregue el resultado en cm y con tres decimales.

NOTA: El recipiente es suficientemente alto para evitar que el agua se derrame

4. El volumen del depósito de un termómetro de mercurio (ver Fig. 2) en vidrio es 15 cm^3 a 0°C y el diámetro del capilar es de 2 mm. Si la sección transversal del capilar se considera constante y el mercurio llena completamente el depósito a 0°C (como lo muestra la figura) . Calcule:

- la longitud de la columna de mercurio en el capilar a la temperatura de 88°C .
- La temperatura en grados Celsius y Farenheit para la cual la longitud de la columna sería de 5 cm.

4'. Una cierta **escala de temperaturas** se define por la ecuación: $\tau = a T + b$, donde τ es la temperatura y **a** y **b** son constantes. a) Determine los valores de **a** y **b** si $\tau = 0$ en el punto de fusión del hielo y $\tau = 100$ en el punto de ebullición del agua. b) Determine la altura de la columna de mercurio, X , cuando $\tau = 75$.

5. Un cubo de latón hueco de arista 10 cm a temperatura 20 grados Celsius, tiene en su cara superior un orificio de diámetro 1 cm. Una esfera de acero, también a temperatura 20 grados Celsius, tiene un diámetro de 1,001 cm.
- ¿ Hasta qué temperatura debe calentarse el cubo de latón para que la esfera de acero, que se mantiene a 20 grados Celsius, pase justo por el orificio?
 - Si ahora es el cubo el que se mantiene a 20 grados Celsius, ¿hasta qué temperatura final debe llegar la esfera de acero para pasar justo por el orificio?
- PRINCIPIO DE LAS MEZCLAS
6. Un bloque de 25 gramos de aluminio a 100°C, se coloca en 100 gramos de agua y 5,0 gramos de hielo a 0°C. Sabiendo que el **calor de fusión del hielo** es $(L_F)_{\text{hielo}} = 80 \text{ [cal/g]}$ y que el **calor específico aluminio** es $c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ [cal / (g °C)]}$, determine la temperatura y composición final de la mezcla.
7. En un recipiente cuya capacidad calorífica es despreciable se mezclan 500 gramos de agua a 10° C, 100 gramos de hielo a -10° C y 50 gramos de cobre a 90° C. En las siguientes preguntas entregue sus resultados con UN decimal (en notación normal) cuando sea necesario.
- Encuentre la temperatura final de la mezcla (en grados Celsius), después de alcanzado el equilibrio.
 - Determine cuantitativamente e indique los componentes finales la mezcla, después de alcanzado el equilibrio.
 - Represente esquemáticamente la temperatura del hielo *versus* la cantidad de calor que recibe, indique los valores de T y Q calculados anteriormente, en los respectivos ejes.
8. Una vasija de capacidad calorífica despreciable contiene 400 g de agua. Se deja caer en ella 100 g de hielo a -15° C y se observa que la temperatura final de la mezcla es 10° C
- Calcule la temperatura inicial del agua
 - Una vez que la mezcla está a su temperatura final (10° C) calcule el tiempo mínimo necesario que se debe mantener un calentador de 2000 Watt en el agua para vaporizarla completamente
9. Un recipiente cuya capacidad calorífica es despreciable, contiene 500 g de agua y 50 g de hielo ambos en equilibrio a una temperatura de 0° C :
- Si se introduce en el agua un trozo de cobre de 50 g a una temperatura de 100°C, explique lo que sucede, justifique su respuesta en forma numérica. ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla?
 - Si en vez del trozo de cobre de 50 g se introduce al agua un trozo de 250 g del mismo metal, calcule la temperatura a que debería encontrarse este último trozo de cobre para que la temperatura final de la mezcla sea 5°C.
10. Un calorímetro de aluminio de 200 gramos contiene 500 gramos de agua a 20°C, se coloca dentro de él un trozo de hielo de 100 gramos a -20°C. Sabiendo que el **calor de fusión del hielo** es $(L_F)_{\text{hielo}} = 80 \text{ [cal/g]}$, que el **calor específico aluminio** es $c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ [cal / (g °C)]}$, que el **calor específico del agua** es $c_{\text{agua}} = 1,00 \text{ [cal / (g °C)]}$ y que el **calor específico del hielo** es $c_{\text{hielo}} = 0,55 \text{ [cal / (g °C)]}$:

- a) determine la temperatura final de equilibrio del sistema, en grados celsius ($^{\circ}\text{C}$), suponiendo que no hay perdidas de calor
- b) suponga ahora que la temperatura final de equilibrio obtenida en la pregunta (a) es de **15°C** (lo cual no es cierto), se añade al calorímetro un segundo trozo de hielo de 200 gramos a -20°C . Determine las características finales del sistema (T final, cantidad de agua y cantidad de hielo que quedan, si corresponde)

GAS Y TRABAJO

11. Dos moles de un gas ideal, inicialmente a $300\ ^{\circ}\text{K}$ y $0,40\text{ atm}$ (punto 1), se comprimen isotérmicamente hasta una presión de $1,2\text{ atm}$ (punto 2), luego se enfriá a volumen constante hasta el valor de la presión inicial (punto 3), siendo la variación de la energía interna en este proceso de **-5016 Joule** y finalmente se expande a presión constante hasta un volumen V , correspondiente al volumen inicial.

- a) Dibuje los diagramas correspondientes P-V, V-T y P-T, indicando en cada uno de ellos, los puntos y valores de acuerdo a los datos iniciales dados en el problema.
- b) Calcule los volúmenes: V_1, V_2, V_3 en m^3 y la temperatura T_3
- c) Calcule el trabajo en cada uno de los procesos y el trabajo en el ciclo, en Joule. Indique, en cada caso, si el trabajo es hecho **por** el sistema o **sobre** el sistema
- d) Calcule la cantidad de calor en cada uno de los procesos y la cantidad de calor en el ciclo, en Joule. Indique, en cada caso, si el calor es **absorbido** o **cedido** por el sistema.
- e) Calcule la variación de la energía interna en cada uno de los procesos y la variación de la energía interna en el ciclo, en Joule. Indique, en cada caso, si la energía interna **aumenta** o **disminuye**.

12. El volumen de un gas ideal en un sistema es $1\ \text{m}^3$, su presión 4 atm y su temperatura $400\ ^{\circ}\text{K}$ (punto 1).

Se expande el gas a temperatura constante hasta bajar a la mitad su presión inicial (punto 2); después se calienta a

volumen constante hasta su presión inicial (punto 3) y finalmente se comprime a presión constante hasta su volumen inicial (punto 1). **Se sabe que en el tramo 3-1 el cambio de energía interna es de $-1,013 \times 10^6\text{ J}$:**

- a) Representar el proceso en los diagramas p-V, p-T y V-T. Indicar la posición de los puntos 1, 2 y 3 en el diagrama y los valores de las variables, entregados como datos, en los respectivos ejes.

En las siguientes preguntas entregue sus resultados con UN decimal (en notación normal) cuando sea necesario.

