Universidad Nacional del Callao Facultad de Ingeniería Mecánica y de Energía Ecuaciones diferenciales Evaluación 2 Semestre 2025 A

Indicaciones: Escriba en forma clara, precisa, ordenada y justifique sus respuestas.

- 1. Proporcione el campo de isoclinas de la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = x y + 1$ junto con una o más curvas solución. Trace las curvas solución que pasan por los puntos adicionales marcados en cada campo de isoclinas.
- 2. Verifique que la ecuación diferencial dada sea exacta; después resuélvala.

a)
$$(2x+3y)dx+(3x+2y)dy=0$$

b)
$$(2xy^2+3x^2)dx+(2x^2y+4y^3)dy=0$$

3. La ecuación $dy/dx = A(x)y^2 + B(x)y + C(x)$ como ecuación de Riccati. Suponga que se conoce una solución particular $y_1(x)$ de esta ecuación. Compruebe que la sustitución

$$y = y_1 + \frac{1}{v}$$

transforma la ecuación de Riccati en una ecuación lineal

$$\frac{dv}{dx} + (B + 2Ay_1)v = -A.$$

- 4. Se aplican los frenos a un auto cuando se está moviendo a una velocidad de 100 km/h provocando una desaceleración constante de 10 metros por segundo al cuadrado (m/s²). ¿Cuánta distancia viaja antes de detenerse?
- 5. Sea la ecuación diferencial $x^2y''-4xy'+6y=\ln x^2$. Halle la solución particular y complementaria.
- 6. Una masa que pesa 16 libras alarga 8/3 pie un resorte. La masa se libera inicialmente desde el reposo desde un punto 2 pies abajo de la posición de equilibrio y el movimiento posterior ocurre en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a ½ de la velocidad instantánea. Encuentre la ecuación de movimiento si se aplica a la masa una fuerza externa igual a $f(t)=10\cos 3t$.