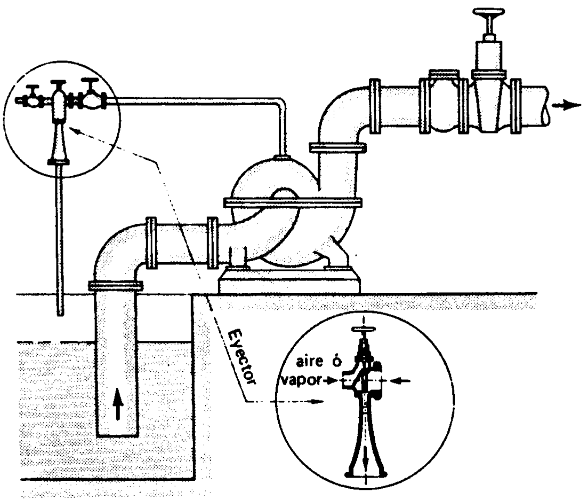
Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

COLECCION DE PROBLEMAS DE MECANICA DE FLUIDOS



–Cebado de una B mediante un eyector

Gorka Alberro Eguilegor
Xabier Almandoz Berrondo
Ruben Jimenez Redal
Belen Mongelos Oquiñena
Idoia Pellejero Salaberria

Dpto. Ingeniería Nuclear y
Mecánica de Fluidos

Escuela Universitaria Politécnica
Unibertsitate Eskola Politeknikoa
Donostia- San Sebastián

La colección de problemas que se presenta corresponde a la sexta edición del libro que se editó el curso 1997-98. En esta sexta edición se han tratado corregir las erratas y fallos aparecidos en las ediciones anteriores.

La colección responde al programa de la asignatura de Ingeniería Fluidomecánica y cada capítulo de la misma se ha estructurado de forma que al comienzo de cada uno de ellos, se han incorporado una serie de problemas tipo totalmente resueltos, seguidos de una serie de enunciados de problemas con sus respuestas.

El trabajo ha sido realizado por los profesores de la E.U.Politécnica de San Sebastián pertenecientes al Área de Mecánica de Fluidos del Departamento de Ingeniería Nuclear y Mecánica de Fluidos de la Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea y además han participado en su elaboración Julián Urdangarín e Iñigo Herrero, en el diseño y mecanografiado del mismo.

Todos los que hemos colaborado, esperamos y deseamos que esta colección sea útil a los alumnos de la asignatura, ya que a ellos va dirigida, esperando que les ayude a analizar y comprender la forma de abordar los problemas de la Ingeniería Fluidomecánica.

Nos gustaría recibir ideas para la mejora de esta colección y agradeceríamos que el usuario nos indicase las erratas que puedan seguir existiendo para eliminarlas en sucesivas ediciones.

Donostia – San Sebastián, Septiembre 2011

ISBN-13 : 978-84-690-58572

Nº REGISTRO: 07 / 37963

INDICE DE MATERIAS

eman ta zabal zazu

universidad del país vasco

euskal herriko unibertsitatea

Ingeniería Nuclear Mecánica de Fluidos

NGENIERÍA FLUIDOMECÁNICA

NOTAS ORGANIZATIVAS

EVALUACIÓN

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

Septiembre 2011

INGENIERÍA FLUIDOMECÁNICA

OBJETIVOS GENERALES

En esta asignatura fundamento o base de un campo de la ingeniería, se trata de conseguir que el alumno conozca, entienda y domine las propiedades y el comportamiento de los fluidos, muy diferente al de los sólidos, tanto en reposo como en movimiento, así como las aplicaciones de dichas leyes fundamentales en el campo industrial que le permitirá en asignaturas posteriores, abordar con mayor intensidad dichas aplicaciones tanto en el campo de las máquinas como en el de las instalaciones.

Asignatura derivada de la física, con las dificultades de comprensión y razonamiento que ello supone para el alumno y con la ventaja de poder resolver problemas prácticos y habituales en la vida real.

Se tratarán además de las propiedades que caracterizan a los fluidos, las ecuaciones fundamentales que definen su comportamiento, y una forma de análisis basada en la experimentación, muy útil en todos los campos de la física como es el Análisis dimensional. Es decir las siguientes ecuaciones:

- Ecuación de la estática y de la hidrostática y sus aplicaciones.
- Ecuación de la continuidad o conservación de la masa.
- Ecuación de la energía y aparatos de medida del flujo.
- Ecuación de la cantidad de movimiento y sus aplicaciones.
- Análisis dimensional y semejanza

En el campo de las aplicaciones, se tratarán:

- Las diferentes formas de cálculo de los flujos, tanto en conductos cerrados como en superficie libre, en condiciones estacionarias, y analizando brevemente tanto en concepto como en cálculo los fenómenos transitorios.
- La clasificación y descripción de las máquinas hidráulicas tanto motoras como receptoras.
- El estudio de instalaciones de bombeo simples.

En conjunto se trata de capacitar a los alumnos, en particular a aquellos que no cursen asignaturas optativas del área, para que en su vida profesional tengan recursos básicos para poder abordar y estudiar los problemas que se les presenten sobre los fluidos.

ORGANIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

La asignatura consta de 6 créditos, 4,5 créditos teóricos (teoría y problemas) y 1,5 créditos prácticos de laboratorio.

La asignatura se imparte en dos clases de una hora y media a la semana, de teoría y problemas indistintamente, según la teoría explicada y la necesidad de aplicarla en problemas, durante el segundo cuatrimestre. La asistencia a clase y el trabajo continuado es fundamental para la asimilación y el seguimiento de la asignatura.

A lo largo del curso se imparten 15 horas de laboratorio por alumno. Basándonos en nuestra experiencia, las prácticas de laboratorio que se imparten son eminentemente docentes y mediante ellas se trata de que los alumnos adquieran la formación siguiente:

- **Repaso, profundización y utilización** de los conceptos teóricos previamente explicados en las clases teóricas.
- **Adquirir experiencia y práctica** en la toma de medidas y realización de ensayos experimentales.
- **Trabajo en grupo**, muy importante para su trabajo futuro como ingeniero.
- **Presentación de informes**, muy importante también para su vida profesional.
- **Utilización de Softward informáticos** en todo el proceso.

Las prácticas de laboratorio se realizaran en grupos reducidos, cómo máximo 20 alumnos, y siempre a continuación de los conceptos básicos impartidos en las clases teóricas. A lo largo del curso cada grupo tiene 5 sesiones de laboratorio de 3 horas y en ellas se realizan una media de 3-4 prácticas en cada una. En las prácticas de laboratorio se pasa lista a los alumnos. En cada sesión de prácticas cada grupo deberá de entregar una serie de cálculos, que se les indicará previamente, que deberán realizar con las medidas efectuadas en el laboratorio aplicando los conceptos teóricos previamente explicados en teoría, además los alumnos, también por grupos, deberán realizar un **informe** con todos los datos, cálculos y resultados obtenidos en la práctica, y entregarlo en el plazo previamente asignado, dicho informe deberá de presentarse siguiendo las normas de presentación de informes y utilizando los programas informáticos necesarios en cada caso: Word, Excel, Power Point, Internet.

Para finalizar conviene resaltar que la asignatura exige al alumno un trabajo continuo **a lo largo del curso, para conseguir con facilidad su asimilación y dominio de los conceptos.**

EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA

La **asignatura** se evaluará de la siguiente forma:

* Un *examen parcial* mediante el cual se podrá liberar materia, hasta la convocatoria de Septiembre incluida, siempre que se obtenga en dicho examen una *nota igual o superior a 6*.
* Un examen final en las convocatorias de Mayo y Julio, donde el alumno se presentará *con toda o con la parte pendiente de la asignatura.*

Nota: En todos los exámenes (finales de mayo y julio) se incluirá una pregunta relativa a las prácticas de laboratorio, que tendrá un peso del 25% en el total del examen. Los exámenes se puntuarán sobre 10.

Las **prácticas de laboratorio** seran de carácter totalmente optativo, asi como la entrega de los resultados de las prácticas y los informes. Esto ultimos se corregirán pero no se evaluarán.

La nota final de las actas estará formada por la nota del examen teorico.

Los exámenes de Mayo y Julio, se realizarán en la fecha y hora asignados por la Dirección de Estudios del Centro. Si un alumno por razones de fuerza mayor, justificada, no pudiera realizar el examen en dicha fecha, deberá avisar, con anterioridad a la realización del examen, al profesor correspondiente y posteriormente solicitar por escrito, aportando certificado justificativo, la realización de un nuevo examen.

RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA MATERIA

Conocimientos previos necesarios

- Conocimientos básicos de Física, fundamentalmente de mecánica de sólidos, y manejo de las unidades de medida de las variables físicas.
- Conocimientos básicos de Matemáticas: trigonometría, resolución de integrales, ecuaciones diferenciales, y soltura en la resolución de ecuaciones.
- Habilidad y agilidad en el uso de la calculadora.
- Conocimiento de programas informáticos de entorno Windows: Word, Excell y Power-Point.

Direcciones de Internet de interés

El departamento que imparte esta asignatura es "Ingeniería Nuclear y Mecánica de Fluidos", la sección departamental de la Escuela Politécnica de Donostia ha creado un sitio web, que se encuentra en funcionamiento y actualizada, desde el año 2005, en dicha página se ha desarrollado todo el funcionamiento de la sección departamental: Profesorado, tutorías, docencia, investigación, laboratorio etc. así mismo se ha colgado, dentro de cada asignatura, toda la documentación que los respectivos profesores han desarrollado para su impartición.

La dirección es: http://www.ehu.es/inwmooqb/ , pudiéndose acceder también a través del sitio web de la escuela politécnica de Donostia, seleccionando el departamento ya indicado anteriormente.

En esta dirección el alumno de Ingeniería Fluidomecánica, tiene a su disposición los Apuntes de la segunda parte de Ingeniería Fluidomecánica, la Colección de problemas, los guiones de las Prácticas de Laboratorio, y un folleto o vademecum con las tablas y ábacos que se manejan a lo largo de la asignatura. Así mismo tienen a su disposición los enunciados de los exámenes de los tres últimos cursos con sus respuestas.

Donostia – San Sebastián Septiembre de 2011

Los Profesores del Área de Mecánica de Fluidos

PROGRAMA DE INGENIERÍA FLUIDOMECÁNICA

Tema 1.- INTRODUCCION A LA INGENIERÍA FLUIDOMECÁNICA. CONCEPTOS PREVIOS

1.1.- Objeto de la Mecánica de Fluidos.
1.2.- Aplicaciones de la Ingeniería Fluidomecánica.
1.3.- Sistema de unidades. Dimensiones.
1.4.- Densidad. Peso Específico y Volumen Específico.
1.5.- Variables Termodinámicas. Ecuaciones de Estado.
1.6.- Concepto de Gradiente. Divergencia, laplaciana y rotacional.

Tema 2.- PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS. DEFINICIONES.

2.1.- Definición de fluido. Sólidos, Líquidos y Gases. Analogías y diferencias.
2.2.- El fluido como medio continuo.
2.3.- Viscosidad. Ley de Newton de la viscosidad. Diagrama reológico. Unidades de viscosidad. Viscosidad cinemática. Viscosidades empíricas.
2.4.- Fluido ideal y fluido perfecto.
2.5.- Elasticidad y Módulo de Elasticidad Volumétrico. Coeficiente de compresibilidad cúbico.
2.6.- Tensión superficial. Capilaridad.
2.7.- Absorción de los gases por los líquidos. Ley de Henry.
2.8.- Tensión de vapor. Cavitación

Tema 3.- LEYES GENERALES DE LA ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS.

3.1.- Introducción. Clasificación de las fuerzas que actúan sobre un fluido.
3.2.- Presión en un punto del fluido. Principio de Isotropía.
3.3.- Ecuación fundamental de la Estática de Fluidos.
3.4.- Ecuación de la Estática para el caso en que las fuerzas de volumen derivan de un potencial.
3.5.- Consecuencias de la Estática de Fluidos.

Tema 4.- ESTÁTICA DE UN FLUIDO INCOMPRESIBLE EN EL CAMPO GRAVITATORIO. HIDROSTÁTICA.

4.1.- Ecuación fundamental de la Hidrostática.
4.2.- Consecuencias de la Hidrostática.
4.3.- Variación de la presión de un fluido incompresible en reposo.
4.4.- Teorema de Pascal. Prensas hidráulicas.
4.5.- Unidades de presión.
4.6.- Escalas de presión. Presión absoluta y Presión Manométrica.

4.7.- Aparatos de medida de la presión. Manómetros y Micromanómetros.

Tema 5.- <u>ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS EN OTROS CAMPOS DE FUERZA. EQUILIBRIO RELATIVO.</u>

5.1.- Fluidos sometidos a otros campos de fuerza.
5.2.- Ecuación fundamental.
5.3.- Estudio de un líquido sometido a aceleración uniforme.
5.4.- Estudio de un líquido sometido a rotación uniforme.

Tema 6.- <u>ESTÁTICA DE FLUIDOS COMPRESIBLES EN EL CAMPO GRAVITATORIO.</u>

6.1.- Ecuación fundamental.
6.2.- Casos en los que no se puede admitir la incompresibilidad de los líquidos.
6.3.- Variación de presión en fluidos poco compresibles: Líquidos.
6.4.- Variación de presión en fluidos compresibles: Gases.

Tema 7.- <u>FUERZAS SOBRE SUPERFICIE.</u>

7.1.- Fuerzas sobre superficies planas horizontales. Resultante. Centro de acción.
7.2.- Fuerzas sobre superficies planas inclinadas. Resultante. Centro de acción. Cálculo de fuerzas mediante el prisma de presiones.
7.3.- Efecto de la presión atmosférica en el cálculo de las fuerzas.
7.4.- Fuerzas sobre superficies curvas. Componentes horizontales. Componente vertical. Resultante. Centro de acción.
7.5.- Fenómeno de la subpresión.

Tema 8.- <u>FUERZAS SOBRE CUERPOS CERRADOS.</u>

8.1.- Componente horizontal. Resultante.
8.2.- Componente vertical. Empuje. Teorema de Arquímedes. Centro de acción.
8.3.- Tensiones de tracción en tuberías, fondos de depósitos y esferas. Cálculo de espesores. Fórmula de Barlow.
8.4.- Estabilidad lineal, vertical y rotacional. Equilibrio estable, inestable e indiferente.
8.5.- Cuerpos flotantes. Definiciones.
8.6.- Metacentro. Altura metacéntrica. Estabilidad flotante de cuerpos prismáticos.

Tema 9.- <u>FUNDAMENTOS DEL MOVIMIENTO DE FLUIDOS.</u>

9.1.- Introducción.
9.2.- Flujo. Tipos de flujos.
9.3.- Variables de Euler y Lagrange.
9.4.- Línea de corriente; tubo de corriente; trayectoria.
9.5.- Aceleración de una partícula fluida. Aceleración local y convectiva.

13.7.- Medidores indirectos.
13.8.- Vertederos.

Tema 14.- **TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.**

14.1.- Teorema de la cantidad de movimiento. Casos particulares: Flujo permanente. Flujo unidimensional. Fluido incompresible.
14.2.- Coeficiente de corrección de la cantidad de movimiento.
14.3.- Teorema del momento de la cantidad de movimiento.

Tema 15.- **APLICACIONES DEL TEOREMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.**

15.1.- Fuerzas producidas por un fluido sobre un sólido.
15.2.- Teoría de las hélices propulsoras. Hipótesis de Rankine.
15.3.- Propulsión a chorro.
15.4.- Mecánica del cohete.
15.5.- Teoría general de los álabes y aplicación a la turbina Pelton.
15.6.- Ensanchamiento brusco.
15.7.- Funcionamiento de los aspersores.

Tema 16.- **ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TEORÍA DE MODELOS.**

16.1.- Introducción.
16.2.- Dimensiones de una Entidad. Expresión dimensional.
16.3.- Principio de homogeneidad.
16.4.- Teorema de Vaschy - Buckingham.
16.5.- Cálculo de parámetros adimensionales. Ejemplos de aplicación. Selección de parámetros.
16.6.- Parámetros adimensionales más importantes de la Mecánica de Fluidos.
16.7.- Clases de semejanza.
16.8.- Aplicaciones del análisis dimensional y de semejanza.

Tema 17.- **EFECTOS DE LA VISCOSIDAD EN FLUJOS**

17.1.- Flujos externos e internos.
17.2.- Experiencias de Reynolds. Consecuencias. Número de Reynolds.
17.3.- Concepto de capa límite.
17.4.- Resistencia sobre cuerpos sumergidos. Coeficientes de resistencia y de sustentación.
17.5.- Flujo laminar en flujos internos.
17.6.- Flujo turbulento en flujos internos.

Tema 18.- **ESTUDIO DE PÉRDIDAS DE CARGA EN CONDUCTOS CERRADOS.**

18.1.- Resistencia al flujo en conductos cerrados. Ecuación de Darcy - Weisbach.
18.2.- Tubos lisos y rugosos desde el punto de vista hidráulico. Fronteras.

18.3.- Expresiones para el cálculo del coeficiente de fricción. Fenómeno de la intermitencia. Experiencias de Nikuradse.
18.4.- Diagrama de Moody.
18.5.- Utilización del Abaco de Moody.
18.6.- Cálculo de pérdida de carga en flujo compresible.

Tema 19.- FLUJO PERMANENTE DE FLUIDOS EN CONDUCTOS CERRADOS. CÁLCULO PRÁCTICO DE CONDUCCIONES. REDES

19.1.- Pérdidas menores: Longitud equivalente y factor de paso.
19.2.- Envejecimiento de tuberías.
19.3.- Línea piezométrica y altura total.
19.4.- Fórmulas empíricas de cálculo de pérdidas de carga.
19.5.- Tuberías en serie y en paralelo. Leyes de circulación de los fluidos en un circuito.
19.6.- Redes. Redes ramificadas. Redes malladas.

Tema 20.- RÉGIMEN VARIABLE EN TUBERÍAS.

20.1.- Descripción del fenómeno del golpe de ariete.
20.2.- Golpe de ariete máximo. Fórmulas de Jouguet y Michaud.
20.3.- Propagación de las ondas elásticas. Celeridad de la onda.
20.4.- Ecuación del movimiento de las partículas. Fórmula de Allievi.
20.5.- Cálculo del golpe de ariete en una tubería funcionando por gravedad.
20.6.- Cálculo del golpe de ariete en una tubería funcionando por bombeo.
20.7.- Formas de atenuación del golpe de ariete.

Tema 21.- FLUJO PERMANENTE EN CONDUCTOS ABIERTOS. CANALES.

21.1.- Resistencia al flujo permanente y uniforme en conducciones abiertas. Fórmula de Chezy.
21.2.- Coeficiente de Chezy. Fórmula de Manning.
21.3.- Distribución de velocidades y presiones en una sección transversal.
21.4.- Secciones hidráulicas óptimas.
21.5.- Cálculo práctico de canales.

Tema 22.- MÁQUINAS HIDRÁULICAS. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES. TURBOMÁQUINAS HIDRAULICAS.

22.1.- Definición de máquinas hidráulicas. Clasificaciones.
22.2.- Definición de turbomáquina. Elementos fundamentales.
22.3.- Descripción y principio de funcionamiento. Diagrama de velocidad. Teorema fundamental de las turbomáquinas.
22.4.- Clasificación de turbomáquinas.

Tema 23.- TURBINAS HIDRÁULICAS. CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.

23.1.- Definición de turbina hidráulica. Elementos esenciales.

23.2.- Tipos actuales de turbinas hidráulicas. Turbinas de acción y de reacción. Descripción general. Diferencias fundamentales. Campos de aplicación.

23.3.- Turbinas Pelton: Descripción. Elementos de que constan. Principios de funcionamiento.
23.4.- Turbinas Francis: Descripción. Elementos de que constan. Principios de funcionamiento.
23.5.- Turbina Hélice, Kaplan, Deriaz y Bulbo.
23.6.- Tipos de centrales hidroeléctricas.

Tema 24.- BOMBAS HIDRÁULICAS.

24.1.- Definición de bomba hidráulica. Formas de incrementar la energía del líquido.
24.2.- Clasificación de las bombas hidráulicas.

24.3.- Turbobombas: Descripción general, elementos fundamentales, principios de funcionamiento, campo de aplicación, clasificación.

24.4.- Bombas alternativas: Descripción general, elementos fundamentales, principios de funcionamiento, campo de aplicación, clasificación.
24.5.- Bombas rotativas: Descripción general, elementos fundamentales, principios de funcionamiento, campo de aplicación, clasificación.

Tema 25.- INSTALACIONES DE BOMBEO.

25.1.- Curva característica de la instalación.
25.2.- Altura manométrica de la instalación. Altura manométrica de la bomba. Rendimientos.
25.3.- Curvas características de una turbobomba.
25.4.- Estudio de la cavitación en las bombas: N.P.S.H.

25.5.- Selección de una bomba. Punto de funcionamiento.

25.6.-Variación del punto de funcionamiento por modificación de la curva característica de la instalación y de la curva de la bomba.
25.7. – Bombas trabajando en serie y en paralelo.

Bibliografía.

1) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., “Apuntes de Ingeniería Fluidomecánica” (2ª parte de la asignatura) E.U.Politécnica de Donostia.San Sebastián. UPV-EHU.
2) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., “Cuaderno de Cuadros y Abacos” E.U.Politécnica de Donostia.San Sebastián. UPV-EHU.
3) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., “Colección de Problemas de Ingeniería Fluidomecánica” E.U.Politécnica de Donostia.San Sebastián. UPV-EHU.
4) ALMANDOZ J., MONGELOS B., PELLEJERO I., REBÓN D. “Prácticas de Laboratorio de Ingeniería Fluidomecánica” E.U.Politécnica de Donostia.San Sebastián. UPV-EHU.
5) AGÜERA SORIANO, José. "Mecánica de Fluidos incompresibles y Turbomáquinas Hidráulicas" Ed. Ciencias - 1992.
6) DOUGLAS J.F. “Mecánica de los fluidos” Vomumen I y II. Ed. Bellisco 1991
7) MATAIX C. "Mecánica de fluidos y Máquinas Hidráulicas". Ed. del Castillo, 1982.
8) GILES R. V. "Mecánica de los fluidos e Hidráulicas". Ed. Mc. Graw-Hill.
9) STREETER V.L. WYLIE E.B. "Mecánica de los fluidos". Ed. Mc. Graw-Hill, 1979.
10) FOX R.W. y Mc. DONALD. A.T. “Introducción a la Mecánica de Fluidos”. Ed. Mc. Graw-Hill-1989.
11) FRANZINI J.B. y FINNEMORE E.J. “Mecánica de Fluidos – con aplicaciones en Ingeniería” Ed. Mc. Graw-Hill –1999.
12) WHITE F.M. “Mecánica de los fluidos” Ed. Mc. Graw-Hill 1983.
13) ROBERSON / CROWE "Mecánica de fluidos". Ed.: Interamérica.
14) GARCÍA TAPIA, Nicolás. “Ingeniería Fluidomecánica”. Ed. Secretariado de publicaciones. Universidad de Valladolid.
15) POTTER M.C., WIGGERT D.C. “Mecánica de Fluidos”. Ed. Thomson . Ciencias e Ingenierías.
16) MUNSON B.R., YOUNG D.F., OKIISHI T.H. “Fundamentos de Mecánica de Fluidos” Ed. Limusa Wiley.

PROGRAMA DE PRÁCTICAS DE LABORATORIO

1.- **<u>Prácticas sobre las propiedades de los fluidos</u>**

1.1.- Medida de densidades mediante la balanza.
1.2.- Medida de viscosidad con el viscosímetro Engler.
1.3.- visualización de la capilaridad.

2.- **<u>Prácticas sobre medida de la presión y cálculo de fuerzas</u>**

2.1.- Aparatos para la medición de la presión.
2.2.- Medida de la presión mediante manómetros diferenciales.
2.3.- Medida de la presión mediante micromanómetros.
2.4.- Medida de la presión y fuerzas sobre superficies planas.
2.5.- Utilización del hidrómetro.
2.6.- Determinación de la densidad de líquidos y sólidos mediante pesada hidrostática.

3.- **<u>Prácticas sobre medida del flujo fluido.</u>**

3.1.- Medida de la presión estática, dinámica y total.
3.2.- Medida de la velocidad de un flujo de aire.
3.3.- Descarga a través de orificios en régimen permanente.- Obtención de los coeficiente del orificio.
3.4.- Tiempo de vaciado de un depósito.
3,5,. Frasco de Mariotte.
3.6.- Medición de caudales mediante venturímetros.
3.7.- Medición de caudales mediante diafragmas.
3.8.- Calibrado de un rotámetro.
3.9.- Medición de caudales mediante vertederos.

4.- **<u>Prácticas sobre estudio de flujos reales.- Perdidas de carga en conductos.</u>**

4.1.- Visualización de las experiencias de Reynolds. Flujo laminar y turbulento.
4.2..- Visualización y análisis del fenómeno de la cavitación
4.3.- Estudio de las pérdidas de carga en tuberías.
4.4.- Estudio de las pérdidas de carga en piezas especiales.
4,5.- Determinación del factor de paso y de la longitud equivalente, para diferentes grados de apertura de una válvula.

5.- **<u>Practicas sobre bombas e instalaciones de bombeo</u>**

5.1.- Análisis topológico de Máquinas Hidráulicas.
5.2.- Obtención de la curva característica de una turbobomba.
5.3.- Estudio de una instalación de bombeo y determinación de las pérdidas de carga en una válvula de regulación.

TEMA 1

Propiedades de los fluidos

Introducción

En este capítulo se presentan una serie de ejercicios sobre las Propiedades de los fluidos, tales como la viscosidad, el módulo de elasticidad volumétrico y la capilaridad debida a la tensión superficial.

Problemas resueltos de examen.

1.1. Un cuerpo pesa 50 kg en un planeta cuya gravedad es 3,5 m/s^2 siendo su densidad 2.500 kg/m^3 ; se pide:

a) Volumen y masa del cuerpo.
b) Peso del cuerpo en la tierra.

Nota: Realícese el problema en el sistema internacional (SI).

r) 56 l; 140 kg; 1.372 N.

Resolución

$$\boxed{Datos: W = 50kg; g = 3{,}5m/s^2; \rho = 2500kg/m^3}$$

a) Volumen y masa del cuerpo.

$$W = m \times g \Rightarrow m = \frac{50 \times 9{,}8}{3{,}5} = 140kg \rightarrow m = 140\ kg$$

$$\boxed{m = 140\ kg}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{140}{2500} = 0{,}056m^3 \rightarrow V = 56.10^{-3}m^3$$

$$\boxed{V = 56.10^{-3}m^3}$$

b) Peso del cuerpo en la tierra.

$$W = m \times g = 140 \times 9{,}8 = 137{,}2\ N \rightarrow W = 1372\ N$$

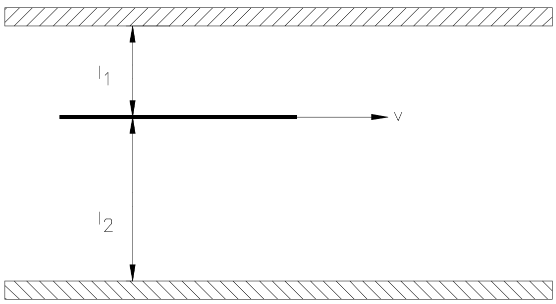
$$\boxed{W = 1372\ N}$$

1.2. Dos superficies planas de grandes dimensiones están separadas 32 mm y el espacio entre ellas está lleno con un líquido cuya viscosidad es de 0,15 poises. Suponiendo que el gradiente de velocidades es lineal, se pide:

a) ¿Qué fuerza en daN se requiere para arrastrar una placa de muy poco espesor y 0,5 m^2 de área a la velocidad constante de 20 cm/s si la placa dista 10 mm de una de las superficies?

b) ¿Cuál es la potencia disipada en watios?. Razónese todo lo que se haga.

Resolución:

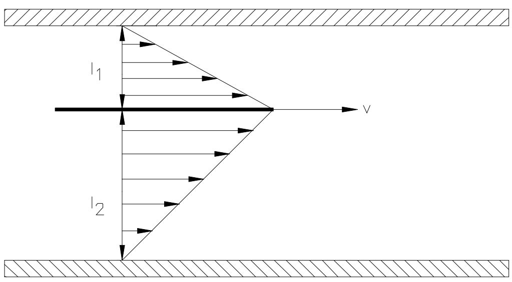


$$\boxed{\begin{array}{l} Datos\,\mu = 0{,}15Po = 0{,}015Pl; l_1 = 10mm; \\ l_2 = 32 - 10 = 22mm \\ Gradiente\,de\,velocidad\,lineal; A = 0{,}5m^2; \\ V = 20cm/s = 0{,}2m/s \end{array}}$$

a) Fuerza en daN.

Ley de Newton de la Viscosidad.

$$\frac{dF_t}{dA} = \mu \times \frac{dv}{dy} \Rightarrow F_t = \mu \times \frac{v}{y} \times A$$



donde

μ: viscosidad dinámica del líquido.

v/y: gradiente de velocidades.

A: sección de la placa móvil.

$$F_t = \mu \times \frac{v}{l_1} \times A + \mu \times \frac{v}{l_2} \times A = \mu \times A \times \left(\frac{v}{l_1} \times \frac{v}{l_2} \right) =$$

$$= 0{,}015 \times 0{,}5 \times \left(\frac{0{,}2}{0{,}01} + \frac{0{,}2}{0{,}022} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_t = 0{,}218N \Rightarrow 0{,}0218daN$$

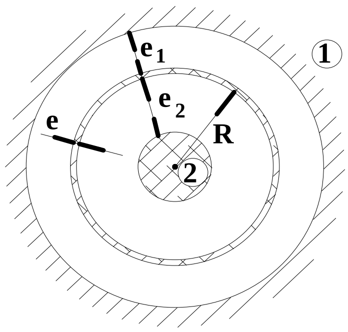
$$\boxed{F_t = 0{,}218\ N \Rightarrow 0{,}0218\ daN}$$

b) Potencia disipada en watios.

$$Pot = F_t \times v = 0{,}218 \times 0{,}2 = 0{,}0436\,W \Rightarrow Pot = 0{,}0436\,W$$

$$\boxed{Pot = 0{,}0436\,W}$$

1.3. Se requiere un par de torsión de 4 Nm para hacer girar el cilindro intermedio de la figura a 30 rpm. Los cilindros 1 y 2 están fijos. Calcular la viscosidad dinámica del aceite. Todos los cilindros tienen 450 mm de longitud. Despreciar los efectos de extremo y espesor del cilindro intermedio (e = 0).



Datos:

R = 0,15 m; $e_1 = e_2 = 3$ mm.

Resolución

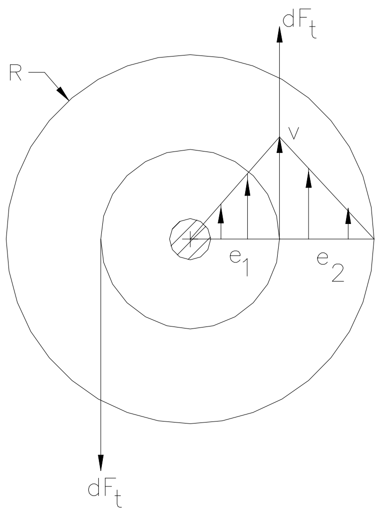
$$\boxed{Datos: M = 4mN; N = 30rpm; L = 450mm; e \approx 0; l_1 = l_2 = 3mm; R = 0{,}15}$$

a) Viscosidad dinámica del aceite (μ)

$$Gradientedevelocidades. = \frac{v}{l_1} = \frac{v}{l_2}$$

$$v = \omega \times R_1 = \frac{30 \times 2 \times \pi}{60} \times R_1 = \pi \times R_1 \left({m}/{s} \right) =$$

$$= \pi \times 0{,}015 \left({m}/{s} \right)$$



Ley de Newton de la viscosidad:

$$dF_t = \mu \times \frac{dv}{dt} \times dA \Rightarrow dF_t = \mu \times \frac{v}{l_1} \times dA +$$

$$+ \mu \times \frac{v}{l_2} \times dA = \mu \times \left(\frac{v}{l_1} + \frac{v}{l_2} \right) \times dA$$

Las fuerzas infinitesimales dF_t se anulan dos a dos.

$$dM = dF_t \times R_1 \Rightarrow M = \int_A dF_1 \times R_1 = \int_A \mu \times \left(\frac{v}{l_1} + \frac{v}{l_2} \right) \times dA \times R_1 =$$

$$M = \mu \times \left(\frac{v}{l_1} + \frac{v}{l_2} \right) \times 2 \times \pi \times R_1 \times L \times R_1 \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{M}{\left(\frac{v}{l_1} + \frac{v}{l_2} \right) \times 2\pi \times R_1^{\,2} \times L} = \frac{4}{\frac{2 \times 0{,}15 \times \pi}{0{,}003} \times 2\pi \times 0{,}45 \times 0{,}15^{\,2}} = 0{,}2\,Pl$$

$$\boxed{\mu = 0{,}2Pl = 2Po}$$

1.4. Se tiene el cojinete que muestra la ***Figura 1.4.***, que consta de dos cilindros coaxiales con un aceite de densidad relativa 0,95 entre ambos. Se pide:

a) Viscosidad dinámica del aceite.
b) Viscosidad cinemática del aceite.
c) Potencia disipada en el proceso.
d) Velocidad angular de deformación del aceite.

<u>Datos:</u> Velocidad de giro del cilindro exterior =90 rpm; Idem del interior = 0; par de torsión = 0,04 mkg.

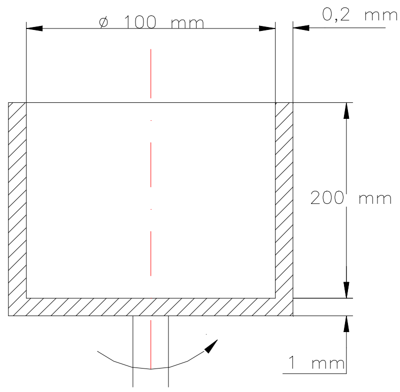


Figura 1.4.

Resolución

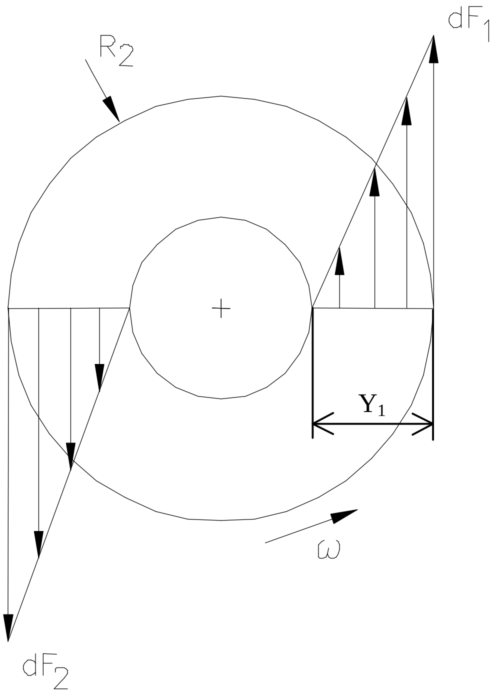
$$Datos: s = 0{,}95; N = 90 rpm \Rightarrow \omega = \frac{90\times 2\pi}{60} = 3\pi \times {}^{rad}\!/\!_{s}; R_1 = 50 mm; R_2 = 50{,}2 mm$$
$$y_1 = 0{,}2 mm; y_2 = 1 mm; L = 200 mm; M_T\left(par\,de\,torsion\right) = 0{,}04 mkg = 0{,}04\times 9{,}8 =$$
$$= 0{,}392 mN = 0{,}392 J$$

a) Viscosidad dinámica del aceite (μ).

M_1 = momento a realizar para superar la resistencia que opone el aceite al movimiento en la superficie lateral.

M_2 = momento a realizar para superar la resistencia que opone el aceite al movimiento en la superficie inferior o base.

$$M_T = M_1 + M_2 = 0{,}932 mN$$



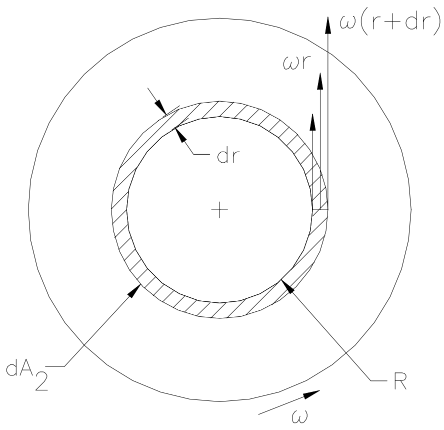
<u>Superficie lateral (A_1).</u>

$dF_1 = dF_2$, las fuerzas se anulan dos a dos. $F_{total} = 0$.

Ley de Newton de la viscosidad:

$$dF_1 = \mu \times \frac{dv}{dy_1} \times dA_1 \Rightarrow \mu \times \frac{\omega \times R_2}{y_1} \times dA_1$$

$$dM_1 = dF_1 \times R_2 = \mu \times \frac{\omega \times R_2}{y_1} \times dA_1 \times R_2$$



$$M_1 = \int_{A_1} \mu \frac{\omega \times R_2^{\ 2}}{y_1} \times dA_1 = \frac{\mu \times \omega \times R_2^{\ 2}}{y_1} \times 2\pi \times R_2$$

$$\times \left(L + 10^{-3}\right) = \frac{\mu \times 3\pi \times \left(50{,}2 \times 10^{-3}\right)^2}{0{,}2 \times 10^{-3}} \times 2\pi \times 50{,}2$$

$$\times 10^{-3} \times 0{,}201 \Rightarrow M_1 = 7{,}53 \times \mu mN$$

Superficie inferior o base (A_2)

Al igual que en el caso anterior, las fuerzas cortantes infinitesimales se anulan dos a dos. Por tanto $F_{total} = 0$.

Ley de Newton de la viscosidad

$$dF_2 = \mu \times \frac{dv}{dy_2} \times dA_2 = \mu \times \frac{\omega \times r}{y_2} \times dA_2 \Rightarrow$$

$$dA_2 = 2\pi \times r \times dr$$

$$dM_2 = dF_2 \times r = \mu \times \frac{\omega \times r}{y_{12}} \times dA_2 \times r =$$

$$\mu \times \frac{\omega \times r^2}{y_2} \times 2\pi \times r \times dr = f(r)$$

$$M_2 = \int_0^{R_2} \frac{\mu \times \omega \times 2\pi}{y_2} \times r^3 \times dr = \frac{\mu \times \omega \times 2\pi}{y_2} \left| \frac{R_2^{\ 4}}{4} \right|_0^{0,0502}$$

$$= \frac{\mu \times 3\pi \times 2\pi}{10^{-3}} \times \frac{0{,}0502^{\ 4}}{4} = 0{,}094\, \mu mN$$

$$M_T = M_1 + M_2 \Rightarrow 0{,}392 = 7{,}53\mu + 0{,}094\mu \Rightarrow$$

$$\boxed{\mu = 0{,}01544 Pl \rightarrow 0{,}5142 Po}$$

b) Viscosidad cinemática del aceite (υ).

$$\upsilon = \mu / \rho = \frac{0{,}05142}{0{,}95 \times 10^3} = 5{,}413 \times 10^{-5}\, m^2/s = 0{,}5413 St \Rightarrow$$

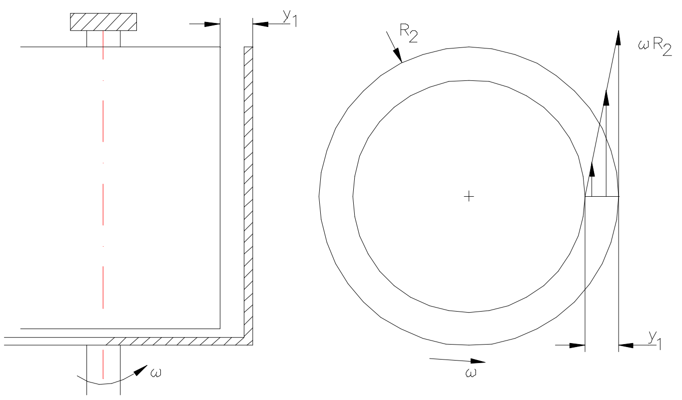
$$\boxed{\upsilon = 0{,}5413 St}$$

c) Potencia disipada en el proceso.

$$Pot = M \times \omega = 0{,}392 \times 3\pi = 3{,}6945 W \Rightarrow$$

$$\boxed{Pot = 3{,}6945 W}$$

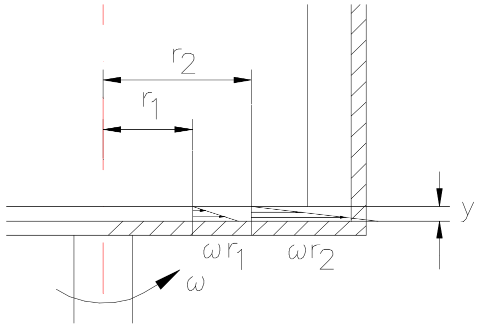
d) Velocidad de deformación angular del aceite.



Superficie lateral A_1

$$\frac{du}{dy}=\frac{\omega\times R_2}{y_1}=\frac{3\pi\times 50{,}2\times 10^{-3}}{0{,}2\times 10^{-3}}=$$
$$=2356{,}6\,{}^{rad}\!/\!_{s}$$

Superficie inferior A_2



$$\frac{du}{dy}=\frac{\omega\times r}{y_2}=\frac{3\pi\times r}{y_2}\left({}^{rad}\!/\!_{s}\right)\Rightarrow\left(\text{variable en funcion de } r\right)$$

$$Maxima=\frac{du}{dy}\max=\frac{3\pi\times 50{,}2\times 10^{-3}}{1\times 10^{-3}}=473{,}12\,{}^{rad}\!/\!_{s}$$

1.5. En un líquido al aumentar su presión en 0,5 kg/cm^2 su densidad aumenta en un 0,02 %. ¿Cuánto vale su módulo de elasticidad volumétrico en kPa?.

Resolución

$$\boxed{Datos;\Delta P=0{,}5kg/cm^2;\Delta\rho=0{,}02\%}$$

a) Módulo de elasticidad volumétrico en kPa.

$$k=\frac{dp}{-\frac{dv}{v}}=\frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}}\Rightarrow dp=k\times\frac{d\rho}{\rho}$$

Suponiéndose k = cte.

$$\rho_2=\rho_1+\frac{0{,}02}{100}\rho_1=1{,}0002\ \rho_1$$

$$\Delta P=k\times\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\Rightarrow=k=\frac{\Delta P}{\ln\left({}^{\rho_2}\!/\!_{\rho_1}\right)}$$

$$k = \frac{0,5}{\ln 1,0002} = 2500,25 kg / cm^2$$

$$k = 2500,25 kg / cm^2 \times 9,8 N / kg \times 10^4 cm^2 / m^2 \times 10^{-3} kPa / Pa = 2,45 \times 10^5 kPa$$

$$\boxed{k = 2,45 \times 10^5 kPa}$$

1.6. Un depósito de acero se dilata un 1% en volumen cuando la presión interior aumenta en 700 kg/cm^2. A la presión absoluta de 1 kg/cm^2 contiene 500 kg de agua. Se pide:

a) ¿Cuánta masa de agua habrá que añadir para aumentar la presión en 700 kg/cm^2?

Datos: Densidad del agua 1.000 kg/m^3; módulo de elasticidad volumétrico del agua = 21.000 kg/cm^2.

Resolución

$$Datos : \Delta v = 1\%; \Delta P = 700 kg / cm^2 ; \rho_0 = 1000 kg / m^3 (densidad del agua en C.N.)$$
$$m_0 = 500 kg (masa de agua inicial); k = 21000 kg / cm^2$$

Se define módulo de elasticidad volumétrico (k) como la relación entre la variación de presión y la deformación unitaria de volumen.

$$k = \frac{\Delta p}{-\Delta V / V} = \frac{\Delta p}{\Delta \rho / \rho} = \frac{dp}{d\rho / \rho} \Rightarrow d\rho / \rho = \frac{dp}{k} \Rightarrow \ln|\rho|_{\rho_0}^{\rho} = \frac{\Delta p}{k} \Rightarrow$$

$$\ln \rho / \rho_0 = \Delta p / k \Rightarrow \rho / \rho_0 = e^{\Delta p / k} \Rightarrow \rho = \rho_0 \times e^{\Delta p / k} \Rightarrow \rho = 10^3 \times e^{700/21000} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho = 1033,895 kg / m^3$$

Inicialmente:

$$\rho_0 = m_0 / V_0 \Rightarrow V_0 = m_0 / \rho_0 = \frac{500}{1000} = 0,5 m^3 (volumen inicial de agua)$$

Al incrementar la presión en 700 kg/cm^2, el depósito se dilata 1 %.

$$V = V_0 + 0,01 \times V_0 = 0,505 m^3 (volumen\ final\ de agua)$$

$$m = \rho \times V = 1033,89 \times 0,505 = 522,12 kg (masa\ final de agua)$$

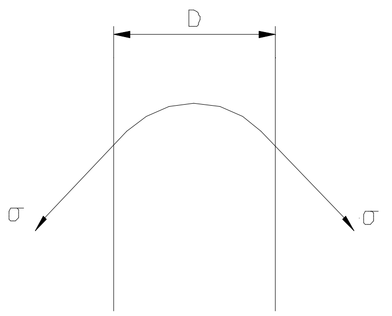
$$\Delta m (incremento de masa de agua) = m - m_0 = 522,12 - 500 = 22,12 kg$$
$$\boxed{\Delta m = 22,12 kg}$$

1.7. Una fábrica de termómetros de mercurio tara sus aparatos con un termómetro patrón que dispone de una varilla de 5 mm de diámetro interior. Sin embargo, con el fin de ahorrar mercurio, los termómetros comerciales que fabrica los realiza con tan sólo 1 mm de diámetro. Se pide:

a) Estudiar si dichos termómetros miden con algún error y en qué sentido se produce.
b) En caso afirmativo calcular el error que se produciría en el termómetro que un grado equivaliera a 5 mm de columna.

Datos: Tensión superficial del mercurio = 0,52 N/m;
Peso específico relativo = 13,6.
Nota : Se supondrán nulas las fuerzas de adhesión entre mercurio y tubo.

$$\boxed{\begin{array}{l} Datos: D = 5mm(termometro\ \ patron); D = 1mm(comercial); 5mm = 1^{o} comercial \\ \sigma_{Hg} = 0{,}52 N.m; S_{Hg} = 13{,}6 \end{array}}$$



Las fuerzas de adhesión entre el mercurio y el tubo se suponen nulas.

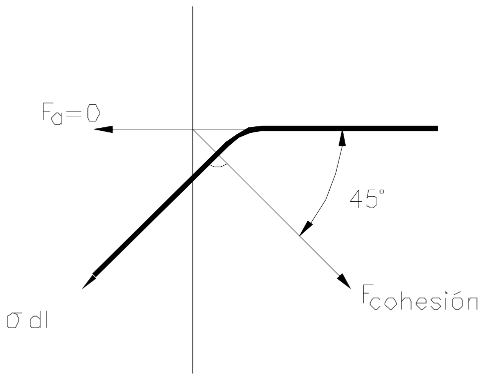
Equilibrio:

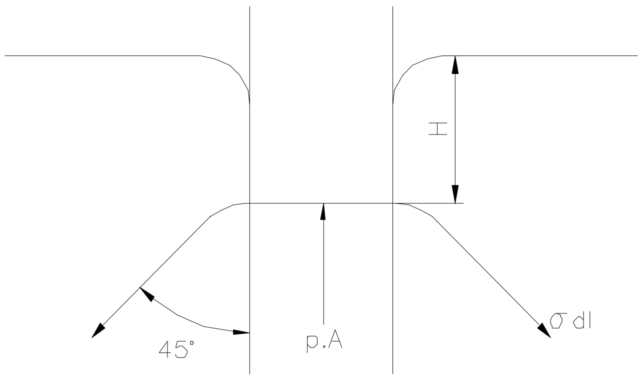
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\sigma \times l \times \cos 45^{o} = \rho \times A \Rightarrow \sigma \times \pi \times D \times \cos 45^{o}$$

$$= H \times \gamma \times \frac{\pi \times D^2}{4} \Rightarrow H = \frac{4 \times \sigma \times \cos 45^{o}}{\gamma \times D}$$

Expresión del descenso capilar del mercurio debido a la tensión superficial.





$$Si D = 5mm \rightarrow H = \frac{5 \times 0{,}52 \times \cos 45}{13{,}6 \times 9800 \times 5 \times 10^{-3}} = 0{,}0022m = 2{,}207mm$$

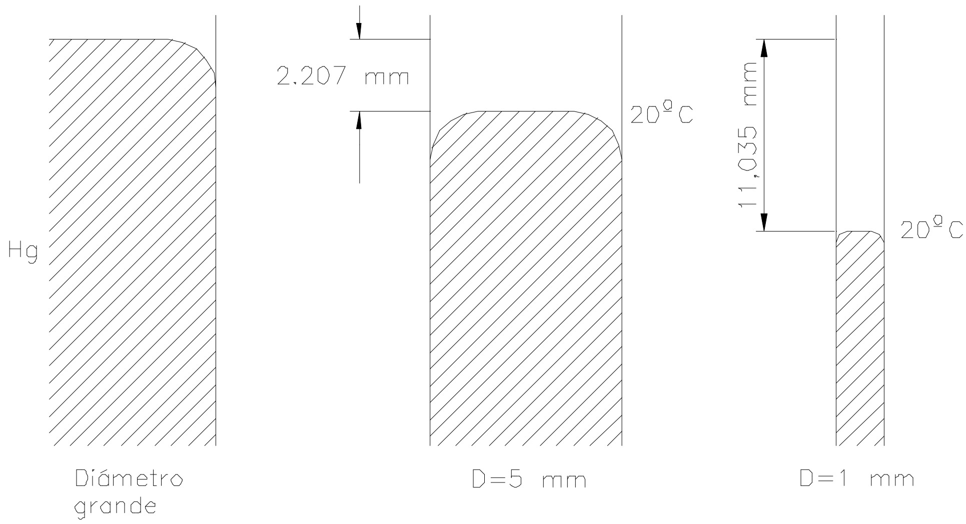
$$Si D = 1mm \rightarrow H = \frac{4\times 0{,}52\times\cos 45}{13{,}6\times 9800\times 5\times 10^{-3}} = 11{,}035.10^{-3}\,m = 11{,}035mm$$

$$\Delta H = 11{,}035 - 2{,}207 = 8{,}828mm$$

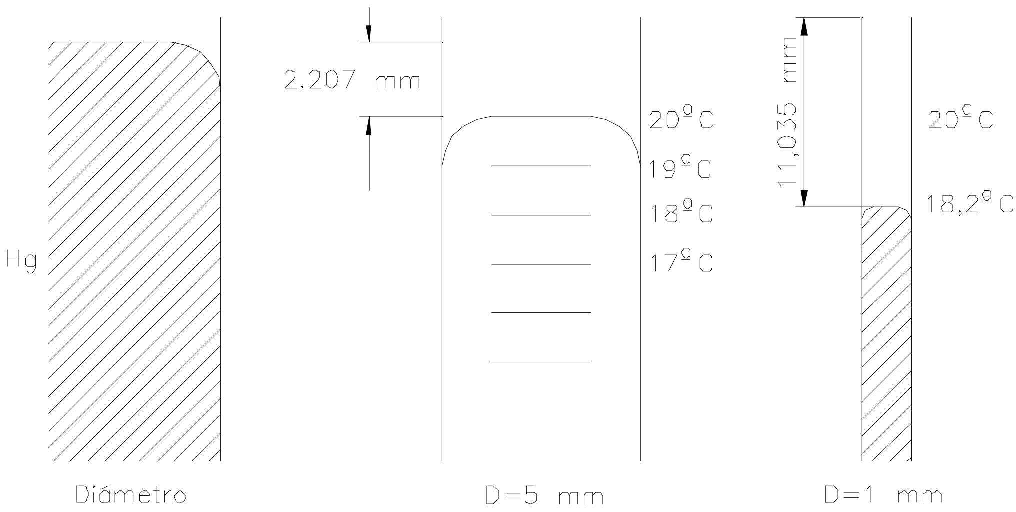
$$1^{o}C \rightarrow 5mm$$

$$x \rightarrow 8{,}828m \Rightarrow x = 1{,}8^{o}C$$

Error = 1,8 ºC



Cuando el termómetro comercial de D = 1 mm marca 20 ºC, en realidad la temperatura es de 18,2 ºC, siendo el error de 1,8 ºC.



r) 1,76ºC.

1.8. Un tubo capilar de longitud L y diámetro D inicialmente lleno de aire en condiciones ambientales y cerrado por un extremo introduce por su extremo abierto un depósito con un líquido, el cual asciende por el tubo comprimiendo el aire atrapado, alcanzándose un estado de equilibrio en el que la tensión superficial se equilibra con la sobrepresión creada por la compresión y la fuerza gravitatoria. Se pide:

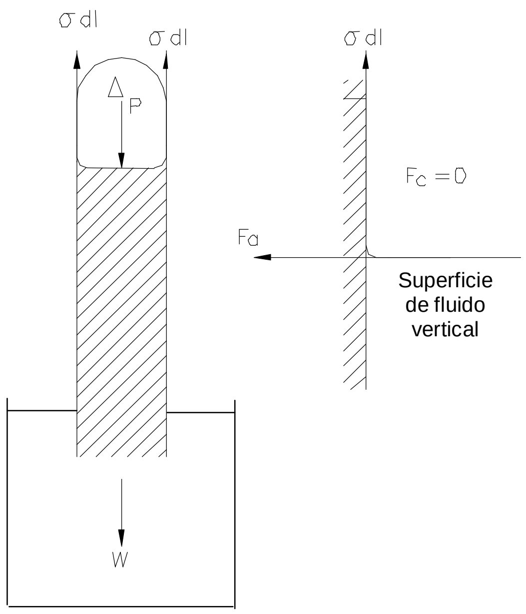
a) Expresiones de la altura H y la sobrepresión ΔP creadas suponiendo que la longitud de tubo introducido en el depósito es despreciable. Suponer el proceso de compresión isotermo y despreciar fuerzas de cohesión frente a las fuerzas de adhesión.

b) Valores numéricos de H y ΔP con los datos que se adjuntan:

Datos: Densidad relativa del líquido: s = 1.
Tensión superficial: σ = 75 dyn/cm
L = 20 cm; D = 0,01 mm
P_a = 1 atm.; T_a = 288 ºK

Resolución

a) Expresiones de la altura H y la sobrepresión ΔP. Proceso de compresión isotermo. Fuerzas de cohesión = 0.



Tomando el tubo como un cuerpo libre en equilibrio estático.

$$W = \gamma \times \forall = \gamma \times \pi \times D^2/4 \times H$$

$$Eje\,vertical : \Sigma F_y = 0$$

$$\Delta P \times \frac{\pi \times D^2}{4} + \gamma \times \frac{\pi \times D^2}{4} \times H - \sigma \times \pi \times D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta P + \gamma \times H = \frac{4 \times \sigma}{D} (1)$$

Proceso de compresión del aire isotermo (Tª = cte).

$$\left.\begin{array}{l} P_0 V_0 = PV \\ P = P_0 + \Delta P \\ P_0 = P_{atm} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} P_0 V_0 = (P_0 + \Delta P) V \\ V_0 = A \times L \\ V = A \times (L - H) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_0 \times A \times L = (P_0 + \Delta P) \times A \times (L - H) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta P = \frac{P_0 - L}{L - H} - P_0 = P_0 \times \left[\frac{L}{L - H} - 1\right] = P_0 \times \frac{H}{L - H}$$

$$\boxed{\Delta P = P_0 \times \frac{H}{L - H}}$$

Sustituyendo en la expresión (1).

$$P_0 \times \frac{H}{L-H} + \gamma \times H = \frac{4\times\sigma}{D} \Rightarrow P_0 \times H + \gamma \times H \times (L-H) = \frac{4\times\sigma}{D} \times (L-H)$$

$$\boxed{\gamma \times H^2 - H\left(P_0 + \gamma \times L + \frac{4\times\sigma}{D}\right) + \frac{4\times\sigma}{D} \times L = 0}$$

b) Sustituyendo los valores.

γ = 9800 N/m^3.
P_0 = 1 atm = 0,76 . 13,6 . 9800 = 101292,8 N/m^2.
σ = 75 dyn/cm = 75 . 10^{-5}/10^{-2} = 75.10^{-3} N/m.
L = 0,2 m.
D = 0,01 mm = 0,01.10^{-3} m = 10^{-5} m.

$$9800 \times H^2 - H\left(101292{,}8 + 9800 \times 0{,}2 + \frac{4\times 75\times 10^{-3}}{10^{-5}}\right) + \frac{4\times 75\times 10^{-3}}{10^{-5}} \times 0{,}2 = 0$$

$$H^2 - 13{,}597H + 0{,}6122 = 0$$
$$H_1 = 13{,}55m \rightarrow novalido$$
$$H_2 = 0{,}0452m$$

$$\boxed{H = 0{,}045\times 2 = 4{,}52cm}$$

$$\Delta P = 101292{,}8 \times \frac{4{,}52}{(20-4{,}52)} = 29554{,}52Pa \equiv 3mcagna$$

$$\boxed{\Delta P = 3mcagua}$$

Problemas a resolver por el alumno.

1.9. Neil Armstrong, primer hombre que pisó nuestro satélite, pesaba antes de partir para la luna 78 kg y en el viaje perdió una masa de 2 kg; se pide:

a) Peso de Armstrong en el momento de pisar la luna.
b) Masa del mismo en dicho momento.

Dato: Gravedad lunar = 1,61 m/s^2.

r) 122,36 N; 76 kg.

1.10. Si un fluido tiene una densidad de 1225 kg/m^3, se pide:

a) El volumen de una determinada cantidad de fluido cuyo peso fuese 10^7 dyn.
b) El peso en daN de $5m^3$ de dicho fluido.
c) La masa en kg de una determinada cantidad de fluido que en la luna pesase 250N

Dato: Gravedad lunar = $1{,}61 m/s^2$

r) 0,0083 m^3; 6.002,5 daN; 155,3 kg.

1.11. Se tiene un caudal en peso de 0,06 N/s de un aceite cuya densidad relativa es 0,86; se pide:

a) Caudal másico en el Sistema Internacional
b) Caudal volumétrico en m^3/s; l/s y cm^3/s.

r) 0,0061 kg/s; $7{,}12.10^{-6}$ m^3/s; $7{,}12.10^{-3}$ l/s; 7,12 cm^3/s.

1.12. Una placa situada a 0,5 mm de otra fija, se mueve a 0,25 m/s y requiere una fuerza por unidad de superficie de 2 N/m^2, para mantener esta velocidad. Calcúlese la viscosidad absoluta del fluido situado entre las dos placas, en unidades del sistema internacional; así como la velocidad de deformación angular de dicho fluido.

r) 0,004 Pl, 500 s^{-1}

1.13. Un cuerpo de 40 kg* de peso, resbala sobre un plano inclinado 30 º con la horizontal, apoyándose en una de sus caras planas de 1800 cm^2 de superficie. Para una viscosidad de 1 Po y una velocidad de 1,5 m/s. Determinar el espesor de la película lubricante y la potencia absorbida en el deslizamiento en kW.

r) 0,138 mm; 0,294 kW.

1.14. Un esfuerzo cortante de 4 dyn/cm^2 causa una deformación angular de 1 rad/s a un fluido Newtoniano. ¿Cuál es la viscosidad del fluido expresada en centipoises?.

r) 400 cPo

1.15. Un cilindro macizo de acero (s=7,8) de diámetro D = 70 mm desliza gracias a su propio peso, por el interior de un tubo de diámetro interior D_t = 71 mm, formando un ángulo con la horizontal de 60 º.

Se pide:

a) Calcular la μ (Pl) del fluido existente en el huelgo si la velocidad alcanzada por el cilindro es de 2 m/s. Suponer que la única resistencia existente es la que produce el fluido que se encuentra en el huelgo.

b) Utilizando los ábacos de viscosidad: ¿De qué fluido puede tratarse?, ¿a qué temperatura se encuentra?.

r) 0,290 Pl.; Glicerina a 30 ºC.

1.16. Una película uniforme de aceite de 0,13 mm de espesor, separa dos discos, ambos de 200 mm de diámetro, montados coaxialmente.

Despreciando los efectos de borde, calcúlese el par de torsión necesario para hacer girar a uno de los discos en relación al otro a una velocidad de 7 rps, si el aceite tiene una viscosidad de 0,14 Pl.

r) 7,44 mN.

1.17. ¿En un punto en un flujo viscoso, el esfuerzo cortante es de 35 kPa y el gradiente de velocidad es de 6000 m/s.m. Si la densidad relativa del líquido es 0,93. ¿Cuál es la viscosidad cinemática (en Stokes)?.

r) 62,7 St

1.18. Un fluido Newtoniano está en el espacio libre entre un eje horizontal y una camisa concéntrica. Si se aplica un fuerza F a la camisa paralela al eje.

Se pide:

a) ¿Qué velocidad obtendrá la camisa?. Expresarlo en función de las variables que sean necesarias.

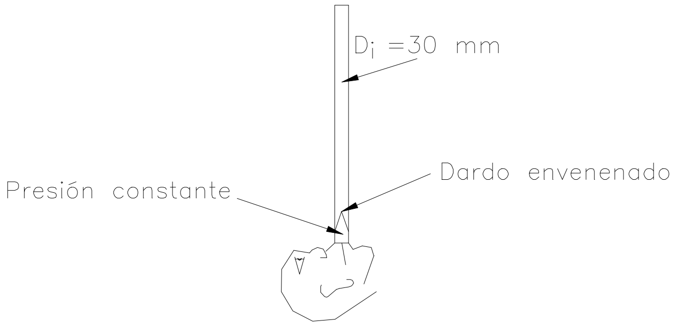
b) Cuando una fuerza de 600 N se aplica a la camisa, v = 1 m/s. Si se aplica una fuerza de 1500 N, ¿qué velocidad obtendrá?.

c) Si la fuerza de 1500 N es aplicada estando la camisa a una temperatura superior que cuando se aplica la de 600 N, ¿qué se podrá esperar de la velocidad al aplicar esta fuerza de 1500 N?.

d) Si en vez de un fluido Newtoniano, el fluido fuese no Newtoniano, ¿las velocidades serian las mismas?. Razonar sí o no.

r) $V = \dfrac{eF}{2\pi\mu(R+e)L}$; 2,5 m/s; Tº↑ μ↓ v↑ ; No

1.19. Un cazador africano dispara una cerbatana con un dardo envenenado. El cazador mantiene una presión manométrica constante de p = 5 kPa por detrás del dardo que pesa W = 0,5 N y tiene un área lateral en contacto con la superficie interna de la cerbatana de A = 1500 mm^2. La holgura promedio de esta área de 1500 mm^2 del dardo respecto a la superficie interna de la cerbatana de D_i = 30 mm es h = 0,01 mm, cuando se dispara directamente hacia arriba. La superficie interna de la cerbatana se encuentra seca, el aire y el vapor de la respiración del cazador actúan como fluido lubrificado entre el dardo y la cerbatana. Esta mezcla tiene una viscosidad de



$$\mu = 3.10^{-5}\ \frac{N.s}{m^2}$$

Calcular:

a) La variación de V con respecto a Z, como función $\dfrac{dv}{dz} = f\left(p, D_i, W, \mu, A, h, V\right)$, cuando se dispara el dardo hacía arriba.

b) Calcular la longitud necesaria de la cerbatana, si se desea que la velocidad del dardo a la salida sea de 15 m/s.

Datos:

V = velocidad del dardo en el instante t.
Z = altura del dardo en el instante t.
t = 0, z = 0 (boca del cazador).

Ayuda:

$$a = \frac{dV}{dt} y V = \frac{dZ}{dt}$$

r) $\dfrac{dV}{dZ} = \dfrac{\left(pA_i - W - \mu.\dfrac{AV}{h}\right)}{mV}$; 1,92 m.

1.20. Una polea de 50 mm de diámetro interior gira alrededor de un eje a 400 rpm, existiendo un huelgo radial entre ambos de 0,075 mm. Se pide:

a) El par necesario para vencer la resistencia del aceite existente en el huelgo.
b) Potencia disipada.
c) Velocidad angular de deformación del fluido.

Datos:

Viscosidad dinámica del aceite = 1 Po; longitud de la polea = 10 cm.

r) 0,55 mN; 23 W; 13970 rad/s.

1.21. Una pieza cúbica de 30 cm de arista y 20 kg de peso desliza hacia abajo sobre una película de aceite existente en un plano inclinado 20º con la horizontal, con una velocidad de 25 m/s. Si el espesor de la película es de 0,03 mm, se pide:

a) Viscosidad dinámica en el SI.
b) Idem en el sistema CGS.

r) $8{,}93.10^{-4}$ Pl; $8{,}93.10^{-3}$ Po.

1.22. Un cilindro de 140 mm de radio interior gira concéntricamente en el interior de otro de 146 mm de radio. La longitud de ambos es de 40 cm. Se pide:

a) Viscosidad del aceite existente en el huelgo.

Datos:

Potencia disipada = 6,12 W; Velocidad de giro del cilindro interior = 50 rpm; Idem del exterior = 0.

r) 1,94 Po.

1.23. Un eje de 50 mm de diámetro gira a 1.000 rpm en el interior de un cilindro de 52mm de diámetro interior y 200 mm de longitud, que gira a su vez, en el sentido contrario al eje, a 350 rpm. El espacio entre el eje y el cilindro está ocupado por un lubricante de viscosidad dinámica de 0,125 Po. Se pide:

a) Potencia disipada por la resistencia ofrecida por el lubricante.

r) 5,064 W.

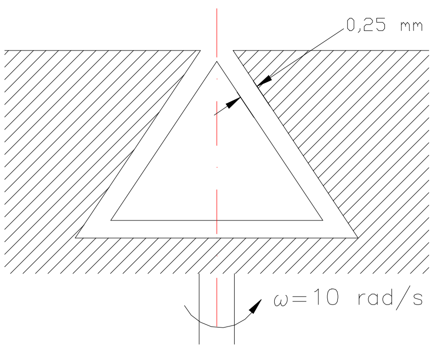


Figura 1.24.

1.24. Un cuerpo cónico gira a una velocidad constante de 10 rad/s; una película de aceite de viscosidad $2{,}2.10^{-4}$ kg.s/m^2 separa el cono del recipiente que lo contiene. Si el espesor de la película es de 0,25 mm, se pide:

a) Par necesario para mantener el movimiento.

Datos: Radio del cono en su base = 5 cm; altura del cono = 10 cm.

r) $2{,}74.10^4$ erg.

1.25. Se tiene una turbina hidráulica de eje vertical, suspendido su eje gracias a un cojinete plano en forma de corona circular. El diámetro del eje es de 0,25 m y el del cojinete de 1 m; el huelgo entre las dos partes de cojinete es de 0,1 mm y la viscosidad del aceite situado entre ambas es de $1{,}8.10^{-4}$ Pl. La turbina gira a 1.000 rpm. Se pide:

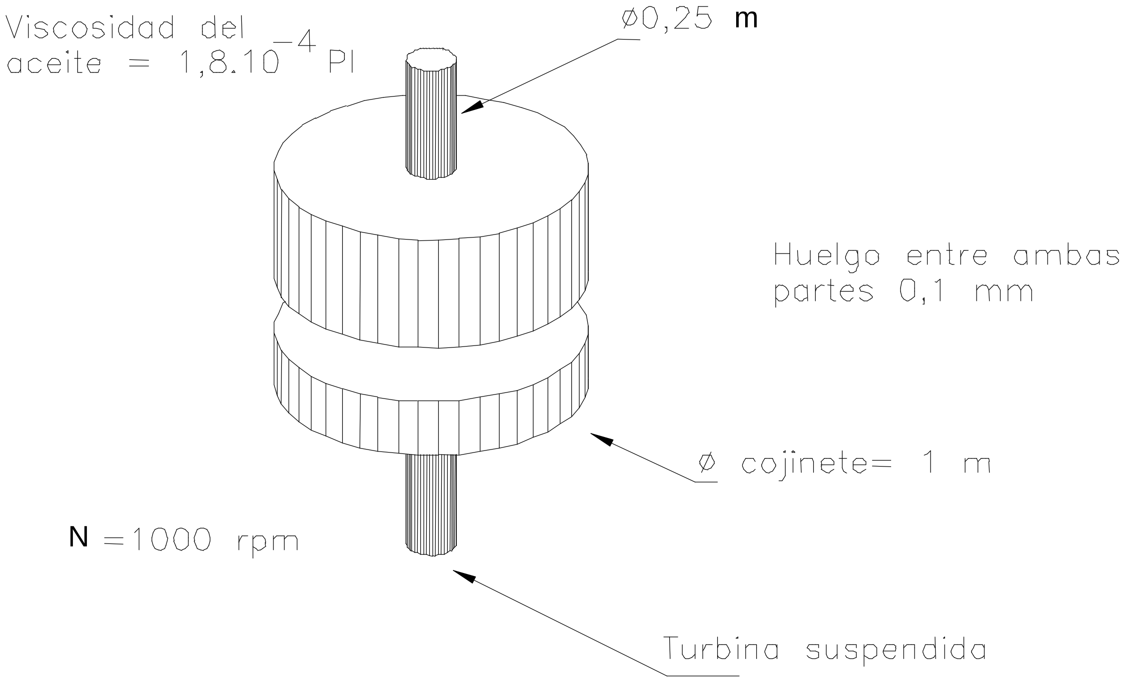


Figura 1.25.

a) Potencia perdida en el cojinete, si sólo se ha de tener en cuenta la pérdida habida en la corona circular.

b) Rendimiento orgánico de la turbina si su potencia efectiva es de 100 kW

Nota: Potencia efectiva es la potencia útil, es decir, la potencia mecánica obtenida.

r) 1,93 kW; 0,98.

1.26. Un eje de acero de 3 cm de diámetro y 40 cm de longitud, cae por su propio peso por el interior de un tubo vertical de 3,02 cm de diámetro interior. La holgura, que se supone uniforme, está llena de glicerina a 30º; se pide:

a) Velocidad de descenso del eje de acero.

Dato: Peso específico relativo del acero = 7,85.

r) 19,62 cm/s.

1.27. El dispositivo mostrado en la figura consiste en un eje que hace girar un disco de 5 cm de diámetro a 60 rpm. El disco se coloca a 2 mm de un límite sólido. Entre el disco y el límite hay un aceite de viscosidad 0,01 Pl.
Se pide:

a) Expresión razonada de la ley de Newton de la viscosidad.
b) Momento que hay que aplicar para vencer la resistencia del aceite.
c) Potencia consumida.

r) $1{,}93.10^{-5}$ m.N; 12.10^{-5} W.

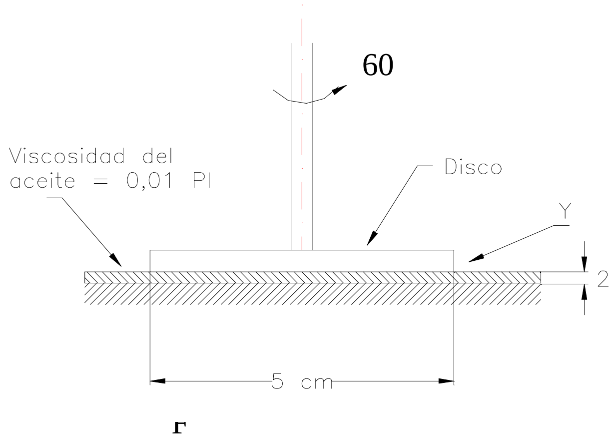


Figura 1.27.

1.28. Cuando se somete un volumen de alcohol, de 0,02892 m^3 a una presión de 51000 kPa, éste se contraerá a 0,02770 m^3. Calcúlese la elasticidad (en Mpa).

r) 1183 MPa.

1.29. ¿Cuál es el módulo de elasticidad volumétrico de un gas al someterlo a un proceso de compresión isotermo, cuando la presión es de 0,4 Mpa (absoluta). ¿Cómo variará el módulo de elasticidad si se varía la presión, manteniendo la T = constante?.

r) k = p; (R/k) = p.

1.30. Se tiene un depósito de acero, supuesto rígido, de 5.000 l de capacidad, cuyo peso cuando está vacío es de 7.000 kg. El mismo depósito pesa 12.036,7 kg después de llenarlo de agua a 150 atmósferas de presión. Se pide:
a) Módulo de elasticidad volumétrico del agua.

Dato: 1 atm = 10.336 kg/m^2.

r) 21.059 kg/cm^2.

1.31. Un depósito metálico sometido a una presión interior de 30 MPa contiene 2.000 kg de agua, ocupando todo su volumen. Si el depósito se ha dilatado un 0,5 % en volumen al someterle a tal presión, se pide:

a) La cantidad de agua que se verterá cuando el depósito se despresurice.

Dato: Módulo elasticidad volumétrico del agua. k = 2.100 MPa.

r) 38 l.

1.32. Introducido un tubo capilar de sección circular en agua, se pide:

a) Deducir la expresión que proporciona la elevación del agua en el tubo capilar, suponiendo que el líquido moja totalmente al sólido.
b) Aplicarlo al caso en que el diámetro del tubo sea de 5 mm.

Dato: Tensión superficial del agua s = 0,0074 kg/m.

r) 5,92 mm.

1.33. Se introduce un tubo capilar de sección cuadrada de 1,5 mm de lado en un vaso conteniendo alcohol. Se pide:

a) Altura a la que ascenderá el alcohol por el tubo, en el supuesto de que las fuerzas de cohesión del líquido sean despreciables frente a las de adhesión entre líquido y sólido.

Datos: Tensión superficial del alcohol = 0,023 N/m; densidad relativa del mismo = 0,9.

r) 6,954 mm.

1.34. Se tiene un tubo capilar de diámetro 1 mm, donde hay un líquido que moja totalmente al sólido. Se pide:

a) Deducir la ecuación que proporcione el ascenso o descenso del líquido en el tubo debido a la tensión superficial.
b) Valor de la presión manométrica en el punto A, considerando los efectos de la tensión superficial.

Datos: Tensión superficial del agua = 0,073 N/m.

Nota: Las fuerzas de cohesión se despreciarán frente a las de adhesión
.

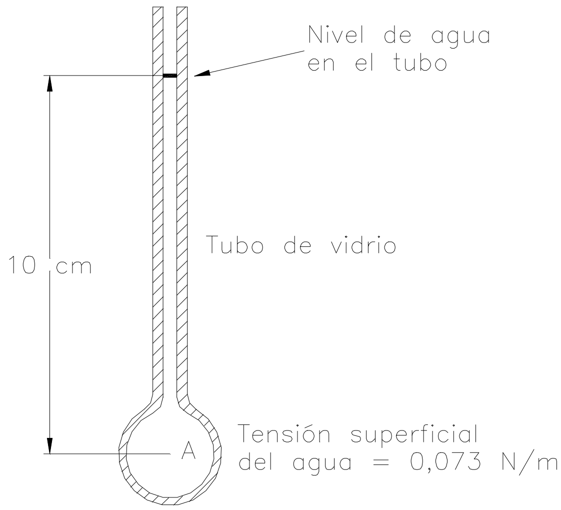


Figura 1.34.

r) 0,69 kPa.

1.35. Calcular la presión dentro de una gota de agua de 1 mm de diámetro, siendo la tensión superficial del agua 0,0720 N/m.

r) 291 Pa.

1.36. ¿Cuál es el diámetro necesario para que en un tubo de vidrio el descenso capilar del mercurio sea de 1 mm, siendo la tensión superficial del mercurio $51{,}33.10^{-2}$ N/m y sabiendo que las fuerzas son despreciables frente a las de cohesión?.

r) 10,89 mm.

1.37. Un tubo de sección transversal en forma de corona circular ($\varnothing_{max}$ = 10 mm y $\varnothing_{min}$ = 6 mm), se introduce en un recipiente que contiene un líquido de s = 0,78 y tensión superficial σ = 0,0223 N/m. Sabiendo que la relación entre los módulos de las fuerzas de adhesión y cohesión es de 5/4, deducir y calcular:

a) Si el líquido moja o no moja al sólido, calculando el ángulo que forma la superficie del líquido con el sólido.
b) La expresión que dé el ascenso o descenso del líquido por la sección capilar de la corona circular.
c) Calcular dicho ascenso o descenso para los datos indicados.

r) α = 37,52º, 1,78 mm.

1.38. Deducir la ecuación que proporcione el ascenso o descenso capilar debido a la tensión superficial en un tubo de sección circular.
Se tiene un barómetro de mercurio, cuyo tubo de vidrio es de 1 mm. de diámetro, cuando la altura del mercurio sea de 750 mm. ¿Qué valor tomará la presión atmosférica?. ¿Porqué?

Datos:

Suponer que las fuerzas de adhesión son despreciables frente a las de cohesión.

S_{Hg} = 13,6; σ_{Hg} = 0,51 N/m.

r) 101,4 kPa.

TEMA 2

Estática de los fluidos y fuerzas sobre superficies

Introducción.

En este capítulo se presentan una serie de ejercicios sobre la estática de los fluidos. Se proponen problemas que tocan tanto a fluidos compresibles como incompresibles en el campo gravitatorio y sobre la estática de los fluidos incompresibles en otros campos de fuerza, donde se estudian los fluidos sometidos a una aceleración lineal uniforme y a una rotación.

Seguidamente se proponen problemas sobre fuerzas sobre superficies planas, inclinadas y curvas; fuerzas sobre cuerpos cerrados y, por último, se analizan las tensiones de tracción en Tuberías, esferas y fondos de depósitos y el cálculo de espesores mediante el empleo de la fórmula de Barlow.

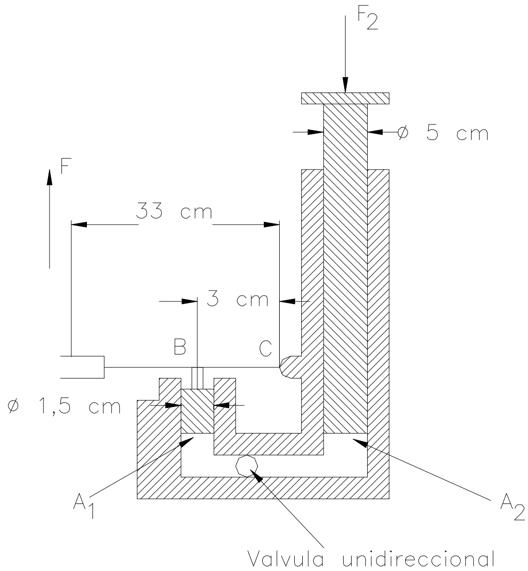
Problemas resueltos de examen.

2.1. Un gato hidráulico tiene las dimensiones que se muestran en la figura adjunta; si se ejerce una fuerza de 100 N en la palanca del gato, se pide:

a) Presión ejercida en A_1 expresada en bares.

b) Carga F_2 que puede soportar el gato expresado en daN.

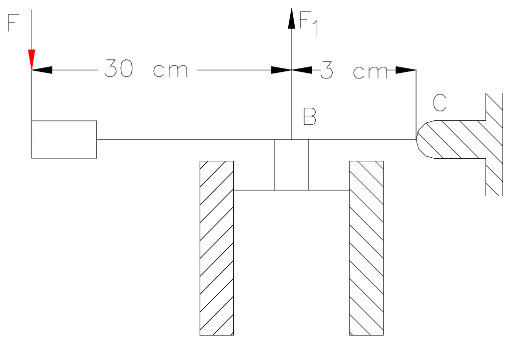
r) 62,2 bar; 1.221,3 daN.



Resolución

a) Presión ejercida en A_1 expresada en bares

Datos $F = 100\ N$



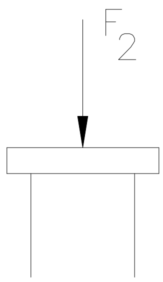
$$\sum M_C = 0 = F \times 0{,}33 = F_1 \times 0{,}33 \Rightarrow \qquad F_1 = P_1 \times A_1 \Rightarrow P_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1100}{\pi \times \frac{0{,}015^2}{4}}$$

$$F_1 \times 0{,}03 \Rightarrow F_1 = \frac{100 \times 0{,}33}{0{,}03} = 1100\ N$$

$$\Rightarrow P_1 = 6224726{,}66\ Pa = 62{,}24\ bar$$

$$\boxed{P_1 = 62{,}2\ bar}$$

b) Carga F_{21} que puede soportar el gato expresado en daN.



Teorema de Pascal: $P_1 = P_2$.

$$F_2 = P_2 \times A_2 = 62{,}2 \times 10^5 \times \pi \times \frac{0{,}05^2}{4} = 12212{,}9\ N$$

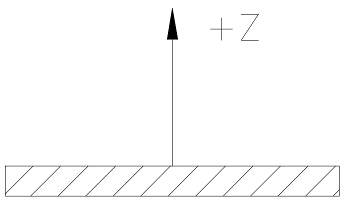
$$\boxed{F_2 = 1221{,}3\ daN}$$

2.2. Partiendo de la ecuación general de la Estática de fluidos, deducir la ecuación que permita conocer la variación de presión con la cota en el caso de los líquidos compresibles de módulo de elasticidad K, indicando las hipótesis utilizadas. Qué presión existirá en el fondo de una sima de océano de 10000 m de profundidad.

Datos: $K_{agua} = 2{,}1.10^6$ Pa; $\rho_0 = 1000$ kg/m^3.

Resolución

$$\boxed{Datos: K_{agua} = 2{,}1 \times 10^9\ Pa;\ \rho_0 = 1000\ {}^{kg}\!/_{m^3}}$$



a) Ecuación de la variación de presión en el caso de líquido compresible de módulo de elasticidad k.

Ecuación general de la estática $\rho\vec{F} - \mathrm{gra}\,d\rho = 0$

Si las fuerzas de volumen derivan de un potencial gravitatorio.

$$\boxed{\vec{F} = -\mathrm{gra}\,d\ \vec{g}z}$$

$$-\rho\,\mathrm{gra}\,d\ \vec{g}z - \mathrm{gra}\,d\ \vec{\rho} = 0$$

$$+\rho \times \frac{\partial gz}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$+\rho\times\frac{\partial gz}{\partial y}+\frac{\partial p}{\partial y}=0\Rightarrow\frac{\partial p}{\partial y}=0$$

$$+\rho\times\frac{\partial gz}{\partial z}+\frac{\partial p}{\partial z}=0\Rightarrow\rho g+\frac{\partial p}{\partial z}=0$$

La presión p es sólo función de la variable z. Por lo tanto;

$$\rho g+\frac{dp}{dz}=0\Rightarrow$$

$\Rightarrow \rho g\times dz+dP=0$; *Ec. de la estática de fluidos compresibles.*

Es necesaria la Ley de Variación de la presión P para poder integrar. En el caso de los líquidos la variación de p viene a través del módulo de elasticidad volumétrico k:

$$K=\frac{dP}{d\rho/\rho}\rightarrow\rho\approx\rho_0=cte\rightarrow d\rho/\rho=\frac{dp}{k}\rightarrow$$

Para z = 0 $\Rightarrow$ p = 0.

Para z $\Rightarrow$ p.

$$\int_{\rho_0}^{\rho} d\rho/\rho=\int_0^P dp/k$$

$$\ln\rho/\rho_0=\frac{P}{k}\rightarrow\rho=\rho_0\times e^{p/k}$$

$$\left.\begin{array}{l}\rho g\times dz+dp=0\\ \rho=\rho_0\times e^{p/k}\end{array}\right\}\rho_0\times e^{p/k}\times g\times dz+dp=0\Rightarrow\frac{dp}{e^{p/k}}=-\rho_0\times g\times dz$$

$$\frac{dp}{e^{p/k}}=-\log\,dz\Rightarrow\int_0^P\frac{dp}{e^{p/k}}=-\int_0^z\rho_0\times g\times dz\Rightarrow -ke^{-p/k}\Big|_0^p=-\rho_0\times g\times z\Big|_0^z\Rightarrow -ke^{-p/k}+ke^0=$$

$$=-\rho_0\times g\times z\Rightarrow k\left(1-e^{-p/k}\right)=-\log\,z\Rightarrow 1-e^{-p/k}=\frac{-\rho_0 g\;z}{k}=1+\frac{\rho_0 g\;z}{k}=e^{-p/k}\Rightarrow$$

$$\ln\left(1+\frac{\rho_0 g\;z}{k}\right)=-p/k\Rightarrow p=-k\ln\left(1+\frac{\rho_0 g\;z}{k}\right)\Rightarrow p=k\times\ln\left(1+\frac{\rho_0 g\;z}{k}\right)^{-1}=k\times\ln\left(\frac{1}{1+\frac{\rho_0 g\;z}{k}}\right)$$

$$\boxed{P=k\ln\left[\frac{1}{1+\rho_0 g\;z/k}\right]}$$

b) Presión en una sima de 10000 m.

$$k = 2{,}1\times10^{9}\ Pa;\ \rho_0 = 1000\ kg/m^3;\ z = -10000\ m$$

$$P = 2{,}1\times10^{9}\times\ln\left[\frac{1}{1+\frac{10^{3}\times9{,}8\times\left(-10^{4}\right)}{2{,}1\times10^{9}}}\right] = 100360394\ Pa \Rightarrow$$

$$\boxed{p = 10240{,}85\ mca}$$

Frente a los 10000 mca si ρ = cte.

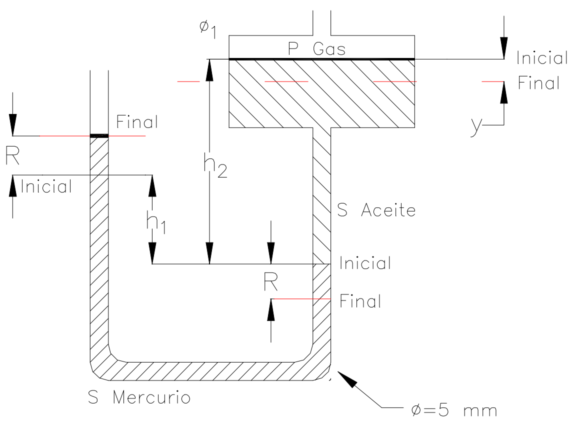
2.3. Un manómetro está formado por un tubo en U de 5 mm de ∅, contiene aceite (s = 0,85) y mercurio (s = 13,6), estando las dos ramas en posición vertical. La rama termina en un ensanchamiento de ∅ = 25 mm. Este ensanchamiento contiene sólo aceite y la superficie de separación entre aceite y mercurio se encuentra en esta parte de la derecha de 5 mm de ∅. La rama izquierda sólo contiene Hg, estando su parte superior abierta a la atmósfera. Si la rama derecha se conecta a un depósito que contiene gas a presión, se observa que la superficie de separación aceite-Hg desciende 2 cm. Calcular la presión del gas en Pa si la superficie del aceite permanece en la zona ensanchada.

Resolución

$$\boxed{Datos;\varnothing_{tubo} = 5\ mm;\ s_{aceite} = 0{,}85;\ s_{Hg} = 13{,}6;\varnothing_1 = 25\ mm;\ R = 2\ cm}$$

a) Calcular la presión del gas (Pa).

Inicialmente:



$$h_1\times s_{Hg} - h_2\times s_{aceite} = 0$$

$$h_1\times s_{Hg} = h_2\times s_{aceite}$$

Finalmente:

$$p_{gas}/\gamma + \left(h_2 + R - y\right)\times s_{aceite} - \left(R + h_1 + R\right)\times s_{Hg} = $$
$$= 0(mca)$$

$$P_{gas}/\gamma + \left(R - y\right)\times s_{aceite} - 2Rs_{Hg} = 0(mca)$$

Cálculo de y;

$$\frac{\pi \times \varnothing_1^{\ 2}}{4} \times y = \frac{\pi \times \varnothing_{tubo}^{\ \ 2}}{4} \times R \Rightarrow y = \frac{\varnothing_{tubo}^{\ \ 2}}{\varnothing_1^{\ 2}} \times R \Rightarrow$$

$$y = \frac{5^2}{25^2} \times 0{,}02 = 0{,}0008\ m \Rightarrow 0{,}8\ mm$$

$$P_{gas}/\gamma + (0{,}02 + 0{,}0008) \times 0{,}85 - 2 \times 0{,}02 \times 13{,}6 = 0 \Rightarrow$$

$$P_{gas}/\gamma = 0{,}526\ mca \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{gas} = 5157{,}9\ Pa}$$

2.4. Dada la siguiente ***Figura 2.4.***, calcular:

a) Presión que marca el Manómetro-Vacuómetro 1 (kg/cm^2).
b) Presión absoluta del aire B (bar).
c) Presión que marca el manómetro 2 (kPa).
d) Si h = 0,75 m, calcular la presión de vapor del mercurio encerrado en la parte superior del barómetro de Hg (baria).

Datos:
⇒ Manómetro 1; mide presiones manométricas.
⇒ Manómetro 2; mide presiones absolutas.
⇒ Manómetro 3; mide presiones manométricas.
⇒ Presión de la atmósfera exterior = 750 Torr.
⇒ Presión del manómetro 3 = 7 mca.

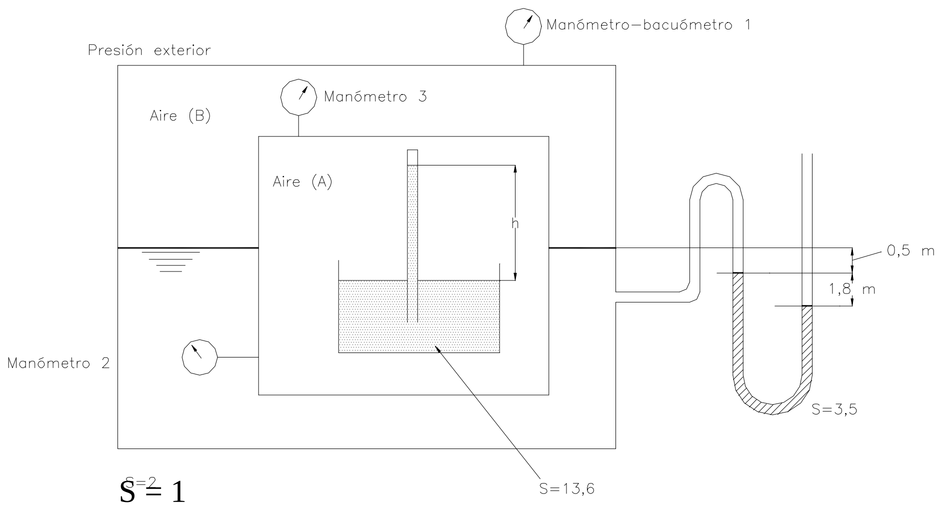


Figura 2.4.

Resolución

a) Presión (kg/cm^2) que señala el manómetro-vacuómetro 1.

