Física II

Movimiento Ondulatorio – Problemas Resueltos

Curso de Estudios Generales

18 de enero de 2026

Ultrasonido

Se llama ultrasonido a las frecuencias arriba de la gama que puede detectar el oído humano. Se usan para producir imágenes al reflejarse en las superficies. En una exploración típica de ultrasonido, las ondas viajan con una rapidez de 1500 m/s. Para obtener una imagen detallada, la longitud de onda no debe ser mayor que $1,00$ mm. ¿Qué frecuencia se requiere?

Ultrasonido

Se llama **ultrasonido** a las frecuencias por encima del rango audible humano. En aplicaciones médicas, las ondas ultrasónicas se utilizan para formar imágenes al reflejarse en las superficies internas del cuerpo.
En una exploración típica:

- Rapidez de propagación:

$$v = 1500 \text{ m/s}$$

- Longitud de onda máxima permitida:

$$\lambda_{\text{máx}} = 1{,}00 \text{ mm}$$

Pregunta: ¿Qué frecuencia mínima se requiere para obtener una imagen detallada?
Relación fundamental de ondas La rapidez de una onda está relacionada con su frecuencia y longitud de onda por:

$$v = f\lambda$$

Despejando la frecuencia:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Conversión de unidades

$$\lambda = 1{,}00 \text{ mm} = 1{,}00 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Sustituyendo valores

$$f = \frac{1500}{1{,}00 \times 10^{-3}} = 1{,}50 \times 10^{6} \text{ Hz}$$

Interpretación física

- Esta frecuencia está muy por encima del límite superior del oído humano (~ 20 kHz).
- Corresponde al rango típico usado en diagnóstico médico.
- Longitudes de onda pequeñas permiten mayor resolución espacial.

Tensión de una cuerda

¿Con qué tensión debe estirarse una cuerda de $2,50\ m$ de longitud y masa de $0,120\ kg$ para que ondas transversales con frecuencia de $40,0\ Hz$ tengan una longitud de onda de $0,750\ m$?

Solución

Datos del problema

- Longitud de la cuerda: $L = 2{,}50$ m
- Masa de la cuerda: $m = 0{,}120$ kg
- Frecuencia de la onda: $f = 40{,}0$ Hz
- Longitud de onda: $\lambda = 0{,}750$ m

Velocidad de propagación de la onda La velocidad de una onda transversal en una cuerda es:

$$v = f\lambda$$

Sustituyendo:

$$v = (40{,}0)(0{,}750) = 30{,}0 \text{ m/s}$$

Densidad lineal de la cuerda

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0{,}120}{2{,}50} = 0{,}048 \text{ kg/m}$$

Relación entre velocidad y tensión La velocidad de una onda en una cuerda tensa está dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Elevando al cuadrado:

$$v^2 = \frac{T}{\mu}$$

Despejando la tensión:

$$T = \mu v^2$$

Cálculo de la tensión

$$T = (0{,}048)(30{,}0)^2 = 0{,}048 \times 900 = 43{,}2 \text{ N}$$

Su primo Morton está jugando con la cuerda para tender: desata un extremo, tensa la cuerda y mueve el extremo hacia arriba y hacia abajo senoidalmente, con una frecuencia de $2,0\ Hz$ y una amplitud de $0,075\ m$. La rapidez de onda es $v = 12,0\ m/s$. En $t = 0$, el extremo tiene desplazamiento positivo máximo. Suponga que ninguna onda rebota del extremo lejano

a). Calcule la amplitud, la frecuencia angular, el periodo, la longitud de onda y el número de onda.

b). Obtenga una función de onda que la describa.

c). Escriba las ecuaciones para el desplazamiento, en función del tiempo, del extremo que Morton sujeta y de un punto a $3,00\ m$ de ese extremo.

Solución

Datos del problema

- Frecuencia: $f = 2{,}0$ Hz
- Amplitud: $A = 0{,}075$ m
- Rapidez de la onda: $v = 12{,}0$ m/s
- En $t = 0$: desplazamiento máximo positivo

a). **Parámetros de la onda**
Periodo

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2{,}0} = 0{,}50 \text{ s}$$

Frecuencia angular

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(2{,}0) = 4\pi \text{ rad/s}$$

Longitud de onda

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{12{,}0}{2{,}0} = 6{,}0 \text{ m}$$

Número de onda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6{,}0} = \frac{\pi}{3} \text{ rad/m}$$

c). **Función de onda** La onda se propaga hacia la derecha, por lo que la forma general es:

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi)$$

Como en $t = 0$ y $x = 0$ el desplazamiento es máximo positivo:

$$\phi = 0$$

Por lo tanto, la función de onda es:

$$\boxed{y(x,t) = 0{,}075\cos\left(\frac{\pi}{3}x - 4\pi t\right)}$$

d). **Desplazamientos particulares**
Extremo que Morton sujeta ($x = 0$):

$$y(0,t) = 0{,}075\cos(4\pi t)$$

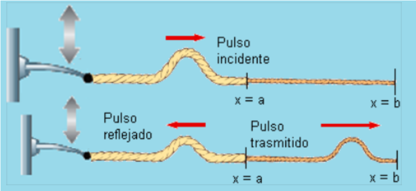
Punto a $3{,}00$ m del extremo:

$$y(3,t) = 0{,}075\cos\left(\frac{\pi}{3}(3) - 4\pi t\right)$$
$$= 0{,}075\cos(\pi - 4\pi t)$$

Cuando un alambre de densidad, vibra con una Amplitud de $2,64\ cm$, frecuencia de 4,00 Hz, se produce una onda transversal con longitud de onda de $16,0\ cm$. En $x = 32,0\ cm$, el alambre cambia de densidad a Determine la amplitud

a). Reflejada y

b). La potencia media trasmitida.