- b) Calcular el volumen en el punto 2 (en m^3) y la temperatura (en grados Kelvin) en el punto 3.
- c) Calcule el trabajo realizado (en Joules) en los tramos 1-2, 2-3, 3-1, **indique si este es realizado por o sobre el sistema**
- d) Calcule el calor transferido (en Joules) en los tramos 1-2, 2-3, 3-1, **indique si este es absorbido o cedido por el sistema**
- e) Calcule el cambio de energía interna (en Joules) en los tramos 1-2, 2-3, 3-1, **indique si la energía crece o decrece en cada tramo**

13. El volumen de 208,9 moles de un **gas ideal** en un sistema es 2 m^3 , su presión 3 atm y su temperatura 350 °K (punto 1). Se expande el gas **a presión constante** hasta duplicar su volumen y temperatura inicial (punto 2); despues se comprime **a temperatura constante** hasta su volumen inicial, duplicando su presión (punto 3) y finalmente se enfriá **a volumen constante** hasta volver a su punto inicial (punto 1). Suponga un calor específico $c_p = 3,5R$, para el gas.

a) Representar el proceso en los diagramas p-V, p-T y V-T. Indicar la posición de los puntos 1, 2 y 3 en el diagrama y los valores de las respectivas coordenadas.

En las siguientes preguntas **indique** si el trabajo es realizado **por o sobre** el sistema, si el calor es **absorbido o cedido** por el sistema y si la energía interna del sistema **aumenta o disminuye**. Exprese sus respuestas en Joules y/o grados kelvin, cuando corresponda

. NOTA: Escriba sus resultados en la tabla de abajo. Para obtener puntaje completo debe desarrollar sus respuestas

- b) Calcule el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 1 a 2
- c) Calcule el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 2 a 3
- d) Calcule el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 3 a 1
- e) Calcule el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU **para el ciclo completo**.

Tramo	Q (J)	W (J)	ΔU (J)	Tipo Proceso
1 a 2				
2 a 3				
3 a 1				
Ciclo				

14. Un sistema termodinámico pasa por los estados *a*, *b*, *c* y *a* completando un ciclo cerrado (ver Fig. 3), como lo muestra la figura.

Tramo	Q (J)	W (J)	ΔU (J)	Tipo Proceso	Temperatura
<i>a b</i>					$T_a =$
<i>b c</i>					$T_b =$
<i>c a</i>					$T_c =$
Ciclo					

Si en el tramo de **a** a **b** el sistema absorbe 4×10^5 J de calor y entre **b** y **c** incrementa su energía interna en 8×10^5 J:

- (a) Calcule el trabajo efectuado y el cambio de energía interna en el tramo de **a** a **b**. Exprese sus resultados en Joules e indique claramente si el trabajo es realizado sobre o por el sistema y si la energía interna del sistema crece o decrece.
- (b) Calcule el trabajo efectuado y el calor que fluye en el tramo de **b** a **c**. Exprese sus resultados en Joules e indique claramente si el trabajo es realizado sobre o por el sistema y si el calor es absorbido o cedido por el sistema.
- (c) Calcule el trabajo efectuado, el calor que fluye y el cambio de energía interna en el tramo de **c** a **a**. Exprese sus resultados en Joules e indique claramente si el trabajo es realizado sobre o por el sistema, si el calor es absorbido o cedido por el sistema y si la energía interna del sistema crece o decrece.
- (d) Calcule el trabajo efectuado, el calor que fluye y el cambio de energía interna **para el ciclo completo**. Exprese sus resultados en Joules e indique claramente si el trabajo es realizado sobre o por el sistema, si el calor es absorbido o cedido por el sistema y si la energía interna del sistema crece o decrece.
- (e) Si el sistema termodinámico es un gas ideal con $n = 100$ moles (o 0,100 kilomoles), calcule las temperaturas en los puntos **a**, **b** y **c**.
- (f) Indique los tipos de procesos en los tramos de **a** a **b**, de **b** a **c** y de **c** a **a**.
- (g) Represente esquematicamente los procesos de **a** a **b**, de **b** a **c** y de **c** a **a** en los planos V-T y p-T.

15. Una máquina que utiliza 1 mol de gas ideal, inicialmente a **V_a = 24,6 litros** y **T_a = 400°K**, trabaja en un ciclo consistente en 4 etapas:

- a → b)** expansión ISOTERMICA a 400°K hasta dos veces su volumen inicial
b → c) enfriamiento hasta 300°K a VOLUMEN constante
c → d) compresión ISOTERMICA hasta su presión original (p_a)
d → a) calentamiento a PRESION constante hasta su temperatura original (400°K)

- a) Dibuje los diagramas correspondientes p-V y V-T indicando en cada uno de ellos, los puntos y valores de acuerdo a los datos iniciales dados en el problema.
- b) Calcule el volumen (en m^3) y la presión (en pascal) en el punto **d**, V_d y p_d .
- c) Calcule, en Joule, el trabajo W la cantidad de calor Q y el cambio en energía interna ΔU , en cada uno de los procesos indicados anteriormente **y en el ciclo completo**. Indique, en cada caso, si el trabajo es hecho **por** el sistema **o sobre** el sistema, si el calor es **absorbido o cedido** y si la energía interna **aumenta o disminuye**. Suponer que el calor específico molar a volumen constante y a presión constante son, respectivamente, $c_v = 20,8$ y $c_p = 29,1$ [Joule/(mol·K)]

16. Una cierta **escala de temperaturas** se define por la ecuación: $\tau = a - T + b$, donde τ es la temperatura y **a** y **b** son constantes. a) Determine los valores de **a** y **b** si $\tau = 0$ en el punto de fusión del hielo y $\tau = 100$ en el punto de ebullición del agua. b) Determine la altura de la columna de mercurio, X, cuando $\tau = 75$.

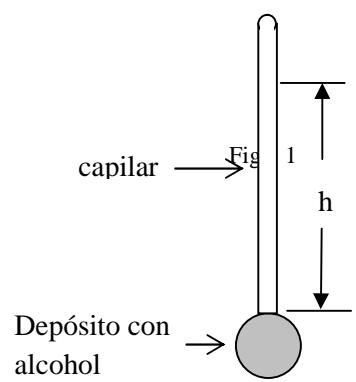


Fig.1

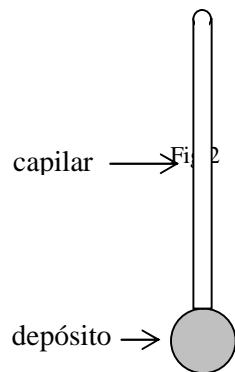


Fig.2

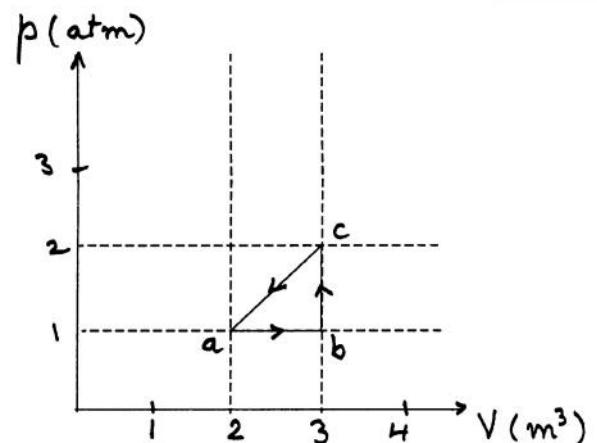


Fig.3

Respuestas a los problemas (están sin unidades, la respuesta completa debe contener las unidades):