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0{,}5 + 1{,}8 \times 3{,}5 = 0(mca)$$
$$\frac{P_1}{\gamma} = -0{,}5 - 1{,}8 \times 3{,}5 = -6{,}8\ mca = -0{,}68\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} = -0{,}68\ \frac{kg}{cm^2}}$$

b) Presión absoluta (bar) del aire en B.

$$P_{atm} = 750\ Torr = 0{,}75 \times 13{,}6 = 10{,}2\ mca$$
$$P_B{}^{abs} = P_1 + P_{atm} = -6{,}8 + 10{,}2 = 3{,}4\ mca = 3{,}4 \times \frac{9800}{10^5} = 0{,}3332\ bar$$

$$\boxed{P_B{}^{Abs} = 0{,}3332\ bar}$$

c) Presión (kPa) que señala el manómetro 2.

$$P_2{}^{abs} = P_A{}^{abs} = P_3{}^{man} + P_B{}^{abs} = 7 + 3{,}40 = 10{,}4\ mca = 10{,}4 \times \frac{9800}{10^3} = 101{,}92\ kPa$$

$$\boxed{P_2{}^{abs} = 101{,}92\ kPa}$$

d) Presión de vapor del mercurio (baria).

$$P_A{}^{abs} - h = P_V(Hg) \Rightarrow P_V(Hg) = 10{,}4 - 0{,}75 \times 13{,}6 = 0{,}2\ mca$$
$$P_V(Hg) = 0{,}2 \times 9800 \times 10 = 19600\ baria$$

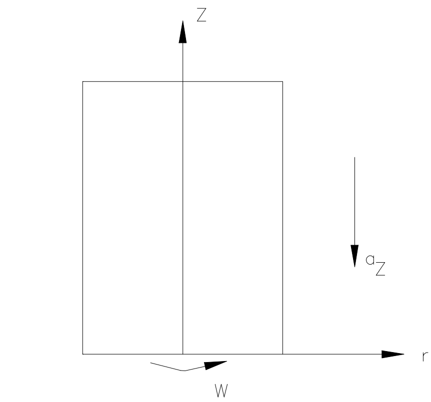
$$\boxed{P_V(Hg) = 19600\ baria}$$

2.5. Un recipiente que contiene un líquido conocido gira en torno a su vertical con una velocidad angular ω rad/s. Al mismo tiempo el recipiente tiene una aceleración hacía abajo a_z m/s^2.

a) ¿Cuál es la ecuación para una superficie de presión constante z = f(r)?.

b) Si a_z = 3 m/s^2, calcular la velocidad rotacional tal que la presión en un punto colocado 0,4 m radialmente del eje es la misma que en otro a 1,2 m del eje, con una diferencia de cotas entre ambos puntos.

Resolución



Tomando una partícula de fluido se analizan las fuerzas por unidad de volumen que actúan sobre la misma.

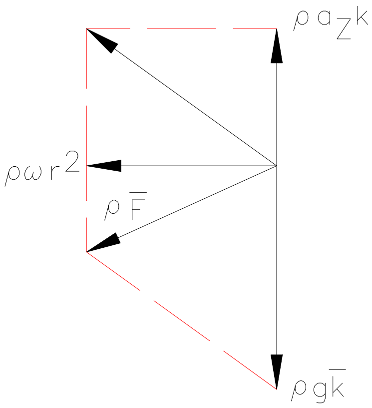
$\rho\omega^2 r$: fuerza por unidad de volumen debida a la rotación.

ρa_z: fuerza por unidad de volumen debida a la aceleración lineal.

ρg: fuerza por unidad de volumen debido a la gravedad.

$$\rho\vec{F} = \rho\omega^2 r\vec{r} - \rho(g - az)\vec{k}$$

Ecuación general de la estática.



$$\rho\vec{F} = \text{gra}\,d\ \vec{p} = \frac{\partial p}{\partial r}\vec{r} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho\omega^2 r \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho(g - az)dz$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial r}dr + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \rho\omega^2 r dr - \rho(g - az)dz$$

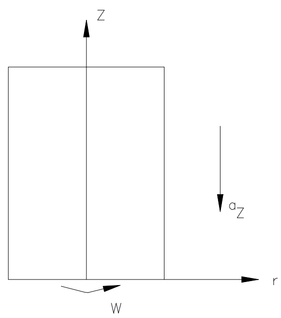
$$\boxed{p = \rho\omega^2\frac{r^2}{2} - \rho(g - az)z + k}$$

a) Superficies de presión constante z = f(r).

$$\rho(g - az)z = \rho\omega^2\frac{r^2}{2} + k - p$$

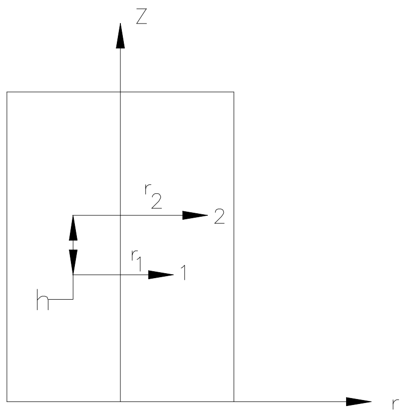
$$\boxed{z = \frac{\omega^2 r^2}{2(g - az)} + \frac{k - p}{\rho(g - az)}}$$

b) Velocidad angular ω (rad/s)



$$z_1 = \frac{\omega^2 r_1^{\ 2}}{2(g - az)} + \frac{k - p_1}{\rho(g - az)}$$

$$z_2 = \frac{\omega^2 r_2^{\ 2}}{2(g - az)} + \frac{k - p_2}{\rho(g - az)}$$



$$z_2 - z_1 = h$$
$$P_1 = P_2$$

$$h = \frac{\omega^2 \left(r_2^{\ 2} - r_1^{\ 2}\right)}{2(g - az)} \Rightarrow \omega = \left[\frac{2(g - az)h}{\left(r_2^{\ 2} - r_1^{\ 2}\right)}\right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow \omega = \left[\frac{2(9{,}8 - 3)0{,}7}{1{,}2^2 - 0{,}4^2}\right]^{1/2} = 2{,}727 \ {rad}/{s}$$

$$\boxed{\omega = 2{,}727 \ {rad}/{s}}$$

2.6. La compuerta de la Figura 2.6. se compone de una compuerta plana homogénea de peso 3920 N/m. lineal, inclinada 45º con libertad de giro alrededor de la rótula O; dicha compuerta se apoya a su vez sobre una segunda circular de 0,75 m de radio, articulada en su centro sobre un eje D. Esta segunda compuerta pesa 4900 N/m. lineal y su centro de gravedad G se sitúa como indica la figura.

Se pide:

a) Fuerza hidrostática sobre la compuerta plana y punto de aplicación
b) Fuerza ejercida en B sobre la compuerta curva.
c) Componente horizontal de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.
d) Componente vertical de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.
e) Fuerza ejercida sobre el tope A.
f) Fuerza ejercida sobre el eje D
g) Par a aplicar para la apertura de la compuerta inferior.

Nota: Dibujar los prismas de presiones acotados correspondientes a cada una de las fuerzas hidrostáticas.

Calcular las fuerzas indicando el módulo, dirección y sentido por m lineal de profundidad.

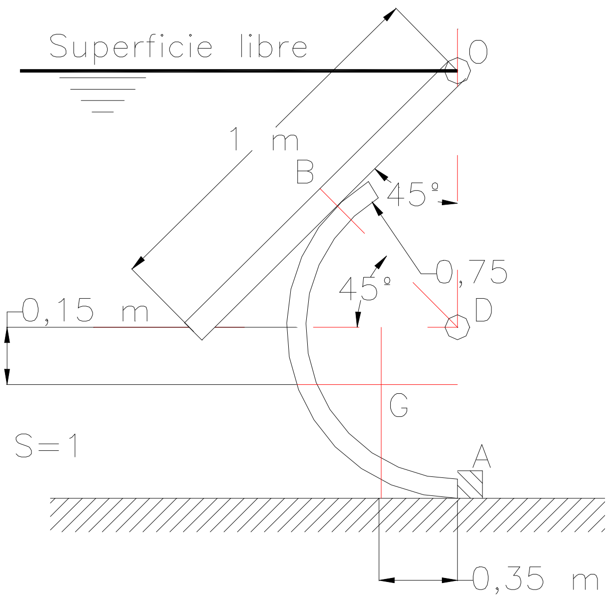
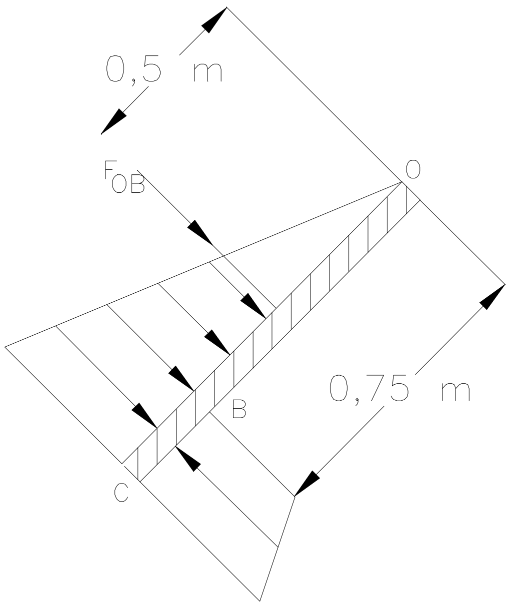


Figura 2.6.

Resolución.

a) Fuerza hidrostática sobre la compuerta plana y pto. de aplicación.



$$P_B/\gamma = 0{,}75 \times \cos 45 = 0{,}53\ mca$$

$$P_C/\gamma = 1 \times \cos 45 = 0{,}71\ mca$$

F_{OB} = *volumen del prisma de presiones*

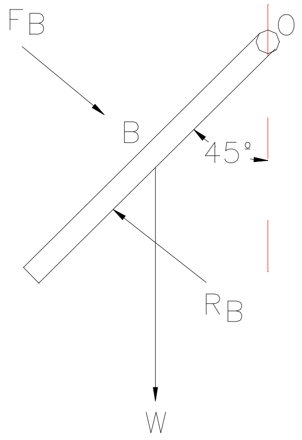
$$F_{OB} = \frac{1}{2} \times 0{,}75 \times 0{,}53 \times 9800$$
$$= 1947{,}75\ N$$

$$\boxed{F_{OB} = 1947{,}75\ N}$$

Aplicación; centroide del prisma de presiones.

$$2/3\ h \text{ respecto de } 0 = 2/3 \times 0{,}75 = 0{,}5\ m$$

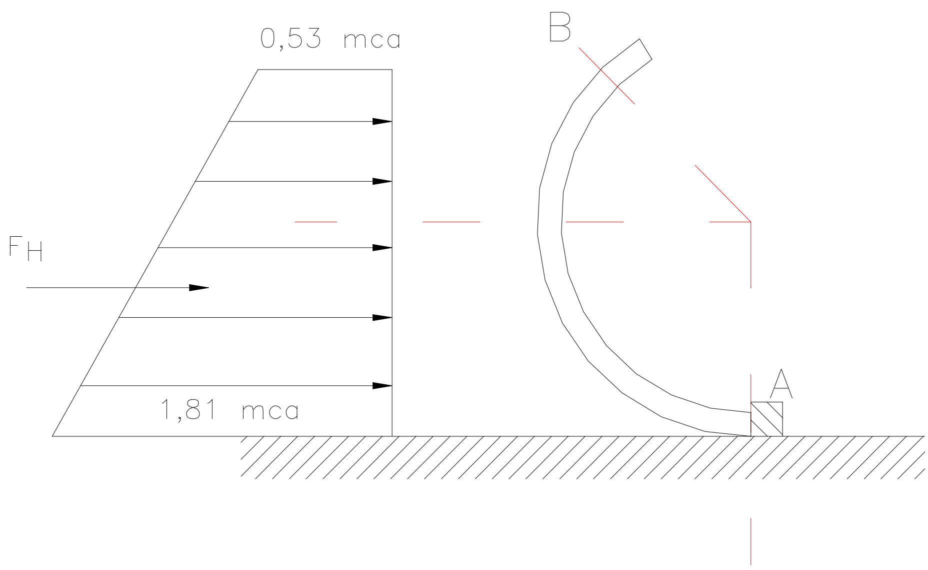
b) Reacción en B (R_B).



$$W = 3920\ N$$
$$Equilibrio:$$
$$\Sigma M_0 = 0$$
$$R_B \times 0{,}75 = F_{OB} \times 0{,}5 + W \times 0{,}5 \times \cos 45^{\circ}$$
$$R_B = \frac{1947{,}75 \times 0{,}5 + 3920 \times 0{,}5 \times \cos 45^{\circ}}{0{,}75} = 3146{,}4\ N$$

$$\boxed{R_B = 3146{,}4\ N}$$

c) Componente horizontal de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.



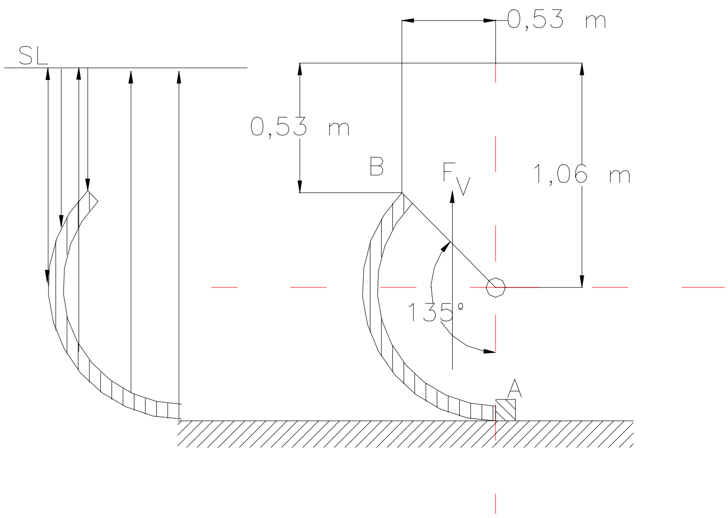
$$\frac{P_A}{\gamma} = 0{,}75\times\cos 45 + 0{,}75\times\cos 45 + 0{,}75 = 1{,}81\ mca$$

$$F_H = volumen\ del\ \ prisma\ \ de\ \ presiones$$

$$F_H = \frac{0{,}53+1{,}81}{2}\times 9800\times(1{,}81-0{,}53)\times 1 = 14676{,}48\ N$$

$$\boxed{F_H = 14676{,}48\ N}$$

d) Componente vertical de la fuerza hidrostática sobre la compuerta curva.

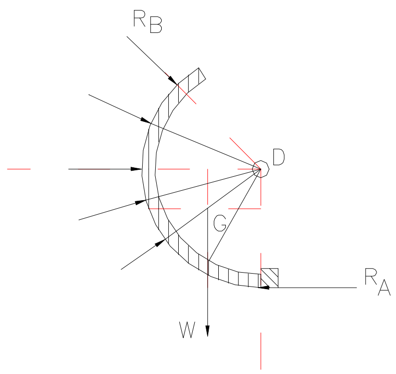


F_V = *peso del volumen de agua comprendido entre la superficie curva y la superficie libre.*

$$F_V = (F_{trapecio} + F_{cir}) = \left[\left(\frac{0{,}53+1{,}06}{2}\right)\times 0{,}53 + \pi\times 0{,}75^2\times\frac{135}{360}\right]\times$$
$$\times 9800\times 1 = 10623{,}49\ N$$

$$\boxed{F_V = 10623{,}49\ N}$$

e) Reacción en el tope A (R_A).



$$W = 4900\ N$$
$$Equilibrio:$$
$$\Sigma M_D = 0$$

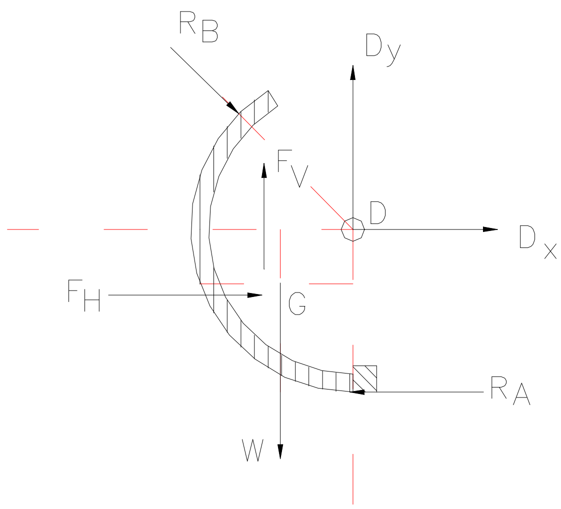
La fuerza hidrostática del agua no genera momentos respecto de D, ya que las fuerzas infinitesimales son perpendiculares a la superficie curva, es decir son radiales y pasan por el centro de curvatura D.

$$R_A \times 0{,}75 = W \times 0{,}35 \Rightarrow R_A = \frac{4900 \times 0{,}35}{0{,}75} = 2286{,}7\ N$$

$$\boxed{R_A = 2286{,}7\ N}$$

f) Fuerzas en la articulación D (D_x.D_y).

$$Equilibrio:$$
$$\sum F_X = 0 \Rightarrow D_X + F_H + R_B \times \cos 45^o = R_A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow D_X = 14614{,}65\ N(\leftarrow)$$



$$\boxed{D_X = 14614{,}65\ N(\leftarrow)}$$

$$Equilibrio:$$
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow D_Y + F_V = R_B \times \cos 45^o + W \Rightarrow$$
$$D_Y = 3146{,}4 \times \cos 45^o + 4900 - 10623{,}49 = -3498{,}5\ N$$

$$\boxed{D_Y = 3498{,}5\ N(\downarrow)}$$

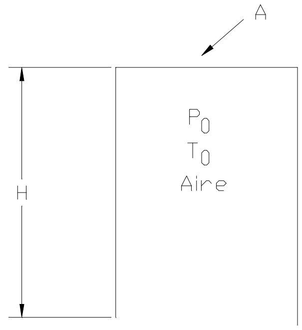
g) Par necesario para la apertura de la compuerta curva

El peso de la compuerta produce un momento de cierre de la misma. El resto de las fuerzas que actúan sobre la compuerta curva no generan momentos ni de cierre ni de apertura. El par ó momento necesario para la apertura de la compuerta será igual a dicho momento de cierre, aplicado en el sentido horario.

$$M = W \times 0{,}35 = 4900 \times 0{,}35 = 1715\ mN$$

$$\boxed{M = 1715\ mN(\text{sen}\,tido\ horario)}$$

2.7. Se hacen descender por separado 2 campanas cilíndricas de buceo en agua (s = 1), de altura H = 3 m y sección transversal de 0,9 m^2, en los 2 casos, originalmente llenas de aire (P_0 = 1 bar, T_0 = 20 ºC), ambas cerradas en su parte superior y abiertas en la inferior, pero de pesos diferentes (W_1 = 8820 N; W_2 = 6615 N).



a) Calcular para cada campana, altura h_1 y h_2 del aire dentro de la campana en el equilibrio.

b) P_1 y P_2 presión en el interior de cada campana (absoluta) (bar).

c) Profundidad H_1 y H_2 del agua dentro de cada campana por debajo de la superficie exterior.

d) Si se conectan las dos campanas en las zonas ocupadas por el aire por un tubo fino de volumen despreciable, calcular el nuevo nivel de agua en cada campana respecto a la superficie libre exterior y la presión interior del aire en las mismas.

Dato: la temperatura del aire permanece constante.

Resolución

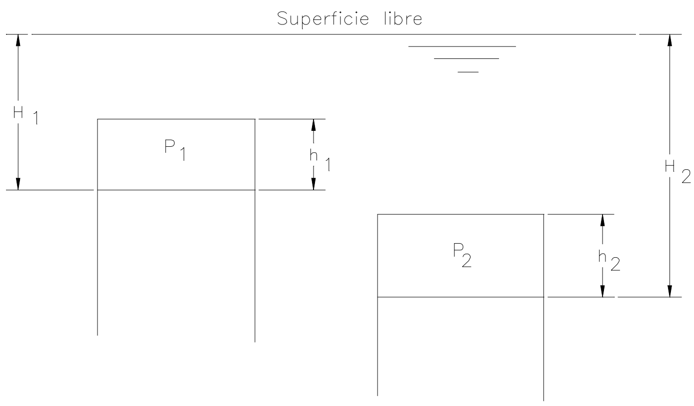
$$\boxed{Datos: H = 3\ m; A = 0{,}9\ m^2; W_1 = 8820\ N; W_2 = 6615\ N; P_0 = 1\ bar; T_0 = 20\ ^\circ C}$$

$$\text{Pr}\,oceso\ de\ compresion\ del\ aire\ isotermo(T^{a}\ cte)$$
$$p \times V = cte$$

a) Altura h_1 y h_2 del aire dentro de la campana en equilibrio.

$$Equilibrio\ estático:$$
$$W_1 = Empuje \Rightarrow W_1 = \gamma_{agua} \times \forall_1$$
$$8820 = 9800 \times h_1 \times 0{,}9 \Rightarrow h_1 = 1\ m$$

$$\boxed{h_1 = 1\ m}$$



$$W_2 = Empuje \Rightarrow W_2 = \gamma_{agua} \times \forall_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 6615 = 9800 \times h_2 \times 0{,}9 \Rightarrow h_2 =$$
$$0{,}75\ m$$

$$\boxed{h_2 = 0{,}75\ m}$$

b) P_1 y P_2 en el interior de cada campana (absoluta) (bar).

Proceso de compresión del aire isotermo.

$$P_0 V_0 = P_1 V_1 \Rightarrow P_0 \times H \times A = P_1 \times h_1 \times A \Rightarrow P_1 = \frac{P_0 \times H}{h_1} = \frac{1 \times 3}{1} = 3\ bar$$

$$\boxed{P_1 = 3\ bar}$$

$$P_0 V_0 = P_2 V_2 \Rightarrow P_0 \times H \times A = P_2 \times h_2 \times A \Rightarrow P_2 = \frac{P_0 \times H}{h_2} = \frac{1 \times 3}{0{,}75} = 4\ bar$$

$$\boxed{P_2 = 4\ bar}$$

c) Profundidad H_1 y H_2 del agua dentro de cada campana.

La lámina de agua en contacto con el aire en el interior de campana 1 está a la misma presión del aire (P_1).

Dicha presión del agua corresponde a H_1 mc_{agua}.

Tomando presiones manométricas.

$$P_1^{man} = P_1^{abs} - P_{atm} = 3 - 1 = 2\ bar = 2.10^{-5}\ Pa$$

$$H_1 = \frac{P_1^{man}}{\gamma_{agua}} = \frac{2.10^5}{9800} = 20{,}41\ mca \Rightarrow H_1 = 20{,}41\ m$$

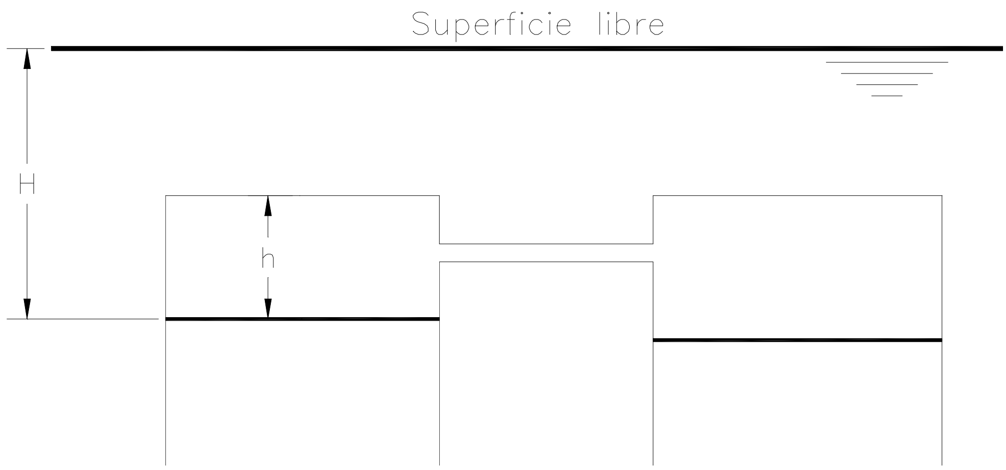
$$H_2 = \frac{P_2^{man}}{\gamma_{agua}} = \frac{3.10^5}{9800} = 30{,}6122\ mca \Rightarrow H_2 = 30{,}6122\ m$$

d) Si se conectan las dos campanas, calcular el nuevo nivel de agua en cada campana y la presión en el interior en las mismas.

Si se conectan las dos campanas por un tubo el equilibrio se verifica en conjunto.

$$W \ + W_2 = \gamma \times (V_1 + V_2) \Rightarrow 8820 + 6615 = 9800 \times 0{,}9 \times (h + h) \Rightarrow h = 0{,}875\ m$$

El aire en el interior de las campanas está a la misma presión, por lo tanto la altura H es la misma.



Proceso isotermo:

$$P_0 \times 2 \times V_0 = P \times 2 \times V \Rightarrow 1 \times A \times 3 = P \times A \times 0{,}875 \Rightarrow$$

$$\boxed{P = 3{,}4286\ bar\ (abs)}$$

$$P_{man} = P_{abs} - P_{atm} = 2{,}4286\ bar \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{man} = 2{,}4286.10^5\ \ Pa$$

$$H = \frac{P_{man}}{\gamma_{agua}} = \frac{2{,}4286.10^5}{9800} = 24{,}78\ m$$

$$\boxed{H = 24{,}78\ m}$$

2.8. La cúpula semiesférica de la figura pesa 31 kN, se encuentra sujeta al suelo mediante seis pernos igualmente espaciados y resistentes. Se pide:

a) Fuerza que soporta cada tornillo

b) Diámetro de cada perno si la tensión admisible de trabajo del material de que están constituídos es de 9,58 kg/mm^2.

c) Altura alcanzada por el agua en el tubo para que se produjera la rotura de los pernos, si su tensión de rotura es de 40 kg/mm^2.

.

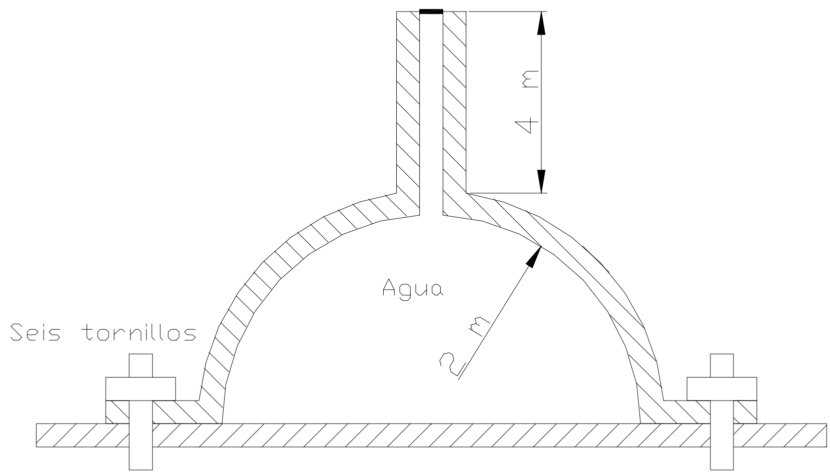
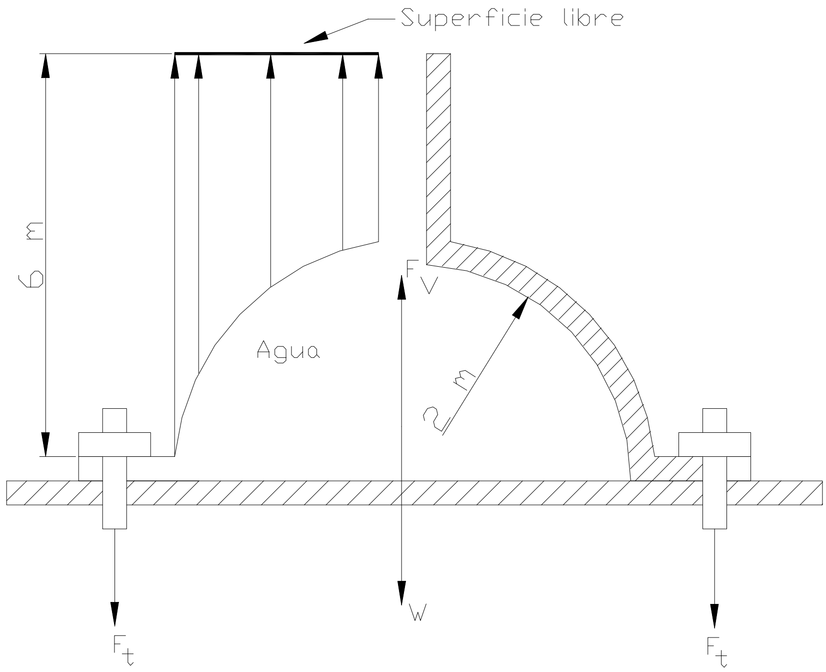


Figura 2.8.

Resolución.

a) Fuerza que soporta cada tornillo (F_t).



F_V = peso del volumen de agua comprendido entre la cúpula semiesférica y la superficie libre.

$$F_V = \left(\pi \times R^2 \times 6 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \right) \times 9800 = \pi \times 2^2 \times 6 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_V = 574702\ N$$

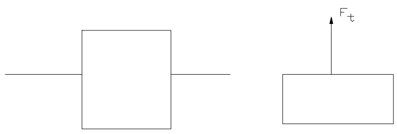
$$Equilibrio:$$

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow F_V = W + 6 \times F_t \Rightarrow F_t = \frac{F_V - W}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_t = \frac{574702 - 31000}{6} = 90617\ N$$

$$\boxed{F_t = 90617\ N}$$

b) Diámetro de cada perno. σ_{adm}=9,58 kg/mm^2.



Seccionando un perno;

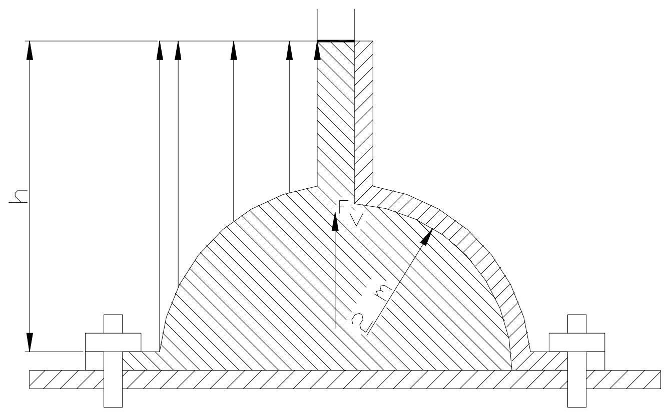
$$\sigma = (tensión\ de\ tracción) = F_t / S = \frac{F_t \times 4}{\pi \times D^2} \langle \sigma_{adm}$$

$$D \rangle \left[\frac{4 \times F_t}{\pi \times \sigma_{adm}}\right]^{1/2} \Rightarrow D_{min} = \left[\frac{4 \times F_t}{\pi \times \sigma_{adm}}\right]^{1/2} \Rightarrow$$

$$D_{min} = \left[\frac{4 \times 90617}{\pi \times 9{,}58 \times 9{,}8}\right]^{1/2} = 35\ mm$$

$$\boxed{D_{min} = 35\ mm}$$

c) Altura h alcanzada por el agua en el tubo para que se produzca la rotura de los pernos, σ_{rotura} = 40 kg/mm^2.



$$F_t = \sigma \times \pi \times D^2 / 4 = 40 \times 9{,}8 \times \pi \times \frac{35^2}{4} = 377148\ N$$

Fuerza de tracción a que se somete al perno para que se produzca la rotura.

$$Equilibrio:$$
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow F_V = W + 6\times F_t \Rightarrow$$
$$F_V = 31000 + 6\times 377148 = 2293888\ N$$

$$F_V = \left(\pi\times R^2\times h - \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\pi\times R^3\right)\times 9800 \Rightarrow 2293888 =$$
$$\left(\pi\times 2^2\times h - \frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\pi\times 2^3\right)\times 9800 \Rightarrow$$
$$h = 19{,}96\ m \approx 20\ m(medidas\ desde\ el\ suelo)$$

$$\boxed{h = 20\ m}$$

Problemas a resolver por el alumno.

2.9. En el sistema de la ***Figura 2.9.***, se pide:

a) Presión en A, B, C y D expresada en kg/cm^2.

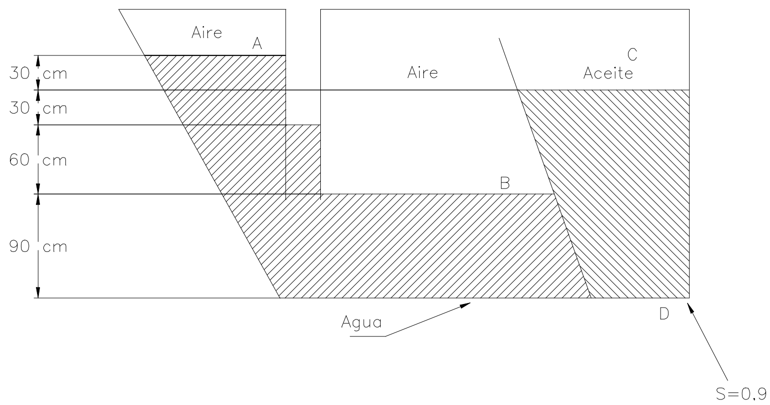


Figura 2.9.

b) Idem en Mpa.
c) Idem en torr
d) Idem en mca
e) Idem en mcl (aceite de densidad relativa = 0,9)

r) -0,06; 0,06; 0,06 y 0,222 kg/cm^2; -0,0059; 0,0059; 0,0059 y 0,0218 MPa; -44,14; 44,14; 44,14 y 163,33 Torr; -0,6; 0,6; 0,6 y 2,22 mca; -0,67; 0,67; 0,67 y 2,47 mcl.

2.10. Para calibrar un manómetro M destinado a medir grandes presiones se utiliza la prensa representada en la figura. Si se sabe que el diámetro del pistón es de 1,22 cm y que el plato de la prensa en vacío pesa 1,34 daN, se pide:

a) Presión que se deberá imprimir en M cuando se pone encima del plato de la prensa un sobrepeso de 543 daN.

r) 475 kg/cm^2 .

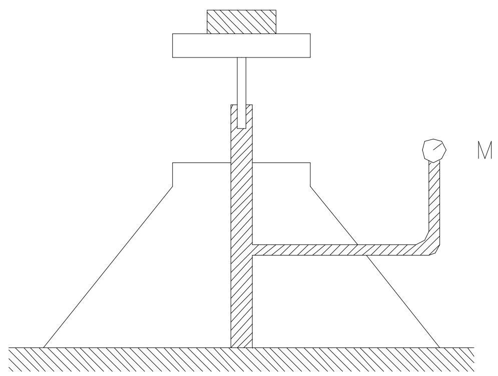


Figura 2.10.

2.11. Para efectuar ensayos de tracción se utiliza la prensa de la ***Figura 2.11.*** cuyo pistón tiene un diámetro de 105 mm y acciona un vástago de 55 mm de diámetro. La bomba que acciona esta prensa tiene un pistón de 18 mm de diámetro accionado por una palanca tal como indica la figura. Se pide:

a) Presión en el circuito hidráulico para obtener un esfuerzo de tracción de 10t(toneladas).

b) Esfuerzo F a producir en la extremidad de la palanca de la bomba.

c) Dilatación que se obtendrá en la pieza ensayada cuando se desplace la palanca de la bomba 10 cm.

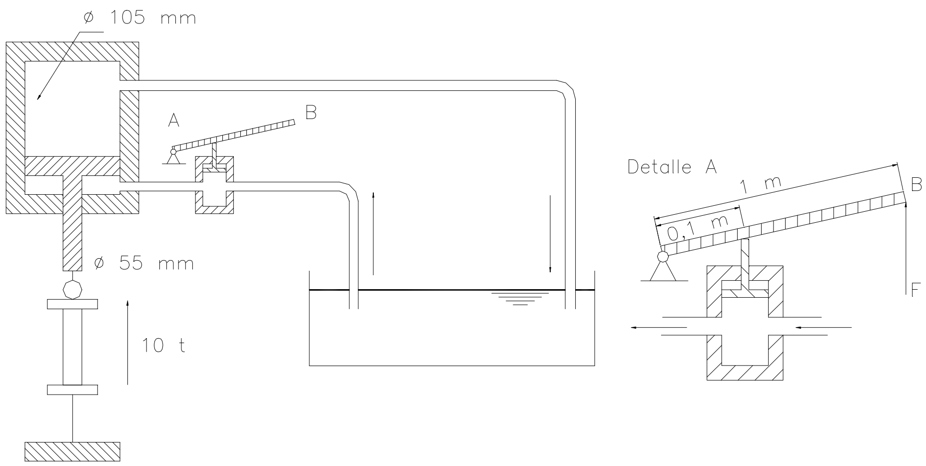


Figura 2.11.

r) 159,5 kg/cm^2; 39,88 daN; 0,407 mm.

2.12. La lectura del manómetro A colocado en el interior de un depósito presurizado es de 0,9 kg/cm^2. Otro manómetro B colocado en el exterior del depósito presurizado y conectado con él marca 1,4 kg/cm^2 y un barómetro aneroide señala 750 torr. Se pide:

a) Presión absoluta del depósito interior en torr.
b) Idem en kPa.

r) 2.441,2 torr; 325,4 kPa.

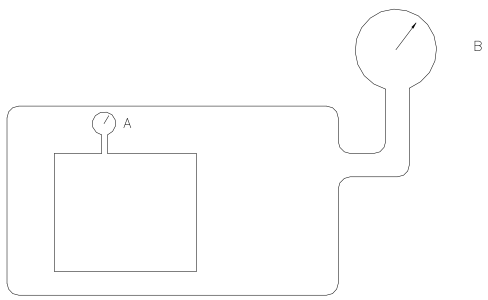


Figura 2.12.

2.13. Para una presión manométrica en el punto A de la figura de -0,1078 daN/cm^2; se pide:

a) Densidad relativa del líquido manométrico B.

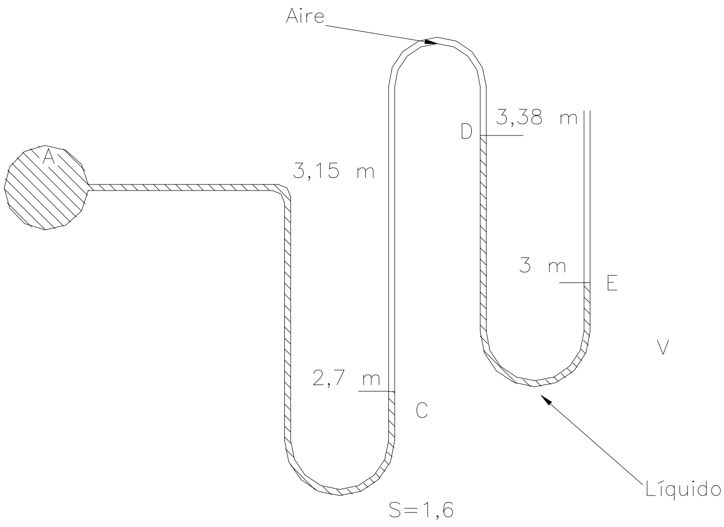


Figura 2.13.

r) 1.

2.14. Sabiendo que el manómetro del depósito B de la figura señala una presión de 5 atm, se pide:

a) Presión existente en el punto A en kg/cm^2.

b) Idem en bares

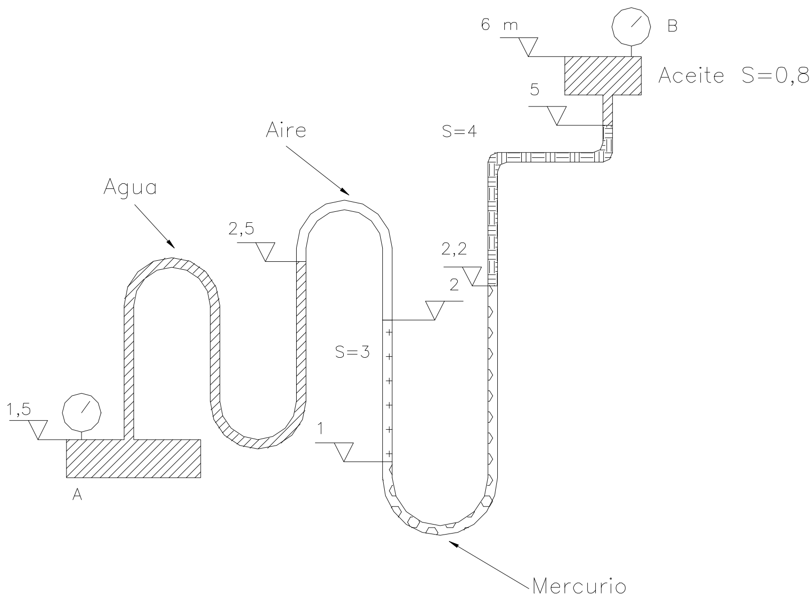


Figura 2.14.

r) 7,797 kg/cm^2; 7,64 bar.

2.15. Los compartimentos B y C de la figura están cerrados y llenos de aire. La lectura barométrica es de 1,02 kg/cm^2. Cuando los manómetros A y D marcan las lecturas indicadas en la figura, se pide:

a) Magnitud x reflejada en el manómetro E.

<u>**Nota:**</u> El manómetro E se encuentra dentro del compartimento C.

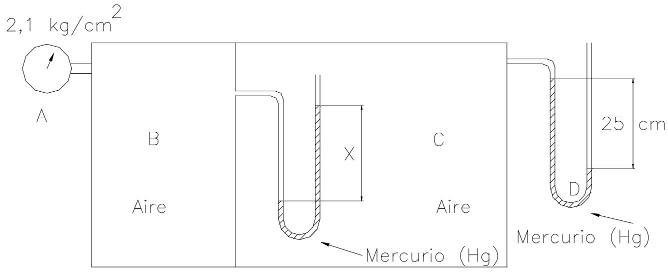
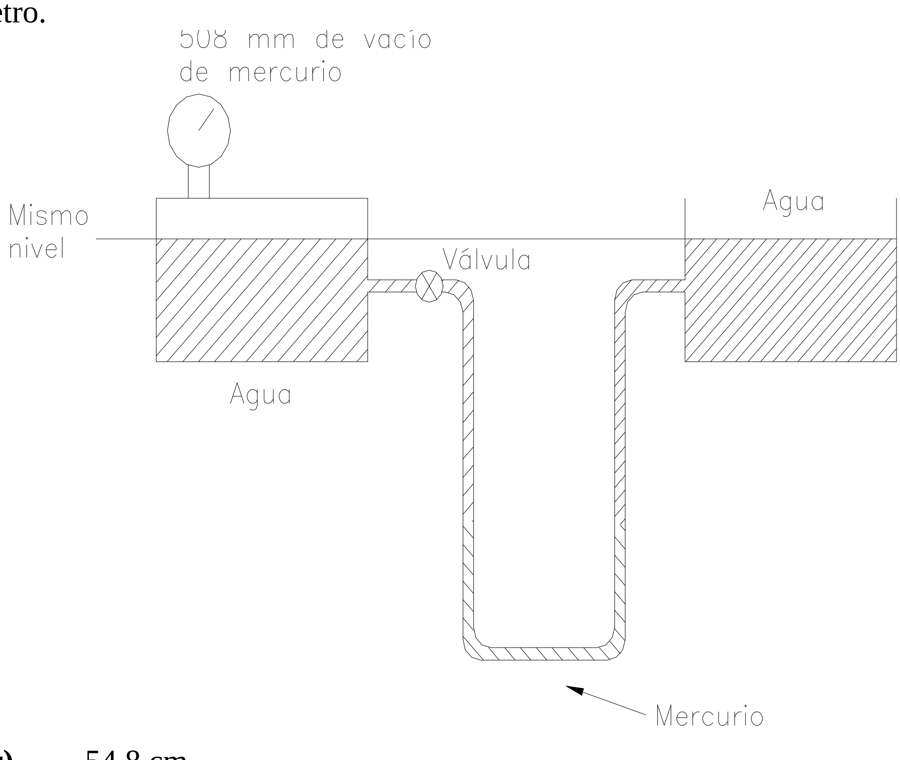


Figura 2.15.

r) 1,794 m.

2.16. Calcular la magnitud y la dirección de la lectura del manómetro cuando la válvula está abierta. Los tanques son muy grandes en comparación con los tubos del manómetro.

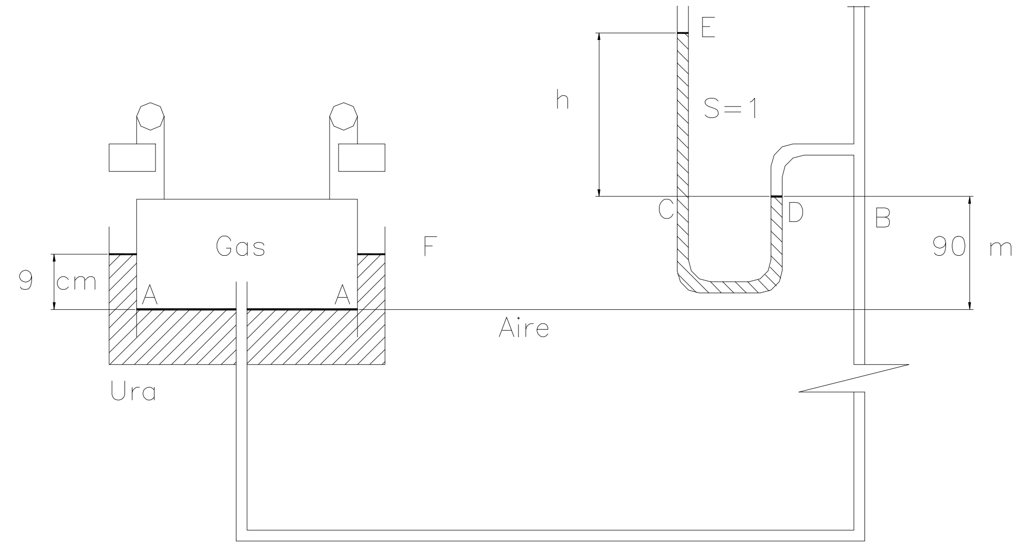


r) 54,8 cm.

Figura 2.16.

2.17. Los pesos específicos del gas y del aire de los compartimentos de la figura son, respectivamente, 0,56 y 1,26 kg/m^3. Se pide:

a) Altura h en el manómetro de agua constituido por el tubo en U.



r) 0,153 m.

Figura 2.17.

2.18. Un manómetro con dos fluidos, como el que se encuentra en la figura, puede utilizarse para determinar diferencias de presión con una mayor precisión que un manómetro con un solo fluido. Se pide:

a) Diferencia de presión (P_A - P_B) para una deflexión de 5 cm entre las láminas de los dos fluidos.

r) 3.10^{-4} kg/cm^2

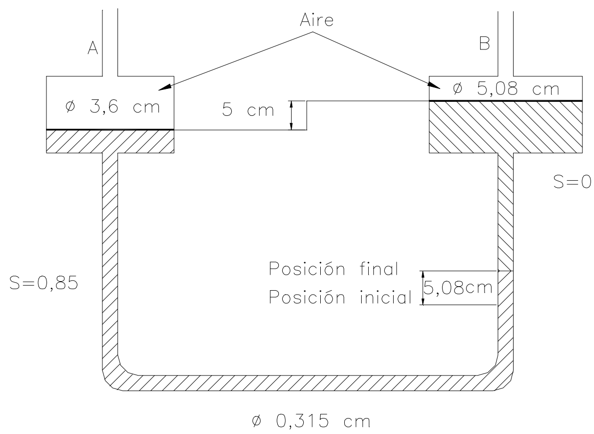


Figura 2.18.

2.19. Un barómetro defectuoso por la presencia de aire en la cámara de vacío registra una presión de 72 cm., cuando la presión real es de 76 cm. Si el extremo superior del tubo está a 100 cm sobre el mercurio de la cubeta, ¿cuál es el verdadero valor de la presión atmosférica cuando el barómetro marca 68 cm?. ¿Por qué?. Supóngase T = constante.

r) 71,5 cm.

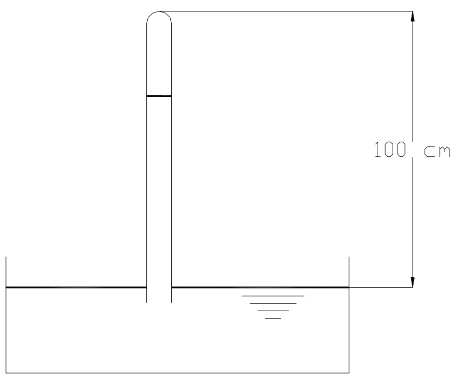


Figura 2.19.

2.20. Se trata de un matraz lleno de agua, invertido, con un papel en la boca para que no se derrame el agua. Calcular:

a) Presión en el punto C (mbar).
b) Presión absoluta en C (bar).
c) Presión absoluta en el depósito A (kg/cm^2).
d) Presión que marcará el manómetro B (Torr).

Datos: h = 50 cm; a = 10 cm; l = 40 cm; s (Hg) = 13,6;
$P_A = 0,4\ kg/cm^2$; $P_{atm} = 980$ mbar

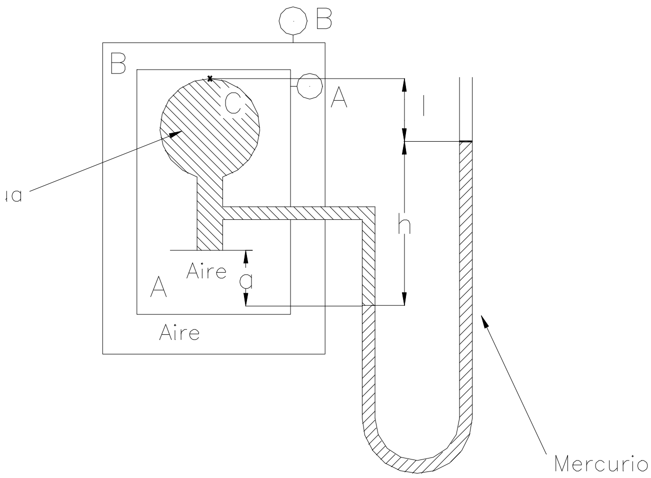


Figura 2.20.

r) 578,2 mbar; 1,558 bar; 1,67 kg/cm^2; 198,5 Torr.

2.21. El keroseno tiene una densidad relativa de 0,81. ¿Qué altura de columna de keroseno equivale a una presión de 2000 Pa?. Si la presión atmosférica es de 750 mm de Hg, calcular la presión absoluta en bares.

r) 0,2519 mck; 1,0196 bar.

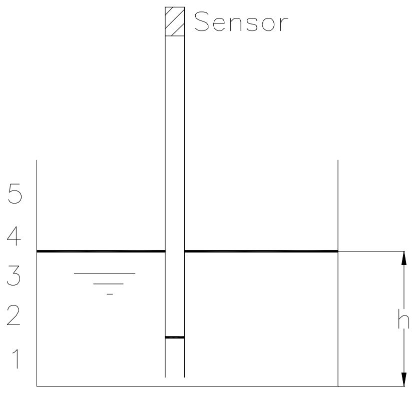


Figura 2.22.

2.22. El dispositivo de la ***Figura 2.22.*** se utiliza para medir el nivel de un depósito de agua. El tubo vertical esta originalmente (al estar fuera del depósito) lleno de aire y en la parte superior cerrada hay un sensor que indica la presión del aire dentro del tubo.

a) Calcular una expresión que relacione la altura del agua en el depósito "h" y la presión manométrica del aire en metros de columna de agua. El proceso de compresión del aire es isotermo.

Entre que presiones manométricas (Pa)deberá trabajar el sensor si se quiere que la altura del depósito oscile entre 1 y 5 m de agua.

Datos: P_{atm} = 10 mca; Altura del tubo H = 5,5 m

r) siendo y = P_{aire} : $y^2 + y\,(15{,}5 - h) - 10\,h = 0$; 6464,53 Pa ; 34,86 kPa.

2.23. El manómetro A indica 1,3 bar, el manómetro B indica 4,5 bar. R= 2 m y H = 1,695 m.
Suponiendo que la presión de vapor del Hg es = 0, calcular:

a) Presión atmosférica exterior en Torr.
b) Presión absoluta en bar en el interior del depósito 3.
c) Presión absoluta en el interior del depósito 2 en mca.
d) Presión absoluta en el interior del depósito 1 en kg/cm^2.

r) 719,6 Torr; 2,26 bar; 25,05 mca; 7,097 kg/cm^2

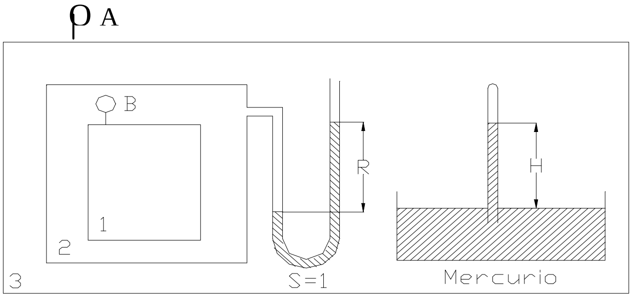


Figura 2.23.

2.24. Se tiene la compuerta de la figura adjunta que es capaz de girar sobre 0, tiene un peso de 15 kg por m de longitud normal al dibujo, y su centro de gravedad está situado a 45 cm de su cara izquierda y 60 cm de la cara inferior. Se pide:

a) Altura h en la posición de equilibrio.
b) Calcular las reacciones en la articulación para dicha altura h.(kN)

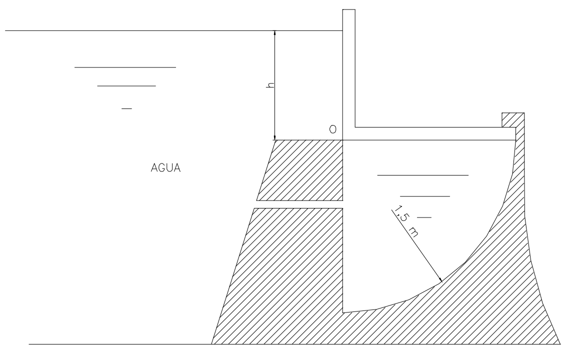


Figura 2.24.

Dato: Longitud normal al dibujo = 1 m.

r) 2,595 m; 33 kN y 38 kN

2.25. Tomando como base la figura adjunta, se pide:

a) Momento a aplicar a 0 para conseguir que la compuerta OA permanezca cerrada en posición de equilibrio.

Dato: Anchura normal al dibujo = 1,80 m.

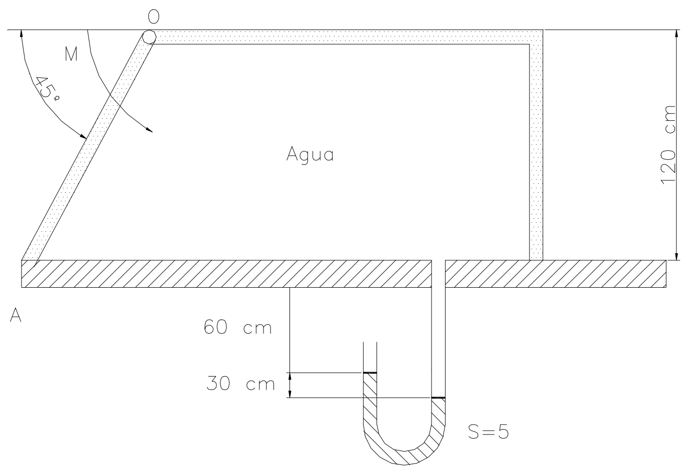


Figura 2.25.

r) 508 mdaN

2.26. La compuerta AB de la figura tiene 1,20 m de anchura normal al dibujo y está articulada en A. Se pide**:**

a) Fuerza horizontal que debe aplicarse en B, en módulo y sentido, para que la compuerta se mantenga en equilibrio.

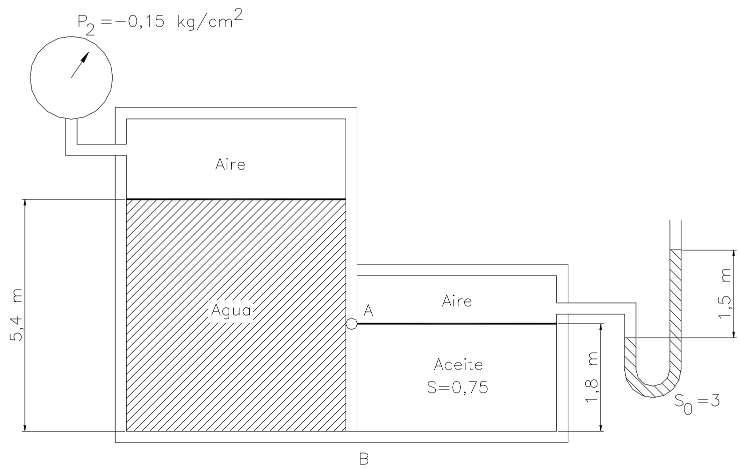


Figura 2.26.

r) 2.221,9 daN; hacia la derecha.

2.27. En el sistema de la figura, se pide:

a) Fuerzas horizontal y vertical que actúan sobre la compuerta cilíndrica.

Dato: Diámetro de la compuerta = 1,8 m; anchura normal al dibujo = 2,5 m.

r) 8.589,8 daN; 13.265,6 daN.

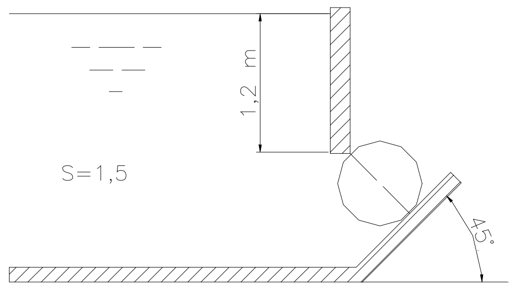


Figura 2.27.

2.28. Teniendo en cuenta los datos de la figura, se pide:

a) Fuerza F necesaria para mantener la compuerta OF cerrada en posición de equilibrio.
Datos: R = 0,4 m; anchura normal al dibujo = 1,2 m.

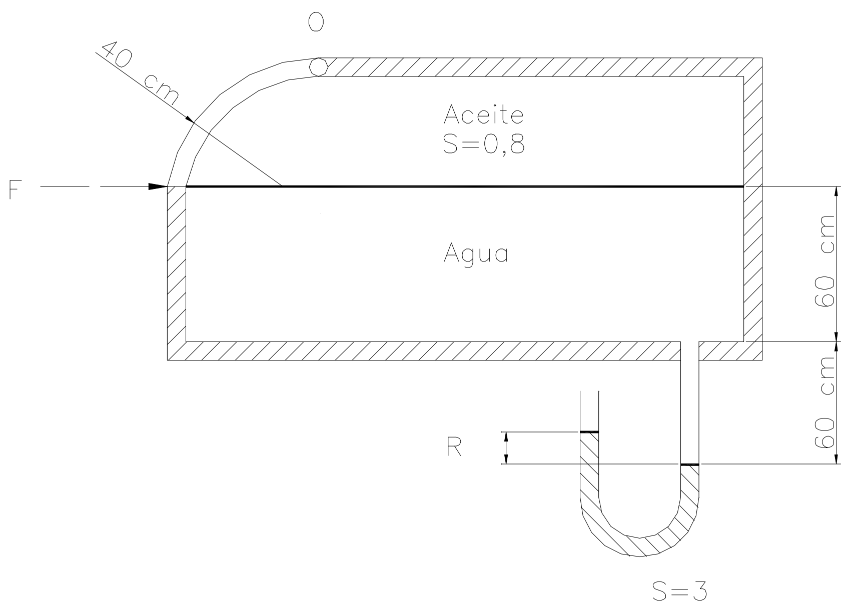


Figura 2.28.

r) -752,5 N

2.29. Para verificar el buen funcionamiento de los dispositivos de frenado de un automóvil se tiene un acelerómetro hidráulico, constituido por el tubo ABCD de la figura, cuyas ramas AB y CD se sitúan en el vehículo en posición vertical y el tramo BC en dirección y sentido de la marcha. Durante un ensayo de aceleración el aparato alcanza la disposición de la figura. Se pide:

a) Valor y sentido de la aceleración.

Figura 2.29.

r) 5,9 m/s^2; aceleración negativa.

2.30. Un depósito rectangular, sin tapa, de 1,5 m de anchura, 3 m de longitud y 1,8 m de profundidad, tiene 1,2 m de lámina de agua; se acelera horizontalmente en dirección paralela a su longitud a 4,9 m/s^2. Se pide:

a) Angulo con la horizontal de la superficie libre.
b) Deducir si se derrama algo de agua y calcular su volumen.

r) 26,56^o; si; 675 l.

2.31. Una caja cúbica sin tapa de 2 m de arista, llena hasta su mitad de aceite de densidad relativa 0,9, se acelera gracias a la gravedad por un plano inclinado 30^o con la horizontal. Se pide:

a) Angulo que forma la superficie libre con la horizontal.

b) Presión a lo largo del fondo en función de la distancia al punto de menor cota.
c) Aceleración máxima en el mismo sentido para que no se derrame el líquido.

r) 30^o; p = ρg Cos 30 (1 - y); 13,39 m/s^2.

2.32. A la caja de la figura se le proporciona una aceleración: a_x= 4,9 m/s^2 y a_y= 3,68 m/s^2. Se pide:

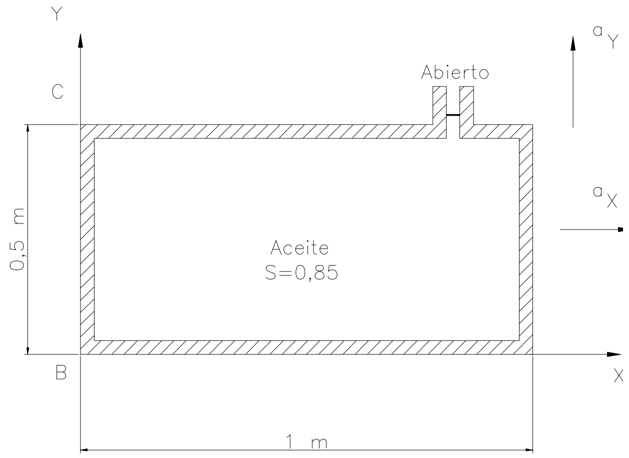


Figura 2.32.

a) Angulo con la horizontal de las superficies de igual presión.
b) Idem de igual presión estrellada o cota piezométrica.
c) Presión en los puntos B y C.

r) 20º; 53º; 0,101 y 0,0425 kg/cm^2.

2.33. Un tanque cilíndrico cerrado de 1,8 m de altura y 0,9 m de diámetro contiene una lámina de agua de 1,35 m, encontrándose el resto lleno de aire a una presión de 1,09 kg/cm^2. Se pide:

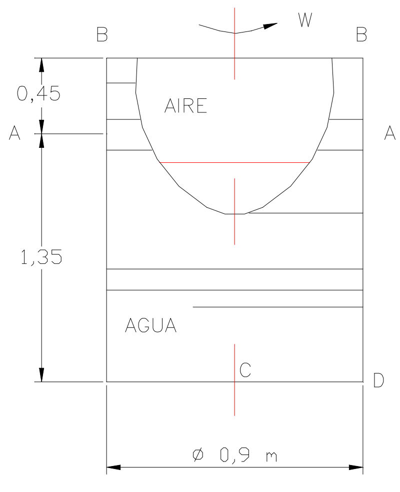


Figura 2.33.

a) Presiones en los puntos C y D de la figura cuando el depósito gira a razón de 12 rad/s sobre su eje, estando este en posición vertical.
b) Velocidad mínima de giro para que la profundidad en C sea nula.

r) 1,15 y 1,3 kg/cm^2; 18,6 rad/s.

2.34. Un tubo en U, que contiene un líquido de densidad relativa 2,4 gira alrededor del eje AB tal como se indica en la figura; la velocidad angular es 60 rpm.

Se pide:

a) Presiones en los puntos C, D y E.

b) Velocidad angular para que la presión en el punto medio del tramo horizontal sea igual al del punto C.

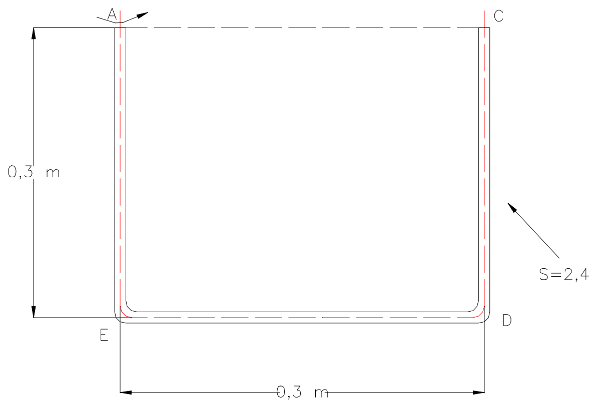


Figura 2.34.

Nota: El extremo C se halla cerrado y el A abierto a la atmósfera.

r) 4,26; 11,32 y 7,06 kPa. 89,13 rpm.

2.35. Un camarero de un parking-bar, que sirve a sus clientes sobre patines, lleva una bandeja un vaso de refresco. El vaso es de sección cuadrada de 8 cm de lado y hay 1 cm desde el líquido hasta el borde del vaso.

a) Calcular la máxima aceleración que podrá alcanzar el camarero, manteniendo la bandeja horizontal, sin derramar nada.

En el mismo bar los combinados se preparan haciendo girar la mezcla en vasos cilíndricos de 8 cm de diámetro y 8 cm de altura. Si en reposo ha también 1 cm desde el líquido hasta el borde del vaso;

b) Calcular la máxima velocidad de giro a la que se puede someter el vaso sin derramar nada.

c) Expresión de la presión en el fondo del vaso, con la velocidad de giro obtenida anteriormente, (p = p(r)).

Datos: Densidad relativa del líquido s = 0,9.

Razonar todo lo realizado.

r) 2,45 m/s^2; 15,65 rad/s; (110250.r^2 + 529,2) Pa

2.36. En el depósito de la figura las dos secciones se encuentran totalmente aisladas una de la otra, mediante una superficie horizontal y una esfera de 2 m de diámetro, que actúa de obturador.

Se pide:

a) Dibujar los prismas de presiones correspondientes a las fuerzas verticales que actúan sobre la esfera.

b) Módulo y sentido de dichas fuerzas.

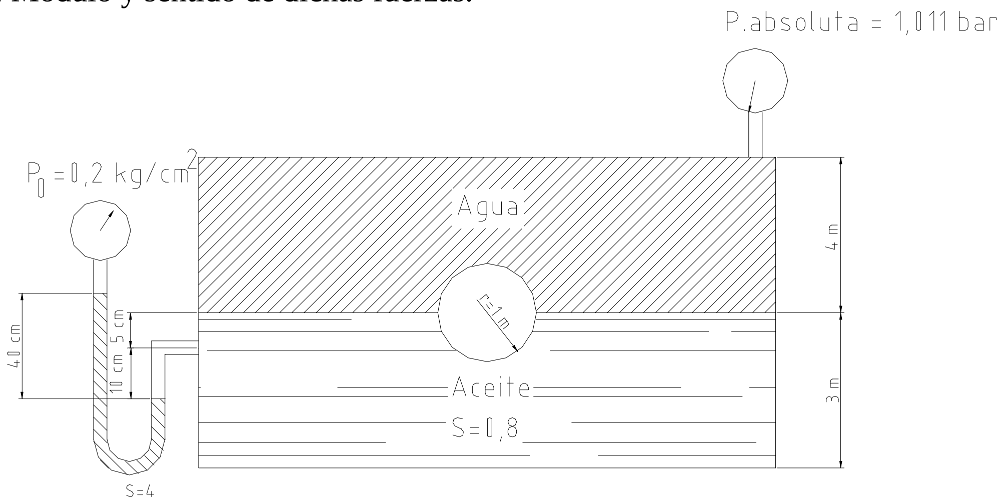


Figura 2.36.

c) Resultante de las fuerzas horizontales y verticales que obran sobre la esfera.

d) Peso que deberá tener la esfera para alcanzar el equilibrio y peso específico si fuese maciza.

Dato: Presión atmosférica 740 mm.c.hg

r) 110,4 kN hacia abajo; 123,6 kN hacia arriba; 0; 13,17 kN; 3.143,4 N/m^3.

2.37. Se tiene una presa de hormigón que ha de soportar el empuje de agua de 10 m de altura; su coronación tiene 2 m y se encuentra situada 1 m por encima de la lámina superior de agua. Teniendo en cuenta que puede helarse una capa de 5 cm de espesor.

Se pide:

a) La anchura de la base si se desea obtener un coeficiente de seguridad al vuelco de 1,8.

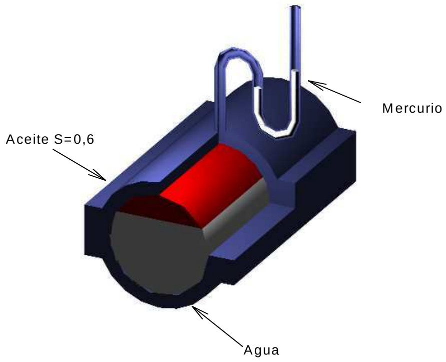
Datos: Presión producida por el hielo = 80 kg/cm^2; peso específico relativo del hormigón = 2,4.

Nota: No se tendrá en cuenta ningún efecto de subpresión.

r) 9,9 m.

2.38. Un gran conducto soportado por su parte superior tal como muestra la figura, conduce agua y aceite bajo presión. Está fabricado con dos secciones semicilíndricas, unidas mediante roblones, que pesan 450 kg/m cada una. Se pide:

a) Dibujar los prismas de presiones horizontales y verticales correspondientes a las fuerzas hidrostáticas que actúan sobre el conducto, calculando las magnitudes de los puntos singulares.



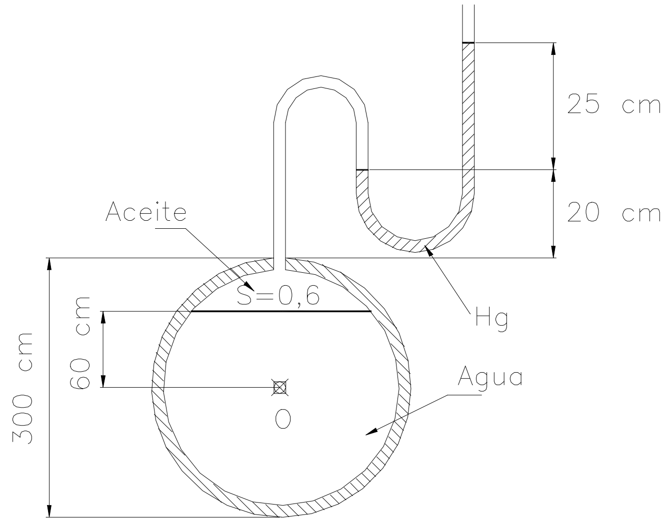


Figura 2.38.

b) Fuerza que actúa sobre la sección semicilíndrica inferior.

c) Fuerza de tracción producida sobre cada roblón, si en un tramo de 6 m existen 100 unidades.

d) Diámetro de los roblones si la tensión admisible de trabajo del acero de que están fabricados es de 10 kg/mm^2.

r) 17.514 kg/m; 1.078 kg; 11,7mm.

2.39. Un hidrómetro pesa 0,035 N y su varilla tiene 5 mm de diámetro. Se pide:

a) Distancia entre las marcas que señalan los pesos específicos relativos de 1,0 y 1,1.

r) 16,5 mm.

2.40. Un tubo cilíndrico, cerrado en un extremo, de 15 cm de longitud, 2 cm^2 de sección y 10 g de masa, se introduce, vertical y longitudinalmente y con la parte abierta hacia abajo, en un recipiente de agua de una sección muy grande en comparación con la del tubo.

Se supondrá que las paredes del tubo tienen un espesor despreciable, que el proceso que se produce al comprimirse el aire es isotérmico y que el peso de éste es igualmente despreciable. Se pide:

a) Desnivel h_2 que existe entre la lámina superior del líquido dentro y fuera del tubo.

b) Altura h_1 del tubo que emerge fuera del líquido.

c) Trazar los prismas de presiones que actúan sobre las paredes y cubierta del tubo.

d) Estudiar la variación de h_2 en función de la presión exterior.

e) Si al recipiente se le adaptara un pistón que pudiera incrementar la presión exterior: ¿Cuál debería ser esta presión para que el tubo se sumergiera totalmente?

r) 5 cm; 9,93 cm; constante; 303.212 Pa.

2.41. La compuerta AB de la figura puede girar sobre su centro de giro A, permaneciendo cerrada gracias a un contrapeso de hormigón. La anchura de la compuerta es 3 m y el peso específico del hormigón 23,6 kN/m^3. Se pide:

a) Volumen mínimo del contrapeso para mantener la compuerta cerrada.
b) Reacción en el tope cuando la lámina de agua sea de 1,50 m y el contrapeso utilizado sea el calculado anteriormente.

r) 1,136 m^3; 11.331,3 N.

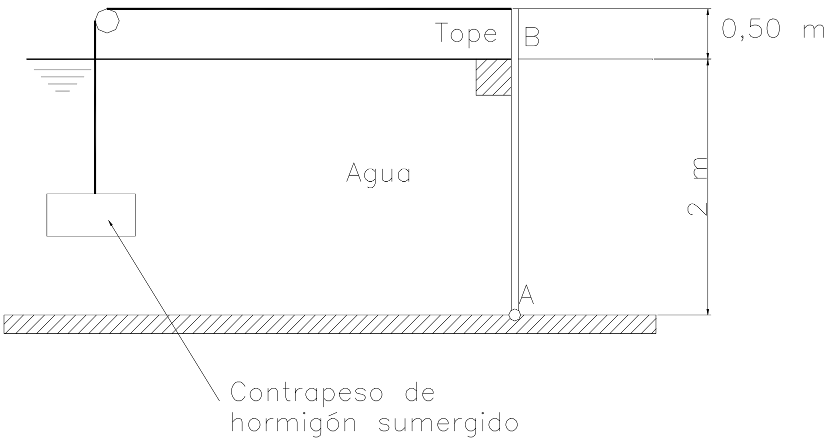


Figura 2.41.

2.42. Dos semiesferas huecas de radios interior y exterior 15 y 15,5 cm respectivamente se unen y se sellan, verificándose a continuación un vacío de 20 kPa de presión absoluta. Se pide:

a) Fuerza necesaria en cada sentido y en la misma dirección para abrir las semiesferas.

Dato: Presión barométrica = 100 kPa

r) 6.133,96 N.

2.43. La botella de cava (S = 0,96) de la figura está presurizada tal como muestra el manómetro de mercurio a ella adaptado. Se pide:

a) Calcular la fuerza total que se ejerce sobre el fondo semiesférico de la botella, dibujando el prisma de presiones correspondiente.
b) Si al agitar la botella se desprenden gases que incrementan la presión, ¿Qué valor de ésta hará salir el corcho de la botella, si la tensión radial de compresión a la que está sometido éste es de 34,7 kPa y el coeficiente del rozamiento entre el corcho y el cristal es de 0,3. Despréciese el peso del corcho.

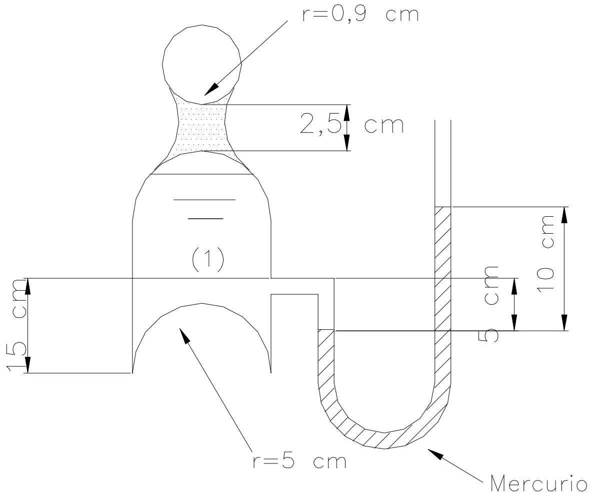


Figura 2.43.

r) 109,6 N; 57,83 kPa ó 6,15 mcl.

2.44. El habitáculo de un invernadero está formado por una gran cubierta de plástico, presurizada interiormente, formando un recinto semiesférico de 50 m de diámetro sobre un cilindro de 4 m de altura.

La unión del invernadero con el suelo se efectúa mediante tirantes dispuestos cada 50 cm. Se desea conocer:

a) La presión en kPa a que deberá presurizarse el interior del invernadero si la lona pesa 2 kg por m^2 de superficie y se desea obtener un coeficiente de seguridad de 2,5.

b) La tensión de tracción en cada uno de los tirantes.

Dato: Peso específico del aire = 1,29 kg/m^3.

r) 0,3244 kPa; 426,3 N.

2.45. Un globo esférico de 12 m de diámetro está abierto en su parte inferior y es llenado de hidrógeno. Teniendo en cuenta que la lectura barométrica es 710 torr y la temperatura de 20^o C, se pide:

a) Peso de la carcasa del globo para que se mantenga en equilibrio.

Datos: R_H = 4.124 N.m / kg K ; R_{aire} = 287,14 N.m / kg K

r) 9.279 N.

2.46. En la compuerta de la figura, formada por un cuarto de cilindro de 2 m de radio y 2 m de longitud normal al plano del dibujo, se pide:

a) Componente horizontal de la fuerza ejercida por el agua.
b) Componente vertical.
c) Fuerza F necesaria para abrirla en el supuesto de despreciar su peso.

Dato: Distancia del centro de gravedad de un cuarto de círculo a los radios que lo limitan = 4R/3p.

r) 156.800 N; 179.175 N; 0.

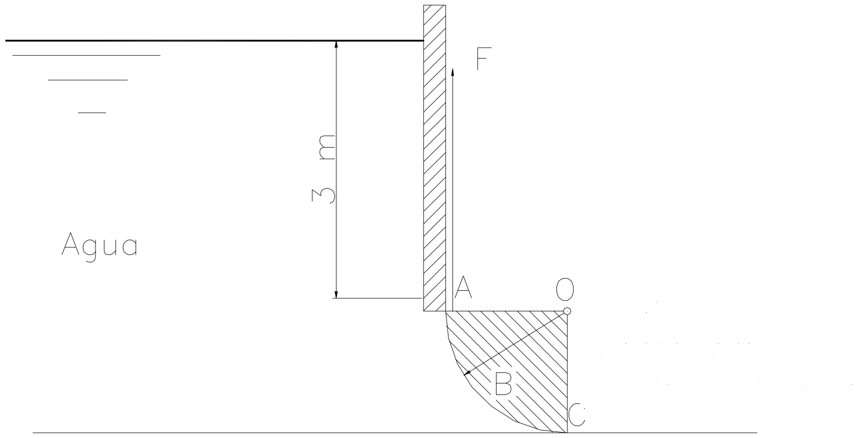


Figura 2.46.

2.47. La compuerta plana de la figura pesa 2.000 N por m de longitud perpendicular al plano del papel, teniendo su centro de gravedad a 2 m de su articulación O. Razonando su resolución se pide:

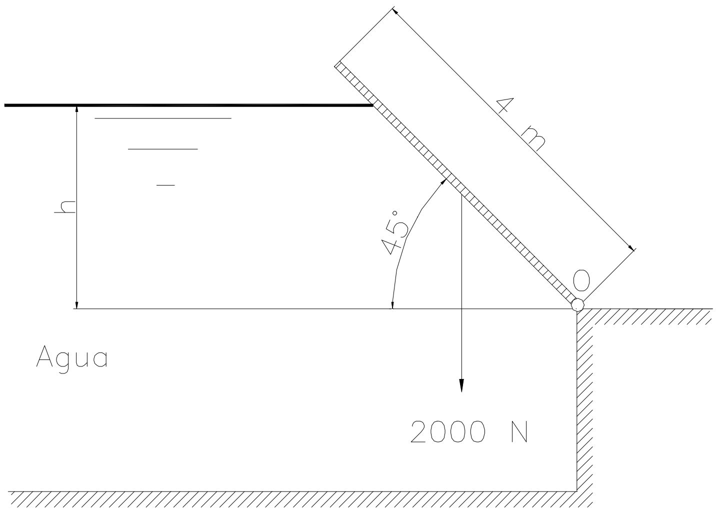


Figura 2.47.

a) Cota h para la que la compuerta se encuentra en equilibrio.
b) Dibujar el prisma de presiones, calculando los valores de los puntos singulares.

r) 0,95 m.

2.48 La figura representa un aliviadero automático de presa AOB. El ángulo AOB es rígido; W es un contrapeso cuyo centro de gravedad se encuentra a una distancia de 1,65 m de 0. El aliviadero está en equilibrio cuando el nivel del agua se encuentra como en la figura.

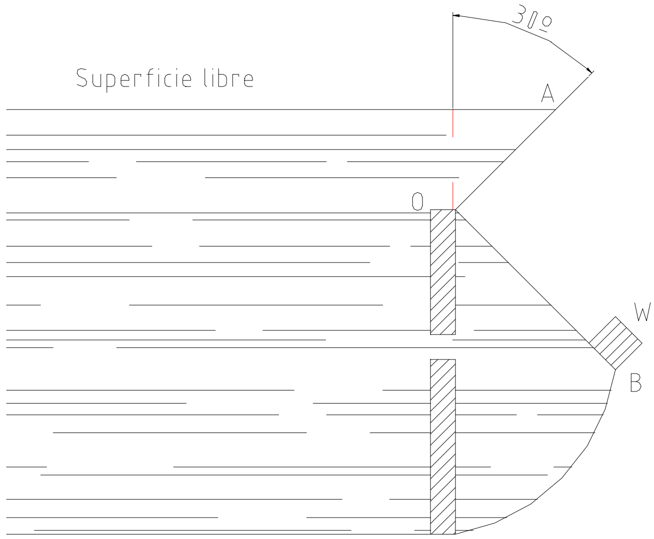


Figura 2.48.

Se pide:

a) Fuerza debida a la presión hidrostática del agua sobre OA.
b) Línea de acción de la fuerza sobre OA, delimitada por la distancia a O.
c) Fuerza sobre OB.
d) Línea de acción de la fuerza sobre OB, delimitada por la distancia a O.
e) Magnitud del contrapeso.

Datos: OA = 1,5 m; OB = 1,8 m; masa de la hoja OA = 3.000 kg; masa de la hoja OB = 3.600 kg; dimensión normal al dibujo = 4 m.

r) 38,2 kN; 0,5 m; 123,5 kN; 0,977 m; 44,1 kN.

2.49. Con el fin de realizar excavaciones para la ubicación de la cimentación de las pilas de un puente que ha de salvar una bahía, se dispone de unos cilindros de 4 m de diámetro y 3 m de altura, cerrados en su parte superior, tal como muestra la figura.

Se pide:

a) Fuerza que sufre el cilindro en la dirección +X. Dibújese el correspondiente prisma de presiones.

b) Espesor que han de tener las paredes laterales del cilindro si se desea hacer trabajar el acero como máximo a 1 kg/mm^2.

c) Fuerza de hinque si la totalidad del cilindro se realiza con el espesor calculado en b).

d) Si en un determinado momento se dejara entrar agua en el interior del cilindro ¿Qué volumen de agua llegaría a entrar y qué presión alcanzaría el aire en su interior?

Datos: Presión absoluta del interior del cilindro = 12 mca; densidad relativa del acero = 7,8; Idem del agua de mar = 1,04.

Notas: Considérense solamente los esfuerzos radiales; puede despreciarse el espesor de las paredes para realizar ciertos cálculos; en la compresión del aire se considerará proceso isotérmico.

r) 2,83 MN; 4,45 cm; 2,52 MN; 23,75 m^3; 215,15 kPa.

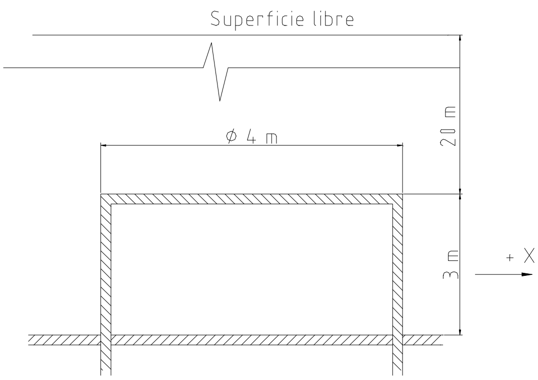


Figura 2.49.

2.50. El indicador de gasolina (S =0,68) de un coche marca proporcionalmente a la presión manométrica del fondo del depósito. Si el depósito tiene 30 cm de altura y contiene accidentalmente 3 cm de agua, se pide:

a) Altura de aire que habrá en la parte superior del depósito cuando el indicador señale erróneamente que se encuentra lleno.

r) 1,41 cm.

2.51. La compuerta AB de la figura mide 3 m en la dirección normal al dibujo, está articulada en B y tiene un tope en A. Se pide:

a) Nivel h del agua en el momento de alcanzar el equilibrio si el peso se encuentra fuera del agua.
b) Idem si el peso se halla sumergido.

Dato: Densidad relativa del peso = 2,4.

Nota: Despréciese el peso de la compuerta.

r) 3,23 m; 2,7 m.

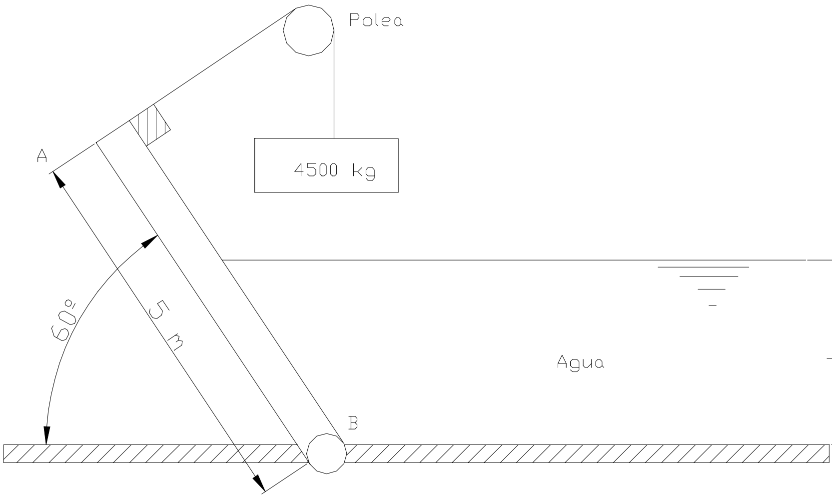


Figura 2.51.

2.52. En la compuerta AO de la figura, en situación de equilibrio, se pide:

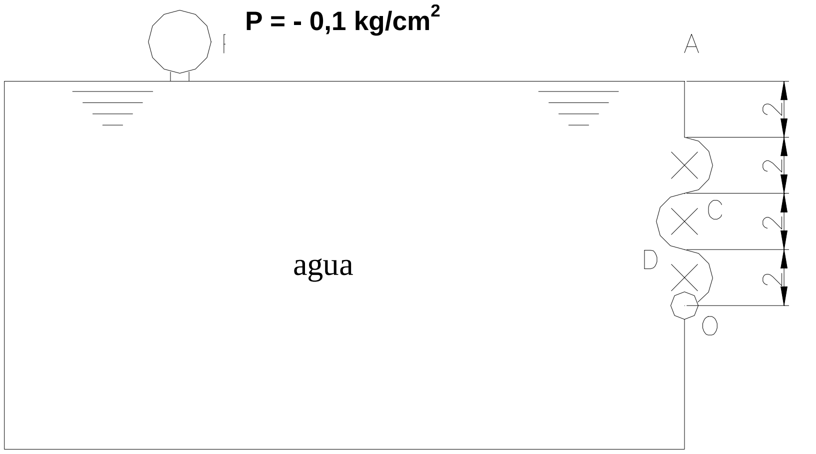
a) Resultante y línea de acción de las fuerzas horizontales que ejerce el fluido sobre la compuerta, dibujando los prismas de presiones.

b) Idem de las fuerzas verticales.

b) Momento respecto al eje 0.

Datos: Anchura normal al dibujo = 2m; El manómetro indica: –0,1 kg/cm^2

r) 470,4 kN; 30,79 kN; 1,083 mMN.



Cotas expresadas en metros

Figura 2.52.

2.53. Se tiene una esfera hueca de 10 cm de diámetro interior sometida a una presión interna de 50 kg/cm^2. Se pide:

a) Espesor de la pared si la tensión admisible de trabajo es 2 kg/mm^2.

r) 6,25 mm.

2.54. El depósito mostrado en la figura está dividido en dos compartimentos independientes, estando presurizadas las dos secciones superiores, que se encuentran llenas de aire.

Una esfera de madera maciza está unida a la pared de separación de los dos compartimentos, tal como se muestra. Se pide:

a) Dibujar los prismas de presiones correspondientes a las fuerzas hidrostáticas horizontales y verticales que actúan sobre la esfera, acotando los puntos singulares.

b) Resultante de las fuerzas verticales.

c) Resultante de las fuerzas horizontales.

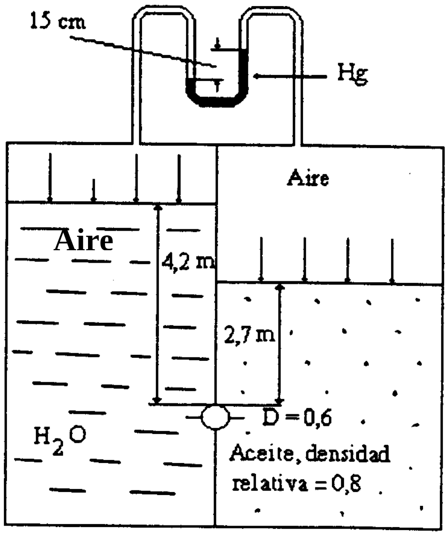


Figura 2.54.

Dato: Peso específico relativo de la madera = 0,6.

r) 332,5 N; 11471,5 N.