Solución

Datos del problema

- Amplitud incidente:

$$A_i = 2{,}64 \text{ cm} = 0{,}0264 \text{ m}$$

- Frecuencia:

$$f = 4{,}00 \text{ Hz}$$

- Longitud de onda:

$$\lambda = 16{,}0 \text{ cm} = 0{,}160 \text{ m}$$

- Posición del cambio de densidad:

$$x = 32{,}0 \text{ cm}$$

Velocidad de la onda

$$v = f\lambda = (4{,}00)(0{,}160) = 0{,}640 \text{ m/s}$$

Relación velocidad–densidad Para una cuerda bajo la misma tensión T:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \mu \propto \frac{1}{v^2}$$

Cuando la densidad cambia de μ_1 a μ_2, la velocidad cambia de v_1 a v_2.

Coeficiente de reflexión de amplitud
Para ondas transversales en una cuerda:

$$\frac{A_r}{A_i} = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}$$

Coeficiente de transmisión de potencia
La potencia media transportada por una onda transversal es:

$$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

y el coeficiente de transmisión de potencia es:

$$\boxed{\frac{P_t}{P_i} = \frac{4v_1 v_2}{(v_1 + v_2)^2}}$$

Solución

Amplitud reflejada

$$A_r = A_i \left| \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right|$$

Potencia media transmitida

$$P_t = P_i \frac{4 v_1 v_2}{(v_1 + v_2)^2}$$

Resultados

$$\boxed{A_r = A_i \left| \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right|}$$

$$\boxed{P_t = \frac{1}{2} \mu_2 \omega^2 A_t^2 v_2}$$

Un bloque con una bocina atornillada a el se conecta a un resorte que tiene una constante de resorte $k = 20,0\ N/m$, como se muestra en la figura. La masa total del bloque y la bocina es de $5,00\ kg$, y la amplitud de movimiento de esta unidad es $0,500\ m$.

a). La bocina emite ondas sonoras de 440 Hz de frecuencia. Determine las frecuencias mas alta y mas baja que escucha una persona a la derecha de la bocina.

b). Si la persona se aleja de la bocina a una velocidad de $18,5\ m/s$, cuales son las frecuencias mas altas y mas bajas que escucha.

Datos

- Constante del resorte: $k = 20{,}0$ N/m
- Masa total: $m = 5{,}00$ kg
- Amplitud: $A = 0{,}500$ m
- Frecuencia emitida: $f_0 = 440$ Hz
- Velocidad del sonido: $v = 340$ m/s

a). **Movimiento de la fuente**
Frecuencia angular del M.A.S.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20{,}0}{5{,}00}} = 2{,}00 \text{ rad/s}$$

Velocidad máxima de la fuente En un movimiento armónico simple:

$$v_{\text{máx}} = \omega A = (2{,}00)(0{,}500) = 1{,}00 \text{ m/s}$$

Efecto Doppler (fuente en movimiento) La frecuencia observada es:

$$f = f_0 \frac{v}{v \mp v_s}$$

- Signo $-$: fuente se acerca $\Rightarrow f_{\text{máx}}$
- Signo $+$: fuente se aleja $\Rightarrow f_{\text{mín}}$

Frecuencia máxima

$$f_{\text{máx}} = 440 \frac{340}{340 - 1{,}00} \approx 441{,}3 \text{ Hz}$$

Frecuencia mínima

$$f_{\text{mín}} = 440 \frac{340}{340 + 1{,}00} \approx 438{,}7 \text{ Hz}$$

b). **Fuente y observador en movimiento**
Nueva condición

- Velocidad del observador: $v_o = 18{,}5$ m/s
- El observador se aleja de la fuente

Ecuación de Doppler general

$$f = f_0 \frac{v \mp v_o}{v \mp v_s}$$

- Numerador: movimiento del observador
- Denominador: movimiento de la fuente

Frecuencia máxima Fuente acercándose ($-v_s$) y observador alejándose ($-v_o$):

$$f_{\text{máx}} = 440 \frac{340 - 18{,}5}{340 - 1{,}00} \approx 416{,}7 \text{ Hz}$$

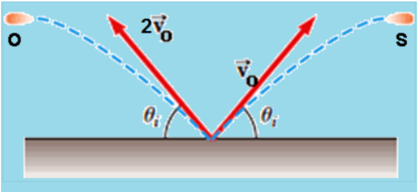
Frecuencia mínima Fuente alejándose ($+v_s$) y observador alejándose ($-v_o$):

$$f_{\text{mín}} = 440 \frac{340 - 18{,}5}{340 + 1{,}00} 414{,}3 \text{ Hz}$$

Comentario físico

- El movimiento del observador reduce aún más la frecuencia
- El efecto Doppler es dominado por $v_o \gg v_s$

Se lanzan dos proyectiles simultáneamente en direcciones opuestas, un proyectil emite un sonido con una frecuencia de 500 Hz vuela hacia derecha con velocidad inicial a un ángulo sobre la horizontal y el otro proyectil vuela hacia la izquierda con el doble de la rapidez y mismo ángulo sobre la horizontal, como se muestra en la figura. Encuentre la frecuencia que detecta el proyectil que vuela a la izquierda después de $1,8\ s$.