- 1) $L_A = 0,81 \text{ cm}$ $L_C = 0,51 \text{ cm}$ 16) a) $a=35,8$ b) $X=6,34 \text{ cm}$
 - 2) a) $137,2 \text{ cm}$ b) $13,7 \text{ mm}$
 - 3) a) $18,445 \text{ cm}$ b) $19,031 \text{ cm}$
 - 4) a) $7,01 \text{ cm}$ b) $T = 62,7^\circ\text{C} = 144,9^\circ\text{F}$
 - 4') a) $a=35,8$; b) $X = 6,34 \text{ cm}$
 - 5) a) $T = 70^\circ\text{C}$ b) $T = -63,2^\circ\text{C}$
 - 6) $1,358^\circ\text{C}$, 105 g agua , aluminio cede – $542,5 \text{ cal}$
 - 7) a) $T = 0^\circ$ b) mezcla : $39,2 \text{ g hielo} + 560,8 \text{ g de agua} + 50 \text{ g de cobre a } 0^\circ\text{C}$
 - 8) a) $T = 34,6^\circ\text{C}$ b) $t = 11,0 \text{ min}$
 - 9) a) $T = 0^\circ\text{C}$ b) $T = 294,9^\circ\text{C}$
 - 10) a) $T = 2,8^\circ\text{C}$ b) $m_H = 150$ c) $m_{H_2O} = 699,9 \text{ T} = 0^\circ\text{C}$
 - 11). b) $0,123, 0,041, 0,041, 100^\circ\text{K}$ c) -5480 (sobre), 0,3323 (por), -2157 (sobre) d) -5016 (cedido), -5180 (cedido), 8339 (absorbido),
-2157 (cedido) e) 0, -5016 (disminuye), 5016 (aumenta)
 - 12) b) $V = 2 \text{ m}^3$, $T = 800^\circ\text{K}$
 - c) $W_{12} = 280775 \text{ (por)}$, $0, -405200 \text{ (sobre)}$ d) $280775 \text{ (absorbido)}$, $Q_{23} = 101300 \text{ (absorbido)}$,
 $Q_{31} = -1418000 \text{ (cedido)}$
 - e) $U_2 - U_1 = 0$, $U_3 - U_2 = 1013000 \text{ (aumenta)}$, $U_1 - U_3 = -1013000 \text{ (disminuye)}$
- 13)

Tramo	Q (J)	W (J)	ΔU (J)	Tipo Proceso
1 a 2	2127650 (absorbido)	607800 (por)	1519850 (aumenta)	isobarico
2 a 3	- 842728 (cedido)	- 842728 (sobre)	0	isotermico
3 a 1	- 1519850 (cedido)	0	- 1519850 (disminuye)	isocoro
Ciclo	- 234928 (cedido)	- 234928 (sobre)	0	

14).

Tramo	Q (J)	W (J)	ΔU (J)	Tipo Proceso	Temperatura
a b	400000	101300	300000	isobarico	T _a = 243,7°K
b c	800000	0	800000	isocoro	T _b = 365,5°K
c a	- 1250000	- 152000	- 11000000	indefinido	T _c = 731,1 °K
Ciclo	- 50000	- 50700	0		

15) b) 1,33 atmosferas

c) $W_{ab} = 2305,2$ (por) $U_{ab} = 0$ $Q_{ab} = 2305,2$ (absorbido)
 $W_{bc} = 0$ $U_{bc} = - 2080$ $Q_{bc} = - 2080$ (cedido)
 $W_{cd} = - 2446,5$ (sobre) $U_{cd} = 0$ $Q_{cd} = - 2446,5$ (cedido)
 $W_{da} = 831,43$ $U_{da} = 2080$ $Q_{da} = 2910$ (absorbido)

VIII. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA

Un aparato que convierte calor en energía mecánica es llamado MOTOR TERMICO. El opuesto, es decir, un aparato que convierte energía mecánica en extracción de calor, llevándolo de un lugar frío a otro caliente, es llamado REFRIGERADOR.

Motor Térmico

El motor absorbe calor desde una fuente a alta temperatura, realiza trabajo y luego elimina el exceso de calor a una fuente a menor temperatura. Si este proceso es realizado en forma cíclica, la Primera Ley de la TD dice que : $Q_{\text{ciclo}} = W_{\text{ciclo}}$

Esto es así ya que en un ciclo completo $\Delta U = 0$, por ser variable de estado. Esto nos dice que el calor neto absorbido en un proceso cíclico es igual al trabajo neto realizado por el motor ($Q_{\text{neto}} = W_{\text{neto}}$).

Q_H : calor absorbido desde la fuente

caliente a temperatura T_H

Q_C : calor expulsado hacia la fuente

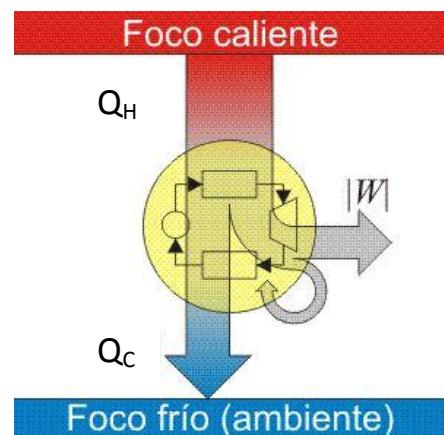
fría a temperatura T_C , donde $T_H > T_C$,

W : trabajo realizado por el motor

Entonces: $Q_{\text{neto}} = |Q_H| - |Q_C| = W_{\text{neto}}$

Eficiencia Térmica (E.T.) o Rendimiento de un motor

$$\eta = \text{E.T.} = W_{\text{neto}} / |Q_H| = (|Q_H| - |Q_C|) / |Q_H|$$



Debido a pérdidas por roce, en la realidad el trabajo realizado por el motor es menor que W_{neto} , por lo que la eficiencia real es menor que la E.T.. Para gran eficiencia el tubo que corresponde a W en la figura debe ser tan grande como sea posible mientras que el tubo Q_C debe ser tan pequeño como sea posible.

Segundo Principio de la TD

La experiencia dice que no existe un motor cuya E.T. sea 1 (o 100%). Esto significa que siendo $\eta = \text{E.T.} = (|Q_H| - |Q_C|) / |Q_H| = 1 - |Q_C| / |Q_H|$, para que E.T. sea 1,00, Q_C debería ser CERO, o sea, no habría calor expulsado por el motor, es decir, el motor convertiría TODO el calor en trabajo.

Enunciado

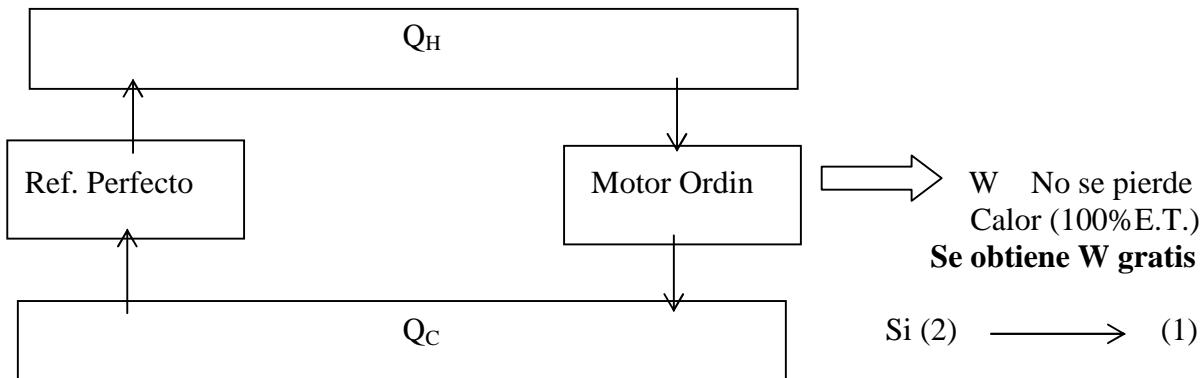
“Es imposible para cualquier sistema, sufrir un proceso en el cual éste absorbe calor desde una fuente a una única temperatura convirtiéndolo completamente en trabajo mecánico, finalizando en el mismo estado inicial”.