2.55. El depósito de la figura descansa sobre cuatro cilindros que actúan como pistones, quedando equilibrados por la fuerza ejercida por la presión de aceite situado en su interior, cuyo peso específico relativo (S) es 0,8. El peso del depósito vacío es de 750 N y la profundidad normal al plano del dibujo es 0,5 m. Se pide:

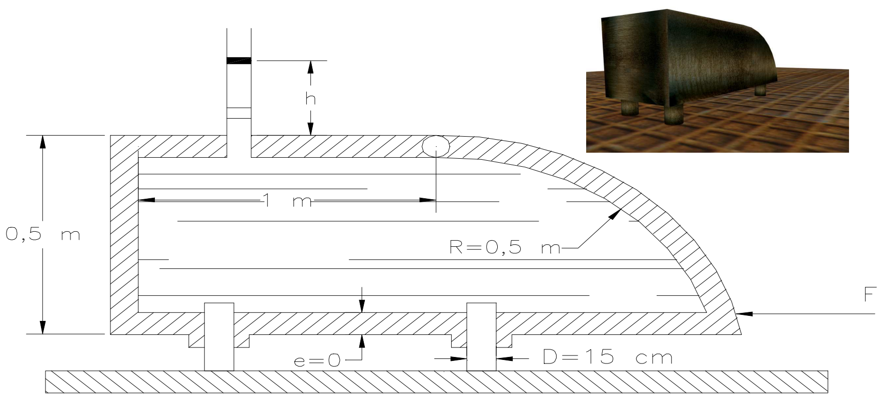


Figura 2.55.

a) Calcular la altura h que alcanzará el fluido en el piezómetro abierto.
b) Dibujar los prismas de presiones y calcular las fuerzas correspondientes sobre las paredes laterales grandes y sobre la compuerta curva.
c) Calcular la fuerza horizontal F que habrá de realizarse para que no se abra la compuerta, si se requiere un coeficiente de seguridad de 3.
d) Espesor que tendrían que tener las paredes del depósito para resistir el esfuerzo longitudinal, si la tensión admisible de trabajo es de 10 N/mm^2. Se supondrá para realizar el cálculo, la presión máxima existente en el depósito.

Nota: Hágase el problema en el sistema internacional.

r) 5,78 m; 32.978 N; 16.517 N; 35.458 N; 0,615 mm.

2.56. Tomando como base las figuras que se adjuntan, se pide:

a) Dibujar las prismas de presiones correspondientes a las fuerzas hidrostáticas sobre las compuertas planas AB (casos 1 a 5), sobre las cilíndricas (casos 6 a 9) y sobre la plano-cilíndrica (caso 10). Dichos prismas corresponderán a las fuerzas hacia la derecha, izquierda, arriba y abajo. Deberán calcularse las presiones en los puntos singulares.
b) En los casos 4, 5 y en la parte plana del 10, se dibujarán, además, los prismas correspondientes a las fuerzas resultantes.

Nota: SL significa Superficie Libre.

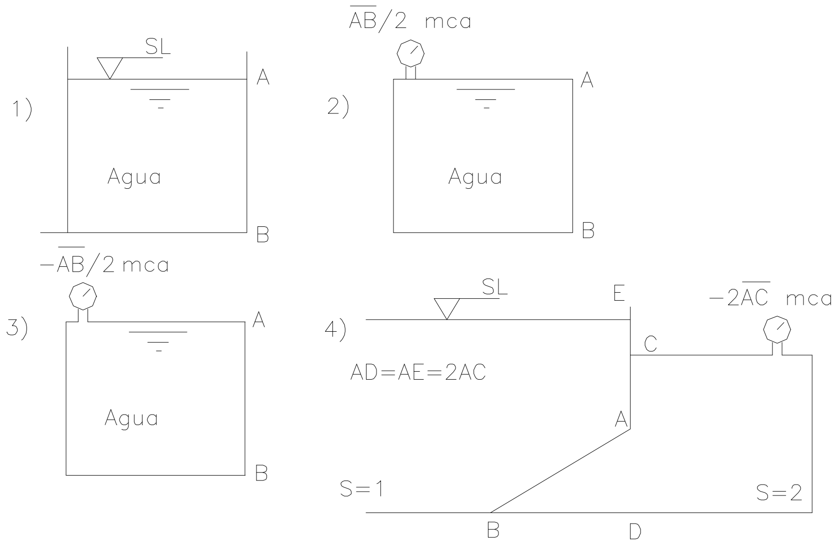


Figura 2.56.

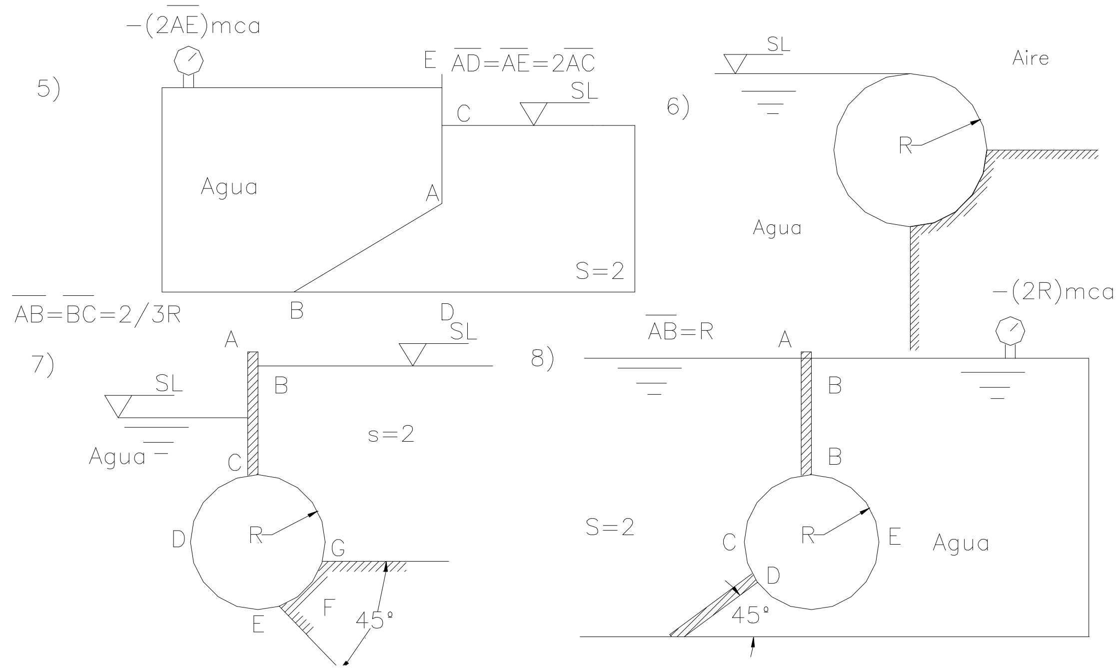


Figura 2.56.

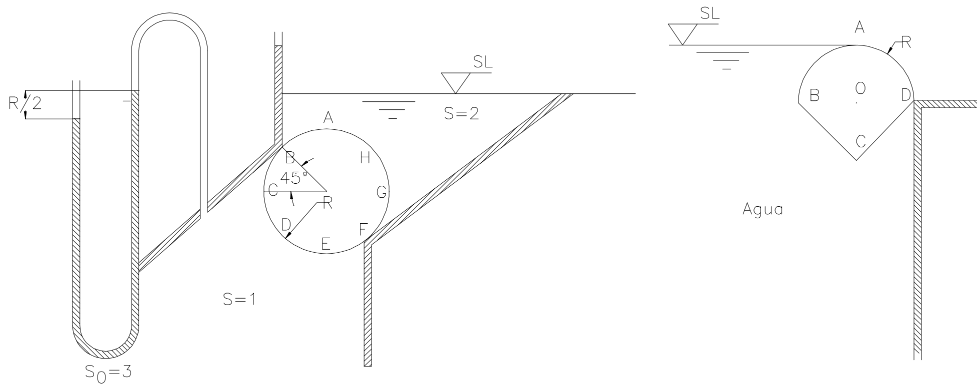


Figura 2.56.

2.57. Un cilindro abierto por una base de 0,2 m^2 de sección se introduce normalmente en un gran depósito con la base abierta hacía abajo y hasta una profundidad de 10 m contada desde la base cerrada permaneciendo en dicha posición en equilibrio. El cilindro tiene una longitud l = 50 cm y la presión atmosférica exterior es de 760 mm de Hg, permaneciendo la temperatura constante.

Se pide:

a) ¿Hasta que altura penetrará el agua en el interior del cilindro?.
b) ¿Cuál será el peso de dicho cilindro?.
c) Dibujar los prismas de presiones acotados correspondientes a las fuerzas que actúan sobre las paredes del cilindro.
Razónese todo lo que se haga.

r) 0,249 m; 491,96 N.

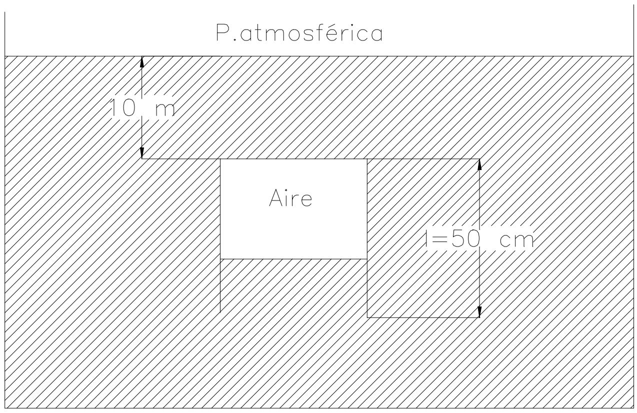


Figura 2.57.

2.58. ¿A qué profundidad se sumergirá en el océano un objeto homogéneo (γ = 10,4 kN/m^3) si el peso específico del océano varía con la profundidad de acuerdo con la relación: γ(kN/m^3) = 10,0 + 0,0081.$\sqrt{z}$.

Nota: z es la profundidad en m.

r) 2438,65 m.

2.59. Imagínese un líquido que cuando está en reposo se estratifica de forma que su peso específico se incrementa proporcionalmente a la presión con una constante de proporcionalidad k. Si el peso específico en la superficie libre es γ_0:

a) ¿Cuál es la presión en función de la profundidad h, γ_0 y k?.
b) Si γ_0 = 12000 N/m^3, k = 0,05 m^{-1} = 0,05 N/J, calcular la presión en el fondo de un depósito de 6 m de profundidad que contiene este líquido en m.c.l. y Pa.
c) En cuanto aumenta esta presión en m.c.l. con respecto al caso de considerar el fluido incompresible.
d) Si el fondo del depósito es de sección cuadrada de 1 m de lado, calcular la fuerza que realiza el líquido en kN en el fondo.

r) $P=\gamma_0 (e^{kh}-1)/k$;   7 mcl; 83,966 kN.

2.60. Se dice que Arquímedes descubrió las leyes de flotabilidad cuando el rey Herón de Siracusa le pidió que le dijera si su nueva corona era de oro (s = 19,3). Arquímedes comprobó que la corona pesaba 13 N en el aire y 11,8 N en el agua.

a) ¿Era de oro o no?.
b) Calcular el volumen de la corona en cm^3.

r) No era de oro;   122,4 cm^3.

2.61. La presión barométrica al nivel del mar es 764,54 mm de Hg cuando en la cumbre de una montaña es de 737,6 mm de Hg. Si la T = 13,9 ºC es constante. ¿Cuál es la densidad en la cumbre de la montaña? y ¿cuál es la elevación de la montaña?.

Datos: $R_{universal}$ = 8314,5 N.m/kg.mol.ºK; M_{aire} = 29.

r) 1,195 kg/m^3; 301,1 m.

2.62. En la figura se representa la sección transversal de una compuerta articulada en el punto “O” y formada por una parte plana y otra cilíndrica.

Al llenarse el embalse, el agua a través del canal B, se introduce en el recinto C cuya misión es regular la apertura de la compuerta.

Sabiendo que el peso de la compuerta es de 4000 kg por metro de longitud normal al plano del dibujo y que el centro de gravedad se encuentra a 2,4 m de la articulación “O”. Se quiere saber:

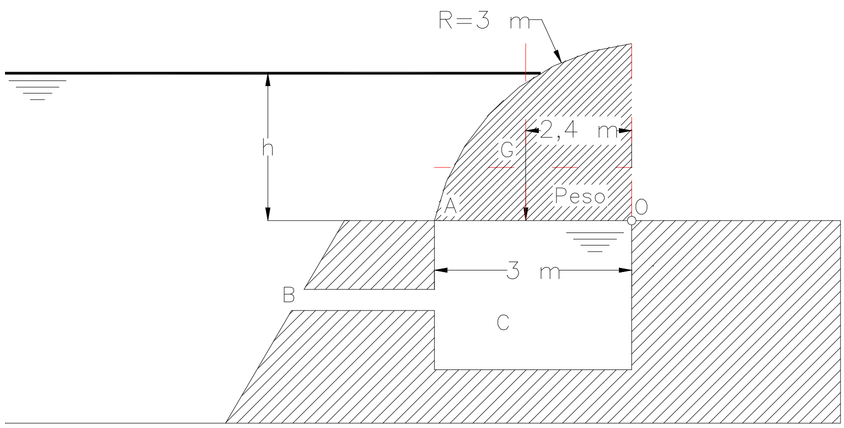


Figura 2.62.

a) La altura máxima h para la cual permanecerá cerrada la compuerta. Para h = 1,5 m.
b) Fuerza ejercida por la compuerta sobre el tope A.
c) Fuerzas de reacción en la articulación “O”.

Nota: Dibújense todos los prismas de presiones acotados, necesarios para el cálculo de las fuerzas hidrostáticas.

r) 2,133 m; 9310 N; 11025 y 12296 N.

2.63. Se quiere extraer del fondo del mar un cañón de un bergantín inglés hundido por una fragata española en el siglo XVIIII. El cañón está a una profundidad de 60 m, y tiene una masa de 650 kg, y un volumen de 0,13 m^3. Para ello se sujeta a un globo que se llena de aire comprimido que procede de una botella de buceo. Se supone que el globo se encuentra a la misma profundidad que el cañón.

a) Calcular el volumen mínimo de aire (1) necesario en el globo para poder extraer el cañón.

b) Si la presión del aire dentro del globo es la misma que la del agua a la profundidad donde está el cañón, calcular la masa de aire necesaria en el globo para ocupar el volumen mínimo necesario (T = 30 ºC).

c) Si el globo se llena con aire que procede de una botella de buceo de 20 l de capacidad con una presión absoluta inicial de 200 bar, calcular la presión absoluta final de la botella, después del llenado del globo (bar).

Datos: Densidad del agua de mar = 1025 kg/m^3.
La temperatura del aire = 30 ºC y permanece constante (proceso isotérmico).
Presión atmosférica = 1 bar.
R_{aire} = 287 mN/kg.K

r) 0,50415 m^3; 4,074 kg; 22,87 bar.

2.64. La compuerta OBC controla un vertedero de una presa, tiene de radio 8 m y anchura 10 m, su masa es 10 t y su eje de giro es "O". Su centro de masas es el punto A, siendo la distancia OA = 5 m como se indica la figura.

Para realizar la apertura de la compuerta consta de un pistón hidraúlico como se indica en la figura.

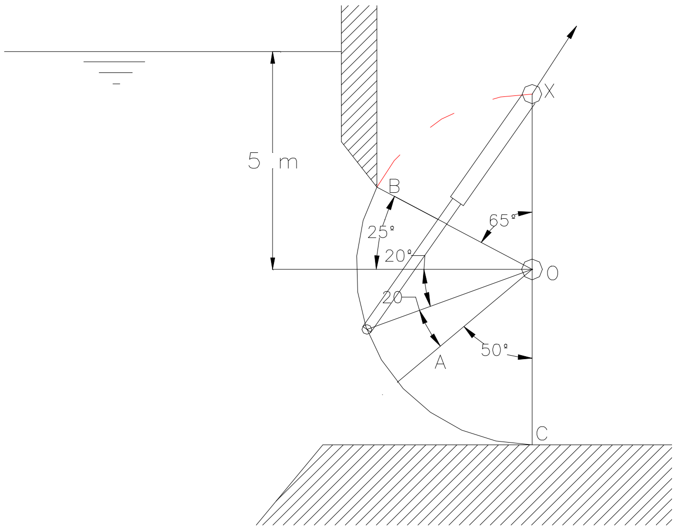


Figura 2.64.

Se pide:

a) Calcular las componentes horizontal y vertical de la fuerza que ejerce el agua sobre la compuerta, dibujando previamente los prismas de presiones (horizontal y vertical) correspondientes.

b) Fuerza resultante, de la acción del agua sobre la compuerta, en módulo dirección y sentido, indicando su línea de acción.

c) Fuerza que tendrá que realizar el pistón hidraúlico (dirección x) para iniciar la apertura de la misma.

d) ¿Cómo influye la presión del agua en la fuerza del pistón?.

r) 8153 kN; 8646 kN; 11884 kN; 46,7 º; 81,8 kN; No influye.

2.65. La compuerta OA semicilíndrica de la Figura es de 1 m de profundidad normal al plano del dibujo está articulada en "O" y unida en A a la pared del depósito mediante 5 pernos o tornillos repartidos a lo largo del metro de profundidad. La compuerta pesa 750 kg y su centro de gravedad está a 1,25 m de la vertical por O.

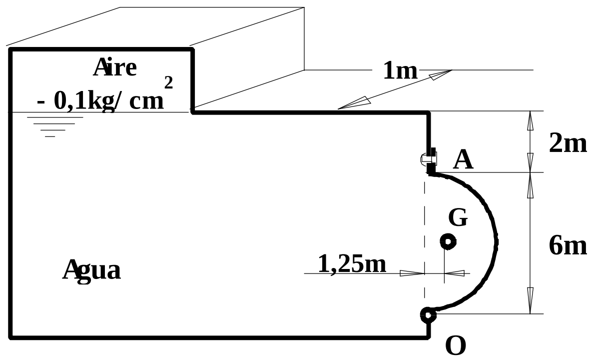


Figura 2.65.

a) Calcular la componente horizontal de la Fuerza Hidrostática sobre la compuerta, dibujando previamente el prisma de presiones acotado.

b) Calcular la Componente Vertical de la Fuerza Hidrostática sobre la compuerta, dibujando previamente el prisma de presiones acotado.

c) Calcular la Fuerza Hidrostática Resultante sobre dicha compuerta y su Línea de Acción o la de cada una de las componentes.

d) Fuerza a que está sometido cada uno de los pernos para mantener el equilibrio teniendo en cuenta que todos los pernos soportan el mismo esfuerzo.

e) Diámetro de cada uno de los pernos si la σ_{ad} =150 N/mm^2.

f) Reacciones en la articulación "O".

r) F_H = 235200 N, F_V = 138544,24 N, R = 272971,69 N;x_H = 2,25 m;y_V = 1,27 m, F = 119136,3 N, ϕ = 14,22 mm, O_x = 116143,55 N; O_y = 145894,23 N.

2.66. La compuerta OAB de la Figura está articulada en O y sellada en B. Es una compuerta con forma de cuarto de círculo de R = 2 m.

a) Dibujar todos los prismas de presiones acotados de la sección del agua sobre la compuerta cuando Z = 3,5 m.

b) Calcular la fuerza horizontal y vertical del agua sobre la compuerta y las respectivas líneas de acción.

c) Reacción en el tope B.

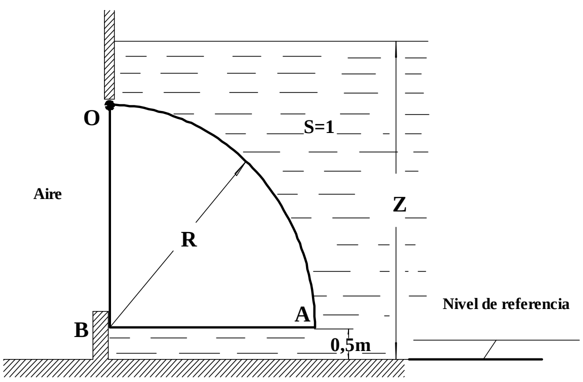


Figura 2.66.

Nota: Ancho de la compuerta b = 1 m; Despreciar el peso de la compuerta.

r) 39200 N; 1,1667 m; 30787,6 N; 0,8488 m; R_B = 9800 N

2.67. Suponiendo nuestra atmósfera isoterma, calcular la variación de la presión con la altura y de la densidad del aire con la altura.

Calcular el valor de la presión y de la densidad en esta atmósfera isotérmica a una altitud de 1200 m.

Comparar el valor de la presión obtenida con el de la expresión aproximada P = 10,33-Z/900 (mca).

Datos: Al nivel del mar: $Z_0 = 0$; $P_0 = 10,33$ mca; $\rho_0 = 1,225$ kg/m^3.

r) 8,96 mca; 1,0625 kg/m^3.

2.68. Calcular el valor H para la cual esta válvula de cono empezará a permitir la fuga.

Datos: P = 6700 N; $W_{válvula}$ = 2225 N; h = 1,8 m; l = 0,9 m; d=1,5 m.

Nota: Volumen del cono:

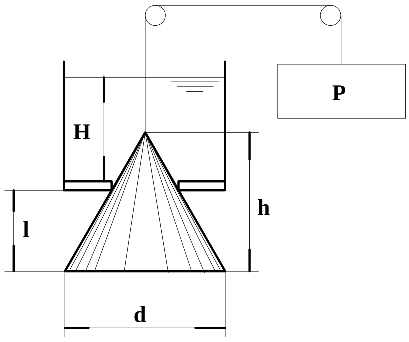


Figura 2.68.

r) 1,33 m

TEMA 3

Conservación de la masa y la energía en un flujo. Aparatos de medición.

Introducción.

En este capítulo se presenta una serie de ejercicios sobre la ecuación de la continuidad (ó conservación de la masa de un flujo) y sobre la ecuación de Bernoulli (ó conservación de la energía en un flujo). Así mismo, se plantean una serie de ejercicios sobre aparatos de medición que se fundamentan en las dos ecuaciones anteriormente mencionadas.

Problemas resueltos de exámen.

3.1. Por un conducto fluye aire; en su sección A el diámetro es de 100 mm, la temperatura 15º C, la presión 3 kg/cm^2 y la velocidad 25 m/s. En la sección B el diámetro es de 200 mm, la temperatura -5ºC y la presión 1,5 kg/cm^2. Se pide:

a) Velocidad en la sección B.
b) Caudal en peso.

Dato: Constante universal del aire = 287,14 m.N/kg K.

Resolución

$$\boxed{\begin{array}{l} Datos: Aire; R_{aire} = 287{,}14\ {}^{m\times N}\!\big/_{kg\times K}; D_A = 100\ mm; D_B = 200\ mm; T_A = 15\ ^{o}C \\ T_B = -5\ ^{o}C; P_A = 3\ kg/cm^2; P_B = 1{,}5\ kg/cm^2; V_A = 25\ m/s; P_{atm} = 1{,}033\ kg/cm^2 \end{array}}$$

a) Velocidad en B.

Ecuación de la continuidad: $\dot{m}\times A = \dot{m}\times B \Rightarrow \rho_A \times v_A \times A_A = \rho_B \times v_B \times A_B$

Ecuación de estado de los gases perfectos: $P = \rho\times R\times T \Rightarrow \rho = \dfrac{P}{R\times T}$ .Donde P y T son absolutas.

$$\rho_A = \frac{P_A}{R_{aire}\times T_A} = \frac{(3+1{,}033)\times 9{,}8.10^4}{287{,}14\times(151+273)} = 4{,}83\ kg/m^3$$

$$\rho_B = \frac{P_B}{R_{aire}\times T_B} = \frac{(1{,}5+1{,}033)\times 9{,}8.10^4}{287{,}14\times(-5+273)} = 3{,}26\ kg/m^3$$

$$\rho_A \times v_A \times A_A = \rho_B \times v_B \times A_B \Rightarrow 4{,}83\times 25\times\pi\times\frac{0{,}1^2}{4} = 3{,}26\times v_B\times\pi\times\frac{0{,}2^2}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_B = 9{,}25\ m/s$$

$$\boxed{v_B = 9{,}25\ m/s}$$

Caudal en peso.

$$\dot{m}\times(kg/s)\times 9{,}8\ N/kg = \rho_A \times v_A \times A_A \times 9{,}8 = 4{,}83\times 25\times \pi \times \frac{0{,}1^2}{4}\times 9{,}8$$

$$\boxed{\text{Caudal en peso = 9,29 N/s}}$$

3.2. Por la pieza en Y de la figura circula agua a 20 ºC (ρ = 1000 kg/m^3). El flujo en peso (entrante) en la sección 1 es de 5300 N/s, y la velocidad en la sección 3 es de 5 m/s.

Calcular:

a) Velocidad en la secciòn 1.
b) Flujo másico saliente en la sección 3.
c) Velocidad en la sección 3.

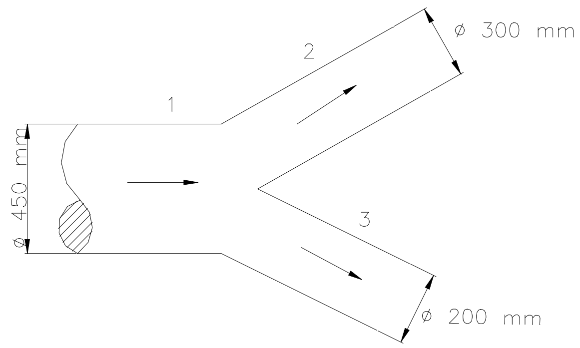


Figura 3.2.

Resolución

$$\boxed{\begin{array}{l} Datos: Agua; T = 20\ ^{\circ}C; V_3 = 5\ m/s; \rho = 1000\ kg/m^3; Flujo\ en\ peso\ en\ 1 = 5300\ N/s \\ D_1 = 450\ mm; D_2 = 300\ mm; D_3 = 200\ mm \end{array}}$$

a) Velocidad en la sección 1.

Ecuación de la continuidad, $\dot{m}_1 = \rho_1 v_1 Z_1$

$$\dot{m}_1 = 5300\ N/s \times \frac{1\ kg}{9{,}8\ N} = 540{,}8\ kg/s; 540{,}8 = 10^3 \times V_1 \times \pi \times \frac{0{,}45^2}{4} =$$

$$V_1 = 3{,}4\ m/s$$

$$\boxed{V_1 = 3{,}4\ m/s}$$

b) Flujo másico en la sección 3 $(\dot{m}_3)$.

Ecuación de continuidad; $\dot{m}_3 = \rho \times v_3 \times A_3 = 10^3 \times 5 \times \pi \times \dfrac{0{,}2^2}{4} = 157{,}08\ kg/s$

$$\boxed{\dot{m}_3 = 157{,}08\ kg/s}$$

c) Velocidad en la sección 2 (V_2).

Ecuación de la continuidad; $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \Rightarrow \dot{m}_2 = \dot{m}_1 - \dot{m}_3 = 540{,}8 - 157 = 383{,}8\ kg/s$

$$\dot{m}_2 = \rho \times v_2 \times A_2 \Rightarrow 383{,}8 = 10^3 \times v_2 \times \pi \times \frac{0{,}3^2}{4} \Rightarrow v_2 = 5{,}429\ m/s$$

$$\boxed{v_2 = 5{,}429\ m/s}$$

d) Flujo volumétrico en la sección 2, (Q_2).

Ecuación de la continuidad = $\dot{m}_2 = \rho \times Q_2 \Rightarrow Q_2 = \dfrac{\dot{m}_2}{\rho} = \dfrac{383{,}8}{10^3} = 0{,}3838\ m^3/s$

$$\boxed{\dot{m}_2 = 0{,}3838\ m^3/s}$$

3.3. En el sistema mostrado en la figura adjunta, la bomba BC debe producir un caudal de 160 l/s de un aceite de densidad relativa 0,762 hacia el recipiente D. Sabiendo que la pérdida de energía entre A y B es 2,6 mca y entre C y D es de 6,5 mcl, se pide:

a) Potencia útil de la bomba.

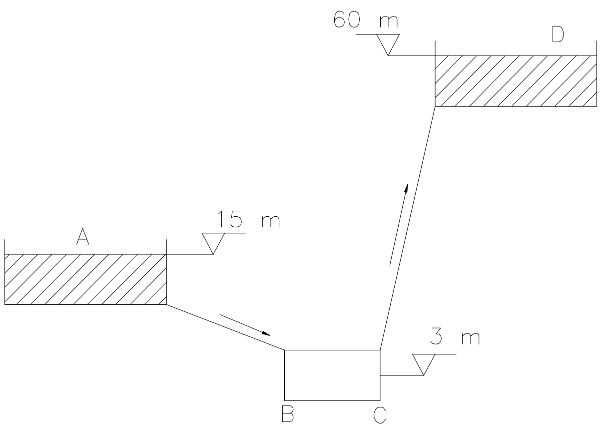


Figura 3.3.

Resolución

$$\boxed{Datos; Q = 160\ l/s; s = 0{,}762; hf_{AB}; hf_{CD} = 6{,}5\ mcl}$$

a) Potencia útil de la bomba.

Ecuación de Bernoulli:

$$B_A - hf_{AB} + H_m - hf_{CD} = B_D \Rightarrow 15 - \frac{2{,}6}{0{,}762} + H_m - 6{,}5 = 60 \Rightarrow$$
$$H_m = 54{,}9\ mcl$$

$$Potencia_{útil} = H_m \times Q \times \gamma = 54{,}9 \times 160 \times 10^{-3} \times 0{,}762 \times 9800 =$$
$$65609{,}8\ W$$

$$\boxed{Pot_{útil} = 65{,}61\ kW}$$

3.4. El abastecimiento de agua a un núcleo parte de un depósito ubicado en la cota 300, el cual suministra agua a un sistema de riego a través de una boquilla, a un depósito presurizado y a un depósito abierto, tal como muestra la figura. Se pide:

a) Caudales circulantes por las tuberías 1, 2, 3, 4 y 5.

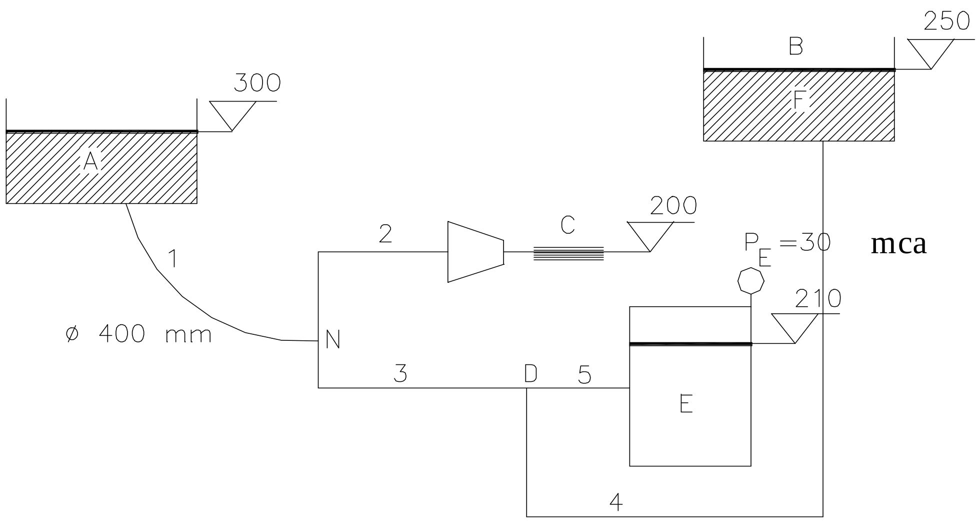


Figura 3.4.

Datos: Factor de paso de 1 = 500; pérdida de potencia en 2 = 4.900 W; hf_3 = 3 mca; pérdida de carga en 4 = 514,71 Torr; pérdida de potencia en 5 = 490 W; diámetro de salida de la boquilla = 65,5 mm.

Resolución

	H_f
1	$K_1 = 500$
2	Pot = 4900 W
3	3 mca
4	514,71 Torr
5	Pot = 490 W

Ecuación de Bernoulli:

$$B_D - hf_4 = B_F\,(mca); B_D = B_F + hf_4 = Z_F + hf_4 = 250 + 514{,}71.10^3 \times 13{,}6 =$$
$$250 + 7 = 257\ mca$$

$$B_D - hf_5 = B_R(mca); hf_5 = B_D - B_E = B_D - \left(Z_E + \frac{P_E}{\gamma}\right) =$$
$$257 - (210 + 30) = 17\ mca$$

Relación potencia-Bernoulli:

$$Pot_{5\ perdida} = hf_5 \times Q_5 \times \gamma \Rightarrow Q_5 = \frac{Pot_{5\ perdida}}{hf_5 \times \gamma} = \frac{490}{17 \times 9800} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Q_5 = 2{,}95.10^{-3}\ m^3/s = 2{,}95\ l/s$$

$$\boxed{Q_5 = 2{,}95\ l/s}$$

$$B_A - hf_1 - hf_3 - hf_4 = B_F\,(mca)$$
$$hf_1 = B_A - hf_3 - hf_4 - B_F = Z_A - hf_3 - hf_4 =$$
$$300 - 3 - 7 - 250 = 40\ mca$$

Las pérdidas de carga en la tubería 1 son proporcionales a la energía cinética del agua, siendo la constante de proporcionalidad el factor de paso k_1.

$$hf_1 = k_1 \times \frac{v_1^{\ 2}}{2g} \Rightarrow v_1 = \left[\frac{2g \times hf_1}{k_1}\right]^{1/2} = \frac{2 \times 9{,}8 \times 40}{500} = 1{,}252\ m/s$$

Ecuación de la continuidad: $Q = v \times A$

$$Q_1 = v_1 \times A_1 = v_1 \times \pi \times D_1^{\ 2}/4 = 1{,}252 \times \pi \times \frac{0{,}4^2}{4} = 0{,}1574\ m^3/s$$

$$\boxed{Q_1 = 157{,}4\ l/s}$$

$$B_A - hf_1 - hf_2 = B_C\,(mca)(1)$$

$$hf_2 = \frac{Pot_2^{\ perdida}}{Q_2 \times \gamma} = \frac{4900}{Q_2 \times 9800} = \frac{0{,}5}{Q_2}$$

$$B_C = Z_C + \frac{V_C^{\ 2}}{2g}$$

$$V_C = \frac{4 \times Q_2}{\pi \times D_2^{\ 2}} = \frac{4 \times Q_2}{\pi \times 0{,}0655^2} = 296{,}77\ Q^2$$

$$B_C = 200 + \frac{(296{,}77 \times Q_2)^2}{2g} = 200 + 4493{,}49\ Q_2^{\ 2}$$

Volviendo a la ecuación (1).

$$300 - 40 - \frac{0{,}5}{Q_2} = 200 + 4493{,}49 \times Q_2^{\ 2} \Rightarrow -60 + \frac{0{,}5}{Q_2} + 4493{,}49 \times Q_2^{\ 2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4493{,}49 \times Q_2^{\ 3} - 60 \times Q_2 + 0{,}5 = 0$$

Newton-Rapson:

$$Q_{i+1} = Q_i - \frac{f(Q_i)}{f'(Q_i)}$$

$$\boxed{Q_2 = 111\, l/s}$$

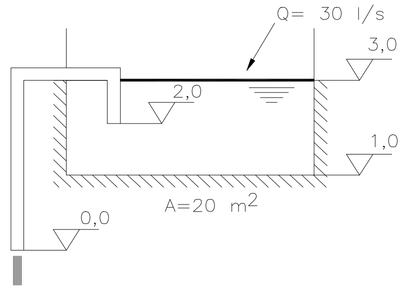
Nudo N: $\sum Q_{entra} = \sum Q_{sale} \Rightarrow Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_3 = Q_1 - Q_2$

$$\boxed{Q_3 = 46{,}4\ l/s}$$

Nudo D: $\sum Q_{entra} = \sum Q_{sale} \Rightarrow Q_3 = Q_4 + Q_5 \Rightarrow Q_4 = Q_3 - Q_4$

$$\boxed{Q_4 = 43{,}5\ l/s}$$

3.5. Un depósito rectangular alimentado de forma permanente por un flujo de 30 l/s de agua, tiene una superficie trasversal de 20 m^2.

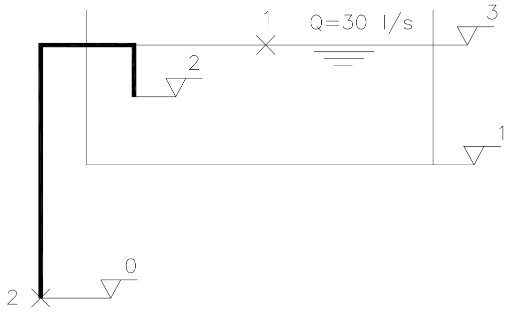


Un sifón de 100 mm de diámetro asegura el vaciado del depósito. Con los datos indicados en la figura y partiendo del momento en que se encuentra lleno y por tanto el sifón cebado, se pide:

a) Deducir si el depósito se vaciará, desbordará.

b) Expresión que proporcione la altura de la lámina de agua en función del tiempo.
c) Deducir si se podrá alcanzar el régimen permanente.
d) Tiempo que tardará el agua en alcanzar la cota mínima.

Nota: Despréciense las pérdidas de carga.



Resolución.

$$\boxed{Datos: D = 100\ mm; A = 20\ m^2}$$

a) Deducir si el depósito se vaciará o se desbordará.

Inicialmente (Z = 3).

$$B_1 = B_2 \quad (hf_{12} = 0)$$

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{2gZ_1} == \sqrt{19{,}63} = 7{,}67\ m/s$$

$$Q_{sal} = Q_2 = v_2 \times A_2 = v_2 \times \pi \times \frac{D^2}{4} =$$

$$,67 \times \pi \times \frac{0{,}1^2}{4} =$$

$$= 60{,}625.10^{-3}\ m^3/s$$

$$\boxed{Q_2 = 60{,}225\ l/s}$$

Es decir, $Q_{saliente}>Q_{entrante}$; <u>el depósito se vaciará.</u>

b) Expresión que proporcione la altura de la lámina de agua en función del tiempo.

En dt:

$$-A \times dz = Q_{neto} \times dt = (Q_{saliente} - Q_{entrante}) \times dt$$

$$Q_{saliente} = v \times A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gZ}\,(ecuación\ de\ Torricelli)$$

$$Q_{saliente} = \frac{\pi \times D^2}{4} \times \sqrt{2gZ} = \frac{\pi \times 0{,}1^2}{4} \times \sqrt{2gZ} =$$

$$0{,}0348 \times \sqrt{Z}$$

$$dt = \frac{-A \times dz}{Q_{saliente} - Q_{entrante}} = \frac{-20 \times dz}{0{,}0348 \times Z^{1/2} - 0{,}03}$$

Integrando la expresión anterior:

$$\boxed{t = 33029{,}5 \times \left[0{,}0348 \times \sqrt{Z} - 0{,}03 + 0{,}03 \times \ln\left(0{,}0348 \times \sqrt{Z} - 0{,}03\right)\right]_{Z_1}^{Z_2}}$$

c) Deducir si se podrá alcanzar el régimen permanente.

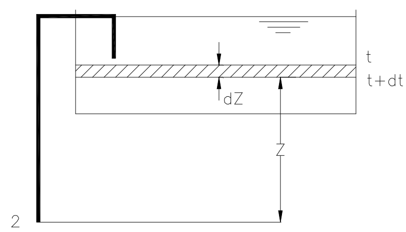
El régimen permanente se alcanzará cuando el caudal entrante sea igual al caudal saliente.

$$Q_{entrante} = Q_{saliente} \Rightarrow 0{,}03 = 34{,}77.10^{-3}\sqrt{Z} \Rightarrow Z = 0{,}7444\ m$$

Para que se alcance el régimen permanente la lámina libre de agua debe estar en la cota Z = 0,7444 m. Esto no ocurrirá nunca. Cuando la lámina llega al punto 2 (Z = 2 m), el caudal saliente tiene un valor,

$$Q_{saliente} = 34{,}77.10^{-3} \times \sqrt{2} = 49{,}17.10^{-3}\ m^3/s$$

superior al caudal entrante ($Q_{entrante}$ = 0,03 m^3/s). Por lo tanto el depósito sigue vaciándose y el sifón se desceba y deja de salir caudal. El caudal de alimentación de 30 l/s llena el depósito hasta alcanzar nuevamamente la cota Z = 3. Por el principio de los vasos comunicantes el sifón vuelve a cebarse y comienza a vaciarse el depósito y se repite la operación.



d) Tiempo que tardará el agua en alcanzar la cota mínima.

Sustituyendo los datos en la expresión anterior.

$$t = 33029{,}5 \times \left[0{,}0348 \times \sqrt{Z} - 0{,}03 + 0{,}03 \times \ln\left(0{,}0348 \times \sqrt{Z} - 0{,}03\right)\right]_3^2 = 817{,}5\ s$$

$$\boxed{t = 817{,}5\ s}$$

3.6. A partir de un depósito presurizado circula un aceite de densidad relativa 0,85, a través de un orificio de 8 cm de diámetro, a razón de 24 l/s. El diámetro del chorro a la salida es de 5,85 cm; el nivel del aceite es de 7,5 m por encima del orificio; la presión del aire en la parte superior del depósito es de -200 Torr. Se pide:

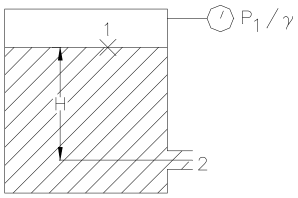
a) Coeficientes de velocidad, contracción y gasto del orificio.

Resolución

$$\boxed{Datos: s = 0{,}85; D_{ch} = 5{,}85\ cm; D_0 = 8\ cm; H = 7{,}5\ m; Q = 24\ l/s; P_1/\gamma = -200\ Torr}$$

Coeficientes de velocidad, contracción y gasto del orificio.

C_C, coeficiente de contracción. Expresa la relación entre la sección real y la sección teórica del chorro.



$$C_C = \frac{A_{chorro}}{A_0} = \pi \times \frac{D_{ch}^{\;2}/4}{\pi \times D_0^{\;2}/4} = \frac{D_{ch}^{\;2}}{D_0^{\;2}} = \frac{5{,}85^2}{8^2} =$$
$$= 0{,}534$$

$$\boxed{C_C = 0{,}534}$$

C_V, coeficiente de velocidad. Expresa la relación entre la velocidad real y teórica del chorro a la salida del orificio.

$$C = \frac{V_{2r}}{V_{2t}}$$

Ecuación de Bernoulli: 1 – 2. Se supone flujo permanente (H cte) y $hf_2 \approx 0$.

Ecuación de Torricelli, $B_1 = B_2 (mcl)$ $\quad P_1/\gamma + H = \frac{V_{2t}}{2g} \Rightarrow V_{2t} = \sqrt{2g \times \left(P_1/\gamma + H \right)}$

$$P_1/\gamma = -200\ Torr = -\frac{0{,}2 \times 13{,}6}{0{,}85} = -3{,}2\ mcl$$
$$V_{2t} = \sqrt{2g \times (-3{,}2 + 7{,}5)} = 9{,}18\ m/s \quad V_{2t} = 9{,}19\ m/s$$

Ecuación de la continuidad: $Q = V_{2r} \times A_{ch} \Rightarrow V_{2r} = \frac{Q}{A_{ch}} = \frac{2{,}4.10^{-3}}{\pi \times \frac{0{,}0585^2}{4}}$

$$V_{2r} = 8{,}929\ m/s$$

$$C_V = \frac{V_{2r}}{V_{2t}} = \frac{8{,}929}{9{,}19} = 0{,}97$$

$$\boxed{C_V = 0{,}97}$$

C_d, coeficiente de gasto. Expresa la relación entre el caudal real y el teórico que sale a través del orificio.

$$C_d = \frac{Q_r}{Q_t} = \frac{V_{2r} \times A_{ch}}{V_{2t} \times A_0} = C_V \times C_a \Rightarrow C_d = 0{,}534 \times 0{,}97 = 0{,}517$$

$$\boxed{C_d = 0{,}517}$$

3.7. El fluido que circula a través del tubo de la figura (γ_{aire} = 12 N/m^3) y el flujo del manómetro es aceite rojo Meriam (S_{aceite} = 0,827). Suponiendo que no hay pérdidas, calcular el flujo volumétrico Q en m^3/s.

Datos: D_1 = 10 cm; D_2 = 6 cm; R = 8 cm; h_{f12} = 0

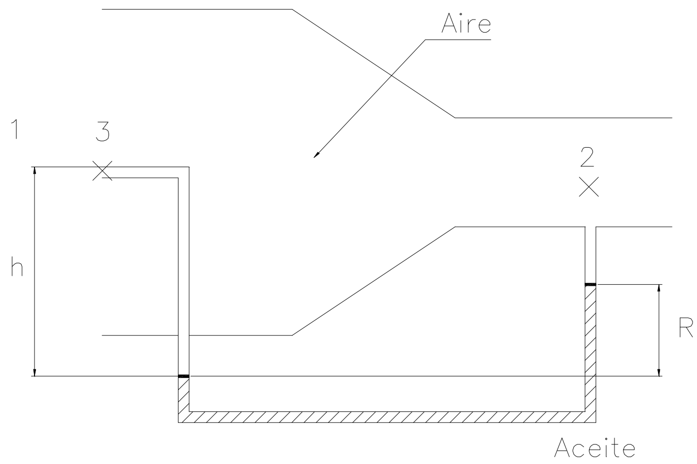


Figura 3.7.

Resolución

$$\boxed{Datos: \gamma_{aire} = 12\ N/m^3; s_{aceite} = 0{,}827; hf_{12} \approx 0; D_1 = 10\ cm; D_2 = 6\ cm; R = 8\ cm}$$

a) Calcular el flujo volumétrico Q (m^3/s).

$$hf_{12} \approx 0 \quad B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{P_2}{\gamma} (1) \quad [mcaire]$$

Combinación Pitot + piezómetro.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_3}{\gamma}$$

Aplicando manómetros:

$$\frac{P_3}{\gamma} + h - R \times \frac{s_{aceite}}{s_{aire}} - (h - R) = \frac{P_2}{\gamma} \Rightarrow \frac{P_3 - P_2}{\gamma} =$$

$$R \times \left(\frac{s_{aceite}}{s_{aire}} - 1 \right) = 0{,}08 \times \left(\frac{0{,}827}{12/9800} - 1 \right) \Rightarrow \frac{P_3 - P_2}{\gamma} =$$

$53{,}95\ mcaire$

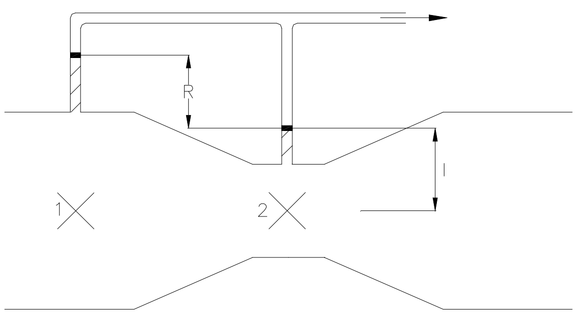
Sustituyendo en la ecuación (1).

$$\frac{V_2^{\,2}}{2g}=\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^{\,2}}{2g}-\frac{P_2}{\gamma}=\frac{P_3-P_2}{\gamma}=53{,}95\ mcaire\Rightarrow$$

$$V_2=\sqrt{2g\times 53{,}95}=32{,}52\ m/s$$

$$Q_2=v_2\times\pi\times {D_2^{\,2}}\big/{4}=32{,}52\times\pi\times\frac{0{,}06^2}{4}=0{,}09194\ m^3/s$$

$$\boxed{Q_2=91{,}94.10^{-3}\ m^3/s}$$

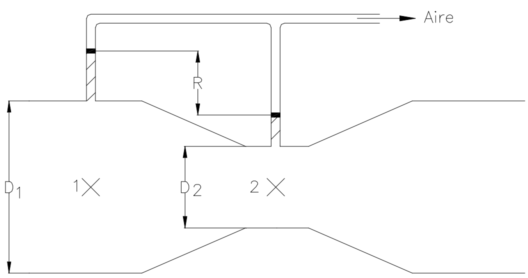


3.8. Se pide:

a) Deducir la expresión del caudal para el Venturi de la Figura Q=f(C_v, D_1, D_2, R). Líquido manométrico: aire.
b) Caudal circulante para que la presión estática sea la misma en las dos secciones (1 y 2).
c) Razonar la respuesta anterior.

Figura 3.8

Resolución



Datos: Fluido manométrico = aire.

a) Q = f (C_V, D_1, D_2, R).

$$B_{1t}=B_{2t}$$

$$Z_t+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_{1t}^{\,2}}{2g}=Z_2+\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_{2t}^{\,2}}{2g}\Rightarrow$$

$$\frac{V_{2t}^{\,2}-V_{1t}^{\,2}}{2g}=\frac{P_1-P_2}{\gamma}$$

Manómetros: ${P_1}\big/{\gamma}-(l+R)+l={P_2}\big/{\gamma}\Rightarrow\frac{P_1-P_2}{\gamma}=R$

Ecuación de la continuidad:

$$V_{1t} \times A_1 = V_{2t} \times A_2 \Rightarrow V_{1t} = \frac{A_2}{A_1} \times V_{2t}$$

$$\frac{V_{2t}^{\ 2} - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times V_{2t}^{\ 2}}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\gamma} = R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{2t}^{\ 2} \times \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right] = 2gR \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{2t} = \left[\frac{2gR}{\left[1 - \left(D_2/D_1\right)^4\right]}\right] \Rightarrow V_{2r} = C_V \times V_{2t}$$

$$\boxed{Q = A_2 \times C_V \times \sqrt{\frac{2gR}{\left[1 - \left(D_2/D_1\right)^4\right]}}}$$

b) Q circulante para que $P_1/\gamma = P_2/\gamma$.

$Si\ P_1/\gamma = P_2/\gamma \Rightarrow R = 0$. Por lo tanto $\boxed{Q = 0\ m^3/s}$.

c) Si circula un determinado caudal Q la velocidad en la garganta del Venturi (v_2) se incrementa debido al estrechamiento. Por lo tanto la presión disminuye. Es decir si Q $\neq 0$, $v_2 > v_1 \Rightarrow P_2 < P_1$. Nunca se igualarán las presiones estáticas.

3.9. Teniendo en cuenta los datos reflejados en la figura, se pide:

a) Caudal circulante.

b) Altura manométrica y potencia útil de la bomba.

c) Diferencia de alturas en los meniscos del manómetro diferencial del venturímetro.

d) Peso específico relativo del líquido manométrico del conjunto del Pitot más piezómetro abierto.

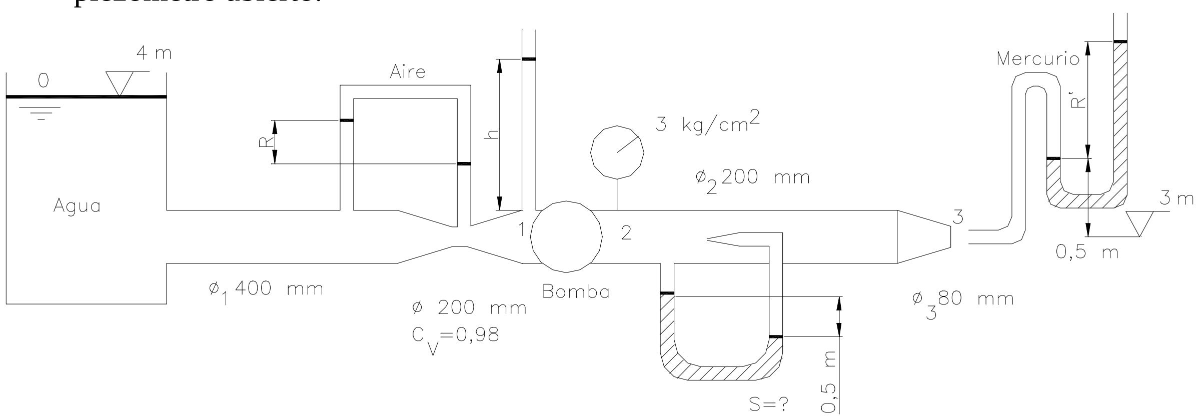


Figura 3.9.

e) Altura R' que señalará el manómetro acoplado al Pitot en la salida a la atmósfera del sistema.
f) Altura h que alcanzará el líquido en un piezómetro abierto situado a la entrada de la bomba.

Resolución

a) Caudal circulante Q.

Se supone que no hay pérdida de carga.

$$B_2 = B_3 \Rightarrow Z_2 + P_2/\gamma + \frac{V_2^{\,2}}{2g} = Z_3 + P_3/\gamma + \frac{V_3^{\,2}}{2g} \Rightarrow \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^{\,2}}{2g} = \frac{V_3^{\,2}}{2g} \quad (1)$$

$$P_2/\gamma = 3\times 10 + 0{,}1 = 30{,}1\ mca$$

$$Q = v_2 \times A_2 = v_3 \times A_3 \Rightarrow \frac{\pi\times 0{,}2^2}{4}\times v_2 = \frac{\pi\times 0{,}08^2}{4}\times v_3 \Rightarrow v_3 = \left(\frac{0{,}2}{0{,}08}\right)^2 \times v_2$$

Volviendo a la ecuación (1).

$$30{,}1 + \frac{V_2^{\,2}}{2g} = \left(\frac{0{,}2}{0{,}08}\right)^4 \frac{V_2^{\,2}}{2g} \Rightarrow v_2 = 3{,}937\ m/s$$

$$Q = v_2 \times A_2 = \frac{\pi\times 0{,}2^2}{4}\times 3{,}937 = 123{,}68.10^{-3}\ m^3/s$$

$$\boxed{Q = 123{,}68\ l/s}$$

b) Altura manométrica (H_m) y potencia útil de la bomba ($Pot_{útil}$).

$$B_0 + H_m = B_2 \Rightarrow Z_0 + H_m = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^{\,2}}{2g} \Rightarrow 4 + H_m = 3 + 30{,}1 + \frac{3{,}937^2}{19{,}6} \Rightarrow$$

$$\boxed{H_m = 29{,}89\ mca}$$

$$Pot_{útil} = H_m \times Q \times \gamma = 29{,}89\times 0{,}12368\times 9800 = 36{,}23.10^{-3}\ W$$

$$\boxed{Pot_{útil} = 36{,}23\ kW}$$

c) Diferencia de alturas (R) entre los meniscos del manómetro diferencial del venturímetro.

Expresión del caudal; $Q = C_V \times A_2 \times \sqrt{\dfrac{2gR}{1-\left(\dfrac{A_2}{A_1}\right)^2}}$

Siendo: A_1 = sección de la tubería.
B_2 = sección en la garganta del venturímetro.
C_V = Coeficiente del venturímetro.

$$0{,}12368 = 0{,}98 \times \pi \times \frac{0{,}2^2}{4} \times \sqrt{\frac{2gr}{1-\left(\frac{0{,}2}{0{,}4}\right)^4}} \Rightarrow$$

$$\boxed{R = 0{,}772 \text{ m}}$$

d) Peso específico relativo (s) del líquido manométrico del conjunto del Pitot + piezómetro abierto.

$$\frac{v_2^{\,2}}{2g} = R \times \left(\frac{s}{s_1} - 1\right)$$

$$s_1 = 1\,(agua) \quad s = \frac{v_2^{\,2}}{2gR} + 1 = \frac{3{,}937^2}{19{,}6 \times 0{,}5} + 1 = 2{,}58$$

$$\boxed{s = 2{,}58}$$

e) Altura R´ del manómetro acoplado al Pitot a la salida del chorro.

La energía cinética a la salida de la boquilla ($V_3^2/2g$) se transforma en energía de presión (P_3/γ) en la boca del Pitot.

$$\left.\begin{aligned} \frac{v_3^{\,2}}{2g} &= \frac{P_3}{\gamma} \\ \frac{P_3}{\gamma} - 0{,}5 - R' \times 13{,}5 &= 0 \end{aligned}\right\} \frac{v_3^{\,2}}{2g} = 0{,}5 + R' \times 13{,}6 \Rightarrow R' = \frac{\frac{v_3^{\,2}}{2g} - 0{,}5}{13{,}6} = 2{,}23\ m/s$$

$$v_3 = \left(\frac{0{,}2}{0{,}08}\right)^2 \times v_2 = 24{,}6\ m/s$$

f) Altura h que alcanzará el agua en un piezómetro abierto situado a la entrada de la bomba.

$$B_0 = B_1$$

$$4 = 3 + (h + 0{,}2) + \frac{v_1^{\,2}}{2g}$$

$$h = 1 - 0{,}2 - \frac{0{,}984^2}{2g} = 0{,}75\ m$$

$$Q = v_1 - A_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{4 \times 0{,}12368}{\pi \times 0{,}4^2} = 0{,}984\ m/s$$

$$\boxed{h = 0{,}75\ m}$$

Problemas a resolver por el alumno.

3.10 En una sección de una tubería que conduce agua, la velocidad es 1,25 m/s y su diámetro 50 cm; el mismo flujo circula por otra sección de 60 cm de diámetro. Se pide:

a) Caudal y velocidad en esta última sección.

r) 246 l/s; 0,87 m/s.

3.11. Un flujo permanente de agua circula por el depósito de la figura. La sección 1 tiene un diámetro de 75 mm y es atravesada por un caudal de 27 l/s. La sección 2 tiene un diámetro de 50 mm y la velocidad del flujo alcanza los 9 m/s. La sección 3 posee un diámetro de 25 mm. Se pide:

a) Velocidad y caudal, con su sentido, en la sección 3.

r) 19,1 m/s; 9,36 l/s.

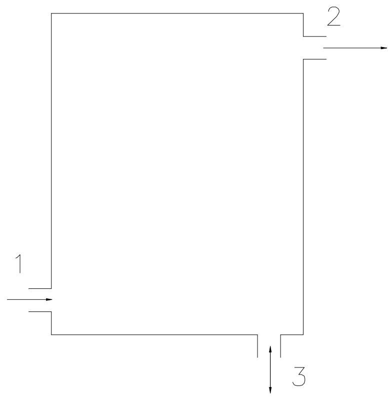


Figura 3.11.

3.12. En un punto A de una tubería que transporta aceite de densidad relativa 0,9, el diámetro es 150 mm y la presión 0,7 kg/cm^2. En otro punto B de la misma conducción, situado 5 m más alto que el anterior, de 300 mm de diámetro, su presión vale -0,2 kg/cm^2 para un caudal de 28 l/s. Se pide:

a) Determinar la dirección del flujo.

r) De A a B.

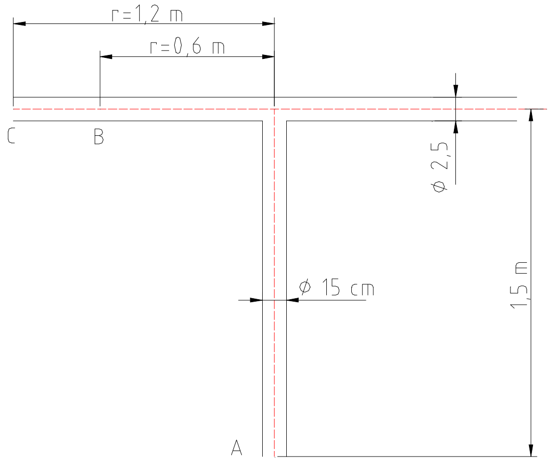
3.13. Una manguera de 75 mm de diámetro termina en una boquilla de 35 mm de diámetro. Si el caudal fluyente es 20 l/s de agua, despreciando las pérdidas, se pide:
a) Presión aguas arriba de la boquilla.

r) 21 mca.

3.14. Una tubería horizontal de 60 cm de diámetro transporta 440 l/s de un aceite de densidad relativa 0,825. A lo largo de la conducción hay instaladas cuatro bombas iguales, siendo las presiones a la entrada y salida de cada una -0,56 y 25 kg/cm^2 respectivamente. Si la pérdida de carga es de 60 mcl cada 1.000 m, se pide:
a) Distancia existente entre las bombas.

r) 5.160 m.

3.15 El agua fluye radialmente entre dos bridas situadas en el extremo de una tubería de 15 cm de diámetro, tal como se indica en la figura. Despreciando las pérdidas y teniendo en cuenta que la presión en A es -0,3 mca. Se pide:



a) Presión en B.
b) Caudal fluyente.

r) -0,32 mca; 105,55 l/s.

3.16. Un sifón que permite la salida del agua de un recipiente de grandes dimensiones, está constituido por un tubo de 10 cm de diámetro, en el cual la línea central superior se encuentra 4 m por encima de la superficie libre del depósito. Se pide:

a) Caudal máximo que puede esperarse obtener con este dispositivo sin que se produzca cavitación.
b) Cota de salida del sifón con relación al nivel superior del depósito.

<u>Dato:</u> Tensión de vapor máxima del líquido = 1 mca (presión absoluta)., P_{atm} = 1 bar
<u>Nota:</u> La cavitación teórica se produce en aquel punto en que su presión es equivalente a la tensión de vapor máxima del líquido que fluye.

r) 80,3 l/s; -5,3 m.

3.17. Se tiene la instalación de la figura donde circulan 10 l/s de un aceite de densidad relativa 0,8. El depósito A tiene una presión de 20 mca en su cota superior; el depósito B tiene una presión de 20 mcl, igualmente, en su cota más alta; la bomba tiene una potencia bruta de 80 kW con un rendimiento del 0,6; la turbina tiene una potencia útil de 20 kW con un rendimiento del 0,8; la máquina calorífica absorbe 0,8 kcal/s; por último la pérdida de carga en la conducción es de 5 mca. Despreciando las energías cinéticas, se pide:

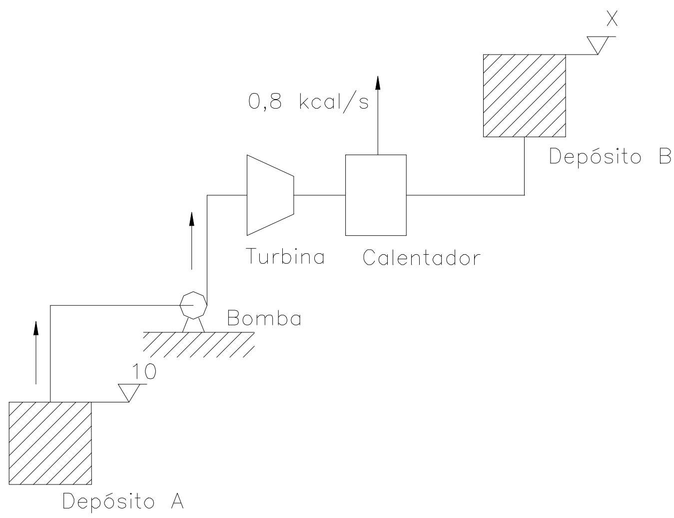


Figura 3.17.

a) Cota X del depósito B.
r) 259,6 m.

3.18. La corriente de aire creada en un carburador por la succión del motor es de 3,14 l/s, produciéndose de esta manera la aspiración del combustible. Se pide:

a) Caudal de gasolina.

Datos: Peso específico del aire = 1,3 kg/m^3; idem de la gasolina 900 kg/m^3.

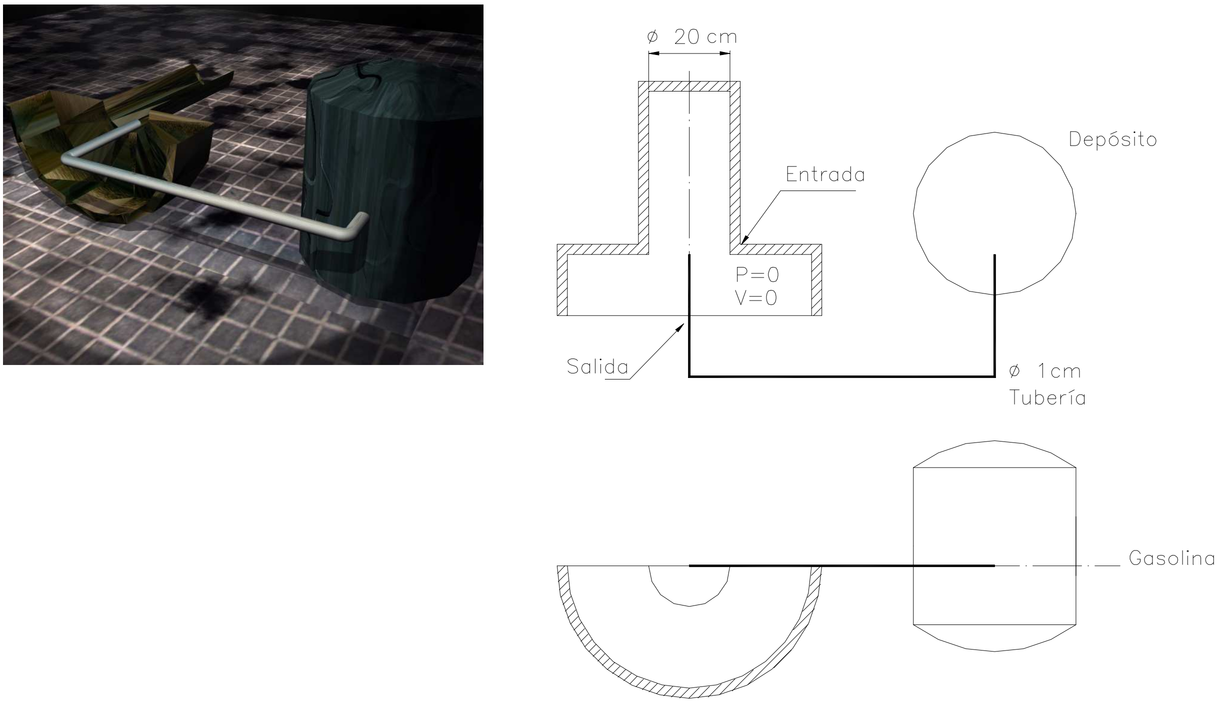


Figura 3.18.

Nota: Despréciense las pérdidas de carga.

r) 1,075 l/h

3.19. Se dispone de la instalación de la figura para elevar un determinado caudal de un líquido cuya densidad relativa es conocida porque se sabe que en un planeta cuya gravedad es 4 m/s^2, 1 m^3 pesa 12.000 N. La irreversibilidad entre 1 y la bomba es de 1.470 W, entre la bomba y 2 vale 7,5 mca y entre la bomba y 3 asciende a 6.615 W. Se pide:

a) Caudales circulantes Q_{1B} , Q_{B2} , Q_{B3}.

b) Altura manométrica y potencia útil de la bomba.

Datos: Presión en 3 = 0,5 MPa; presión en B = 0,75 kg/cm^2; $Z_{B'} - Z_B$= 0,5 m

Notas: Despréciense las pérdidas de carga entre B y B' y las energías cinéticas.

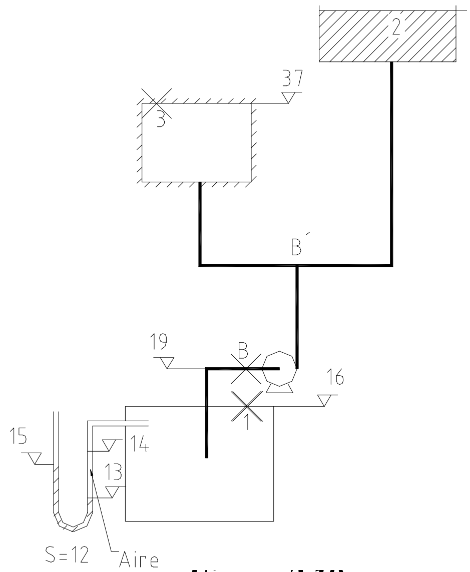


Figura 3.19.

r) 100,59 y 41 l/s; 38 mcl; 111,7 kW.

3.20. Conocida la instalación esquematizada en la figura, se pide:

a) Velocidad de salida del agua por la boquilla.
b) Caudales circulantes por cada tubería.
c) Altura manométrica de la bomba.
d) Potencia bruta de la bomba, si su rendimiento es 0,75.

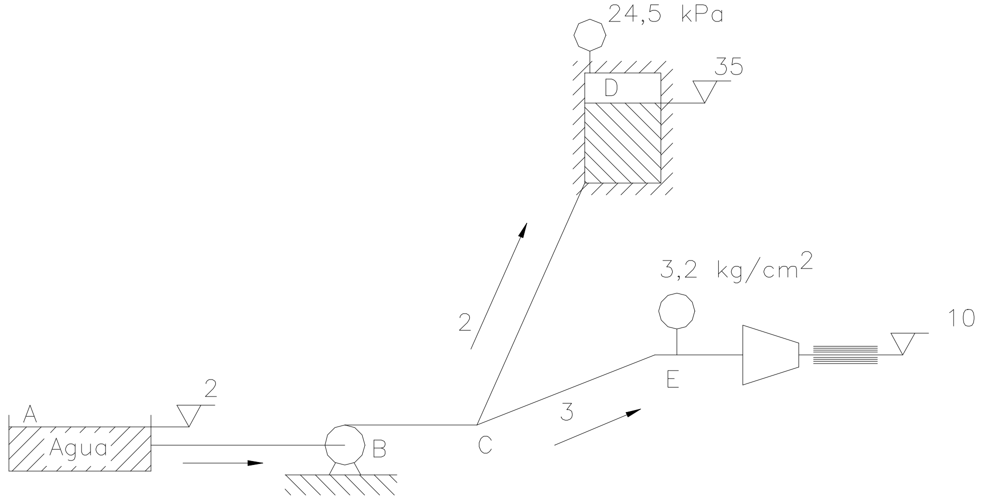


Figura 3.20.

<u>Datos:</u> hf_1 = 0,5 mcl cuyo S = 1,5; pérdida de potencia en 2 = 4 kW; $hf_3 = 30V_3{}^2/2g$; P_D = 24'5 kPa; P_E = 3,2 kg/cm^2 (entrada a la boquilla); diámetro de la boquilla = 30 mm; diámetro de la tubería 3 = 100 mm.

r) 25,15 m/s; 50,2 , 32,4 y 17,8 l/s; 48,9 mca; 32,05 kW.

3.21. Dos depósitos A y B de altura constante abastecen mediante las tuberías 1 y 2 a la tubería maestra 3, suministradora, a su vez, de la turbina T; a la salida de ésta el agua sale al exterior a través de una boquilla E de 100 mm de diámetro. Se pide:

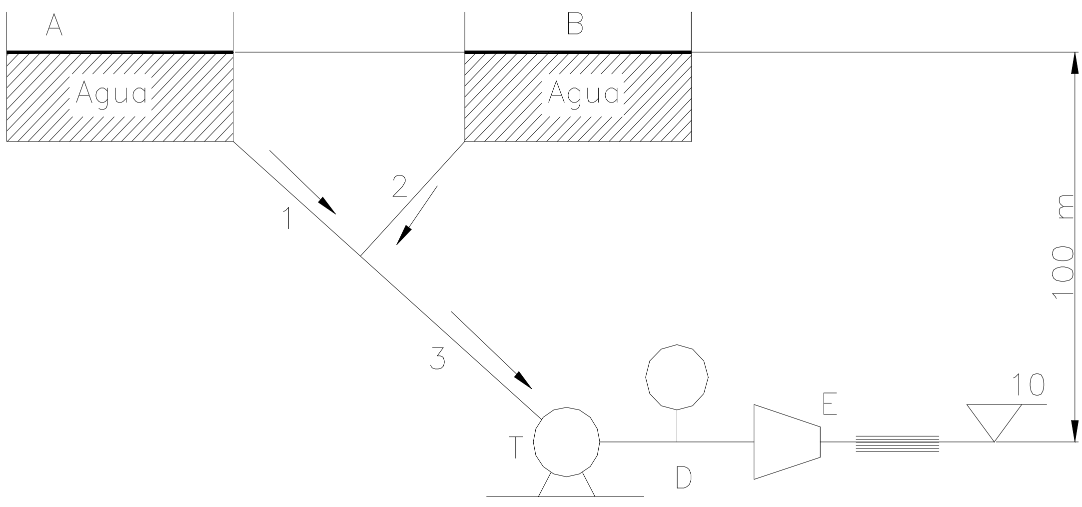


Figura 3.21.

a) Caudal Q_2 que aporta el depósito B.
b) Caudal Q_3 que se suministra a la turbina.
c) Altura puesta a disposición de la turbina.
d) Potencia útil de la turbina si su rendimiento es 0,9.
e) Presión que indicará el manómetro D situado a la salida de la turbina.

Datos: Pérdidas en 1 = 1 kW; Factor de paso de 2 = 13,328; factor de paso de 3 = 9,8; Q_1 = 50 l/s; D_1 = 200 mm; D_2 = 150 mm; D_3 = 300 mm.
Nota: Despréciense las pérdidas en la boquilla.

r) 30,6 l/s; 80,6 l/s; 91,93 mca; 65,36 kW; 52 kPa.

3.22. En la instalación de bombeo de la figura se pide:

a) Deducir la expresión del caudal a través del venturímetro y calcular dicho caudal, siendo C_V = 0,98; diámetro de la garganta d = 40 mm y R = 50 cm.
b) Altura manométrica y potencia útil aportada por la bomba.
c) Longitud de la tubería de aspiración (depósito a bomba).
d) Altura R' que señalará el manómetro colocado en la tubería en la sección M.
e) Altura máxima que puede alcanzar el punto N e indicar el por qué.
f) Potencia consumida en pérdidas de carga.
g) Potencia del chorro a la salida de la boquilla.

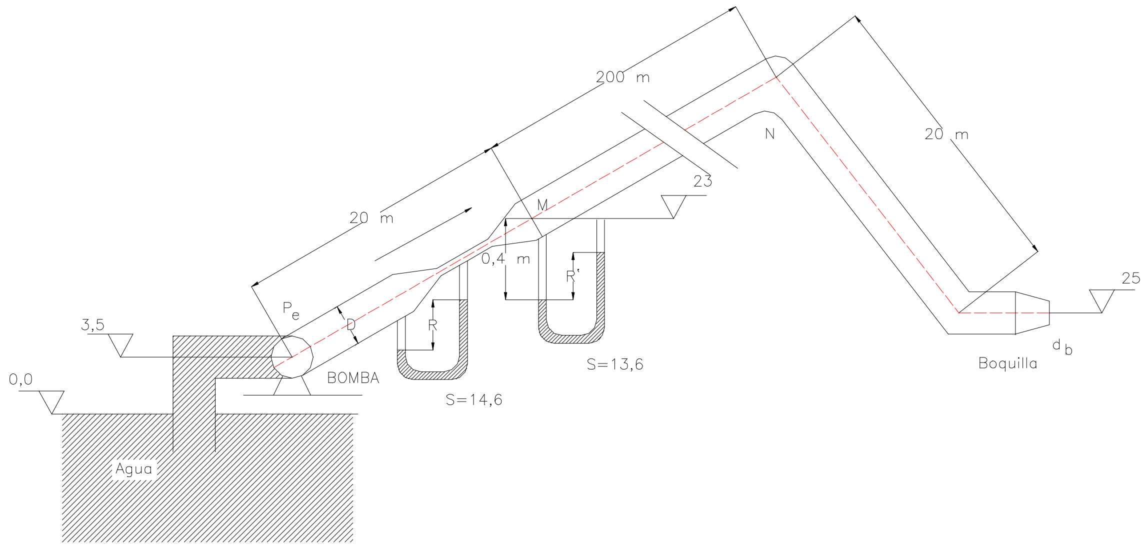


Figura 3.22.

Datos: Diámetro de la tubería = 100 mm; diámetro de la boquilla d_b = 50 mm; presión a la entrada de la bomba P_e= -4,1 mca; pérdidas de carga en la tubería hf = 0,3.L.V^2 / 2g siendo L la longitud de la tubería, V la velocidad del flujo; tensión de vapor P_S = 0,2 mca (absoluta);presión atmosférica local 1 atm; Z_B = 3,5 m (eje bomba); Z_M = 23 m; Z_{boq} = 25 m.
r) 13,9 l/s; 39,52 mca; 5,38 kW; 9,16 m; 1,13 m; 38,49 m; 1,62 kW y 348,7 W.

3.23. El agua de un gran depósito, tal como se muestra en la figura, tiene su lámina superior sometida a una presión de 0,35 kg/cm^2; el agua es bombeada y expulsada en forma de chorro libre a través de una boquilla. Teniendo en cuenta los datos señalados en la figura se pide:

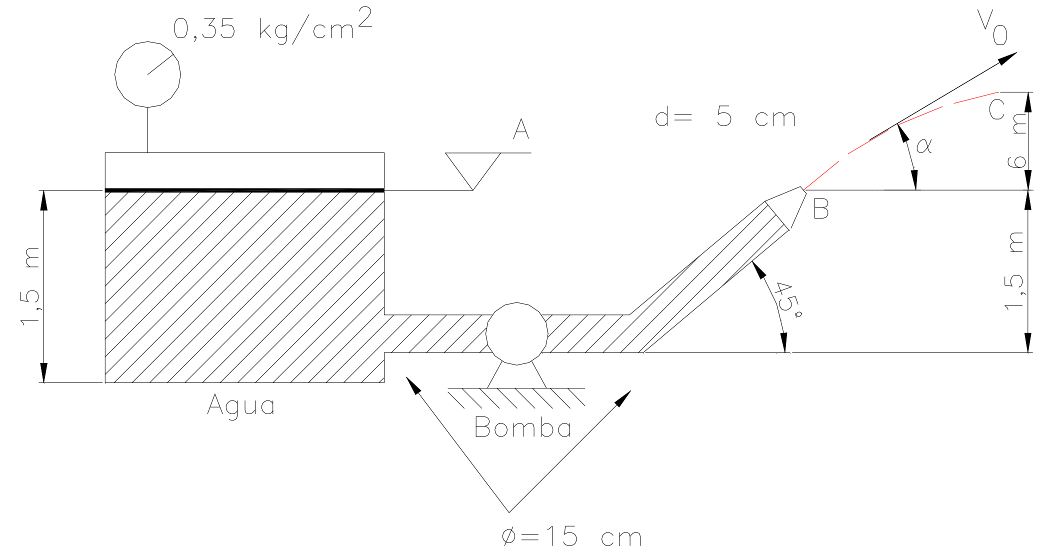


Figura 3.23.

a) Caudal expulsado.
b) Altura manométrica de la bomba.
c) Potencia útil de la bomba.

r) 67,68 l/s; 8,5 m; 5,65 kW.

3.24. Un depósito cuya lámina de agua está en la cota 4,5, descarga a través de una boquilla S, por medio del sifón BCD. La cota superior Z_C = 6 m y la Z_S = 2 m.

El sifón es una tubería de D = 50 mm. El factor de paso de pérdidas de carga entre B y C es K_{BC} = 1 y entre C y D es K_{CD} = 1,2. El factor de paso adimensional de la boquilla con la energía cinética a la salida es $K_{baquilla}$ = 0,1. Se pide:

a) Q (l/s) y Presión P_C (mca), si se considera el agua fluido perfecto.
b) Q (l/s) y Presión P_C (mca), en el caso de fluido viscoso.

c) Calcular la cota Z_C a la que debería estar el punto C, para que empiece la cavitación, manteniendo todos los demás parámetros invariables. Calcular así mismo el $Q_{circulante}$.

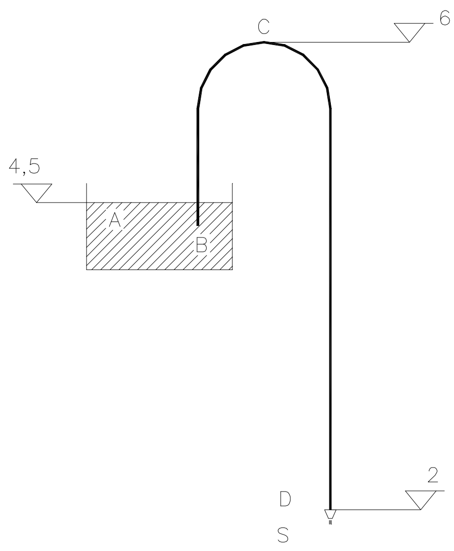


Figura 3.24.

Datos: $D_{boquilla}$ = 25 mm; $D_{tubería}$ = 50 mm; P_v/γ = Presión de vapor = 1 mca (absoluta). $P_{atmosférica}$ = 10 mca.

Nota: Recuérdese que la cavitación teórica se alcanza cuando la presión del líquido se iguala a la presión de vapor.

e) 3,426 l/s; -1,656 mca; 3,089 l/s; -1,7525 mca; 13,247 m; 3,089 l/s

3.25. Por la instalación de la Figura circula un combustible de peso específico relativo s = 0,8 que mediante una bomba suministra combustible a un quemador pulverizador C. La bomba instalada es de 100 kW de potencia bruta con un rendimiento del 75 %.

Los manómetros instalados a la entrada y salida de la bomba, A y S, marcan 0,6 y 9,6 kg/cm^2 respectivamente. Se pide:

a) Caudales circulantes por todas las tuberías indicando los sentidos de circulación.

b) Cota del quemador C.

c) Presión que marcará el manómetro del depósito presurizado D expresada en kg/cm^2 y en kPa.

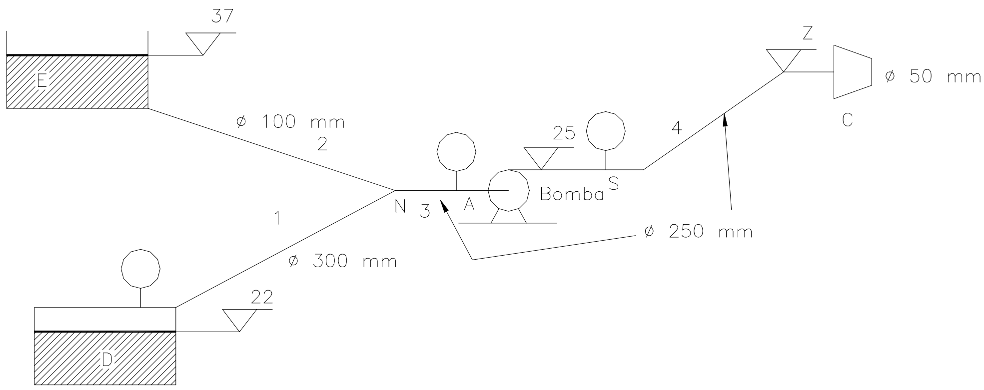


Figura 3.25.

Datos:

- Potencia perdida en la tubería 4 (desde la bomba hasta C) = 5,15 kW.
- Pérdida de carga en la tubería 3 (desde N hasta la bomba) = 5,35 mca.
- Potencia perdida en la tubería 1: 6,3 kW.
- Factor de paso de la tubería 2: k = 8.
- Cotas expresadas en metros.
- Diámetro del quemador = 50 mm.

e) 103,8 l/s; 18,8 l/s, 85 l/s, 85 l/s; 41,75;

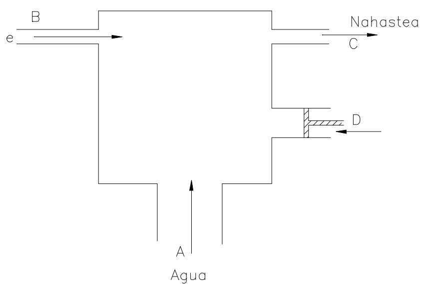


Figura 3.26.

3.26. Se fuerza agua hacía adentro del aparato con un caudal de 0,1 m^3/s a través del tubo A, a la vez que un aceite de densidad relativa S = 0,8, se fuerza con un caudal de 0,03 m^3/s a través del tubo B, en régimen permanente.

Los líquidos son incomprensibles y forman una mezcla homogénea de gotas de aceite en el agua, que sale a través de C.

- **a)** Calcular la velocidad promedio y la densidad de la mezcla que sale a través del tubo C, que tiene un diámetro de 0,3 m, cuando el pistón D está quieto.
- **b)** El pistón D tiene un diámetro de 150 mm y se mueve hacía la izquierda con una velocidad de 0,3 m/s. Calcular la velocidad promedio del fluido que sale por C.

r) 1,84 m/s; 953,8 kg/m^3; 1,91 m/s.

3.27. En el esquema de la Figura se muestra un sistema de bombeo donde las bombas B_1 y B_2 elevan un Q_3 = 15 l/s de un hidrocarburo de ρ = 860 kg/m^3 y Viscosidad Cinemática ν = 0,05 cm^2/s, de los depósitos A y B al depósito C.

Se pide:

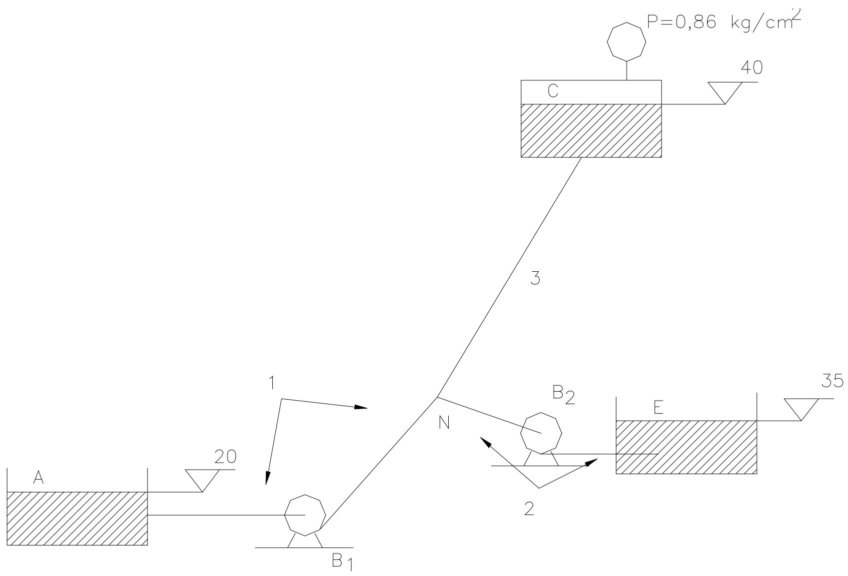


Figura 3.27.

a) Calcular la altura útil o manométrica que aporta la bomba B_1 si un caudalímetro a la salida del depósito A marca 5 l/s y se sabe que la Potencia total absorbida por la bomba B_1 es de 2320 W, con un rendimiento $\eta_{(B1)}$ = 0,8.

b) Calcular el Bernoulli en el nudo N, en unidades de energía por unidad de peso.

c) Calcular la potencia perdida en la tubería 1, debido a la viscosidad del hidrocarburo.

d) Calcular el factor de paso (adimensional) de pérdidas de carga de la tubería 2, si se desea instalar una bomba (B_2) que aporte al fluido una altura útil o manométrica de 30 mc hidrocarburo.

e) Calcular la pérdida de carga en la tubería 3, en mc agua.

Datos: K_1 (tubería 1) = 79; $\varnothing_1$ = 80 mm; $\varnothing_2$ = 100 mm; $\varnothing_3$ = 125 mm.

r) 44,04 mch; 60,04 mch;168,56 kW; 60; 8,6 mca.

3.28. Se tiene la instalación de la Figura con el fin de vehicular agua desde un depósito superior (A) a uno inferior (B), ambos abiertos a la atmósfera, pasando por una turbina de Potencia bruta = 40 kW.

El caudal acumulado en el depósito inferior (B) es bombeado hacía dos servicios: un sistema de riego y un depósito presurizado a 294 kPa tal como se indica en la Figura, teniendo la bomba una $Pot._B^{Bruta}$ = 80 kW y η_B = 75 %. Se pide:

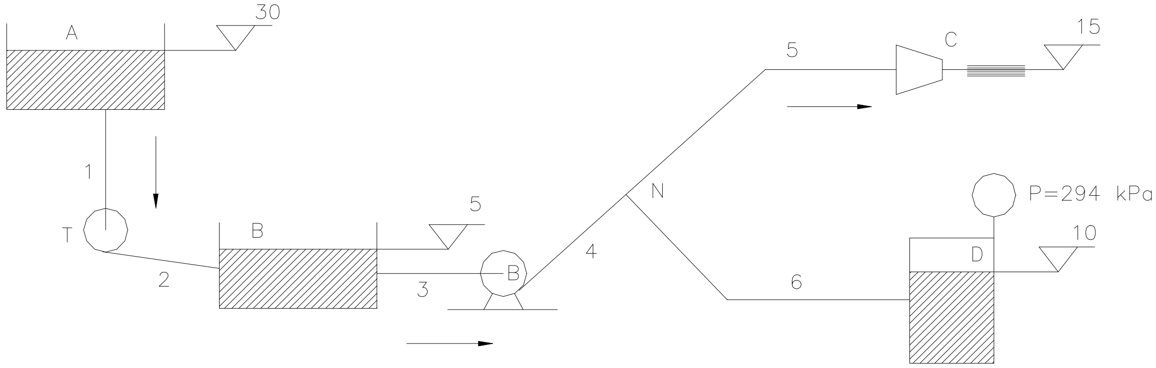


Figura 3.28.

a) Caudal que llega al depósito inferior (B).

b) Suponiendo que le caudal bombeado sea Q = 210 l/s, hallar la altura manométrica o útil de la bomba.

c) Bernoulli en el nudo N.

d) Caudal que sale por la boquilla de riego y el del depósito presurizado indicando su sentido.

e) Diámetro de la boquilla.

f) Potencia del chorro a la salida de la boquilla.

Datos: h_{f1} = 0,3 kg/cm^2; h_{f2} = 2,75 mcl (s = 0,8); K_3 = 4; Φ_3 = 400 mm; $Pot_4^{perdida}$ = 2 kW; P_D = 294 kPa; $K_{boquilla}$ = 0,1; K_5 = 8; Φ_5 = 450 mm; $Pot_6^{perdida}$ = 3 kW. Las cotas vienen expresadas en metros.

r) 206,14 l/s; 29,15 mca; 32,609 mca; 41,44 (de D a N) y 251,41 l/s; 136,45 mm;37145 kW.

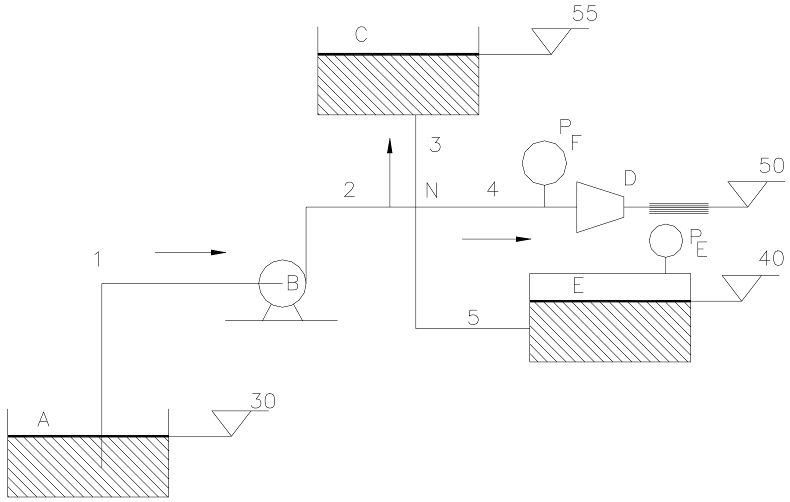


Figura 3.29.

3.29. Se tiene la instalación de la Figura con el fin de vehicular un combustible de peso específico relativo s = 0,8 desde el depósito inferior A, abierto a la atmósfera, hacía 3 servicios: un depósito superior abierto (C), un quemador que alimenta una caldera de vapor (D) y un depósito presurizado (E).