Datos del problema

- Frecuencia emitida: $f_0 = 500$ Hz
- Velocidad del sonido en aire: $v \approx 340$ m/s
- Proyectil emisor (derecha): velocidad inicial v_0
- Proyectil receptor (izquierda): velocidad inicial $2v_0$
- Ángulo de lanzamiento: θ
- Tiempo transcurrido: $t = 1{,}8$ s

Componente horizontal de velocidades Solo importa la componente **en la línea de propagación del sonido**:

$$v_s = v_0 \cos\theta$$
$$v_o = 2v_0 \cos\theta$$

Velocidades relativas

- La fuente se aleja del observador:

$$v_s > 0$$

- El observador se mueve hacia la fuente:

$$v_o > 0$$

Efecto Doppler (fuente y observador en movimiento) La frecuencia detectada es:

$$f = f_0 \frac{v + v_o}{v + v_s} = 500 \frac{v + 2v_0 \cos\theta}{v + v_0 \cos\theta}$$

Observación importante La aceleración gravitatoria **no afecta** al resultado porque:

- El sonido viaja horizontalmente
- La velocidad horizontal es constante

Resultado final

$$\boxed{f(t = 1{,}8\,\mathrm{s}) = 500\ \frac{v + 2v_0 \cos\theta}{v + v_0 \cos\theta}}$$

Caso particular ($\theta = 0°$):

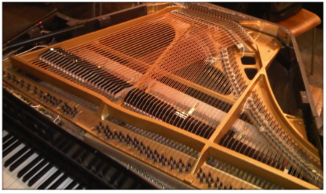
$$\boxed{f = 500 \frac{v + 2v_0}{v + v_0}}$$

Un alambre de piano con masa de $3,00\ g$ y longitud de $80,0\ cm$ se estira con una tensión de $25,0\ N$. Una onda con frecuencia de $120,0\ Hz$ y amplitud $1,6\ mm$ viaja por el alambre.

$$P_{med} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\omega^2 A^2$$

a). Calcule la potencia media que transporta la onda.

b). ¿Qué sucede con la potencia media si se reduce a la mitad la amplitud de la onda?



Solución (a): Potencia media de la onda

Datos

- Masa del alambre: $m = 3{,}00 \text{ g} = 3{,}00 \times 10^{-3} \text{ kg}$
- Longitud: $L = 80{,}0 \text{ cm} = 0{,}800 \text{ m}$
- Tensión: $F = 25{,}0 \text{ N}$
- Frecuencia: $f = 120{,}0 \text{ Hz}$
- Amplitud: $A = 1{,}6 \text{ mm} = 1{,}6 \times 10^{-3} \text{ m}$

Densidad lineal de masa

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{3{,}00 \times 10^{-3}}{0{,}800} = 3{,}75 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

Frecuencia angular

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(120{,}0) = 7{,}54 \times 10^{2} \text{ rad/s}$$

Fórmula de la potencia media

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2 A^2$$

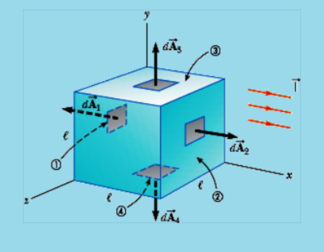
$$\begin{aligned}
\sqrt{\mu F} &= \sqrt{(3{,}75 \times 10^{-3})(25{,}0)} \\
&= \sqrt{9{,}38 \times 10^{-2}} = 0{,}306 \\
\omega^2 &= (7{,}54 \times 10^{2})^2 = 5{,}68 \times 10^{5} \\
A^2 &= (1{,}6 \times 10^{-3})^2 = 2{,}56 \times 10^{-6}
\end{aligned}$$

Sustituyendo

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{2}(0{,}306)(5{,}68 \times 10^{5})(2{,}56 \times 10^{-6})$$

$$P_{\text{med}} \approx 0{,}22 \text{ W}$$

Considere una intensidad de sonido no uniforme orientado en la dirección x en el espacio vacío. Encuentre la potencia neta a través de la superficie de un cubo con arista ℓ, orientado como se muestra en la figura.



Solución: Potencia neta a través del cubo

La intensidad sonora es un **vector** que representa potencia por unidad de área:

$$\vec{I} = I(x)\,\hat{\imath}$$

- La intensidad no es uniforme
- Apunta únicamente en la dirección x
- El cubo tiene arista ℓ

Potencia sonora neta que atraviesa una superficie cerrada es el flujo de $\vec{I}$:

$$P_{\text{net}} = \oint \vec{I} \cdot d\vec{A}$$

Caras relevantes del cubo

- Caras perpendiculares a x: contribuyen al flujo
- Caras perpendiculares a y y z:

$$\vec{I} \cdot d\vec{A} = 0$$

Área de cada cara

$$A = \ell^2$$

Cara derecha $(x + \ell/2)$

$$\vec{I} = I\left(x + \frac{\ell}{2}\right)\hat{\imath}$$

$$d\vec{A} = \ell^2\hat{\imath}$$

$$P_{\text{salida}} = I\left(x + \frac{\ell}{2}\right)\ell^2$$

Cara izquierda $(x - \ell/2)$

$$\vec{I} = I\left(x - \frac{\ell}{2}\right)\hat{\imath}$$

$$d\vec{A} = -\ell^2\hat{\imath}$$

$$P_{\text{entrada}} = -I\left(x - \frac{\ell}{2}\right)\ell^2$$

Resultado final y aproximación diferencial

Sumando los flujos obtenermos the **potencia sonora neta** :

$$P_{\text{net}} = \ell^2 \left[I\left(x + \frac{\ell}{2}\right) - I\left(x - \frac{\ell}{2}\right) \right]$$

Interpretación física

- Si la intensidad aumenta con $x \Rightarrow$ energía se acumula
- Si disminuye $\Rightarrow$ energía se pierde
- Si es uniforme $\Rightarrow P_{\text{net}} = 0$

Aproximación para variación suave, usando la expansión de Taylor:

$$I\left(x + \frac{\ell}{2}\right) - I\left(x - \frac{\ell}{2}\right) \approx \ell \, \frac{dI}{dx}$$

Por lo tanto,

$$\boxed{P_{\text{net}} \approx \ell^3 \, \frac{dI}{dx}}$$

Comentario importante

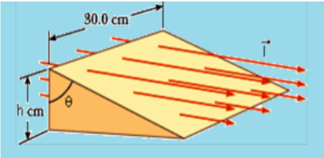
- ℓ^3 es el volumen del cubo
- Relaciona potencia neta con gradiente de intensidad
- Análogo al teorema de Gauss

Considere una caja triangular con $h = 10,0\ cm$ cerrada en reposo dentro de una intensidad de sonido horizontal con una magnitud $I = 7,80$, como se muestra en la figura. Calcule el flujo de potencia del sonido a través de

a). La superficie rectangular vertical,

b). La superficie inclinada, y

c). La superficie total de la caja.