Otras formas de enunciar el 2º Principio de la TD

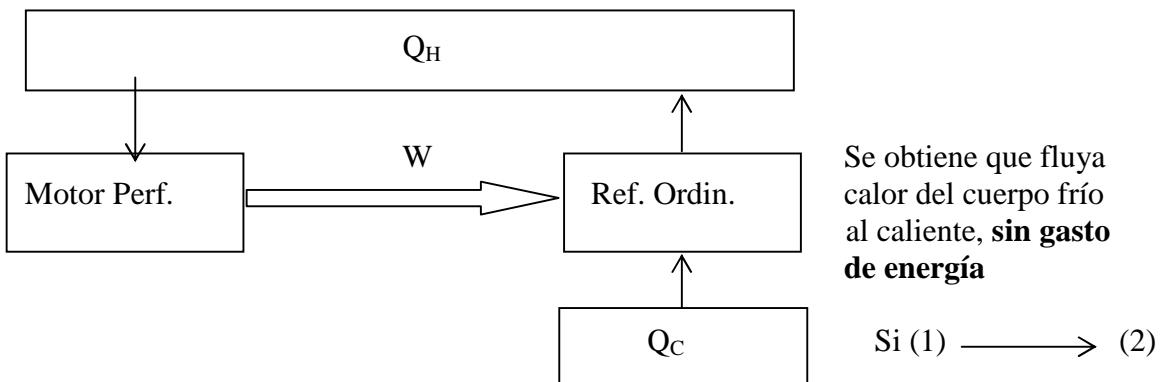
- 1) No existe un motor térmico con 100% de eficiencia térmica, o sea, no existe el motor perfecto.
- 2) Es imposible que el único resultado de un proceso sea la transferencia de calor desde un sistema FRIO a uno CALIENTE, o sea, no existe el refrigerador perfecto.

Los dos enunciados anteriores están relacionados entre si de la siguiente forma:

MOTOR PERFECTO



REFRIGERADOR PERFECTO



Eficiencia de un refrigerador

$$E.T. = |Q_C| / |W| = |Q_C| / (|Q_H| - |Q_C|)$$

E.T. = $1 / (|Q_H| / |Q_C| - 1)$ (E.T. puede ser > 1)

IX. CICLO DE CARNOT

Procesos reversibles: Son aquellos cuyo “sentido” puede invertirse con un cambio infinitesimal de alguna propiedad del sistema. Esto implica que no hay gasto de energía al invertir el proceso. El opuesto son los **procesos irreversibles**. Estos últimos son aquellos en que el sistema pierde energía sin poder recuperarla. Por ejemplo, procesos donde hay ROCE, procesos donde fluye energía calórica entre dos temperaturas finitas, etc.

Pregunta: ¿Cuál es la MAXIMA eficiencia posible en un motor que trabaja entre temperaturas T_H y T_C ?

El físico Sadi Carnot contestó esta pregunta en 1824. Para maximizar la eficiencia se deben evitar todos los procesos irreversibles. Por esto es que un ciclo de máxima eficiencia debe tener las siguientes características:

- 1) Cuando hay flujo de calor no debe haber diferencias finitas de temperatura \rightarrow proceso ISOTERMICO
- 2) Cuando la temperatura cambia no debe haber flujo de calor \rightarrow proceso ADIABATICO
- 3) Debe existir equilibrio mecánico todo el tiempo (proceso CUASIESTÁTICO) para mantener la reversibilidad

Ciclo de Carnot

Un ciclo que cumple con las características mencionadas arriba es el siguiente:

- a \rightarrow b El gas se expande isotermicamente y reversiblemente a temperatura constante T_H absorbiendo un calor Q_H
- b \rightarrow c El gas se sigue expandiendo adiabaticamente y reversiblemente hasta que su temperatura baja a T_C .
- c \rightarrow d El gas se comprime isotermicamente a temperatura T_C , expulsando un calor Q_C
- d \rightarrow a El gas se sigue comprimiendo adiabaticamente hasta su estado inicial, aumentando su temperatura hasta T_H

Eficiencia Térmica para un MOTOR de CARNOT

Si la sustancia de trabajo del motor es un gas ideal, se encuentra matemáticamente que

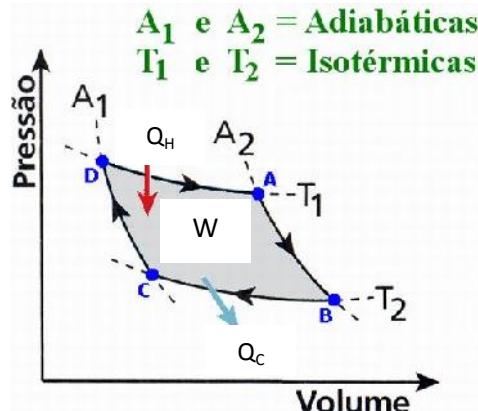
$|Q_C| / |Q_H| = T_C / T_H$, por lo que la E.T.

será: E.T. = $(|Q_H| - |Q_C|) / |Q_H|$

$$\text{E.T.} = 1 - |Q_C| / |Q_H|$$

$$\text{E.T.} = 1 - T_C / T_H$$

Esta expresión es INDEPENDIENTE de la sustancia de trabajo.



El MOTOR DE CARNOT es el más eficiente de todos los motores que funcionan entre las temperaturas T_H y T_C . Además es REVERSIBLE y al trabajar al revés se convierte en un REFRIGERADOR DE CARNOT

Eficiencia Térmica para el REFRIGERADOR de CARNOT

$$E.T. = T_C / (T_H - T_C) \text{ (demostrar)}$$

X. TEORIA CINETICA DE LOS GASES

PRESION MEDIA DE UN GAS MONO-ATÓMICO

Colisión elástica de una molécula con la pared de un recipiente

En una colisión elástica se conserva la Energía Cinética:

$$\therefore |v_1| = |v_2|$$

y se cumple la Ley de la Reflexión:

$$\therefore v_{1y} = v_{2y} \quad v_{1x} = -v_{2x} \quad \text{ya que:}$$

$$v_{1x} = -|v_x| \quad y \quad v_{2x} = |v_x|$$

El momentum lineal **no** cambia para la componente y.
Pero **sí** cambia para la componente x