Teniendo en cuenta los datos indicados, se pide:

a) Bernoulli en el nudo N (B_N) en (mcl) y (J/m^3).
b) Potencia útil que suministra la bomba (kW).
c) Caudal Q_4 (l/s).
d) Presión a la entrada de la boquilla (P_F) en (kg/cm^2).
e) Sentido de circulación del flujo en 5.
f) Potencia perdida en la tubería 5 (W/m tubería).

Datos: Q_1 = 12 l/s; Q_3 = 5 l/s; D_4 = 75 mm; $D_{boquilla}$ = 25 mm; P_E = 0,7 mcHg (700 Torr); L_5 = 34 m.
Pérdidas: Tubería 1 = 1,6 mca; Tubería 2 = 1 kg/cm^2; Tubería 3 = 313,6 W; Tubería 4: K_4 = 130; Boquilla: $K_{boquilla}$ = 1,1.

e) 63 mcl; 493920 J/m^3; 4,468 kW; 4,07 l/s; 0,586 kg/cm^2; 2,93 l/s de N a E; 7,499 W/m.

3.30. La tubería de aspiración de una bomba tiene una pendiente ∅ = 75,5 º. La velocidad del agua en dicha tubería es de 4 m/s. Cuando en ella se produce un vacío del 50 % a la entrada de la bomba (es decir, la presión absoluta en este punto es la mitad de la presión barométrica o ambiental) la bomba deja de funcionar porque se produce cavitación. Calcular la longitud máxima de la tubería a instalar despreciando los rozamientos si la presión barométrica es de 1 bar.

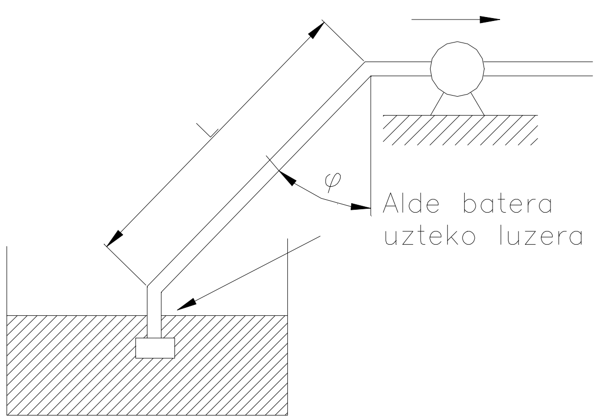


Figura3.30.

r) 17,2 m.

3.31. A través del conducto de agua indicado en la figura, pasa un caudal de 1,54 m^3/s. La válvula del tubo de Pitot está cerrada. Si la presión absoluta de vapor es de 6,9 kPa y la presión atmosférica es de 100 kPa; se pide:

a) Magnitud y dirección del desplazamiento del manómetro al abrir la válvula del Pitot. Razónese todo lo que se realice.

f) 116,5 mm.

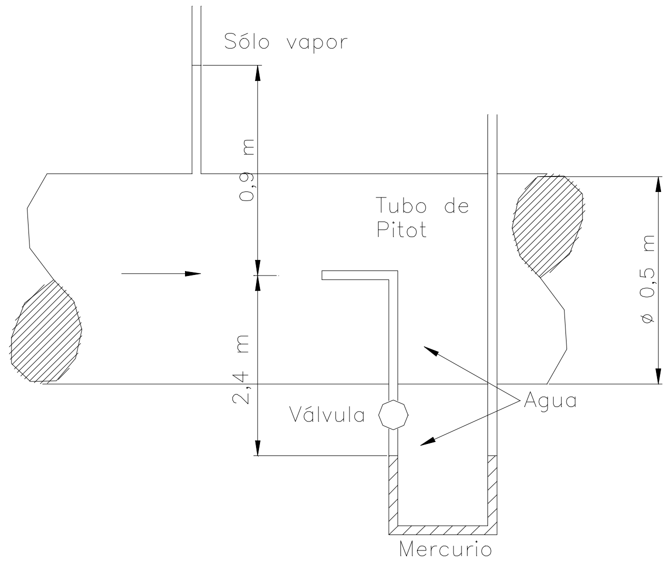


Figura 3.31.

3.32. En el sistema esquematizado en la figura se pide:

a) Caudal circulante.
b) Diferencia de niveles R_1.
c) Peso específico relativo S_3.
Nota: Despréciense las pérdidas de carga.

r) 29,2 l/s; 70,5 cm; 2,176.

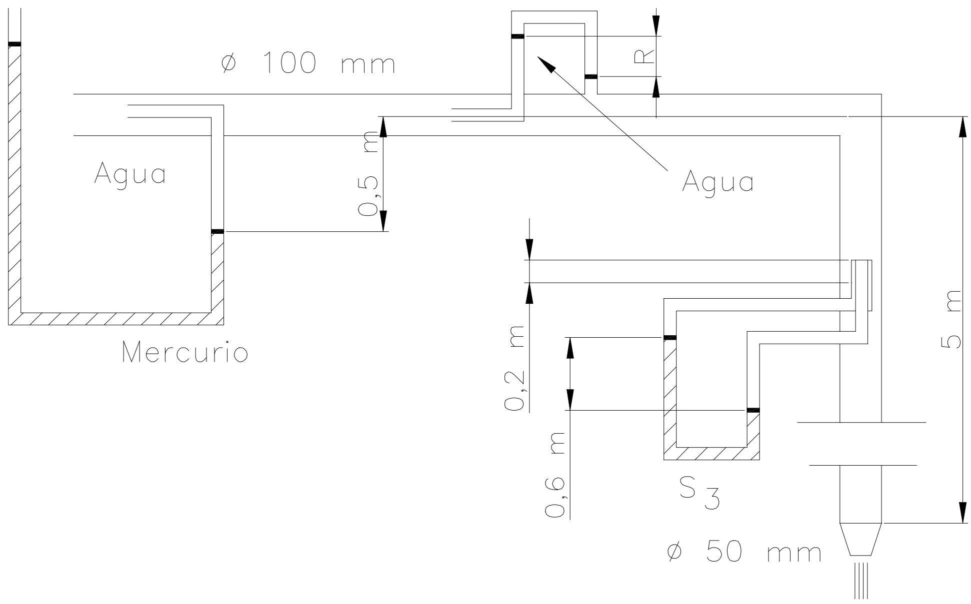


Figura 3.32.

3.33 Se tiene la tubería de ensayo de la figura donde se ha dispuesto un Pitot, un piezómetro abierto, una bomba o turbina; un manómetro aneroide; un tubo estático y, por último, una combinación de Pitot y piezómetro. Con los datos reseñados en la figura, se pide:

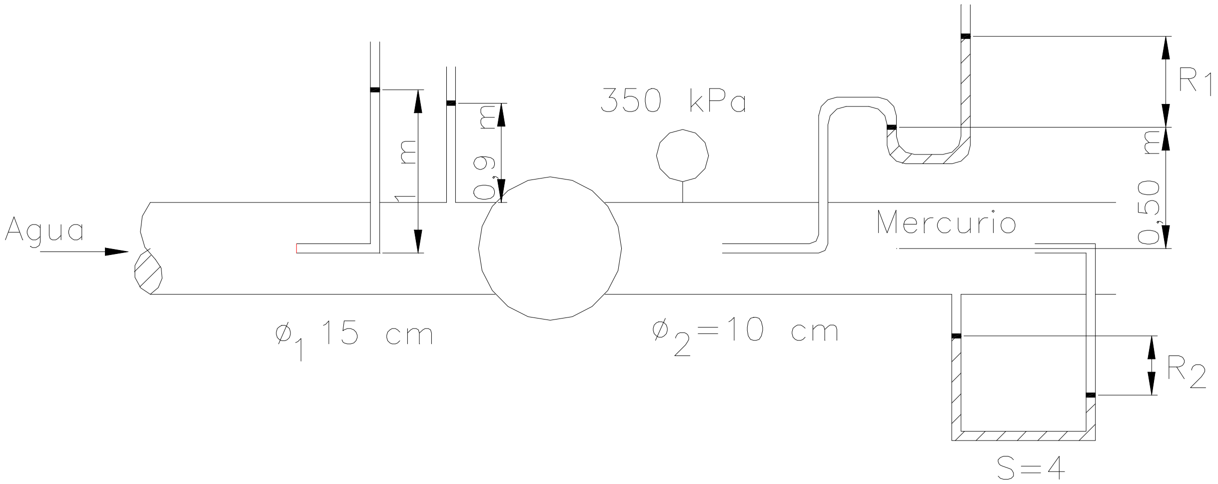


Figura 3.33.

a) Velocidades del flujo en las tuberías 1 y 2.
b) Caudal fluyente.
c) Energía absorbida o cedida por el líquido.
d) Valor de R_1 .
e) Valor de R_2 .
r) 0,7 y 1,575 m/s; 12,4 l/s; 4,23 kW; 2,60 m; 4,22 cm.

3.34 En el depósito de la figura el tubo de descarga tiene un factor de paso de 1,5. Se pide:

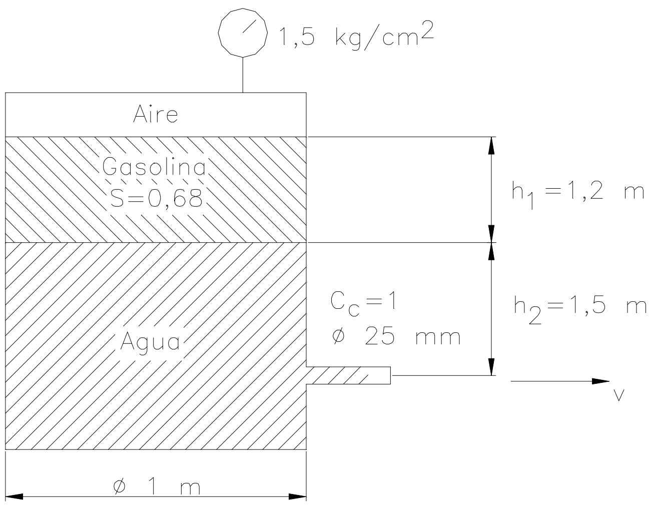


Figura 3.34.

a) Deducir la expresión de la velocidad de salida del agua.
b) Caudal del agua que fluye en las condiciones de la figura.

c) Deducir la expresión que permita conocer el tiempo de vaciado del depósito.

d) Tiempo que tardará en descender el nivel de los líquidos 0,5 m, suponiendo constante la presión del aire.

r) 5,7 l/s; 69,16 s.

3.35. En el sistema de la figura, donde se obtiene régimen permanente, se pide:

a) Cotas de H_1 y H_2 .

b) Valores de Q_1 y Q_2 .

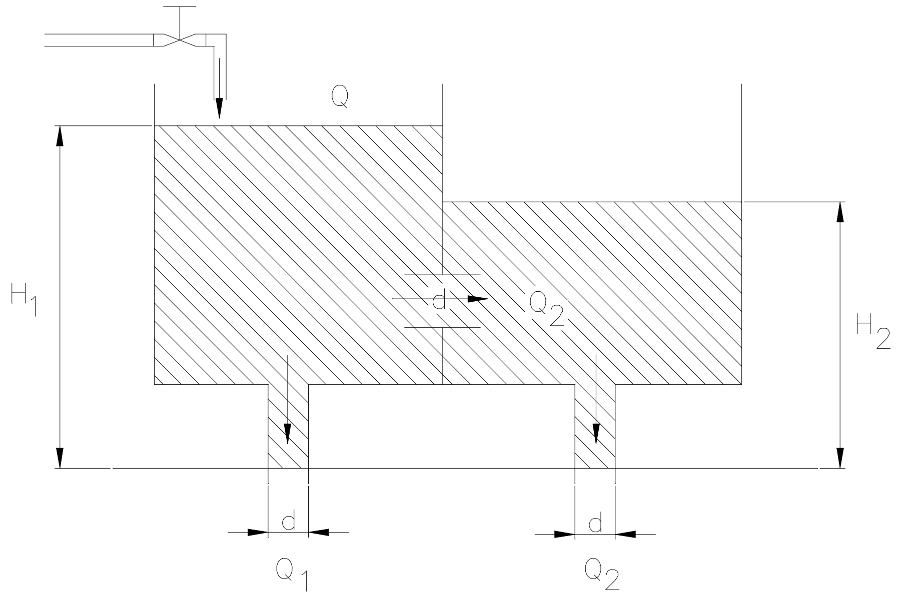


Figura 3.35.

Datos: d = 10 cm; Q = 80 l/s; coeficiente de gasto de los orificios verticales = 0,82; idem del horizontal = 0,6.

r) 3,1 y 1,085 m; 0,0502 y 0,0298 m^3/s.

3.36. El tronco de cono de la figura tiene un orificio en el fondo de 5 cm de diámetro. Se pide:

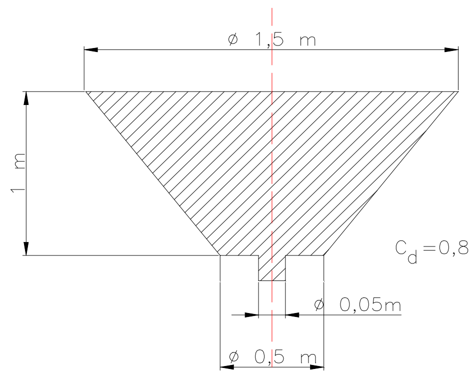


Figura 3.36.

a) Tiempo que tardará la superficie libre en descender 0,5 m.

r) 103 s.

3.37. Teniendo en cuenta los datos reseñados en la figura, se pide:

a) Tiempo que tardará en descender 1 m la superficie libre del depósito situado a la izquierda.

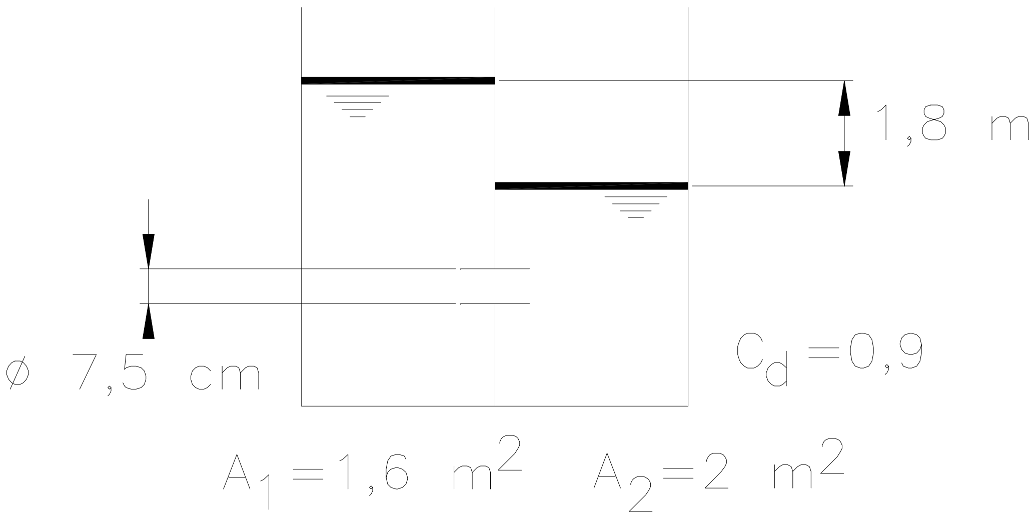


Figura 3.37.

r) 136 s.

3.38. A través de un orificio de 7,5 cm de diámetro cuyos coeficientes de velocidad y contracción valen 0,95 y 0,65 respectivamente, fluye aceite de 0,72 de densidad relativa. Se pide:

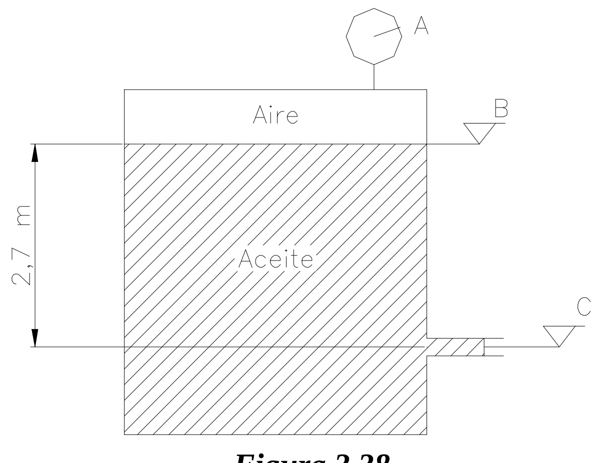


Figura 3.38.

a) Lectura del manómetro A, si la potencia del chorro es de 5,88 kW.

b) Altura en el Pitot si éste fuese colocado a la salida del chorro.

c) Tiempo que tardará en descender la lámina superior 1 m, si se mantiene constante la presión del aire y es equivalente a la calculada en a).

Dato: Sección trasversal del depósito = 2 m^2.

r) 0,108 MPa;16,25 m; 39,58 s.

3.39. En el sistema esquematizado en la figura, despreciando las pérdidas, se pide:

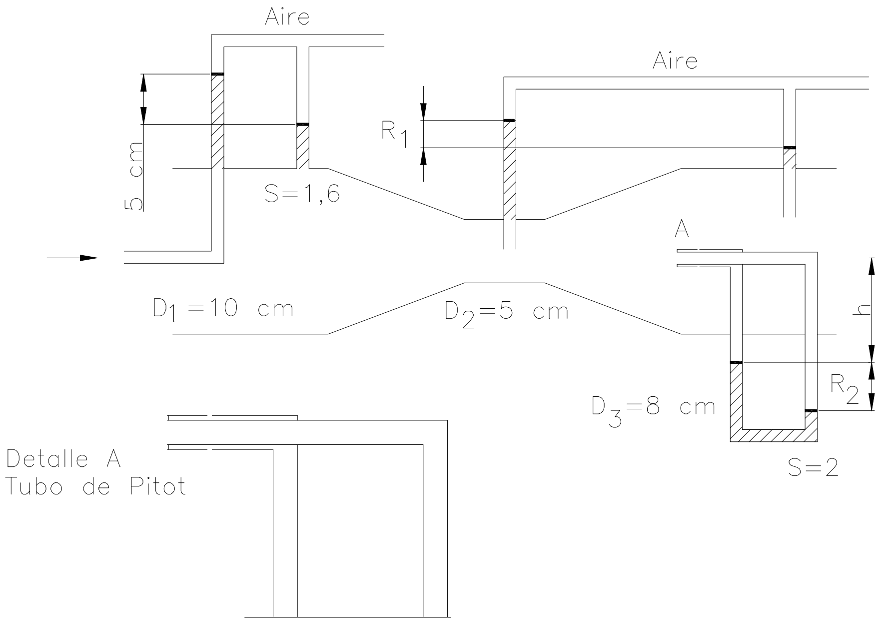


Figura 3.39.

a) Caudal circulante.
b) Valores de R_1 y R_2.
c) Razonar si son correctas las posiciones relativas de los meniscos tal como están dibujados.

r) 7,78 l/s; 0,67 y 0,492 m; mal y bien.

3.40. Un líquido de densidad relativa 0,8 fluye hacia arriba a través de un Venturi acoplado a una tubería de 300 mm de diámetro y de 150 mm de garganta, siendo su coeficiente 0,98. La diferencia de niveles en el manómetro es de 1,16 m, cuyo líquido manométrico tiene un peso específico relativo de 1,25. Se pide:

a) Caudal circulante.
b) Altura que alcanzaría el líquido en un piezómetro abierto dispuesto en la garganta.

Dato: Presión a la entrada del Venturi = 10 mca.

r) 64 l/s; 11,84 m.

3.41. Una tobera VDI de 76 mm de diámetro se utiliza para medir caudales de agua a 20^{o}C en unas conducciones de 200 mm de diámetro. Si el caudal fluyente es de 760 l/mn, se pide:
a) Lectura del manómetro diferencial.
Dato: Peso específico relativo del líquido manométrico = 2,96.

r) 0,202 m.

3.42. Un diafragma de 50 mm de diámetro sirve para medir el caudal de agua que circula por una tubería horizontal de 80 mm de diámetro. Se desea calibrar el diafragma mediante un piezómetro abierto, un Pitot y un manómetro diferencial de mercurio.

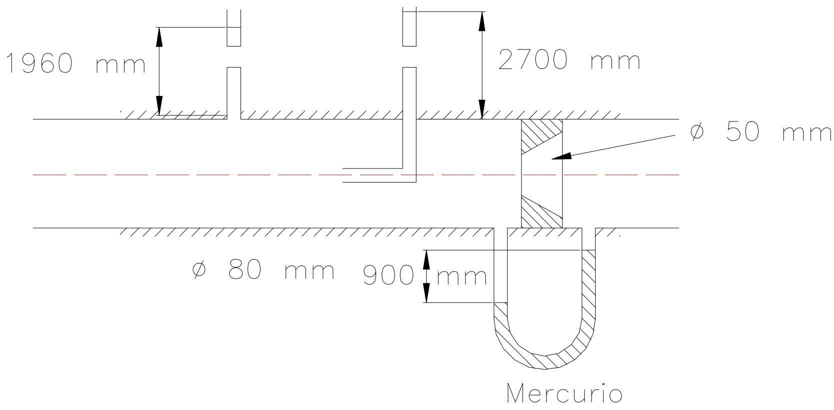


Figura 3.42.

Para un valor del flujo determinado las lecturas son las siguientes: Piezómetro - 1.960 mm; Pitot - 2.700 mm; manómetro - 900 mm. Se pide:

a) Coeficiente de gasto del diafragma en tales condiciones.
b) Número de Reynolds.

<u>**Dato:**</u> Viscosidad del agua = 1 cSt.

r) 0,65; 304.800.

TEMA 4

Conservación de la cantidad de movimiento.

Introducción

En este capítulo se presentan una serie de problemas de aplicación del teorema de la cantidad de movimiento o momento lineal y del momento de la cantidad de movimiento o momento cinético aplicado a volúmenes de control finitos en regimen permanente. Se puede considerar este capítulo como un compendio de los principios fundamentales del movimiento de fluidos, por cuanto es necesario aplicar para la resolución de estos problemas la ecuación de la continuidad (ecuación de la masa) y la ecuación de Bernoulli (consevación de la energía) además lógicamente de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento y del momento de la cantidad de movimiento.

Los problemas propuestos son aplicaciones del cálculo de Fuerzas producidas por un fluido sobre un sólido o pieza especial, estudio de las hélices propulsoras mediante las hipótesis de Rankine, la propulsión a chorro y la mecánica del cohete. Una parte importante de los problemas está dedicada al estudio de los álabes y su aplicación a las turbinas de acción, especialmente a las turbinas Pelton. Los ejercicios sobre las turbinas de reacción están presentados en el capítulo de Turbomáquinas. Se añaden en la colección la aplicación del ensanchamiento o estrechamiento brusco y el funcionamiento de los aspersores.

Problemas resueltos.

4.1. Una pieza especial consta de dos boquillas de diámetro 22 mm, que descargan a la atmósfera cada una un caudal de 9 l/s. Esta pieza está unida en B a una tubería hierro galvanizado de 125 mm. de diámetro. Tanto la tubería principal como la pieza especial se encuentran apoyadas en un plano horizontal. Se pide, despreciando las pérdidas de carga en la pieza especial:

a) Presión en B (Pa).
b) Esfuerzos (Fuerzas F_X, F_Y) que se producen en la unión.
c) Momento M_Z que se produce en la unión.

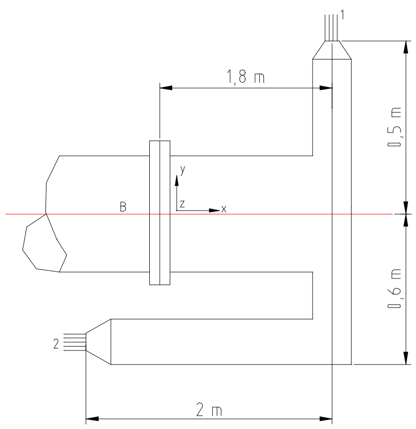


Figura 4.1.

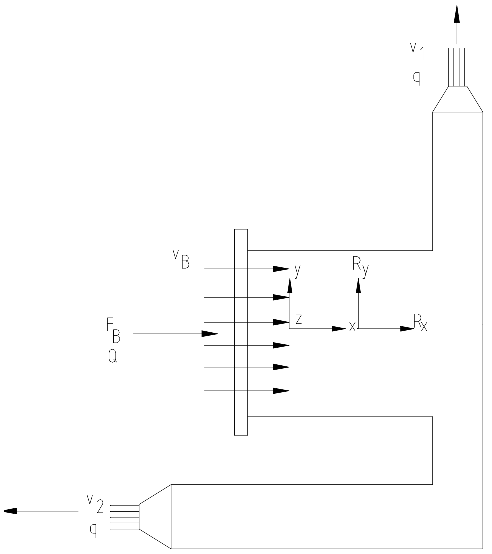
Resolución.

a) Aplicación de la Ecuación de Bernoulli en la pieza especial:

$$B_B = B_1 = B_2$$

$$Z_B + \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^{\ 2}}{2g} = Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^{\ 2}}{2g}$$

Tomando presiones manométricas: P_1=P_2=0. Además Z_1=Z_2=Z_B.



$$\frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^{\ 2}}{2g} = \frac{v_1^{\ 2}}{2g}$$

Cálculo de las velocidades:

$$v_1 = \frac{4q}{\pi d^2} = \frac{4 \times 0{,}009}{\pi \times 0{,}022^2} = 23{,}68\ m/s$$

$$v_B = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}018}{\pi \times 0{,}125^2} = 1{,}47\ m/s$$

por lo tanto:

$$\frac{P_B}{\gamma} = \frac{23{,}68^2 - 1{,}47^2}{19{,}6} = 28{,}49\ mca \Rightarrow 279199\ Pa$$

b) Aplicación del teorema de la Cantidad de Movimiento:

1) Elección del Volumen de Control $\forall_C$.
2) Elección de los ejes x, y, z.
3) Fuerzas exteriores al Volumen de Control.

- Fuerza de presión: $F_B = P_B \times A = 279199 \times \dfrac{\pi \times 0{,}125^2}{4} = 3426{,}3\ N$.
- R_x, R_y : acción de la pieza sobre el fluido.

4) Cálculo de velocidades.

- $v_1 = 23{,}68\ m/s$
  $v_{\mathbf{B}} = 1{,}67\ m/s$

5) Aplicación de la ecuación a los ejes x e y:

$$\sum \vec{F} = \rho \left(\sum_{sal} Q\vec{v} - \sum_{ent} Q\vec{v} \right)$$

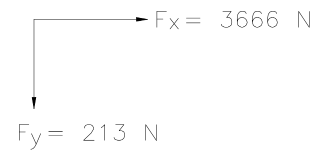
$$\sum F_x = P_B A + R_x = \rho(-qv_2 - Qv_B)$$

$$R_x = -3246{,}3 + 10^3[-0{,}009 \times 23{,}68 - 0{,}018 \times 1{,}47]$$

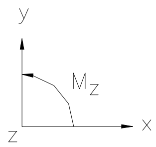
$$R_x = -3666\ N \to ((\leftarrow)\ R_x = 3666\ N)$$

$$\sum F_y = R_y = \rho[qv_1] = 10^3.0{,}009.23{,}68 = 213\ N \to \left(Por\ lo\ tanto(\uparrow)\ R_y = 213\ N\right)$$

Los esfuerzos en la brida de unión son:



b) Aplicación del teorema del Momento de la cantidad de Movimiento.

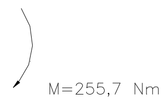


$$\sum M_Z = \rho\left[\left(\vec{r} \wedge Q\vec{v}\right)_{sal} - \left(\vec{r} \wedge Q\vec{v}\right)_{ent}\right]$$

$$M_Z = \rho\left[1{,}8.q.v_1 - 0{,}6.q.v_2 - 0\right] = 10^3.\left[1{,}8.0{,}009.23{,}68 - 0{,}6.0{,}009.23{,}68\right]$$

$$M_Z = 255{,}7\ Nm$$

El momento producido será la unión por el agua es:



4.2. Sobre la banda transportadora que se mueve a una velocidad de 5 m/s, se depositan 2 m^3/s de grava. La grava tiene un peso específico de 20 kN/m^3, ésta deja la tolva a una velocidad de 1 m/s y a continuación tiene una caída libre de una altura media de h=2 m, tal como indica la figura.

Calcular:

a) La componente horizontal y vertical de la fuerza que ejerce la grava sobre la banda transportadora.

b) El par necesario para que la banda realice el trabajo.

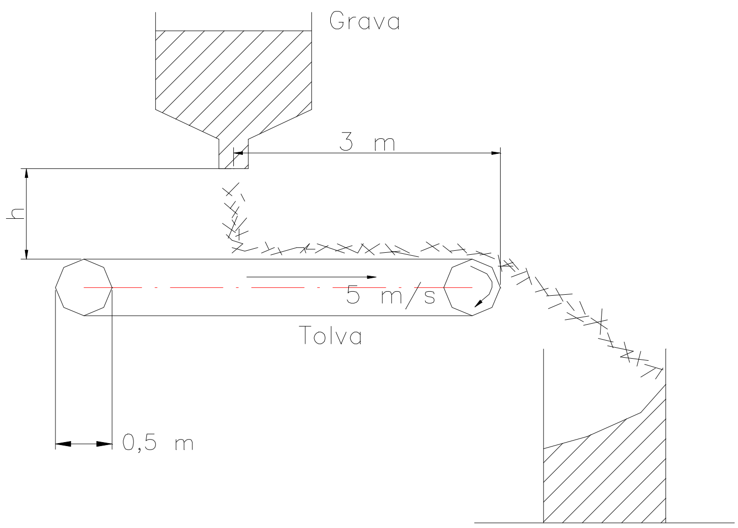
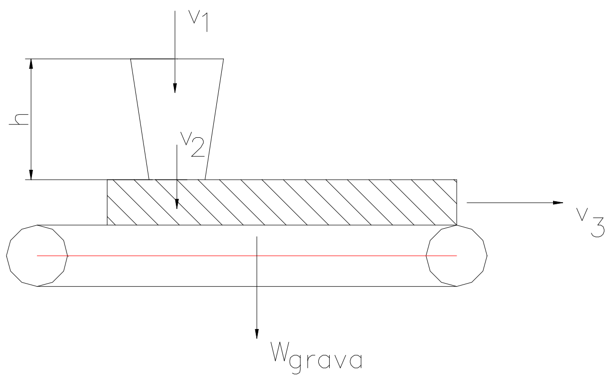


Figura 4.2.

Nota: despreciar la fricción de los rodillos.

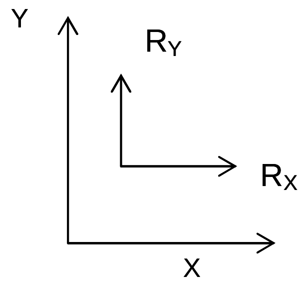
Resolución.

a) La fuerza horizontal que ejerce la grava sobre la bomba transportadora es debido a la velocidad de 5 m/s, con que la grava abandona la banda. La fuerza vertical por otro lado, es debida tanto al peso de la grava situada encima de la banda, con la acción de la grava que incide sobre la banda al caer de la tolva.



1) Aplicación del Teorema de la cantidad de movimiento al volumen de control indicado en la figura (Volumen de la grava que está encima de la cinta)

2) Elección de los ejes x, y.



3) Fuerzas exteriores al volumen de control.

   - Peso de la grava.
   - R_X y R_Y : acción de la banda sobre la grava.

4) La velocidad de salida de la grava del volumen de control es v_3 = 5 m/s. La velocidad de entrada de la grava al volumen de control v_2 es:

$$\frac{v_1^{\,2}}{2g} + h = \frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^{\,2} + 2gh} = \sqrt{1^2 + 19{,}6.2} = 6{,}34\ m/s$$

5) Aplicación de la ecuación en el eje X.

$$R_X = \rho Q\left(\vec{v}_{salida} - \vec{v}_{entada}\right) = \rho Q v_3 = \frac{\gamma Q v_3}{g}$$

$\gamma = 20000$ N/m^3; Q= 2 m^3/s; $v_3 = 5$ m/s

$$R_X = \frac{20000.2.5}{9,8} = 20408,2\ N$$

<u>Eje y:</u>

$$R_Y - W = \rho Q\left(\vec{v}_{salida} - \vec{v}_{entrada}\right) = \rho Q\left[0 - \left(-v_2\right)\right] = \rho Q v_2$$

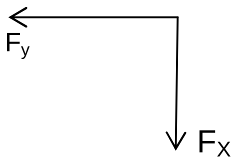
$$R_Y = \rho Q v_2 + W = \frac{\gamma Q v_2}{g} + W$$

Cálculo del Peso de la grava (L = 3 m encima de la banda).

$$W = \gamma.V = \gamma.A.L = \frac{\gamma.Q}{v_3}.L = 20000\frac{2}{5}3 = 24000\ N$$

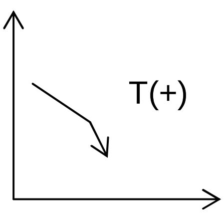
$$R_Y = \frac{20000.2.6,34}{9,8} + 24000 = 49879\ N$$

Por tanto la fuerza que ejerce la grava sobre la banda es:



$$F_X = 20408,2\ N$$
$$F_Y = 49879\ N$$

b) Ecuación de Momento de la Cantidad de Movimiento en el mismo Volumen de Control.



$$\sum \vec{T} = \rho Q\left[\left(\vec{r} \wedge \vec{v}\right)_{sal} - \left(\vec{r} \wedge \vec{v}\right)_{ent}\right]$$

$$T - W\frac{L}{2} = \rho Q\left[\frac{0,5}{2}v_3 - \left(-3v_2\right)\right]$$

$$T = 24000.1,5 + \frac{2.10^4}{9,8}.2.\left[0,255 + 3,634\right] = 118739\ Nm$$

4.3. Un barco se desplaza a 30 km/h. La velocidad del agua en la estela que deja es de 24 km/h respecto al agua sin perturbar. Calcular el rendimiento de propulsión.

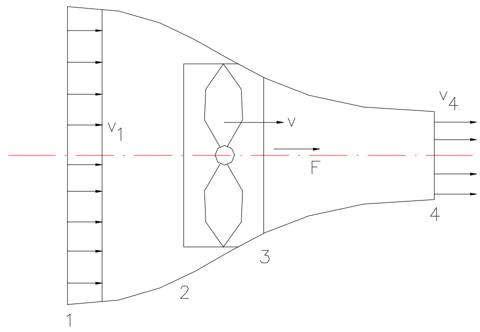


Figura 4.3.

Esquema de las velocidades relativas del agua respecto a la hélice que se desplaza a una velocidad v_1 a la izquierda a través de un fluido estacionario.

La fuerza ejercida por la hélice es la única fuerza externa que actúa en dirección axial; si el volumen de control elegido es el formado por las secciones 1 y 4 y la frontera de la estela de deslizamiento:

$$F = \rho Q[v_4 - v_1]$$

Como la velocidad v no varía a través de la hélice entre 2 y 3 la misma Fuerza F vale:

$$F = (P_3 - P_2).A$$

donde A es el área barrida por las aspas de la hélice.

Aplicando Bernoulli para la corriente entre las secciones 1 y 2, y entre las secciones 3 y 4, se puede despejar P_3-P_2:

$$P_3 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_4{}^2 - v_1{}^2\right)$$

Por tanto: $V = \dfrac{v_1 + v_4}{2}$

La potencia útil realizada por la hélice vale:

Potencia Util= $F.v_1 = \rho Q(v_4 - v_1).v_1$

La potencia perdida en la propulsión es la energía cinética por unidad de tiempo que queda en la estela de deslizamiento.

Potencia perdida $= \dfrac{\gamma Q(v_4 - v_1)^2}{2g}$

Potencia total requerida en la propulsión:

$$\text{Potencia total} = \rho Q(v_4 - v_1).v_1 + \frac{\rho Q(v_4 - v_1)^2}{2}$$

Rendimiento de la propulsión:

$$\eta = \frac{\rho Q(v_4 - v_1).v_1}{\rho Q(v_4 - v_1).v_1 + \frac{\rho Q(v_4 - v_1)^2}{2}} = \frac{v_1}{v_1 + \frac{v_4 - v_1}{2}} = \frac{v_1}{\frac{v_1 + v_4}{2}} = \frac{v_1}{v}$$

v_1, representa la velocidad del barco: 30 km/h.
v_4, velocidad relativa del agua en la estela.

La velocidad absoluta de agua en la estela es:

$$v_{abs} = v_4 - v_1 = 24\ km/h$$

Por lo tanto: $v_4 = 24 + 30 = 54\ km/h$

Rendimiento de la propulsión:

$$\eta = \frac{30}{(30+54)/2} = 0{,}714 = 71{,}4\ \%$$

4.4. Un bote requiere 20 kN de empuje para mantenerlo en movimiento a 25 km/h.

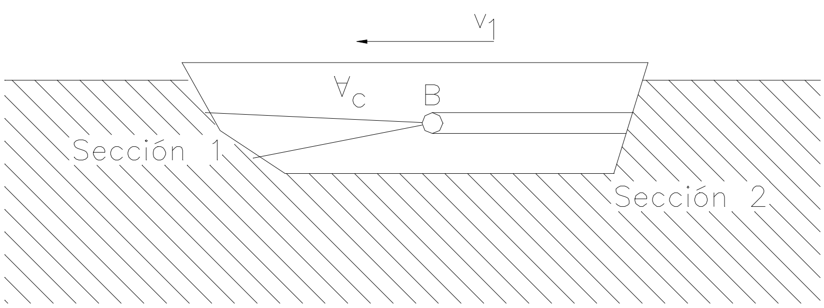


Figura 4.4.

a) ¿Cuántos m^3/s de agua deben de ser tomados y expulsados por un tubo de 500 mm para mantener ese movimiento?.
b) ¿Cuál es el rendimiento total del sistema de bombeo tiene un rendimiento del 60 %?.

Resolución.

Dato: Densidad del agua= 1000 kg/m^3.

La velocidad del bote v_1 = 25 km/h = 6,94 m/s.
Movimiento absoluto del agua en las secciones 1 y 2.

$$V_{absoluta} \text{ (sección 1)} = 0$$
$$V_{absoluta} \text{ (sección 2)} = v_{abs}$$

Movimiento relativo del agua respecto al bote:

$$v_{rel}\text{(sección 1)} = v_1$$
$$v_{rel}\text{(sección 2)} = v_1 + v_{abs}$$

Aplicación del Teorema de la Cantidad de Movimiento en este sistema de propulsión a chorro.

$$\sum \vec{F} = \rho Q(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$
$$F = \rho Q v_{abs}$$

El caudal expulsado por la sección de 500 mm es:

$$Q = A_2(v_1 + v_{abs})$$

Por tanto:

$$F = \rho A_2(v_{abs} + v_1)v_{abs}$$
$$\frac{F}{\rho A_2} = v_{abs}^2 + v_1 v_{abs}$$

Sustituyendo los valores:

$$\frac{20000}{1000.\pi.0{,}25^2} = v_{abs}^2 + 6{,}94.v_{abs}$$

Resolviendo esta ecuación de 2º grado: $v_{abs} = 7{,}20\ m/s$

Por tanto: $v_{rel} = v_{abs} + v_1 = 7{,}20 + 6{,}94 = 14{,}14\ m/s$

$$Q = \pi.0{,}25^2.14{,}14 = 2{,}78\ m^3/s$$

b) $\eta_{total} = \eta_{bombeo}.\eta_{propulsión} = 0{,}60.\eta_{propulsión}$

Potencia perdida: $\rho Q \dfrac{v_{abs}^2}{2} = 10^3.2{,}78.\dfrac{7{,}20^2}{2} = 72015\,W$

Potencia útil = $20000.6{,}94 = 138800\,W$

$$\eta_{propulsión} = \frac{138800}{138800 + 72015} = 0{,}66$$

$$\eta_{sistema} = 0{,}6.0{,}66 = 0{,}40$$

4.5. Un orificio en pared delgada de 150 mm. de diámetro situado a una profundidad de 7,5 m sobre la pared de un depósito descarga un caudal de 180 l/s de agua. El chorro incide sobre una pantalla plana, inclinada 60º con la horizontal. Para mantener dicha pantalla en esa posición hay que aplicar frente al chorro una fuerza de 180 kg en dirección perpendicular a la pantalla.

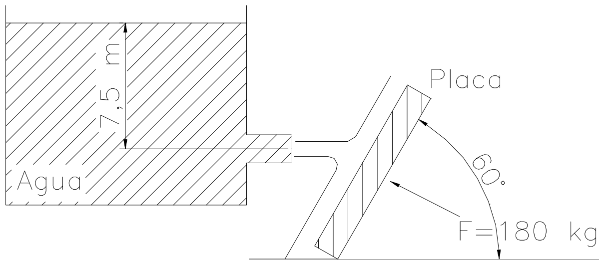


Figura 4.5

Suponiendo constante la altura del depósito, calcular:

a) los coeficientes de los orificios C_c, C_v, y C_d.
b) Reparto de caudales en la pantalla.

Nota: Suponer nulo el rozamiento en la placa.

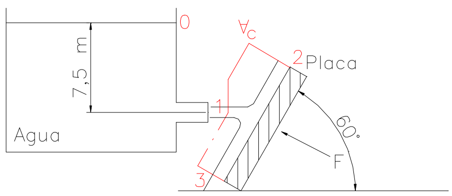
Resolución.

a) Coeficientes de los orificios C_c, C_v, y C_d.

Velocidad teórica v_1 del chorro:

$$v_{1t} = \sqrt{2g7{,}5} = 12{,}12\ m/s$$

Caudal teórico del chorro:



$$Q_{1t} = \frac{\pi.0{,}15^2}{4}12{,}12 = 0{,}2143\frac{m^3}{s} = 214{,}3\ l/s$$

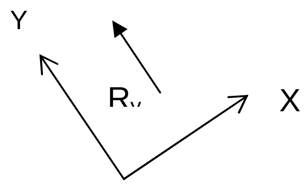
$$C_d = \frac{Q_1}{Q_{1t}} = \frac{180}{214{,}3} = 0{,}8$$

Aplicación de la Ecuación del Teorema de la Cantidad de Movimiento.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \rho\left[\sum Q\vec{v}_{sal} - \sum Q\vec{v}_{ent}\right]$$

1) Elección del Volumen de Control, (indicado en el dibujo).

Ejes x, y.



2) Fuerzas exteriores al Volumen de Control.

La presión exterior al Volumen de Control es atmosférica. Por tanto se anula. El peso del líquido del Volumen de Control se considera despreciable. La fuerza en dirección y de la placa sobre el Volumen de Control, no existe por la no existencia de rozamiento en la placa.

$$R_x = 0$$

La fuerza en dirección y: $R_y = F = 180\ kg = 1764\ N$.

3) Las velocidades en las secciones 1, 2 y 3 del flujo son idénticas, si se aplica la Teoría General de álabes, donde las pérdidas de carga y las diferencias de cota son despreciables.

$$v_1 = v_2 = v_3$$

4) Dirección Y

$$\sum \vec{F}_Y = \rho\left[\sum_{sal} Q\vec{v}_y - \sum_{ent} Q\vec{v}_y\right]$$

$$R_y = \rho[0 - Q_1.(-V_1.sen 60)]$$

$$R_y = \rho.Q_1.v_1.sen\ 60$$

$$v_1 = \frac{1764}{1000.0{,}18.sen\ 60} = 11{,}32\ m/s$$

Coeficiente de velocidad: $C_v = \dfrac{v_1}{v_{1t}} = \dfrac{11{,}32}{12{,}12} = 0{,}933$

Coeficiente de contracción: $C_c = \dfrac{C_d}{C_v} = \dfrac{0{,}84}{0{,}933} = 0{,}9$

Dirección X:

$$\sum \vec{F}_x = \rho\left[\sum_{sal} Q\vec{v}_x - \sum_{ent} Q\vec{v}_x\right]$$

$$0 = \rho[(Q_2 v_2 - Q_3 v_3) - Q_1 v_1 \cos 60]$$

$$v_1 = v_2 = v_3$$

Por tanto:

$$Q_2 - Q_3 = Q_1 \cos 60$$

Aplicando la Ecuación de la Continuidad.

$$Q_2 + Q_3 = Q_1$$

Resolviendo este sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas.

$$Q_2 = Q_1 \frac{(1+\cos 60)}{2} = 135\ l/s$$
$$Q_3 = Q_1 \frac{(1-\cos 60)}{2} = 45\ l/s$$

4.6. Un álabe se mueve con velocidad constante u sobre un carrito. La velocidad del chorro es C_1 y su área A. Calcular:

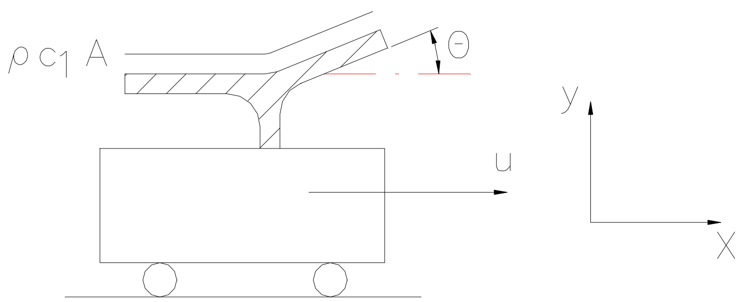
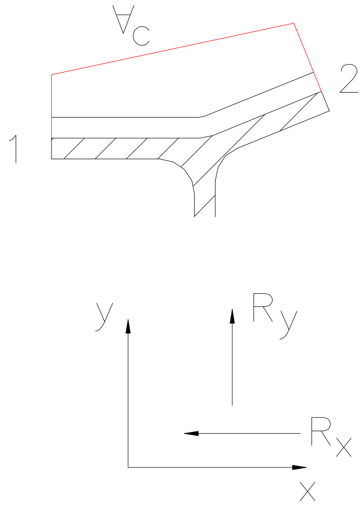


Figura 4.6.

a) F_x para mantener el carrito en esta situación sin aceleración, despreciando la fricción, (expresiones).
b) Hallar u como fracción de C_1 (u/C_1) para la cual la potencia transmitida es máxima, (expresiones).
c) Calcular F_x y la potencia transmitida si el álabe se mueve a la izquierda a 10 m/s, C_1 = 40 m/s, A = 5 cm^2 y θ = 60 º. Expresarlo en Newtons y kilowatios.
d) Si no hay fricción en las ruedas ni F_x que detenga el movimiento obtener una ecuación diferencial que dé la aceleración a_c del carrito si su masa más la del álabe es m_c. Resolver la ecuación con la condición inicial de (t = 0, u = 0).
e) Si C_1 = 35 m/s, A = 5 cm^2, θ = 120 º y m_c = 50 kg, calcular el tiempo necesario para alcanzar la u = 30 m/s y la aceleración del carrito al cabo de 2 segundos.

Resolución.



a) Es una aplicación del Teorema de Cantidad de Movimiento sobre álabes móviles, debiendo de considerar el movimiento relativo del chorro sobre el álabe.
b) Elección del Volumen de Control $\forall_C$.
c) Elección de los ejes del sistema.

d) Fuerzas exteriores al Volumen de Control. Solamente existe la acción del álabe sobre el volumen de control, R_x, R_y.
e) Estudios de las velocidades absolutas y relativas del chorro respecto al álabe.

Velocidades en la Sección 1 a la entrada del Volumen de Control.

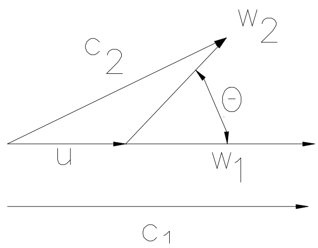
Velocidad absoluta = c

Velocidad de arrastre = u

Velocidad relativa = w

Despreciando la fricción en álabe: $w_1 = w_2 = (c_1\text{-}u)$.

f) Ecuación del Teorema de la Cantidad de Movimiento.



Eje X:

$$-R_x = \rho A(c_1 - u)\{(c_1 - u)\times\cos\theta - (c_1 - u)\}$$
$$R_x = \rho\times A\times(c_1 - u)^2\times(1 - \cos\theta)$$

Eje Y:

$$R_y = \rho\times A\times(c_1 - u)\times(c_1 - u)\times\text{sen }\theta$$

Acción del chorro sobre el carro:

$$F_x = \rho\times A\times(c_1 - u)^2\times(1 - \cos\theta) \quad (\rightarrow)$$
$$F_y = \rho\times A\times(c_1 - u)^2\times\text{sen }\theta \quad (\downarrow)$$

Por tanto, la fuerza para mantener el carro sin aceleración, a la velocidad u = cte es F_x (←).

g) Cálculo de u para Potencia útil máxima:

$$Potencia = F_x \times u = \rho \times A \times (c_1 - u)^2 \times (1 - \cos\theta) \times u = k.u.(c_1 - u)^2$$

$$\frac{d(Pot)}{du} = k \times \left[(c_1 - u)^2 - 2u \times (c_1 - u)\right] = 0$$

- $c_1 - u = 0$ $\quad$ $c_1 = u$ $\quad$ Potencia mínima.
- $(c_1 - u) - 2u = 0$ $\quad$ $u = c_1/3$ $\quad$ Potencia mínima.

$$\boxed{\frac{u}{c_1} = 1/3}$$

h) Si $\left.\begin{array}{l} u = 10\ m/s \\ c_1 = 40\ m/s \\ A = 5\ cm^2 \\ \theta = 60^o \end{array}\right\} F_x = 10^3.5.10^{-4}.(40+10)^2(1-\cos 60) = 625\ N$

Potencia absorbida por el álabe = 6250 W.

i) En el instante t:

$$F_x = \rho \times A \times (c_1 - u)^2 \times (1 - \cos\theta) = m_C \times \frac{du}{dt}$$

$$dt = \frac{m_C}{\rho \times A \times (1 - \cos 60)} \frac{du}{(c_1 - u)^2}$$

Resolviendo esta ecuación diferencial con los límites de integración:

T = 0 $\quad$ u = 0
T = t $\quad$ u = u

$$t = \frac{m_C}{\rho \times A \times (1 - \cos\theta)}\left[\frac{1}{c_1 - u} - \frac{1}{c_1}\right] = k \times \left(\frac{1}{c_1 - u} - \frac{1}{c_1}\right)$$

Despejando u:

$$u = c_1 - \frac{1}{\frac{t}{k} + \frac{1}{c_1}}$$

$$a_C = \frac{du}{dt} = \frac{1/k}{\left(t/k + 1/c_1\right)^2}$$

j) $c_1 = 35$ m/s, A = 5 cm^2, θ = 120 º, $m_C = 50$ kg.
Tiempo t, en alcanzar u = 30 m/s;

$$k = \frac{m_C}{\rho \times A \times (1-\cos\theta)} = \frac{50}{10^3 \times 5.10^{-4} \times (1-\cos 120)} = 66{,}66\ m$$

$$t = 66{,}66 \times \left(\frac{1}{35-30} - \frac{1}{35}\right) = 11\ s$$

Aceleración a_C a los t = 2 s.

$$a_C = \frac{1/66{,}66}{\left(\frac{2}{66{,}66} + \frac{1}{35}\right)^2} = 4{,}4\ m/s^2$$

4.7. Una rueda de una turbina Pelton es alimentada por un inyector situado en la cota 125. La tubería forzada es de acero comercial de 500 mm y 1400 m de longitud. Si el diámetro del chorro es de 9 cm y el factor de paso de la boquilla es 0,025 con la energía cinética a la salida, calcular:

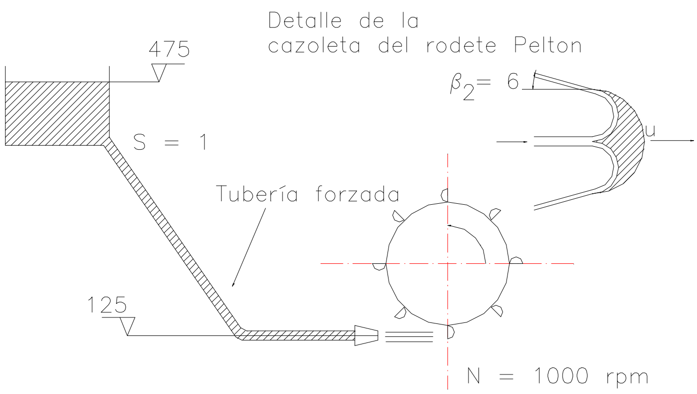


Figura 4.7.

a) Caudal circulante.
b) La velocidad del chorro.
c) La velocidad u de los álabes para que la potencia obtenida sea la máxima, suponiendo nulas las pérdidas por rozamiento del chorro a su paso por el álabe o cazoleta.
d) Par y potencia obtenida por la turbina.
e) Velocidad del chorro a la salida del rodete.

Resolución.

a) Cálculo del caudal circulante:

Aplicación de la ecuación de Bernoulli del embalse hasta el chorro:

$$B_{embalse} = hf_{tf} - hf_{boq} = B_1$$

Las pérdidas de carga en la tubería forzada se calculan por medio de la expresión de Hazen-Williams: $hf = J, L\, Q^{1,852} \left(l/s \right)$.

$$\varepsilon (rugosidad\ absoluta) = 0{,}006\ cm$$

$$\frac{\varepsilon}{D} (rugosidad\ relativa) = \frac{0{,}006}{50} = 0{,}00012$$

Coeficiente de Hazen-Williams = 140

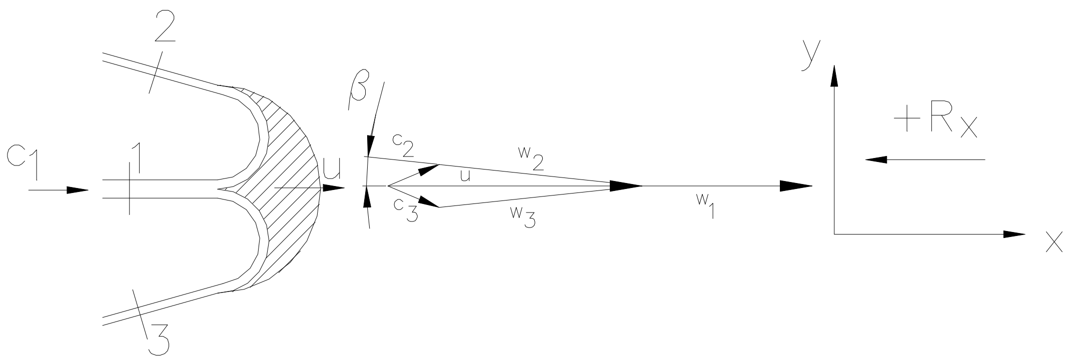
J_1 = Pérdida de carga unitaria = $9{,}22.10^{-8} \left(\frac{m}{m \left(l/s \right)^{1,852}} \right)$

$$4{,}75 - 9{,}22.10^{-8}.1400.Q_{(l/s)}^{1,852} - 0{,}025\frac{C_1^{\,2}}{2g} = 125 + \frac{C_1^{\,2}}{2g}$$

$$\text{donde } C_1 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4Q}{\pi 0{,}09^2} = 157{,}9\ Q \left(m^3/s \right)$$

Solución: Q = 510 l/s y C_1 = 80,2 m/s

b) C_1 = 80,2 m/s.



c) $w_1 = c_1 - u$

Suponiendo despreciables las pérdidas en la cazoleta

$$w_1 = w_2 = w_3 = (c_1 - u)$$

Aplicación del teorema de la Cantidad de Movimiento, al álabe:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \rho\left[\sum Q\vec{v}_{salida} - \sum Q\vec{v}_{entrada}\right]$$
$$-R_X = \rho\left[-Q_2(c_1-u)\cos\beta_2 - Q_3(c_1-u)\cos\beta_2 - Q(c_1-u)\right]$$

Siendo $Q_2 + Q_3 = Q_1 = 510$ l/s:

$$R_x = \rho Q(c_1-u)(1+\cos\beta_2)$$

F_x = Fuerza transmitida al rodete = R_x ($\rightarrow$)

Potencia útil = $F_x.u = \rho Q(c_1-u)u(1+\cos\beta_2)$

Obtención de u para máxima potencia:

$$\frac{dPot}{du} = \rho Q(1+\cos\beta_2)[c_1-u-u] = 0 \Rightarrow u = c_1/2$$

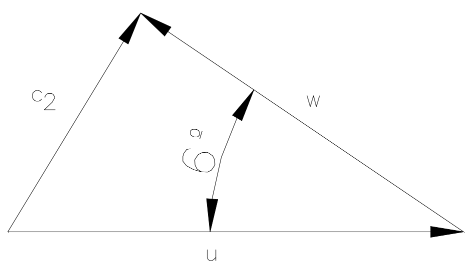
Por tanto: $u = \frac{80{,}2}{2} = 40{,}1\ m/s$

4) $u = \omega R = \frac{\pi D N(rpm)}{60}$; $D = \frac{60.u}{\pi N} = \frac{60.40{,}1}{\pi.1000} = 0{,}766\ m$

5)Fuerzas $\rho Q(c_1-u)(1+\cos\beta_2) = 10^3.0{,}510.\left(80{,}2 - \frac{80{,}2}{2}\right).(1+\cos 6^{\prime}) = 40773\ N$

$$Par = F.R = 40773.\frac{0{,}766}{2} = 15607\ N.m$$
$$Potencia = F.u = 40773.40{,}1.10^{-3} = 1634\ kW$$

6)



$$u = 40{,}1\ m/s$$
$$w = u = 40{,}1\ m/s$$

Teorema del coseno:

$$c_2^{\ 2} = u^2 + w^2 - 2u.w.\cos 6^{\prime}$$
$$c_2 = 4{,}2\ m/s$$

Problemas a resolver por el alumno.

4.8. Una tubería de 60 cm de diámetro que transporta 900 l/s de un aceite de peso específico relativo 0,85 tiene un codo de 90º en un plano horizontal. La pérdida de carga en el codo es de 1,10 mc de aceite y la presión a la entrada es de 3 kg/cm^2. Se pide:

a) Fuerza resultante ejercida por el aceite sobre el codo.

r) 119,18 kN

4.9. Un aceite de peso específico relativo 0,75 fluye por un codo convergente en posición horizontal de 120º, entre planos que pasan por las secciones extremas. El diámetro aguas abajo es de 600 mm y la presión de 0,8 kg/cm^2. El diámetro aguas arriba es de 750 mm y el caudal de 100 m^3/mn. Despreciando las pérdidas de energía debidas al codo, se pide:

a) Componentes de la fuerza (paralela y normal a la velocidad de aguas abajo) necesaria para soportar el codo.

Nota: Se despreciarán las energías de posición.

r) 37 kN; 8,16 kN

4.10. Un caudal de 600 l/s de agua fluye por una tubería de 45 cm de diámetro que se bifurca en dos de 15 cm y 30 cm de diámetro como indica la figura adjunta. Se pide:

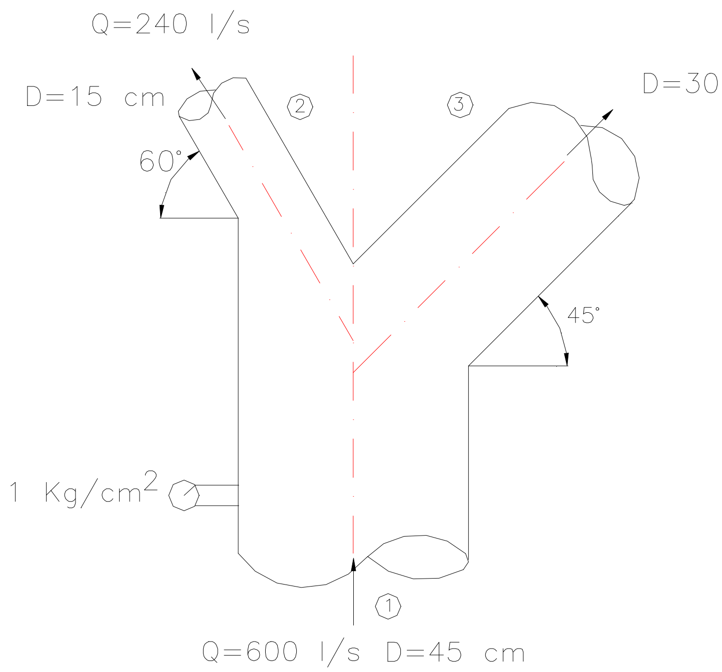


Figura 4.10

-Esfuerzos F_x y F_y a que está sometida la pieza en Y.

r) 4,2 y 8,9 kN

4.11. La boquilla de una manguera de incendios tiene 3 cm de diámetro interior, y está acoplada a un tubo cilíndrico de 8 cm de diámetro, igualmente interior. Cuando la boquilla se abre, la manguera proporciona un caudal de 40 l/s. Se pide:

a)Carga en la boquilla.

b)Resultante de las fuerzas que el acoplamiento de la boquilla con el tubo debe resistir cuando la boquilla está abierta, y cuando está cerrada.

r) 163,4 mca; -5,95 kN y 8,05 kN

4.12. En una instalación de una tubería ha sido necesario colocar en un plano vertical un cono de reducción y un codo de 45º. La presión en el punto anterior al comienzo de la reducción es de 2 kg/cm^2. Se pide:

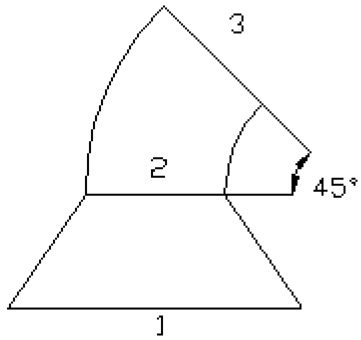


Figura 4.12.

- Componentes en la dirección vertical y horizontal, y la resultante de la fuerza que comunica el agua al conjunto.

Datos: Caudal conducido = 20 l/s. D_1 = 200 mm, $D_2 = D_3$ = 100 mm ; $z_2 - z_1$ = 0,50 m, $z_3 - z_1$ = 1,0 m.

Nota: Téngase en cuenta el peso y las energías cinéticas.

r) 4,98 kN y 1,06 kN; 5,09 kN

4.13. Se tiene la pieza en Y de la figura en posición vertical por la que circula agua, representada en la figura. Se pide:

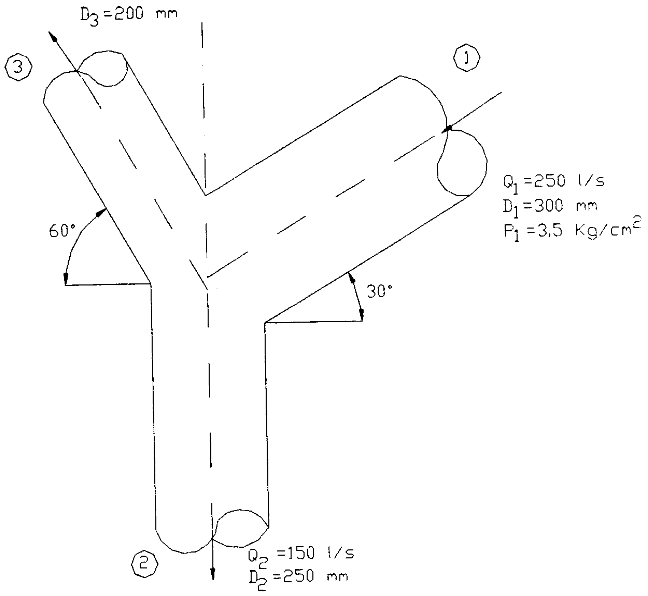


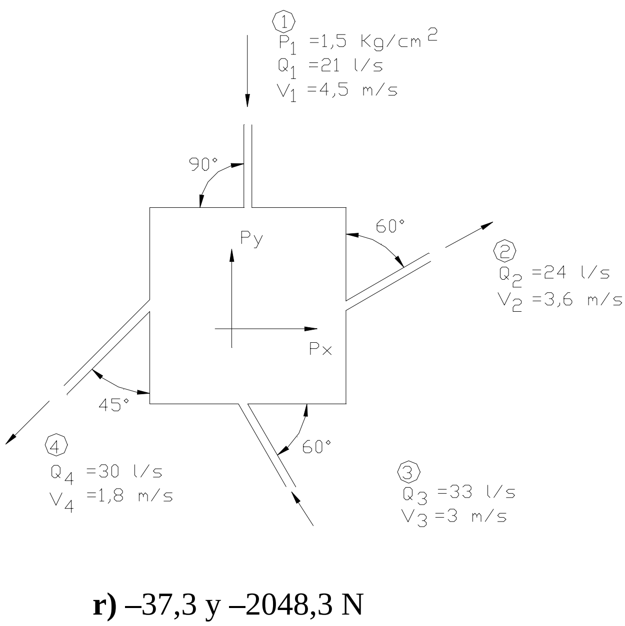
Figura 4.13.

a) Esfuerzos en dirección vertical y horizontal a que está sometida.
b) Resultante de la fuerza en módulo, dirección y sentido.
Nota: Despréciense la gravedad, pérdidas de carga y energías de posición.

r) 16,2 y 4,8 kN; 16,9 kN y 16,6º

4.14. Se tiene la caja negra de la figura, donde todas las tuberías están en el mismo plano, por las que circula agua. Se pide:

-Componentes R_X y R_Y de la fuerza que se requiere para mantener la caja en equilibrio.



Problema 4.14.

r) –37,3 y –2048,3 N

4.15. Un avión cuya hélice tiene un diámetro de 2,40 m vuela a través de aire en reposo a una velocidad de 340 km/h. La velocidad del aire a través de la sección de la hélice es de 450 km/h respecto del avión. Se pide:

a) Empuje sobre el avión.
b) Energía cinética por segundo que queda en la estela.
c) Potencia teórica necesaria para mantener el giro de la hélice.
d) Rendimiento de la hélice.
e) Diferencia de presión a través de las palas de la hélice.

Datos: Densidad del aire = 1,127 kg/m^3.

r) 38,9 kN; 1190 kW; 4874 kW; 75,5%; 8,6 kPa

4.16. Un ventilador montado sobre un armazón está provisto de un ancho hueco de aspiración colocado en la entrada. El diámetro de salida es de 10 cm con un coeficiente de contracción de 0,95. Se pide:

a) Empuje que sufre el armazón.

Datos: Caudal = 0,3 m^3/s; densidad del aire = 1,225 kg/m^3.

r) 14,77 N

4.17. La hélice propulsora de un barco tiene un rendimiento teórico del 60 %, su diámetro es de 1,2 m y el barco navega a 20 nudos. Se pide:

a) Empuje desarrollado.
b) Potencia propulsora.

Datos: 1 nudo = 1 milla marina/h; 1 milla = 1 minuto del cuadrante terrestre; peso específico relativo del agua de mar = 1,045.

r) 272,7 kN; 4681 kW

4.18. Se desea hacer navegar un barco a una velocidad de 24 km/h por medio de una bomba que aspire el agua de mar por proa y la impulse por popa. El caudal bombeado será de 0,28 m^3/s a través de una tubería de 15 cm de diámetro. Se pide:

a) Fuerza propulsora.
b) Potencia útil.
c) Potencia absorbida.
d) Rendimiento de la máquina.

Dato: Densidad relativa del agua de mar = 1,04.

r) 2671 N; 17,8 kW; 30,1 kW; 59%

4.19. Una lancha necesita un empuje de 1960 N para moverse a 12 nudos. Se pide:

a) Caudal que debe tomarse y lanzarse hacia atrás por una tobera de 30 cm de diámetro para mantener el movimiento.
b) Rendimiento total del sistema de la instalación si el de bombeo es del 65 %.
c) Caudal necesario si el agua se tomase de un tanque llevado dentro de la lancha y fuese lanzado por popa.

r) 648 l/s; 52%; 372 l/s

4.20. Un avión a chorro viaja a 1000 km/h. Toma de la atmósfera 8 kg/s de aire y quema 1 kg/s de fuel por cada 12 kg/s de aire. Se pide:

a) Empuje que se produce cuando los gases salen con una velocidad absoluta de 1400 m/s.
b) Rendimiento mecánico teórico del ingenio.

r) 12,2 kN; 28%

4.21. Una lancha accionada por un dispositivo de propulsión a chorro se mueve hacia aguas arriba en un río con una velocidad absoluta de 8,6 m/s. La corriente del río es de 2,3 m/s, el chorro de agua que arroja el dispositivo tiene una velocidad de 18 m/s respecto a la lancha. Si el caudal del chorro es de 1400 l/s, se pide:

a) Empuje que desarrolla el dispositivo propulsor.
b) Potencia propulsora.
c) Rendimiento de la propulsión.
d) Velocidad absoluta con que se desplazaría la lancha, en el caso de que se desplazase hacia aguas abajo, y se mantuviesen constantes los valores de la potencia propulsora y de la potencia útil de la bomba (V_r = Cte).

r) 9940 N; 85,5 kW; 59%; 59,85 km/h

4.22. Un motor turborreactor toma por el difusor de entrada 196 N/s de aire cuando se mueve a una velocidad de 210 m/s. Si el empuje desarrollado es de 11956 N cuando la velocidad de eyección de los gases, respecto al turborreactor, es de 750 m/s, se pide:
-Peso del combustible consumido por segundo.

r) 15,1 N/s

4.23. Un avión a chorro vuela a 183 m/s. El motor toma de la atmósfera 68 m^3/s de aire y quema 3 kg de combustible por cada 40 kg de aire. La energía se utiliza para comprimir los productos de la combustión y arrojarlos por la parte posterior del avión a 488 m/s con relación al mismo. Se pide:

a) Empuje producido.

b) Potencia propulsora.
c) Rendimiento teórico del ingenio.
Datos: Densidad del aire = 1,29 kg/m^3.

r) 29,97 kN; 5483,6 kW; 55,56%

4.24. Se tiene un barco que navega a una velocidad de 12 m/s, con una fuerza propulsora de 8.820 N, con un rendimiento del 68 %. Se pide:
a) Diámetro de la tubería de eyección.
b) Potencia total de la propulsión.
Dato: Peso específico relativo del agua de mar = 1,025.

r) 20,66 cm; 155,6 kW

4.25. Un barco es impulsado a una velocidad constante de 40 km/h mediante propulsión a chorro de agua. La fuerza total de arrastre es de 13328 N. El diámetro de la salida del chorro en la boquilla de escape es de 0,60 m. Se pide:

a) Velocidad absoluta del chorro en m/s.
b) Rendimiento del ingenio.
c) Potencia propulsora.

r) 3,28 m/s; 87,14%; 148 kW

4.26. Un chorro de agua de 50 mm de diámetro, choca contra una placa cuadrada, la cual forma 30º con la dirección del chorro. La velocidad del agua en el chorro es de 18 m/s y choca contra la placa en su centro de gravedad. Despreciando el rozamiento, y el peso de la placa, se pide:

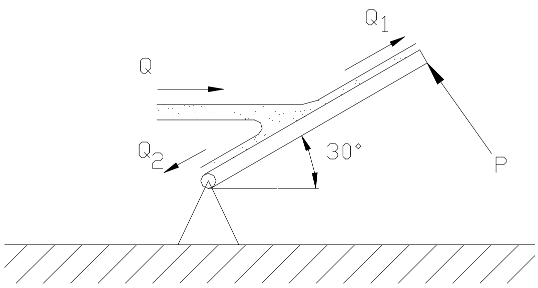


Figura 4.26.

a) Fuerza P que hay que aplicar en el extremo para mantener la placa en equilibrio.
b) Reparto de caudales.

r) 159 N; 32,9 l/s y 2,4 l/s

4.27. Una turbina Pelton trabaja bajo un salto neto de 750 m, soporta chorros de

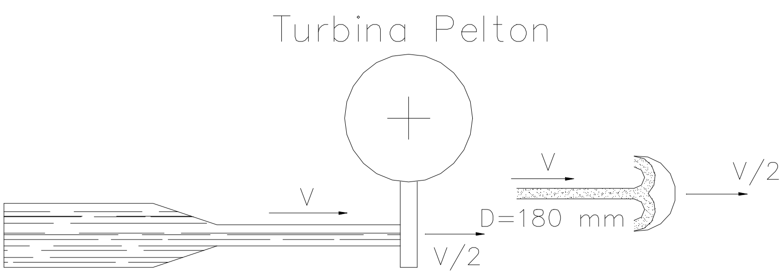


Figura 4.27.

180 mm de diámetro. Se pide:

a) Esfuerzo sufrido por una paleta de la turbina bajo la acción de este chorro, sabiendo que la velocidad de las paletas es igual a la mitad de la velocidad del chorro.

r) 374 kN

4.28. Desde un gran depósito, el agua fluye por un tubo y una turbina y al salir de ésta golpea una lámina deflectora de 90º como se muestra en la figura. Si se ejerce un empuje horizontal de 891,8 N sobre el deflector; se pide:

a) Potencia desarrollada por la turbina.

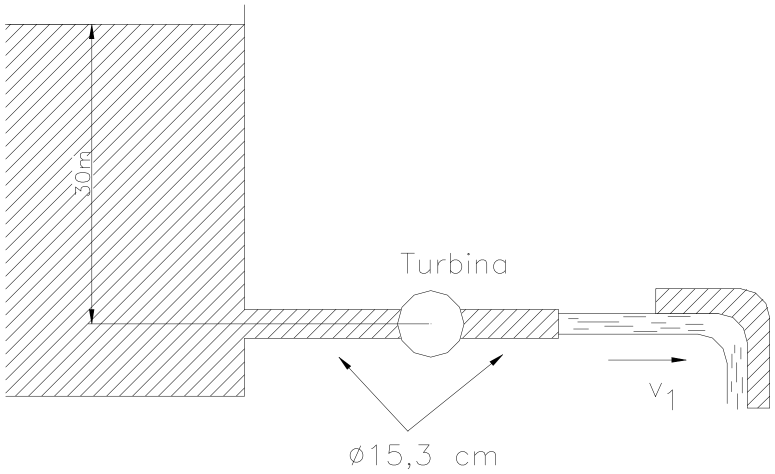


Figura 4.28.

r) 34,56 kW

4.29. Un recipiente en forma de vagón se desliza sobre una pista a nivel, sin rozamiento, por el efecto de un chorro de agua. El chorro alcanza el vagón, incide en el extremo final y es deflectado hacia el interior del mismo. No se derrama agua, toda cae

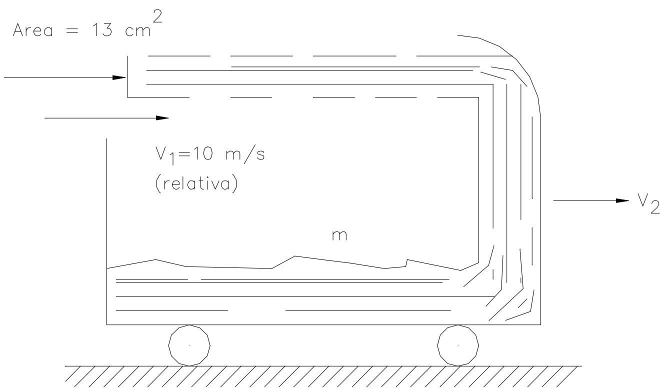


Figura 4.29.

dentro del vagón. Cuando el tiempo es cero, el vagón tiene una velocidad de 3 m/s y la masa de éste y del agua que está en él, en ese instante es de 45,5 kg. Se pide:

a) Tiempo necesario para que el vagón pase de la velocidad de 3 m/s a 6 m/s.

r) 1,22 s

Nota: Suponer que el chorro de agua persigue el vagón (v_1 = velocidad relativa constante) y cae dentro de él durante todo ese tiempo.

4.30. Un chorro es desviado 180º por un álabe, según se indica en la figura. Su peso es de 980 N. Se pide:

Figura 4.30.

a) Velocidad del carro 10 s después de que el chorro se dirigiera contra el álabe acoplado.
b) Distancia recorrida en dicho tiempo.

Datos: A_o = 0,2 dm^2 ; V_o = 30 m/s; velocidad inicial del carro = 0 m/s; densidad relativa del líquido que forma el chorro = 1,04.

Nota: Supóngase que el carro desliza sin rozamiento.

r) 27,73 m/s; 236,3 m

4.31. Una placa plana, perfectamente pulida, se mueve con una velocidad u en la misma dirección y sentido contrario a un chorro, según se indica en la figura. Se pide:

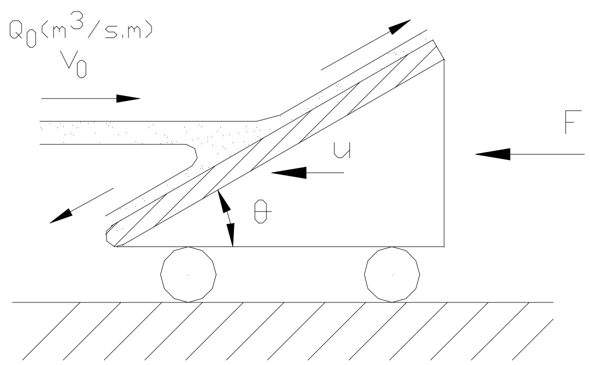


Figura 4.31.

Expresión que permite obtener la potencia necesaria para mover la placa con dicha velocidad.

a) Velocidad con que se debería desplazar el carro, alejándose del chorro, con el fin de obtener el trabajo máximo de éste chorro.

Nota: Despréciense las pérdidas de carga y las energías de posición.

r) ρ sen$^2\theta$ A_o $(v_o+u)^2$ u ; $v_0/3$

4.32. Un depósito cilíndrico de 5 m de altura y 1 m de diámetro está lleno de agua y tiene un orificio situado a 3 m de la superficie libre de la misma, siendo su diámetro de 3 cm y coeficientes de gasto y velocidad C_d = 0,60, C_v = 0,98. Se pide:

a) Reacción que produce el chorro que fluye por el orificio.
b) Relación entre las fuerzas F_a calculada y F_e (estática) aplicada sobre un tapón que impide la salida del chorro.

r) 2,5 kg; 1,18

4.33. Por un conducto de 60 cm de diámetro circula aire a una presión absoluta P = 0,7 kg/cm^2, t = 5º C y V = 60 m/s. El conducto sufre un ensanchamiento brusco pasando a tener 75 cm de diámetro. Considerando el gas como incompresible, se pide:

a) Pérdidas en el ensanchamiento brusco.
b) Diferencia de presiones en el ensanchamiento.

r) 23,8 mcaire; -7,28 cmcagua

4.34. Un chorro cilíndrico de agua de 10 cm de diámetro que lleva una velocidad de 30 m/s se deflecta con un cono que se desplaza en la misma dirección y sentido contrario con una velocidad de 15 m/s. El cono forma un ángulo de 120º en su vértice y el diámetro de su base es de 50 cm. Se pide:

a) Deducir la expresión que facilite la fuerza necesaria para mover el cono y calcular su módulo.
b) Calcular el espesor de la lámina de agua en el punto de salida del cono.

r) 7952 N en el sentido de su marcha; 9,63 mm

4.35. Una conducción de 200 mm de diámetro concluye con dos codos de 45º y una boquilla de 50 mm de diámetro, con salida a la atmósfera.

Si la presión antes del primer codo fuese de 200 kPa, despreciando las pérdidas de carga y el peso del fluido, se desea conocer lo siguiente:

a) Esfuerzo producido en la brida de unión entre la boquilla y la tubería.
b) Esfuerzo producido por el líquido sobre el conjunto.
c) Momento producido por el esfuerzo precedente respecto al arriostramiento A.

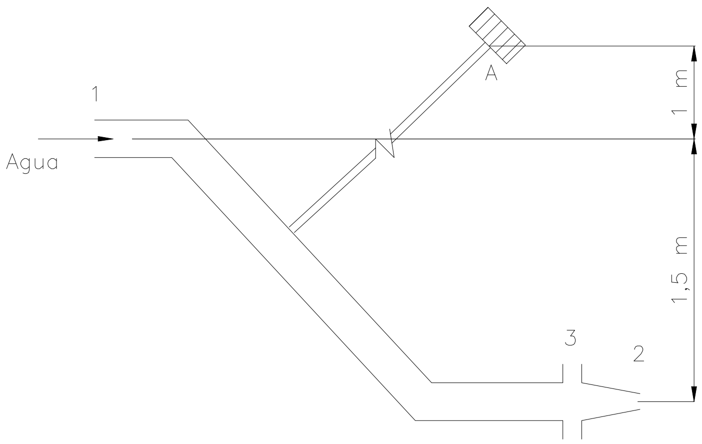


Figura 4.35.

r) 5948,5 N; 5487 N; 4221 mN antihorario

4.36. Una conducción de 200 mm de diámetro termina en un codo de 45º y una boquilla de 50 mm de diámetro con salida a la atmósfera. Si la presión antes del codo -1- es de 200 kPa, se desea conocer lo siguiente:

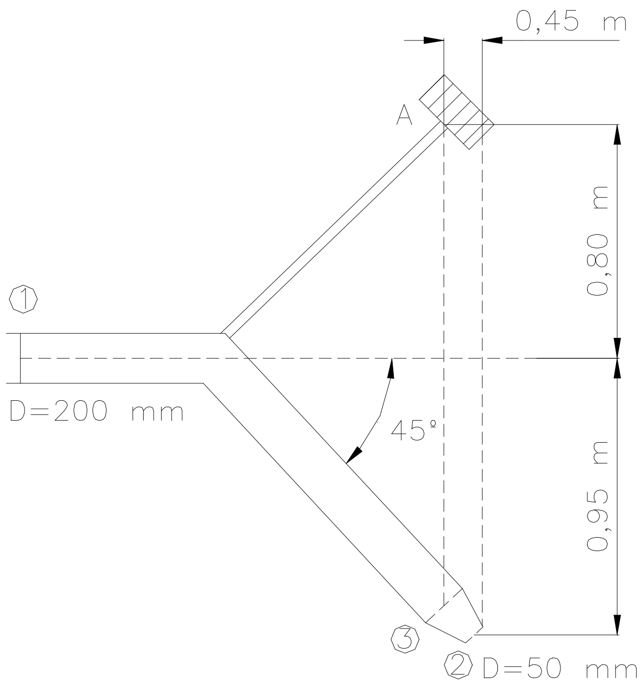


Figura 4.36.

a) Esfuerzo producido en la brida de unión entre la boquilla y la tubería.
b) Esfuerzo producido por el agua sobre el conjunto.
c) Momento producido por el esfuerzo precedente sobre el arriostramiento A.

r) 5661 N; 5750,75 N; 4309,3 mN antihorario

4.37. El reactor de un avión que vuela a 900 km/h toma 700 N/s de aire y quema 15 N/s de combustible, descargando los gases de escape a la presión atmosférica, siendo el empuje del reactor de 40000 N. Se pide:

a) Velocidad absoluta de los gases de escape.

b) Potencia propulsora, potencia perdida y rendimiento hidráulico de la propulsión.

r) 543 m/s; 10000 kW; 10756 kW; 48,12%

4.38. El tanque superior de la figura descarga un caudal de agua constante de 0,04 m^3/s, siendo el diámetro del chorro conformado de 10 cm. Suponiendo que el tanque inferior tiene un peso de 800 N cuando está vacío y que su sección transversal es de 1 m^2, se pide:

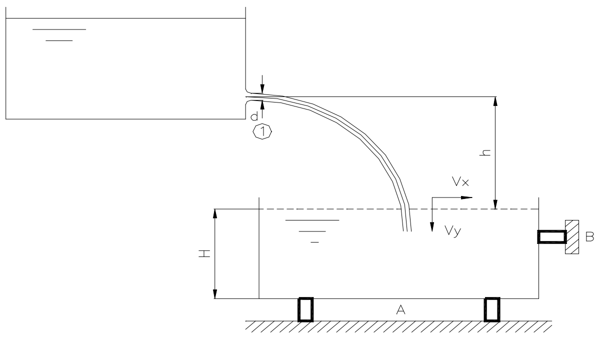


Figura 4.38.

a) Fuerzas horizontal y vertical que el chorro producirá sobre A y B, cuando h sea 3m y H=30 cm.

r) 203,7 y 4046,7 N

4.39. Un conducto de aire acondicionado de 25 cm de diámetro impulsa aire a una velocidad de 10 m/s. En el punto de entrada al local se dispone de un difusor, tal como muestra la figura, en forma de cono. Si se desprecian las pérdidas de carga y los efectos de cota, se pide:

Figura 4.39.

a) Diámetro exterior del cono de aire formado sobre el difusor en la parte extrema de éste. Efectúese el cálculo en primer término suponiendo despreciable el espesor de la lámina de aire al tomar el diámetro en el teorema de la continuidad. En segundo lugar, realícese el cálculo exacto.

b) Fuerza absorbida por el difusor.

***Datos**:* Constante del aire = R = 286,9 m N/kg K; t= 15ºC.

r) 51,05 cm; 50,36 cm; 1,76 N

4.40. En la instalación de la figura donde circula agua a gran velocidad, despreciando las pérdidas de carga, se pide:

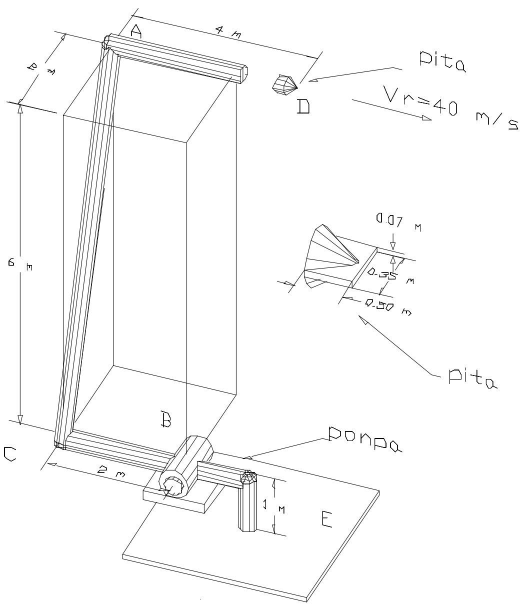


Figura 4.40.

a) Potencia bruta de la bomba si su rendimiento es 0,8.

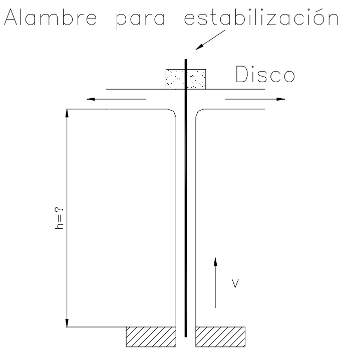
b) Magnitud, dirección y sentido de las componentes de la fuerza que produce el agua sobre la boquilla.

c) Idem que produce agua sobre los codos de 90º superior e inferior, en el plano formado por las tuberías de impulsión.

d) Magnitud y sentido del momento que se produce sobre la brida B de la salida de la bomba.

r) 760 kW; 32013 N horizontal y hacia la derecha; 60013 N horizontal hacia la izquierda y 60013 N hacia arriba; 64170 N horizontal hacia la izquierda y 64170 N hacia abajo; 185554 mN antihorario

4.41. El disco mostrado en la figura, que se mantiene estable mediante un alambre, tiene libertad para moverse verticalmente cuando es golpeado por un chorro de agua en la cara inferior. El disco pesa 30 N; la velocidad y diámetro iniciales del chorro son 10 m/s y 30 mm respectivamente. Se pide:



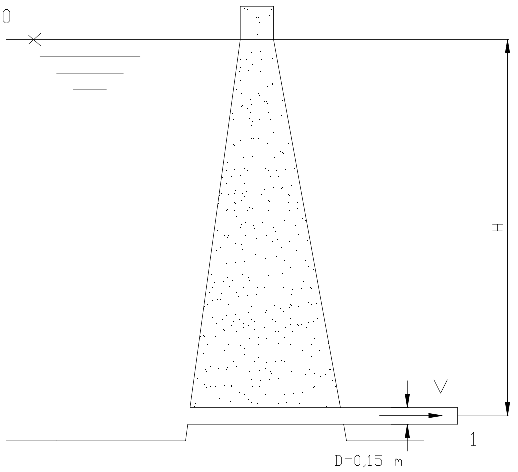
a) Altura h hasta la cual se levantará y permanecerá en equilibrio el disco.

Nota: La influencia que pudiera tener el alambre no se tendrá en cuenta en los cálculos.

r) 4,19 m

Figura 4.41.

4.42. En la tubería mostrada en la figura circula un caudal de agua de 6 m^3/mn cuando la altura de carga H = 10 m. Se pide:



a) Factor de paso del sistema y pérdida de potencia expresada en W.

b) Caudal que circularía por la tubería en el caso de que se dispusiera en su extremo, una boquilla de 50 mm de diámetro, en los supuestos de que el factor de paso de la tubería fuese 4, el de la boquilla 0,05 con la velocidad de salida y H = 7 m.

Figura 4.42

c) Presión a la entrada de la boquilla.
d) Potencia del chorro en W.
e) Módulo, dirección y sentido de la fuerza que ejerce el agua sobre la boquilla.

r) 5,12; 8197 W; 21,9 l/s; 67,7 kPa; 1366 W; 926,7 N hacia la derecha

4.43. La hélice propulsora del bote mostrado en la figura produce una estela de 1m de diámetro en su salida, con una velocidad relativa al bote de 30 m/s. Si la temperatura del aire es de 30ºC, se pide:

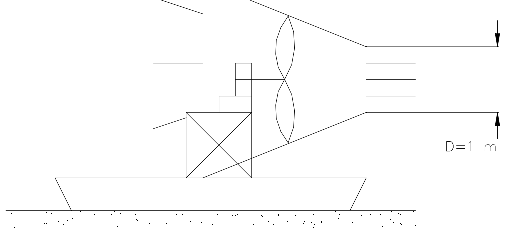


Figura 4.43

a) Fuerza propulsora cuando el bote no esté en movimiento.
b) Idem cuando se desplace a una velocidad de 10 m/s.
c) Potencia útil en este último caso.

Dato: Densidad del aire = 1,17 kg/m^3.

r) 827 N; 551,34 N; 5,51 kW

4.44. Un pequeño aerogenerador trabaja con un viento de 10 m/s cuya densidad es de 1,2 kg/m^3; el diámetro de la hélice es de 3,5 m. El flujo a la presión atmosférica a la entrada de la estela es de 3m de diámetro. Se pide:

a) Fuerza de empuje sobre la hélice.
b) Potencia útil o consumida por el molino.
c) Rendimiento.

r) 449,6N 3,3 kW; 57,24%

4.45. La placa circular de la figura tiene un diámetro de 50 cm disponiendo en su centro un orificio de 5 cm de diámetro. Un chorro golpea a la placa normalmente a ella y en su centro, alcanzándola con una velocidad de 30 m/s. Se pide:

a) Caudal que atraviesa el orificio.
b) Espesor de la lámina de agua en el extremo exterior de la placa.
c) Fuerza que el chorro efectúa sobre la placa.

Datos: Coeficientes del orificio : velocidad = 0,97; contracción = 0,8.