Solución:

Geometría de la caja:

- Altura vertical: $h = 10{,}0 \text{ cm} = 0{,}100 \text{ m}$
- Base horizontal: $b = 30{,}0 \text{ cm} = 0{,}300 \text{ m}$
- La superficie inclinada es la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por h y b.

Longitud de la superficie inclinada L

$$L = \sqrt{h^2 + b^2} = \sqrt{(0{,}100)^2 + (0{,}300)^2}$$
$$= \sqrt{0{,}01 + 0{,}09} = \sqrt{0{,}10} \approx 0{,}3162 \text{ m}$$

Ángulo θ entre la superficie inclinada y la horizontal:

$$\tan\theta = \frac{h}{b} = \frac{0{,}100}{0{,}300} = \frac{1}{3}$$
$$\theta = \tan^{-1}(1/3) \approx 18{,}43^\circ$$

Flujo de potencia: concepto básico El flujo de potencia (o potencia acústica) a través de una superficie se define como:

$$P = \vec{I} \cdot \vec{A} = I A \cos\phi$$

Donde:

- I: intensidad sonora ($7{,}80 \text{ W/m}^2$)
- A: área de la superficie
- ϕ: ángulo entre el vector intensidad (horizontal, hacia la derecha) y el vector normal a la superficie

Importante: El signo del flujo depende de si la energía entra o sale de la caja. Para flujo neto entrante, usamos el ángulo entre el vector intensidad y el vector normal apuntando hacia afuera de la caja.

Solución:

a). **Superficie rectangular vertical** Esta superficie está en el lado izquierdo de la caja, perpendicular a las ondas sonoras (que vienen de la izquierda).

- Área: $A_v = h \times \text{profundidad}$
- Asumimos que la caja tiene profundidad unitaria ($1\ m$)
  $A_v = 0{,}100\ \text{m} \times 1\ \text{m} = 0{,}100\ \text{m}^2$

Vector intensidad: horizontal hacia la derecha

$$\vec{I} = I\hat{i}$$

Vector normal a la superficie vertical (izquierda): apunta hacia la izquierda

$$\hat{n}_v = -\hat{i}$$

El ángulo entre $\vec{I}$ y $\vec{n}_v$ es $\phi = 180^\circ$

$$P_v = IA_v \cos\phi = 7{,}80 \cdot 0{,}100 \cdot (-1) = -0{,}780\ \text{W}$$

El signo negativo indica que la energía entra en la caja a través de esta superficie.

b). **Superficie inclinada** tiene longitud $L \approx 0{,}3162$ m, y profundidad $1\ m$

$$A_i = L \times 1 = 0{,}3162\ \text{m}^2$$

Vector normal a la superficie inclinada: apunta hacia afuera de la caja. Como la superficie está inclinada hacia arriba y a la derecha, su vector normal forma un ángulo $\theta = 18{,}43^\circ$ con la vertical, y por lo tanto, un ángulo de

$$90^\circ - \theta = 71{,}57^\circ$$

con la horizontal. El vector intensidad es horizontal hacia la derecha. El ángulo entre $\vec{I}$ y $\vec{n}_i$ es $\phi_i = 90^\circ - \theta = 71{,}57^\circ$

$$\begin{aligned} \cos\phi_i &= \cos(71{,}57^\circ) \approx 0{,}3162 \\ P_i &= IA_i \cos\phi_i \\ &= 7{,}80 \cdot 0{,}3162 \cdot 0{,}3162 \\ &\approx 0{,}780\ \text{W} \end{aligned}$$

Solución:

$$A_i \cos\phi_i = 0{,}3162 \cdot 0{,}3162 = 0{,}1000 \text{ m}^2$$

es el área proyectada en la dirección horizontal, ¡coincide con el área de la superficie vertical!

c). **Superficie total de la caja** la caja es cerrada, por lo tanto, el flujo neto de potencia debe ser cero si no hay fuentes ni sumideros dentro de la caja (conservación de energía). Verifiquemos:

- Superficie vertical (izquierda):

$$P_v = -0{,}780 \text{ W}, \text{ (energía entra)}$$

- Superficie inclinada (derecha):

$$P_i = +0{,}780 \text{ W}, \text{ (energía sale)}$$

- Superficie inferior (horizontal): vector normal hacia abajo

$$\vec{n} = -\hat{j} \Rightarrow \vec{I} = I\hat{i}$$
$$\text{ángulo } 90° \Rightarrow \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow P_{\text{inf}} = 0$$

- Superficie superior (horizontal): vector normal hacia arriba

$$\vec{n} = \hat{j} \Rightarrow \vec{I} = I\hat{i}$$
$$\text{ángulo } 90° \Rightarrow P_{\text{sup}} = 0$$

El Flujo total a través de la caja

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= P_v + P_i + P_{\text{inf}} + P_{\text{sup}} \\ &= -0{,}780 + 0{,}780 + 0 + 0 = 0 \text{ W} \end{aligned}$$

Se cumple la conservación de energía.
Nota: El resultado se debe a que el área proyectada de la superficie inclinada en la dirección del sonido es igual al área de la superficie vertical, y los flujos se cancelan exactamente.