Cambio de Momentum Lineal en x:

$$\Delta p_x = (p_f)_x - (p_i)_x = mv_{2x} - mv_{1x}$$

$$\Delta p_x = m|v_x| - m(-|v_x|) = 2m|v_x|$$

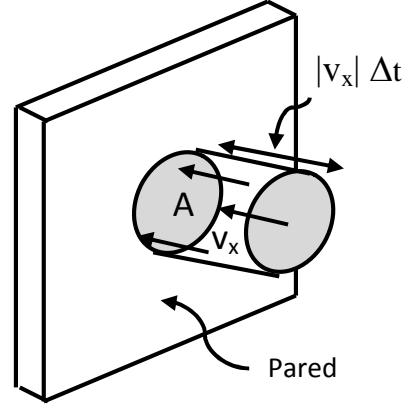
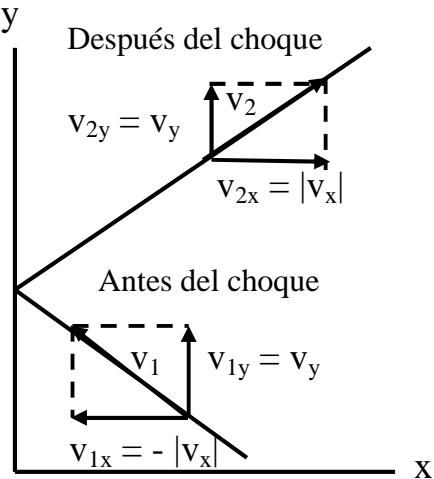
Si consideramos un recipiente de volumen V que contiene un número N de moléculas idénticas

y suponemos que todas las moléculas tienen la misma velocidad v_x , entonces el cilindro mostrado contiene todas las moléculas que van a chocar con la pared en el tiempo Δt ($\Delta t \approx dt$)

Volumen del cilindro = $A|v_x|\Delta t$

Si la densidad de partículas en el recipiente es Uniforme e igual a N/V , el número de moléculas en el cilindro será:

$$(N/V) A|v_x|\Delta t$$



$$\text{Cilindro de volumen } A|v_x|\Delta t$$

En promedio, la mitad de las moléculas en el cilindro se alejan de la pared. Entonces el número de colisiones con la pared en el tiempo Δt y sobre el área A será: $|v_x|\Delta t$

$$\frac{1}{2}(N/V)A|v_x|\Delta t$$

La variación del momentum total debido a colisiones es: $\Delta P_x = \Delta p_x * (N^o \text{ de colisiones})$

$$\Delta P_x = \frac{1}{2} (N / V) A |v_x| \Delta t (2 m |v_x|)$$

$$\Delta P_x = N A m v_x^2 \Delta t / V$$

$$\Delta P_x / \Delta t = N A m v_x^2 / V = F \quad (2^{\circ} \text{ Ley de Newton})$$

$$p \equiv F / A = N m v_x^2 / V, \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} m &: \text{masa de UNA MOLECULA} \\ p &: \text{presión sobre la pared} \\ m &= (\text{masa molecular}) / (N^o \text{ de Avogadro}) \end{aligned}$$

Como no todas las moléculas tienen la misma velocidad debemos reemplazar v_x^2 por $\langle v_x^2 \rangle$, donde $\langle v^2 \rangle$ es el PROMEDIO DE LOS CUADRADOS de la componente x de v.

$\therefore p = N m \langle v_x^2 \rangle / V$, pero $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$, sumando sobre las N moléculas y

dividiendo por N, se tiene $\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$

que es la VELOCIDAD CUADRATICA MEDIA (RMS) al cuadrado.

Como todas las direcciones son equivalentes: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$

$$\therefore \langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle \implies \langle v_x^2 \rangle = \langle v^2 \rangle / 3 \implies p = 1/3 N m \langle v^2 \rangle / V$$

pero $\rho = N m / V$ (densidad del gas) $\implies p = 1/3 \rho \langle v^2 \rangle$

ENERGIA CINETICA MEDIA EN UN GAS IDEAL MONO-ATOMICO

$$\text{Como } p = 1/3 \rho \langle v^2 \rangle \text{ y } \rho = N m / V \implies p = 1/3 N m \langle v^2 \rangle / V$$

$$\text{o bien } p V = 1/3 N m \langle v^2 \rangle *$$

Como la Ecuación de Estado de los gases ideales es: $p V = n R T$ y $n = N / (N^o \text{ de Avogadro})$

$$\therefore p V = N R T / N_A, \text{ donde } N_A \text{ es el } N^o \text{ de Avogadro}$$

Si llamamos $k = R / N_A$ (Constante de Boltzmann, constante universal de los gases)

Podemos escribir:
$$p V = N k T \quad **$$

Calculando el valor de k :

$$k = R / N_A = 8,3143 / (6,0251 \times 10^{-23}) = 1,3803 \times 10^{-23} \text{ Joule/ molécula } ^\circ \text{ K}$$

Comparando * con ** , para que sean iguales se debe cumplir que: $N k T = 1/3 N m <v^2>$

Reordenando y cancelando N queda : $<v^2> = 3 k T / m$ ***

o bien $v_{CM} = \sqrt{<v^2>} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$, donde v_{CM} : velocidad cuadrática media

La expresión anterior significa que: $T \propto <v^2>$ (T es proporcional a $<v^2>$)

Multiplicando *** por $\frac{1}{2} m$ se tiene: $\frac{1}{2} m <v^2> = 3/2 k T$

Esta última expresión corresponde a la Energía Cinética Media de TRASLACION de una molécula.

También podemos escribir: $\frac{1}{2} m <v^2> = 3/2 (R / N_A) T$ (de la definición de k) y multiplicando por N_A ambos lados :

$$\underbrace{\frac{1}{2} N_A m}_{M} \underbrace{<v^2>} = \underbrace{3/2 R T}_{E}$$

M : masa de un MOL Energía Cinética de TRASLACION por MOL

PRINCIPIO DE EQUIPARTICION DE LA ENERGIA

Gas Ideal Monoatómico

En un gas ideal monoatómico las moléculas se pueden considerar como puntos ponderados (no tienen volumen pero si tienen masa). Tampoco interactúan entre ellas.

Podemos escribir: $\frac{1}{2} m <v^2> = \frac{1}{2} m (<v_x^2> + <v_y^2> + <v_z^2>) = <E_K>$

$$\frac{1}{2} m <v^2> = \frac{1}{2} m <v_x^2> + \frac{1}{2} m <v_y^2> + \frac{1}{2} m <v_z^2> (*)$$

El Principio de equipartición de la energía dice:

“La energía total promedio por molécula, depende de la cantidad de movimientos independientes (o GRADOS DE LIBERTAD) que puede tener una molécula”.

Un punto material se puede mover en 3 direcciones X, Y, Z, por lo que corresponden a 3 grados de libertad ($f = 3$). Cada uno de los términos en (*) tiene un MISMO valor promedio (Principio de Equipartición de la Energía):

$$\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{2} k T$$

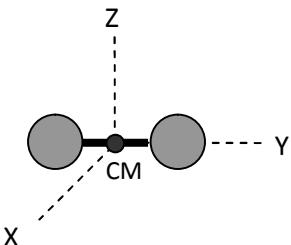
o bien, $\langle E_K \rangle = 3 (\frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle)$, por lo que cada grado de libertad contribuye con $\frac{1}{2} k T$

Gas Ideal Diatómico

Se puede modelar la molécula como una mancuerna rígida.