Nota: Se supondrá que la placa carece de rozamiento.

r) 45,7 l/s ; 4 mm; 5735 N

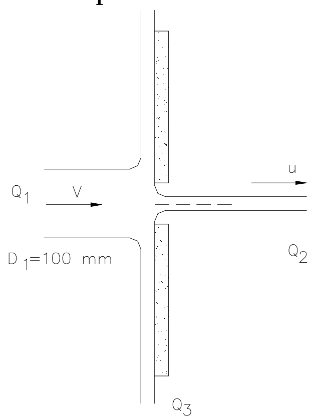
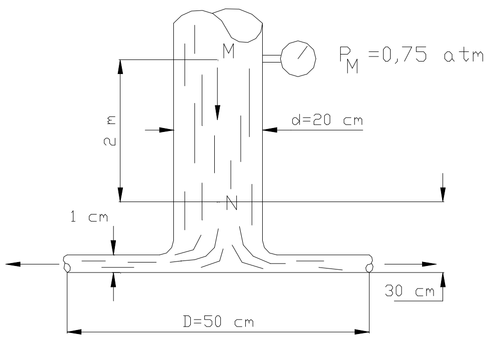


Figura 4.45.

4.46. Por la tubería vertical, esquematizada en la figura, circula agua hacia un dispositivo anular limitado por dos placas circulares tal como se indica en el dibujo. El agua sale a la atmósfera radialmente como flujo libre. Se pide:



a) Caudal circulante.
b) Presión en el punto N.
c) Fuerza, debida al flujo, ejercida sobre el disco inferior, indicando módulo, dirección y sentido.

Nota: Despréciense las pérdidas de carga.

r) 254,5 l/s; 95,5 kPa; 5063,2 N hacia abajo.

Figura 4.46.

4.47. En la figura adjunta se muestra una tobera doble que proporciona un caudal conjunto de 0,5 m^3/s, siendo los diámetros respectivos de 30, 12 y 10 cm.; se pide:

a) Fuerza de tracción producida en el conjunto de los pernos de unión entre la tobera y la tubería a la que se encuentra unida.
b) Esfuerzo cortante en el conjunto de dichos pernos.

r) 24,97 kN; 9,3 kN

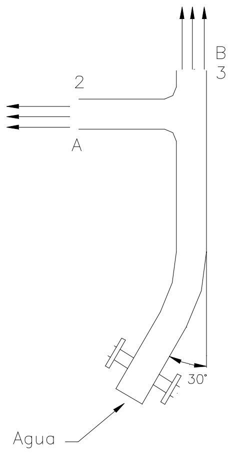


Figura 4.47.
Figura 4.47.

4.48. Una conducción alimentada por un gran depósito, consta de un tramo vertical seguido de uno horizontal mediante un codo de 90º, saliendo el agua al exterior a través de una boquilla, tal como muestra la figura. Se pide:

a) Fuerza que ejerce el fluido sobre el codo con módulo, dirección y sentido.
b) Fuerza que ejerce el fluido sobre la boquilla, con módulo, dirección y sentido.
c) Esfuerzo que ejerce el chorro sobre el álabe, la potencia útil y el rendimiento, si la velocidad de desplazamiento del álabe de 180º, colocado a la salida del chorro es $u = V_{ch}/3$.

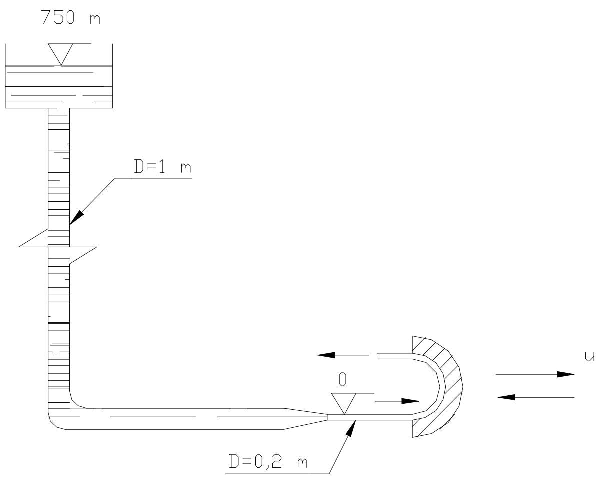


Figura 4.48.

d) Potencia si el álabe se desplazara a una velocidad de 10 m/s hacia el chorro.

Nota: Despreciar las pérdidas de carga.

r) 8177 kN; 5320 kN; 410,5 kN; 16589 kW; 59,26 %; 10822 kW

4.49. Tal como se muestra en la figura, un chorro plano de un fluido de densidad y velocidad V, incide sobre una placa plana de dimensiones 1x1 cm^2, que puede oscilar sobre un eje horizontal 0. Considerando el chorro horizontal y despreciando los rozamientos, se pide:

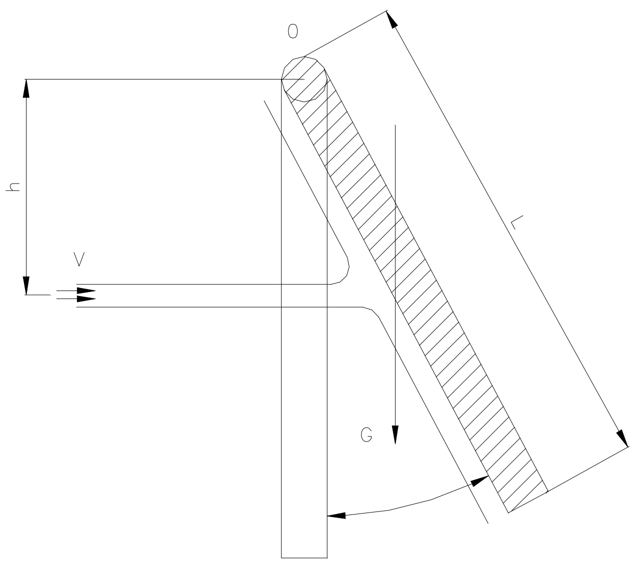


Figura 4.49.

a) Reparto de caudales salientes de la placa.
b) Posicición de equilibrio de la placa, definida por su ángulo α con la vertical.

Nota: Explíquese detalladamente el proceso seguido en la resolución.

Datos: Area del chorro = 10 cm^2; V = 30 m/s; h = 60 cm.; L = 90 cm.; peso de la placa = 240 kg; densidad del fluido = 1000 kg/m^3.

r) Q_0(1-sen α)/2; Q_0(1+sen α)/2; 30,67

4.50. Una barcaza de río tiene un coeficiente de resistencia de 1,3 y una sección sumergida máxima transversal a la marcha de 16 m^2, cuando navega en vacío. Su carga máxima es de 100 Toneladas, la superficie de flotación es de 200 m^2 y su eslora media de 6 m. Se pide:

a) ¿Cuál es el esfuerzo máximo que recibe la barcaza en la dirección de la marcha, si su velocidad de marcha es de 10 nudos en vacío y de 7 nudos en carga, mientras que la velocidad del agua es 1 m/s?. La barcaza circula en vacío hacia aguas arriba y en carga hacia aguas abajo.

Datos: 1 nudo = 1 milla/hora; 1 milla = 1852 m.

r) 392075 N cuando circula en vacío

4.51. Un ventilador de chorro de 1,8 m de diámetro aspira e impulsa un caudal de aire a temperatura ambiente. Este ventilador se emplea como inductor de ventilación en un tunel de carretera, junto a otros idénticos colocados a lo largo del tunel, provocando un flujo de aire a lo largo del tunel de 400 m^3/s. Este flujo de aire tiene una pérdida de carga a lo largo del tunel de 45 mm de columna de agua, debido al rozamiento del aire con las paredes y los vehículos. La sección transversal del tunel es de 60 m^2.

Se pide:

a) Velocidad del aire v_1 en la sección 1, donde se encuentra la salida del ventilador y velocidad v_2 en la sección 2, cuando el flujo ya es uniforme.

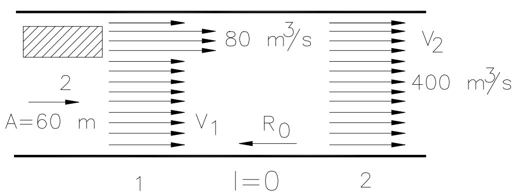


Figura 4.51.

b) Despreciando el rozamiento entre 1 y 2, y suponiendo que la presión es uniforme en cada sección transversal del tunel calcular, aplicando el teorema de la Cantidad de Movimiento, el incremento de presión (Pa) producido entre 1 y 2, gracias al ventilador.

c) Calcular el número de ventiladores necesarios a lo largo del tunel.

Datos: Densidad del aire ρ_{aire} = 1,12 kg/m^3.

r) 5,57m/s; 6,67 m/s; 30,42 Pa; 15.

4.52. En la figura se muestra la sección transversal de una compuerta deslizante, que es un aparato utilizado para controlar el flujo de agua en canales.

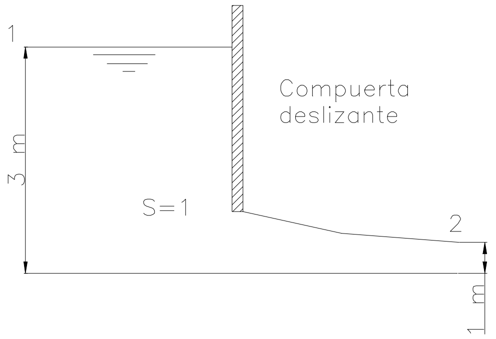


Figura 4.52.

a) Expresar la Ecuación General teórica del teorema de la Cantidad de Movimiento.

b) Teniendo en cuenta que la variación de presiones en el canal es hidrostática, el flujo es permanente e incompresible, el flujo se puede considerar unidireccional a la entrada (1) y salida (2) y que el esfuerzo cortante sobre el lecho del canal es despreciable, deducir a partir de la ecuación general la ecuación teórica (sin valores) que permita calcular la fuerza horizontal sobre la compuerta.

c) Calcular el valor de esta fuerza por unidad de ancho de la compuerta, si v_1=1,5 m/s.

r) $F_x = P_1A_1 - P_2A_2 - \rho Q(v_2 - v_1)$; 25700 N/m.

4.53. La caja de la figura tiene tres orificios de 25 mm de diámetro, por el central entra un flujo de agua de 5,4 l/s y por el superior e inferior salen dos flujos de 2,7 l/s cada uno. Calcular si existe, la fuerza que ejerce el fluido sobre la caja.

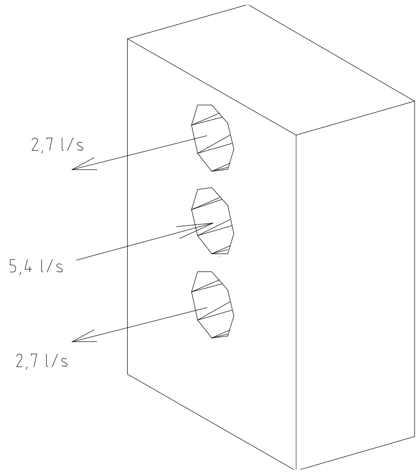


Figura 4.53.

r) 89,1 N.

4.54. Si la resistencia del aire es insignificante, ¿qué velocidad alcanzará en un tiempo de 10 s un cohete que se lanza verticalmente hacia arriba desde su posición en reposo con una masa inicial de 200 kg, si los gases escapan con una velocidad relativa al cohete de 1200 m/s? El combustible se consume a razón de 10 kg/s.

r) 734 m/s.

4.55. Un cohete quema 115 m/s de combustible siendo la velocidad de eyección de los gases con relación al cohete de 1970 m/s. ¿Cuál será el empuje desarrollado y la potencia de propulsión a 2500 km/h y 5000 km/h?.

r) 226550 N (constante); 157,33 MW y 314,65 MW.

4.56. Calcular las pérdidas de carga en mca que se originan en un ensanchamiento brusco de una tubería donde el diámetro se duplica ($D_2 = 2D_1$) si la velocidad del fluido en la sección pequeña es v_1=6,7 m/s.

r) 1,29 mca.

4.57. El rociador de la figura descarga 0,283 l/s por cada boquilla. Despreciando la fricción, encuéntrese la velocidad de rotación ω. El área de abertura de cada boquilla es 0,929 cm^2.

r) 11,5 rad/s.

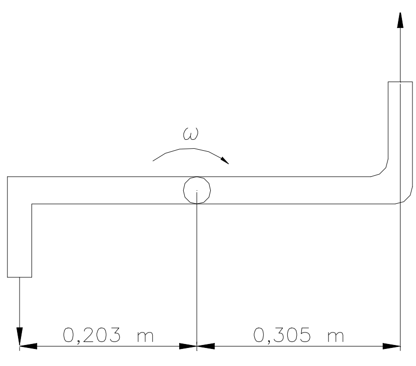


Figura 4.57.

4.58. Un granjero desea comprar 675 kg de grano en bruto en la coperativa local. El grano se coloca en su camioneta mediante una tolva cuyo diámetro de salida es 0,3 m. El operador de la tolva establece el pago, observando la masa total de la camioneta, indicada por una balanza, como función del tiempo. El flujo del grano de la tolva (m= 40 kg/s) se suspende cuando la escala de la balanza indica la masa total de 675 kg.

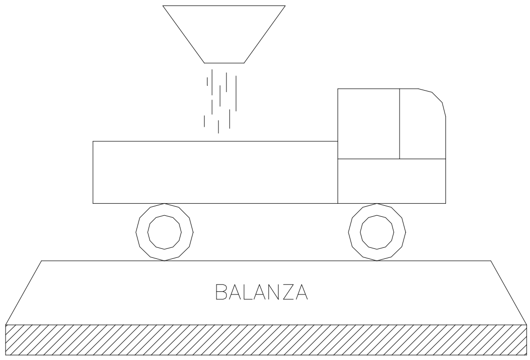


Figura 4.58.

Si la ρ_{grano}=600 kg/m^3, determinar la carga útil a pagar.

Nota: La balanza se tara cuando el camión está vacío.

r) 6577 N.

4.59. Un chorro de agua a alta velocidad, introducido en una corriente del mismo fluido puede actuar de bomba de impulsión, acelerándolo y aumentando su presión. La velocidad del agua en una bomba de chorro a la salida del propio chorro(sección 1) de 0,01 m^2 de sección, es de 30 m/s. El chorro se introduce en una corriente secundaria de agua de 3 m/s. La sección total del conducto (la suma de la sección del chorro y la del anillo que conduce la corriente secundaria) es de 0,075 m^2. El agua se mezcla rapidamente y deja la bomba (sección 2) en flujo totalmente desarrollado o uniforme. La presión en el chorro y en la corriente secundaria es la misma a la entrada de la bomba (sección 1). Despreciando la fricción en las paredes del tubo, calcular:

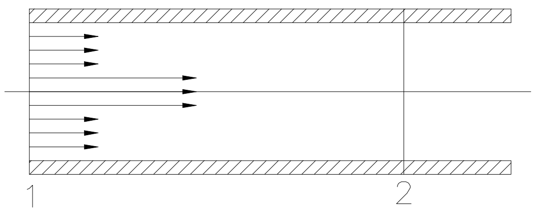


Figura 4.59.

a) Velocidad en la sección de salida de la bomba (sección 2).

b) Teniendo en cuenta la no resistencia del flujo con las paredes del tubo y por medio de la aplicación del Teorema de la Cantidad de Movimiento, calcular (P_2-P_1), es decir el aumento de presión en la bomba de chorro. Teniendo en cuenta que P_1=0,3 kg/cm^2, calcular:

c) Potencia del flujo en la sección 1.
d) Potencia del flujo en la sección 2.
e) Potencia perdida en dicho proceso por mezcla turbulenta (fricción interna).
f) Calculo de las pérdidas de carga en mca por la misma razón.
g) Calcular el rendimiento del sistema de propulsión.

r) 6,6 m/s; 84,24 kPa; 150,43 kW; 67,03 kN; 83,4 kW; 17,2 mca; 44,6 %

4.60. El vehículo de la figura descansa sobre un colchón de aire formado al salir éste radialmente y a gran velocidad a través de una faldilla anular de pequeño espesor que rodea su parte inferior. El aire es introducido por la parte superior del vehículo mediante una hélice de eje vertical. Se pide:

a) Si el peso del vehículo es de 50 Tn y la presión exterior del aire es la atmosférica normal, determinar la potencia necesaría del ventilador para mantener el vehículo a 3 cm del suelo.

Nota: El aire de la cavidad se supondrá prácticamente en reposo y el rendimiento del ventilador la unidad.

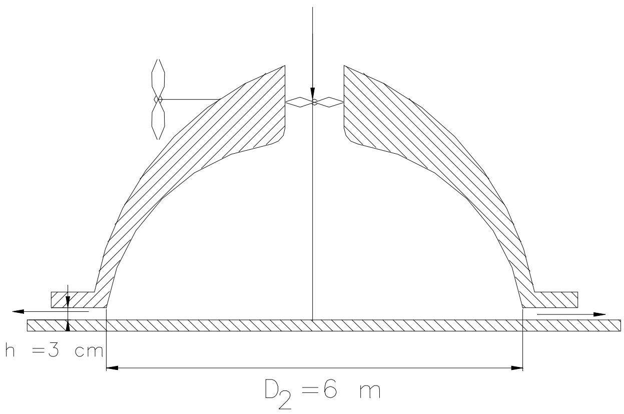


Figura 4.60.

b) Calcular la velocidad de avance del vehículo si éste fuera impulsado por una hélice propulsora de eje horizontal, con una potencia igual a la suministrada a la hélice anterior. ¿Cuál sería su rendimiento, y la velocidad absoluta de la estela (del chorro saliente)?.

Datos: Diámetro de la hélice = 1,5 m.

Fuerza resistente al desplazamiento= $\frac{1}{2} C_D \rho_{aire} A v_1^{\ 2}$.

siendo: C_D = coeficiente de resistencia = 0,8 (adimensional).

ρ_{aire} = 1,293 kg/m^3.

A = área transversal a la dirección de avance = 25 m^2.

V_1 = velocidad de avance.

Nota: Suponer rendimiento mecánico de la hélice la unidad.

r) 1604,5 kW; 38,04 m/s; 44,3 %; 95,48 m/s.

4.61. En un barco de propulsión a chorro la bomba mantiene una presión en el tanque, indicada por el manómetro de 80 kPa. La tobera de salida es de 200 mm de diámetro y se encuentra a 1,5 m por debajo de la superficie del agua tal como se indica en la figura adjunta. Calcular:

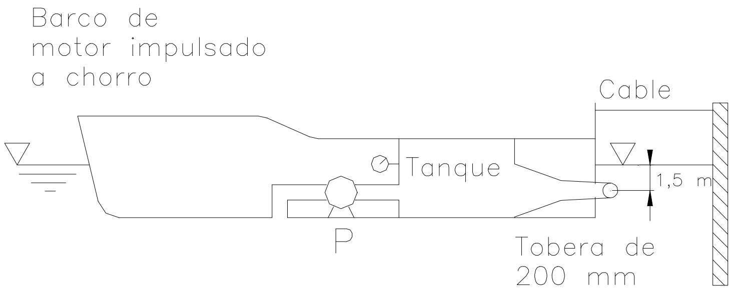


Figura 4.61.

a) La fuerza de la tensión en el cable.
b) Potencia aportada por la bomba.
c) Si el coeficiente de resistencia del barco en el agua es de 0,15 y la superficie transversal sumergida es de 10 m^2, despreciando la resistencia del aire, ¿cuál será la velocidad del desplazamiento del barco cuando soltemos el cable, y la potencia propulsora?.
d) Si la bomba tomase el agua por proa y la lanzase directamente por popa en lugar de almacenarse en el tanque a presión, ¿variaría la velocidad de desplazamiento?,¿porqué?.

Dato: Peso específico relativo del agua del mar, s=1,045.

r) 4543 kPa; 22,56 kW; 2,4 m/s; 10,9 kW; 2,054 m/s.

4.62. Un chorro de agua incide sobre una placa inclinada 60º con respecto de la horizontal como indica la figura adjunta. Si la velocidad del chorro es de 12 m/s y su sección 0,009 m^2, calcular la fuerza necesaria (módulo, dirección y sentido) para mantener la placa en reposo en la posición indicada, así como el reparto de caudales. Despreciar el rozamiento en la placa.

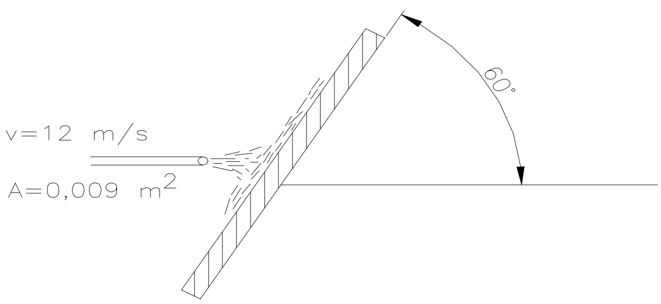


Figura 4.62.

r) 1122 N; 81 l/s; 27 l/s.

4.63. Un álabe montado sobre un depósito de agua, deflecta la corriente como muestra la figura adjunta, de un chorro de sección A = 10 cm^2 y v = 2 m/s.

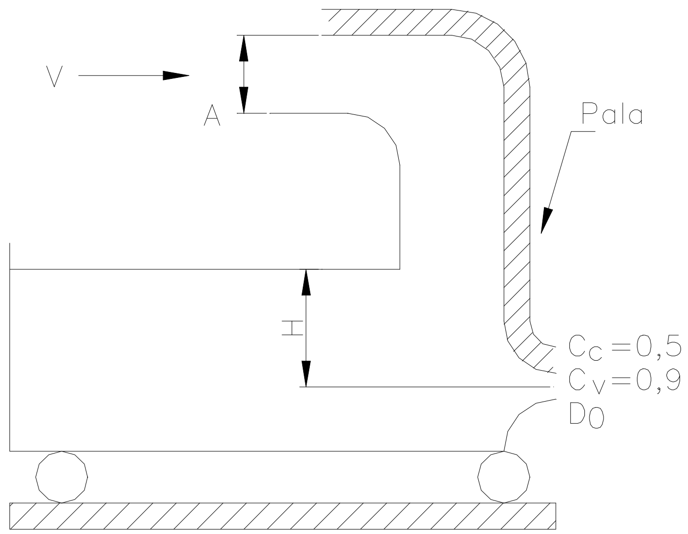


Figura 4.63.

Calcular la profundidad H y el diámetro D_0 de un orificio de coeficientes conocidos a realizar en el depósito para que el carrito permanezca inmóvil además de forma permanente.

r) H=25,2 cm; D_0=5 cm.

4.64. Una placa cuadrada de 12,7 kg de masa, de espesor uniforme y 300 mm de lado, está suspendida de forma que puede oscilar libremente alrededor de un eje horizontal, por su extremo superior "O".

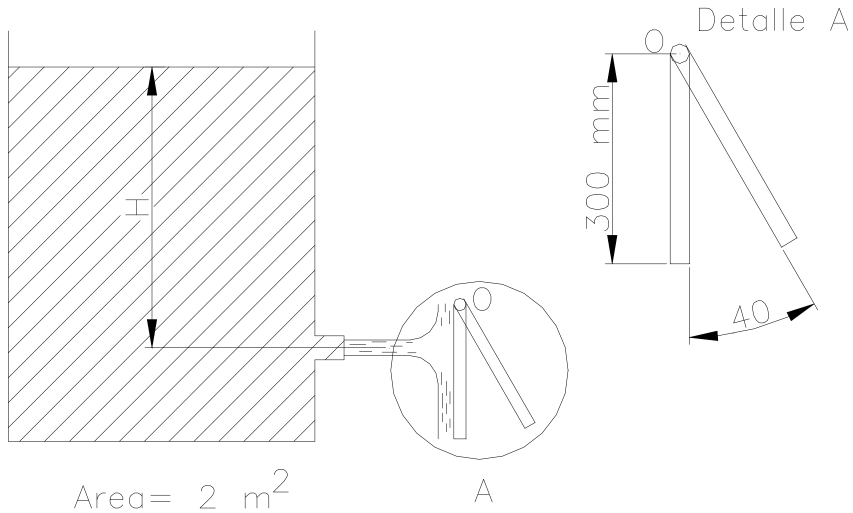


Figura 4.64.

Un chorro horizontal que sale de un depósito lleno de agua, incide perpendicularmente sobre la placa a 200 mm por debajo del extremo superior de la placa, cuando la misma está en posición vertical, desviándola un ángulo de 40º.

Sabiendo que el diámetro del orificio es de 30 mm y que los coeficientes de velocidad y contracción son: 0,97 y 0,7 respectivamente. Se pide:

a) Altura H que alcanza la lámina de agua sobre el orificio en dichas condiciones, es decir cuando el depósito está lleno. Así como la velocidad y el caudal del chorro.

b) Si el depósito se va vaciando, determinar la relación entre la cota de la lámina de agua sobre el orificio en cada instante (z) y el ángulo de inclinación de la placa sobre la que incide el chorro α.

c) Tiempo necesario para que la placa, al ir disminuyendo el ángulo de inclinación al variar el nivel del depósito, alcance α = 20º, siendo la sección transversal del depósito 2 m^2.

d) Los ensayos en el depósito anterior, se quieren utilizar para construir un embalse a escala λ=10. Determinar la velocidad y el caudal de salida del agua por los aliviaderos de fondo de la presa (orificios de desagüe de la presa) cuando el embalse se encuentre lleno.

r) 6,6 m; 11 m/s; 5,45 l/s; Z=10,23.sen α; 21 min 46 s; 34,8 m/s; 1,72 m^3/s.

4.65. Un chorro de 150 mm de diámetro incide sobre una placa tal como se indica en la figura adjunta. La placa cubre el agujero de 125 mm de diámetro. ¿Cuál es la H máxima que se puede mantener sin que haya fuga?.

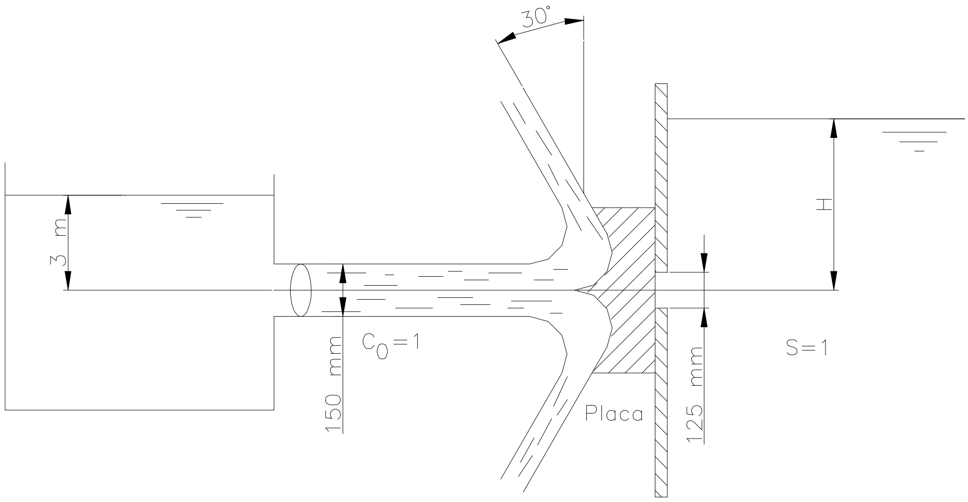


Figura 4.65.

r) 12,96 m.

4.66. Un chorro de aire (ρ=1,2 kg/m^3) de 75 mm de diámetro con velocidad C_1 = 150 m/s, incide sobre los álabes de una turbina, que se desplaza a u = 30 m/s de velocidad en una dirección que forma un ángulo α_1 con la dirección del chorro como se ve en la figura.

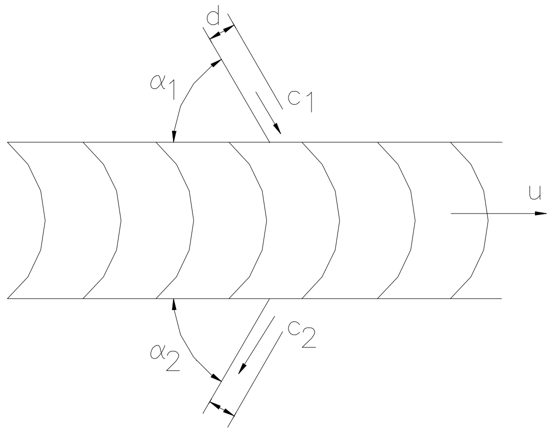


Figura 4.66.

La velocidad del chorro a la salida es de C_2 = 120 m/s en una dirección que forma un ángulo α_2 con la dirección de arrastre.

Determinar:

a) Suponiendo α_1=α_2=α, calcular dicho ángulo α, así como la velocidad relativa w del fluido respecto al álabe, dibujando los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida (ayuda: aplicar el Teorema del Coseno).

b) Calcular la fuerza F_x que ejerce el chorro sobre los álabes, dibujando previamente el Volumen de Control, ejes, etc...

c) Potencia Util y rendimiento.

Datos: C_1=150 m/s; C_2=120 m/s; u=30 m/s; d=75 mm.

r) α=60º; w=137,5 m/s; 107,4 N; 3221 W; 36 %.

4.67. Una rueda de una turbina Pelton es alimentada por un inyector según indica la figura adjunta. Se pide:

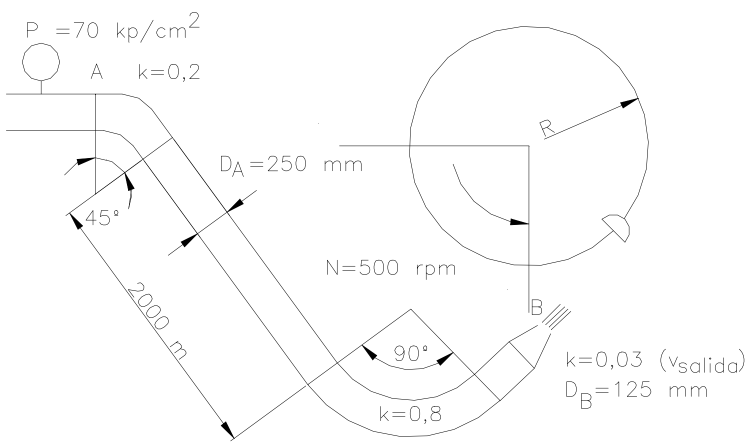


Figura 4.67

a) Calcular el caudal circulante.

b) Esfuerzos que se ejercen en la brida de unión de la boquilla.
c) Calcular la velocidad de los álabes de la turbina para obtener la potencia máxima; el valor de dicha potencia máxima y el diámetro de la turbina para que la velocidad de giro sea la indicada.

Datos: $Z_A=Z_B=20$ m
Tubería de acero comercial.
Pérdidas de carga en piezas especiales, utilizar los factores de paso indicados en la figura.

Documentación: Tabla de rugosidades/Tabla de Hazen-Williams.

r) 506,5 l/s; -24,774 kN; 20,66 m/s; 432,38 kW; 790 mm.

4.68. La instalación de la figura esquematiza la alimentación, mediante tubería forzada, de una de las cuatro turbinas iguales de una central hidroeléctrica.

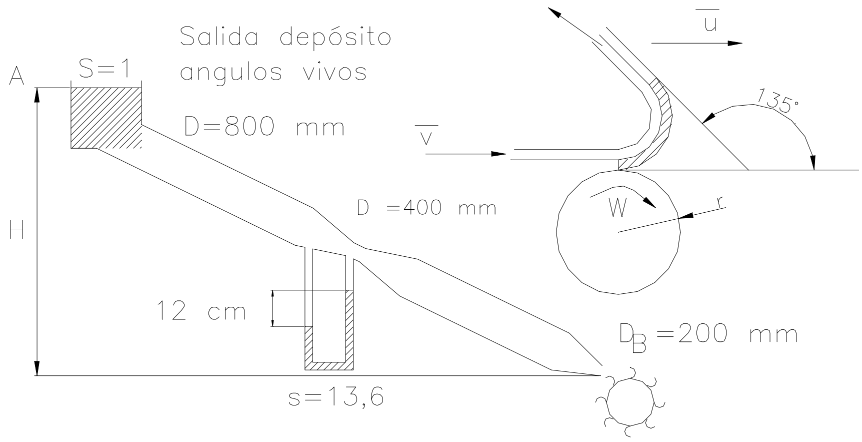


Figura 4.68.

El rodete de cada turbina tiene un radio de 0,50 m, se puede considerar formado por álabes con un ángulo de desviación de 135º. Se pide :

a) Caudal circulante si el coeficiente del venturímetro es 0,98.

b) Pérdida de carga en la tubería forzada, si su longitud es de 715 m, su material fundición y el factor de paso de la boquilla es 0,3 (con la velocidad de salida de la boquilla). Supóngase nula la pérdida de carga en el Venturi. Utilícese el ábaco de Moody.

c) Altura bruta de la central (diferencia de cotas entre A y B).
Si el caudal circulante por la tubería forzada fuese de 650 l/s, se desea conocer :
d) Velocidad de salida del chorro.
e) Componentes horizontal y vertical de la fuerza que el chorro ejerce sobre los álabes.
Sabiendo que la potencia máxima se obtiene cuando U=V/2, se pide:

f) Potencia aportada al rodete.
g) Velocidad de rotación del rodete.
h) Potencia total del conjunto si el rendimiento es del 85 %.

r) 692,4 l/s; 8,8 mca; 33,5; 20,69 m/s; 11479 N; 4475 N; 118,8 kW; 197,6 rpm, 403,9 kW

4.69. Una central hidroeléctrica está alimentada desde un depósito de carga cuya lámina superior se situa en la cota 1600 m.

La tubería forzada de fundición tiene una longitud de 900 m y un diámetro de 400 mm, y concluye en el inyector que a su salida tiene un diámetro de 100 mm, produciéndose una contracción de la vena líquida cuyo coeficiente es de 0,6. El factor de paso del inyector es de 0,03 con la velocidad de salida. La cota de salida a la atmósfera es la 1200. Se pide :

a) Caudal fluyente.
b) Diámetro de chorro.
c) Velocidad del chorro.

Cuando el caudal, el diámetro del chorro, y la velocidad del chorro tenga estos valores 500 l/s; 79,8 mm y 100 m/s se pide :

d) Dibujar el álabe, chorro y diagrama de velocidades a la entrada y a la salida, en el caso en que el chorro incida tangencialmente sobre una serie de álabes de una turbina hidraúlica dispuestos en la periferia de un círculo de 0,9 m de radio, desviando el chorro un ángulo de 120º, siendo la velocidad angular de la turbina de 1000 rpm.
e) Fuerza propulsora.
f) Par de la turbina y potencia.

Documentación : Cuadro de rugosidades y ábaco de Moody.

r) 400 l/s; 77,5 mm; 84,8 m/s; 4312,5 N; 3881,3 mN; 406 kW.

TEMA 5

Análisis adimensional y semejanza de modelos.

Introducción.

El análisis dimensional es una herramienta muy util en la resolución de cualquier problema derivado de la física y puede ayudar al alumno, si sabe utilizarlo, en el análisis de todo tipo de aplicaciones
En el presente capítulo, se enuncian una serie de problemas sobre análisis dimensional. En ellos se determinan los parámetros adimensionales que definan el fenómeno físico a estudiar. Asimismo se enuncian otro conjunto de problemas dedicados a la búsqueda y calculo de las escalas que tienen que cumplirse entre las variables físicas del modelo reducido y las del prototipo para que exista semejanza dinámica entre ambos.
Aunque el análisis dimensional y la semejanza en modelos reducidos es una forma de estudio y ensayo experimental aplicable a cualquier fenómeno físico, en nuestro caso se dedica fundamentalmente al análisis del comportamiento de los fluidos.

Problemas resueltos.

5.1. La fuerza axial de una hélice, completamente sumergida en agua, se ha visto que depende de : D(diámetro de la helice), V(velocidad de desplazamiento), ρ (densidad del fluido), N (Velocidad de rotación), g (aceleración de la gravedad) y μ (viscosidad dinámica del fluido).

a) Calcular los parámetros **π** adimensionales, eligiendo como variables repetidas, las indicadas en los primeros lugares, siempre que sea posible.

Resolución

Como se indica en el enunciado se sabe por la experiencia que la fuerza axial F de una helice depende de una serie de variables , es decir:
$F = f (D, V, \rho, N, g, \mu)$
Intervienen en el proceso 7 variables de las cuales 6 son independientes
Las entidades o variables físicas fundamentales son 3 : M, L, T
Por tanto el número de parámetros adimensionales es : 7-3 = 4

Lo fundamental primeramente es establecer la ecuación de dimensiones correcta de cada variable del proceso:

	F	D	V	ρ	N	g	μ
M	1	-	-	1	-	-	1
L	1	1	1	-3	-	1	-1
T	-2	-	-1	-	-1	-2	-1

Las variables repetidas para obtener los parámetros son: D, V, ρ. Con todo definido, se calculará los parámetros π

$$\pi_1 = F.\ D^{\alpha}.V^{\beta}.\ \rho^{\gamma} = M^0\ L^0\ T^0$$
$$\pi_2 = N.\ D^{\alpha'}.V^{\beta'}.\ \rho^{\gamma'} = M^0\ L^0\ T^0$$
$$\pi_3 = g.\ D^{\alpha''}.V^{\beta''}.\ \rho^{\gamma''} = M^0\ L^0\ T^0$$
$$\pi_4 = \mu.\ D^{\alpha'''}.V^{\beta'''}.\ \rho^{\gamma'''} = M^0\ L^0\ T^0$$

Sustituyendo las variables por su ecuación de dimensiones:

$$\pi_1 = M\,L\,T^{-2}\,L^{\alpha}\,L^{\beta}\,T^{-\beta}\,M^{\gamma}\,L^{-3\gamma} = M^0\,L^0\,T^0$$

Estableciendo y resolviendo las ecuaciones de igualdad de exponentes :

En M :	$1 + \gamma = 0$	$\rightarrow$	$\gamma = -1$
en L :	$1 + \alpha + \beta - 3\gamma = 0$	$\rightarrow$	$\alpha = -3 + 2 - 1 = -2$
en T :	$-2 - \beta = 0$	$\rightarrow$	$\beta = -2$

Sustituyendo: $\boldsymbol{\pi_1} = F.\,D^{-2}.V^{-2}.\,\rho^{-1} = \mathbf{F/\,D^2\,V^2\,\rho}$

De la misma forma se resuelven los restantes parámetros, resultando:

$\boldsymbol{\pi_2} = \mathbf{N\,D / V}$

$\boldsymbol{\pi_3} = \mathbf{g\,D / V^2}$ **,** el inverso elevado a ½ : Nº Froude = $\mathbf{F_r = V / (gD)^{1/2}}$

$\boldsymbol{\pi_4} = \boldsymbol{\mu / \rho}\,\mathbf{V\,D}$ **,** tomando el inverso : nº Reynolds $\mathbf{= R_e = \boldsymbol{\rho}\,V\,D / \boldsymbol{\mu}}$

De la función inicial con las variables físicas, se pasa a una función con parámetros adimensionales:

$$\mathbf{F/\,D^2\,V^2\,\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\varphi}\,(\,N\,D / V\,,\ F_r\,,\,R_e\,)}$$

5.2. Las pérdidas de carga lineales en una tubería de 1 m de diámetro, cuando circula un gas de ρ = 31,85 kg/ m^3 y μ = 0,0015 Po, siendo su velocidad media V = 25 m/s, se quieren determinar mediante una tubería modelo con agua a 20º y un caudal de 4000 l/mn.

a) Determinar la escala geométrica y la escala de pérdidas de carga , siendo la densidad del agua = 1000 kg/m^3 y la viscosiad absoluta del agua = 1 cP$_o$.

Resolución

Estamos en un caso de flujo en carga , por ello para que se verifique la semejanza dinámica, es necesario además de la semejanza geométrica, la igualdad de números de Reynolds.

Datos:	<u>Prototipo (tubería gas)</u>	<u>Modelo(‘)</u>
	D = 1m	λ = D/D’
	gas	agua a 20º
	V = 25 m/s	V’ = ?
	Q	Q’ = 4000 l/mn
	h_f	h'_f

$$Re = VD\rho / \mu = V'D'\rho' / \mu'$$

$$Re = 25(m/s).\ 1(m)\ .\ 31{,}85\ (kg/m^3) / 1{,}5.10^{-4}\ (kg/m.s) = 5{,}308.10^6$$

$$V' = Q' / (\pi\,D'^2/4) = (4/60) / (\pi\,D'^2/4) = 0{,}08488 / D'^2$$

$Re = 5{,}308.10^6 = (0{,}08488 / D'^2) \cdot (D' \cdot 1000 / 10^{-3})$

operando : $D' = 0{,}01599$ m $\cong 16$ mm $\rightarrow$ $V' = 331{,}56$ m/s

La velocidad V' es muy elevada del orden de la onda sonora, se pueden producir variaciones de densidad (compresibilidad) no tenida en cuenta.

$\lambda = D / D' = 1/ 0{,}016 = \mathbf{62{,}54}$

$h_f = \Delta P / \gamma$ $\qquad$ Nº Euler : $\Delta P / \rho V^2$

$\Delta P / \rho V^2 \cdot g = \Delta P' / \rho' V'^2 \cdot g'$ $\rightarrow$ $h_f / V^2 = h'_f / V'^2$

$h_f / h'_f = (V / V')^2 = (25 / 331{,}56)^2 = 0{,}00565 \longrightarrow \mathbf{h_f' / h_f = 176}$

5.3. Se desea estudiar una presa mediante un modelo a escala 1:49, en donde se mide la velocidad del agua (modelo) y resulta ser 0,4 m/s. El caudal máximo desaguado (prototipo) por la presa es de 500 m^3/s,. En el modelo se midió la fuerza ejercida sobre la presa resultando ser de 2,5 kg. Se pide calcular:

a) Escalas de velocidades, caudales y fuerzas en función de la escala de longitud λ.
b) Caudal que tiene que circular en el modelo en l/s.
c) Velocidad del agua en la presa en m/s
d) Fuerza ejercida sobre la presa en N.
e) ¿Qué condiciones tiene que satisfacer el fluido para que la semejanza sea completa?.

Resolución

Estamos en un caso de flujo en superficie libre, para que se verifique la semejanza completa es necesario además de la semejanza geométrica, la igualdad de números de Reynolds, y de números de Froude.

Como ya se han impuesto la escala geométrica, el fluido a utilizar (agua en modelo y prototipo), y se trabaja en el campo gravitatorio terrestre, hay que recurrir a la semejanza restringida (como luego se verá) es decir la igualdad de números de Froude, además de la sejanza geométrica ya que es un caso de **flujo en superficie libre**

Datos:

	Modelo(`)	Prototipo
L'	$\lambda = L'/L = 1/49$	L
	V' = 0,4 m/s	V ?
	Q' ?	Q=500 m^3/s
	F'= 2,5 kg	F ?

a) Nº Froude : $V^2/gD = V'^2/gD'$ $\rightarrow$ $\mathbf{V'/V} = (D'/D)^{1/2} = \boldsymbol{\lambda^{1/2}}$

$\mathbf{Q'/Q} = (V'/V).(D'/D)^2 = \lambda^{1/2}. \lambda^2 = \boldsymbol{\lambda^{5/2}}$

$\mathbf{F'/F =} (\rho V'^2 D'^2)/ (\rho V^2 D^2) = (V'/V)^2. (D'/D)^2 = \lambda . \lambda^2 = \boldsymbol{\lambda^3}$

b) **Q’** = Q . $\lambda^{5/2}$ = 500 $(1/49)^{5/2}$ = **0,02975 m^3/s**

c) **V** = V’/$\lambda^{1/2}$ = 0,4 . 7 = **2,8 m/s**

d) **F** = F’ / λ^3 = 2,5 . 49^3 = **294.122,5 kg**

e) Para que la semejanza sea completa, se tiene que verificar, ademas de la semejanza geométrica, la igualdad de números de Froude y Reynolds, como ya se ha indicado antes.
Es decir falta la igualdad de Números de Reynolds:

$$R_e = VD/\nu = V'D'/\nu' \rightarrow \nu/\nu' = (V/V').(D/D') = \lambda^{-1/2}.\lambda^{-1} = \lambda^{-3/2}$$

$$\nu/\nu' = 49^{3/2} = 343$$

Es decir para que se verifique la semejanza completa, la relación de viscosidades cinemáticas del fluido de la presa (agua) y del utilizado en los ensayos en el modelo tendría que ser :

$$\boldsymbol{\nu/\nu' = 343 \rightarrow \nu'(\text{modelo}) = \nu\ (\text{agua})/\ 343}$$

5.4. La resistencia F al avance y el comportamiento de un cuerpo flotante depende de las siguientes variables: gravedad g, longitud característica L, densidad del fluido ρ, viscosidad dinámica del mismo μ, y de la velocidad V.

a) Deducir los parámetros π adimensionales que intervienen en el fenómeno y la ley adimensional de dicho fenómeno.

b) Se quiere hacer un ensayo con un modelo a escala ¼ , de un prototipo que se prevee que pesará 1000 kg y navegará en agua dulce a 20 ºC con una velocidad de 20 km/h. ¿ Cómo podrá realizarse el ensayo ?. ¿ Qué fluido se empleará ?. ¿ Cuál debe ser el peso del modelo ?.

c) Si la resistencia media en el modelo es de 50 kg y la potencia que consume de 2,66 CV; Determinar la resistencia al avance y el rendimiento del prototipo.

Nota : Variables repetidas: ρ, L, V.

Resolución

a) Tal como se indica en el enunciado del problema :

$$F = f(g, L, \rho, \mu, V)$$

nª de variables = 6 .... nº de parámetros = 3
Variables repetidas: ρ, L, V.

	F	**G**	**L**	**ρ**	**μ**	**V**
M	1	-	-	1	1	-
L	1	1	1	-3	-1	1
T	-2	-2	-	-	-1	-1

Los parámetros que se obtienen son:
$\pi_1 = F/(\rho\, V^2\, L^2)$; $\pi_2 = gL / V^2$; $\pi_3 = \mu / (VD\rho)$
$\pi_2 \equiv$ nº Froude ; $\pi_3 \equiv$ nº Reynolds

Ley adimensional : $F/(\rho\, V^2\, L^2) = f(F_r, Re) \rightarrow$ $\mathbf{F = (\rho\, V^2\, L^2)\, f(F_r, Re)}$

b)

Modelo(`)	**Prototipo**
$\lambda = 1/4 = L'/L$	
Peso ?	Peso = 1000 kg
Fluido ?	Agua ($\nu = 9{,}5\, .10^{-7}\ m^2/s$)
V’	V = 20 km/h
Resistencia =50 kg	R ?
Potencia = 2,66 CV	P’ ?
η	η

Para semejanza absoluta se tendrá que verificar la igualdad de números de Froude y Reynolds como indica la ley adimensional

$Fr = V'^2/ gD' = V^2 / gD \rightarrow V'/V = (D'/D)^{1/2} = \lambda^{1/2} = 1/2$

$Re = V'L'/\nu' = VL/\nu \rightarrow \nu' = \nu\,(V'/V)\,(L'/L) = \nu.\lambda^{1/2}.\lambda = \lambda^{3/2}$

V’ = V/2 = 10 km/h = 10 .1000 / 3600 = 2,78 m/s

$\boldsymbol{\nu'}$ = $9{,}5\, .10^{-7}\ m^2/s\ .\ (1/4)^{3/2}$ = $\mathbf{1{,}2\, .10^{-7}\ m^2/s}$ $\rightarrow$ mirando en ábaco de viscosidades cinemáticas
en función de la temperatura corresponde a: **Mercurio a 25 ºC.**

como: $F/(\rho\, V^2\, L^2) = F'/(\rho'\, V'^2\, L'^2) \rightarrow Peso' = P.(\rho'/\rho).(V'/V)^2.(L'/L)^2$

$Peso' = P.(\rho'/\rho).\lambda^3$; tomando $S_{hg} = 13{,}6$ y $S_{agua} = 1$

Peso’ = $1000\ .\ 13{,}6.(1/4)^3$ = **212,5 kg**

Resistencia = $R'\ .(\rho/\rho').\ (1/\lambda)^3 = 50\ .(1/13{,}6).\ 4^3$ = **235,3 kg**

η = Potencia utilizada / Potencia consumida

Potencia utilizada = resistencia . velocidad de desplazamineto = R . V

Potencia consumida = 2,66 CV = 2,66 .75 kg.m/s

η = (50.2,78 kg.m/s)/ (2,66.75 kg.m/s) = 0,6967 $\rightarrow$ $\boldsymbol{\eta}$ **= 69,67 %**

El rendimiento es adimensional por tanto es el mismo en modelo y prototipo, cuando hay semejanza.

Problemas a resolver por el alumno.

5.5. La experiencia y la experimentación demuestran que la diferencia de presiones entre la salida y la entrada de una turbomáquina, depende del caudal Q turbinado, de la velocidad de giro de la máquina N, de la densidad del fluído ρ, de la viscosidad cinemática υ del líquido turbinado y del diámetro del rodete de la turbina D.

a) Se pide hallar los parámetros adimensionales de los que dependerá el fenómeno físico, si se toman como entidades repetidas ρ, N y D.

r) $$\pi_1 = \left(\frac{\Delta P}{\rho N^2 D^2}\right); \qquad \pi_2 = \left(\frac{Q}{ND^3}\right); \qquad \pi_3 = \left(\frac{\upsilon}{ND^2}\right)$$

5.6. La resistencia F sobre un proyectil de alta velocidad, depende de la velocidad "v" del proyectil, de la densidad del fluído ρ, de la velocidad del sonido "a", del diámetro del proyectil D y de la viscosidad del fluído μ.

a) Encontrar los parámetros adimensionales que definen el fenómeno físico, mediante el Teorema de π. Hágase el problema por el método rápido

r) $$\pi_1 = \left(\frac{F}{\rho a^2 D^2}\right); \qquad \pi_2 = \left(\frac{V}{a}\right); \qquad \pi_3 = \left(\frac{\mu}{\rho a D}\right)$$

5.7. La ecuación que nos da la ley de resistencia para la circulación de un fluído por tuberías, es la siguiente: F (ρ, μ, ε, v, D, dp/dx) = 0

a) Aplicar el teorema de Buckinghan para la determinación de los parámetros adimensionales. Tómese como sistema de variables repetidas μ,ε,ρ.

r) $$\pi_1 = \left(\frac{V\varepsilon\rho}{\mu}\right); \qquad \pi_2 = \left(\frac{\left(\frac{dP}{dx}\right)\rho\varepsilon^3}{\mu^2}\right); \qquad \pi_3 = \left(\frac{D}{\varepsilon}\right)$$

5.8. La potencia obtenida en una hélice P depende de la densidad del aire ρ, el diámetro D, la velocidad de la corriente v, la velocidad de rotación N, la viscosidad dinámica μ, y la velocidad del sonido "a".

a) Encontrar los parámetros adimensionales que definan el fenómeno físico.

r) $$\pi_1 = \left(\frac{P}{\rho D^5 N^3}\right); \qquad \pi_2 = \left(\frac{V}{DN}\right); \qquad \pi_3 = \left(\frac{\mu}{\rho D^2 N}\right);$$

$$\pi_4 = \left(\frac{a}{DN}\right)$$

5.9. El empuje producido por una hélice cualquiera de un conjunto de hélices de aeroplano geométricamente semejantes, se determina experimentalmente a partir de un ensayo en un túnel aerodinámico con un modelo.

El empuje F depende de la velocidad de rotación N, de la velocidad de avance V, del diámetro D, de la viscosidad del aire μ, de la densidad ρ, y de la velocidad del sonido a.

a) Hallar los parámetros adimensionales y la función que los relaciona, tomando como variables repetidas ρ, N y D.

r) $$F = \rho D^4 N^2 \Phi\left(V/DN,\ \mu/\rho D^2 N,\ a/DN \right)$$

5.10. Determina de qué parámetros "π" adimensionales depende la pérdida de carga en una tubería, sabiendo que la caída de presión es función del diámetro D, la longitud L, de la rugosidad ε , de la velocidad media V, de la viscosidad del fluído que circula μ , de la densidad del mismo, de la gravedad g y del módulo de elasticidad volumétrica K.

a) De los parámetros que obtengas, indica su nombre y la relación de fuerzas a que equivale.

Nota: Tómese como variables repetidas, ρ, v, D.

r) $$\left(\frac{L}{D}\right);\quad \left(\frac{\varepsilon}{D}\right);\quad \left(\frac{V^2}{Dg}\right);\quad \left(\frac{DV\rho}{\mu}\right);\quad \left(\frac{\Delta P}{\rho v^2}\right);$$

$$\left(\frac{\sigma}{v^2 \rho D}\right);\quad \left(\frac{V}{\sqrt{k/\rho}}\right).$$

5.11. Un modelo de submarino a escala 1:15 va a ser ensayado en un canal hidrodinámico de agua salada. Si el submarino se mueve a una velocidad de 12 millas por hora, ¿a qué velocidad deberá ser arrastrado para que exista semejanza dinámica?.

r) 180 millas/h.

5.12. Un modelo de avión a escala 1:80 es ensayado en una corriente de aire a 20ºC y a una velocidad de 45 m/s. Se pide:

a) ¿A qué velocidad habrá de arrastrarse dicho modelo si el ensayo se realiza totalmente sumergido en agua a 27ºC?.

b) ¿Qué fuerza de empuje sobre el prototipo en el aire corresponderá a una resistencia sobre el modelo en el agua de 0,55 kg?.

r) 2,4 m/s; 0,265 kg.

5.13. Una bomba centrífuga girando a 1200 rpm, bombea un aceite lubricante a 15ºC. Se va a ensayar un modelo de la bomba que utiliza aire a 20ºC.

a) Si el diámetro del modelo es 3 veces mayor que el del prototipo, ¿a qué velocidad debe girar el modelo?

Datos: $\upsilon_{aceite} = 1{,}8.10^{-4}\ m^2/s;\quad \upsilon_{aire} = 1{,}5.10^{-5}\ m^2/s$

r) 11,11 rpm.

5.14. Para estudiar las características de una hélice de 4 m de diámetro, girando a 100 rpm , se realiza una maqueta semejante geométricamente de 0,50 m de diámetro. En estas condiciones, despreciando la gravedad, se sabe que la fuerza de propulsión de la hélice puede escribirse bajo la forma:

$$R = \rho V^2 D^2 f\left(\frac{VD}{\upsilon}, \frac{V}{ND}\right)$$

teniendo la notación del problema 1, se pide:

a) Demostrar que si la maqueta se mueve en el mismo fluído que el prototipo, la semejanza dinámica completa es imposible.
b) Despreciando la viscosidad, si se hace girar la maqueta a 360 rpm, la fuerza de propulsión es de 23 kg, el par aplicado 2,27 mkg y V= 9 km/h.

Determinar estos valores en el prototipo, así como el rendimiento.

r) $\left(\frac{N_m}{N_P}\right) = \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)$**;** N_m demasiado elevada ; $V_P = 20\ km/h$ **;**

$F_P = 7269{,}13\ kg$ **;** 5739,45 m.kg; 67,19 %.

5.15. El modelo de un recipiente se vacía en 4 minutos al abrir una compuerta de tajadera. El modelo está construído a escala 1:225, ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse el prototipo?

r) 60 min.

5.16. Se dispone de un canal que denominamos prototipo, que funciona con un líquido cuya viscosidad cinemática es $4{,}7.10^{-5}$ m^2 /s. Se desea experimentar con un modelo reducido a escala 1/5, deseándose conocer la viscosidad del líquido que deberá emplearse para que haya homología, así como la relación de velocidades y caudales entre el prototipo y modelo para que exista homología.

r) $4{,}20.10^{-6}\ m^2/s$; $\left(V_p/V_m\right) = 2{,}236$;

$\left(Q_p/Q_m\right) = 55{,}9$.

5.17. Al acelerar el agua desde el reposo hasta una velocidad determinada, la presión desciende, hasta el punto de poder producirse la cavitación. Esto ocurre, por ejemplo, en la región de bajas presiones asociadas a los torbellinos de punta de pala en una hélice de barco.

Por esta razón cuando un torpedo se mueve 8 m por debajo de la superficie del agua del mar con una velocidad de 21 m/s, analizando el flujo relativo de agua respecto al torpedo se produce un descenso de presión que produce cavitación (P_V = 2400 Pa (absoluta)), (P atmosférica = 101 kPa), (ρ_{agua} = 1025 kg/m^3).
Recordando que el estudio de un fenómeno en la investigación experimental en mecánica de fluidos está definida por la expresión Eu = f(Fr, Re, M) y que el Nº de Euler, Eu = $\Delta P/\rho v^2$, hallar:

a) Si los efectos de viscosidad, gravedad y compresibilidad son despreciables, ¿a qué velocidad se producirá cavitación cuando se mueva a 20 m de profundidad?.
b) Si se quiere tener en cuenta los efectos de viscosidad, ¿a qué escala se debería construir el modelo del torpedo que moviéndose a 20 m de profundidad, se dinámicamente semejante al prototipo que se mueve a 8 m?.
c) Con este modelo, se puede asegurar la semejanza absoluta?.

r) 27,17 m/s; $\lambda = \left(\frac{L_p}{L_m}\right) \approx 1{,}3$; Como flujo en carga si, teniendo en cuenta el nº de Froude no.

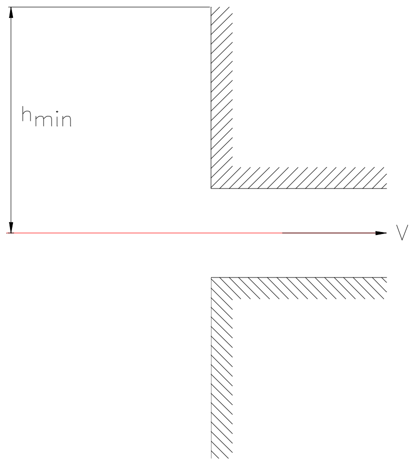
5.18. Agua a 15,6 ºC fluye a 3,66 m/s a través de una tubería de 15,2 cm. Para que exista semejanza hidraúlica:

a) ¿A qué velocidad debe fluir el keroseno (s= 0,77) a 10 ºC por una tubería de 30,5 cm?
b) ¿Qué diámetro de tubería se utilizaría si la velocidad del keroseno fuera de 19,2 m/s?.
c) Si la caída de presión ΔP en el agua es 0,5 bar. ¿cuál será la caída de presión (mc keroseno) en la tubería donde fluye keroseno en el caso b?.
d) ¿Qué fuerza por metro de longitud se ejercerá sobre un muro de contención del agua de mar si un modelo a escala 1:36 de una longitud de 0,914 m experimenta una fuerza de las olas de 120 N?.

r) 5,11 m/s; 8,113 cm; 140,4 mc keroseno; 170,153 kN/m.

5.19. Por medio de un modelo experimental, se desea establecer la profundidad mínima (h_{min}) a la que debe colocarse el tubo de succión de una bomba (a partir de la superficie libre del líquido) en el depósito para que no se produzcan remolinos a la entrada y no exista succión del aire. El líquido que se bombea es petróleo (ν_ρ = 0,75 St), con un gasto Q_P=140 l/s; el diámetro de la tubería de succión D_P=250 mm; la prueba se desea efectuar con un modelo de semejanza geométrica a escala 1/5.

Se sabe que la altura mínima depende del peso específico del líquido (γ), de la velocidad de la tubería (v), de la densidad (ρ), de la viscosidad dinámica del líquido (μ) y de la longitud característica de la tubería (D). Se pide:



a) Calcular los parámetros π adimensionales que intervienen en el proceso y la expresión que determina la altura mínima.
b) Viscosidad cinemática y caudal del líquido que debe ser utilizado en el modelo para que se verifique la semejanza completa.
c) Profundidad mínima a la que dejan de formarse remolinos en el prototipo en relación con los valores correspondientes que se medirán en el modelo.

r) h/D; $\gamma D / V^2\rho$, $\mu / DV\rho$;

$h_{min} = D.f(\text{Re}, Fr)$; $6{,}7.10^{-6}\ m^2/s$;

2,5 l/s ¸ $(h_{min})_p / (h_{min})_m = 5$

TEMA 6

Flujo permanente en conductos cerrados

Introducción

En este capítulo dedicado al flujo permanente, se presentan ocho problemas resueltos. Se parte de unos ejercicios de aplicación directa muy sencillos, para continuar con otros más completos, en los que se ha expresado claramente todo el proceso de resolución a seguir.
Los cálculos se han resuelto mediante el ábaco de Moody o las expresiones que lo definen, y se ha tratado de barrer todo el campo de tipos de flujo y de comportamiento de las tuberías.
Al final se han realizado dos problemas, mediante la expresión de Hazen Williams, para el caso de agua, que simplifica mucho el proceso de cálculo.

Colección de problemas resueltos.

6.1. Por una tubería horizontal de cobre de 100 m de longitud y 100 mm de diámetro, circula un caudal de 12 l/s de glicerina a 30 ºC (s = 1,547). Determinar la potencia consumida en pérdida de carga.

Resolución

Para calcular la potencia consumida en pérdidas de carga, es necesario determinar previamente las pérdidas de carga:

$$\text{Potencia} = h_f\,.Q.\gamma$$

Utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach : $h_f = f\,(L/D)\,(V^2/2g)$ m c líquido

L = 100 m ; D = 100 mm = 0,1 m ; $V = Q/A = (12.10^{-3}\ m^3/s) / \pi.(0{,}1^2/4)\ m^2$
V = 1,53 m/s.
Hay que calcular el coeficiente de fricción: f
f depende del nº de Reynolds y de la rugosidad relativa
$Re = V.D / \nu$; rugosidad relativa : ε /D
ν : viscosidad cinemática característica del fluido.......... Ábaco nº 5 (ν - T)
ε : rugosidad de la tubería.............. Cuadro de rugosidades (nº 18)
$\nu_{gl}^{30º} = 1{,}9\ .10^{-4}\ m^2/s$; $\varepsilon_{cobre} = 0{,}00015$ cm

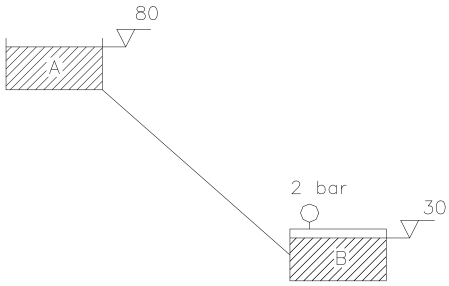
Sustituyendo en la expresión calculamos el Reynolds
$Re = 1{,}53.\ 0{,}1 / 1{,}9.10^{-4} = 804{,}15$
Como Re< 2000 es un flujo laminar y no depende de la rugosidad de la tubería.

Siendo f segun la expresión de Hagen-Poiseuille: 64 / Re
f = 64 / Re = 64 / 804,15 = 0,0796
sustituyendo todos los datos:

$h_f = 0{,}0796\ (100/0{,}1)\ (1{,}53^2 /2\ g) = 9{,}5$ mcl

Potencia = $9{,}5\ .\ 12.10^{-3}.\ 1{,}547\ .\ 9800$ W =1729,3 W = **1,73 kW**

6.2. Mediante una tubería de 150 m de longitud y 200 mm de diámetro de fundición, se transporta petroleo crudo a 20 ºC (s = 0,86) desde el depósito de almacenamiento A hasta el de servicio B, presurizado. Se quiere conocer el caudal circulante. Despreciar las pérdidas menores.



Resolución
Datos : L, D, ν, ε
Incognita : Q
Es un problema de calculo del caudal circulante.

Figura 6.2.

Aplicando Bernoulli entre A y B:

$B_A - h_f = B_B \rightarrow P_A/\gamma + Z_A + V_A^2/2g - h_f = P_B/\gamma + Z_B + V_B^2/2g$

$Z_A = 80$; $Z_B = 30$; $P_B = 2$ bar $\rightarrow P_B/\gamma = 2.10^5 / (0{,}86.\ 9800) = 23{,}73$ mcpetroleo

$P_A = P_{at} = 0$; $V_A = V_B \cong 0$ (superficie de los depósitos)

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli :

$$h_f = 80 - 23{,}73 - 30 = 26{,}76 \text{ mcp}$$

Como h_f es un valor constante, podemos resolverlo directamente sin necesidad de iterar, calculando $f^{1/2}.\ Re$:

$h_f = f\,(L/D)\,(V^2/2g) \rightarrow f = h_f\,(D/L)\,(2g/V^2) \rightarrow f^{1/2} = (1/V).\ (h_f.D.2g/L)^{1/2}$

-sustituyendo : $f^{1/2} = 0{,}8286 / V$

por otro lado $Re = VD/\nu$; ábaco de viscosidades: $\nu_p^{20º} = 8{,}4 \cdot 10^{-6}$ m^2/s

-sustituyendo : $Re = 0{,}2 \cdot V/\ 8{,}4 \cdot 10^{-6} = 2{,}38 \cdot 10^4\ V$

realizando el producto de los dos eliminamos la velocidad

$$f^{1/2}.\ Re = (0{,}8286/V).(\ 2{,}38 \cdot 10^4\ V) = 1{,}9728 \cdot 10^4$$

En la tabla de rugosidades: ε (fundición) = 0,026 cm $\rightarrow \varepsilon/D = 0{,}026/20 = 0{,}0013$

utilizando el Ábaco de Moody se observa que la tubería se comporta como semilisa siendo f = 0,0225

Puede utilizarse también la expresión de Colebrook y White :

$$1/f^{1/2} = -2 \lg_{10} [(\varepsilon/D/3,71) + (2,51/ f^{1/2}. Re)]$$

sustituyendo todos los valores y operando se obtiene el valor exacto $f = 0,0227$

como $f^{1/2} = 0,8286/V \rightarrow V = 5,503$ m/s y $Q = 5,503 . \pi\, 0,2^2 /4 = 0,01729\ m^3 /s$

Q = 173 l/s

6.3. Se quiere hacer circular keroseno a 20ºC (s=0,77) desde la cota Z_A = 240 m a un depósito situado a Z_B = 232 m, mdiante una conducción que pasa por un punto C de cota Z_C = 247 m. Teniendo en cuenta los datos indicados , se pide :
1) Calcular el caudal circulante suponiendo funcionamiento correcto.
2) Comprobar anomalías en el funcionamiento del sistema.

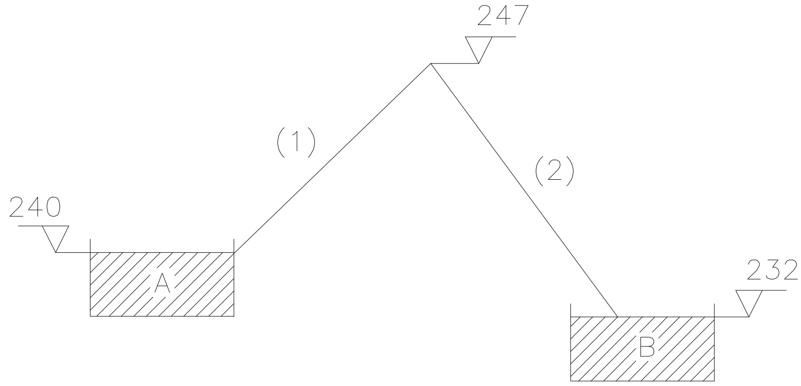


Figura 6.3.

Para resolver estas anomalías se instala una valvula de mariposa que origina una pérdida singular localizada al final del tramo 2 cerca de B . Calcular en las condiciones límites de funcionamiento, es decir , en el mismo comienzo de la cavitación:
3) El nuevo caudal circulante.

4) Factor de paso necesario de la válvula de mariposa.

Datos: Diámetro de la conducción = constante = 500 mm; Tubería de fundición ; P.atmosférica = 10 mcagua; Presión de vapor del keroseno = 0,0183 kg/cm^2 ; longitud del tramo (1) = 130 m ; longitud del tramo (2) = 35 m ;

Resolución

Keroseno a 20ºC : s = 0,77 ; $\nu = 2,2 . 10^{-6}\ m^2/s$ (ábaco de viscosidades).

$\varepsilon_{fundición}$ = 0,026 cm (cuadro de viscosidades)

De nuevo estamos en un caso de cálculo de caudal circulante
.
1) Aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y B, como los depósitos están abiertos a la atmósfera:

$$Z_A - h_{f\ A\text{-}B} = Z_B \quad \rightarrow \quad h_{f\ A\text{-}B} = 240 - 232 = 8 \text{ mckeroseno}$$

la pérdida de carga es un valor constante, aplicando Darcy-Weisbach:

$h_f = f\ (L_{AB}/D)\ (V^2/2g) = f\ .\ (165/0{,}5).(V^2\ /2g) = 8 \quad \rightarrow \quad f = 0{,}48\ /\ V^2$

$f^{1/2} = 0{,}69\ /V$, entre esta expresión y el nº de Reynolds eliminaremos V para poder

obtener "f " en el ábaco de Moody o mediante las expresiones.

$Re = VD/\nu = 0{,}5.V/\ 2{,}2.10^{-6} = 2{,}3\ .\ 10^5\ .\ V$

$$f^{1/2}.\ Re = 1{,}57\ .\ 10^5$$
$$\varepsilon/D = 0{,}026\ /\ 50 = 0{,}00052$$

Mirando en el ábaco de Moody, la tubería se comporta como semilisa y $f \cong 0{,}0172$ si se aplica la expresión de Colebrook :

$$1/f^{1/2} = -2\ \lg_{10}\ [\ (\varepsilon/D/3{,}71) + (\ 2{,}51/\ f^{1/2}.\ Re)]$$

sustituyendo los valores y operando $f = 0{,}01725$

$V = 0{,}69\ /f^{1/2} = 5{,}253$ m/s $\rightarrow$ $Q = 5{,}253\ .\pi\ 0{,}5^2/4 = 1{,}031\ m^3/s$

$$\mathbf{Q = 1{,}031\ m^3/s}$$

2) Es necesario comprobar que ocurre en el punto alto C, aplicando Bernoulli entre A y C :

$Z_A - h_{f\ AC} = Z_C + V_C^2\ /\ 2g + P_C\ /\gamma$; de esta expresión puede calcularse P_C ya que se conoce el resto de los datos:

$P_C\ /\gamma = 240 - 247 - 5{,}253^2/\ 2g - 0{,}01725.\ (130\ /\ 0{,}5)\ (5{,}253^2\ /\ 2g) = -\ (7 + 7{,}72)$

$P_C\ /\gamma = -14{,}72$ mck = - 11,33 mcagua

Presión totalmente imposible de alcanzar, ya que está por debajo del 0 absoluto lo cual va en contra de las leyes de la física, al alcanzar la tensión de vapor, se produce la cavitación y se rompe la vena líquido, con lo que el keroseno no puede circular. Es decir el resultado anterior del caudal circulante es erróneo ya que cavitará la instalación .

3) Habrá que calcular que caudal circulará , en las condiciones límites de que en C se alcance la presión de vapor, es decir en condiciones teóricas.

$P_c^{abs} = P_{vap} = 0{,}0183\ kg/cm^2 \equiv 0{,}183$ mcagua $\rightarrow P_c^{man} = P_c^{abs} - P_{at} = (0{,}183 - 10)$mca

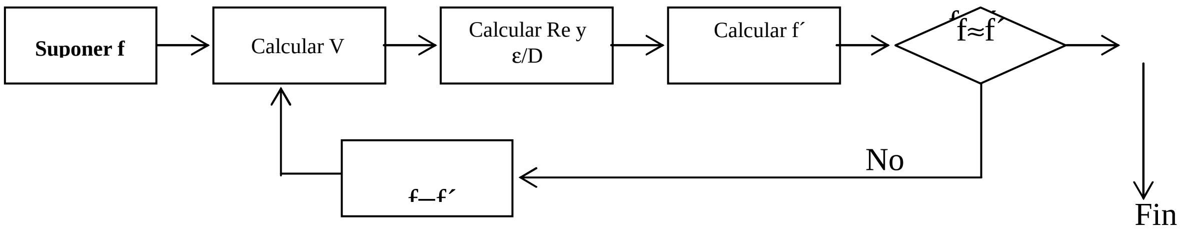
$P_C/\ \gamma = -\ 9{,}817\ /\ 0{,}77$ mck = - 12,75 mck

Se aplica de nuevo Bernoulli entre A y C

$240 - h_{f\,AC} = 247 - 12{,}75 + V_C^2/2g \rightarrow 5{,}75 = h_{f\,AC} + V_C^2/2g$
$5{,}75 = f\,(L/D)(V_C^2/2g) + V_C^2/2g \rightarrow 5{,}75 = (V_C^2/2g)\,(260\,f + 1)$

Se obtine una ecuación con dos incognitas : “V_c y f “ y, donde no se tiene datos para entrar en el ábaco de Moody o las expresiones para conocer f y calcular V, por ello hay que recurrir a una iteración:

<u>Proceso a seguir</u>:



Se preparan las expresiones para el cálculo

$V = 10{,}62 / (260\,f + 1)^{1/2}$; $Re = 0{,}5\,V / 2{,}2.\,10^{-6} = 2{,}3.10^5\,V$
$\varepsilon/D = 0{,}00052$

Cuadro de calculo:

f	**V**	**Re**	**f’**	**f = f’ (?)**
suponer	$10{,}62 / (260\,f + 1)^{1/2}$ m/s	$2{,}3.10^5$ V	Moody o expresiones	
0,025	3,88	$8{,}92.10^5$	0,0172	no
0,0172	4,54	$1{,}044.10^6$	0,0172	si

por tanto V = 4,54 m/s y $Q = 4{,}54\,.\,\pi\,0{,}5^2 / 4 = 0{,}891\ m^3/s$

Q = 891,43 l/s

c) Con este caudal se calcula la pérdida de carga en la válvula para que circule dicho caudal y su factor de paso:

$Z_A - h_{f\,AB} - h_{f\,val} = Z_B$; $h_{f\,AB} = 0{,}0172.(165/0{,}5)\,(4{,}54^2/19{,}6) = 5{,}97$ mck

$h_{f\,val} = 240 - 232 - 5{,}97 = 2{,}03$ mck $= k\,.\,V^2/2g = k\,(4{,}54)^2/2g \rightarrow$ **k = 1,93**

6.4. Para alimentar el quemador de una caldera de vapor que funciona con fuel-oil (s=0,82), se dispone de un depósito nodriza despresurizado, en el cual se calienta el fuel que fluye por las tuberías, manteniendose las temperaturas entre 30 y 60 ºC ($\nu_{30} = 2.10^{-4}$ m^2/s. $\nu_{60} = 2.10^{-5}$ m^2/s) utilizando unos termostátos que conectan las resistencias calefactoras. Mediante una bomba, a través de una tubería de fundición de 100 m de longitud y 50 mm de diámetro, se impulsa el fluido hasta el quemador

Datos : Factor de paso del quemador: k = 0,5 (con la energía cinética a la salida)

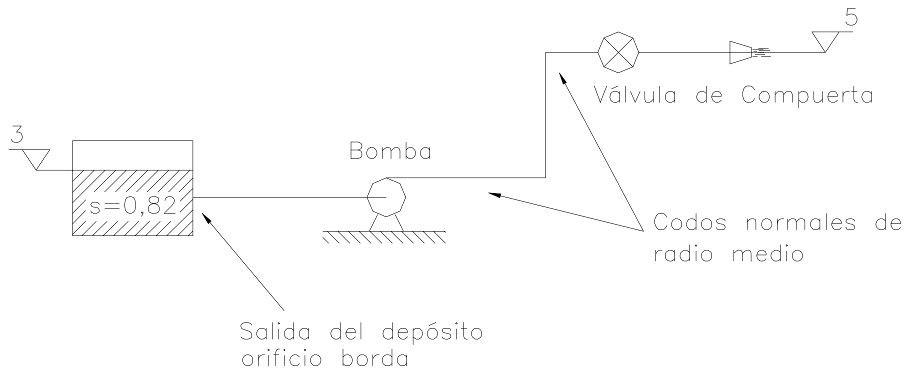


Figura 6.4.

Calcular:

a) El diámetro del quemador si el caudal mínimo necesario es de 5 l/s y se desea una presión dinámica a la salida del quemador de 328 kPa. Si se disponen de quemadores de 10, 15, 20 mm de diámetro, elegir el mas cercano.

b) Expresión analítica de la altura de la instalación (H_i) en función del coeficiente de frotamiento :f y de la velocidad en la tubería: V.

c) Potencia útil de la bomba para que en las condiciones mas desfavorables llegue al quemador el caudal mínimo de 5 l/s.

d) ¿Qué caudal circulará cuando la temperatura del fuel sea de 60 ºC? (se mantiene constante la potencia útil de la bomba).

e) Analizar, posibles anomalías en su funcionamiento y forma de solución.

Resolución

Para iniciar es necesario determinar el diámetro del quemador.

Se denomina presión dinámica a la energía cinética en cualquier sección del flujo:

$P_{din} = 328$ kPa $\rightarrow$ $P_{din} /\gamma = 328\ .10^3 / 0{,}82.9800 = 40{,}816$ mcfuel

$P_{din} /\gamma = V^2 / 2g \rightarrow V = (40{,}816.\ 19{,}6)^{1/2} = 28{,}284$ m/s

Se conoce el caudal circulante en dichas condiciones por ello :

$Q = V.\ A_{quemador} \rightarrow A_{quemador} = Q / V = 5.\ 10^{-3} / 28{,}284 = 1{,}7678.\ 10^{-4}\ m^2$
$A_{quemador} = \pi\ d^2 / 4 \rightarrow d = 0{,}0150$ m

$$\mathbf{d_{quemador} = 15\ mm}$$

b) Aplicando Bernoulli entre la superficie del depósito nodriza y la salida del quemador:

$P_1/\gamma + V_1^2/2g + Z_1 - h_{f\,tub} + H_i - \sum k_i V^2_{tub}/2g - k_{quem} V^2_{quem}/2g = P_2/\gamma + V^2_{quem}/2g$

Sustituyendo: $P_1 = 0$; $V_1 = 0$; $P_2 = 0$

$3 - h_{f\,tub} + H_i - \sum k_i V^2_{tub}/2g - k_{quem} V^2_{quem}/2g = 5 + V^2_{quem}/2g$

los factores de paso de las piezas especiales (cuadro de factores de paso) son:

$k_{orificio\ de\ borda} = 1$; $k_{codo} = 0{,}75$; $k_{valvula\ compuerta\ abierta} = 0{,}19$

Aplicando la ecuación de la continuidad entre la tubería y la sección de salida del quemador:

$V_{quem}\, \pi\, d^2_{quem}/4 = V_{tub}\, \pi\, d^2_{tub}/4 \rightarrow V_{quem} = V_{tub}\,(50/15)^2 = 11{,}11\, V_{tub}$

Sustituyendo y despejando la altura de la instalación :

$H_i = 2 + (1 + 0{,}75 \,.\, 2 + 0{,}19)\, V^2_{tub}/2g + 1{,}5\ (11{,}11.\, V_{tub})^2/2g + h_{f\,tub}$

Por la ecuación de Darcy-Weisbach $h_{f\,tub} = f\,(L/D)\,(V^2_{tub}/2g)$

sustituyendo los valores y operando:

$$\mathbf{H_i = 2 + (187{,}875 + 2000\, f)\, V^2_{tub}/2g}$$

c) Las condiciones mas desfavorables son para una temperatura de 30 ºC , ya que el fluido es mas viscoso y por tanto mayores pérdidas por fricción , por ello necesitará un mayor aporte de energía.

Para determinar la potencia util que deberá aportar la bomba, hay que calcular la altura de la instalación y para ello el coeficiente de fricción “f “ que a su vez es función del Reynolds y de la rugosidad relativa.

$\nu_{30º} = 2.10^{-4}\ m^2/s$; $V_{tub} = 5.\,10^{-3}/(\pi\,.\,0{,}05^2/4) = 2{,}546\ m/s$

$Re = V\,D/\nu = 2{,}546 \,.\, 0{,}05 / 2 \,.\, 10^{-4} = 636{,}62$ es decir flujo laminar, luego

$f = 64/Re = 0{,}1005$ (expresión de Hagen-Poseuille)

$H_i = 2 + (0{,}1005 \,.\, 2000 + 187{,}875)\ 2{,}546^2/19{,}6 = 130{,}63$ mcfuel

$P_{util} = 130{,}63 \,.\, 5.10^{-3} \,.\, 0{,}82.9800 = 5248{,}7\ W$

$$\mathbf{P_{util} = 5{,}249\ kW}$$

d) Si T= 60 ºC $\rightarrow$ $\nu_{60} = 2.10^{-5}\ m^2/s$

Al disminuir la viscosidad disminuye el coeficiente de fricción y la pérdida de carga, y como consecuencia la altura de la instalación . La potencia util de la bomba se supone constante, por tanto aumentará el caudal circulante.

Al no conocer el caudal, no conocemos la velocidad, ni el número de Reynolds, ni el coeficiente de fricción f .

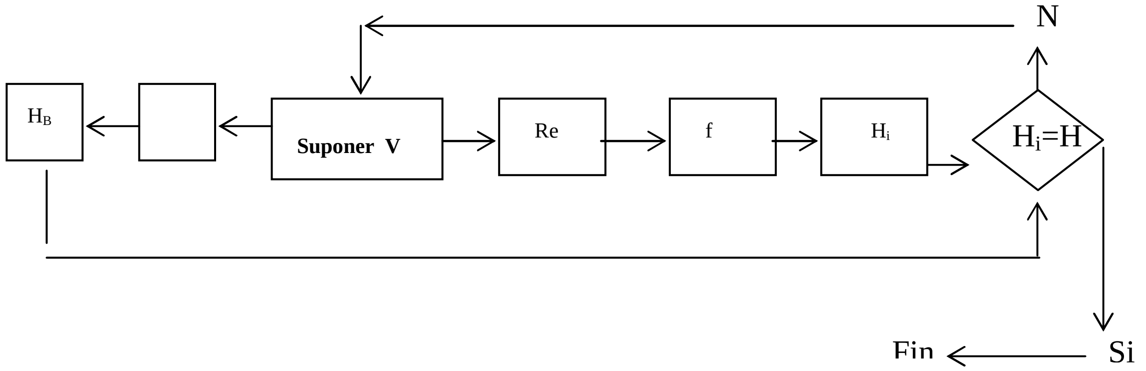
Se tiene por un lado la ecuación de la altura de la instalación H_i , que define la energía por unidad de peso de fluido que hay que aportarle para cada caudal circulante. Y por otro lado la Ecuación de la bomba que da la energía por unidad de peso de fluido que para cada caudal aporta la bomba.

Instalación: $H_i = 2 + (2000 f + 187{,}875) V^2_{tub} / 2g$

Bomba : $P_{util} = 5248{,}7 = H_B \cdot Q \cdot 0{,}82 \cdot 9800 \rightarrow H_B = 0{,}6531 / Q$

El caudal circulante Q es aquél que verifica que $H_i = H_B$; se tiene tres incógnitas (f, V o Q y $H_i= H_B$) y dos ecuaciones, por lo que hay que iterar.

Proceso a seguir:



Expresiones de calculo :

$Q = V \cdot \pi \cdot 0{,}05^2 / 4 = 20 \cdot 10^{-3} V$; $Re = V \cdot 0.05 / 2.10^{-5} = 2{,}5 \cdot 10^3 V$

$\varepsilon / D = 0{,}026 / 5 = 0{,}0052$;

H_B mcfuel	**Q m^3/s**	**V m/s**	**Re**	**f**	**H_i mcfuel**	**H_B=H_i ?**
0,653/Q	20.10^{-3} V	**Suponer**	2500 V	Moody o expresiones (semilisa)	2+(2000f + 187,875). $V^2/2g$	
110,87	0,0059	3	7500	0,0315	117,19	no,menor Q
116,7	0,0056	2,85	7125	0,04	113	no,mayor Q
115,5	**0,0057**	2,88	7200	0,0386	115,02	si

Q = 5,655 l/s

e) entre ambas temperaturas se encuentra la zona crítica en la que **no** se debe de trabajar, y se puede producir el fenómeno de la intermitencia. para evitarlo habría que elevar la temperatura inferior ,o aumentar la potencia de la bomba para que siempre el número de Reynolds del flujo sea mayor que el límite superior 4000 y superar la zona crítica, trabajando en todo el intervalo en régimen turbulento.

6.5. En una instalación de trasvase de keroseno desde el depósito de almacenamiento al depósito de consumo, se quiere instalar una bomba para que circule un caudal de 40 l/s de keroseno a 20 ºC de s = 0,802.
La tubería de 300 m de longitud es de fundición de 150 mm de diámetro y consta de una válvula de retención (DN 75) una válvula de compuerta, y 3 codos comerciales de radio medio.
El depósito de consumo está presurizado siendo 2,5 kg/cm^2 la presión que indica el manómetro. Se pide:
a) Calcular la potencia de la bomba a instalar, suponiendo un rendimiento del 75%.

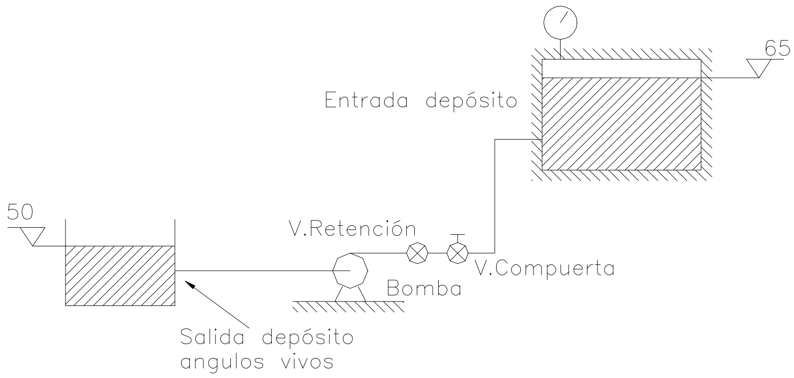


Figura 6.5.

b) Al cabo de 5 años y por necesidades de consumo es necesario incrementar la presión del depósito a 3 kg/cm^2 ; por otra parte la bomba ha disminuido su rendimiento al 70% y tanto la tubería como las piezas especiales han envejecido. Se pide calcular el nuevo caudal circulante.

Nota: Utilizar el método de los factores de paso. El envejecimiento se tendrá en cuenta tanto para la tubería como para las piezas especiales, aplicando el mismo coeficiente para ambos.

Resolución

Ábaco de viscosidades cinemáticas : $\nu^{20}_{keroseno} = 2{,}2.10^{-6}$ m^2 /s ; s = 0,802

Cuadro de rugosidades: Tubería de fundición ε = 0,026 cm

Factores de paso:
- Válvula de retención (DN 75) : K = 1,5
- Válvula de compuerta abierta : K = 0,19
- Codo comercial de radio medio : K = 0,75 / codo
- Salida depósito ángulos vivos : K = 0,5
- Entrada a depósito : K = 1

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre el depósito de almacenamiento (A) y el de consumo (C):

$Z_A - h_f + H_B = Z_C + P_C / \gamma$; sustituyendo los valores

$50 - h_f + H_B = 65 + 25 / 0{,}802 = 96{,}172$

$H_B = 46{,}172 + h_f$ hay que calcular las pérdidas de carga: h_f

$h_f = f \cdot (300 / 0{,}15) \cdot (V^2 / 2g) + (0{,}5 + 3 \cdot 0{,}75 + 1{,}5 + 0{,}19 + 1)(V^2 / 2g)$

$h_f = (2000 \cdot f + 5{,}44)(V^2 / 2g)$

$V = Q / A = 40 \cdot 10^{-3} / (\pi \cdot 0{,}15^2 / 4) = 2{,}263$ m/s

$Re = V \cdot D / \nu = 2{,}263 \cdot 0{,}15 / 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 1{,}543 \cdot 10^5$

$\varepsilon / D = 0{,}026 / 15 = 0{,}0017$

Mirando en el ábaco de Moody , la tubería se comporta como semi-lisa :f = 0,0237

Utilizando las expresiones aproximadas de Prabata.... (P.S.A.K.) ver en cuadros y ábacos: f = 0,024

$h_f = (2000 \cdot 0{,}024 + 5{,}44)\, 2{,}263^2 / 2g = 13{,}963$ m

sustituyendo en $H_B \rightarrow H_B = 46{,}172 + 13{,}963 = 60{,}135$ mckeroseno

Potencia = $60{,}135 \cdot 40 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}802 \cdot 9800 / 0{,}75 = 25200$ W = **25,2 kW**

b) a los 5 años : $P_C = 3$ kg / cm^2 y $\eta = 70$ %, además todos los elementos se habrán envejecido por el uso, por ello el caudal circulante habrá disminuido y hay que calcularlo.

Aplicando de nuevo Bernoulli entre A y C :

$Z_A - h_f + H_B = Z_C + P_C / \gamma \rightarrow 50 - h_f + H_i = 65 + 3 \cdot 10 / 0{,}802$

$H_i = 52{,}41 + h_f$; por el envejecimiento $h_f = (1 + 5/100)\, h_{fo} = 1{,}05\, h_{fo}$

$h_f = 1{,}05\,(2000 f + 5{,}44)(V^2 / 2g) = (2100 f + 5{,}71)(V^2 / 2g)$

la energía que necesita el fluido para circular:
$H_i = 52{,}41 + (2100 f + 5{,}71)(V^2 / 2g)$, no se conoce V ni Re ni por tanto f ni H_i

Por otro lado tenemos la bomba instalada , que ha disminuido de rendimiento, por tanto la energía que nos aporta será menor, en todo caso dependerá del caudal circulante.

$Pot = 25{,}2 \cdot 10^3 = Q \cdot H_B \cdot 0{,}802 \cdot 9800 / 0{,}7 \rightarrow H_B = 2{,}244 / Q$

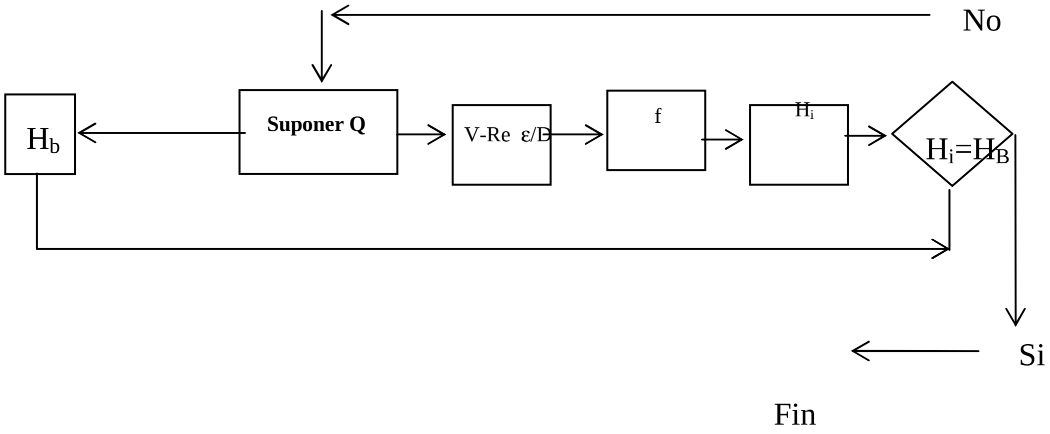
en resumen se tienen dos ecuaciones:

$H_i = 52{,}41 + (2100\,f + 5{,}71)\,(V^2 / 2g)$...........(1)

$H_B = 2{,}244 / Q$..........................(2)

y tres incógnitas, es decir es necesario iterar , la solución será aquél caudal que verifique que $H_i = H_B$

Proceso a seguir:



La iteración se realiza partiendo del caudal por que tenemos idea del orden de magnitud del mismo, ya que sabemos será inferior al que circulaba en las condiciones iniciales.