Bocina atornillada

Un bloque con una bocina atornillada a el se conecta a un resorte que tiene una constante de resorte $k = 20,0\ N/m$, como se muestra en la figura. La masa total del bloque y la bocina es de $5,00\ kg$, y la amplitud de movimiento de esta unidad es $0,500\ m$.

a). La bocina emite ondas sonoras de $440\ Hz$ de frecuencia. Determine las frecuencias mas alta y mas baja que escucha una persona a la derecha de la bocina.

b). Si el nivel sonoro máximo que escucha la persona es de $60,0\ dB$ cuando esta mas cerca de la bocina, a $1,00\ m$ de distancia, ¿cual es el nivel sonoro mínimo que escucha el observador? Suponga que la rapidez del sonido es de $343\ m/s$.

Solución:

Movimiento armónico simple de la fuente

La fuente (bloque + bocina) oscila con:

- Masa: $m = 5{,}00$ kg
- Constante del resorte: $k = 20{,}0$ N/m
- Amplitud: $A = 0{,}500$ m

Frecuencia angular natural:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20{,}0}{5{,}00}} = \sqrt{4} = 2{,}00 \text{ rad/s}$$

Velocidad máxima de la fuente (en el equilibrio):

$$v_{\max} = A\omega_n = 0{,}500 \cdot 2{,}00 = 1{,}00 \text{ m/s}$$

Observación: El observador está a la derecha, cuando la fuente se mueve hacia la derecha (hacia el observador), la frecuencia aumenta; cuando se mueve a la izquierda (alejándose), disminuye.

Efecto Doppler para fuente móvil, observador en reposo

Fórmula general del efecto Doppler (fuente móvil, observador estacionario):

$$f' = f \cdot \frac{v_s}{v_s \mp v_f}$$

Donde:

- $f = 440$ Hz $\;\rightarrow\;$ frecuencia emitida
- $v_s = 343$ m/s $\;\rightarrow\;$ velocidad del sonido
- $v_f = 1{,}00$ m/s $\;\rightarrow\;$ velocidad máxima de la fuente
- Signo $(-)$ cuando la fuente se acerca al observador $\;\rightarrow\;$ frecuencia mayor
- Signo $(+)$ cuando la fuente se aleja $\;\rightarrow\;$ frecuencia menor

Solución:

a). **Frecuencias maxima y minima**

$$f_{\text{máx}} = f \cdot \frac{v_s}{v_s - v_f} = 440 \cdot \frac{343}{343 - 1{,}00}$$
$$= 440 \cdot \frac{343}{342} \approx 440 \cdot 1{,}002924 \approx 441{,}29 \text{ Hz}$$
$$f_{\text{mín}} = f \cdot \frac{v_s}{v_s + v_f} = 440 \cdot \frac{343}{343 + 1{,}00}$$
$$= 440 \cdot \frac{343}{344} \approx 440 \cdot 0{,}997093 \approx 438{,}72 \text{ Hz}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} f_{\text{máx}} \approx 441{,}3 \text{ Hz} \\ f_{\text{mín}} \approx 438{,}7 \text{ Hz} \end{array}}$$

Nota: La variación es pequeña porque la velocidad máxima de la fuente (1,00 m/s) es muy pequeña comparada con la velocidad del sonido (343 m/s).

b). **Nivel sonoro y distancia** El nivel sonoro en decibeles (dB) está relacionado con la intensidad por:

$$\beta = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Donde $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2 es la intensidad umbral.
Dato: Cuando el observador está a $r_{\text{mín}} = 1{,}00$ m de la fuente (cuando la bocina está más cerca), el nivel sonoro es $\beta_{\text{máx}} = 60{,}0$ dB.

$$60{,}0 = 10 \log_{10}\left(\frac{I_{\text{máx}}}{10^{-12}}\right)$$
$$6 = \log_{10}\left(\frac{I_{\text{máx}}}{10^{-12}}\right)$$
$$\frac{I_{\text{máx}}}{10^{-12}} = 10^6 \Rightarrow I_{\text{máx}} = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Solución:

La intensidad sonora de una fuente puntual decrece con el cuadrado de la distancia:

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

Cuando la bocina está más lejos del observador, la distancia es:

$$r_{\text{máx}} = r_{\text{mín}} + 2A = 1{,}00 + 2 \cdot 0{,}500 = 2{,}00 \text{ m}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} I_{\text{mín}} &= I_{\text{máx}} \cdot \left(\frac{r_{\text{mín}}}{r_{\text{máx}}}\right)^2 = 10^{-6} \cdot \left(\frac{1{,}00}{2{,}00}\right)^2 \\ &= 10^{-6} \cdot \frac{1}{4} = 2{,}5 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

Ahora calculamos el nivel sonoro mínimo:

$$\begin{aligned} \beta_{\text{mín}} &= 10 \log_{10}\left(\frac{I_{\text{mín}}}{I_0}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{2{,}5 \times 10^{-7}}{10^{-12}}\right) \\ &= 10 \log_{10}(2{,}5 \times 10^5) \\ &= 10 \left[\log_{10}(2{,}5) + \log_{10}(10^5)\right] = 10\,[0{,}3979 + 5] \\ \beta_{\text{mín}} &= 10 \cdot 5{,}3979 = 53{,}979 \text{ dB} \end{aligned}$$

Interpretación: Cuando la bocina está más lejos (2.00 m), la intensidad disminuye a la cuarta parte, lo que reduce el nivel sonoro en aproximadamente 6 dB (porque $10 \log_{10}(1/4) = -6{,}02$ dB).