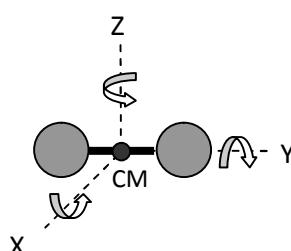
Grados de Libertad

Tiene las 3 direcciones en que se mueve el Centro de Masas (CM)



X, Y, Z, más los 3 giros alrededor de cada eje, pero el giro alrededor de Y es despreciable ya que los átomos no tienen volumen, entonces, se agregan sólo 2 grados de libertad más:

$$f = 3 + 2 = 5$$



Entonces la energía cinética total sería:

$$\langle E_K \rangle = \underbrace{\frac{3}{2} k T}_{\text{translación}} + \underbrace{\frac{2}{2} k T}_{\text{rotación}} = \frac{5}{2} k T$$

CALORES ESPECIFICOS Y ENERGÍA INTERNA

De consideraciones anteriores, sabemos que u , la energía interna específica por mol, está dada por:

$$u = c_V T + \text{Constante } **$$

pero $c_V = c_p - R = 5/2 R - 2/2 R = 3/2 R$, para un gas ideal MONO-ATOMICO

y $c_V = c_p - R = 7/2 R - 2/2 R = 5/2 R$, para un gas ideal DIATOMICO

Reemplazando en ** $u = 3/2 RT + \text{Cte}$ monoatómico

$$u = 5/2 RT + \text{Cte} \quad \text{diatómico}$$

Pero $3/2 RT$ es la $\langle E_K \rangle$ total (traslación / mol) para un gas monoatómico

y $5/2 RT$ es la $\langle E_K \rangle$ total (traslación + rotación / mol) para un gas diatómico

$$u = (\langle E_K \rangle_{\text{TOTAL/MOL}} + \text{Cte}) \implies U = n (\langle E_K \rangle_{\text{TOTAL/MOL}} + \text{Cte})$$

También podemos escribir:

$$U = 3/2 n R T + \text{Cte} = 3/2 (N/N_A)R T + \text{Cte} = 3/2 NkT + \text{Cte}; \text{ gas MONO-ATOMICO}$$

$$U = 5/2 n R T + \text{Cte} = 5/2 (N/N_A)R T + \text{Cte} = 5/2 NkT + \text{Cte}; \text{ gas DI-ATOMICO}$$

$$\text{o sea } U = N (\langle E_K \rangle_{\text{TOTAL/MOLECULA}} + \text{Cte})$$

∴ La Energía Interna de un gas ideal, es la SUMATORIA de las energías cinéticas totales de sus moléculas. Si f son los grados de libertad de una molécula:

$$U = f/2 N k T + \text{Cte} = f/2 n R T + \text{Cte}$$

Calores Específicos

$$c_V = (du/dT)_V \quad u = U/n = f/2 R T + \text{Cte} \implies du/dT = f/2 R \implies c_V = f/2 R$$

Pero sabemos que :

$$c_p = c_V + R \implies c_p = f/2 R + 2/2 R = (f + 2)/2 R \implies c_p = (f+2)/2 R$$

$$\gamma = c_p/c_V = [(f + 2)/2 R] / [f/2 R] \implies \gamma = (f+2)/f$$

$$\text{Gas Monoatómico: } f = 3 \implies \gamma = (3 + 2) / 3 = 5 / 3$$

$$\text{Gas diatómico: } f = 5 \implies \gamma = (5 + 2) / 5 = 7 / 5$$

RESUMEN

$$\underbrace{p}_{\text{presión}} = \frac{1}{3} \underbrace{\rho}_{\text{densidad}} \underbrace{<v^2>}_{\text{velocidad cuadrática media}} \quad \text{pero} \quad \underbrace{v_{CM}}_{\text{velocidad CM}} = \sqrt{<v^2>} \implies p = \frac{1}{3} \rho v_{CM}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Nº de Colisiones / tiempo} &= \frac{1}{2} \underbrace{(N / V)}_{\therefore} \underbrace{A}_{\text{volumen}} \underbrace{v_x}_{\text{area}}, \text{ pero } <v_x^2> = <v^2>/3 \implies <v_x> = \sqrt{\frac{<v^2>}{3}} = \frac{v_{CM}}{\sqrt{3}} \\ &\therefore \quad \begin{array}{ll} \text{volumen} & \text{area} \\ \text{de gas} & \text{colisiones} \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} <E_K>_{\text{traslación/molécula}} &= \frac{1}{2} \underbrace{m}_{\text{masa molécula}} \underbrace{<v^2>}_{\text{temperatura}} = \frac{3}{2} k \underbrace{T}_{(^\circ K)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} <E_K>_{\text{traslación/mol}} &= \frac{1}{2} \underbrace{M}_{\text{masa de un mol}} \underbrace{<v^2>}_{k = R / N_A} = \frac{3}{2} R T \\ &\quad \begin{array}{ll} \text{Constante} & \text{Número} \\ \text{Boltzmann} & \text{Avogadro} \end{array} \end{aligned}$$

$<E_K>$ Total (rotación + translación)

Gas Monoatómico: $<E_K>_{\text{total/molécula}} = 3/2 k T, <E_K>_{\text{total/mol}} = 3/2 R T$

Gas Diatómico: $<E_K>_{\text{total/molécula}} = 5/2 k T, <E_K>_{\text{total/mol}} = 5/2 R T$

Grados de Libertad

Si f son los grados de libertad:

$$<E_K>_{\text{total/molécula}} = f/2 k T, \quad <E_K>_{\text{total/mol}} = f/2 R T$$

$$\text{Energía Interna: } U = \underbrace{N}_{\text{Nº moléculas}} \underbrace{<E_K>_{\text{total/molécula}}}_{\text{Nº moles}} = n \underbrace{<E_K>_{\text{total/mol}}}_{\text{Nº moles}}$$

$$\begin{aligned} \text{Calores específicos: } c_V &= f/2 R, \quad c_p = (f + 2)/2 R, \quad \gamma = c_p / c_V = (f + 2) / f \\ f_{\text{monoatómico}} &= 3 \quad f_{\text{diatómico}} = 5 \end{aligned}$$

PROBLEMAS DE SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINAMICA, TRABAJO ADIABATICO Y TEORIA CINETICA DE LOS GASES

SEGUNDO PRINCIPIO Y CICLO DE CARNOT

1. La sustancia de trabajo de un motor de Carnot consiste en 1 mol de gas ideal, para el cual el calor molar específico a volumen constante es $c_V = 5R/2$. Si **durante la expansión adiabática** el cuociente entre el volumen final (V_f) y el inicial (V_i) es $V_f/V_i = 6,5$ y el cambio de energía interna es $U_f - U_i = -3200 \text{ J}$:

- calcule las temperaturas T_C y T_H a que se encuentran las fuentes fría y caliente, respectivamente
 - Indique si el gas es mono o diatómico, justifique completamente su respuesta
2. Un máquina térmica funciona reversiblemente entre dos focos térmicos, uno de ellos formado por 1000 kilogramos de vapor de agua a 100°C , y otro por 1000 kilogramos de hielo a 0°C , todo a una presión de 1 atmósfera.
- Calcule, en porcentaje, el rendimiento máximo ideal de la máquina
 - calcule el trabajo, en Joules, que realiza el motor hasta que se funda todo el hielo (calor de fusión del hielo= $L_F = 80 \text{ cal/gr}$)
 - determine la masa de vapor de agua, en kilogramos, que se condensa (calor de vaporización del agua= $L_V = 539 \text{ cal/gr}$)
3. Un cilindro que contiene n moles de un gas ideal experimenta un proceso adiabático reversible.
- Partiendo de la expresión $W = \int pdV$ y utilizando $pV^\gamma = \text{constante}$, demuestre que el trabajo adiabático realizado es:

$$W = [1/(\gamma - 1)] (p_i V_i - p_f V_f)$$

- Demuestre que el trabajo adiabático realizado también se puede expresar como $W = n c_V (T_i - T_f)$