Expresiones de cálculo, además de las anteriores:

$V = Q / (\pi \cdot 0{,}15^2 / 4) = 56{,}6\,Q$; $Re = 0{,}15 \cdot V / 2{,}2.10^{-6} = 6{,}82.10^4 \cdot V$

la rugosidad no ha cambiado : $\varepsilon / D = 0{,}0017$

H_B	$Q(m^3/s)$	V	Re	f	H_i	$H_B \cong H_i$
2,244 / Q	**Suponer**	56.6 Q	$6{,}82.10^4$ V	Moody	(1)	?
64,143	**0,035**	1,98	$1{,}35.10^5$	0,024	63,65	si

En la primera iteración hemos obtenido el resultado con una buena aproximación

Q = 35 l/s

6.6. Una conducción de acero comercial para traida de agua a una fábrica, ha funcionado holgadamente desde su establecimiento por simple gravedad, hasta un determinado momento en que no es capaz de suministrar el caudal inicial debido a una incrustación calcárea uniforme a lo largo de toda la conducción . Se pide teniendo en cuenta los datos abajo reseñados:

a) Caudal inicial en el instante de la implantación.

b) Calcular la rugosidad de la tubería suponiendo que el diámetro interior (800 mm) no varía, y que conduce 500 l/s solamente.

c) Esta rugosidad calculada, se valora como excesiva, por lo que cabría suponer que el diámetro se ha reducido considerablemente por las incrustaciones calcáreas. Suponiendo una rugosidad de la tubería comercial con las incrustaciones de $\varepsilon = 0{,}5$ cm, calcular el diámetro útil (mm) de la tubería para el transporte del caudal de 500 l/s.

Datos : Agua (10 ºC)
Diferencia de cotas piezométricas en los extremos de la conducción H = 10 m
Diámetro inicial de la tubería de acero comercial = 800 mm .
Longitud equivalente total = 1000 m

Nota: Utilizar en la resolución el ábaco de Moody o las expresiones que lo definen

Resolución

a) Segun los datos : $H = 10 = h_f = f\,(L/D)\,(V^2/2g) = f\,(1000/0{,}8)\,(V^2/2g)$

estamos en un caso de pérdida de carga constante:

$f^{1/2} = 0{,}396 / V$, calculando el nº de Reynolds se podrá eliminar la velocidad V

$Re = V\,D/\nu$; $\nu_{agua\ 10º} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ m^2/s$; $Re = 0{,}8\,V / 1{,}2 \cdot 10^{-6} = 6{,}67 \cdot 10^5\,V$

$f^{1/2} \cdot Re = 263986{,}53$

$\varepsilon / D = 0{,}006 / 80 = 0{,}000075$

la tubería se comporta como semilisa , utilizando la expresión de Colebrook y White

$1 / f^{1/2} = -2\,lg_{10}\,[\,(7{,}5 \cdot 10^{-5} / 3{,}71) + (2{,}51 / 263986{,}53)\,] \rightarrow f = 0{,}0122$

sustituyendo en : $V = 0{,}396 / f^{1/2} = 3{,}585$ m/s

Q $= 3{,}585 \cdot \pi \cdot 0{,}8^2 / 4 = 1{,}802\ m^3/s =$ **1802 l/s**

b) Al pasar el tiempo Q se reduce a 500 l/s

$V = 0{,}5 / \pi \cdot 0{,}8^2 / 4 = 0{,}9947$ m/s

En este caso al conocer Q se conoce V y de la expresión de pérdida de carga se puede calcular f

$$10 = f\,(1000 / 0{,}8) \cdot (0{,}9947^2 / 29) \rightarrow f = 0{,}1585$$

para este valor altísimo del coeficiente de fricción la tubería forzosamente se comporta como rugosa, ya que $Re = 0{,}9947 \cdot 0{,}8 / 1{,}2 \cdot 10^{-6} = 6{,}63 \cdot 10^5$

utilizando la expresión de Karman-Prandtl para tuberías rugosas

$1 / f^{1/2} = 2\,lg_{10}\,3{,}71 / (\varepsilon / D) \rightarrow lg_{10}\,3{,}71 / (\varepsilon / D) = 1{,}256 \rightarrow \varepsilon / D = 0{,}2058$

$$\varepsilon = 0{,}2058 \cdot 0{,}8 = 0{,}1646 \text{ m} = \mathbf{164{,}6 \text{ mm}}$$

c) Suponiendo ε = 0,5 cm y sabiendo que Q = 500 l/s, interesa conocer el diámetro útil. La ecuación de partida sigue siendo la misma, las pérdidas de carga:

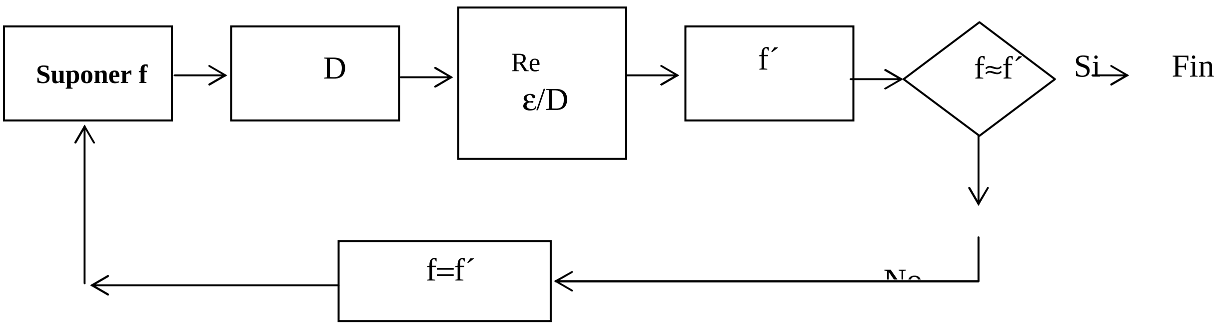
$10 = f \ (1000 / D) \ (V^2 / 2g)$

$Q = 0{,}5 = V \cdot \pi \cdot D^2 / 4 \quad \rightarrow V = 0{,}6366 / D^2$

sustituyendo : $10 = f \ (1000 / D) \ (0{,}6366 / D^2)^2 / 2g = f \cdot 20{,}6778 / D^5$

$D^5 = 2{,}0678 \cdot f \quad \rightarrow \qquad D = 1{,}1564 \cdot f^{1/5}$

Se tiene una ecuación y dos incógnitas por lo que es necesario iterar, proceso a seguir:



$$Re = V.D / 1{,}2 \cdot 10^{-6} = 8{,}33 \cdot 10^5 \cdot V.D \ ; \ \varepsilon / D = 0{,}5 \cdot 10^{-2} / D = 0{,}5 / 100 D$$

f	**D**	**V**	**Re**	**ε / D**	**f'**	**f ≅ f'**
Suponer	$1{,}1564.f^{1/5}$	$0{,}6366/D^2$	$8{,}33.10^5$ .VD	0,5 / 100D	Moody o expresion	
0,03	0,5735	1,9356	$9{,}25.10^4$	0,0087	0,0362	no
0,0362	0,595	1,7955	$8{,}9.10^5$	0,0084	0,0357	no
0,0357	**0,594**	1,805	$8{,}93.10^5$	0,0084	0,0358	si

D = 594 mm

6.7. Según la figura adjunta, donde k(boquilla) = 0,3 y D(boquilla) = 75 mm, se pide:

a) Calcular Q_2, si un tubo de pitot colocado en el punto medio de la tubería (2), señala R_1 = 0,3 m y R_2 = 0,8 m.

b) Sabiendo que un diafragma colocado en la tubería (3) tiene las siguientes características: $D_{orificio}$ = 100 mm, $C_{orificio}$ = 0,8 ; y que el manómetro diferencial con aire marca R = 0,85 m . Calcular Q_3 y L_3 .

c) Si un caudalímetro electromagnético situado en (1) señala 2400 l/mn, calcular la potencia util aportada por la bomba.

d) Seleccionar el diámetro D_4, para poder asegurar el reparto de caudales, cuando la válvula G no cree pérdidas de carga adicionales.

e) Calcular h_f en la válvula G, para tener el reparto de caudales iniciales, con el D_4 seleccionado. ¿Cuál es la potencia perdida en esta válvula G?

Datos : Líquido circulante : agua ;

Tuberías de fibrocemento.

	D(mm)	L(m)
1	175	500
2	200	2100
3	125	?
4	?	1500

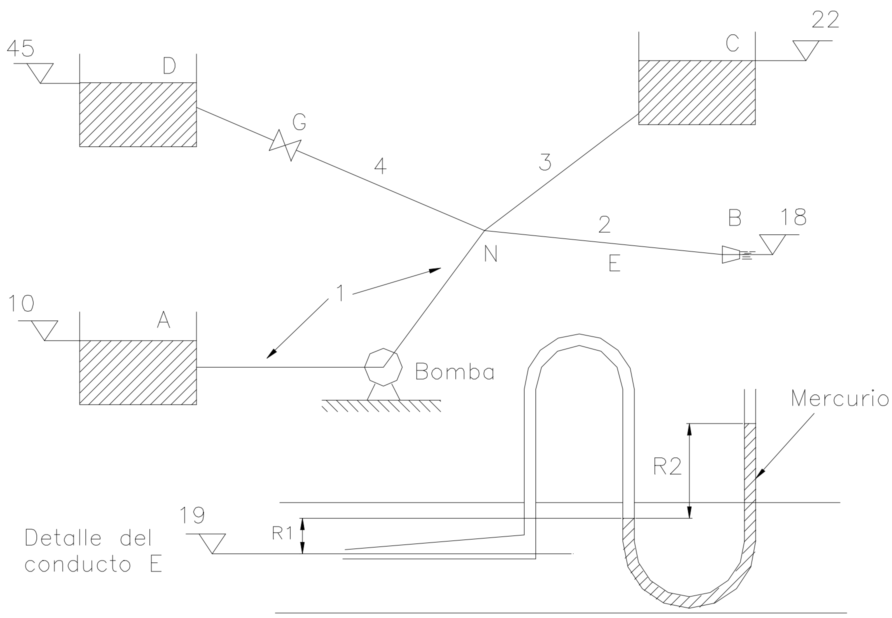


Figura 6.7.

Resolución

Este problema , se va a resolver utilizando la expresión de **Hazen-Williams,** que solamente es valida para agua o líquidos de viscosidad similar al agua, la ecuación es menos exacta que las de Colebrook-White etc. pero es muy cómoda de utilizar ya que simplifica mucho los cálculos, conviene recalcar que **solo puede utilizarse con agua o viscosidad similar.**

a) En el pº E existe un tubo de pitot, el cual mide la presión total en dicho punto, es decir la suma de la presión estática y de la presión dinámica:

$P_E /\gamma + V^2_E \ / 2g = P_{pitot} /\gamma$ y midiendo esta presión mediante el manómetro

$P_{pitot} /\gamma - R_1 - R_2 \ . \ 13{,}6 = 0 \ \rightarrow P_{pitot} /\gamma \ = 0{,}8 \ 13{,}6 \ + 0{,}3 \ = \ 11{,}18$ mcagua

Aplicando a continuación la ecuación de Bernoulli entre el punto E y la salida al exterior por la boquilla (B).

$P_E/\gamma + V^2_E / 2g + Z_E - h_{f\,2} / 2 - h_{f\,boquilla} = Z_B + V^2_B / 2g$

Sustituyendo:

$11{,}18 + 19 - h_{f\,2} / 2 - h_{f\,boquilla} = 18 + V^2_B / 2g$ ....(1)

$h_{f\,boquilla} = 0{,}3 \cdot V^2_B / 2g$

hay que calcular $h_{f\,2}$: $D_2 = 200$ mm ; $L_2^{total} = 2100$ m ;

Fibrocemento: $\varepsilon = 0{,}01$cm

Como ya se ha indicado, utilizando la expresión de **Hazen Williams:**

$h_f = j_1 \cdot L \cdot Q_{l/s}^{1,852}$

Cuadro nº 22 de "Cuadros y Ábacos"

$\varepsilon / D = 0{,}01 / 20 = 0{,}0005 = 5 \cdot 10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130$

$C_{HW} = 130$ y $D = 200$ mm $\rightarrow j_1 = 9{,}17 \cdot 10^{-6}$

$h_f = j_1 \cdot L \cdot Q^{1,852}$ donde Q debe estar expresado en litros / segundo.

$h_{f\,2} = 9{,}17 \cdot 10^{-6} \cdot 2100 \cdot Q_2^{1,852}$

Conviene expresar V_B en función del caudal Q_2 expresado en l/s.

El caudal que pasa por la tubería 2 sale a través de la boquilla B. luego:

$V_B = (Q_2 \cdot 10^{-3}) / (\pi \cdot D^2_{boq} / 4) = 0{,}2264\, Q_2 \rightarrow V^2_B / 2g = 2{,}614 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2_2$

Sustituyendo en (1):

$30{,}18 - (9{,}17 \cdot 10^{-6} \cdot 2100 \cdot Q_2^{1,852}) / 2 - 0{,}3 \cdot V^2_B / 2g = 18 + V^2_B / 2g$

$12{,}18 - (9{,}17 \cdot 10^{-6} \cdot 2100 \cdot Q_2^{1,852}) / 2 = 1{,}3 \cdot V^2_B / 2g = 1{,}3 \cdot 2{,}614 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2_2$

$$\boxed{12{,}18 = 3{,}3983 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2_2 + 9{,}6285 \cdot 10^{-3} \cdot Q_2^{1,852}}$$

Utilizando el método de Newton-Rapson para resolver la ecuación se obtiene

$$\mathbf{Q_2 = 36{,}69\ l/s}$$

b) Una vez conocido Q_2, puede determinarse la energía del fluido por unidad de peso en el nudo N, es decir el Bernoulli en N:

$B_N - h_{f\,2} - h_{f\,boquilla} = 18 + V^2_B / 2g$

$B_N = 18 + 1{,}3 \cdot V^2_B / 2g + 9{,}17 \cdot 10^{-6} \cdot 2100 \cdot Q_2^{1,852}$

Sustituyendo: $V^2_B / 2g$ por su valor en función de Q_2

$B_N = 18 + 3{,}3983 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2_2 + 1{,}9257 \cdot 10^{-2} \cdot Q_2^{1,852}$

$Q_2 = 36{,}69$ l/s , operando : $B_N = 37{,}785$ mcagua

En la tubería 3 existe un diafragma que mide el caudal circulante, se conocen todos los datos del diafragma, por tanto no hay mas que sustituir en la expresión del caudal en un diafragma.

$Q = C.\, A_o.\, (2\, g\, R)^{1/2} = 0{,}8 \cdot (\pi \cdot 0{,}1^2 / 4)\, (2\, g.\, 0{,}85)^{1/2} = 0{,}0256\ m^3/s$

$$\mathbf{Q_3 = 25{,}65\ l/s}$$

Como $B_N = 37{,}785 > 22 = B_C$ el agua en la tubería 3 circula del nudo al depósito luego:

$B_N - h_{f\,3} = 22 \rightarrow h_{f\,3} = 37{,}785 - 22 = 15{,}785$

Por Hazen Williams $h_{f\,3} = j_1\ L_3\ Q_3^{1,852} = 15{,}785$

previamente hay que calcular j_1 para la tubería 3

$D_3 = 125$ mm ; $\varepsilon / D = 0{,}01 / 12{,}5 = 8 \cdot 10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130 \rightarrow j_1 = 9{,}05.10^{-5}$

es decir : $15{,}785 = 9{,}05.10^{-5}\ L_3\ (25{,}65)^{1,852} \rightarrow$ $\mathbf{L_3 = 428{,}515\ m}$

c) $Q_1 = 2400$ l/mn = 2400 / 60 = 40 l/s. para conocer la potencia util de la bomba, previamente habrá que calcular la altura manométrica de la bomba, para ello se aplica la ecuación de Bernoulli entre el depósito A y el nudo N

como el depósito está abierto a la atmósfera:

$Z_A - h_{f1} + H_B = B_N \rightarrow H_B = B_N - Z_A + h_{f1} = 37{,}785 - 10 + h_{f1}$

es necesario calcular la pérdida de carga en la tubería 1 :

$D_1 = 175$ mm ; $\varepsilon / D = 0{,}01 / 17{,}5 = 5{,}71.10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130 \rightarrow j_1 = 1{,}76.10^{-5}$

$h_{f1} = 1{,}76.10^{-5} \cdot 500 \cdot (40)^{1,852} = 8{,}156$ mca

$H_B = 27{,}785 + 8{,}156 = 35{,}94$ mcagua

$\mathbf{P_{util}} = 35{,}94 \cdot 40.10^{-3}.\ 9800 = 14089\ W =$ **14,1 kW**

d) Para estudiar la tubería 4 necesitamos conocer el caudal circulante y el sentido de circulación.

Como $Z_D = 45 > B_N = 37,785$; el flujo circulará del depósito D hacia el nudo N, además en el nudo se tiene que verificar la ecuación de la continuidad es decir:

$$\sum Q_{salientes} = \sum Q_{entrantes} \rightarrow Q_1 + Q_4 = Q_2 + Q_3 \rightarrow Q_4 = 36,69 + 25,65 - 40$$

$$Q_4 = 22,34 \text{ l/s}$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre el depósito D y el nudo N

$$45 - h_{f\,4} = 37,785 \rightarrow h_{f\,4} = 7,215 \text{ mca} = j_1^{max}\, L_4 \,.\, Q_4^{1,852}$$

Al conocer la pérdida de carga que admite la tubería: $h_{f\,4} = 7,215$ mca, se puede determinar la j_1 de la tubería que se ajusta a dicha pérdida de carga, como el diámetro tiene que ser comercial, lógicamente no existirá un diámetro cuya j_1 coincida exactamente con el obtenido matemáticamente, por ello habrá que tomar siempre un diámetro por exceso (el más próximo por exceso).

$j_1^{max} = 7,215 / (1500 \,.\, 22,34^{1,852}) = 1,523.10^{-5}$ mirando en el cuadro de J_1

se toma como valor inicial $D_4 = 175$ mm, a continuación se comprueba si es valido:

$D = 175$ mm ; $\varepsilon / D = 0,01 / 17,5 = 5,71.10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130 \rightarrow J_1 = 1,76.10^{-5}$

$J_1^{real} = 1,76.10^{-5} > j_1^{max} \rightarrow$ por tanto no es valido y se toma el diámetro inmediato superior , comprobando siempre para no cometer error:

$$\mathbf{D_4 = 200\ mm} \rightarrow C_{HW} = 130 \rightarrow J_1 = 9,17.10^{-6} < j_1^{max}$$

e) Como el diámetro es superior al necesario para las condiciones del flujo, para que el caudal sea el calculado anteriormente, habrá que introducir una pérdida de carga puntual mediante una válvula . De nuevo aplicando la ecuación de Bernoulli entre el depósito D y el nudo N :

$$45 - h_{f\,4} - h_{f\ valvula} = B_N = 37,785 \rightarrow h_{f\ valvula} = 7,2 - 9,17.10^{-6}.\ 1500 \,.\, 22,34^{1,852}$$

$$\mathbf{h_{f\ valvula} = 2,862\ mcagua}$$

$P^{perdida} = 2,862 \,.\, 22.34.10^{-3} \,.\, 9800 = 626,8$ W

Potencia perdida en la válvula = 626,8 W

6.8. Los alumnos de Mecánica de Fluidos de la EUITI de San Sebastián, construyen una ducha de campo con una cisterna de 220 l, como se muestra en la figura. La mayoría de los alumnos se duchan con agua a 12 ºC ($S_1 = 1$), pero los líderes calientan el agua a 35 ºC ($S_2 = 0.99$). Ambas duchas emplean una tubería de cobre de 15 mm de diámetro interior. El nivel en el tanque está 1 m por encima de las 2 descargas B y C.

a) Indicar las longitudes equivalentes de las piezas colocadas en la tubería 1 y los factores de paso de las colocadas en la tubería 2.

b) Calcular el caudal Q_1 que llega a la ducha de los alumnos (Hazen-Williams, método de longitud equivalente).

c) Calcular el caudal Q_2 que llega a la ducha de los líderes (Moody, método de los factores de paso.

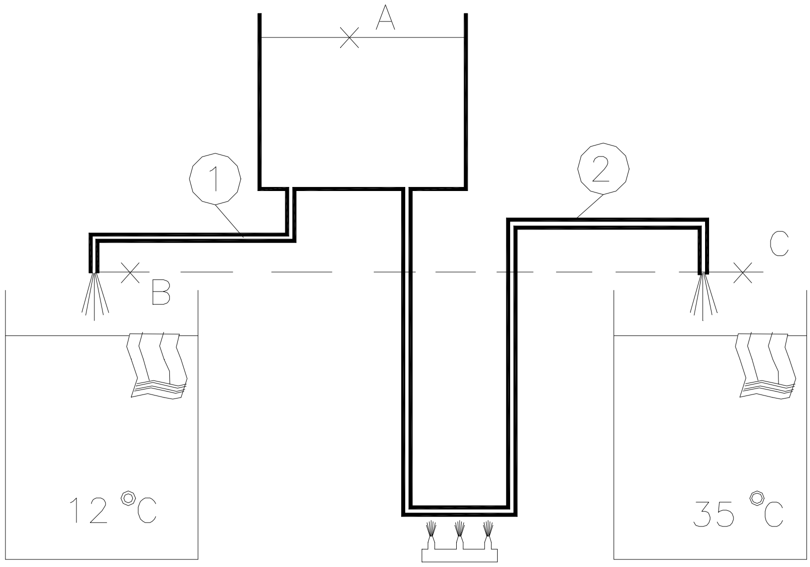


Figura 6.8.

Datos: Tubería 1: Salida depósito tipo Borda. 2 codos bruscos 90º. Longitud: $L_1 = 7$ m; $D_1 = 15$ mm. Tubería 2: Salida depósito tipo Borda. 4 codos bruscos 90º. Longitud $L_2 = 9$ m; $D_2 = 15$ mm

Material de las tuberías: cobre

Resolución

a) -Tubería 1 : tomando valores en el ábaco de longitudes equivalentes nº 20:

Salida depósito tipo Borda : $L_{eq} = 0{,}45$ m

Codos bruscos 90º : $L_{eq} = 1$ m /codo

$L_{eq}^{total} = 7 + 0{,}45 + 2 \cdot 1 = 9{,}45$ m

-Tubería 2: tomando valores en el cuadro nº 21 de factores de paso de piezas especiales:

Salida depósito tipo Borda : k = 1

Codo brusco 90º : k = 1,13 /codo

b) Utilizando el método de Hazen Williams, y las longitudes equivalentes, para el cálculo de Q_1 :

Se aplica previamente la ecuación de Bernoulli entre el depósito y la salida de la ducha.

$$Z_A - h_f = V^2_B / 2g \quad ; \qquad h_f = j_1 \,.\, 9{,}45.\ Q_1^{1{,}852}$$

ε (cobre) = 0,00015 cm ; $\varepsilon / D = 0{,}00015 / 1{,}5 = 1.10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 140 \rightarrow j_1$ (como el diámetro no está tabulado se utiliza la expresión matemática)

$$j_1 = 1{,}2117.10^{10} \ / \ (140^{1{,}852} \,.\, 15^{4{,}87}) = 2{,}4055$$

Sustituyendo:

$1 = 2{,}4055 \,.\, 9{,}45 \,.Q_1^{1'852} + V^2_B / 2g$

Expresando V_B en función de Q : $V_B = Q_1.10^{-3} / (\pi \,.\, 0{,}015^2 / 4) = 5{,}66 \,.\, Q_1$

$V^2_B / 2g = 1{,}634 \,.\, Q_1^2$, sustituyendo en la ecuación:

$1 = 2{,}4055 \,.\, 9{,}45 \,.Q_1^{1{,}852} + 1{,}634 \,.\, Q_1^2 \rightarrow$ operando se obtiene la ecuación en Q_1

$1{,}634 \,.Q_1^2 + 22{,}7318 \,.Q_1^{1{,}852} - 1 = 0$

Resolviendo la ecuación mediante Newton-Rapson

$$\mathbf{Q_1} = 0{,}1798 \text{ l/s} \cong \mathbf{0{,}18 \text{ l/s}}$$

c) El flujo de la tubería 2 es de agua caliente, por ello para calcularlo, tal como indica el enunciado del problema, se utilizará la ecuación de Darcy Weisbach.

Ec. de Bernoulli: $Z_A - h_f = V^2_2 / 2g$

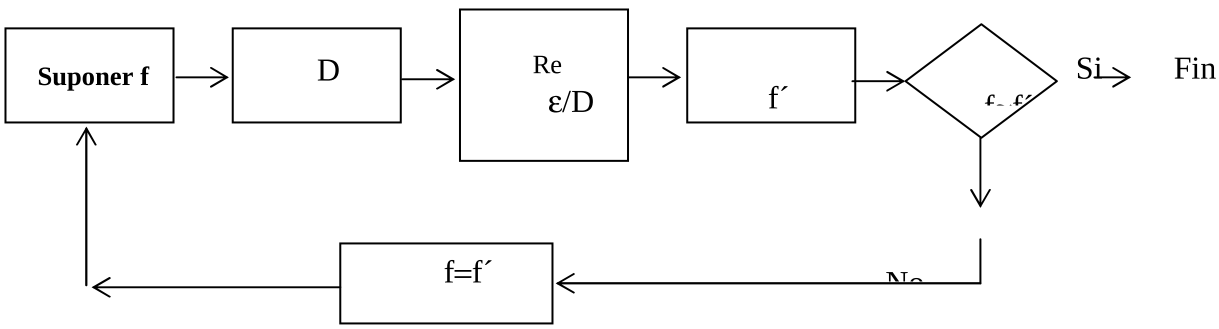
$h_f = h_{f\ tubo} + h_{f\ piezas\ especiales} = f.\,(9 / 0{,}015).\ V^2_2 / 2g + (1 + 4.\ 1{,}13)\ V^2_2 / 2g$

$h_f = (600.f + 5{,}52)\ V^2_2 / 2g$ sustituyendo en la ecuación

$1 = (600.f + 6{,}52) V^2_2 / 2g$

se obtiene una ecuación con dos incognitas (f y V) por tanto es necesario iterar.
Proceso a seguir :

preparando las expresiones de calculo



$V = [\ 2\ g\ /\ (600\ f + 6{,}52)\ ]^{1/2}$ ....(1)

$\varepsilon / D = 0{,}0001$; $\nu_{agua} = 7.10^{-7}\ m^2/s$; $Re = V.\ 0{,}015 / 7.10^{-7} = 21428{,}57\ V$

f	**V**	**Re**	**f’**	**f ≅f’**
Suponer	expresión (1) m/s	21428,57 V	lisa (*) $0{,}316 / Re^{0{,}25}$	
0,025	0,9543	20450,32	0,0264	no
0,0264	0,936	20055,84	0,0266	puede valer
0,0266	**0,9343**	20021,24	0,0266	si

la tubería se comporta como lisa : (Re < Re’) siendo $Re' = 23 / (\varepsilon / D) = 230000$ y además $Re < 10^5$, por esta razón el coeficiente de fricción viene dado por la expresión de Blasius : $f = 0{,}316 / Re^{0{,}25}$.

$$V = 0{,}9342\ m/s$$

$$\mathbf{Q_2} = 0{,}9343\ .\ (\pi\ .\ 0{,}015^2 /4)\ .\ 10^3 = \mathbf{0{,}1651\ l/s}$$

Problemas a resolver por el alumno

6.9. Se tiene un tubo de 1 mm de diámetro por el que fluye mercurio a 20 ºC, siendo el nº de Reynolds de 1600. Se pide:

- Pérdida de energía piezométrica por m de conducto.

r) Con S=13,6 $\rightarrow$ 10 kPa/m.

6.10. Se bombean por una tubería de 0,5 m de diámetro interior de acero roblonado con ε = 0,5 cm, 100 l/s de un aceite de viscosidad 0,1 Poises y peso específico relativo 0,85. Si las bombas utilizadas producen un altura útil equivalente a 8 kg/cm^2. Se pide:

- Distancia que deberan situarse dos estaciones de bombeo consecutivas.

r) 87800 m.

6.11. Un tunel aerodinámico está constituido por una tubería de 1,80 m de diámetro y 60 m de longitud, siendo la rugosidad de las paredes de 0,016 mm. La velocidad del flujo ha de ser de 500 km/h. Se pide:

- Potencia útil del ventilador, si γ_{aire}(20 ºC)=12,15 N/m^2.

r) 1224 kW.

6.12. En la instalación esquematizada de la figura circula un fluido de viscosidad ν=2,5.10^{-6} m^2/s. Determinar:

a) Caudal circulante.

b) Comprobar que el flujo es laminar.

c) Longitud "l" a partir de la cual no se puede asegurar que el flujo es laminar.

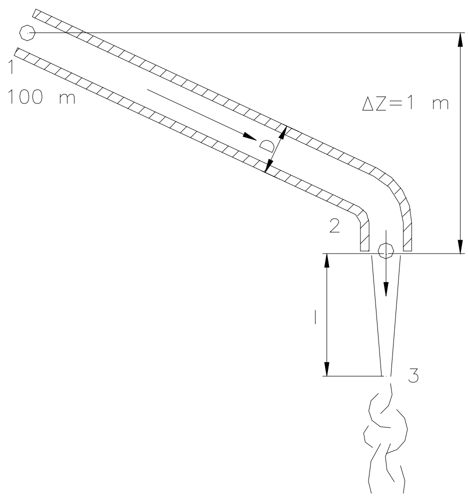


Figura. 6.12.

Datos: Diámetro del tubo D=5 mm.

Presión en sección1: p_1=0,1 kg/cm^2.

S=0,8. No considerar las pérdidas de carga menores.

r) 1,35.10^{-3} l/s; 10,78 m.

6.13. Se tiene almacenado alcohol etílico en un sótano situado a 6 m por debajo de la calzada de la calle. Se quiere cargar este alcohol mediante una tubería de 50 mm y 20 m de longitud con 4 codos y 2 válvulas, por medio de una bomba de 735 W de potencia bruta con un rendimiento del 50 %. La boca de entrada al depósito del camión está situada 2,50 m sobre la calzada. La tubería es de acero estirado, la densidad relativa del alcohol 0,90; su viscosidad cinemática $1{,}4.10^{-6}$ m^2/s, las longitudes equivalentes de codo y válvula son: 5 y 10 m respectivamente. Se pide:

- Caudal circulante.

r) 3,4 l/s.

6.14. El "Big Inch" es un oleoducto de acero comercial de 600 mm de diámetro interior, proyectado para transportar un caudal de 47000 m^3 de petróleo crudo por día, en funcionamiento constante y estaciones de bombeo cada 80 km. Se pide:

a) Potencia bruta necesaria en cada estación. (η= 75 %)

b) Caudal circulante si al cabo de cierto tiempo el rendimiento de las bombas ha bajado al 70 % y el coeficiente de frotamiento de la tubería ha aumentado en un 10 %.

Datos: Peso específico relativo = 0,88; temperatura = 10ºC; supóngase la conducción horizontal.

r) 2814 kW; 512 l/s.

6.15. En una estación de almacenamiento de productos petrolíferos, se utiliza la instalación de la figura para el llenado de los camiones de reparto de gasolina. Se pide:

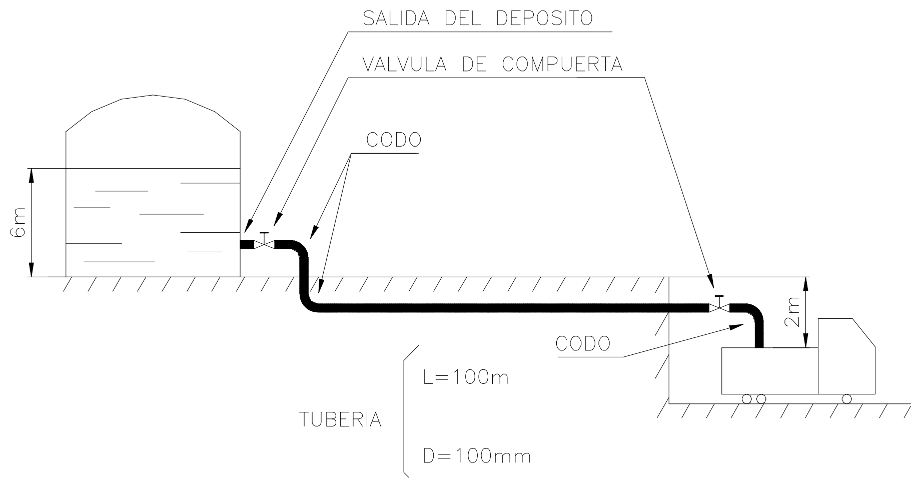


Figura 6.15.

a) Caudal cuando la altura del nivel en el depósito es de 6 m.

b) Como el llenado de los camiones es de esta forma, lento, se proyecta crear, con aire comprimido, una sobrepresión en el depósito. Se pide, la presión a que deberá estar el aire comprimido para duplicar el caudal en las condiciones anteriores, es decir, cuando la altura del nivel en el depósito sea de 6m.

Datos: Tubería de hierro forjado, diámetro 100 mm, longitud 100 m; temperatura de la gasolina = 10 ºC. Los codos son de "radio medio", y la válvula de compuerta "abierta".

Nota: Calcular las pérdidas de carga en las piezas especiales mediante los factores de paso.

r) 20,8 l/s; 1,6 kg/cm^2.

6.16. Los puntos A y B de una conducción están unidos por una tubería de acero comercial de 15 cm de diámetro interior y 1200 m de longitud. El punto B está situado 15 m por encima de A y las presiones en A y B son respectivamente 8,6 y 3,4 kg/cm^2. Se pide:

- Caudal de fuel-oil a 21ºC, que circulará entre A y B.

***Datos*:** Viscosidad = 3,83.10^{-6} m^2/s; densidad relativa = 0,854.

r) 42,2 l/s.

6.17. Se quiere transportar 180 l/s de keroseno (densidad relativa = 0,98; viscosidad = 2,8.10^{-6}m^2/s) mediante un oleoducto cuyo perfil longitudinal se indica en la figura. Se pide:

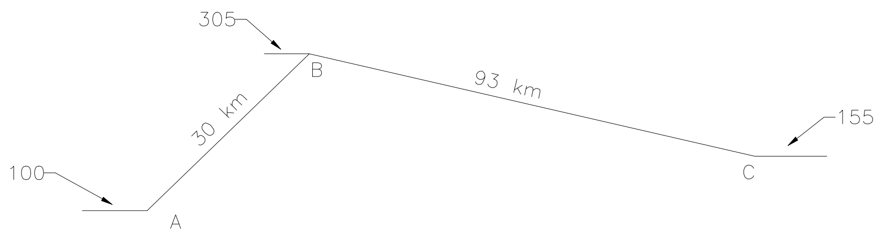


Figura 6.17.

a) Seleccionar el diámetro de la tubería de fundición a instalar, igual para todo el oleoducto, teniendo en cuenta que la velocidad del flujo debe estar comprendida entre 0,8 y 1 m/s, y que los diámetros comerciales se fabrican de 50 en 50 mm.

b) Potencia bruta de la bomba necesaria para que el keroseno llegue a C a la presión atmosférica siendo el rendimiento de aquella de 0,75.

c) Dibujar la línea piezométrica.

d) Presión con que llegará el líquido a B.

r) 500 mm; 599 kW; 5,0 mcl.

6.18. Se dispone del oleoducto, cuyo perfil longitudinal viene representado en el esquema de la figura, para transportar 60 l/s de petróleo crudo a 20ºC (densidad relativa = 0,86; viscosidad = $8{,}5.10^{-6}$ m^2/s). Se pide:

a) Seleccionar el diámetro de la tubería de fundición para que circule el petróleo a una velocidad comprendida entre 0,5 y 1 m/s, disponiendo únicamente de tuberías de 200, 250 y 300 mm de diámetro.

b) Potencias brutas de las bombas a instalar en A y B, siendo sus rendimientos de 0,75. En B el líquido estará en contacto con la atmósfera.

c) Líneas piezométricas.

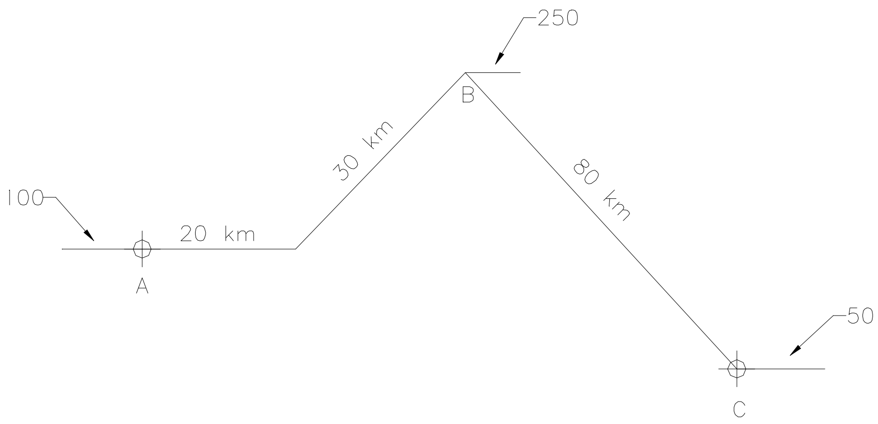


Figura 6.18.

r) 300 mm; 209 kW; 37,8 kW.

6.19. Se tiene el oleoducto con el perfil longitudinal de la figura adjunta, cuya tubería es de 400 mm de diámetro interior, deseándose transportar un caudal de 25920 m^3/día de petróleo crudo, en funcionamiento contínuo a lo largo de las 24 horas. Se pide:

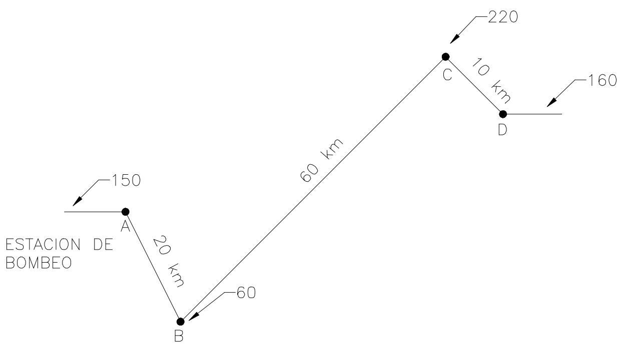


Figura 6.19.

a) Potencia bruta de la bomba si su rendimiento es del 75 %.

b) Si al cabo de cierto tiempo el rendimiento de las bombas ha descendido al 70 % y el coeficiente de fricción de las tuberías se ha incrementado para cada caudal en un 10 %; se desea saber cual será el nuevo caudal circulante, y cual sería la potencia útil de la bomba adicional necesaria si no se quiere disminuir el caudal.

Datos: Temperatura del petróleo = 30ºC; material de la tubería - fundición.

r) 4500 kW; 283,5 l/s; 559,2 kW.

6.20. Se desea trasvasar un líquido de viscosidad 7.10^{-6} m^2/s y densidad relativa 1,1 entre dos depósitos abiertos a la atmósfera, y con un desnivel de 22 m entre ellos. La tubería de unión tiene una longitud de 1500 m y una rugosidad de 0,03 cm. Para dicho trasvase se utiliza una estación de bombeo. Se pide:

a) Diámetro de la tubería para que la velocidad esté comprendida entre 0,8 y 1,2 m/s, si el caudal a trasvasar es de 45 l/s. Los diámetros comerciales se fabrican de 50 en 50 mm.

b) Potencia útil de la bomba.

c) Caudal que se bombearía si por una equivocación se instalase una bomba de 20 kW útiles.

d) Presión que habrá de dotarse al depósito inferior si se desea que circulen los 45 l/s después de haber transcurrido 10 años desde el comienzo de su funcionamiento con el consiguiente envejecimiento de la instalación.

r) 250 mm; 14 kW; 57 l/s; 7,3 kPa.

6.21. Se tiene una instalación de llenado de camiones de reparto de keroseno a partir de un depósito de almacenamiento, mediante el sistema de tuberías indicado en la figura. Se pide:

- Caudal circulante en la posición de la figura.

Datos: Temperatura del keroseno = 20 ºC; peso específico relativo de éste = 0,77; longitud de la tubería = 25 m; diámetro de ésta = 100 mm; material de la tubería = acero comercial.

Notas: Se ha de utilizar el método de los factores de paso para calcular la pérdida de carga de las piezas especiales. Solo se tendrán en cuenta las piezas especiales resaltadas.

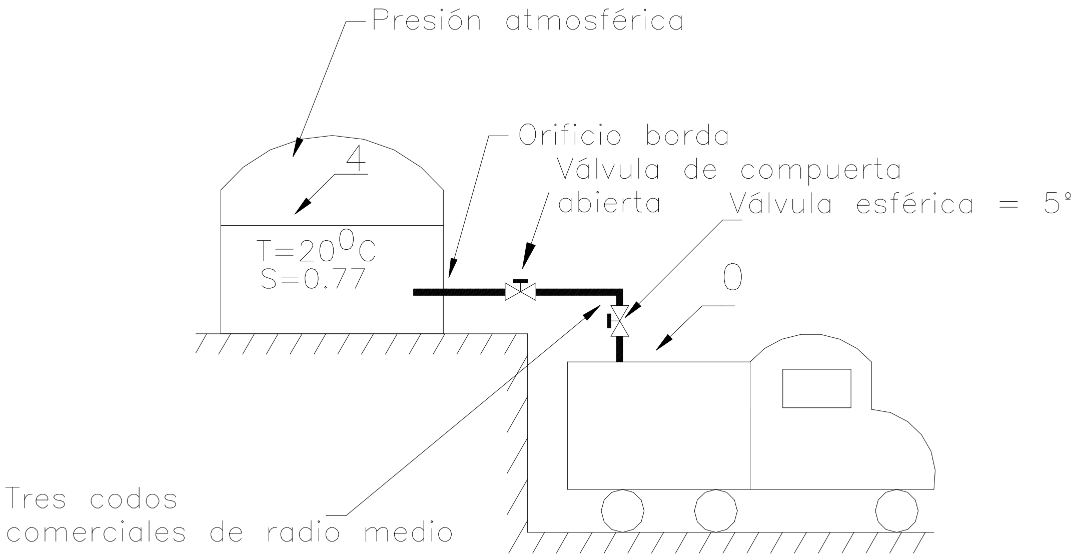


Figura 6.21.

r) 22,6 l/s.

6.22. Un petrolero que transporta un hidrocarburo de peso específico relativo 0,86 y viscosidad cinemática 0,05 St, cuando llega a puerto debe trasvasarlo a un depósito de almacenamiento. Para ello se dispone de una bomba autocebante de 15 kW y 70 % de rendimiento; el diámetro de la tubería de trasvase es de 200 mm y 150 m de longitud, disponiendo además de 3 codos y una válvula. Se pide:

a) Caudal trasvasado.

b) Hechos que sucederían en el caso de que la lámina superior del depósito alcanzase la cota 26 y en ese instante se parara la bomba.

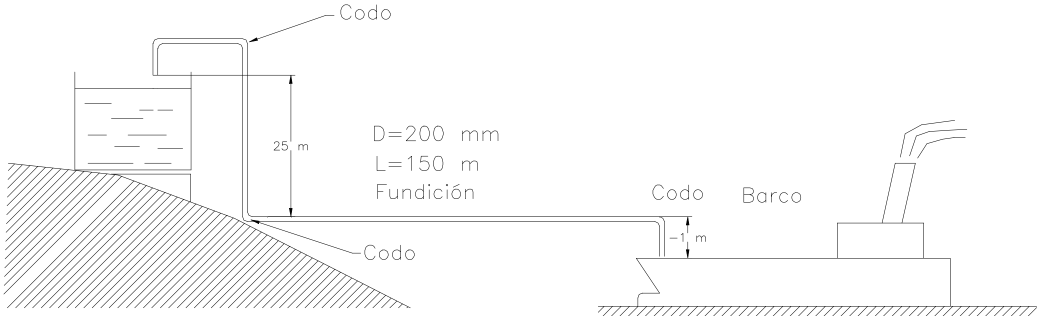


Figura 6.22.

Datos: Longitud equivalente de un codo = 5 m; Idem de la válvula = 25 m.

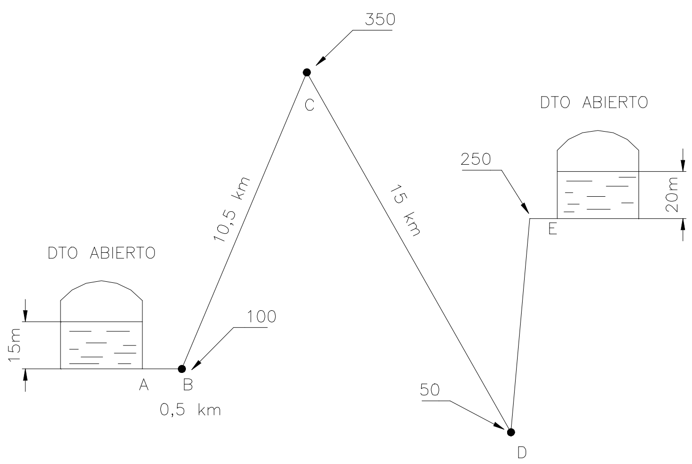
r) 44 l/s; Circularía caudal en sentido contrario hasta descebarse el sifón.

6.23. Se desea transportar petróleo desde un depósito situado en la cota 100 hasta otro en la cota 250, a través de una conducción cuyo perfil longitudinal viene definido en la figura. Se pide:

a) Seleccionar el diámetro de la tubería de fundición necesario para transportar un caudal de 50 l/s, sabiendo que la velocidad del flujo debe estar comprendida entre 1 y 1,5 m/s y que los diámetros disponibles son 150, 175, 200, 250, 300 y 350 mm.

b) Potencia de la bomba a instalar a la salida del depósito A, para que en las condiciones más desfavorables (depósito A vacío y E lleno)circule el caudal mencionado. Rendimiento de la bomba: 70 %.

c) Caudal que circulará en las condiciones más favorables, suponiendo que la potencia útil de la bomba se mantiene constante.



d) Prescindiendo de la bomba:

¿A qué presiones habría de presurizarse el depósito A encontrándose lleno para que circularan los caudales correspondientes a las preguntas b y c?

e) Líneas piezométricas correspondientes a cada caso.

Figura 6.23.

Datos: Densidad relativa del petróleo = 0,86;
viscosidad del petróleo = 8.10^{-6} m^2/s.

r) 250 mm; 205 kW; 52,75 l/s; 29,28 kg/cm^2; 27,75 kg/cm^2.

6.24. El sistema de la figura tiene la siguiente geometría: L = 50 m; D = 25 mm, circulando un caudal de un líquido cuya viscosidad viene definida en el ábaco adjunto, siendo su peso específico relativo 0,9. Se pide:

a) Altura H necesaria para que circule un caudal total de 0,2 l/s, cuando la temperatura del líquido sea de 10º C.

b) Caudal total que circularía en el caso en que la temperatura del líquido fuese de 40º C, H fuese 15 m y el depósito A se presurizase hasta 2,7 kg/cm^2.

Nota: El material de la tubería es de acero estirado.

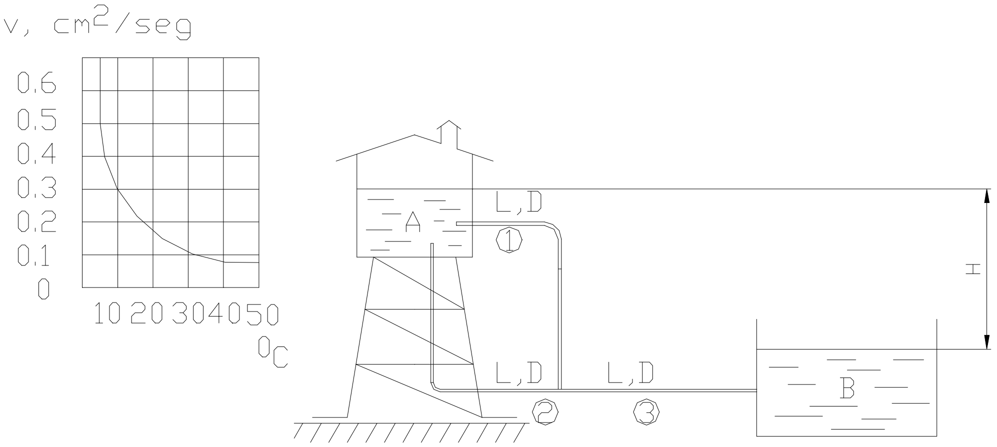


Figura 6.24.

r) 4,79; 1,57 l/s.

6.25. Para subir petróleo a un depósito elevado se utiliza el sistema esquematizado en la figura. Si el caudal elevado ha de ser 120 l/s, se pide:

a) Potencia bruta de la bomba si su rendimiento es 0,8.

b) Dibujar a escala conveniente las líneas de alturas piezométricas y totales, calculando las cotas de los puntos singulares.

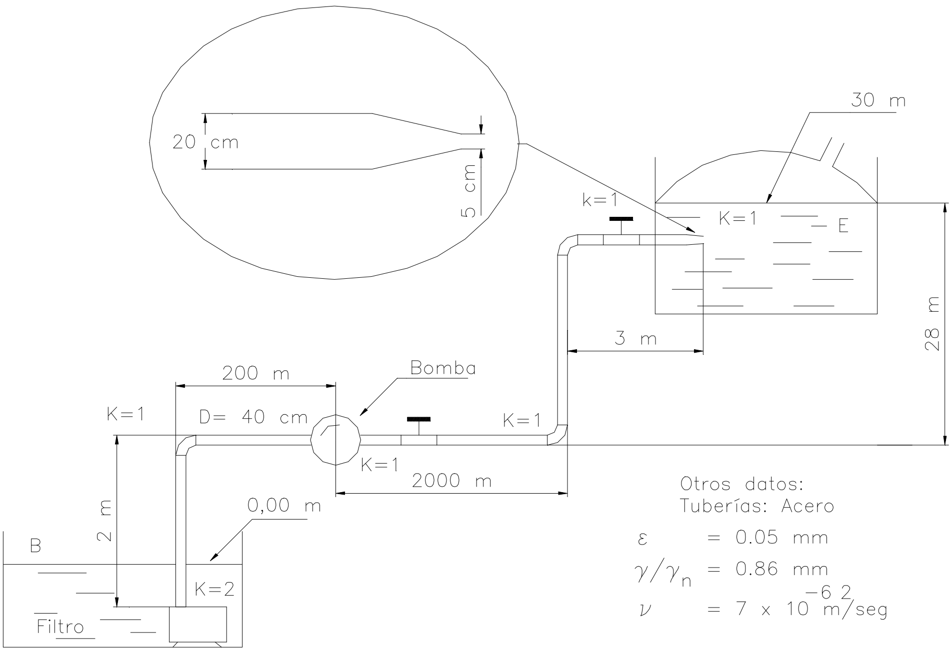


Figura 6.25.

c) Citar tres puntos incorrectos que tiene la instalación y explicar los motivos.

r) 705,8 kW.

6.26. Los depósitos A y C están conectados por el siguiente sistema de tuberías de fibrocemento en serie: la tubería (A-B) de 50 cm de diámetro y 1800 m de longitud y la (B-C) de diámetro desconocido y 600 m de longitud. La diferencia de altura entre las superficies libres de los depósitos es de 25 m. Se pide:

a) Diámetro de la tubería BC para que el caudal de agua que circula entre A y C sea mayor de 180 l/s.

b) Caudal que circulará entre A y C si la tubería BC fuese de 350 mm de diámetro.

r) 300 mm; 327 l/s.

6.27. Si por la tubería de 200 mm de diámetro del sistema de la figura la velocidad del agua es de 1 m/s. Se pide:

a) Caudales circulantes.

b) Cota Z.

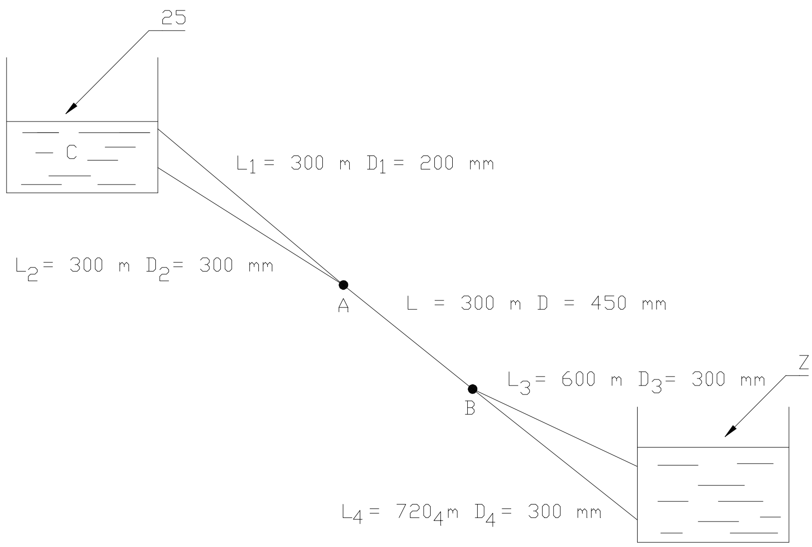
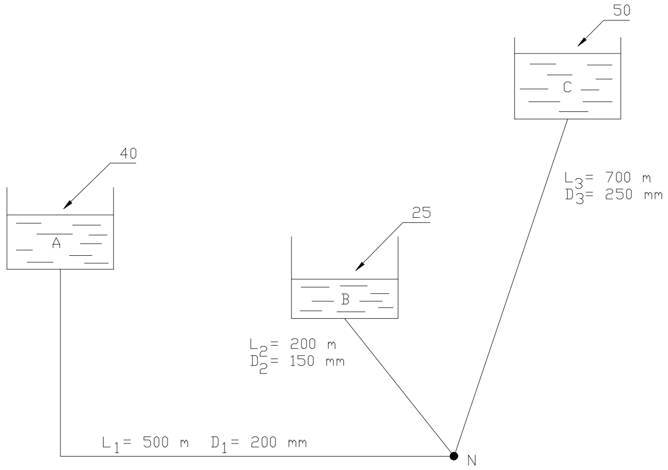


Figura 6.27

Dato : Tuberías de fundición.

r) 31,41 l/s; 98,86 l/s; 130,27 l/s; 68,34 l/s; 61,93 l/s; 20,78 m.

6.28. Teniendo en cuenta los datos de la figura, se pide:



a) Caudales de agua circulante.

b) Cota piezométrica que debería tener C para que no circulara caudal por la tubería nº 3. Deducir si ello es posible.

Figura 6.28.

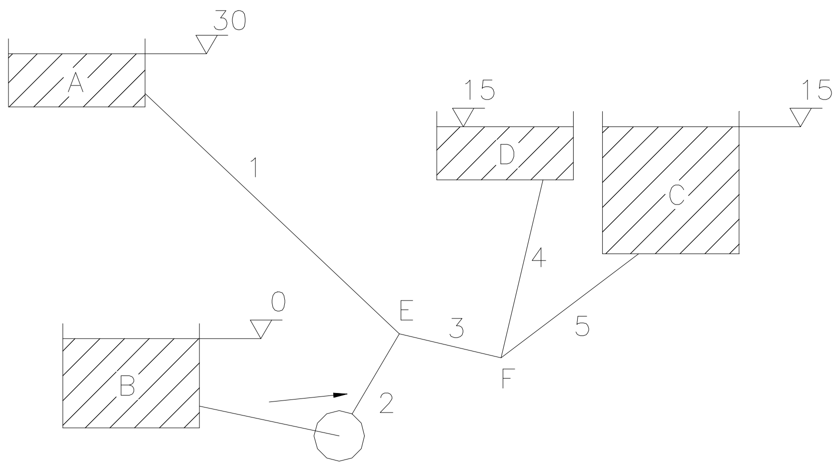
c) Cota que debería tener B para que circulara por la tubería nº 2 un caudal de 10 l/s en dirección al depósito.

Nota: Prescíndase de las pérdidas menores y de las energías cinéticas. Las tuberías son de fibrocemento.

r) 22,8 l/s; 64,1 l/s; 87,3 l/s; 34,28 m (NO); 45,48 m.

6.29. En la figura se representa una red abierta. Se desea que el caudal de agua

Figura 6.29.



que llegue al depósito C sea de 25 l/s. Para ello se dispone de una bomba de 4,5 kW con un rendimiento del 73 %. Calcular:

a) Caudales circulantes con su sentido.

b) Cotas piezométricas de E y F.
c) Altura manométrica de la bomba.

d) Calcular el diámetro de la tubería 1.
e) Dibujar la línea piezométrica.

Nota: Las tuberías son de fibrocemento.

	1	2	3	4	5
L(m)	2850	500	1970	400	600
D(mm)	?	100	250	200	200

r) 46,82 l/s; 9,3 l/s; 56,127 l/s y 31,127 l/s; 27,70 y 17,1355; 36 mca; 350 mm.

6.30. Se tienen los depósitos mostrados en la figura, conteniendo el de la izquierda agua a 20 ºC y el de la derecha a 45 ºC. Suponiendo que se produce una mezcla homogenea, se pide:

a) Temperatura del agua que sale por A.

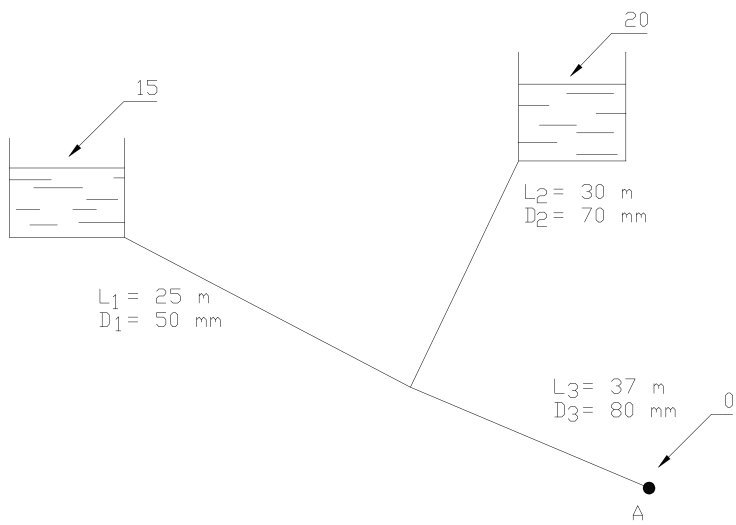


Figura 6.30.

b) Cota en que habría de disponerse el punto A para que la temperatura del agua a su salida sea de 38ºC, manteniéndose constantes el resto de las variables.

Nota: Tuberías de fibrocemento.

r) 36,7 ºC; 5,2 m.

6.31. Dos depósitos, cuyos niveles pueden considerarse constantes, están separados por una distancia de 1250 m, siendo la diferencia de cotas de 12 m de altura.

Se desea hacer circular un caudal de agua de 98 l/s, como mínimo. Se dispone para ello solamente tramos de tubería de 5 m de longitud, de 300 mm de diámetro y de fibrocemento. Es preciso considerar además las pérdidas de carga de las juntas entre cada tubo, y las correspondientes a la entrada y a la salida de los depósitos. El factor de paso de cada junta es 0,15 y la entrada y salida a depósitos es con ángulo vivos. Se pide:

a) Deducir si se podrá resolver el problema con una sola tubería.
b) Caudal circulante, tanto sea la respuesta afirmativa como negativa.
c) Pérdidas de carga en tuberías y en piezas especiales independientemente.
d) Diferencias de niveles que tendría que haber entre los depósitos para que el caudal fuese de 98 l/s
e) Presión a que habría que presurizar el depósito superior o el inferior para que el caudal circulante fuese de 98 l/s.

r) Si; 100 l/s; 8 y 4 m; 11,55 m; 0,45 mca.

6.32. Una fábrica es abastecida de agua a partir de un depósito D situado en la cota 231; la tubería de suministro tiene una longitud de 730 m hasta un punto N donde se bifurca en dos, una para abastecer a un sistema de riego formado por doce boquillas situadas en paralelo y la otra para introducir el agua en un depósito presurizado.

La tubería que suministra agua al riego -NR- tiene una longitud de 500 m y la del sobrepresor -NS- 200 m. La cota de salida del riego es la 193 y la del sobrepresor la 187. Cada boquilla tiene un diámetro de salida de 20 mm y se desea salga por cada una un caudal de 5 l/s.

La presión del depósito presurizado es de 35 mca; el diámetro de la tubería NR es 200 mm y el de la NS 150 mm.

Se supondrán despreciables la pérdida de carga del colector que suministra agua a las boquillas y la energía cinética en las tuberías. Con todo lo anterior se pide:

a) Esquema de la instalación con las correspondientes líneas piezométricas, indicando las cotas de los puntos singulares.

b) Caudal que llegará al sobrepresor.

c) Diámetro de la tubería de suministro DN.

Notas: Las tuberías serán de fibrocemento.

r) 8,81 l/s; 250 mm

6.33. En la figura se muestra un depósito, presurizado con aire comprimido, conectado con otro a través de una tubería maestra, de acero comercial, con tres derivaciones. Se pide:

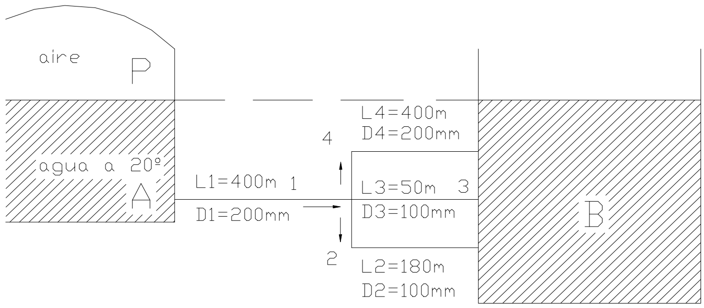


Figura 6.33.

a) Presión en kPa a que deberá estar presurizado el depósito A para que el caudal que discurra por la tubería 4 sea de 40 l/s.

b) Caudales circulantes por las tuberías restantes.

c) Coeficiente de Hazen-Willians para que los resultados obtenidos por este procedimiento y con el ábaco de Moody proporcionen resultados equivalentes.

r) 107,36 kPa; 68,81 l/s; 9,7 l/s; 19,1 l/s.

6.34. La bomba del sistema de tuberías mostrado en la figura tiene una potencia de 128 kW, registrándose en las secciones A y B de succión y descarga de la máquina presiones de 0,68 y 3,6 kg/cm^2 respectivamente. El rendimiento de la bomba es del 80 %, el factor de paso de la válvula es k = 26 y el material de la tubería = acero comercial.

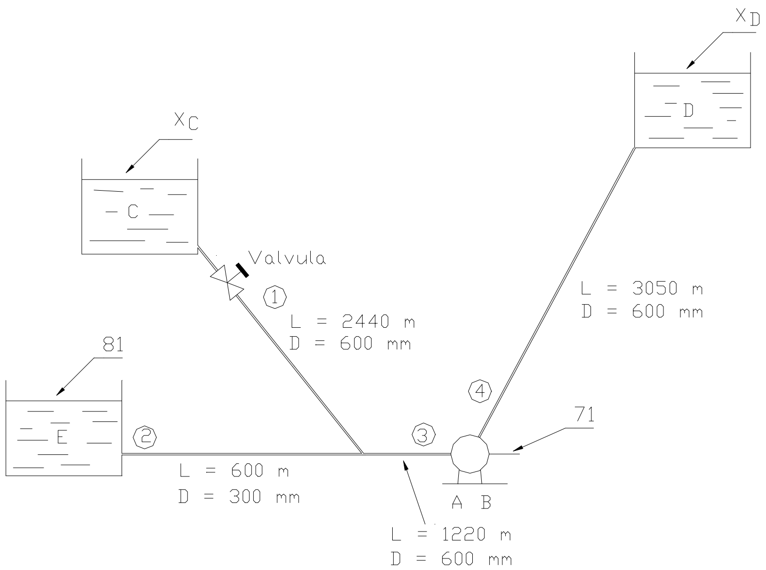


Figura 6.34.

Se pide:

a) Caudales circulantes por cada tramo de la red.

b) Cotas de los depósitos C y D.

c) Dibujar las líneas piezométricas calculando las cotas correspondientes a los puntos singulares.

r) 316,8 l/s; 41 l/s; 357,8 l/s; 86 m; 100,88 m.

6.35. En la instalación de la figura y con los datos que se indican se desea calcular:

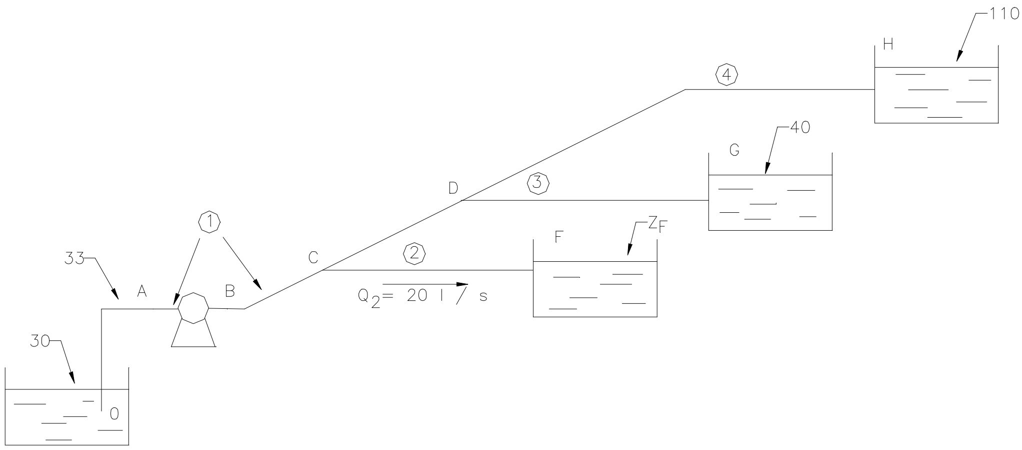


Figura 6.35.

a) Caudales circulantes por las tuberías 1, 3 y 4.

b) Cota del depósito F.

c) Longitud de la tubería DG.

d) Dibujar la línea piezométrica, acotando los puntos singulares.

Datos: D_1 = 200 mm; $D_2 = D_3 = D_4$ = 100 mm; D_{CD} = 150 mm; L_1 = 800 m; L_2 = 1000 m; L_{CD} = 400 m; L_4 = 400 m; Q_2 = 20 l/s; P_A = -0,4 kg/cm^2 ; P_B = 10 kg/ cm^2; potencia bruta de la bomba: 80 kW; rendimiento de la bomba: 60 %; material de la tubería: acero comercial; fluido: agua.

r) 47,1 l/s; 16,77 l/s; 10,33 l/s; 56 m; 565,78 m.

6.36. Un importante complejo deportivo posee el sistema de filtrado parcial del agua indicado en el esquema de la figura.

Los datos de las tuberías de hierro galvanizado son:

	D(mm)	L(m)
1	80	60
2	60	20
3	60	30
4	80	70

Se suponen en todos los tramos unas pérdidas menores que se evalúan como el 15 % de las pérdidas en la tubería.

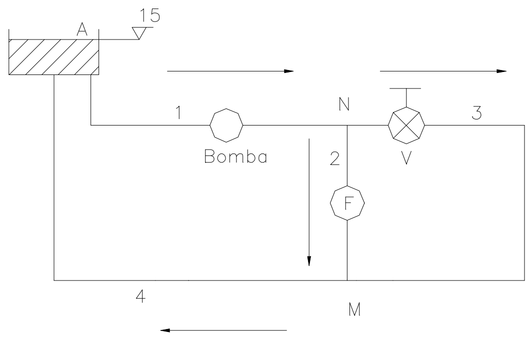


Figura 6.36.

La pérdida de carga en el filtro se puede suponer $\Delta P = 2940.Q^2$ donde ΔP(Pa) y Q(l/s).

a) Calcular la Potencia útil necesaria en la bomba a instalar para filtrar 4 l/s, cuando la válvula V está abierta.

b) Suponiendo una Potencia útil constante y que la válvula V está cerrada, calcular el caudal de agua de la piscina filtrado.

r) 2,264 kW; 7,92 l/s.

6.37. En el sistema mostrado en la figura, las boquillas descargan al ambiente y tienen un diámetro de 20 mm y un factor de paso de pérdidas de carga de 0,06 (con la energía cinética de la boquilla).

1) Determinar la altura manométrica y la potencia útil de la bomba a instalar en la tubería 1, para que la altura alcanzada por el chorro que sale de la boquilla B sea z = 4,5 m.

2) Calcular en las condiciones anteriores los caudales circulantes y la altura del chorro de la boquilla C.

3) Determinar la pérdida de carga y el factor de paso que habrá de introducir mediante la válvula (V) para conseguir que las alturas alcanzadas por los dos chorros sean iguales suponiendo constante la potencia útil de la bomba.

4) Indicar en este caso los caudales circulantes y la altura de cada chorro.

Datos: Diámetro de la boquilla = 20 mm; Tubería de hierro galvanizado.

Despreciar las pérdidas menores excepto las de las boquillas.
$D_1=D_2=D_3=50$ mm; $L_1=50$ m; $L_2= 25$ m; $L_3=50$ m.

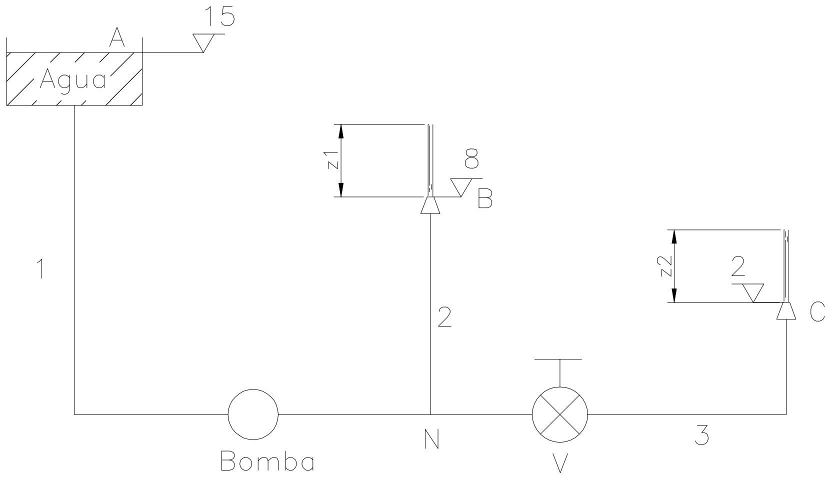
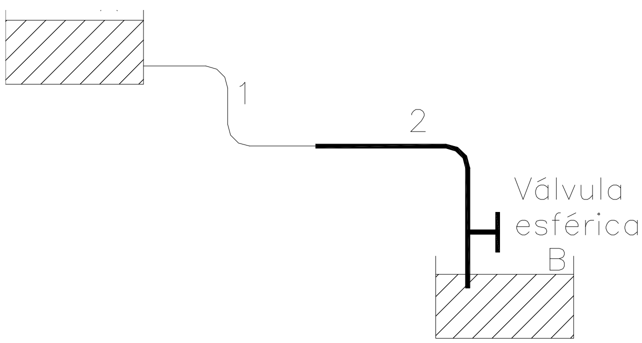


Figura 6.37.

r) 14,035 m;   905 W;   6,58l/s, 2,95l/s, 3,63 l/s   6,81 m;
4,063 m; 30,7   6,36l/s, 3,18 l/s;   5,23 m.

6.38. A través de la figura fluye agua a 40 ºC. Las tuberías son nuevas de fundición asfaltada.



a) Determinar el caudal (Moody)

b) Si después de 5 años, se desea trasvasar 10 l/s de agua a 15 ºC, calcular el nuevo factor de paso k de la válvula esférica y su correspondiente ángulo de cierre α.

Figura 6.38

Tener en cuenta el envejecimiento tanto para las piezas especiales como para la tubería, (Hazen-Williams).

Datos: Z_A-Z_B = 7,60 m. Tuberías de fundición asfaltada

	L(m)	D(mm)
1	55	80
2	30	100

Piezas especiales:
- 2 codos redondeados (θ = 90 º y r = 16 cm) en tubería 1.
- 1 codo redondeado (θ = 45 º y r = 30 cm) en tubería 2.
- 1 ensanchamiento brusco.
- 1 válvula esférica (α = 25 º).
- Salida de depósito (Orificio Borda).
- Entrada a depósito.

r) 13,32 l/s; k = 33,3, α = 45,5º

6.39. Dos tubos de hierro galvanizado de 75 mm de diámetros 30 y 90 m de largo se instalan a la cota H_1 y H_2 de la superficie de un embalse de agua. El coeficiente de pérdida de carga o factor de paso a la entrada de los tubos es k=0,2, y ambos descargan a la atmósfera.

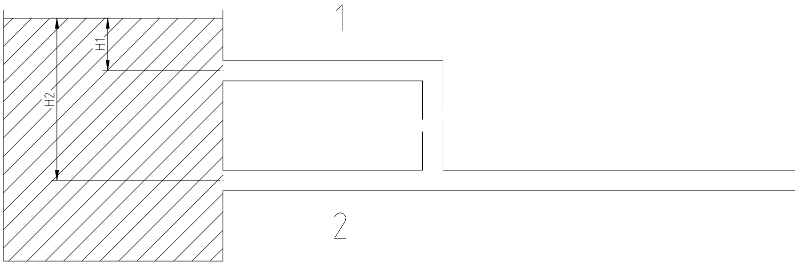


Figura 6.39.

Empleando el Abaco de Moody:

a) Suponiendo que el flujo es turbulento y que los tubos se comportan como rugosos, determinar la relación H_1/H_2 para la cual ambos tubos descargan el mismo caudal.

b) Calcular el valor mínimo de H_1 que hace que los tubos se comporten como rugosos, teniendo en cuenta que el Reynolds frontera de los tubos semilisos-rugosos es:

$$Re = \frac{200}{\varepsilon/_D\ f^{1/2}}$$

c) Suponiendo que se cumple la relación calculada en 1, y que H_2=125 m, calcular el caudal de paso por cada una de las tuberías.

Empleando la expresión de Hazen-Williams:

d) Se unen ambas tuberías mediante un tramo suplementario del mismo diámetro (linea punteada). Suponiendo en este caso que H_2= 100 m y H_1=36 m, calcular el valor del caudal total de salida despreciando todas las pérdidas menores.

e) Con la disposición geométrica del apartado 4, se instala una bomba hidraúlica en el tramo de tubería de caudal deficitario, de modo que por ambas ramas pasa ahora el mismo caudal de agua. Calcular la energía consumida en kWh por la bomba en 24 horas de funcionamiento, si su rendimiento es de 0,80.

r) 0,361; 40,9 m; 40,4 l/s; 43,4 l/s; 172,8 kWh

6.40. En la red hidráulica de la figura, si Q_4 = 750 l/s, calcular:

a) Caudales en todas las tuberías.

b) Cota del depósito A (Z_A)

c) Se desea sustituir las tuberias 1 y 2 por una única tubería (5) de ϕ_5 = 700 mm. Calcular la longitud L_5 de la misma para que el comportamiento hidráulico no varie, es decir, para que no varien los caudales.

d) Calcular la cota que debería tener la lámina superior de agua en el depósito superior (Z_A) para que todo el caudal que sale de A a través de la tubería 5 vaya directamente a C, siendo Q_3 = 0.

***Nota**:* Utilizar la fórmula de **Hazen-Willians**

***Datos**:* Tuberías de fibrocemento.

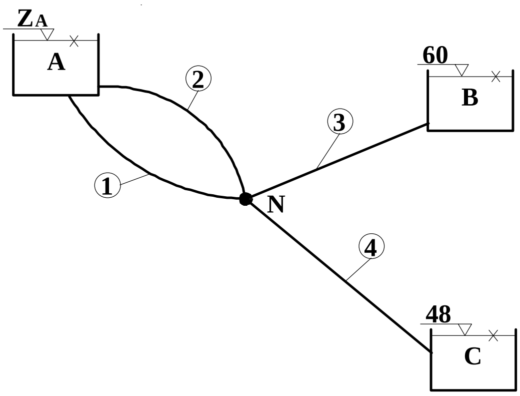


Figura 6.40.

	1	2	3	4
L(m)	1800	2400	2400	3000
D(mm)	500	600	700	800

r) 61,075 l/s; 84,5 l/s; 604,42 l/s; 54,257 m; 1855,7 m; 74,225m.

6.41. Una instalación de bombeo para llevar agua, alimenta a dos depósitos E y F. La bomba, que absorbe 50 kW del motor de arrastre (η = 0.7), dispone de un by-pass con una válvula esférica de regulación V_1. Despreciando las pérdidas menores, excepto las producidas en las válvulas esféricas V_1 y V_2, cuyo factor de paso depende del grado de apertura, siendo 0 cuando la válvula esta completamente abierta, se pide:

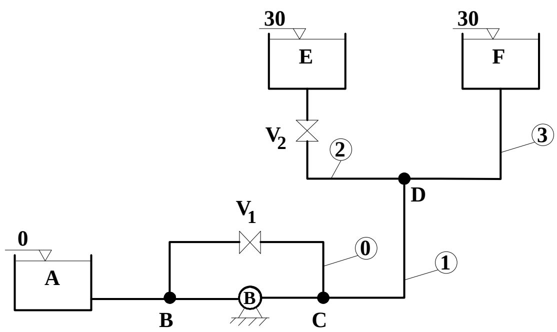


Figura 6.41.

a) Factor de paso de las válvulas V_1 y V_2 para que $Q_2 = Q_3 = 40$ l/s. ¿Cúal será el punto de funcionamiento de la bomba (H,Q)?

b) ¿Cúal será el máximo caudal Q_3 posible? ¿Con qué posición de las válvulas se producirá?

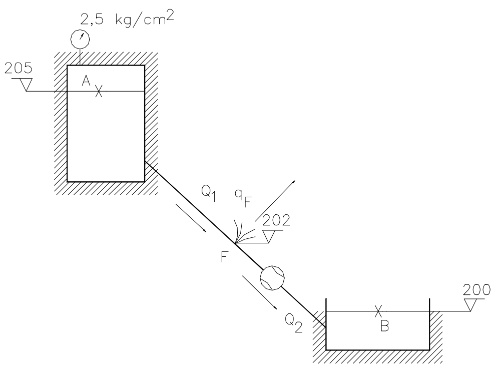
c) Si las válvulas V_1 y V_2 estan cerradas y la bomba parada, no creando está ninguna pérdida adicional, ¿qué caudal retornará del depósito F al depósito de aspiración A?

Nota: Tuberias de acero comercial.(Utilicese H.Williams).Despreciar la longitud de tubería AB.

	0	1	2	3
D(mm)	200	200	150	150
L(m)	0	40	35	50

r)1,98; (32,95 mca, 108,4 l/s); 90,66 l/s, con V_1 y V_2 cerradas; 169,8 l/s.

6.42. En una conducción por gravedad de fibrocemento de 200 mm de diámetro y 3000 m de longitud se transporta agua desde un depósito presurizado A (Z_A = 205 m, P_A = 2.5 kg/cm^2) hasta un depósito abierto (Z_B = 200 m).

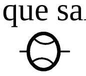


a) Despreciando las pérdidas menores, calcular el caudal que debe fluir de A a B.

b) Se presume que puede existir una fuga en la conducción. Por ello se coloca un caudalímetro a la entrada del depósito B marcando el mísmo Q_2 = 42 l/s. Se realiza una inspección y en la cota 202 m en el punto F, se localiza una importante fuga debido a una grieta en la tubería.

Figura 6.42.

Sabiendo que la longitud de la tubería hasta la grieta es de 1800 m (L_1 = 1800 m), calcular el caudal (Q_1) que sale del depósito A y el caudal de fuga (q_F).

Caudalímetro = 

c) El caudal de fuga es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la presión en el punto donde se localiza (P_F/γ); es decir: $q_F = K \square (P_F/\gamma)$. Calcular la constante K de esta grieta en □. Despreciar la energía cinética en la tubería.

d) Si en un momento determinado la presión en A fuese de 2 kg/cm^2, plantear las ecuaciones que nos permitirían calcular el caudal de fuga nuevo.

***Nota**:* Utilícese la Fórmula de Hazen-Williams

r) 43,7 l/s ; 44,8 l/s ; 2,8 l/s ; 0,9.

6.43. Se está ejecutando un proyecto de recuperación de agua potable en el sistema de distribución de Tzitzunzan (México). En una tubería AB de fibrocemento de 300 mm de diámetro se sospecha que puede existir una importante rotura que crea una fuga de caudal que se desea eliminar. Para ello se colocan 2 manómetros Bourdon en los puntos A y B de la tubería (Z_A= 120 m, Z_B= 105 m) siendo las presiones 59 mca y 51 mca respectivamente. La tubería tiene una pendiente α= constante en toda la longitud L_{AB}=2050 m.

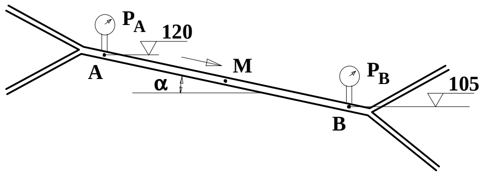


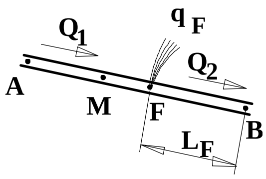
Figura 6.43.

En el caso de que no existiese fuga:

a) Calcular el caudal Q que debería ir por la tubería.

b) Calcular la presión en M (P_M) punto medio de la tubería en mca.

Por medio de un detector se sabe que existe una fuga en el tramo MB, pero no se ha podido localizar exactamente el punto donde se halla. Para saber la posición de la fuga, se utiliza un método de localización de fugas denominado "método de la presión diferencial". Una de sus variantes consiste en medir la presión en M (P_M) y el caudal Q_2 aguas abajo de la fuga. Sabiendo que la presión real en M es P_M/γ =53 mca y que un caudalímetro situado en B, marca Q_2 =112 l/s, calcular:



Detalle de 6.43

b) Caudal Q_1 que circulará por la tubería aguas arriba de la fuga.

d) Distancia L_F (m) desde la fuga hasta el punto B.

Método: Hazen-Williams.

r) 135,186 l/s ; 55 mca; 147,4 l/s; 764,8 m.

TEMA 7

Régimen variable en tuberías

Introducción

Los fenómenos transitorios tienen indudable importancia en el estudio del comportamiento de los fluidos en movimiento, por ello se incluye un tema dedicado a ellos, pero teniendo en cuenta su complejidad se ha preferido presentar una serie de problemas más bien sencillos con una resolución fundamentalmente práctica, dedicados principalmente al estudio del golpe de ariete tanto en instalaciones de gravedad como de bombeo.

Colección de Problemas resueltos

7.1. Un líquido se desplaza sin rozamiento oscilatoriamente en el interior de un tubo en U en posición vertical. La longitud de la columna de líquido es de 1,225 m. Cuando la diferencia de cotas entre los dos meniscos en contacto con la atmósfera local es de 0,5 m la velocidad de la columna es de 1 m/s. Teniendo en cuenta los supuestos anteriores, se pide:

a) La diferencia de cotas máxima entre los meniscos.
b) La máxima velocidad alcanzada por el líquido en su desplazamiento, instante en que se produce y posición de los meniscos.
c) Periodo de la oscilación.

Resolución

a) La ecuación que relaciona la altura de los meniscos con relación a la posición de equilibrio en función del tiempo es:

$$z = Z\cos\sqrt{\frac{2g}{L}}t$$

Donde Z es el valor máximo de z y L es la longitud de la columna.

Como se conoce la velocidad en una posición determinada, se deriva la ecuación anterior respecto al tiempo*:*

$$\frac{dz}{dt} = -Z\,\mathrm{sen}\sqrt{\frac{2g}{L}}t\sqrt{\frac{2g}{L}}$$

Teniendo en cuenta que $v = \frac{dz}{dt} = -1\ m/s$ y L = 1,225 m, se tiene:

$$-1 = -4Z\,\mathrm{sen}\,4t_1$$

y por otra parte sustituyendo los valores en la ecuación superior:

$$\frac{0{,}50}{2} = 0{,}25 = Z\cos 4t_1$$

Dividiendo las dos últimas ecuaciones se obtiene:

$$\mathrm{tg}\,4t_1 = 1 \rightarrow t_1 = 0{,}196\ s$$

Con lo cual, el máximo valor de Z vale:

$$Z = \frac{0{,}26}{\cos 4t_1} = 0{,}354\ m$$

y la diferencia máxima de meniscos será 0,354 x 2 = 0,707 m

b) La misma velocidad se alcanzará cuando $sen\sqrt{\frac{2g}{L}}t = 1$, es decir t = **0,39 s**

, es decir $v = \frac{dz}{dt} = -z.1.\sqrt{\frac{2g}{L}} = -0{,}354.1.4$ = **1,414 m/s**

c) El periodo valdrá:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}} = 1{,}57\ s$$

T = **1,57 s**

7.2. Se tiene una conducción de 500 m de longitud por la que se conduce agua a una velocidad de 1,2 m/s.

Se desea conocer la sobrepresión que se producirá si se cierra la válvula situada en su extremo final en los supuestos siguientes:

a) Si la válvula se cerrase en 1 s, la tubería fuese totalmente rígida y el líquido fuese totalmente incompresible.

b) Si la válvula se cerrara instantáneamente, la tubería fuera totalmente rígida y se considerase el módulo de elasticidad volumétrico del agua (K=2,14.10^9 N/m^2).

Resolución

a) Aceleración negativa uniforme del agua: $a = \frac{v}{t} = \frac{1{,}2}{1} = 1{,}2\ m/s^2$

Fuerza sobre la válvula = m.a = ρ.A.L.a donde A es la sección transversal de la conducción y L su longitud.

Sobrepresión en la válvula = $\frac{F}{A} = \rho La = 1000.500.1{,}2 = 600000\ Pa$

ΔP = **600000 Pa**

b) $k = -\frac{\Delta p}{\Delta v/V} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta p}{k}.V \Rightarrow \Delta V = \frac{\Delta p}{k}.\frac{m}{\rho}$

Incremento medio de presión = $\frac{\Delta p}{2}$

Energía de deformación de compresión = cambio de volumen x Incremento medio de presión.

La energía cinética del fluido se convierte en energía de deformación, de donde:

$$m\frac{v^2}{2} = \frac{(\Delta p)^2 m}{2k\rho} \rightarrow \Delta p = V\sqrt{k\rho}$$

Sustituyendo, se tiene: $\Delta p = 1{,}2\sqrt{2{,}14.10^9.1000} = 1{,}75.10^6\ Pa$

ΔP = **1,75.10^6 Pa**

7.3. Por una conducción de 1200 m de longitud y 400 mm de diámetro se transporta un caudal de 200 l/s de agua. Se conoce que la tubería de 8 mm de espesor de paredes es de acero cuyo módulo de elasticidad es de 2.10^7 N/cm^2. Si se cierra una válvula dispuesta en su extremo final se desea conocer la sobrepresión producida por golpe de ariete.

a) Si el cierre se efectúa en 4 s.
b) Si el cierre se realiza en 2 s.

Resolución

a) En primer término hay que conocer si el cierre de la válvula es lento o rápido, para ello es necesario conocer la velocidad de la onda sonora.

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + \frac{10^7}{E}\frac{D}{e}}} = \frac{9900}{\sqrt{48{,}8 + \frac{10{,}7}{2.10^7}\frac{400}{8}}} = 1156\ m/s$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material de que está constituida la tubería, D su diámetro interior y e el espesor.

El tiempo que tarda la onda sonora en ir y volver es:

$$T = \frac{2L}{a} = \frac{2.1200}{1150} = 2{,}1\ s$$

luego si el tiempo de cierre de la válvula es T_{cv} = 4 s el cierre es lento y se aplica la fórmula de Michaud para calcular el golpe de ariete.

$$\Delta H = \frac{2LV}{gT_{cv}} = \frac{2.1200.1{,}6}{9{,}8.4} = 98\ mca = 960000\ Pa \quad \rightarrow \quad \Delta H = \mathbf{960\ kPa}$$

donde V es la velocidad del flujo en la tubería en funcionamiento normal

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}2}{\pi 0{,}4^2/4} = 1{,}6\ m/s$$

b) Si el cierre se efectúa en 2 s es rápido, aplicándose la fórmula de Allievi para el cálculo del golpe de ariete.

$$\Delta H = \frac{aV}{g} = \frac{1156.1{,}6}{9{,}8} = 188{,}8\ mca = 1850\ kPa \quad \rightarrow \quad \Delta H = \mathbf{1850\ kPa}$$

7.4. Se tiene una central hidroeléctrica que trabaja con un salto bruto de 350 m. con un caudal de 0,5 m^3/s. La tubería forzada es de acero de 500 mm de diámetro con una pendiente media de 14,5 º. Se desea conocer el espesor que deberían tener las paredes de la tubería si se adopta un cierre del inyector de la turbina Pelton de 5 s.

Para el cálculo del espesor se empleará la fórmula de Barlow siguiente:

$$e = \left({pD}/{2\sigma} + m \right) c$$

donde p es la presión máxima de trabajo de la tubería, σ la tensión admisible de trabajo del material (15000 N/cm^2), m la mayoración por corrosión (2 mm) y c la tolerancia de la laminación (1,15). En todo caso se adoptará para el espesor en mm un número entero si es menor de 10 y número par si lo supera.

Módulo de elasticidad del acero 2.10^7 N/cm^2.

Resolución

Se supone una sobrepresión por golpe de ariete, por ejemplo del 50 % del salto bruto=175m.

Se calcula el espesor de las paredes de la tubería:

$$e = \left(\frac{pD}{2\sigma} + m \right) c = \left(\frac{\frac{(350+175)9800}{10^4} 500}{2.15000} + 2 \right) 1{,}15 = 12{,}16 \; mm$$

luego el espesor será de 14 mm, en el caso de que el golpe de ariete sea el supuesto.