Resumen final

a). Frecuencias percibidas:

$$\begin{aligned} f_{\text{máx}} &= 441{,}3 \text{ Hz} \\ f_{\text{mín}} &= 438{,}7 \text{ Hz} \end{aligned}$$

b). Niveles sonoros:

$$\begin{aligned} \beta_{\text{máx}} &= 60{,}0 \text{ dB (a 1,00 m)} \\ \beta_{\text{mín}} &= 54{,}0 \text{ dB (a 2,00 m)} \end{aligned}$$

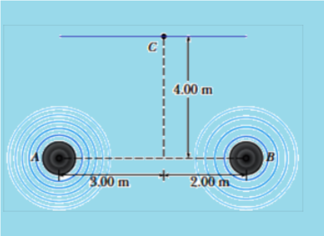
Conclusión: El movimiento de la fuente causa pequeñas variaciones en la frecuencia (efecto Doppler) y grandes variaciones en la intensidad (inversamente proporcional al cuadrado de la distancia), lo que afecta significativamente el nivel sonoro percibido.

Dos bocinas pequeñas emiten ondas sonoras de diferentes frecuencias, por igual, en todas direcciones. La bocina A tiene una salida de $1,00\,mW$, y la bocina B tiene una salida de $1,50\,mW$. Determine el nivel sonoro (en decibeles) en el punto C de la figura, si supone que

a). Solo la bocina A emite sonido,

b). Solo la bocina B emite sonido y

c). Ambas bocinas emiten sonido.



Solución:

De la figura:

- Bocina A está a 3,00 m del centro horizontal, y C está 4,00 m arriba, distancia

$$r_A = \sqrt{3{,}00^2 + 4{,}00^2} = \sqrt{9+16}$$
$$= \sqrt{25} = 5{,}00 \text{ m}$$

- Bocina B está a 2,00 m del centro horizontal, y C está 4,00 m arriba, distancia

$$r_B = \sqrt{2{,}00^2 + 4{,}00^2} = \sqrt{4+16}$$
$$= \sqrt{20} \approx 4{,}472 \text{ m}$$

Potencias:

- $P_A = 1{,}00 \text{ mW} = 1{,}00 \times 10^{-3} \text{ W}$
- $P_B = 1{,}50 \text{ mW} = 1{,}50 \times 10^{-3} \text{ W}$

a). **Solo bocina A** Intensidad en C debido a A:

$$I_A = \frac{P_A}{4\pi r_A^2} = \frac{1{,}00 \times 10^{-3}}{4\pi(5{,}00)^2} = \frac{10^{-3}}{4\pi \cdot 25}$$
$$= \frac{10^{-3}}{100\pi} \approx \frac{10^{-3}}{314{,}16} \approx 3{,}183 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

Nivel sonoro:

$$\beta_A = 10 \log_{10}\left(\frac{I_A}{I_0}\right)$$
$$= 10 \log_{10}\left(\frac{3{,}183 \times 10^{-6}}{10^{-12}}\right)$$
$$= 10 \log_{10}(3{,}183 \times 10^{6})$$
$$= 10 \left[\log_{10}(3{,}183) + \log_{10}(10^6)\right]$$
$$\beta_A = 10\,[0{,}5028 + 6] = 10 \cdot 6{,}5028 = 65{,}028 \text{ dB}$$
$$\beta_A \approx 65{,}0 \text{ dB}$$

Solución:

b). **Solo bocina B** Intensidad en C debido a B:

$$I_B = \frac{P_B}{4\pi r_B^2} = \frac{1{,}50 \times 10^{-3}}{4\pi(4{,}472)^2} = \frac{1{,}50 \times 10^{-3}}{4\pi \cdot 20}$$
$$= \frac{1{,}50 \times 10^{-3}}{80\pi} \approx \frac{1{,}50 \times 10^{-3}}{251{,}33}$$
$$\approx 5{,}968 \times 10^{-6}\ \mathrm{W/m^2}$$

Nivel sonoro:

$$\beta_B = 10 \log_{10}\left(\frac{I_B}{I_0}\right)$$
$$= 10 \log_{10}\left(\frac{5{,}968 \times 10^{-6}}{10^{-12}}\right)$$
$$= 10 \log_{10}(5{,}968 \times 10^{6}) = 10\left[\log_{10}(5{,}968) + 6\right]$$
$$= 10\left[0{,}7758 + 6\right] = 10 \cdot 6{,}7758 = 67{,}758\ \mathrm{dB}$$
$$\beta_B \approx 67{,}8\ \mathrm{dB}$$

c). **Ambas bocinas** Como las frecuencias son diferentes, **las intensidades se suman** (no hay interferencia construct o destructiva):

$$I_C = I_A + I_B$$
$$= 3{,}183 \times 10^{-6} + 5{,}968 \times 10^{-6}$$
$$= 9{,}151 \times 10^{-6}\ \mathrm{W/m^2}$$

Nivel sonoro total:

$$\beta_C = 10 \log_{10}\left(\frac{I_C}{I_0}\right)$$
$$= 10 \log_{10}\left(\frac{9{,}151 \times 10^{-6}}{10^{-12}}\right)$$
$$= 10 \log_{10}(9{,}151 \times 10^{6})$$
$$= 10\left[\log_{10}(9{,}151) + 6\right]$$
$$= 10\left[0{,}9615 + 6\right]$$
$$= 10 \cdot 6{,}9615 = 69{,}615\ \mathrm{dB}$$
$$\beta_C \approx 69{,}6\ \mathrm{dB}$$

Nota: El nivel sonoro no es la suma de los niveles individuales, sino que se suma la intensidad y luego se convierte a dB.

a). Solo bocina A: $\boxed{65{,}0 \text{ dB}}$

b). Solo bocina B: $\boxed{67{,}8 \text{ dB}}$

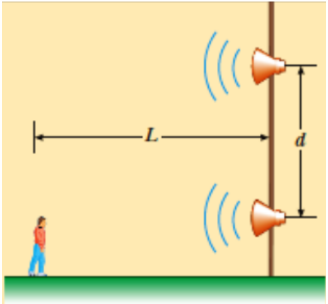
c). Ambas bocinas: $\boxed{69{,}6 \text{ dB}}$

Conclusión: Aunque la bocina B tiene mayor potencia y está más cerca, la contribución combinada de ambas fuentes produce un aumento adicional de aproximadamente 1.8 dB respecto a la bocina B sola.