4. La sustancia de trabajo de un motor de Carnot consiste en 1 mol de gas ideal, para el cual $c_V = 5R/2$. Si **durante la expansión adiabática** el cuociente entre el volumen final (V_2) y el inicial (V_1) es $V_2/V_1 = 15,6$ y el cambio de energía interna es $U_2 - U_1 = -6236$. **En el ciclo completo** el trabajo suministrado por la máquina es $W_{\text{CICLO}} = 7 \times 10^5 \text{ Joules}$:

- calcule el cuociente entre las temperaturas de la fuente fría y caliente, T_C/T_H y el rendimiento (o eficiencia térmica) del motor.
- calcule el calor absorbido de la fuente caliente (Q_H) y el cedido a la fuente fría (Q_C) durante la expansión y compresión isotérmica, respectivamente.
- calcule el trabajo durante la expansión adiabática
- calcule las temperaturas T_C y T_H a que se encuentran las fuentes fría y caliente, respectivamente
- en un diagrama p-V dibujar esquemáticamente correspondiente el Ciclo de Carnot, indicando o representando **en el lugar adecuado** del mismo esquema:
 - el nombre de cada proceso (tipo de proceso)
 - los valores de las temperaturas de las isotermas
 - los volúmenes V_1 y V_2
 - las cantidades de calor transferidas en cada proceso
 - el trabajo en el ciclo, W_{CICLO}

g) Indique si el gas es mono o diatómico, **justifique** numéricamente su respuesta

5. Un motor funciona con un ciclo como el que se muestra en la figura 1 de abajo. Suponga que $T_1 = 293 \text{ } ^\circ\text{K}$, $p_1 = 1,0 \text{ atm}$, $T_2 = 866 \text{ } ^\circ\text{K}$, $V_1/V_2 = 15$ y $V_1/V_3 = 5$. El motor trabaja con 0,25 moles de un gas ideal de $\gamma = 1,4$. Calcule:

- el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 1 a 2 (adiabático), en Joules.
- el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 2 a 3 (isobárico), en Joules
- el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 3 a 4 (adiabático), en Joules
- el trabajo W, calor transferido Q, la variación de la energía interna ΔU , en el tramo 4 a 1 (isócoro), en Joules
- el rendimiento del motor
- el rendimiento de un motor de Carnot que trabaje entre las mismas temperaturas extremas

6. Un mol de gas ideal ($\gamma = 1,4$) se somete al Ciclo de Carnot descrito en la figura 2. En el punto A la presión es $p_A = 25,0 \text{ atmósferas}$ y la temperatura $T_A = 600 \text{ } ^\circ\text{K}$. En el punto C la presión es $p_C = 1,0 \text{ atmósferas}$ y la temperatura $T_C = 400 \text{ } ^\circ\text{K}.$:

- Determine el volumen en A, en m^3 .
- Encuentre la presión en B, en atmósferas y el volumen en B, en m^3 .
- Encuentre el trabajo realizado en el proceso isotérmico de A a B, en Joules.
- Determine, η , la eficiencia térmica (o rendimiento) del ciclo.
- Usando sus respuestas a las preguntas (c) y (d) y el primer principio de la termodinámica, encuentre el trabajo realizado en el ciclo, en Joules.
- Indique en el diagrama de la figura, dónde exactamente el sistema absorbe calor, dónde lo cede y dónde está representado, en el diagrama, el trabajo realizado por el sistema en el ciclo completo.
- Indique si el gas en el sistema es mono o diatómico. Justifique su respuesta en términos de los grados de libertad de sus moléculas

7. La sustancia de trabajo de un motor de Carnot consiste en 1 mol de gas ideal, para el cual $c_V = 3R/2$. Si **durante la expansión adiabática** el cuociente entre el volumen final (V_2) y el inicial (V_1) es $V_2/V_1 = 5.7$ y el cambio de energía interna es $U_2 - U_1 = -1957 \text{ (J)}$ y si **en el ciclo completo** el trabajo suministrado por la máquina es $W_{CICLO} = 9 \times 10^5 \text{ (J)}$:

- calcule el cuociente entre las temperaturas de la fuente fría y caliente, T_C/T_H y el rendimiento (o eficiencia térmica) del motor.
- calcule el calor absorbido de la fuente caliente (Q_H) y el cedido a la fuente fría (Q_C) durante la expansión y compresión isotérmica, respectivamente.
- calcule el trabajo durante la expansión adiabática
- calcule las temperaturas T_C y T_H a que se encuentran las fuentes fría y caliente, respectivamente
- en un diagrama p-V dibujar esquemáticamente correspondiente el Ciclo de Carnot, indicando o representando **en el lugar adecuado** del mismo esquema:
 - el nombre de cada proceso (tipo de proceso)
 - los valores de las temperaturas de las isoterma
 - los volúmenes V_1 y V_2

- las cantidades de calor transferidas en cada proceso
- el trabajo en el ciclo, W_{CICLO}

TEORIA CINETICA

8. Un estanque de $0,300 \text{ m}^3$ de volumen contiene 2,00 moles de gas helio a $20,0^\circ\text{C}$. Suponga que el helio se comporta como un gas ideal monoatómico

- encuentre la energía interna del sistema, en Joules.
- encuentre la energía cinética media de una molécula, en Joules.
- sabiendo que la masa molecular del helio es 4 gr/mol, determine la velocidad cuadrática media, en m/s, de las moléculas de helio a $20,0^\circ\text{C}$.
- si el gas contenido en el estanque fuese N_2 (masa molecular = 28 gr/mol, diatómico) en vez de helio, responda las preguntas (a), (b) y (c) para este caso.

9. La velocidad cuadrática media de 1 mol de moléculas diatómicas de H_2 (masa molecular = 2 gr/mol) en una caja de volumen $0,1 \text{ m}^3$, es 600 m/s

- calcule la temperatura dentro de la caja
- determine el número de moléculas en la caja
- encuentre la energía cinética media de traslación de cada molécula
- indique si las moléculas tienen o no energía cinética rotacional y, si su respuesta es afirmativa, calcule su valor medio.
- determine la densidad del gas, en gr/cm³

10. Un globo esférico de 4000 cm^3 de volumen contiene Helio (He) a una presión de $1,2 \times 10^5 \text{ (N/m}^2)$. Si cada átomo de He tiene un energía cinética media de $3,6 \times 10^{-22} \text{ (J)}$, calcule:

- la temperatura del gas
- el número de moles de He
- la masa de cada átomo de He, en kilogramos
- la masa total del gas contenido en el globo, en kilogramos
- la velocidad cuadrática media v_{CM} de las moléculas de He
- la energía interna del gas en el globo

Si se cambia el gas en el globo por Oxígeno (O_2), en la misma cantidad de moles y a la misma temperatura anterior, calcule:

- la masa de cada molécula de O_2 , en kilogramos
- la velocidad cuadrática media v_{CM} de las moléculas de O_2
- la energía interna del gas en el globo

11. Un mol de gas ideal diatómico de peso molecular 28 g/mol y cuyas moléculas tienen una velocidad cuadrática media de 700 m/s, se encuentra encerrado herméticamente en una caja cúbica de 1,00 m por lado. Calcule:

- a) la energía cinética media de traslación de una molécula, en Joules
- b) la temperatura del gas
- c) la energía cinética media de una molécula, en Joules
- d) la energía interna del gas, en Joules
- e) la presión del gas

12. Si el aire contenido en una habitación de $3 \times 4 \times 4$ (m^3) se encuentra a una presión de 1 atmósfera y a una densidad de 1,3 (kg/m^3):

- a) calcule la velocidad cuadrática media de las moléculas de aire en la habitación
- b) calcule N, el número de moléculas de aire en la habitación
- c) calcule la temperatura del aire en la habitación
- d) calcule la energía interna del aire en la habitación sabiendo que sus moléculas son **di-atómicas**:

13. Un recipiente de 5,00 litros contiene 0,125 moles de un gas ideal a 1,50 atmósferas. Calcule la energía cinética media de traslación de una de sus moléculas.