A continuación se calcula la celeridad de la onda sonora producida:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + \frac{10^7}{E}\left(\frac{D}{e}\right)}} = \frac{9900}{\sqrt{48{,}3 + \frac{10^7}{2.10^7}\left(\frac{500}{14}\right)}} = 1217 \; m/s$$

El tiempo que tarda la onda sonora en subir y bajar por la tubería será:

$$T = \frac{2L}{a} = \frac{{2350}/{\operatorname{sen} 14{,}10}}{1217} = 2{,}36 \; s$$

T = 2,36 < T_{cv} = 5 s, luego el cierre es lento, se aplicará la fórmula de Michaud para calcular el golpe de ariete.

$$\Delta H = \frac{2LV}{gT_{CV}}$$

$$V = \frac{Caudal}{Sección} = \frac{Q}{\pi D^2/4} = \frac{0{,}5}{\pi 0{,}5^2/4} = 2{,}55 \; m/s$$

$$\Delta H = \frac{2.1400.2,55}{9,8.5} = 146 \; mca$$

Ahora con este valor del golpe de ariete se recalcula el espesor de la tubería:

$$e = \left(\frac{\frac{(350+146)9800}{10^4} 500}{2.15000} + 2 \right).1,15 = 11,6 \; mm$$

Luego el espesor será 12 mm y no 14 mm como se había calculado. Esto exige recalcular el golpe de ariete.

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,8 + \frac{10^7}{2.10^7}\left(\frac{500}{12}\right)}} = 1191 \, m/s \rightarrow T = \frac{2.1400}{1191} = 2,35 \; s$$

para $T<T_{cv}$ cierre lento $\Delta H = \frac{2.1400.2,55}{9,8.5} = 146 \; mca$,

luego el cálculo es correcto **e = 12 mm**.

7.5. Se tiene una instalación de bombeo con el fin de elevar un caudal de 11,3 l/s a una altura geométrica de 50 mca a través de una tubería de fibrocemento de 100 mm de diámetro, 9 mm de espesor de paredes y 125 m de longitud. Se desea conocer la sobrepresión producida por el golpe de ariete suponiendo que la instalación dispone de una válvula antirretorno a la salida de la bomba.

Módulo de elasticidad del fibrocemento 1825000 N/cm^2. Pérdida de carga en la elevación 6,3 mca.

Resolución

Se calcula en primer lugar la celeridad de la onda sonora.

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + \frac{10^7}{E}\frac{D}{e}}} = \frac{9900}{\sqrt{48,3 + \frac{10^7}{1825000}\left(\frac{100}{9}\right)}} = 946 \; m/s$$

El tiempo que tarda la onda sonora en subir y bajar por la conducción será:

$$T = \frac{2L}{a} = \frac{2.125}{946} = 0,26 \; s$$

El tiempo de cierre de la válvula de retención según Mendiluce vale:

$$T_{cv} = C_1 + \frac{C_2 LV}{gH_m}$$

donde C_1 depende de la pendiente del perfil longitudinal de la tubería, es decir

$: Hg/L = \frac{50}{125} = 0{,}4$**,** siendo Hg la altura geométrica de elevación.

Según las tablas anexas, para este valor : $C_1 = 0$ y C_2 es función de la longitud de la tubería. Para L = 125 según la tabla anexa : $C_2 = 2$.

V es la velocidad del flujo en condiciones normales.

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{11{,}3.10^{-3}}{\pi .0{,}1^2 / 4} = 1{,}44\ m/s$$

con todo lo cual

$$T_{cv} = 0 + \frac{2.125.1{,}44}{9{,}8.56{,}3} = 0{,}65\ s$$

Como $T < T_{cv}$, $0{,}26 < 0{,}65$ el cierre es lento y aplica la fórmula de Michaud para el cálculo del golpe de ariete.

$$\Delta H = \frac{2LV}{gT_{CV}} = \frac{2.125.1{,}44}{9{,}8.0{,}65} = 56{,}5\ mca \quad \rightarrow \quad \mathbf{\Delta H = 56{,}5\ mca}$$

Ejercicios propuestos al alumno

7.6. Se tiene un tubo en U en el que oscila una columna de líquido de 2,18 m con una velocidad máxima de 2 m/s. Calcular la diferencia de cotas entre los meniscos máxima y el periodo de la oscilación si se considera que no hay rozamiento.

r) 0,67 m; 2,1 s.

7.7. Calcular la velocidad con que se desplazará una columna de líquido en el interior de un tubo en U en el instante en que la diferencia de cotas de sus meniscos sea de 0,4 m, si el evento se produce 1 s después de pasar los meniscos por la posición de equilibrio y la longitud de la columna es de 1,5 m.

r) 1,64 m/s.

7.8. Se desea saber en que tiempo mínimo debería cerrarse una válvula dispuesta en el extremo final de una conducción de 700 m de longitud y 300 mm de diámetro por la que circula un caudal de agua de 125 l/s, si se quiere limitar la sobrepresión por golpe de ariete a 1200 kPa. Se supondrá la tubería totalmente rígida y el agua absolutamente incomprensible

r) 1,77 s.

7.9. Se conduce agua por una tubería totalmente rígida de 800 m de longitud y 400 mm de diámetro, cuando se cierra una válvula situada en su extremo final en un lapso de tiempo de 2 s. La diferencia de cotas entre los extremos superior y final es de 30 m. Se desea conocer el caudal circulante si un manómetro colocado en el punto inferior señala 14 bar.
Módulo de elasticidad volumétrico del agua $2{,}14.10^9$ N/cm^2.

r) 69,8 l/s.

7.10. Se desea saber la sobrepresión que se producirá en una conducción de 2000 m de longitud, 500 mm de diámetro y 10 mm de espesor de las paredes, en el caso de cerrar la válvula situada en su extremo final en 3 s, cuando circula un caudal de agua de 300 l/s. La tubería es de un material cuyo módulo de elasticidad es de 2.10^6 N/cm^2.

r) 1242 kPa.

7.11. Si en una conducción de 750 m de longitud y 300 mm de diámetro, por la que se trasiega un caudal de agua de 75 l/s, se cierra una válvula situada en su extremo final, se quiere saber en que lapso de tiempo habrá que cerrarse para limitar la sobrepresión por golpe de ariete a 400 kPa.

Módulo de elasticidad volumétrico del material de la tubería 2.10^7 N/cm^2; espesor de la tubería 8 mm.

r) 3,98 s.

7.12. Se desea saber la magnitud de la longitud crítica de una conducción de fibrocemento de 200 mm de diámetro si circula un caudal de agua de 50 l/s, en el caso de que una válvula situada en su extremo final se cierre en 2 s.

Módulo de elasticidad de fibrocemento $1{,}825.10^6$ N/cm^2. Espesor de la tubería 6 mm.

r) 651 m.

7.13. Se tiene una tubería maestra que parte de un depósito de regulación con el fin de suministrar agua a una fábrica. Se ha pensado disponer en la fábrica una válvula esférica para la regulación y el corte del suministro. Se considera que el cierre de dicho tipo de válvulas es cuasi instantáneo. Se desea conocer el espesor que deberá tener la pared de la tubería con el fin de que no se produzcan roturas.

Datos: Caudal 840 l/s; longitud de la tubería 700 m; diámetro 800 mm; altura geométrica 80 m; tensión admisible de trabajo del material 12000 N/cm^2 ;Módulo de elasticidad del material de la tubería 1,5. 10^7 N/cm^2; sobreespesor por diversas causas 2 mm; tolerancia del espesor de la tubería 1,2. El espesor deberá ser un número entero de mm y nunca menor de 5 mm.

r) 13 mm.

7.14. En la conducción descrita en el problema precedente se ha decidido colocar una tubería del mismo material pero con un espesor de tan solo 6 mm. Se desea saber si se podrá mantener el mismo tipo de cierre o en su caso en qué tiempo como mínimo debe cerrarse la válvula.

r) 20,16 s.

7.15. Se tiene una central hidroeléctrica que trabaja con un salto bruto de 750 m y dispone de una tubería forzada de 1,2 m de diámetro interior. El caudal circulante por la tubería es 3 m^3/s. Se desea conocer el espesor que debiera adoptar la tubería si el tiempo de cierre es de 6 s.

Una vez realizados los cálculos se piensa que es conveniente por cuestiones de seguridad reducir la sobrepresión por golpe de ariete y por tanto el espesor de la tubería en 2 mm, se necesita saber el tiempo mínimo en que deberá cerrarse el inyector **de la turbina.**

Datos de la tubería: Longitud 1800 m; tensión admisible de trabajo del material 20000 N/cm^2; módulo de elasticidad del material $2{,}5.10^7$ N/cm^2; sobreespesor de las paredes 3 mm; tolerancia 1,15.

r) 34,3 mm;   9,44 s.

7.16. Una estación de bombeo dispone de una tubería de impulsión de 1800 m de longitud y 450 mm de diámetro para trasegar un caudal máximo de 400 l/s a una altura geométrica de 80 m.

Se desea conocer la mayor presión que se producirá en la tubería si a la salida de la bomba se dispone de una válvula antirretorno cuyo cierre se produce de manera automática.

Datos: Módulo de elasticidad del material de la tubería $0{,}8.10^7$ N/cm^2. Pérdida de carga en la tubería 5 m. Espesor de la tubería 8 mm.

r) 22,42 bar.

TEMA 8

Flujo en conductos abiertos o canales

Introducción

En este capítulo dedicado a los canales o conductos abiertos se van a tratar problemas restringidos al régimen permanente y uniforme. Los problemas están resueltos mediante la fórmula de Manning. Los casos estudiados se refieren tanto a diseño como cálculo de conductos abiertos de forma rectangular, trapezoidal y tuberías funcionando como canal. Se estudiarán además, en algunos casos las secciones hidráulicas óptimas o secciones más económicas de cara al diseño de los mismos.

Colección de Problemas resueltos

8.1. Calcular la relación entre la solera "b" y la longitud "l" en un caudal de sección trapezoidal de ángulo α, para obtener la sección hidráulicamente óptima, es decir aquella sección que para transportar un determinado caudal Q, en un canal de pendiente J y material n, necesita menos Área y menos Perímetro mojado.

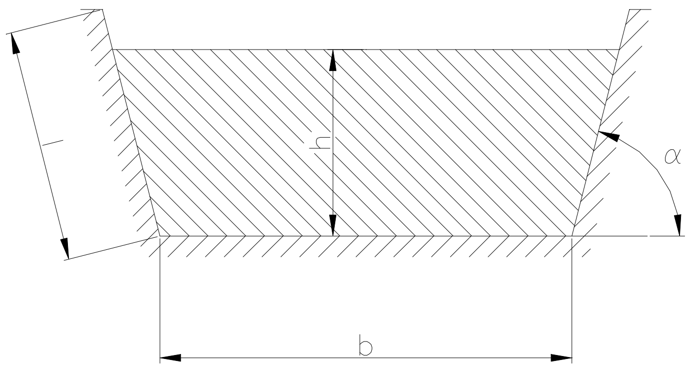


Figura 8.1.

Resolución

- Fórmula de Manning: $Q = \frac{1}{n}.A.R_h^{2/3}.J^{1/2}$

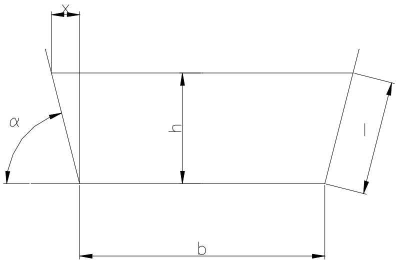
- El radio hidráulico es: $R_h = \frac{A}{P}$.

Por tanto:

$$Q = \frac{1}{n}.A.\left(\frac{A}{P}\right)^{2/3}.J^{1/2}$$

$$\frac{n.Q}{J^{1/2}} = \frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} = cte = K$$

$$A^{5/3} = K.P^{2/3}$$



Para transportar el caudal Q, se desea un mínimo Perímetro mojado y un mínimo A, para obtener la sección más económica.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{l}; \quad l = \frac{y}{\operatorname{sen}\alpha}$$

$$tan\alpha = \frac{y}{x}; \quad x = \frac{y}{tan\alpha}$$

Cálculo del área:

$$A = \frac{b + b + 2.x}{2}.y = b.y + \frac{y^2}{tan\alpha}$$

Cálculo del perímetro mojado:

$$P = b + 2l = b + \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha}; \quad b = P - \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha}$$

Por tanto:

$$A = \left(P - \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha} \right).y + \frac{y^2}{tan\alpha} = P.y - \frac{2.y^2}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{y^2}{tan\alpha}$$

Derivando el Área respecto al calado:

$$\frac{dA}{dy} = y.\frac{dP}{dy} + P - \frac{2.y.2}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{2.y}{tan\alpha}$$

Como $\frac{dA}{dy} = 0 \quad y \quad \frac{dP}{dy} = 0$

$$0 = P - \frac{4.y}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{2.y}{tan\alpha}$$

Sustituyendo el valor de P:

$$0 = b + \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha} - \frac{4.y}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{2.y}{tan\alpha}$$

$$0 = b - \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{2.y.}{tan\alpha} = b - \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha}.\cos\alpha$$

$$b = \frac{2.y}{\operatorname{sen}\alpha}(1 - \cos\alpha) = 2.l.(1 - \cos\alpha)$$

$$\boxed{l = \frac{b}{2.(1 - \cos\alpha)}}$$

Para el caso de un canal rectangular (α = 90 º).

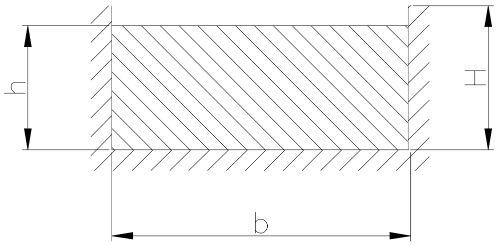
$$l = \frac{b}{2}$$

Para el caso de un canal trapezoidal (α = 60 º).

$$l = b$$

$$y = b.\text{sen}\,60 = \frac{\sqrt{3}}{2}.b$$

8.2. Se desea diseñar un canal de sección rectangular, con una pendiente de 0,5 milésimas, Q = 12 m^3/s y material (hormigón en bruto), donde la velocidad del agua no supere los 2 m/s.



a) Calcular la base b, para el caso de sección hidráulicamente óptima (b = 2.h).

b) Calcular la altura H, con una berma del 15 %.

c) Comprobar el condicionante de la velocidad.

d) Si la canalización, en un tramo importante, toma una pendiente mayor (1 milésima), calcular la nueva profundidad h del agua en el canal.

Resolución

a) Expresión de Manning para el cálculo de canales:

$$Q = \frac{1}{n}.A.R_h^{2/3}.J^{1/2}$$

Sustituyendo a los valores proporcionados:

$$A.R_h^{2/3} = \frac{n.Q}{\sqrt{J}} = \frac{0{,}015.12}{\sqrt{0{,}0005}} = 8{,}05$$

Cálculo de la sección y el Perímetro óptimo: (b = 2.h). Por tanto:

$$A = b.h = 2.h^2$$
$$P = b + 2.h = 4.h$$

Cálculo del radio hidráulico óptimo:

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{2.h^2}{4.h} = \frac{h}{2}$$

Sustituyendo en la expresión anteriormente determinada:

$$2.h^2.\left(\frac{h}{2}\right)^{2/3} = 8{,}05$$

$$h^{8/3} = \frac{8{,}05.2^{2/3}}{2} \Rightarrow h = 2\ m$$

Por tanto: b = 2. h **= 4 m.**

b) H=h+0,15.h = 2,3 m.

c) $v = \frac{Q}{A} = \frac{12}{2.2^2} = 1{,}50\ m/s$ **.**Es inferior a los 2 m/s exigidos.

d) Al aumentar la pendiente el contacto h será menor, siendo b = 4 m.

$$A.R_h^{2/3} = \frac{n.Q}{\sqrt{J}}$$

$$A.\frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} = \frac{n.Q}{\sqrt{J}} = \frac{0{,}015.12}{\sqrt{0{,}001}} = 5{,}692$$

$$A^{5/3} = 5{,}692.P^{2/3}$$

Elevando todo al cubo:

$$A^5 = 184{,}424.P^2$$

Donde $A = b.h.4.h \quad P = b + 2.h = 4 + 2.h$ siendo h la incógnita**.**

$$(4.h)^5 = 184{,}424.(4 + 2.h)^2$$

$$h^5 = 0{,}180.(4 + 2.h)^2 = 0{,}180.(16 + 16.h + 4.h^2) = 2{,}88 + 2{,}88.h + 0{,}72.h^2$$

$$h^5 - 0{,}72.h^2 - 2{,}88.h - 2{,}88 = 0$$

Resolviendo Newton-Rapson: **h =** 1,55 m

8.3. Se desean conducir 120 l/s de agua con una pendiente de 1 milésima.

a) Elegir el diámetro de la tubería de hormigón centrifugado para que se cumpla la relación: $\frac{h_c}{D} \leq 0{,}75$. Diámetros disponibles: 40, 45, 50, 60 cm.

b) Calcular el calado h_c y la relación h_c/D

Resolución

a) En la tabla referida a caudales y velocidades para distintos calados referidos a la sección llena, se observa:

Para que $\frac{h_c}{D}\langle 0{,}75, \quad \frac{Q_C}{Q_{ll}}\langle 0{,}91$

Por tanto, $\frac{120}{Q_{ll}}\langle 0{,}91$. Es decir:

$$Q_{ll}\rangle \frac{120}{0{,}91} = 131{,}9\ l/s$$

Como la pendiente es de 1 milésima: $Q_1 = \frac{Q_{ll}}{\sqrt{J}} \geq 131{,}9\ l/s$.

Es necesario, por tanto una tubería de 60 cm, $\boxed{\text{D = 60 cm.}}$

b) D = 60 cm.

Caudal unitario Q_1 = 168,27 l/s.

Caudal a sección llena $Q_{ll} = Q_1.\sqrt{J} = 168{,}27\ l/s$

$$\frac{Q_c}{Q_{ll}} = \frac{120}{168{,}27} = 0{,}713$$

Observando en tablas:

$$\frac{h_c}{D} = 0{,}623$$

$$h_c = 0{,}623.60 = 37{,}4\ cm$$

c) $\frac{v_c}{v_{ll}} = 1{,}083$

$$v_{ll} = v_1.\sqrt{J}$$

Como $v_1 = 0{,}595\ m/s \quad v_{ll} = 0{,}595.\sqrt{1} = 0{,}595\ m/s$.

Por tanto: $v_c = 0{,}595.1{,}083 = 0{,}64\ m/s$.

8.4. Un canal de sección circular de diámetro 0,8 m, está construido de un material con un coeficiente de Manning n = 0,020 y conduce 200 l/s.

Calcular la altura de calado y la velocidad si la pendiente de la solera es 1 por 2000.

Resolución

Para un D= 80 cm y n= 0,015, el caudal unitario Q_1 y la velocidad unitaria son:

$$v_1 = 0{,}72\ m/s$$
$$Q_1 = 362{,}4\ l/s$$

Como en este caso n = 0,02:

$$v_1 = \frac{0{,}72.0{,}015}{0{,}02} = 0{,}54\ m/s$$

$$Q_1 = \frac{362{,}4.0{,}015}{0{,}02} = 271{,}8\ l/s$$

Las características a sección llena son:

$$v_{ll} = v_1.\sqrt{J} = 0{,}54.\sqrt{1/1{,}2} = 0{,}493\ m/s$$

$$Q_{ll} = Q_1.\sqrt{J} = 271{,}8.\sqrt{1/1{,}2} = 248{,}1\ l/s$$

Por tanto: $\dfrac{Q_c}{Q_{ll}} = \dfrac{200}{248{,}1} = 0{,}806$

En este caso;

$$\frac{v_c}{v_{ll}} = 1{,}11; \quad v_c = 1{,}11.0{,}493 = 0{,}55\ m/s$$

$$\frac{h_c}{h_{ll}} = 0{,}68; \quad h_c = 0{,}68.0{,}8 = 0{,}544\ m \quad \rightarrow \quad \mathbf{h_c} = 0{,}544\ \mathrm{m}$$

Problemas a resolver por el alumno.

8.5. ¿Qué velocidad real y calado alcanzará un caudal de 125 l/s en una tubería de hormigón centrifugado de 40 cm de diámetro con 5 milésimas de pendiente?

r) 1,16 m/s; 33,6 cm.

8.6. ¿Con qué pendiente habrá de proyectarse un tubería de hormigón centrifugado de 40 cm de diámetro, que parte de un sumidero al que van a parar las aguas de lluvia caídas en 2 hectáreas, si el calado se desea sea menor del 70 %?.

- Calcúlese también la velocidad real y el calado.

(Caudal específico en sumidero: 150 l/s por hectárea.

r) 39 milésimas; 3,17 m/s; 28 cm.

8.7. ¿Cuál es el caudal de agua en una tubería de alcantarillado de 60 cm de diámetro, estando la tubería semillena (al 50 %) y teniendo una pendiente de 0,0025 unidades?.

r) 133,03 l/s.

8.8. Una tubería conduce un caudal de 1,81 l/s de agua con una pendiente de 0,05 milésimas. Siendo la altura de calado 11,4 cm. Se pide calcular el diámetro de la tubería a instalar.

r) 25 cm.

8.9. Se desea conducir un caudal de agua de 250 l/s entre dos puntos situados a 30 m de distancia y con un desnivel de 0,60 m. Se pide calcular el diámetro de la tubería a instalar para que la velocidad no supere 3 m/s.

- Calcúlese también el calado.

r) 40 cm; 32 cm.

8.10. Calcular la altura normal que alcanzará un caudal de 4 m^3/s, en un canal de sección recta rectangular con una base de 3 m y pendiente de media milésima. El canal está construido en hormigón en bruto.

r) 1,20 m**.**

8.11. Calcular la altura normal que alcanza un caudal de 8 m^3/s, en un canal de sección trapecial con paredes inclinadas 45 º, con una base menor de 2 m y con una pendiente de una milésima. El canal está construído en hormigón en bruto.

r) 1,345 m**.**

8.12. Calcular el canal de sección recta rectangular que con una pendiente de 2 milésimas sea capaz de conducir 20 m^3/s. Material: hormigón en bruto.

r) 3,5 m; 2 m.

8.13. Se pide diseñar un canal de sección recta rectangular, que tenga una capacidad hidraúlica de 25 m^3/s con una pendiente de 1 milésima. Material: hormigón en bruto.

r) 4,5 m; 2,4 m.

8.14. Calcular un canal de sección trapecial, con paredes inclinadas 60 º(semi hexágono), que con una pendiente de 3 milésimas sea capaz de conducir 30 m^3/s. Se empleará hormigón en bruto en su construcción.

r) 2,5 m; 2,10 m.

8.15. Se quiere canalizar un río desde la cota 120 hasta la cota 114, con una longitud de 4 km, siendo el caudal en máximas avenidas de 23 m^3/s. Diseñar dicho canal supuesto de hormigón en bruto y de sección rectangular.

r) 3,6 m; 1,9 m.

8.16. Un canal abierto con sección transversal en forma de V tiene sus dos paredes laterales inclinadas 40 º con la vertical. Si el caudal es 50 l/s, cuando la profundidad en el centro es 200 mm. Calcular la pendiente del canal de material n = 0,012.

r) 7,6 milésimas.

8.17. Calcular para un canal abierto en forma de V, el ángulo α óptimo que forman las dos paredes laterales inclinadas.

r) α = 90 º.

TEMA 9

Turbomáquinas hidráulicas

Introducción

En este capítulo se estudian las turbomáquinas hidráulicas tanto las turbinas como las turbobombas. Se analizan los conceptos más importantes, es decir alturas, potencias, y rendimientos, para poder así aplicar el teorema de Euler. Las turbomáquinas se estudiarán por medio de los triángulos de velocidad derivados de la aplicación del teorema del Momento cinético o teorema de Euler.La aplicación del análisis dimensional y de la teoría de modelos nos dará la posibilidad de conocer el funcionamiento de las turbomáquinas en otras condiciones diferentes y analizar los ensayos de laboratorio tan importantes en la Hidráulica. Por otra parte una turbobomba necesita de una istalación, por ello se analizan las instalaciones de bombeo simples, utilizando los conceptos de altura manométrica de la instalación y de la bomba. Las instalaciones de bombeo se estudian de manera analítica. Por último se presentan una serie de ejercicios para el análisis de la cavitación en las turbobombas.

Relación de problemas resueltos.

9.1. Una turbobomba rigurosamente radial trasiega agua girando a una velocidad de 720 rpm. Las características geométricas de su rodete son: β_2 = 60º, anchura de los álabes a la entrada b_1 = 35 mm, idem. a la salida b_2 = 21 mm; los álabes ocupan el 10 % de la superficie de paso tanto a la entrada como a la salida; D_1 diámetro a la entrada de los álabes del rodete = 200 mm; idem a la salida D_2 = 350 mm.

Cuando la bomba funciona en su punto óptimo, con un caudal de 50 l/s, los rendimientos de la máquina son manométrico = 75 %, volumétrico = 95 % y mecánico = 90 %. Adóptese como eficacia del álabe 0,72. Se pide:

a) Dibujar los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida de los álabes del rodete.
b) Alturas de Euler, interna, manométrica y absorbida de la bomba.
c) Potencias manométrica, interna y absorbida.

Resolución.

Cálculo de la velocidad de arrastre:

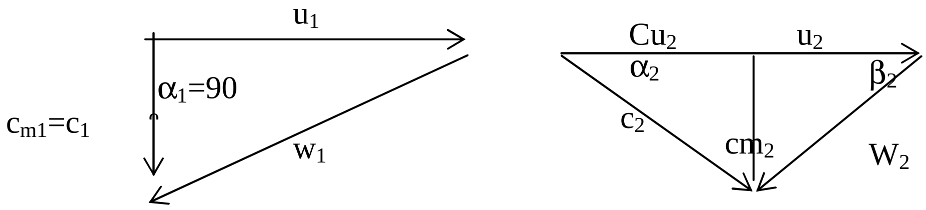
$$u_1 = \frac{\pi.D_1.N}{60} = \frac{\pi.0,2.720}{60} = 7,54\ m/s$$

$$u_2 = \frac{\pi.D_2.N}{60} = 13,19\ m/s$$

Por medio de la expresión del rendimiento volumétrico:

$$\eta_v = \frac{Q_u}{Q_t} \qquad Q_t = \frac{50}{0.95} = 52,61\ l/s$$

a) Dibujo de los triángulos de velocidad:



Cálculo de la componente meridiana:

$$Q_t = c_{m_2}.\pi.D_1.b_1.\varepsilon_1 \qquad c_{m_1} = \frac{0,0526}{\pi.0,2.0,035.0,9} = 2,66\ m/s$$

$$Q_t = c_{m_2}.\pi.D_2.b_2.\varepsilon_1 \qquad c_{m_2} = \frac{0,0526}{\pi.0,35.0,021.0,9} = 2,53\ m/s$$

Utilizando los triángulos de velocidad:

$$\text{sen } \beta_2 = \frac{cm_2}{w_2} \qquad w_2 = \frac{2,5}{\text{sen } 60} = 2,92\ m/s$$

$$cu_2 = u_2 - \cos\beta_2.w_2 = 13{,}19 - \cos 60.2{,}92 = 11{,}73\ m/s$$

b) Por medio de la ecuación de Euler:

$$H_E = \frac{u_2.c_{u_2}}{g} = \frac{13{,}19.11{,}73}{9{,}8} = 15{,}79\ m$$

Expresiones de los diferentes rendimientos:

$$e_a = \frac{H_i}{H_E} \qquad H_i = H_E.e_a = 15{,}79.0{,}72 = 11{,}37\ m$$

$$\eta_m = \frac{H_m}{H_i} \qquad H_m = H_i.\eta_m = 11{,}37.0{,}75 = 8{,}53\ m$$

$$\eta_0 = \frac{H_i}{H_a} \qquad H_a = \frac{H_i}{\eta_0} = \frac{11{,}37}{0{,}9} = 12{,}63\ m$$

b) Cálculo de las diferentes potencias:

$$P_E = \gamma.Q_t.H_E = 9800.0{,}05.8{,}53 = 4180\,W$$

$$P_i = \gamma.Q_t.H_i = 9800.0{,}0526.11{,}37 = 5861\,W$$

$$P_a = \gamma.Q_t.H_a = 9800.0{,}0526.12{,}63 = 6511\,W$$

9.2. Se tiene una turbina Francis de la que se conocen las dimensiones indicadas al pie, que trabaja en el punto nominal en un salto neto de 200 m con un rendimiento volumétrico = 0,98 y el orgánico = 0,97.

Se pide:

a) Dibujar los triángulos de velocidades tanto a la entrada como a la salida y calcular el ángulo α_1 que forma la velocidad de arrastre y la velocidad absoluta a la entrada del rodete.

b) Caudal total y caudal útil.

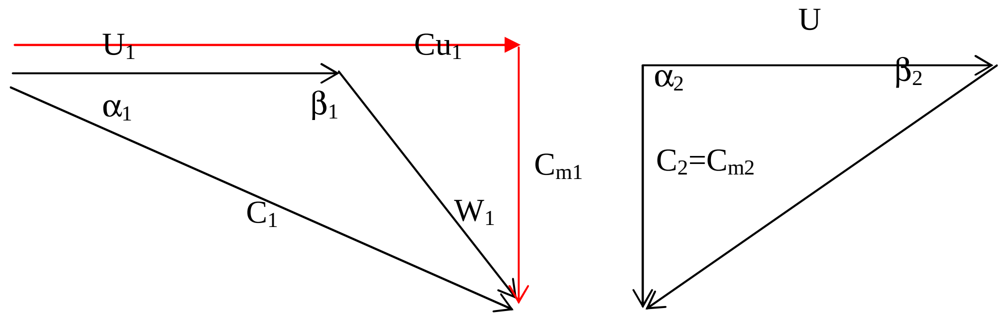
c) Altura efectiva y rendimiento manométrico de la turbina.

d) Altura real y potencia real obtenida en el punto nominal.

Datos: Diámetro del rodete a la entrada = 2 m; altura del rodete a la entrada = 0,2 m; sección a la salida del rodete: un círculo de diámetro 1 m; ángulo β_1 = 120 º; ángulo β_2 = 45 º; superficie ocupada por los álabes a la entrada y salida 10 %; velocidad de giro: 375 rpm.

Resolución

a) Dibujemos los triángulos de velocidad:



$$U_1 = \frac{\pi.D_1.N}{60} = \frac{\pi.2.375}{60} = 39{,}27\ m/s$$

$$U_2 = \frac{\pi.D_2.N}{60} = \frac{\pi.1.375}{60} = 19{,}63\ m/s$$

Utilizando los triángulos de velocidad:

$$\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{Cm_2}{U_2} \qquad Cm_2 = \operatorname{tg}45.19{,}63 = 19{,}63\ m/s$$

Cálculo del caudal:

$$Q_u = Cm_2.A_2 = Q_u = \pi.\frac{\left(D^2{}_2 - D_{cubo}{}^2\right)}{4}.\varepsilon$$

Se supone: $D_{cubo} = 0$

$$Q_u = 19{,}63.\pi.\frac{1^2}{4}.0{,}9 = 13{,}88\ m^3/s$$

$$Q_u = Cm_1.\pi.D_1.b_1.\varepsilon_1 = 13{,}88 = Cm_1.\pi.2.0{,}2.0{,}9 \qquad C_{m1} = 12{,}27\ m/s$$

Por medio de los triángulos de velocidad :

$$\mathrm{tg}\,60 = \frac{Cm_1}{Cu_1 - U_1} \qquad Cu_1 - U_1 = \frac{12{,}27}{\mathrm{tg}\,60} = 7{,}08\ m/s \qquad Cu_1 = 46{,}35\ \mathrm{m/s}$$

$$\alpha_1 = \mathrm{arctg}\frac{Cm_1}{Cu_1} = \frac{12{,}27}{46{,}35} = 14{,}83^{o}$$

b) Rendimiento volumétrico:

$$\eta_v = \frac{Qu}{Qt} \qquad Q_t = \frac{13{,}87}{0{,}98} \rightarrow Q_t = 14{,}15\ m^3/s$$

c) De la ecuación de Euler: $H_E = \frac{U_1 . Cu_1}{g} = \frac{39{,}27.46{,}35}{9{,}8} = 185{,}73\ m$

Rendimiento manométrico: $\eta_m = \frac{H_e}{H_n} = \frac{185{,}73}{200} = 0{,}9286 \qquad \eta_m = 92{,}87\ \%$

d) Rendimiento orgánico: $\eta_o = \frac{H_r}{H_e}$ $\qquad H_r = 0{,}97 . 185{,}73 = 180{,}16$ m

Cálculo de la potencia real: $P_r = \gamma . Q_u . H_r = 9800.13{,}88.180{,}16$

$$\boxed{\boldsymbol{P_r = 24488\ kW}}$$

9.3. Una bomba centrífuga da un caudal de 50 l/s a una altura manométrica de 100 m girando a 1450 rpm. El rendimiento global de la bomba es 0,67. Se exige a la bomba una altura manométrica o útil de 130 m. Calcular el número de revoluciones, el caudal y la Potencia absorbida o de accionamiento necesaria para que la bomba aporte esta altura manométrica, suponiendo igual rendimiento.

Resolución:

	Q (l/s)	H (m)	N (rpm)	η_g	P_a (kW)
P	50	100	1450	0,67	73,13
P’	?	130	?	0,67	?

Como es la misma bomba, $\boxed{}$.

Cálculo de la potencia: $P_e = 9800 . 50 . 10^{-3} . 100 = 49000$ W = 49 kW.

Rendimiento global: $\eta_g = \frac{P_e}{P_a} \qquad P_a = \frac{P_e}{0.67} = 73{,}13\ kW$

Utilizando las expresiones de homologia: $\dfrac{N}{N'} = \dfrac{1}{\lambda}.\sqrt{\dfrac{H}{H'}}$ $\qquad \dfrac{1450}{N'} = \dfrac{1}{1}.\sqrt{\dfrac{100}{130}}$

N’ = **1653,25 rpm.**

2 . 2 $\qquad$ Q’ = **57 l/s**

$P'_e = \gamma.Q'.H' = 9800.57.10^{-3}. = 72618$ W.

$\eta_g = \dfrac{P'_e}{P'_a}$ $\qquad \boxed{P'_a = \dfrac{P'_e}{\eta_g} = \dfrac{72.618}{0{,}67} = 108385\,W}$

9.4. Un modelo de una turbina Francis, en un banco de ensayos, da en las condiciones de rendimiento óptimo los siguientes resultados:

H_n = 6,5 m; Q = 206,5 l/s; N = 750 rpm; P_r = 12 kW; η_0 = 0,98

a) Calcular el rendimiento global y la velocidad específica dimensional o número de Camerer.
b) En condiciones óptimas, calcular el Q, la velocidad de giro N y la Potencia real o en el eje P, si ponemos el modelo en un salto de 26 m.
c) Si el número de polos del generador de la turbina-prototipo es de 8 y el salto neto disponible es 65 m, calcular la Potencia real y la escala para que funcionen de manera homóloga a los casos anteriores.

Resolución

a) Rendimiento global: $\eta_g = \dfrac{P_r}{P_n} = \dfrac{12000}{9800.0{,}2065.6{,}5} = 0{,}9123$

$$\boxed{\eta_g = 91{,}23\,\%}$$

Número de Camerer: $n_s = \dfrac{N * \sqrt{P_e(CV)}}{Hn^{5/4}} = \boxed{\dfrac{750 * \sqrt{16.66}}{6.5^{5/4}} = 295\ rpm}$

Cálculo de la potencia efectiva para obtener el número de Camerer:

$\eta_o = \dfrac{P_r}{P_e} = 0{,}98 = \dfrac{12000}{P_e}$ $\qquad P_e$ = 12244,89 W= 16,66 CV

b)

	H_n (m)	Q (m^3/s)	P_r (W)	η_o	η_g
Modelo	6,5	0,2065	750	0,98	0,9123
Modelo’	26	?	?	0,98	0,9123

Como el modelo es el mismo:

Utilizando las expresiones de homología:

$$\frac{N}{N'} = \frac{1}{\lambda}.\sqrt{\frac{H}{H'}} \qquad \frac{750}{N'} = \frac{1}{1}.\sqrt{\frac{6.5}{26}} \qquad N' = \mathbf{1500\ rpm}$$

$$2.\sqrt{\frac{H}{H'}} \qquad \frac{0.2065}{Q'} = 1.\sqrt{\frac{6.5}{26}} \qquad Q' = \mathbf{0{,}413\ m^3/s}$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{\gamma}{\gamma'}.\lambda^2 . \qquad \frac{12}{P_r'} = \left(\frac{6.5}{26}\right)^{3/2} \qquad P_r' = \mathbf{96\ kW}$$

d) El prototipo tiene 8 polos, por tanto 4 pares de polos;

$$H_n = 65\ m$$

$$N_p = \quad = 750\ rpm.$$

Utilizando las expresiones de homología:

$$\frac{N_e}{N_p} = \sqrt{\frac{H_e}{H_p}}.\frac{1}{\lambda} \qquad \frac{750}{750} = \left(\frac{6.5}{65}\right)^{1/2}.\frac{1}{\lambda} \qquad \boxed{\lambda = 0{,}316}$$

$$\frac{P_r e}{P_r p} = \frac{\gamma_e}{\gamma_p}.\lambda^2 .\left(\frac{H_e}{H_p}\right)^{3/2} \qquad \frac{12}{P_r p} = 0{,}316^2.$$

P_r (prototipo) = **3795 kW**.

9.5. La central de La Fortunada-Cinca en el Pirineo tiene una turbina Pelton que gira a 333,4 rpm. Se alimenta de un embalse cuyo nivel se encuentra a 475 m sobre el eje del chorro. El agua circula a través de un conducto de fundición de 6 km de longitud y 630 mm de diámetro interior. El diámetro de la boquilla del inyector es de 900 mm y el factor de paso de la misma es k = 0,05 (con la energía cinética a la salida). Se pide:

a) Caudal circulante y velocidad con la que incide sobre la cazoleta de la turbina. Se realizará el cálculo de las pérdidas de carga por medio de la expresión Darcy-Weisbach.
b) Calcular la fuerza que ejerce el chorro sobre la cazoleta si el mismo se desvia 170 º (β_2 = 10 º) y la velocidad de arrastre de las cazoletas es 0,48 veces la velocidad del chorro.
c) Calcular asímismo la Potencia efectiva o útil, la Potencia total del chorro y el rendimiento de la máquina.
d) Si se quiere construir un modelo reducido a escala 1/3, que trabaje con agua, ¿con qué velocidad de rotación tendrá que girar el modelo y qué caudal de agua necesitará para que se verifique la semejanza hidrodinámica?, suponer flujo en carga.

Resolución:

Datos

N=333,3 rpm; L=6000 m; D=630 mm; $D_{boquilla}$=90 mm; K=0,05;

Rugosidad (fundición)= 0.026 cm.

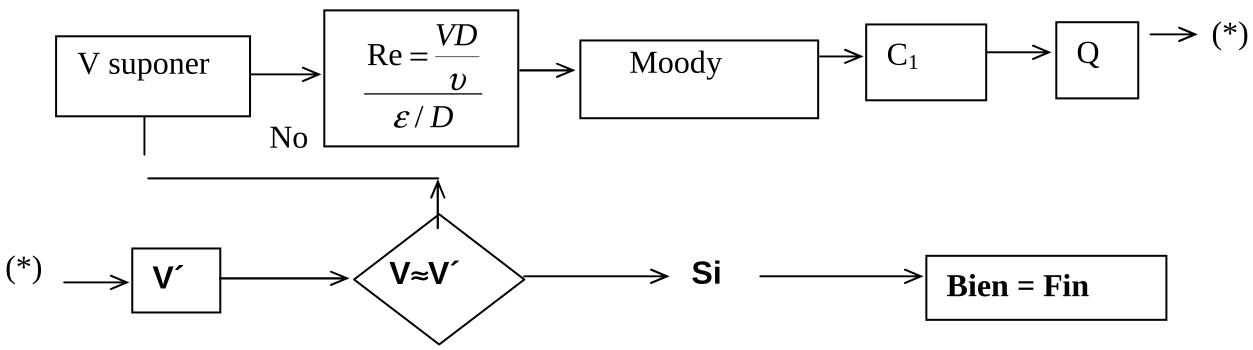
a) Aplicación de la Ecuación de Bernoulli:
b)

$$B_A - h_{fAB} - h_{f\,boquilla} = B_B \qquad Z_A - h_{fAB} - K\frac{C_1^2}{2g} = Z_B + \frac{C_1^2}{2g}$$

$$475 - f\frac{6000V^2}{0{,}63.2g} = 1{,}05\frac{C_1^2}{2g} \qquad \text{En la tubería: } Q = \frac{\pi D^2}{4}V \quad \rightarrow \quad V = 3.2Q$$

$$\text{En el chorro: } Q = \frac{\pi d_{tx}^2}{4}C_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = 157{,}19\,Q$$

Planteamiento



Realizando las iteraciones, éste es el resultado:

V = 1,865 m/s   Re=117495   f=0,0167 $446.77=1{,}05\dfrac{C_1^2}{2g}$

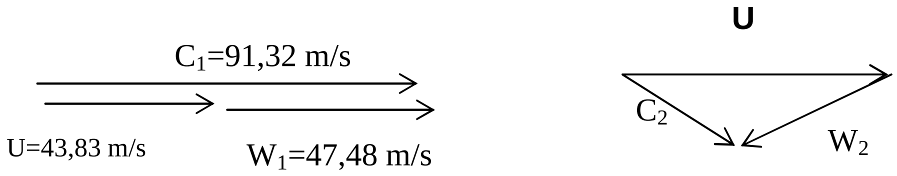
ε/D= 0.00041

C_1 = **91,32 m/s**   Q = **0,581 m^3/s**   v = **1,865 m/s**

c) Teorema de la cantidad de movimiento : $\sum \overrightarrow{Fx} = \rho(Q\overrightarrow{W_{sal}} - Q\overrightarrow{W_{ent}})$

$$Fx = \rho\left[Q_2W_2Cos10 + Q_3W_3Cos10 - Q_1W_1\right]$$

F= ρ QW(Cos10+1)   U=0,48C1=43,83 m/s



F = 1000.0,581.47,48.(Cos10+1)   F = **54753 N**

c) Potencia útil P_e=F.U=54753 . 43,83 = **2399.8 kW**

Potencia del chorro: $Pot_{chorro}.=\gamma Q\dfrac{C_1^2}{2g}=9800.0{,}581.\dfrac{91.32^2}{2g}$ = **2422.6 kW**

$$\eta = \frac{Pe}{P_{chorro}.} = \frac{2399{,}8}{2422{,}6} = 0{,}991 = \mathbf{99{,}1\ \%}$$

d) λ=1/3

$$Eu=f(Re,Fr,\delta_r)$$

No se tiene en cuenta la influencia del número de Froude, pero sí del número de Reynolds. Por tanto:

$$Eu=f(Re,\delta_r)$$

$$R_e = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{D^2N}{\upsilon}$$

$$\frac{D^2N}{\upsilon} = \frac{D'^2N'}{\upsilon'};$$

Como es el mismo líquido: $\upsilon' = \upsilon$

Por tanto:

$$N' = N\left(\frac{D}{D'}\right)^2 = 333{,}3.3^2 = 3000 \ \text{rpm.}$$

A través del parámetro de caudal:

$$\delta_R = \frac{Q}{ND^3} = \frac{Q'}{N'D'^3} \qquad\qquad Q' = Q\frac{N'}{N}\left(\frac{D'}{D}\right)^3 = 0{,}581\frac{3000}{333{,}3}\left(\frac{1}{3}\right)^3 = 0{,}194 \ \text{m}^3/\text{s}$$

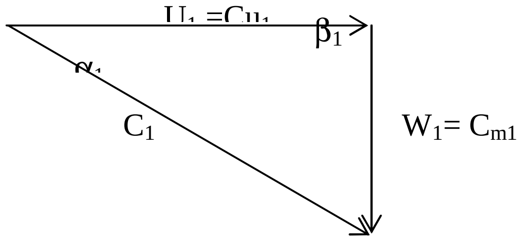
9.6. En una turbina de reacción radial la altura neta es 12 m y el caudal nominal 0,28 m^3/s. Diámetro exterior = 2 veces el diámetro interior. La velocidad de gasto es constante y vale $0{,}15\sqrt{2gH_n}$. La velocidad de giro = 300 rpm. Los álabes del rodete son radiales a la entrada.

Calcular:

a) el ángulo de los álabes a la salida del distribuidor;
b) el ángulo de los álabes del rodete a la salida para una descarga radial;
c) anchura del rodete a la entrada y salida.

Datos: Rendimiento hidraúlico = 0,8. Los álabes ocupan el 10 % de la circunferencia.

Resolución:



En el triángulo de velocidades a la entrada β_1 = 90º. Por tanto:

$$Cm_1 = Cm_2 = 0{,}15.\sqrt{2g12} = 2.30 \quad m/s$$

$$Q = Cm_1 .D_1.b_1.\pi.\varepsilon_1$$

a) $$U_1 = \frac{N \ .D_1 .\pi}{60} \qquad\qquad \frac{U_1}{U_2} = \frac{D_1}{D_2} = 2$$

$$U_2 = \frac{N.D_2.\pi}{60} \qquad\qquad U_1 = 2.U_2$$

Rendimiento hidráulico: $\eta_h = \dfrac{H_e}{H_n}$ $\qquad$ H_e =0,8 . 12 = 9,6 m

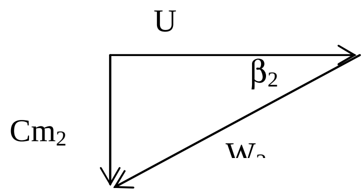
Utilizando la ecuación de Euler y teniendo en cuenta que el triángulo de velocidades a la entrada es rectángulo:

$$U_1 = C_{u1}$$

$$H_e = \frac{U_1.Cu_1}{g} \qquad 9{,}6 = \frac{U_1.U_1}{9{,}81} \qquad U_1 = 9{,}70 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \text{arctg}\frac{2{,}30}{9{,}70} = 13{,}34^{o}$$

b) U_1 = 2.U_2 . Por tanto:U_2 = 4,85 m/s



$$\beta_2 = \text{arctg}\frac{2{,}30}{4{,}85} = 25{,}37^{o}$$

c) $\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$ $\qquad$ D_1= 2 . D_2

$U_1 = \dfrac{N.D_1.\pi}{60}$ 9,70 . 60 = 300 . D_1 .$\square$ $\qquad$ D_1 = 0,618 m.

$U_2 = \dfrac{N.D_2.\pi}{60}$ 0,49 . 60 = 300 . D_2 . $\square$ $\qquad$ D_2 = 0,309 m.

$$Q_u = Cm_1.D_1.b_2.\pi.\varepsilon = \text{Cm}_2 . \text{D}_2 . \text{b}_2 . \pi . \varepsilon$$

0,28 = 2,30 . 0,618 . b_1 .$\square$. 0,9 $\qquad$ b_1= 0,0697 m= 69,7 mm

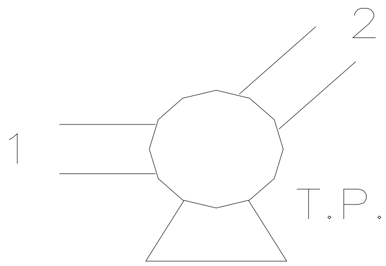
0,28 = 2,30 . 0,309 . b_2 .$\square$. 0,9 $\qquad$ b_2 = 0,1394 m = 139,4 mm

9.7. Un manómetro colocado a la salida de la turbobomba marca 438 kPa; el líquido circulante tiene una densidad relativa s = 0,95 y la altura manométrica de la turbobomba es 48 mcl; la diferencia de cotas entre el manómetro y vacuómetro es de 0,5 m a favor del primero. Determinar la magnitud que marcará el vacuómetro colocado a la entrada de la turbobomba expresada en Torr (mmcHg).

Resolución.

10^5 Pa = 1 bar = 10.2 mca

438 kPa = $\dfrac{44.676 mca}{0.95} = 47 mcl$



Aplicando la ecuación de Bernoulli:

$$B_1 + H_m = B_2$$

$$\left(Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g}\right) + H_m = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Las velocidades son iguales: $V_1 = V_2$

tanto:

$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_2}{\gamma} + (Z_2 - Z_1) - H_m = 47 + 0.5 - 48 = -0.5$$

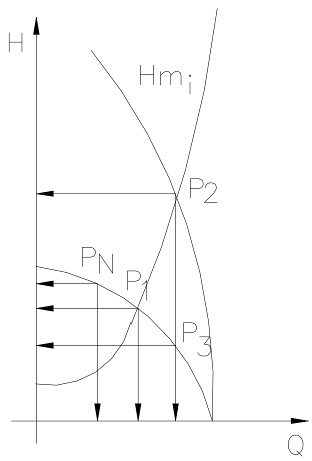
mcl

1 Torr = 1 mmcHg

- 0.5 mcl = (- 0.5) * 0.95 = 0.475 mca =-34.9 mmHg =-34.9 Torr

9.8. Una turbobomba funcionando en una determinada instalación proporciona 25 l/s a 45 mcl de altura manométrica; su placa indica Q = 20 l/s; H = 48 m; N = 1450 rpm. A continuación se instala una turbobomba igual a la anterior y en serie con ella proporcionando en la misma instalación 37 l/s a 56 mcl de altura manométrica.

Se pide calcular las expresiones analíticas de las curvas características de la instalación y de la turbobomba.



Resolución:

P.N. (48 m, 20 l/s)
P_1 (45 m, 25 l/s)
P_2 (56 m, 37 l/s)

$$\left.\begin{array}{l} H_m = \Delta Z + KQ^2 \\ 56 = \Delta Z + K37^2 \\ 45 = \Delta Z + K25^2 \end{array}\right\} \Rightarrow 11 = K744 \quad K = 0{,}0148 \quad \Delta Z = 35{,}8\ m$$

$$H_{m(i)} = 35.8 + 0.0148Q^2$$

Para obtener la ecuación de la bomba son necesarios 3 puntos:

P.N. (48 m, 20 l/s)
P_1 (45 m, 25 l/s)

El punto P_3 tiene el mismo caudal que P_2, pero la mitad de altura, porque están serie.

P_3 (28 m, 37 l/s)

$$H_{m\,(tb)} = A - BQ - CQ^2$$

$$48 = A - B20 - C20^2 \quad \rightarrow \quad A = 48 + 20B + 400C$$

$$45 = A - B25 - C25^2 \quad \rightarrow \quad 45 = 48 - 5B - 225C$$

$$28 = A - B37 - C37^2 \quad \rightarrow \quad 5B = 3 - 225C$$

$$B = \frac{3}{5} - 45C$$

$$28 = 48 - 17B - 969C \quad \rightarrow \quad 969C = 20 - 17B \quad \rightarrow \quad 969C = 20 - \frac{17x3}{5} + 45.17C$$

$$969C = 20 - 10{,}2 + 765C \qquad C = \frac{9.8}{204} = 0{,}048$$

$$B = -1.56 \qquad A = 36$$

$$H_{m\,(tb)} = 36 + 1{,}56Q - 0.048Q^2$$

9.9. Se tiene una turbobomba definida así; $H_b = 18\text{-}0{,}5.Q^2$ (mca, l/s) y $\eta = \frac{Q}{2}\left[1 - \frac{Q}{6}\right]$ (tanto por uno, l/s). Trabaja en una instalación definida por $H_i = 8+0{,}125.Q^2$ (mca, l/s) con los depósitos inferior y superior abiertos a la atmósfera y trabajando con agua. La velocidad de giro de la bomba es de 1450 rpm. Se pide:

- **a)** Calcular la pérdida de carga adicional en la impulsión para que la bomba trabaje en el punto nominal; costo anual de estas pérdidas si trabaja 2000 horas y el precio del kWh es de 20 pta.
- **b)** Punto de funcionamiento (H, Q, Potencia absorbida y η) si se tornea el rodete un 3 %.
- **c)** Calcular la velocidad de giro necesaria en la bomba para que trabaje en el punto nominal.

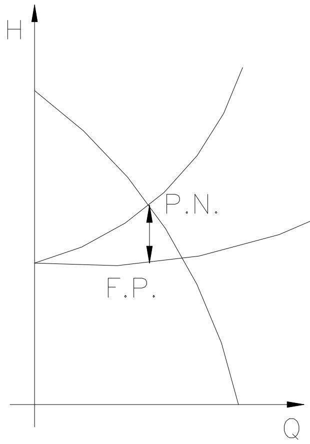
Resolución.

a) $H_p = 18 - 0.5Q^2$

$Q=0; \quad H_m=18 \text{ m}$
$H_m=0; \; Q=6 \text{ l/s}$

$$\frac{d\eta}{dQ}=\frac{Q}{2}-\frac{Q^2}{12} \qquad \eta=0.5-\frac{Q}{6} \qquad \eta=0;\ 0=0.5-\frac{Q}{6}$$

Punto nominal (3 l/s, 13.5 m)



$$\left.\begin{array}{l} H_i = \Delta h_f + 8 + 0{,}125\ .Q^2 \\ Hp = 18 - 0{,}5\ .Q^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta h_f + 8 + 0{,}125\ .3^2 = 18 - 0{,}5\ .3^2 \\ \Delta h_f + 9{,}125 = 13{,}5 \\ \Delta h_f = 4{,}375 \quad mca \end{array}\right.$$

Potencia perdida de la bomba:

Pot=9800.0,003.4,375=128,6 W= 0,1286 kW

El costo anual que tendrá esta pérdida en la bomba será:

20pta./kWh.2000 h = 40000pta/kW .0,1286 kW=5145 pta/año

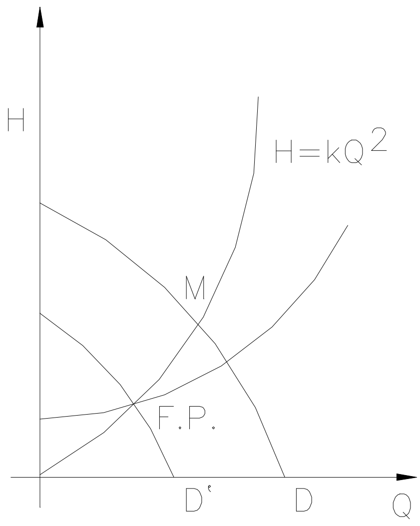
b) Torneando el rodete un 3 %: $D' = 0.97D$

El punto de funcionamiento se consigue gracias a la parábola de iguales rendimientos que pasa por el origen.

Aplicando las expresiones de Homología:

$$\frac{H}{H'}=\left(\frac{Q}{Q'}\right)^2=\left(\frac{D}{D'}\right)^2 \qquad H'=H\left(\frac{D}{D'}\right)^2=H\left(\frac{0.97D}{D}\right)^2=0.97^2 H$$

$$Q'=Qx\frac{D'}{D}=0.97Q \qquad \frac{H'}{0.97^2}=18-0.5\left(\frac{Q'}{0.97}\right)^2$$



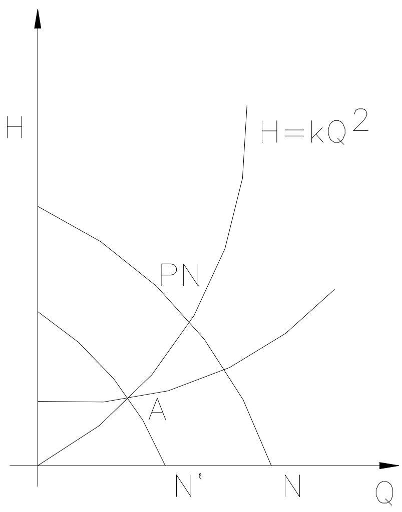
$$\left.\begin{array}{l} Hp' = 18.0{,}97^2 \\ H_i = 8 + 0{,}125.Q^2 \end{array}\right\} \Rightarrow 18.0{,}97^2 - 0{,}5.Q^2 = 8 + 0{,}15.Q^2 \Rightarrow 16{,}94 - 8 = 0{,}625.Q^2$$

Punto de funcionamiento (Q'=3.78 l/s, H'= 9.79 m)

<u>*Potencia absorbida:*</u> Los puntos de igual rendimiento están en una parábola que pasan por el origen.

$$H = KQ^2 \qquad 9{,}79 = K.3{,}78^2 \quad K = \frac{9{,}79}{3{,}78^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} H = \dfrac{9{,}79}{3{,}78^2} Q^2 \\ H = 18 - 0{,}5.Q^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{9{,}79}{3{,}78^2} Q^2 = 18 - 0{,}5.Q^2 \rightarrow 1{,}18.Q^2$$



$$\eta_M = \frac{Q}{2}\left[1 - \frac{Q}{6}\right] = 0{,}6830$$

$$\text{Pa} = \frac{\gamma Q H m}{\eta} = \frac{9800.3{,}78.10^{-3}.9{,}78}{0{,}6830} = 531 \text{ W}$$

c) Cálculo de la velocidad nueva de giro para que trabaje en el punto nominal.

P.N (3 l/s, 13.5 m)

$$H=KQ^2 \quad \rightarrow \quad 13.5=K9$$

$$K=1.5$$

$$\left.\begin{array}{l} H = 1{,}5.Q^2 \\ H = 8 + 0{,}125.Q^2 \end{array}\right\} \Rightarrow 8 + 0{,}125.Q^2 = 1{,}5.Q^2 . Q_A = 2{,}41\ l/s \rightarrow H_A = 8{,}73\ m$$

Aplicando las expresiones de Homología:

$$\frac{H}{H'} = \frac{N^2}{N'^2} \qquad \frac{13.5}{8.73} = \frac{1450^2}{N'^2} \qquad N=1166 \text{ rpm}$$

9.10. Se tiene una bomba cuya curva característica viene expresada analíticamente por H_b = 40-0,004.Q^2 (m, m^3/h); que trabaja en una instalación definida por H_i = 24+0,002.Q^2 (m, m^3/h).

Si en la bomba e instalación mencionadas la pérdida de carga en la aspiración vale 0,0004 m/(m^3/h)^2, se desea saber la cota en que debe posicionarse el eje de la bomba.

Datos: - Cota de la lámina superior del depósito de aspiración abierto a la atmósfera.

- Presión de vapor = 1,6 mca.
- $NPSH_{req}$ = 2,5 mca; NPSH de seguridad = 1,5 mca.

Resolución:

Curvas características de la instalación y de la bomba:

$$H_{tb} = 40 - 0.004Q^2$$
$$H_i = 24 + 0.002Q^2$$
$$K = 0.0004m/\left(m^3/h\right)^2$$

Igualando las dos ecuaciones: $40 - 0.004Q^2 = 24 + 0.002Q^2$

$$Q = 51.64 \text{ m}^3\text{/h}$$

La expresión de la cavitación es:

$$NPSH_{requerido} + NPSH_{seguridad} = NPSH_{disponible}$$

Presión de vapor = 1.6 mcl

h_f (aspiración)= $0.0004Q^2$ =1.07 mcl

$$\frac{P_B}{\gamma} = \frac{Patm}{\gamma} = \left[10.33 - \frac{A}{900}\right] = 10.33 - \frac{760}{900} = 9.49\ mcl$$

$$NPSH_{requerido} = 2.5 \quad mcl$$
$$NPSH_{seguridad}. = 1.5 \quad mcl$$
$$NPSH_{disponible} = 4 \quad mcl$$

$$\frac{P_B - Ps}{\gamma} - \left(Z_D - Z_B + hf\right) = 4 \quad mcl$$

$$9.49 - 1.6 - \left(Z_D - 760 + 1.07\right) = 4 \quad mcl$$

Z_D= 762,8 m

Problemas a resolver por el alumno.

9.11. Se tiene una instalación de bombeo con el fin de elevar un caudal de 25 l/s de un líquido cuyo peso específico relativo es 0,86 y 2 º Engler de viscosidad desde un depósito abierto a la atmósfera, con su lámina superior en la cota 800 m, hasta un depósito abierto en la cota 876 m. Se pide:

- Calcular la cota donde deberá ubicarse el eje de la bomba.

Datos: Factor de pérdidas en la impulsión = 0,004 $m/(m^3/h)^2$; Factor de pérdidas en la aspiración = 0,0004 $m/(m^3/h)^2$; Carga de seguridad = 1 mca; Presión de vapor = 0,9 mcl; $NPSH_{req}$ = 2,5 mca.

r) 802,8 m.

9.12. Una turbina de reacción radial de flujo centrípeto tiene un rodete de 0,5 m de diámetro y 75 mm de ancho a la entrada. El diámetro interior es 0,35 m. el área efectiva del flujo es del 93 % del área bruta y la velocidad de gasto es constante. El ángulo de los álabes del distribuidor es 23 º, el ángulo de los álabes del rodete a la entrada es 87 º, y a la salida 30 º.

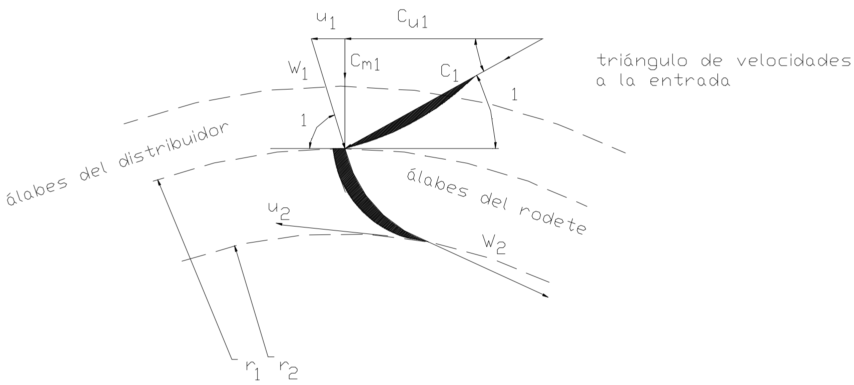


Figura 9.12.

Calcular la velocidad (rpm), si el agua entra sin choques, y la potencia real cuando el salto neto es 60 m.

Suponer unas pérdidas de fricción hidraúlicas del 10 % y un rendimiento mecánico del 94 %.

r) 882 rpm; 522 kW.

9.13. Una bomba de tipo radial en que no se considera ningún tipo de pérdidas tiene las siguientes dimensiones: D_1 = 70 mm; D_2 = 290 mm; $b_1 = b_2$ = 45 mm; β_1 = 40 º y β_2 = 60 º. Como trabaja en el punto nominal la entrada del agua en los álabes es radial, algo bastante ordinario en este tipo de bombas. La bomba gira a 600 rpm. Calcular si no se tiene en cuenta el estrechamiento del flujo producido por el espesor de los álabes:

a) Caudal.
b) Altura proporcionada por la bomba.
c) Par transmitido por el rodete al fluido.
d) Potencia de accionamiento.

r) 18,26 l/s; 8,23 m; 23,44 mN; 1473 W.

9.14. Una bomba radial está diseñada para girar a 1450 rpm y para que la entrada en los álabes del rodete sea totalmente radial. El caudal en el punto de rendimiento óptimo es de 45 l/s. De la bomba se conoce que la relación de diámetros de salida y entrada de los álabes es $D_2/D_1 = 2$ siendo el $D_2 = 290$ mm. El ancho a la salida del rodete es $b_2 = 20$ mm. El ángulo de los álabes a la salida $\beta_2 = 45$ º. Para el punto de máximo rendimiento se conocen todos los rendimientos: $\eta_{hidraúlico} = 82$ %; $\eta_{volumétrico} = 92$ %; $\eta_{mecánico} = 84$ %; Eficacia del álabe = 0,80.

La bomba se ha diseñado para que la componente radial de la velocidad absoluta sea constante a la entrada y a la salida de los álabes. Si se desprecia el espesor de los álabes, calcular:

a) ángulo de entrada en los álabes, velocidades u_1 y c_2, y el ángulo de los álabes a la entrada de la corona directriz o sistema difusor de que está provista la bomba;
b) altura de Euler, interna, manométrica y altura absorbida;
c) potencia interna de la bomba;
d) potencia de accionamiento de la bomba.

r) 13,7 º; 11 m/s; 19,5 m/s; 7,90 º; 43,37 m; 34,7 m; 28,45 m; 41,31 m; 16,63 kW; 19,80 kW.

9.15. Una bomba radial tiene las siguientes características: $D_1 = 145$ mm; $D_2 = 445$ mm; $b_1 = 40$ mm; $b_2 = 25$ mm; $\beta_1 = 15$ º y $\beta_2 = 35$ º. N= 1450 rpm. Perdidas por imperfecciones en el guiado despreciables. El agua entra en los álabes sin componente periférica o tangencial. Se conocen los rendimientos: $\eta_{hidraúlico} = 86$ %; $\eta_{volumétrico} = 100$ %; $\eta_{total} = 80$ %.

Calcular:

a) Altura teórica o de Euler.
b) Potencia manométrica comunicada al fluido.
c) Pérdidas mecánicas y Potencia orgánica perdida en la bomba.

r) 108,9 m; 49,34 kW; 8,2 mca; 4,30 kW.

9.16. Se dispone de una turbina que con un caudal 8,5 m^3/s, produce 12000 kW con un rendimiento del 90 %.

a) Si dicha turbina se coloca en un salto de 155 m, se desea saber cuánto valdrá el caudal y la potencia en un punto homólogo al primero.
b) ¿Con qué escala deberá construirse una nueva turbina, con relación a la anterior para que el caudal en el punto homólogo a los anteriores sea de 8,5 m^3/s, manteniendo el salto de 155 m?.

r) 8,36 m^3/s, 11435 kW; 1,008 = λ.

9.17. Una bomba necesita 90 kW para engendrar una altura de 60 m, se pide:

a) ¿en qué tanto por ciento se debería incrementar la velocidad de giro para que engendre una altura de 82 m?.

b) ¿Qué potencia necesitaría?.

r) 16,9 %; 143,8 kW.

9.18. Un chorro de agua de 12 kg/s incide sobre una serie de álabes que se mueven a velocidad constante u. La velocidad absoluta a la entrada de la turbina es de c_1 = 10 m/s y su dirección forma un ángulo de 45 º con el movimiento de los álabes; la velocidad absoluta a la salida es de c_2 = 2 m/s y se desea que su dirección sea perpendicular a la velocidad de arrastre u. Se pide calcular:

a) Dibujar el volumen de control de un álabe representando claramente el movimiento absoluto y relativo del álabe.

b) Justificar que el módulo de la velocidad relativa permanece constante y determinar la velocidad u.

c) Módulo de velocidad relativa w.

d) Angulos de la velocidad relativa a la entrada β_1 y salida β_2 del rodete.

e) Fuerza de empuje que ejerce el chorro sobre los álabes en dirección del movimiento de estos.

f) Potencia aportada al rodete.

g) Rendimiento de la turbina.

r) 6,79 m/s; 7,08 m/s; 92,29 º; 16,42 º; 84,85 N; 576 W; 96 %.

9.19. Un chorro de agua de 20 kg/s de flujo másico y 25 m/s de velocidad absoluta incide sobre una serie de álabes en movimientoa 12 m/s de velocidad de arrastre. La velocidad absoluta a la entrada forma un ángulo de 25 º con el arrastre. Determinar:

a) Angulo β_1 para que el chorro no choque con el álabe, es decir incida tangencialmente en el álabe.

b) Si el ángulo β_2 es de 30 º, calcular la fuerza en dirección del movimiento y la potencia desarrollada por la turbina de acción.

r) 135,25 º; 473,2 N; 5,68 kW.

9.20. Una turbina Pelton es alimentada con agua bajo un salto neto de 35 m y un caudal de 40 m^3/min. Los álabes deflectan el chorro un ángulo de 160 º siendo la velocidad de los álabes de 13 m/s. Calcular la potencia efectiva o útil de la máquina si las pérdidas en el inyector son despreciables y las velocidades relativas w_1 y w_2 son iguales.

r) 221,8 kW.

9.21. Una turbina de reacción en la que se desprecian las pérdidas tiene las siguientes características: N = 375 rpm; β_1 = 90 º; α_1 = 9 º; las componentes de gasto c_{m1} y c_{m2} son iguales y valen 1,9 m/s. El diámetro a la salida es la mitad del diámetro a la entrada y la anchura del rodete a la entrada es de 100 mm. El agua sale del rodete sin componente periférica. Calcular:

a) Salto neto.
b) β_2.
c) Los diámetros de entrada y salida.
d) Caudal y potencia desarrollada por el rodete.

r) 14,68 m; 17,6 º; 611,2 mm; 305,6 mm; 365 l/s; 52,47 kW.

9.22. Una turbina de reacción en la que se desprecian las pérdidas mecánicas y volumétricas trabaja con un caudal de 1058 l/s, bajo un salto de 21 m, girando a 375 rpm con un rendimiento hidraúlico del 86 %. El diámetro del rodete a la entrada es de 0,5 m y a la salida de 0,75 m, el ancho b es el mismo a la entrada y salida del rodete; la turbina trabaja en el punto nominal y el ángulo de los álabes a la salida es β_2 = 12 º.

a) Potencia útil o efectiva de la turbina y Número de Camerer.
b) Angulos α_1 y β_1.

r) 185,08 kW; 132,4 rpm; 14,8 º; 149,5 º.

9.23. Si el manómetro a la salida de una bomba marca 294000 Pa, el vacuómetro a la entrada 40 cm de Hg sobre el vacío, y la diferencia de cotas entre ambos es de 50 cm a favor del primero, calcular la altura manométrica engendrada por la bomba si eleva un líquido cuyo peso específico relativo es 2.

r) 18,2 mcl.

9.24. Las ecuaciones de las curvas características de una bomba cuando gira a 1450 rpm son:

$$H=32 - 300\,Q^2 \text{ (m, m}^3\text{/s)}$$

$\eta = 10\,Q - 38\,Q^2$ (tanto por uno, m^3/s)

Calcular la velocidad a la que tendría que girar la bomba para que suministre un caudal de agua de 280 l/s y una altura de 95 m. ¿Cuál será la potencia absorbida por la bomba?.

r) 2791 rpm; 400,7 kW.

9.25. Se dispone de una bomba cuya placa marca 16 l/s a 42 m de altura manométrica; en una determinada instalación proporciona 18 l/s a 38 m de los cuales 30 son de altura geométrica. Calcular:

a) Curva característica de la bomba $H = A\text{-}BQ^2$.

b) ¿En que tanto por ciento habrá de tornearse el rodete para que la bomba solo dé 16 l/s?.
c) ¿En que tanto por ciento habrá de disminuirse la velocidad de giro del rodete para que la bomba solo de 16 l/s?.
d) Si se cierra la válvula de impulsión, ¿cuál será el calor producido por segundo en su estrangulamiento para conseguir los 16 l/s?.

r) H = 57,1-0,059.Q^2; 5,1 %; 5,1 %; 890 W.

9.26. Se tiene dos turbobombas gemelas cuya curva característica (altura manométrica-caudal) viene definida por la expresión H = 40-0,016.Q^2 (mca, l/s). Estas bombas pueden trabajar en serie y paralelo. Se desea conocer el factor de paso que habrá de tener la instalación cuya diferencia de cotas piezométricas sea de 20 mca para que el caudal proporcionado en ambas formas sea equivalente. El factor de paso solicitado se expresará en $m/(l/s)^2$.

r) 0,010 $m/(l/s)^2$.

9.27. Si la presión manométrica de la cota superior del depósito presurizado de aspiración (B) es de 49 kPa, la cota de este punto B es 1800 m, la tensión de vapor máxima es de 4 mca, el NPSH requerido de la bomba es 3,8 mca y se desea un NPSH de seguridad de 1,5 mca, calcular la cota del eje de la bomba si el líquido elevado tiene una densidad relativa de s = 0,9 y la pérdida de carga en aspiración vale 0,7 mcl (s = 0,9).

r) 1803,8 m.

9.28. Una turbina Pelton trabaja bajo una altura neta de 240 m; la velocidad absoluta del chorro a la entrada del rodete es: $c_1 = 0{,}98\sqrt{2gH_n}$. El diámetro del chorro es de 150 mm y el del rodete de 1800 mm; α_1 = 0 º; β_2 = 15 º; $w_2 = 0{,}70\ w_1$; $u_1 = 0{,}45\ c_1$. Calcular:
a) La fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas.
b) La potencia efectiva transmitida por el agua al rodete.
c) El rendimiento hidráulico de la turbina.
d) Si el rendimiento mecánico es 0,97 calcular el rendimiento total de la turbina.

r) 73598 N; 2226 kW; 79,7 %; 77,3 %.

TEMA 10

Instalaciones de Bombeo Simple

Introducción

El presente capítulo se ha dedicado a instalaciones de bombeo simple. Una vez superado el cálculo de pérdidas de carga en tuberías, es conveniente trabajar con las curvas características reales de las bombas para seleccionarlas y determinar gráficamente el punto de funcionamiento de la instalación con la bomba seleccionada , tal y como se realiza en la práctica.

Se presentan cuatro problemas resueltos, tratando de abarcar los tipos de instalaciones simples que nos podemos encontrar, incluyendo una instalación de sobrepresión. Asimismo, se ha tratado de ver las formas de modificar el punto de funcionamiento de la instalación a base de modificar la curva característica de la instalación propiamente dicha.

Se ha terminado con un pequeño ejercicio dedicado al cálculo de la cota máxima del eje de la bomba para que no se produzcan problemas de cavitación.

Como nomenclatura reducida se ha utilizado la siguiente:

Cci: curva característica de la instalación.

Ccb: curva característica de la bomba.

$\mathbf{H_{mi}}$ = altura manométrica de la instalación.

$\mathbf{H_{mb}}$ = altura manométrica de la bomba.

Colección de Problemas resueltos

10.1. Se tiene una instalación indicada en figura adjunta, que incluye una bomba para trasvasar un líquido de s = 1,2 del depósito A al B. Despreciando las pérdidas menores, se pide:

a) Expresión analítica y representación gráfica de la cc de la instalación.

b) Teniendo en cuenta que la cc de la bomba responde a los datos de la tabla que se adjunta, calcular el punto de funcionamiento de la instalación H, Q y η.

c) Potencia absorbida por la bomba en el punto de funcionamiento.

d) Si por determinadas circunstancias se decide presurizar el depósito B a una presión manométrica de 0,5 kg/cm^2, ¿cuál será el nuevo punto de funcionamiento?. ¿Por qué?.

e) ¿Cuál sería la presión límite en el depósito B para la cual dejaría de circular líquido por la tubería?. ¿Por qué?.

Datos: D_1 = 200 mm; L_1 = 200 m; D_2 = 150 mm; L_2 = 500 m.
Tubería de fibrocemento.

Q(l/s)	H(m)	(%)
0	38	0
5	38	26
10	38	45
15	38	58
20	38	67
25	37	74
30	36	77
35	34	78
40	32	77
45	30	75
50	26	68
55	20	80
60	13	30
65	0	0

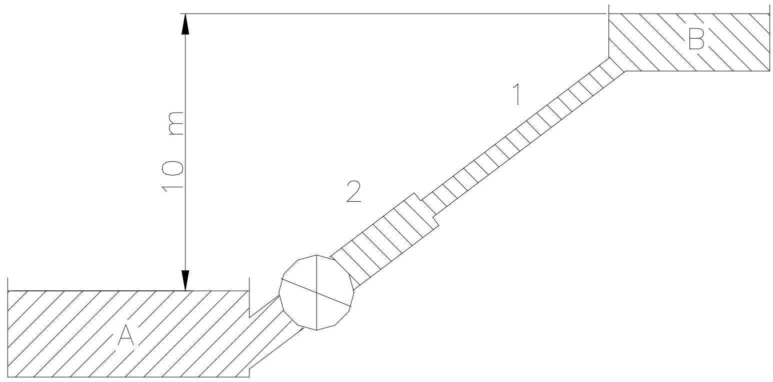


Figura 10.1.

Resolución

Se aplica Bernoulli entre el depósito A y B.

$$B_A - hf_{AB} + H_{mi} = B_B$$

$$H_{mi} = 10 + hf_{AB}$$

Utilizando el método de Hazen-Williams**.**

$$hf_{AB} = hf_1 + hf_2 = J_1.L_1.Q^{1,852} + J'_1.L_2.Q^{1,852}$$

Previamente se calcula las pérdida de carga unitarias, J_1, J'_1.
ε = 0,01 cm (Cuadro de rugosidades).

$$D_1 = 200\ mm \rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}01}{20} = 0{,}0005 = 5.10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 130$$

$$J_1 = 9{,}17.10^{-6}$$

$$D_2 = 150\ mm \rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}01}{15} = 0{,}00066 = 6{,}6.10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 130$$

$$J'_1 = 3{,}72.10^{-5}$$

$$hf_{AB} = \left(9{,}17.10^{-6}.200 + 3{,}72.10^{-5}.500\right).Q_{\left(l/s\right)}^{1,852} = 0{,}020434.Q^{1,852}$$

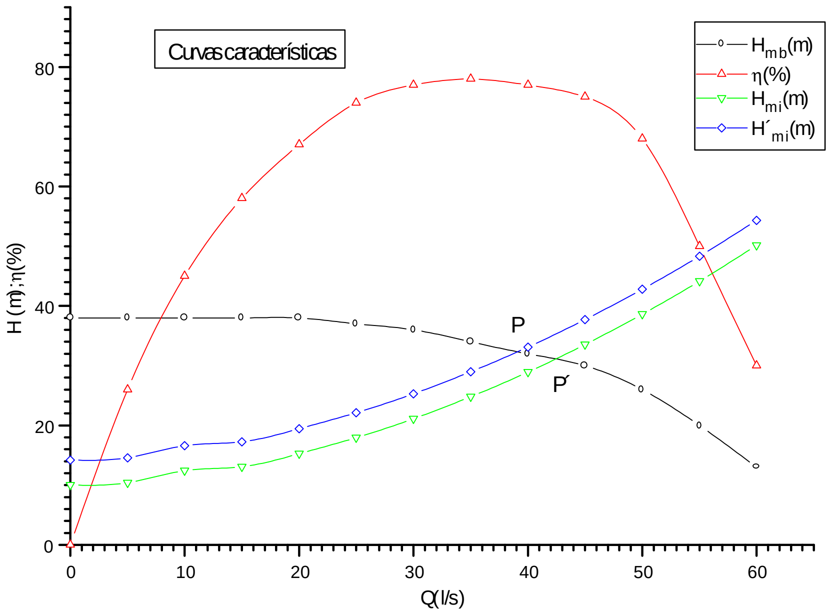
H_{mi} = 10 + 0,020434 . $Q^{1,852}$; *Cc instalación*

H_{mi} = altura de la instalación en mc líquido.
Q = Caudal circulante en l/s.

Para representar la cci hay que dar valores:

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
H_{mi} (m)	10	10,4	12,45	13,08	15,25	17,93	21,12	24,8	28,94	33,56	38,63	44,16	50,13

Estos valores se llevan a un papel milimetrado o cuadriculado y se dibuja la cci, se hace lo mismo con los puntos de la bomba y el punto de corte de las dos curvas. Nos da el punto de funcionamiento de la instalación de bombeo.

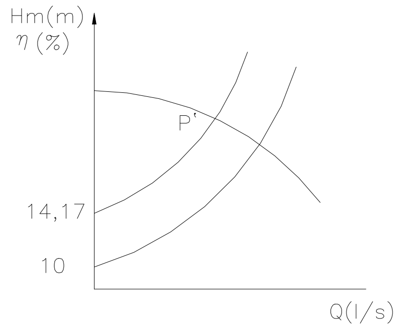


b) Punto de funcionamiento, P es;

H_m = 31 m
Q = 42,5 l/s
η= 76 %

c) $\textit{Potencia absorbida} = \dfrac{\gamma Q H}{\eta} = \dfrac{1{,}2.9800.42.5.10^{-3}.31}{0{,}76.1000} = 20{,}39\ kW$

d) Si se presuriza el depósito B a 0,5 kg/cm². Varía la ordenada en el origen de la cc de la instalación.



$$\frac{P_B}{\gamma} = \frac{0{,}5.10}{1{,}2} mcl = 4{,}17\ mcl$$

$$H_{mi} = 10 + 4{,}17 + 0{,}020434.Q^{1{,}852}$$
$$H_{mi} = 14{,}17 + 0{,}020434.Q^{1{,}852}$$

La cci se desplaza hacía arriba paralelamente 4,17 mcl, es decir para cada caudal la altura anterior se incrementa en 4,17 mcl.

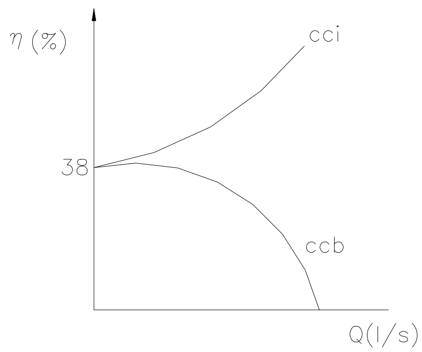
El nuevo punto de funcionamiento, P´ (gráfica anterior)es:

Q = 39 l/s

H_m = 32,4 m

η = 77,2 %

e) En el caso de que la cci y la ccb no se corten, es decir no exista un punto de intersección, no podrá circular líquido por la tubería ya que no se le aporta la energía necesaria.



Para ello la cci tendrá que desplazarse hacía arriba, paralelamente a si misma, es decir incrementar la presión en el depósito superior.

La mínima ordenada en el origen, viene definida por la ordenada en el origen de la bomba: 38 mcl; como en la instalación Δz = 10m:

$$\frac{P_B}{\gamma} \geq 38 - 10 = 28 \quad mcl$$

$\mathbf{P_B}$ = 28.1,2.9800 = **330 kPa**

10.2. Se quiere diseñar una fuente formada por un solo chorro de altura variable, vertical. La salida del chorro se sitúa 3 m por encima de la lámina de agua del depósito despresurizado de alimentación A.

Se proyecta una instalación de bombeo que suministra el caudal necesario a la fuente, formada por una tubería de hierro galvanizado de 175 mm de diámetro y una longitud equivalente total de 75 m. La boquilla de salida del chorro de 80 mm de diámetro tiene un factor de paso de 0,8 con la energía cinética de salida. Se pide:

a) Dibujar el esquema de la instalación y calcular la expresión analítica de la curva característica de dicha instalación.

b) Seleccionar la bomba más adecuada para que la altura del chorro sea como mínimo de 8 m.

c) Calcular el punto de funcionamiento (Q, H), el rendimiento de la bomba η, la potencia absorbida y el costo por m^3 si el precio del kWh es de 15 pts.

d) Si queremos que en intervalos determinados la altura del chorro disminuya a 5 m, hallar la pérdida de carga que habrá que introducir mediante una válvula de regulación de caudal.

Escala: 1 cm = 10 l/s, 2 m.

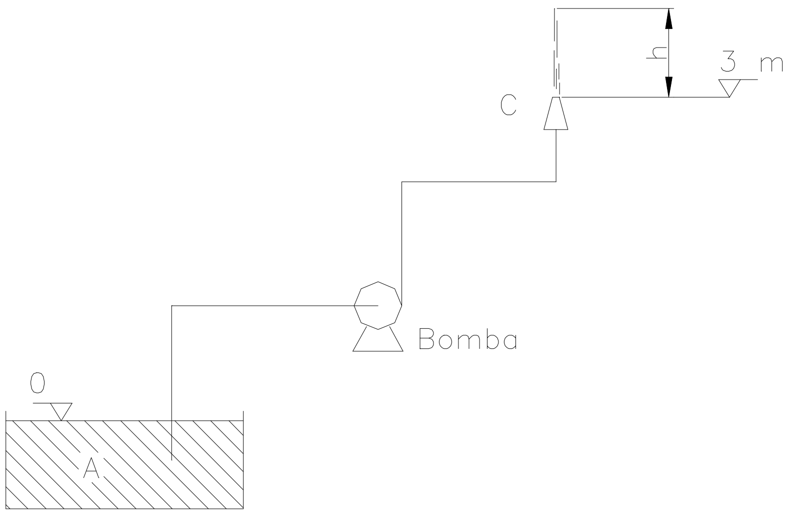


Figura 10.2.

Resolución

Para calcular la expresión analítica de la cci, aplicamos Bernoulli entre el depósito de alimentación A y la salida de la boquilla C:

$$B_A - hf_{tubería} + Hm_i - hf_c = B_c = z_c + \frac{V_c^{\ 2}}{2g}$$

$$Hm_i = 3 + \frac{V_c^{\ 2}}{2g} + 0{,}8.\frac{V_c^{\ 2}}{2g} + hf_{tubería} = 3 + 1{,}8.\frac{V_c^{\ 2}}{2g} + hf_{tubería}$$

Utilizando Hazen-Williams, para calcular las pérdidas de carga en la tubería:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}015}{17{,}5} = 8{,}57.10^{-4} \rightarrow C_{HW} = 130 \Rightarrow J_1 = 1{,}76.10^{-5}$$

$$hf_{tubería} = 1{,}76.10^{-5}.75.Q^{1{,}852} = 1{,}32.10^{-3}.Q_{\left(l/s\right)}^{\ 1{,}852}$$

La velocidad en boquilla V_c; hay que expresarla en función del caudal en litros/segundo.

$$V_c = \frac{Q.10^{-3}}{\pi.\left(\frac{0{,}08^2}{4}\right)} = 0{,}1989.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}$$

$$\frac{V_c^{\ 2}}{2g} = 2{,}0193.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2}$$

Sustituyendo los valores en la expresión.

$$Hm_i = 3 + 3{,}634.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2} + 1{,}32.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 1{,}852}$$

b) Hay que seleccionar la bomba para que la altura del chorro sea como mínimo 8 m.

$$h \geq 8 \text{ m}$$

$$\text{Como: } h = \frac{V_c^{\ 2}}{2g} = 2{,}0193.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2}$$

Por tanto Q ≥ 62, 94 l/s dando valores para dibujar la cci.

Q(l/s)	0	20	30	40	50	60	62.94	70	80	90
Hmi(m)	3	4.8	7	10	13.93	18.7	20.23	24.26	30.7	37.9

Punto solicitado:

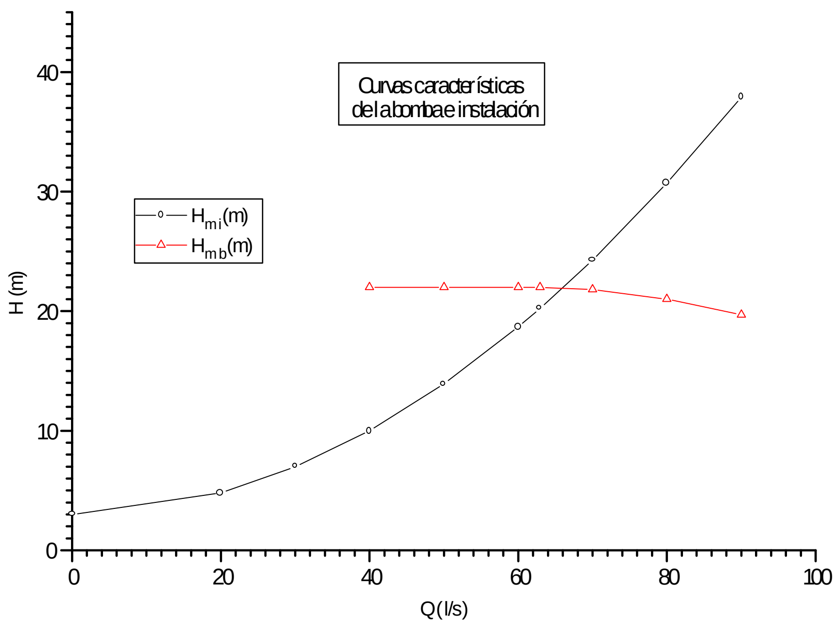
$$Q = 62{,}94\ \frac{l}{s} = 226{,}6\ \frac{m^3}{h} \Rightarrow$$

$$H_{mB} \geq 20{,}23\ m$$

mirando en las curvas de las bombas aportadas 150-250bF: 1400 rpm, la bomba a instalar es la de diámetro de rodete 256 mm.

c) Se toman puntos de la cc. de esta bomba para dibujarla sobre la cc de la instalación y determinar el punto de funcionamiento.

Q(l/s)	40	50	60	70	80	90
H(m)	22	22	22	21,8	21	19,7



Punto de funcionamiento, P:

Q = 66 l/s

H = 21,8 m

η = 79 %

$$P_{ab} = \frac{66.10^{-3}.21{,}8.9800}{0{,}79.10^{3}} = 17{,}85\ kW$$

P_{ab} = 17,85 kW

$$\text{Costo: } \frac{17{,}85\ kW}{(66.3{,}6)\frac{m^3}{h}}.15\frac{pta}{kWh} = 1{,}13\frac{pta}{m^3}$$

Costo = 1,13 pta/m^3

d) La altura del chorro en el punto de funcionamiento será:

$$h = 2{,}0193.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{2} = 2{,}0193.10^{-3}.66^2 = 8{,}8\ m$$

Si a intervalos se quiere que h = 5 m, habrá que disminuir el caudal**.**

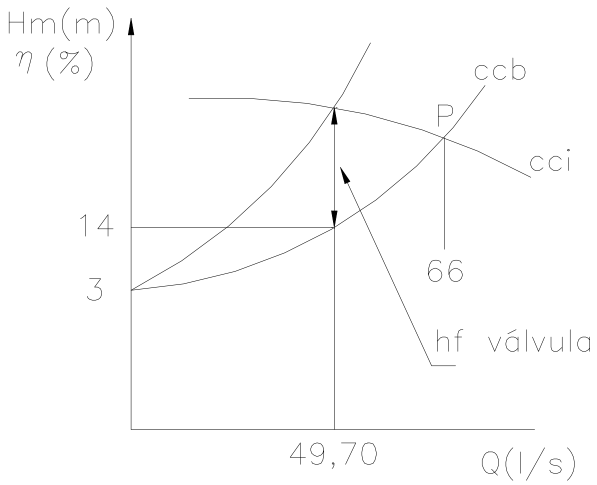
$$h = 5 = 2{,}0193.10^{-3}.Q^2 \Rightarrow Q = 49{,}76\frac{l}{s}$$

Mirando en la ccb, para este caudal la bomba aporta:

H_B = 22 m

Pero la altura de la instalación mirando en la gráfica es**:**

Hm_i = 14 mca



Analíticamente Hm_i = 13,83 mca

La diferencia de altura entre la bomba y la instalación para dicho caudal se introduce en pérdida de carga en una válvula.

$hf_{valvula}$ = 22-13,83 = **8,17 mca**

con ello varía la pendiente de cci, se cierra esta en abanico.

10.3. Se tiene una instalación compuesta, formada por un depósito sobrepresor C que alimenta a dos servicios consistentes en un sistema de riego E, formado por 4 boquillas iguales en paralelo, y un depósito presurizado E, que sirve de regulador para alimentar otros servicios. Por otra parte, el depósito sobrepresor está alimentado por una instalación de bombeo, como se indica en la figura.

a) Calcular la P_e a que deberá estar sometido el depósito sobrepresor, para que el caudal que alimente el depósito E sea de 50 l/s.

b) Indicar (en las condiciones anteriores) el caudal circulante por la tubería (2) que alimenta a las boquillas y la velocidad de salida por cada boquilla.

c) Circunstancialmente se quiere incrementar el caudal que llega al depósito E a 65 l/s; indicar las formas de conseguirlo.

d) Suponiendo que la presión del depósito sobrepresor C es de 3,5 kg/cm^2 seleccionar la bomba necesaria para suministrar un caudal de 125 l/s, desde el depósito A a dicho sobrepresor C. Determinar el punto de funcionamiento (Q, H, η), la potencia absorbida y el costo del m^3 de agua bombeado, si el kWh cuesta 0,1 euro.

e) Con la bomba seleccionada instalada, indicar de que formas se puede conseguir el caudal exacto deseado de 125 l/s.