Dos bocinas idénticas se activan mediante el mismo oscilador de 200 Hz de frecuencia. Las bocinas se ubican en un poste vertical a una distancia de $4,00\ m$ una de otra. Un hombre camina directo hacia la bocina inferior en una dirección perpendicular al poste, como se muestra en la figura.

a). ¿Cuantas veces escuchara un mínimo en la intensidad sonora?

b). ¿A que distancia esta del poste en estos momentos? Considere que la rapidez del sonido es de 330 m/s e ignore cualquier reflexión de sonido producida por el suelo.



Solución:

Longitud de onda y condición de interferencia destructiva

- Frecuencia: $f = 200$ Hz
- Velocidad del sonido: $v = 330$ m/s

Longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{200} = 1{,}65 \text{ m}$$

Condición para interferencia destructiva (mínimo de intensidad):

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \ldots$$

Donde:

- $r_1 = L$ (distancia a la bocina inferior)
- $r_2 = \sqrt{L^2 + d^2} = \sqrt{L^2 + 16{,}00}$ (distancia a la bocina superior)

Entonces:

$$\sqrt{L^2 + 16{,}00} - L = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 1{,}65$$

Resolver la ecuación para L

$$k_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 1{,}65$$

Entonces:

$$\sqrt{L^2 + 16{,}00} = L + k_m$$

Elevamos al cuadrado ambos lados:

$$\begin{aligned} L^2 + 16{,}00 &= L^2 + 2Lk_m + k_m^2 \\ 16{,}00 &= 2Lk_m + k_m^2 \\ 2Lk_m &= 16{,}00 - k_m^2 \Rightarrow L = \frac{16{,}00 - k_m^2}{2k_m} \end{aligned}$$

Para que $L > 0$, necesitamos

$$16{,}00 - k_m^2 > 0 \Rightarrow k_m < 4{,}00$$

Como $k_m = (m + 0{,}5) \cdot 1{,}65$, entonces:

$$\begin{aligned} (m + 0{,}5) \cdot 1{,}65 &< 4{,}00 \\ m + 0{,}5 &< \frac{4{,}00}{1{,}65} \approx 2{,}424 \Rightarrow m < 1{,}924 \end{aligned}$$

Solución:

Calcular las distancias L para $m = 0$ y $m = 1$

- **Para $m = 0$:**

$$k_0 = (0 + 0{,}5) \cdot 1{,}65 = 0{,}825$$

$$L_0 = \frac{16{,}00 - (0{,}825)^2}{2 \cdot 0{,}825} = \frac{16{,}00 - 0{,}680625}{1{,}65} = \frac{15{,}319375}{1{,}65} \approx 9{,}284 \text{ m}$$

- **Para $m = 1$:**

$$k_1 = (1 + 0{,}5) \cdot 1{,}65 = 2{,}475$$

$$L_1 = \frac{16{,}00 - (2{,}475)^2}{2 \cdot 2{,}475} = \frac{16{,}00 - 6{,}125625}{4{,}95} = \frac{9{,}874375}{4{,}95} \approx 1{,}995 \text{ m}$$

Respuesta final

a). El observador escuchará un mínimo en la intensidad sonora **2 veces**.

b). Las distancias del poste en esos momentos son:

$$\boxed{\begin{aligned} L_0 &\approx 9{,}28 \text{ m} \\ L_1 &\approx 2{,}00 \text{ m} \end{aligned}}$$

Nota: Para $m = 2$,

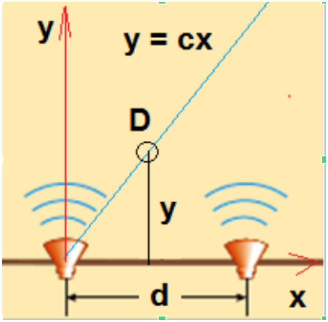
$$k_2 = (2{,}5)(1{,}65) = 4{,}125 > 4{,}00$$

lo cual daría $L < 0$, $\rightarrow$ no físico.

Dos bocinas idénticas se activan mediante el mismo oscilador de $f = 500\ Hz$ de frecuencia. Las bocinas se ubican en eje x una en el origen y la otra a una distancia d. Un detector D se mueve a la largo de la línea recta $y = cx$,

a). ¿A que altura y se produce el mínimo de orden $n = 0$?

b). ¿A que altura se produce el máximo de orden $n = 1$? Considere que la rapidez del sonido es de $340\ m/s$ e ignore cualquier reflexión de sonido producida por el suelo.