14. Un recipiente a temperatura uniforme contiene Hidrógeno (H_2 , masa molecular = 2,00 gramos/mol) y Nitrógeno (N_2 , masa molecular = 28,0 gramos/mol). Si la velocidad cuadrática media (v_{CM}) de las moléculas de H_2 es de 1500 m/s, determine:

- a) la v_{CM} de las moléculas de N_2
- b) la temperatura del gas
- c) la **energía cinética media total** de **un mol** del gas contenido en el recipiente

15. La masa del aire en una habitación de $3,0 \times 5,0 \times 5,0$ m^3 se compone de 78% de Nitrógeno (N_2), 21% de Oxígeno (O_2) y un 1% de otros gases. Sabiendo que la masa molecular del N_2 es de 28,0 gramos/mol y el del O_2 de 32,0 gramos/mol y que la densidad del aire es 1,30 kg/ m^3 , encuentre:

- a) el número de moles de N_2 y de O_2 en la habitación
- b) el número de moléculas de N_2 y de O_2 en la habitación.

16. Suponga que una molécula de H_2O (Masa Molecular = 18 g/mol) tiene tres grados de libertad rotacionales, además de sus tres grados de libertad translacionales. Calcule teóricamente el calor específico del **vapor de agua a volumen constante** en calorías/(gramos °K) y compárela con el valor experimental de 0,48 calorías/(gramos °K), a bajas presiones. ¿Qué podría decir que está pasando con la molécula de vapor de agua a bajas presiones? **Si corresponde, justifique numericamente.**

17. Explique las siguientes preguntas y justifique brevemente su respuesta:

- ¿Qué es lo que pasa con la energía cinética media total de las moléculas de un gas durante una expansión isotérmica?
- ¿Cuál es la principal ventaja de que un motor térmico trabaje utilizando un Ciclo de Carnot en vez de algún otro ciclo?
- ¿Por qué un gas diatómico tiene un contenido de energía interna por mol que es mayor que el de un gas monoatómico a la MISMA temperatura?

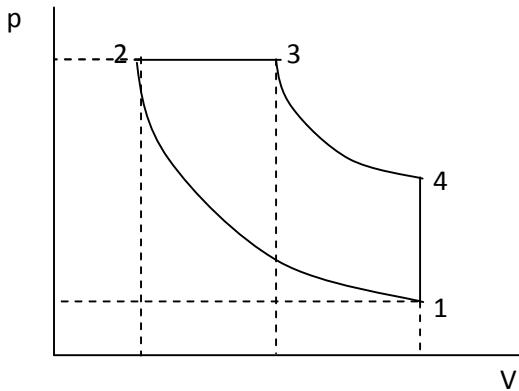


Fig 1

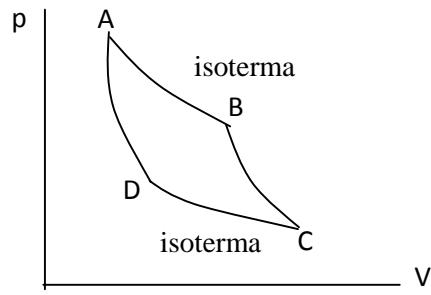


Fig 2

Respuestas a los problemas:

- a) 138,23; 292,26° K b) diatomico: $c_V = (f/2)R = (5/2)R$
- a) 26,8%; b) $2,929 \times 10^7$ cal c) 202,76 kg
- a) $T_C / T_H = 3$; E.T. = 0,667 b) $Q_H = 1049,475$ J; $Q_C = -349825$ J d) 6236 J
e) 150°K 450 °K f) $c_V = (5/2)R = (f/2)R$ $f= 5$ diatom
- a) $Q = 0$ $W = -2976$ J $\Delta U = -W$ b) $Q = 12600,4$ J $W = 3598,2$ J $\Delta U = 9002,2$ J c) $Q = 0$
 $W = 6408,4$ J $\Delta U = -W$
- d) $Q = -5569,8$ J $W = 0$ $\Delta U = -Q$ e) 56% f) 89%
- a) $1,9698 \times 10^{-3}$ m³ b) 4,1 atm ; 0,0120 m³ c) 9013,7 J d) 33,3% e) 3001,6 J
g) diatómico
- a) $T_C / T_H = 0,3134$; E.T. = 0,687 b) $Q_H = 1,311 \times 10^6$ J = $3,13 \times 10^6$ cal ;
 $Q_C = -4,109 \times 10^5$ J = $-0,982 \times 10^5$ cal
- c) $W_{ad} = 1957$ J d) $T_C = 71,6$ °K $T_H = 228,5$ °K

- 8) a) 7304,49 J; b) $6,065 \times 10^{-21}$ J c) 1351,15 m/s d) $U = 12174,15$ J; $E_K = 1,011 \times 10^{-20}$ J; $m_{N_2} = 4,651 \times 10^{-26}$ kg; $v_{CM} = 510,7$ m/s
- 9) a) 28,9 °K b) $6,02 \times 10^{-23}$ molec c) $5,982 \times 10^{-22}$ J d) $3,99 \times 10^{-22}$ J d) 20×10^{-6} gr/cm³
- 10) a) 17,4°K b) 3,32 moles c) $6,64 \times 10^{-27}$ kg d) $1,328 \times 10^{-2}$ kg e) 329,4 m/s f) 720,45 J g) $5,31 \times 10^{-26}$ kg h) 116,5°K i) 1200,75 J
- 11) a) $1,14 \times 10^{-20}$ J b) 550,5 °K c) $1,90 \times 10^{-20}$ J d) 11436,6 J e) 0,045 atm = 4574,6 Pa
- 12) a) 483 m/s b) $1,285 \times 10^{27}$ molec c) 271,8 °K d) $1,2146 \times 10^7$ J
- 13) $1,5136 \times 10^{-20}$ J
- 14) a) 400,9 m/s b) 180,5 °K c) 3752,2 J/mol
- 15) a) 2716,1 moles N₂; 640,0 moles O₂ b) $3,853 \times 10^{26}$ molec N₂; $1,635 \times 10^{27}$ molec O₂
- 16) $c_V = 0,331$ cal/(gr °K) $(c_V)_{TEORICO} < (c_V)_{EXPERIMENTAL}$, entonces hay mas de 6 grados de libertad
- 17) a) no cambia b) eficiencia máxima c) $U = N(f/2) k T$ $f_{MONO} = 3$ $f_{DIATOM} = 5$, entonces $U_{DIA} > U_{MONO}$ cuando T constante