Solución:

Longitud de onda y geometría

- Frecuencia: $f = 500$ Hz
- Velocidad del sonido: $v = 340$ m/s

Longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{500} = 0{,}68 \text{ m}$$

Posición del detector: $(x, y) = (x, cx)$

- Distancia a la bocina 1 (en $(0, 0)$):

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (cx)^2} = x\sqrt{1 + c^2}$$

- Distancia a la bocina 2 (en $(d, 0)$):

$$r_2 = \sqrt{(x-d)^2 + (cx)^2} = \sqrt{(x-d)^2 + c^2x^2}$$

- Diferencia de camino:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{(x-d)^2 + c^2x^2} - x\sqrt{1 + c^2}$$

a). **Mínimo de orden** $n = 0$ Condición para interferencia destructiva (mínimo):

$$\Delta r = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \cdot 0{,}68$$
$$= 0{,}34 \text{ m}$$

Entonces:

$$\sqrt{(x-d)^2 + c^2x^2} - x\sqrt{1 + c^2} = 0{,}34$$

Sea $k = \sqrt{1 + c^2} \to$ entonces:

$$\sqrt{(x-d)^2 + c^2x^2} = xk + 0{,}34$$

Elevamos al cuadrado:

$$(x-d)^2 + c^2x^2 = (xk + 0{,}34)^2$$

Solución:

Expandimos ambos lados:

- Izquierda:

$$x^2 - 2dx + d^2 + c^2x^2 = x^2(1 + c^2) - 2dx + d^2 = x^2k^2 - 2dx + d^2$$

- Derecha:

$$x^2k^2 + 2 \cdot 0{,}34 \cdot xk + (0{,}34)^2 = x^2k^2 + 0{,}68kx + 0{,}1156$$

Igualamos:

$$x^2k^2 - 2dx + d^2 = x^2k^2 + 0{,}68kx + 0{,}1156$$

Simplificamos:

$$-2dx + d^2 = 0{,}68kx + 0{,}1156$$

$$-2dx - 0{,}68kx = 0{,}1156 - d^2$$

$$x(-2d - 0{,}68k) = 0{,}1156 - d^2$$

Entonces:

$$x = \frac{d^2 - 0{,}1156}{2d + 0{,}68k} \quad \text{donde} \quad k = \sqrt{1 + c^2}$$

Finalmente, la altura es:

$$y = cx = c \cdot \frac{d^2 - 0{,}1156}{2d + 0{,}68\sqrt{1 + c^2}}$$

c). **Máximo de orden** $n = 1$ Condición para interferencia constructiva (máximo):

$$\Delta r = n\lambda = 1 \cdot 0{,}68 = 0{,}68 \text{ m}$$

Entonces:

$$\sqrt{(x - d)^2 + c^2x^2} - x\sqrt{1 + c^2} = 0{,}68$$

Sea $k = \sqrt{1 + c^2}$:

$$\sqrt{(x - d)^2 + c^2x^2} = xk + 0{,}68$$

Elevamos al cuadrado:

$$(x - d)^2 + c^2x^2 = (xk + 0{,}68)^2$$

- Izquierda:

$$x^2k^2 - 2dx + d^2$$

- Derecha:

$$x^2k^2 + 2 \cdot 0{,}68 \cdot xk + (0{,}68)^2 = x^2k^2 + 1{,}36kx + 0{,}4624$$

Igualamos:

$$x^2k^2 - 2dx + d^2 = x^2k^2 + 1{,}36kx + 0{,}4624$$

Simplificamos:

$$-2dx + d^2 = 1{,}36kx + 0{,}4624$$
$$-2dx - 1{,}36kx = 0{,}4624 - d^2$$
$$x(-2d - 1{,}36k) = 0{,}4624 - d^2$$

$$x = \frac{d^2 - 0{,}4624}{2d + 1{,}36k} \quad \text{con} \quad k = \sqrt{1 + c^2}$$

Altura:

$$y = cx$$
$$= c \cdot \frac{d^2 - 0{,}4624}{2d + 1{,}36\sqrt{1 + c^2}}$$

Respuesta final

a). Altura del mínimo de orden $n = 0$:

$$\boxed{y_{\text{min},0} = c \cdot \frac{d^2 - 0{,}1156}{2d + 0{,}68\sqrt{1 + c^2}}}$$

b). Altura del máximo de orden $n = 1$:

$$\boxed{y_{\text{max},1} = c \cdot \frac{d^2 - 0{,}4624}{2d + 1{,}36\sqrt{1 + c^2}}}$$

Nota: Estas expresiones son válidas siempre que el numerador sea positivo y $x > 0$. Si se proporcionaran valores numéricos para d y c, se podría calcular y numéricamente.

Alambre de vibra

Un alambre de $40,0\ g$ está estirado de modo que sus extremos están fijos en puntos separados $80,0\ cm$. El alambre vibra en su modo fundamental con frecuencia de $60,0\ Hz$ y amplitud en los antinodos de $0,300\ cm$.

a). Calcule la rapidez de propagación de ondas transversales en el alambre.

b). Calcule la tensión en el alambre

Solución: Alambre vibrante

Datos del problema

- Masa del alambre:
$$m = 40{,}0 \text{ g} = 0{,}040 \text{ kg}$$
- Longitud:
$$L = 80{,}0 \text{ cm} = 0{,}800 \text{ m}$$
- Frecuencia fundamental:
$$f_1 = 60{,}0 \text{ Hz}$$
- Amplitud en los antinodos:
$$A = 0{,}300 \text{ cm}$$

Modo fundamental para un alambre con extremos fijos, en el modo fundamental:

$$L = \frac{\lambda_1}{2}$$

Longitud de onda:

$$\lambda_1 = 2L = 2(0{,}800) = 1{,}60 \text{ m}$$

a) Rapidez de propagación La rapidez de la onda transversal es:

$$v = f\lambda = (60{,}0)(1{,}60) = 96{,}0 \text{ m/s}$$

La amplitud no afecta la rapidez de la onda, solo depende de la tensión y la densidad lineal del alambre.

Densidad lineal de masa

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0{,}040}{0{,}800} = 0{,}050 \text{ kg/m}$$

Relación onda–tensión La rapidez de una onda transversal en un alambre tenso es:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$
$$T = \mu v^2 = (0{,}050)(96{,}0)^2 = 4{,}61 \times 10^2 \text{ N}$$

Conclusión física

- La frecuencia y longitud determinan la rapidez
- La tensión depende del cuadrado de la rapidez