Datos: - Cotas: (A = 600 m; C = 620 m; D = 630 m; E = 625 m)

- Tuberías de acero comercial; D_1 = 300 mm; $D_0 = D_2 = D_3$ = 200 mm; L_1 = 300 m; $L_2 = L_3$ = 500 m; L_0 = 100 m.

- P_E = 2 kg/cm^2.

- Boquillas (4): D = 50 mm;

  Factor de paso de pérdidas de carga de la boquilla k = 0,3 con la energía cinética a la salida.

  Despreciar la pérdida de carga en el colector que reparte el flujo a las boquillas.

- Longitudes equivalentes de piezas especiales: Válvula de pié = 10 m; codo de 90 º = 5 m; Válvula Antirretorno =15 m; Válvula de Compuerta abierta = 2 m.

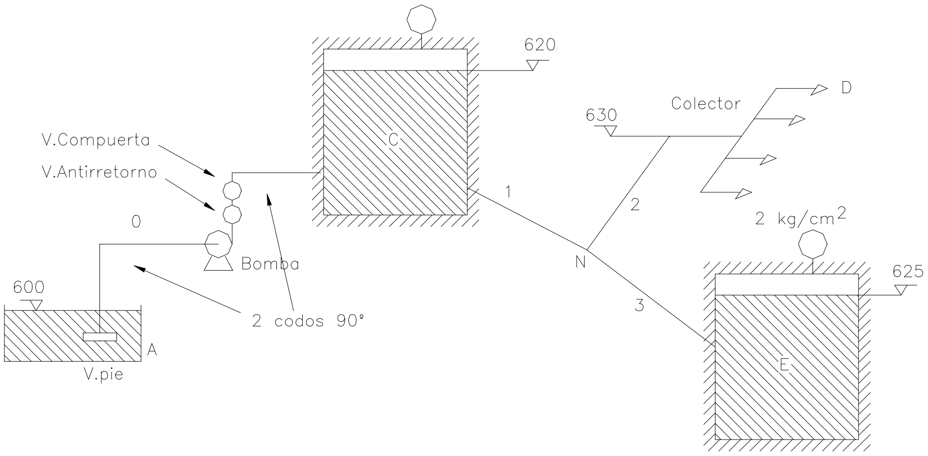


Figura 10.3.

Resolución

a) Se necesita: Q_3 = 50 l/s.

Aplicando Bernoulli entre el depósito sobrepresor y el nudo, y entre el nudo y cada rama:

$$B_c - hf_1 = B_N \Rightarrow z_c + \frac{P_c}{\gamma} - hf_1 = B_N \quad (1)$$

$$B_N - hf_3 = B_E = z_E + \frac{P_E}{\gamma} \qquad (2)$$

$$B_N - hf_2 - hf_{boquilla} = B_D = z_D + \frac{V_{boq}}{2g} \qquad (3)$$

Continuidad en el nudo: $Q_1 = Q_2 + Q_3$.

Tuberías de acero comercial: ε = 0,006 cm.

$$D_2 = D_3 = 200 \text{ mm} \rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}006}{20} = 0{,}0003 = 3.10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 130$$

$$J_1 = 9{,}17.10^{-6}$$

$$hf_3 = 9{,}17.10^{-6}.500.(50)^{1{,}852} = 6{,}4244\, mca$$

Sustituyendo en la ecuación (2):

$$B_N = 625 + 20 + hf_3 = 645 + 6{,}4244 = 651{,}4244\, mca$$

Sustituyendo en (3) se podrá conocer el caudal que circulará por **la tubería "2".**

$$B_N = 630 + \frac{V_{bf}^{\ 2}}{2g} + 0{,}3\frac{V_{bf}^{\ 2}}{2g} + hf_2 = 630 + 1{,}3\frac{V_{bf}^{\ 2}}{2g} + 9{,}17.10^{-6}.500.Q_2^{\ 1{,}852}$$

$$651{,}4244 = 630 + 1{,}3\frac{V_{bf}^{\ 2}}{2g} + 4{,}585.10^{-3}.Q_{2\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 1{,}852}$$

El caudal Q_2 se reparte entre las cuatro boquillas.

$$\Rightarrow V_b = \frac{\frac{Q_2.10^{-3}}{4}}{\pi.\left(\frac{0{,}05^2}{4}\right)} = 0{,}1273.Q_{2\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2}$$

$$\frac{V_b^{\ 2}}{2g} = 8{,}271.10^{-4}Q_{2\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2}$$

$$21{,}4244 = 1{,}075.10^{-3}Q_{2\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 2} + 4{,}585.10^{-3}.Q_{2\left(\frac{l}{s}\right)}^{\ 1{,}852}$$

Resolviendo la ecuación, utilizando el método de Newton-Rapsom u otro cualquiera:

Q_2 = 78,472 l/s

V_b = 9,9895 m/s ≈ 10 m/s

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 50 + 78{,}472 = 128{,}472\ \frac{l}{s}$$

Sustituyendo en la ecuación (1).

$$620 + \frac{P_C}{\gamma} - hf_1 = 651{,}4244$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 31{,}424 + hf_1$$

$$D_1 = 300\ mm; \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}006}{30} = 0{,}0002 = 2.10^{-4} \Rightarrow C_{HW} = 140$$

$$J_1 = 1{,}10.10^{-6}$$

$$\frac{P_C}{\gamma} = 31{,}4244 + 1{,}10.10^{-6}.300.(128{,}472)^{1{,}852} = 34{,}08\ mca$$

P_C = 3,408 kg/cm^2

c) Si se precisa Q_3 = 65 l/s.

$$B_N = 625 + 20 + 7{,}17.10^{-6}.500.(65)^{1{,}852} = 655{,}4437\ mca$$

se comprueba si puede verificarse esta expresión:

$$B_C - hf_1 = B_N\ ;\ B_C = 620 + 34{,}08 = 654{,}08\ mca.$$

como $B_C < B_N$, no se puede conseguir dicho caudal si no se incrementa la presión P_C.

d) P_C = 3,5 kg/cm², seleccionar la bomba para Q_0 = 125 l/s.

$$B_A - hf_O + Hm_i = B_C$$

$$600 - hf_O + Hm_i = 620 + 35 = 655$$

$$Hm_i = 55 + hf_0$$

$$D_0 = 200\ mm;\ J_1 = 9{,}17.10^{-6}\ \text{(Calculado en } \textbf{(a)}\text{)}$$

$$L_0 = L_{tub} + L_{piezas\ especiales}$$

Piezas especiales	*Longitud equivalente*
Válvula de pie	10 m
Codo 90 º	5 m
Válvula antirretorno	15 m
V. compuerta abierta	2 m

$$L_0 = 100 + 10 + 2.5 + 15 + 2 = 137\ m$$

$$hf_0 = 9{,}17.10^{-6}.137.Q^{1{,}852} = 1{,}2563.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{1{,}852}$$

$$Hm_i = 55 + 1{,}2563.10^{-3}.Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{1{,}852}$$

dando valores:

Q (l/s)	0	100	125	150	200
H (m)	55	61,35	64,6	68,46	77,9

Punto solicitado:

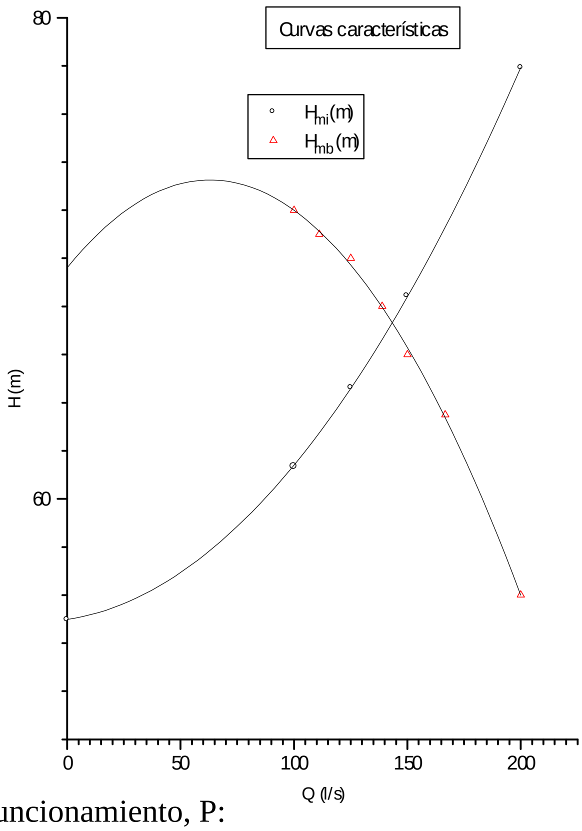
Q = 125 l/s = 450 m³/h → $H_{mb} \geq 64{,}6$ m.

C.C. bombas: de 200/330 a 250/300mb a 1450 rpm.- (Anexo 10)

Bomba elegida**: 200/500; N = 1450 rpm; D = 450 mm**

Puntos de la bomba:

Q (m^3/h)	360	400	450	500	540	600	720
Q (^{l}/s)	100	111,11	125	138,9	150	166,7	200
Hm_b (m)	72	71	70	68	66	63,5	56



Punto de funcionamiento, P:

Q = 144 l/s

H = 67,5 m

η = 80,4 %

$$P_{ab} = \frac{0{,}144.67{,}5.9800}{0{,}804.10^3} kW = 118{,}5\ kW$$

P_{ab} = 118,5 kW

$$Costo: \frac{118{,}5\ kW}{144.3{,}6\ \frac{m^3}{h}} .0{,}1 \frac{euro}{kWh} = 0{,}023 \frac{euro}{m^3}$$

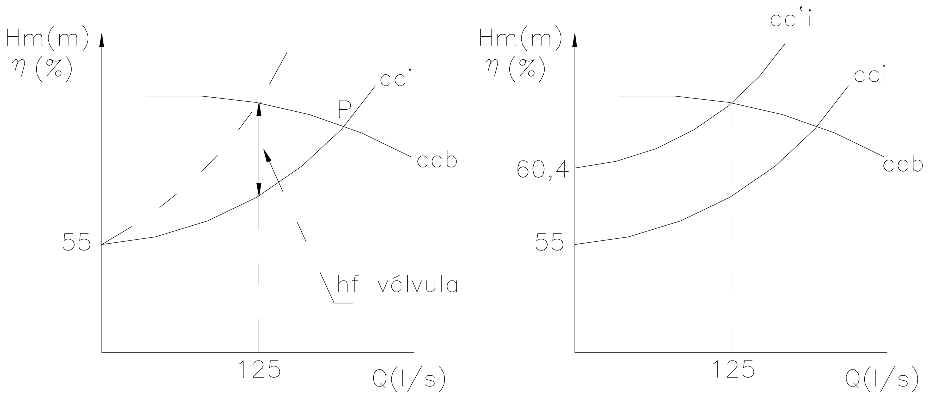
Costo = 0,023 euro/m^3

Para conseguir el caudal exacto de 125 l/s la forma más cómoda es aumentar las pérdidas de carga cerrando parcialmente la válvula de compuerta.

Para Q = 125 l/s $\Rightarrow$ Hm_i = 64,6 m; Hm_b = 70 m.

$$hf_{válvula} = Hm_b - Hm_i = 70 - 64{,}6 = 5{,}4\ mca$$

Otra forma de conseguir el caudal podría ser incrementando la presión en el sobrepresor en 5,4 mca o 0,54 kg/cm^2 (ver esquemas adjuntos).



10.4. El caudal máximo que se prevé en una impulsión es de 28 l/s. Se ha seleccionado una bomba cuya característica $NPSH_{requerido}$ es la indicada en la figura. Si la temperatura máxima prevista en el agua es de 20 ºC (P_S = 0,023 bar), hallar la cota del eje de la bomba (Z_D) si la instalación esta a 2000 m sobre el nivel del mar (P_{atm} (abs) = 0,795 bar). La pérdida de carga en la tubería de aspiración, incluidos los accesorios es de 0,2 mca.

Ayuda: Adoptar como criterio $NPSH_{seguridad}$ = 0,5 mca.

Resolución

$$NPSH_{disponible} = NPSH_{requerido} + NPSH_{seguridad}$$

$$NPSH_{seguridad} = 0{,}5\ mca$$

para Q = 28 l/s $\rightarrow$ $NPSH_{requerido}$ = 6,5 mca.

Sustituyendo:

$$NPSH_{disponible} = \left(P_A - P_S\right)_{absoluta} / \gamma - \Delta Z - hf_{aspiración} = 6{,}5 + 0{,}5 = 7$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = \frac{0{,}795.10^5}{9800} = 8{,}11\,mca$$

$$\frac{P_S}{\gamma} = \frac{0{,}023.10^5}{9800} = 0{,}235\,mca$$

$$hf_{aspiración} = 0{,}2\ mca$$

Sustituyendo**:** ΔZ = 8,11 – 0,235 – 0,2 – 7 = 0,675 mca.

Z_D = 2000 + 0,675 = **2000,675 m**

Problemas a resolver por el alumno

10.5. Se eleva agua de un pozo mediante una bomba situado su eje 4 m por encima de la lámina superior de aquel. La tubería de aspiración consta de 400 mm de diámetro, de 10 m de longitud, una válvula de pie y un codo de 90º. La tubería de impulsión tiene una longitud de 80 m, un diámetro de 200 mm, 2 codos de 90º, una válvula antiretorno, una válvula esférica de regulación y salida a la atmósfera 10 m por encima del eje de la bomba. Toda la tubería es de acero comercial, siendo el caudal necesario de 60 l/s. Se pide :

a) Expresión analítica y representación gráfica de la cc de la instalación.

b) Seleccionar la bomba más conveniente entre las aportadas.

c) Caudal y altura proporcionada por la bomba seleccionada, así como la potencia absorbida.

d) NPSH se seguridad en el punto de funcionamiento.

e) Pérdida de carga que habría que producir en la válvula esférica para que sólo circularan 60 l/s. Costo horario producido por el maniobrado de la válvula.

Datos : Factores de paso - Válvula de pie k=8; Codo de 90º k=0,5; Válvula antiretorno k=2,5; Válvula esférica abierta k=0,05; Presión de vapor=0,018 kg/cm^2; Precio del kW/h=0,1 euro.

Documentación: Ccb: Anexo I.

r) $\left(14+7{,}3666.10^{-4}.Q^{1{,}852}+2{,}626.10^{-4}.Q^{2}\right)$; INP 125/250- ∅ 255 mm; 62,4 l/s, 16,5 m, 76,5 %, 13,29 kW; 3,24 mca; 1 mca, 0,06 euro/h

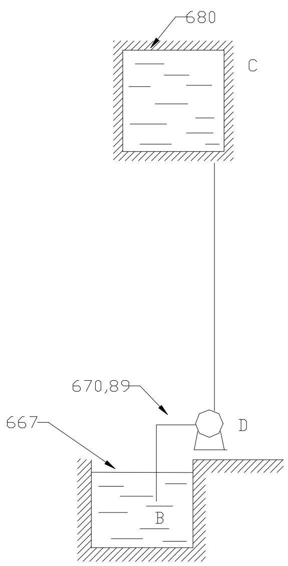


Figura 10.6

10.6. Se dispone de una instalación con el fin de elevar un determinado caudal de un líquido cuyo peso específico relativo es de 1,2; de un depósito inferior B, abierto a la atmósfera, a otro superior C, presurizado. Conocidos los datos que figuran al pie, se pide:

a) Expresión analítica y representación gráfica de la curva característica (cc) de la instalación.

b) Seleccionar la turbobomba (tb) más adecuada, entre aquellas cuyas cc se adjuntan, si se desea obtener un caudal de 20 l/s. Se considera como tb más adecuada aquella que absorbe menos potencia.

c) Punto de funcionamiento resultante con la tb seleccionada (Q,H y η).

d) Potencia absorbida en el punto de funcionamiento.

e) Pérdida de energía que habría que producir puntualmente mediante el maniobrado de una válvula, para que el caudal circulante fuese justo el requerido (20 l/s).

f) Costo anual de dicha maniobra si la instalación funcionara 4500 horas/año y el valor del kW/h fuese de 0,1 euro.

g) NPSH se seguridad en el punto de funcionamiento sin maniobrado de válvula.

Datos : Z_B=667 m; Z_D=670,89 m; Z_C=680 m; $P_{C\ (abs)}$=235,2 kPa; L_{asp}=100 m; L_{imp}=500 m; tensión de vapor del líquido a la temperatura de trabajo = 0,5 mcl (abs); material de la tubería: acero comercial; diámetro = 150 mm.

Nota : Despréciense las pérdidas de carga en las piezas especiales.

Documentación: Ccb: Anexo II.

r) $\left(25{,}01 + 22{,}32.10^{-3}.Q^{1{,}852}\right) mcl$ (Q en l/s); INP 80/135, D = 320 mm, 21,4 l/s, 31,5 mcl, 72,7 %; 10,9 kW; 1,3 mcl; 137,7 euro; 0,52 mcl.

10.7. Se quiere diseñar una fuente para decorar un jardín, formada por un solo chorro que alcance desde el punto de salida una altura de 8 m. Para ello es necesaria una instalación de bombeo, en la que el depósito de aspiración se encuentra en el subsuelo encontrándose su lámina de agua en la cota -1 y a la presión atmosférica; la salida de la boquilla se dispone en la cota 2, siendo su diámetro 80 mm con un factor de paso de 0,2 con la energía cinética de salida. Se pide :

a) Expresión analítica de la curva característica de la instalación, dibujándola en papel adecuado.

b) Seleccionar la bomba más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan, determinado el punto de funcionamiento (Q, H y η).

c) Altura que alcanzará el chorro con la bomba seleccionada.

d) Costo horario del funcionamiento de la fuente si el precio del kWh es de 0,1 euro, siendo 0,9 el rendimiento del motor eléctrico.

f) Pérdida de carga que habrá que introducir puntualmente en la instalación si se quiere alcanzar la altura exacta de 8 m.

Datos : Tuberías de acero estirado de 150 mm de diámetro; tubería de aspiración: longitud = 7 m; tendrá intercalada una válvula de pie con filtro y un codo de 90º de radio medio; tubería de impulsión: longitud = 25 m; tendrá intercalada una válvula de compuerta y dos codos de 90º de radio medio

Notas : Para el cálculo de las pérdidas de carga en las piezas especiales utilícese el método de los factores de paso.

Documentación : Ccb: Anexo I.

r) $\left(3+3{,}23.10^{-3}.Q^{2}+1{,}0368.10^{-3}.Q^{1{,}852}\right)$**;** INP 125/315, D = 280 mm;
18,5 m, 64 l/s, 74 %; 8,27 m; 1,74 euro/h; 0,7 mca.

10.8. En la instalación de la figura se quiere obtener un chorro de 15 m de altura. La tubería es de acero comercial de 150 mm de diámetro concluyendo en la boquilla de 80 mm de diámetro; la longitud equivalente de las piezas especiales de la instalación es de 12 m y el coste del kwh es de 0,1 euro. Se pide :

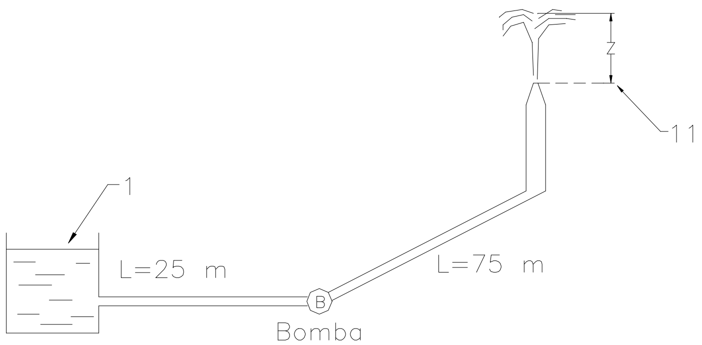


Figura 10.8.

a) Expresión analítica de la cc de la instalación.

b) Construcción en papel adecuado de la cci.

c) Selección de la tb más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan.

d) Caudal y altura manométrica proporcionado por la tb seleccionada, así como potencia absorbida por la misma.

e) Altura que alcanzará el chorro con la tb seleccionada.

f) Costo por hora del funcionamiento de la instalación.

Datos : Longitud de la tubería de aspiración = 25 m; id de la impulsión = 75 m.

Notas : Tómese papel milimetrado formato A4 apaisado; escalas recomendadas: 1 cm : 5 l/s y 5 m.

Documentación : Ccb: Anexo I.

r) $\left(10 + 4{,}1665.10^{-3}.Q^{1{,}852} + 2{,}019.10^{-3}.Q^{2}\right)$; INP 125/400, D = 408 mm;
87 l/s, 41,5 m, 72 %, 49,14 kW; 15,3 m; 4,92 euro/h.

10.9. En una fábrica se dispone para su abastecimiento de agua de una bomba que alimenta a un sobrepresor (B), cuya cota de lámina de agua es la 24 y la presión que indica el manómetro 490 kPa.

El sobrepresor alimenta los servicios de la fábrica consistentes en una boquilla C de 25 mm de diámetro situada en la cota 20 y un depósito presurizado (D) cuya cota de lámina de agua es la 25. Se pide :

a) Altura manométrica de la bomba para que el caudal suministrado al sobrepresor sea de 25 l/s.

b) Potencia útil y bruta de la bomba si su rendimiento es del 75 %.

c) Reparto de caudales a cada uno de los servicios, si el caudal conjunto es de 25 l/s.

d) Presión señalada en el manómetro.

Datos : Factor de paso de la boquilla = 0,1 con la velocidad de salida; pérdida de carga en AB = $2.10^{5}.Q^{2}$; idem en BN = $2{,}5.10^{4}.Q^{2}$; idem en NC = $1{,}5.10^{5}.Q^{2}$; idem en ND = $10^{5}.Q^{2}$(caudales en m^{3}/s y pérdidas en mca).

r) 185 mca; 45,32 y 60, 43 kW; 10 y 15 l/s; 106,6 kPa.

10.10. En la instalación que muestra la figura, se pide :

a) Expresión analítica de la curva característica de la instalación, dibujándola en papel adecuado.

b) Punto de funcionamiento de la bomba y potencia absorbida por el motor de arrastre.

c) Longitud de la tubería entre la bomba y el depósito A, si se desea que el NPSH de seguridad sea de 2 mca.

d) Presiones a la entrada y salida de la bomba.

Datos : Diámetro de la tubería = 400 mm;
material de la tubería: fundición;
longitud de la tubería entre depósitos = 3200 m;
cotas de las láminas superiores de los depósitos: Z_A =7 m; Z_C=3 m; Z_B=2 m;

Pérdidas de carga de piezas especiales = 0.
La cc de la bomba viene definida por los puntos siguientes:

Q	H	η	$NPSH_{requerido}$
(l/s)	(m)	%	(m)
0	20	0	0
50	19,5	30	0,5
100	18	50	1
150	16	60	1,8
200	13	60	3
250	9	49	4,7
300	5	32	6

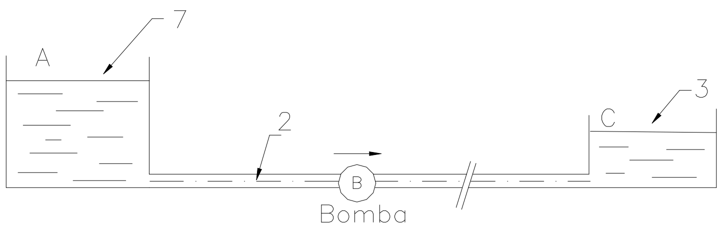


Figura 10.10.

r) $\left(1{,}0016.10^{-3}.Q^{1{,}852} - 4\right)$; 194 l/s, 13,4 m, 60 %, 42,46 kW; 1819,7 m; -4,95 mca y 8,45 mca.

10.11. Se desea elevar un caudal de 100 m^3/h de un líquido cuyo peso específico relativo es igual a 1,1 y cuya viscosidad es análoga a la del agua, de un depósito inferior a otro superior, situados respectivamente en las cotas 900 y 974.

La tubería de aspiración tiene una longitud de 30 m, disponiendo de una válvula de pie y un codo de 90º.
La tubería de impulsión tiene una longitud de 1250 m, disponiendo de una válvula antiretorno, una válvula esférica para regulación de caudal, una pieza en T de derivación, 3 codos de 90º y una válvula de compuerta.

La tubería seleccionada es de fibrocemento siendo su diámetro de 200 mm. Se pide :

a) Calcular la expresión analítica de la curva característica de la instalación.

b) Trácese en papel apropiado en formato A4 vertical la cc de la instalación, (escala: 1 cm-2 l/s y 4 m).

c) Selecciónese la turbobomba más conveniente entre aquellas cuyas cc se adjuntan. Se entiende por más conveniente aquella que absorba menos energía en el punto de funcionamiento que se obtenga sin ninguna modificación en el sistema.

d) Calcúlese el punto de funcionamiento de la tb seleccionada trabajando en la instalación descrita; es decir: altura manométrica, caudal, rendimiento y potencia absorbida.

e) Hállese la cota en que deberá disponerse el eje de la tb si se desea obtener una carga de seguridad de 1 mcl, si la tensión de vapor es de 0,6 mcl (absoluta).

Datos de longitudes equivalentes :

Válvula de pie	25 m
Válvula antirretorno	15 m
Entrada a depósito	10 m
Curva de 90º y T	5 m
Válvula de compuerta	5 m
Salida de depósito	5 m
Válvula de mariposa	5 m
Válvula esférica	1 m

Documentación: Ccb: Anexo III.

r) $\left(73{,}925 + 1{,}248.10^{-2}.Q^{1{,}852}\right)$. INP: 65/250-2900rpm, ∅ 246 mm ;
18 l/s, 76,5 m, 64,5 %, 21 kW; 904,15

10.12. Una bomba B alimenta una caldera C tomando a 75ºC de un depósito de nivel constante A. La tubería de aspiración tiene 100 m de longitud y 100 mm de diámetro. La tubería de impulsión 150 m de longitud y el mismo diámetro anterior. Esta última está dotada de una válvula de regulación V que permite variar el caudal de la instalación.

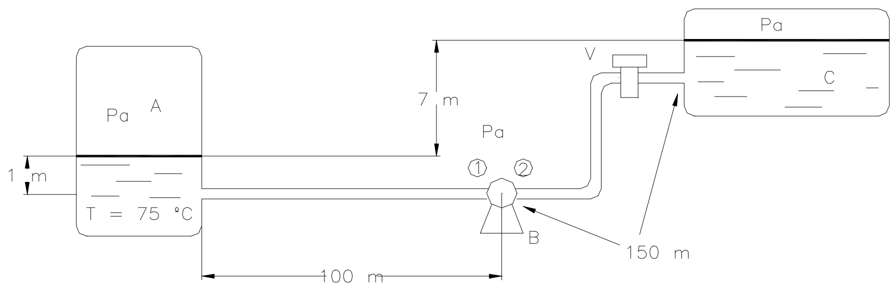


Figura 10.12.

Se desea obtener un caudal de 8 l/s. Considerando un coeficiente de fricción de 0,02 para todas las tuberías, y que las únicas pérdidas puntuales significativas son las que se producen en la válvula V, siendo el proceso isotérmico, calcular :

a) Expresión analítica de la cc de la instalación.

b) Determinación gráfica del punto de funcionamiento de la bomba (H_m, Q, y potencia absorbida)

c) Presión a la entrada de la bomba. ¿Existiría peligro de cavitación?. Razonar la respuesta.

d) Pérdidas de carga que habría que introducir mediante la válvula para conseguir el caudal de 8 l/s.

e) Coeficiente de paso k de la válvula para el caso anterior y grado de apertura de la misma.

Curva característica de la bomba. Datos P_a=1 atm.

Q(l/s)	0	2	4	6	8	10	12	14
H_m	14	15	14	13	12	9	5	0
%	0	42	58	65	70	62	38	0

Relación entre la pérdida de carga en la válvula y el grado de apertura :

% apert.	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
K	8	11	14	18	23	29	36	45	60	90

Propiedades de agua a 75 ºC ; ρ: 974 kg/m^3
Presión de vapor : P_S= 0,368 kg/ cm^2 (abs)

r) $\left(7 + 0{,}0414 Q_{\left(\frac{l}{s}\right)}^{2}\right)$; 10,4 m, 9,1 l/s, 65,6 %, 1414 W;

9,89 mca, (no); 2,4 m; 35, 41,49 %

10.13. Se tiene la instalación de la figura con el fin de elevar un caudal como mínimo de 25 l/s de petróleo crudo a 14 ºC. Se pide :

a) Representación gráfica de la curva característica de la instalación.

b) Selección de la bomba mas conveniente entre aquellas cuyas curvas características se adjuntan, válidas para petróleo.

c) Punto de funcionamiento de la bomba seleccionada en la instalación descrita.

d) Cota del eje de la bomba.

e) Presión a que habría que someter el depósito superior para obtener el caudal de 25 l/s.

Datos : Cotas Z_B= 900; Z_F= 960;

presiones: B (manométrica)=50 kPa; F (absoluta) = 220 kPa;

tuberías : Longitudes: Aspiración= 150 m, impulsión= 600 m; diámetro = 200 mm; material: acero comercial;

presión de vapor del petróleo= 3 mcl (abs);

NPSH de seguridad en punto de funcionamiento = 1 mcl;

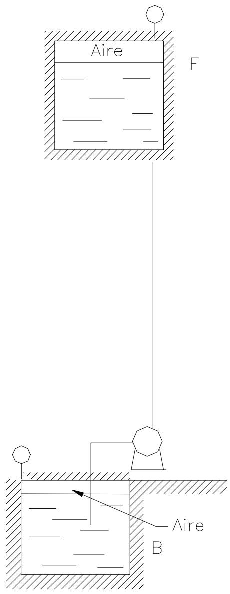
peso específico relativo del petróleo = 0,86.

Nota : La cc de la instalación calcúlese para: 15, 25 y 30 l/s.

Escalas : 1cm = 2 l/s y 2 mcl. Origen de coordenadas (40 mcl, 0 l/s)

Documentación: Ccb: Anexo IV.

Figura 10.13



r) $\left(69{,}32 + 3750.f.\dfrac{v^2}{2g}\right)$**;** INP 65/250, D = 256 mm; 27,4 l/s, 73,4 mcl;

907,7 m; 248,9 kPa.

10.14. Se tiene una instalación de bombeo para elevar un líquido de s = 1,2 y viscosidad similar al agua, cuyas características son las siguientes:

- Cota del depósito inferior = 180 m.
- Cota del depósito superior = 200 m.
- Presión en el depósito superior = 235,2 kPa.
- Cota del eje de la bomba = 183 m.
- Tubería de acero comercial de 100 mm de diámetro.
- Longitud equivalente total de la aspiración = 30 m.
- Longitud equivalente total de la impulsión = 125 m.
- Presión de vapor del líquido (absoluta) 1,6 kPa.

Se pide:

a) Seleccionar la bomba necesaria para que circule un caudal de 20 l/s.

b) Determinar el punto de funcionamiento de la instalación (H, Q, η) y potencia absorbida (kW).

c) Estudiar la cavitación de la bomba.

d) Dibujar el diagrama de transformación de energía de la instalación de bombeo, calculando las cotas fundamentales.

e) ¿Qué marcará un vacuómetro colocado en la tubería de aspiración a la entrada de la bomba?.

Documentación: Ccb: Anexo 5.

r) 65/200, 2900 rpm, ∅ = 200 mm; 20,5 l/s, 51 mcl, 74,5 %, 16,5 kW; $NPSH_{disponible} < NPSH_{requerido}$: cavita; 5,49 mcl.

10.15. Un importante complejo deportivo posee el sistema de filtrado parcial del agua indicado en el esquema de la figura.

Los datos de las tuberías de hierro galvanizado son:

	D (mm)	L (m)
1	80	60
2	60	20
3	60	30
4	80	70

Se suponen en todos los tramos unas pérdidas menores que se evalúan como el 15 % de las pérdidas en la tubería.

La pérdida de carga en el filtro se puede suponer $\Delta P = 2940.Q^2$ donde ΔP (Pa) y Q (l/s).

a) Calcular la altura manométrica que debería aportar una bomba a instalar para filtrar 4 l/s cuando la válvula V está abierta.

b) Calcular la expresión de la curva característica de la instalación cuando la válvula V está cerrada.

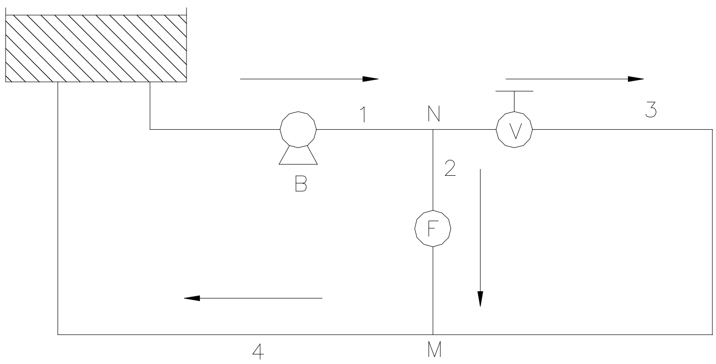


Figura 10.15.

c) Elegir la bomba más adecuada para que en el caso b) circule un caudal Q = 13 l/s.

d) Calcular el punto de funcionamiento en este caso c), H_m, Q, Potencia bruta y rendimiento de la bomba.

e) Si el punto de funcionamiento no coincide con el deseado y manteniendo la válvula V cerrada, indicar razonadamente la forma de conseguir que circule el caudal de 13 l/s.

Documentación: Ccb: Anexo 6.

r) 19,43 mca; $H_{mi} = 0{,}2238 . Q_{(l/s)}^{1{,}852} + 0{,}3 . Q_{(l/s)}^{2}$;
50/250 (2900 rpm) ∅ 256 mm; 13,3 l/s, 79,5 mca, 66 % y 15,7 kW.

10.16. En la instalación de bombeo de la figura por razones económicas se instala un medidor de codo y un piezómetro a la entrada de la bomba.

Se ensaya el medidor de codo y se obtiene la curva Q-h gráficamente representada. Si es agua el líquido trasvasado, estudiar la posible cavitación de la bomba.

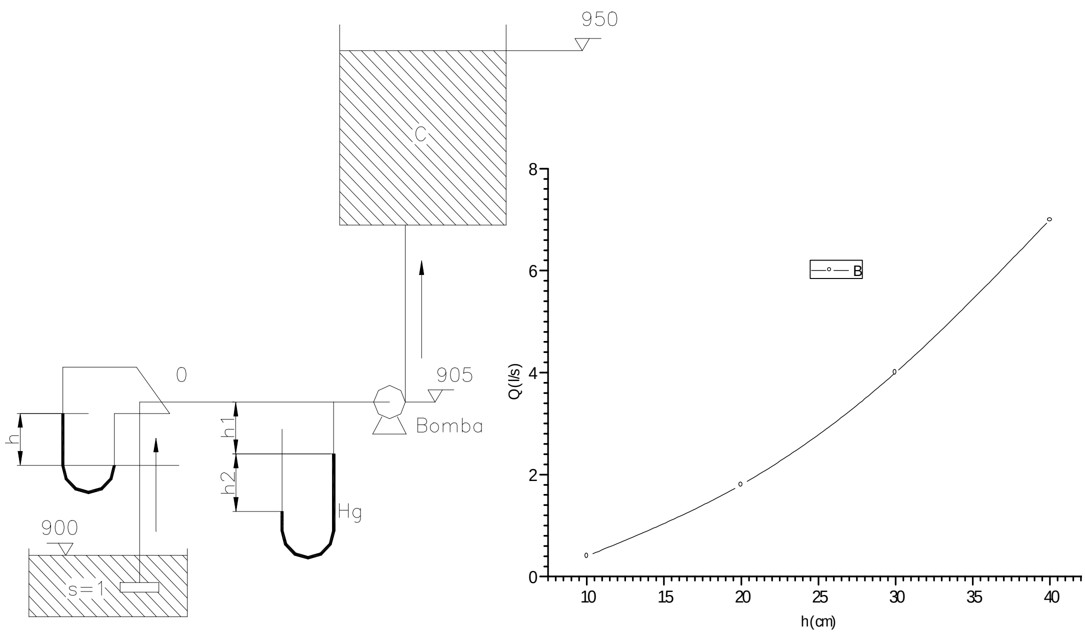


Figura 10.16

Datos:

- $D_{tubería}$ = 50 mm.
- h = 0,3 m; h_1 = 0,14 m; h_2 = 0,49 m.
- P_{vapor} = 0,33 mca (absoluta).
- $NPSH_{equivalente}$ = 2 mca.

r) No cavita.

10.17. Se proyecta una instalación de bombeo para trasvasar agua desde un depósito en la cota 130 a otro presurizado en la cota 200.

Las tuberías son de acero comercial de 200 mm de diámetro a excepción del tramo CD (tubería 2), cuyo diámetro es de 150 mm, como se indica en la figura**.**

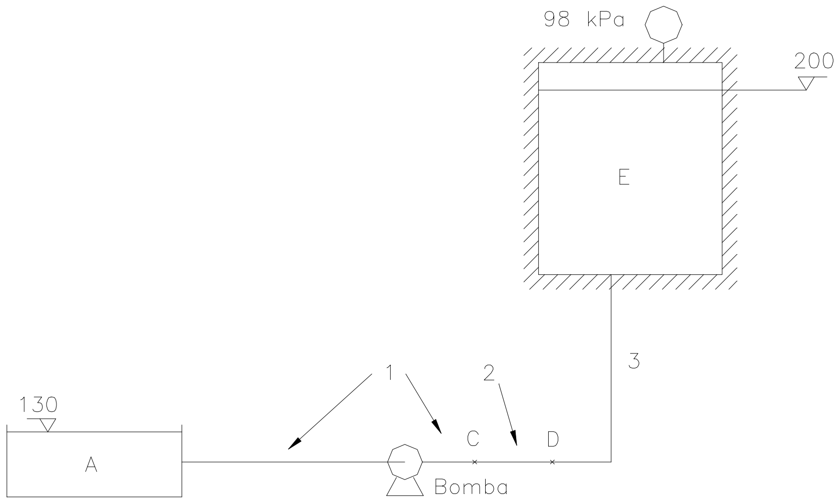


Figura 10.17.

Despreciando las pérdidas menores, se pide:

a) Expresión analítica de la cc de la instalación $H_i = f(Q)$. Representar dicha curva en el papel adecuado.

b) Seleccionar la bomba más apropiada de forma que al depósito E llegue como mínimo un caudal de 66 l/s.

c) Punto de funcionamiento (H, Q, η) de la instalación de bombeo.

d) Se decide colocar una tubería de 150 mm de diámetro y 50 m de longitud en paralelo con la 2 en el tramo CD. Obtener la nueva curva analítica de la instalación $H_i = f(Q_I)$.

Nota: Utilícese el método de H.Williams.

Documentación: Ccb: Anexo 7.

r) $H_{mi} = 80 + 6{,}68465.10^{-3}.Q_{(l/s)}^{1,852}$; 80-250 bF: ϕ 271;
71 l/s, 97,8 m y 80,4%; $H_{mi} = 80 + 4{,}69.10^{-3}.Q_{(l/s)}^{1,852}$.

10.18. En la instalación de la figura un depósito (cuya cota de la lámina superior está representada por la variable z) y una bomba que alimentan a un chorro situado en la cota 5 m siendo el diámetro de la boquilla de 40 mm. Teniendo en cuenta que la longitud de la tubería es de 90 m, la tubería es de acero comercial de diámetro 100 mm. y las pérdidas menores se pueden considerar un 10 % de las pérdidas de la tubería:

a) Calcular la altura manométrica de la instalación en función únicamente de 2 variables Q = caudal circulante y z = cota de la lámina superior. $H_i = f(Q, z)$.

b) Si z = 22 m y la bomba está estropeada, no aportando por tanto energía, calcular h, es decir la altura que alcanza el chorro.

c) Con z = 22 m seleccionar la bomba más adecuada para que h = 30 m.

d) Calcular el punto de funcionamiento de la instalación con la bomba elegida.

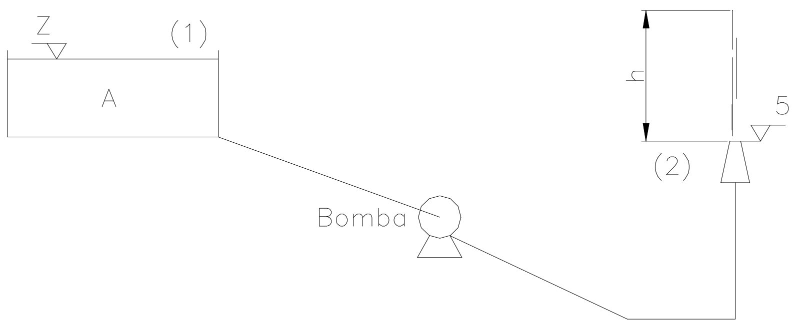


Figura 10.18.

Nota: La curva característica dibújese solamente para 3 caudales.
Origen de coordenadas: 0 mcl, 0 l/s.
Escalas: 1 cm = 2 l/s y 2 mcl.

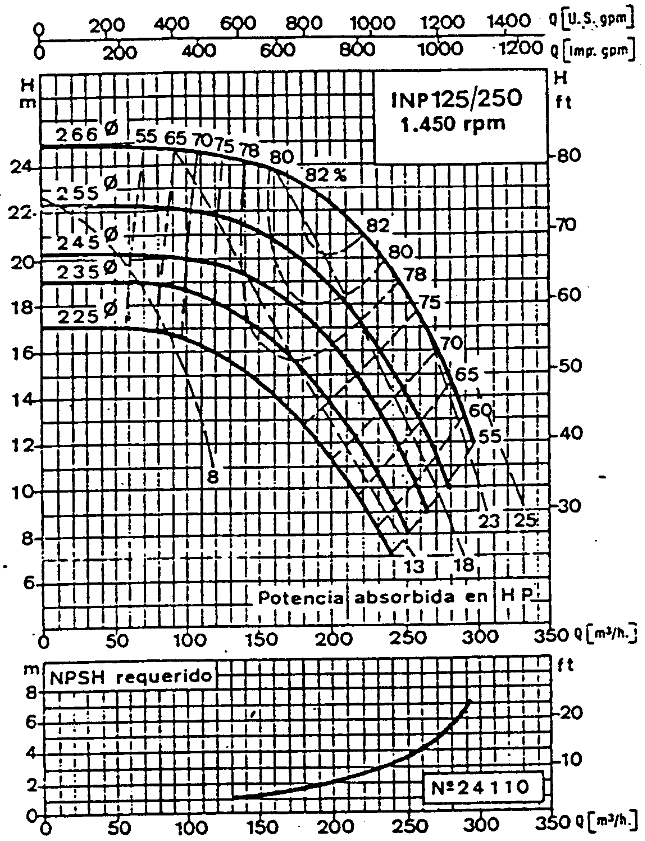
Documentación: Ccb: Anexo 8.

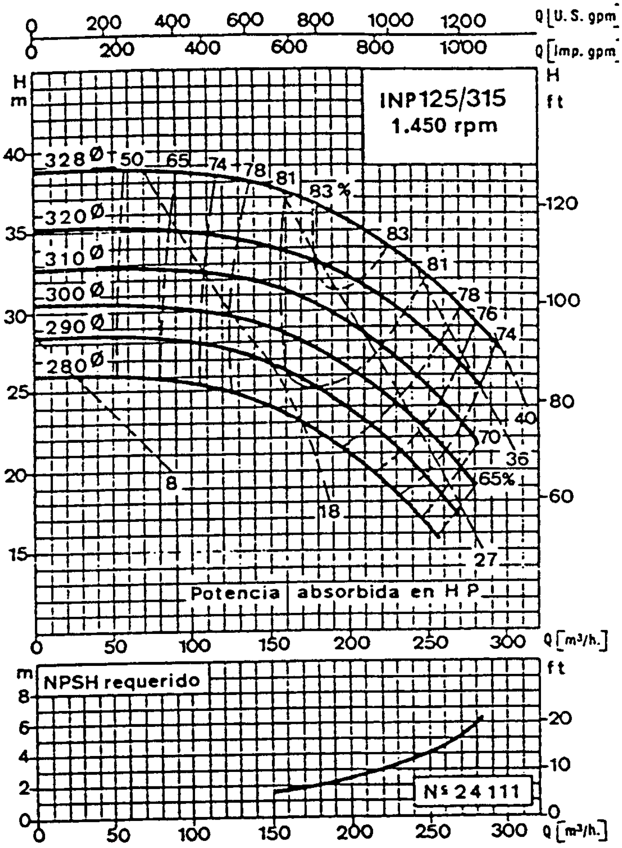
r) $H_{mi} = 5 - z + 2.6532.10^{-2}.Q_{(l/s)}^{1,852} + 3,2309.10^{-2}.Q_{(l/s)}^{2}$; 11,088 m;
INP 65/160, 2900 rpm, ∅ = 177 mm; 31,6 l/s y 30,4 mca.

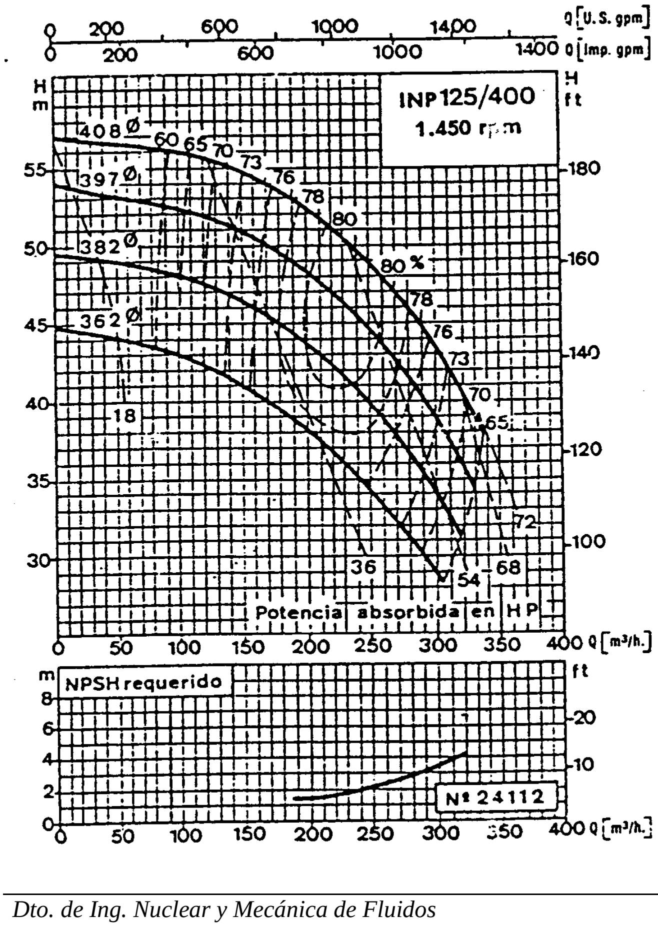
ANEXOS

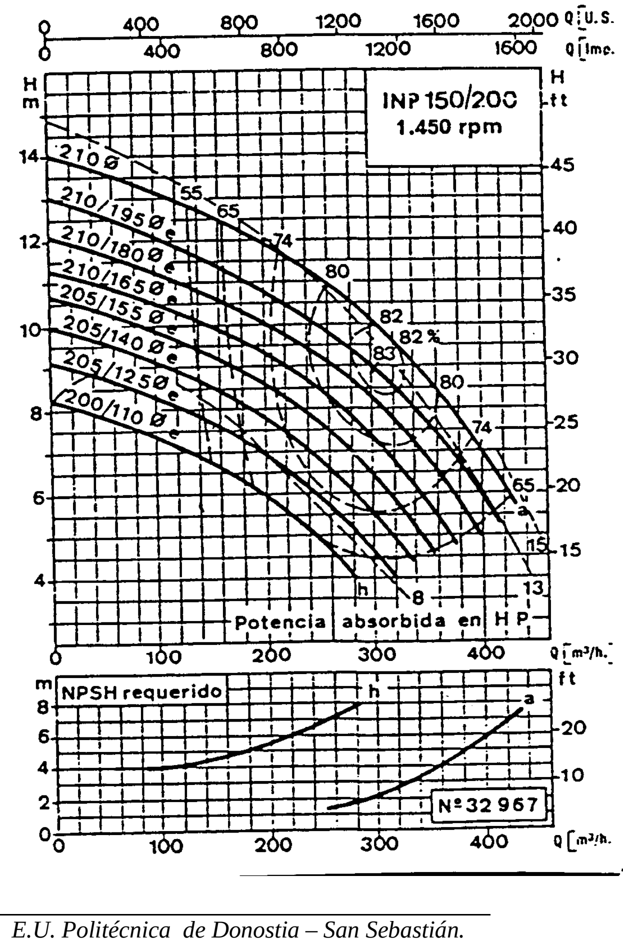
CURVAS CARACTERÍSTICAS DE TURBOBOMBAS

ANEXO 1

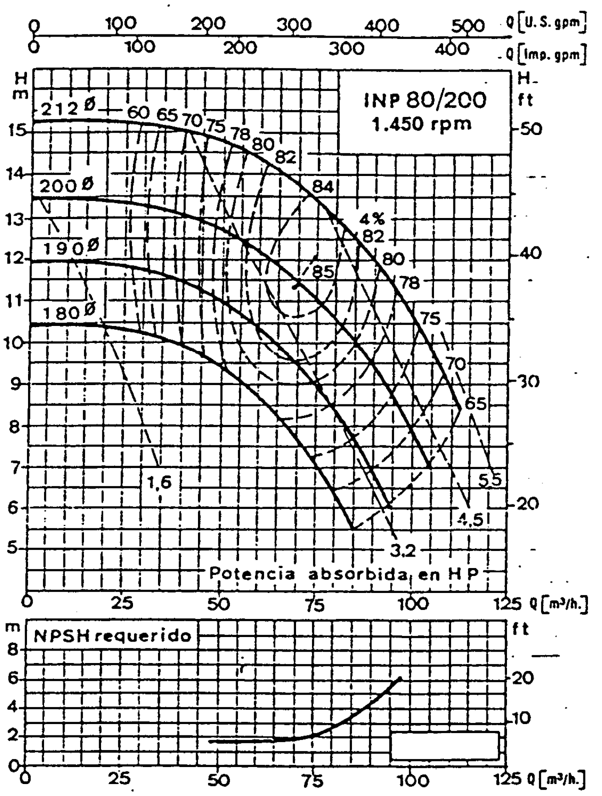

INP125/250
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido
Nº 24 110

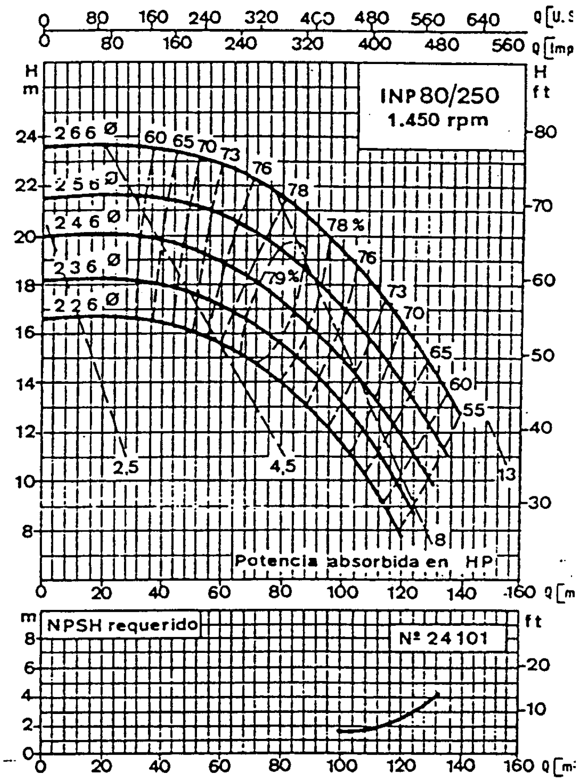

INP125/315
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido
Nº 24 111

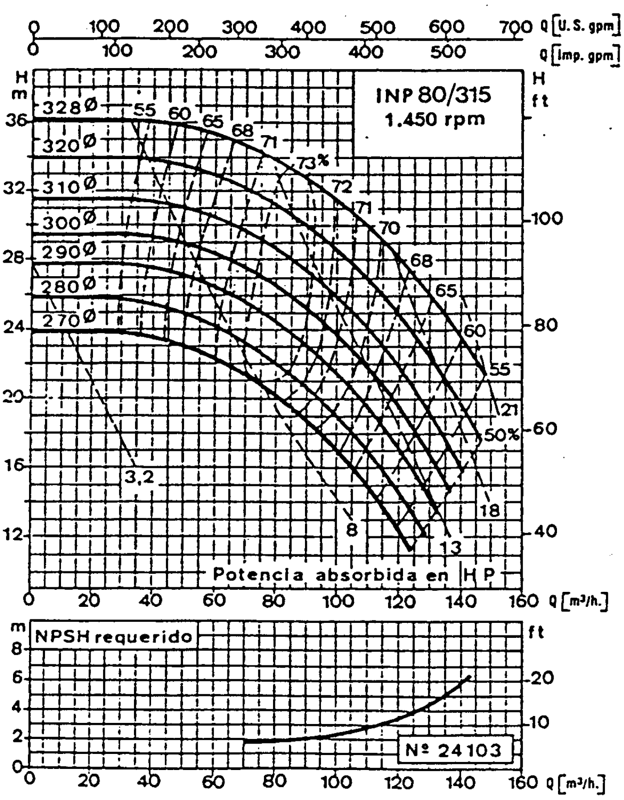

INP125/400
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido
Nº 24112

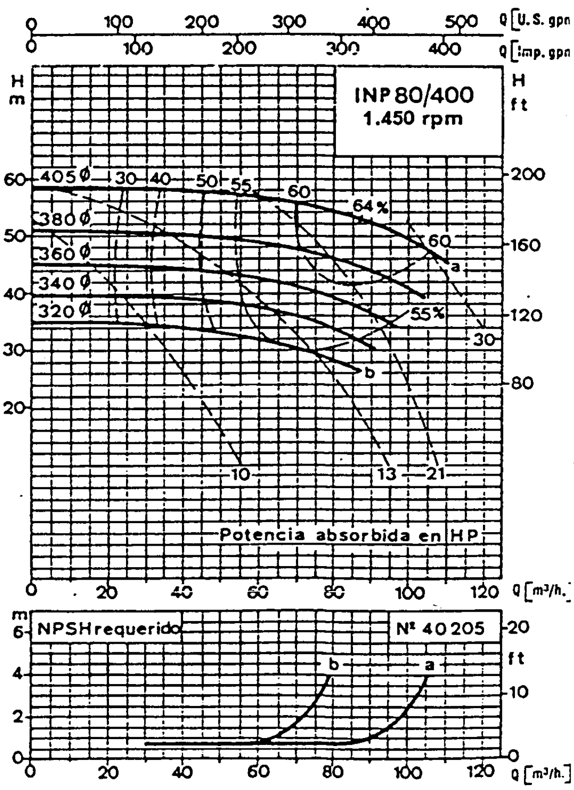

INP 150/200
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido
Nº 32 967

ANEXO 2

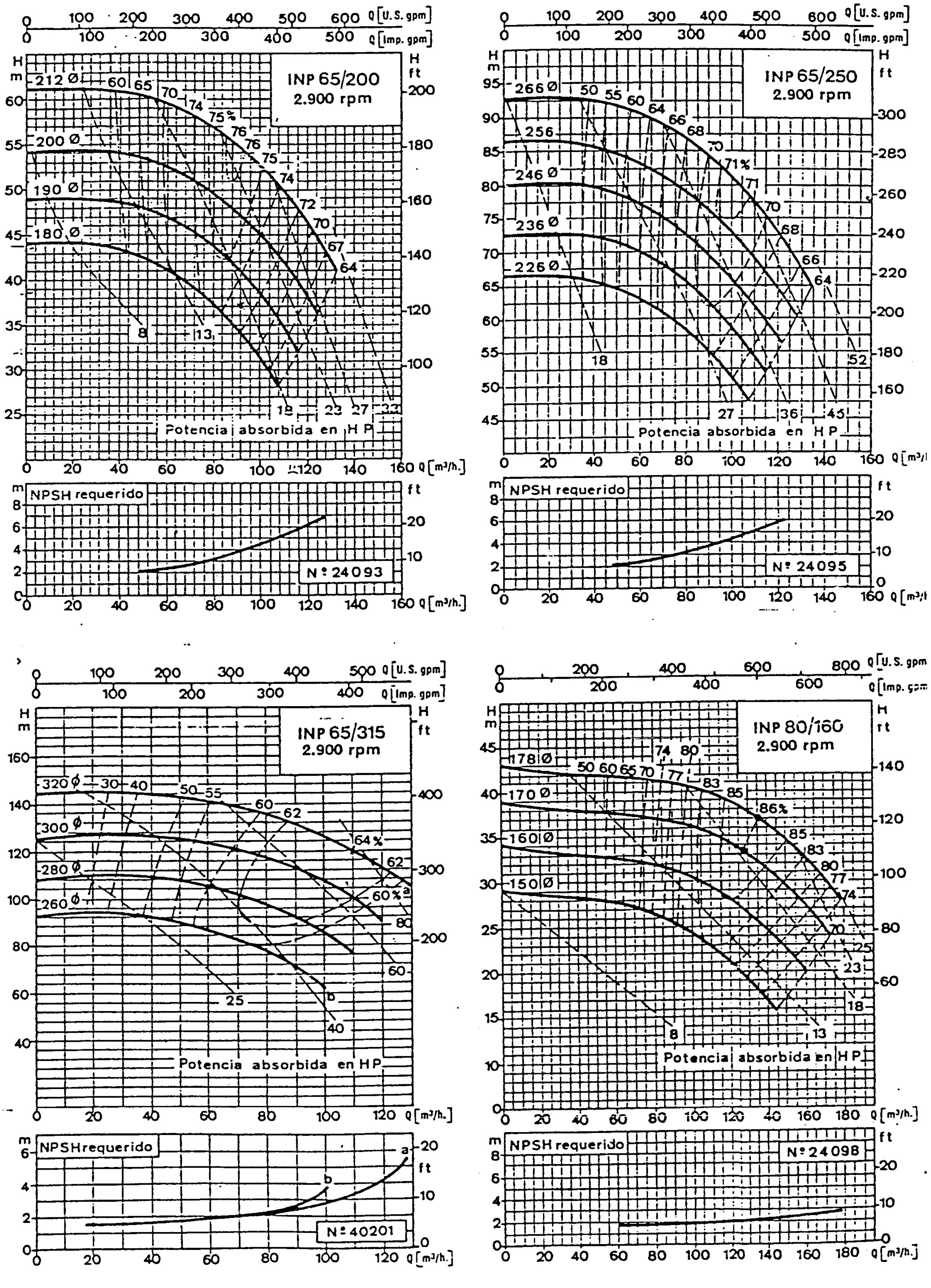

INP 80/200
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido


INP 80/250
1.450 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24101

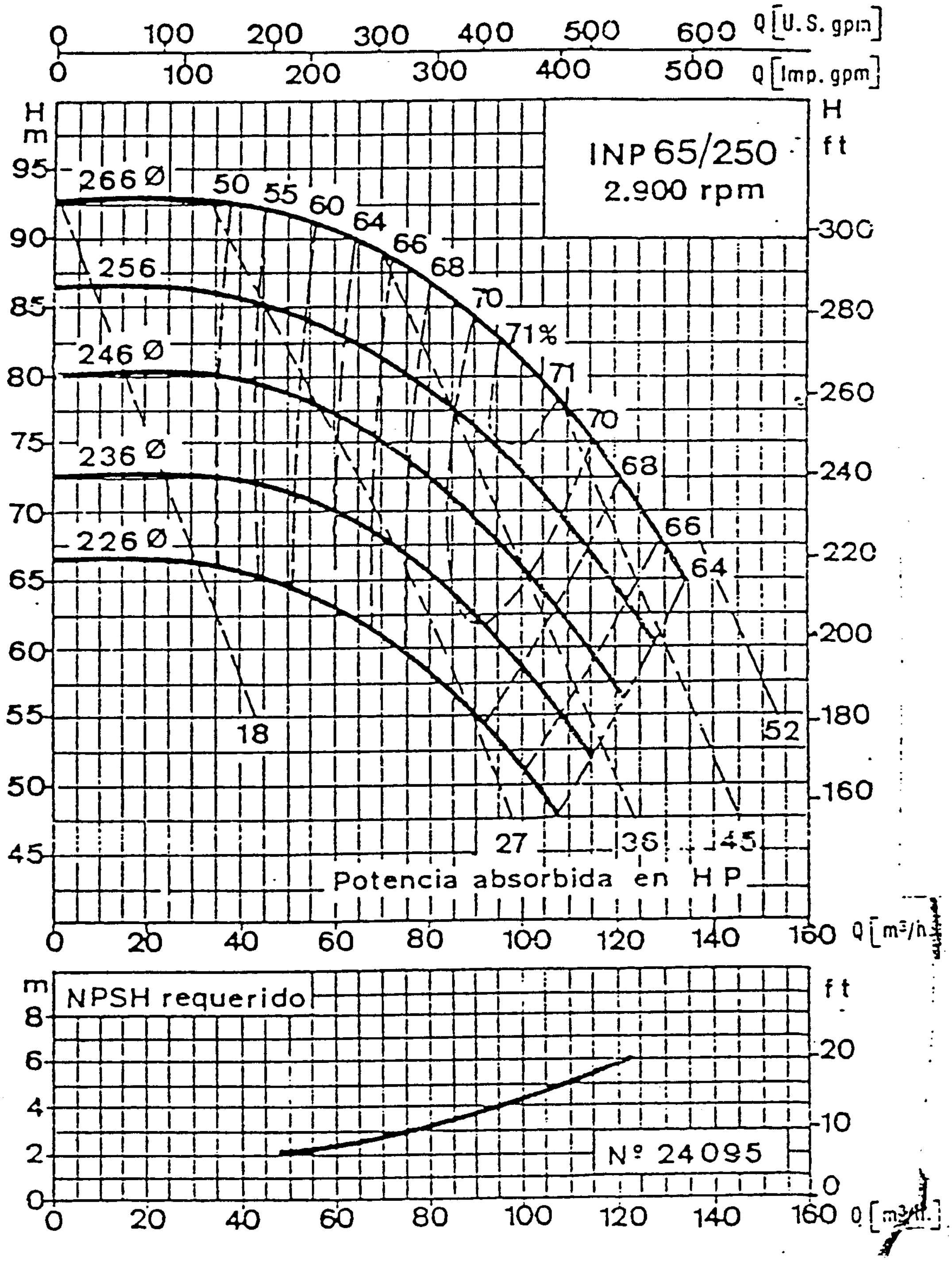

INP 80/315
1.450 rpm
Potencia absorbida en H P
NPSH requerido
Nº 24103


INP 80/400
1.450 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSHrequerido
Nº 40205

ANEXO 3

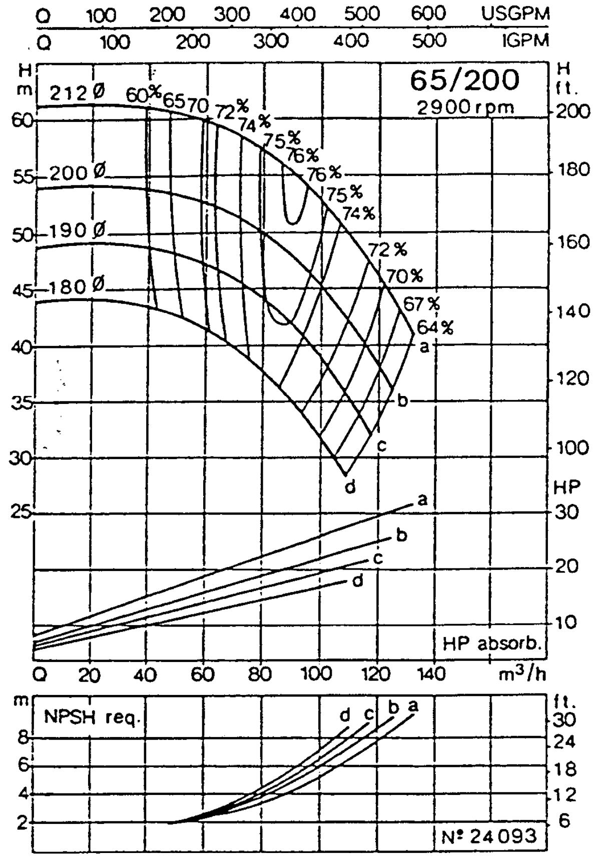

INP 65/200
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24093
INP 65/250
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24095
INP 65/315
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSHrequerido
Nº 40201
INP 80/160
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24098
Q [U.S. gpm]
Q [Imp. gpm]
Q [m³/h.]
H m
H ft

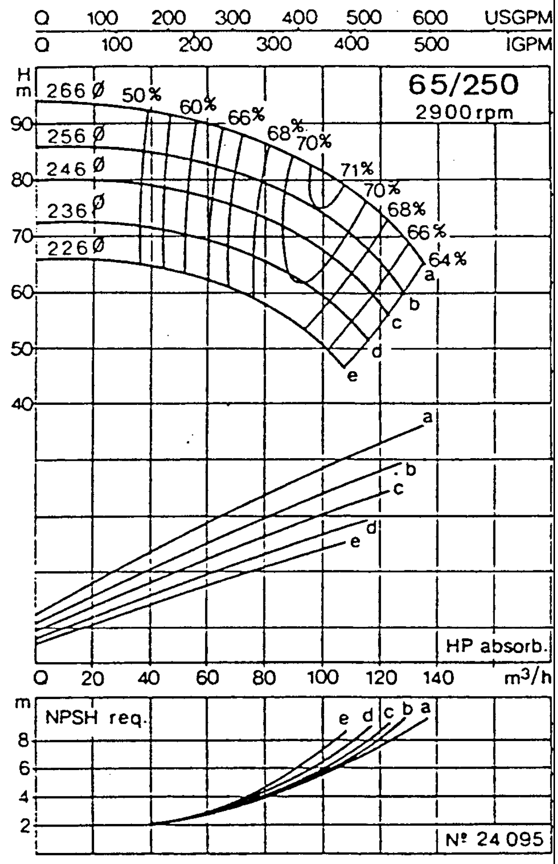
ANEXO 4

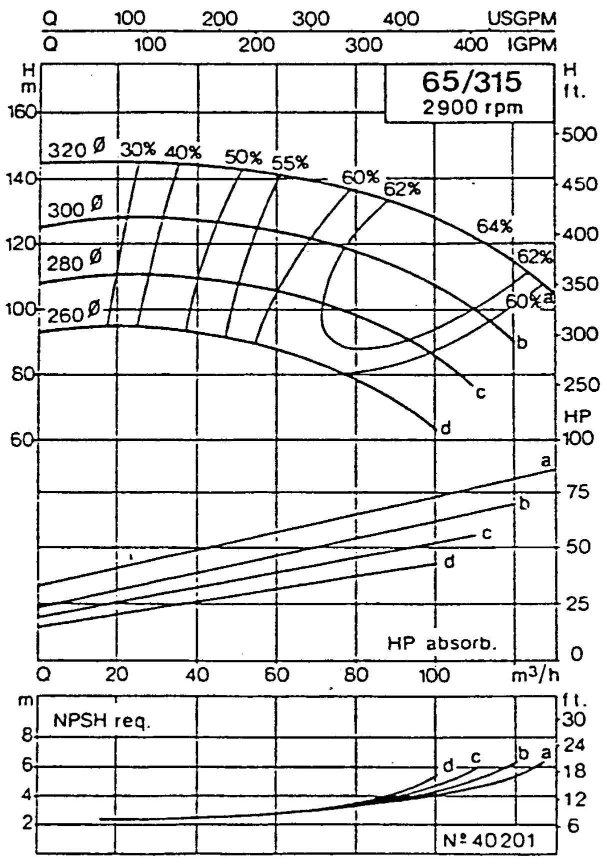


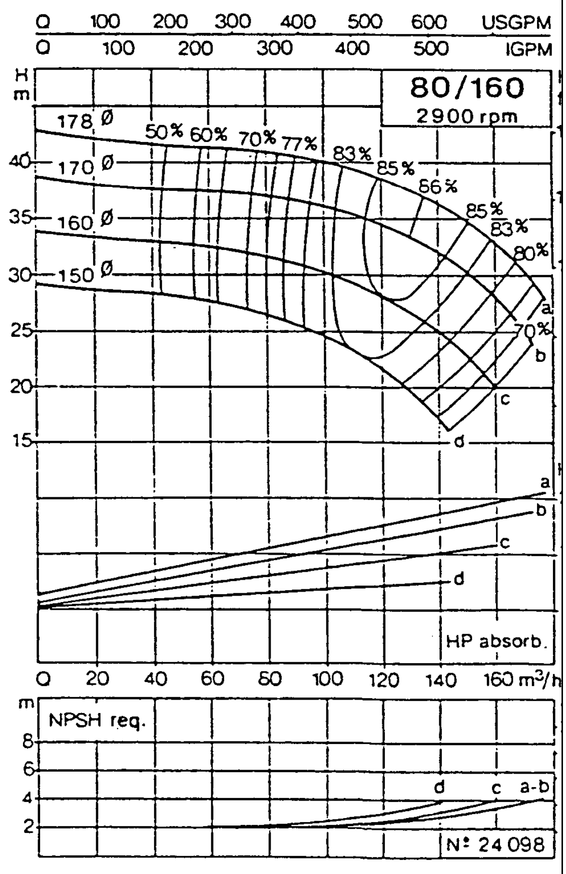
Q [U.S. gpm]
0 100 200 300 400 500 600
Q [Imp. gpm]
0 100 200 300 400 500
INP 65/250
2.900 rpm
H m
H ft
266 Ø
256
246 Ø
236 Ø
226 Ø
50 55 60 64 66 68 70 71%
71 70 68 66 64
18 27 36 45 52
Potencia absorbida en H P
Q [m³/h]
NPSH requerido
Nº 24095

ANEXO 5


65/200
2900 rpm
USGPM
IGPM
HP absorb.
NPSH req.
Nº 24 093

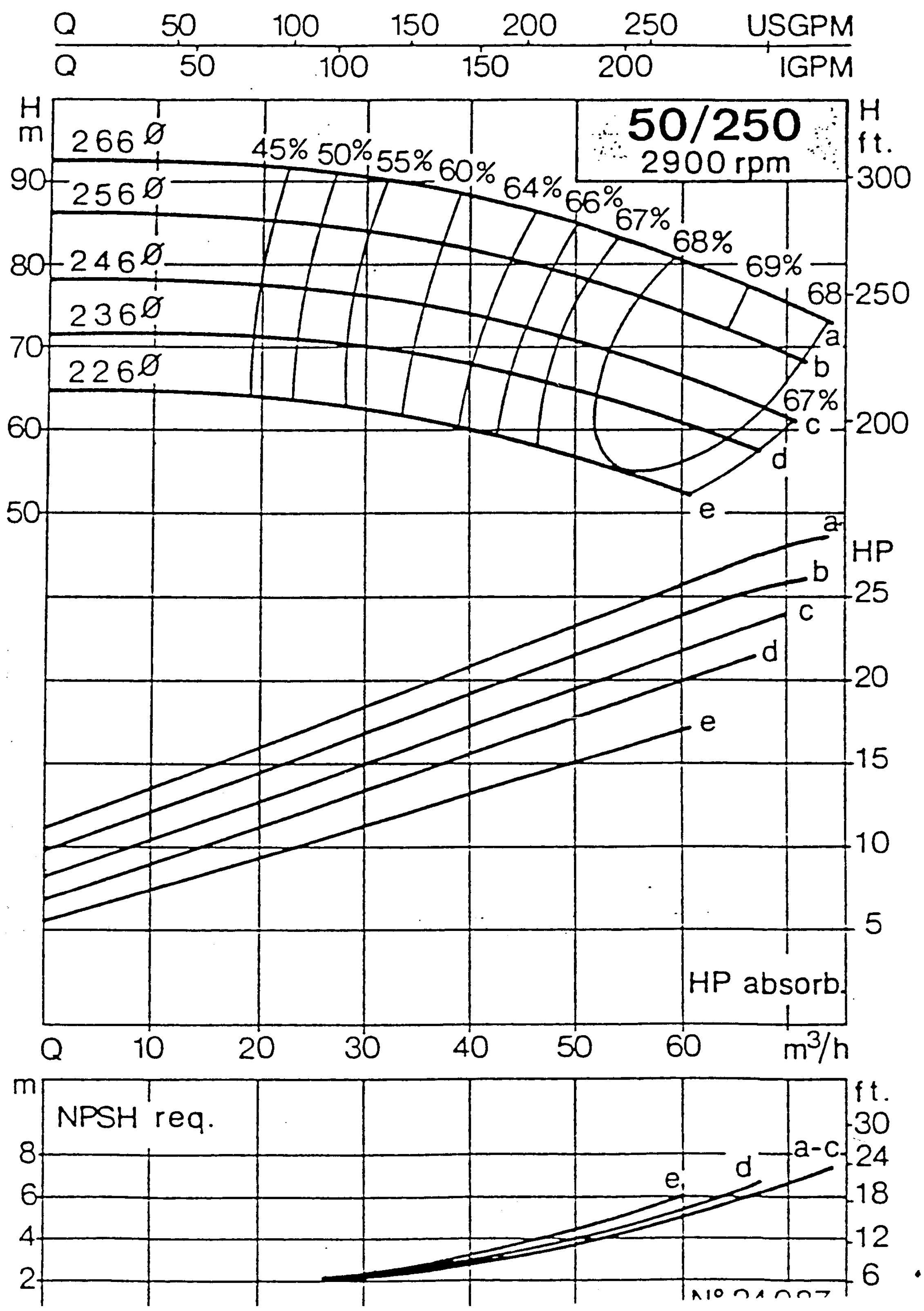

65/250
2900 rpm
USGPM
IGPM
HP absorb.
NPSH req.
Nº 24 095


65/315
2900 rpm
USGPM
IGPM
HP absorb.
NPSH req.
Nº 40201

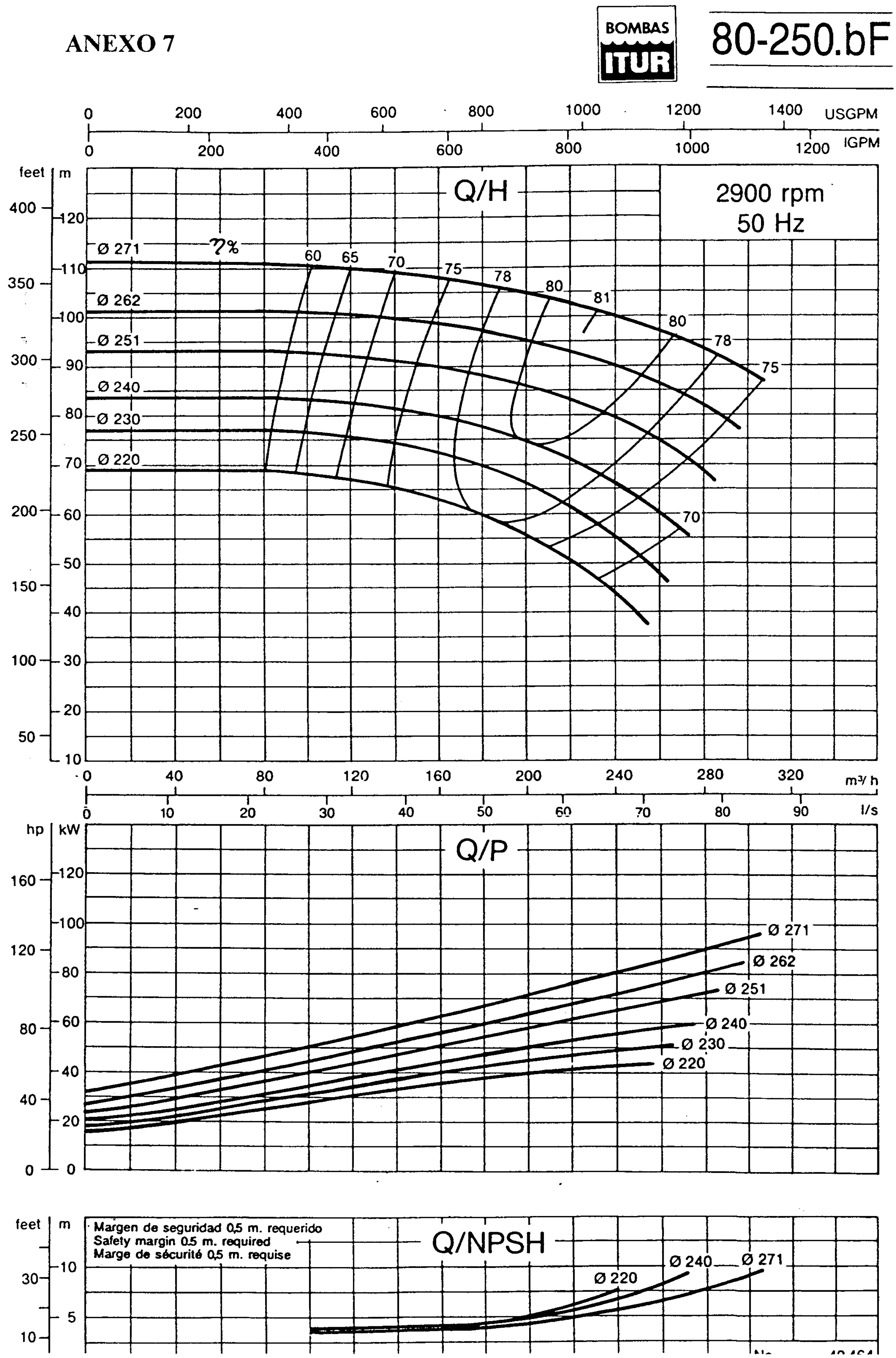

80/160
2900 rpm
USGPM
IGPM
HP absorb.
NPSH req.
Nº 24 098

ANEXO 6

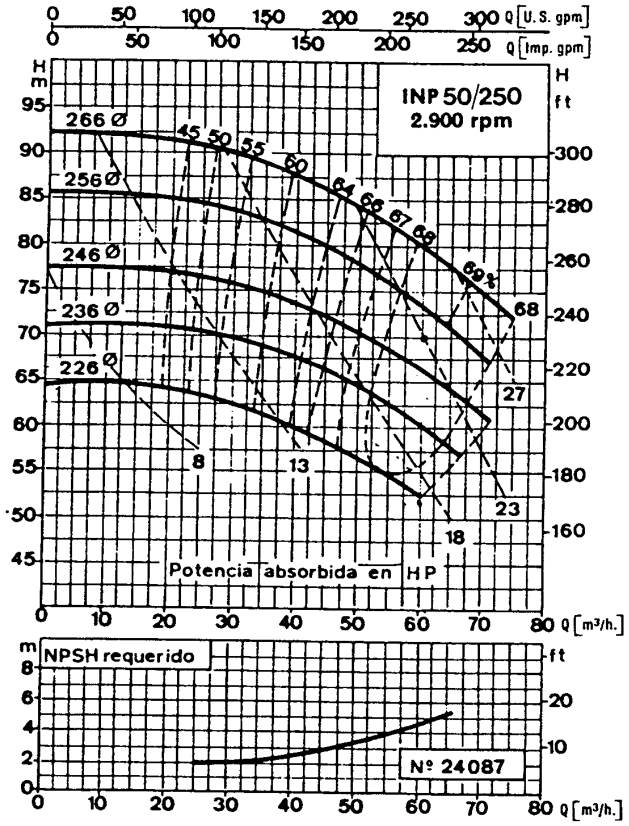
2.900 r.p.m. 50 Hz

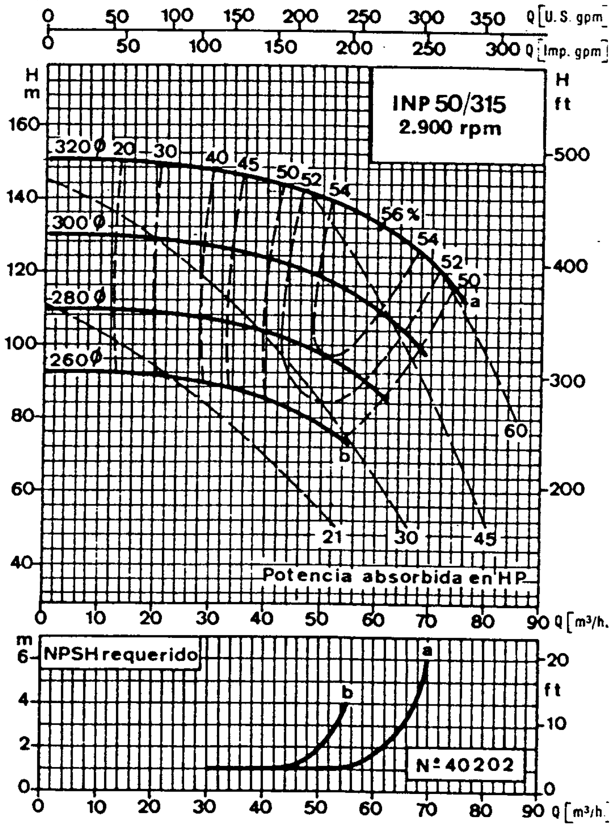


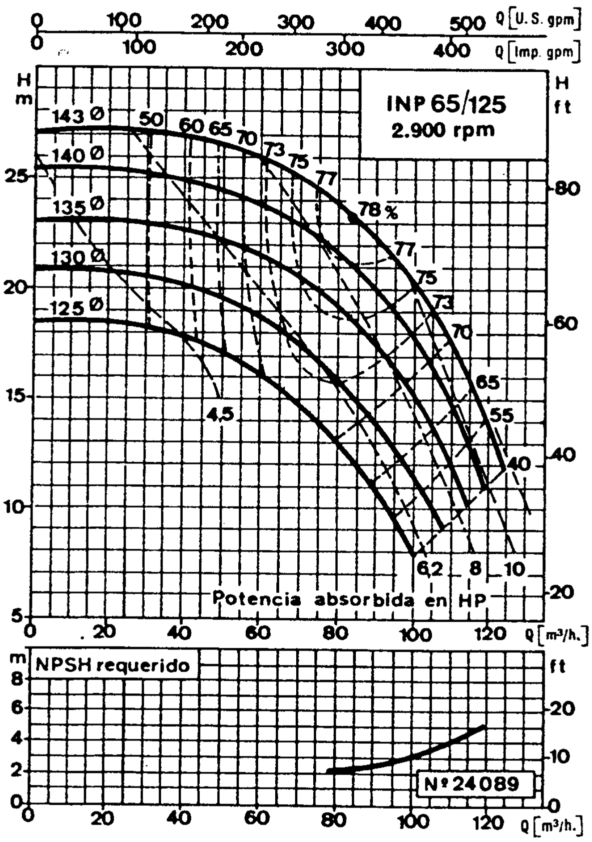
ANEXO 7

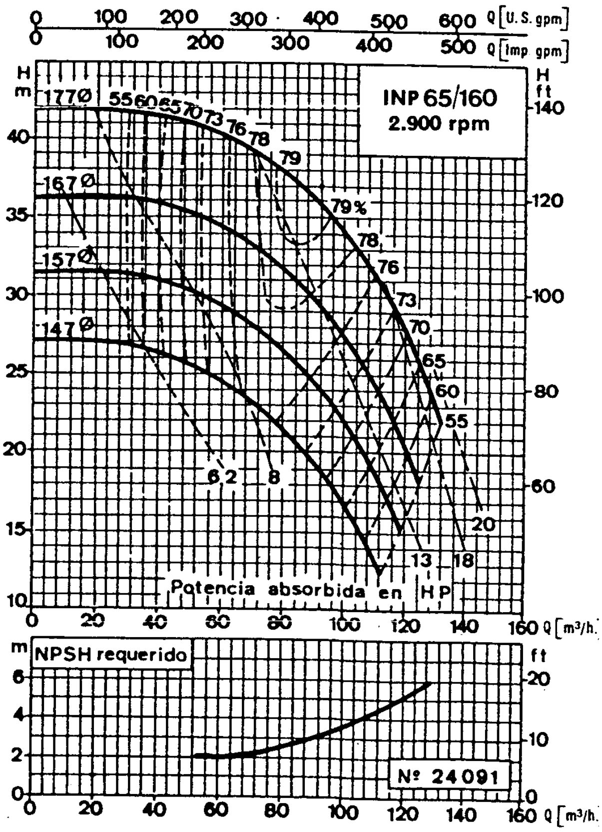

BOMBAS ITUR
80-250.bF
Q/H
2900 rpm
50 Hz
USGPM
IGPM
feet
m
Ø 271
Ø 262
Ø 251
Ø 240
Ø 230
Ø 220
m³/h
l/s
Q/P
hp
kW
Q/NPSH
Margen de seguridad 0,5 m. requerido
Safety margin 0.5 m. required
Marge de sécurité 0,5 m. requise

ANEXO 8

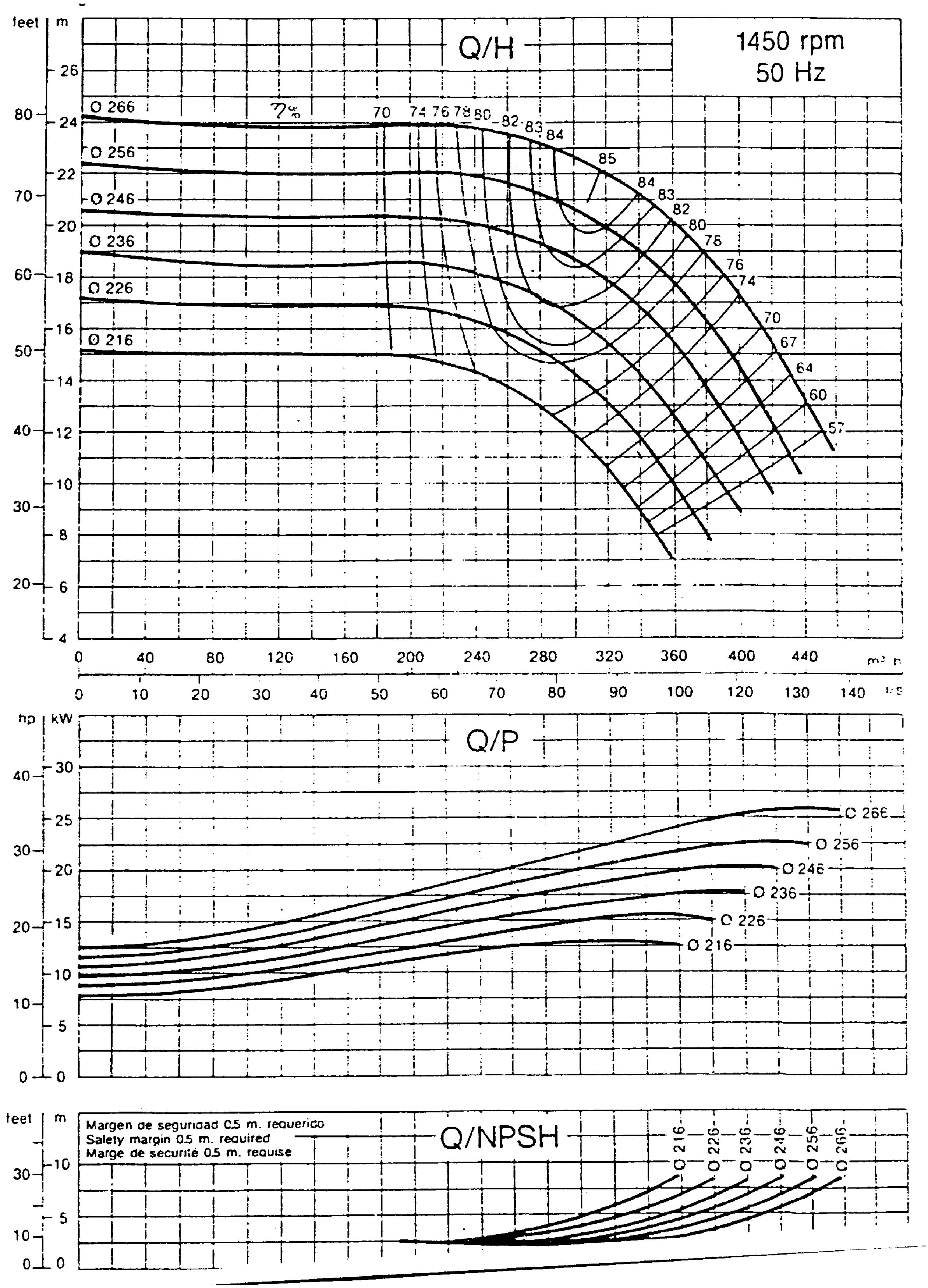

INP 50/250
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24087


INP 50/315
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 40202

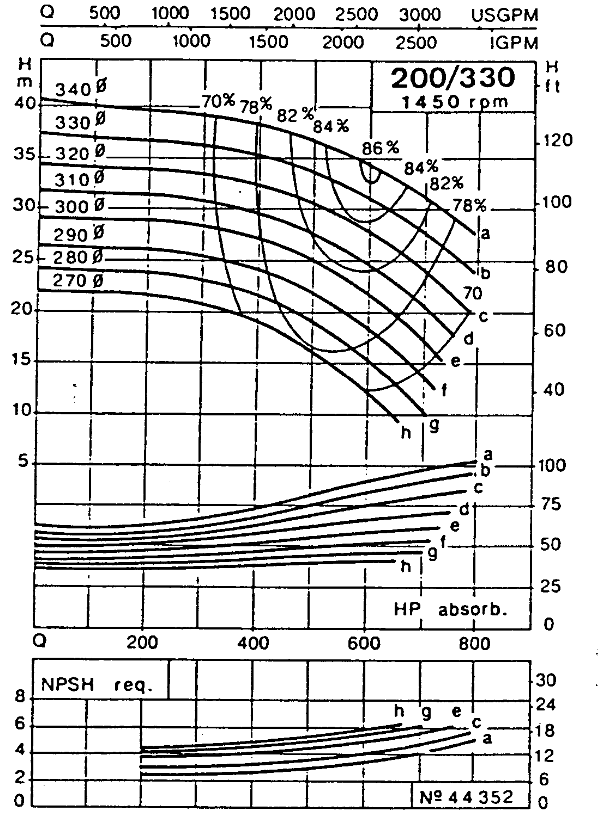

INP 65/125
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24089

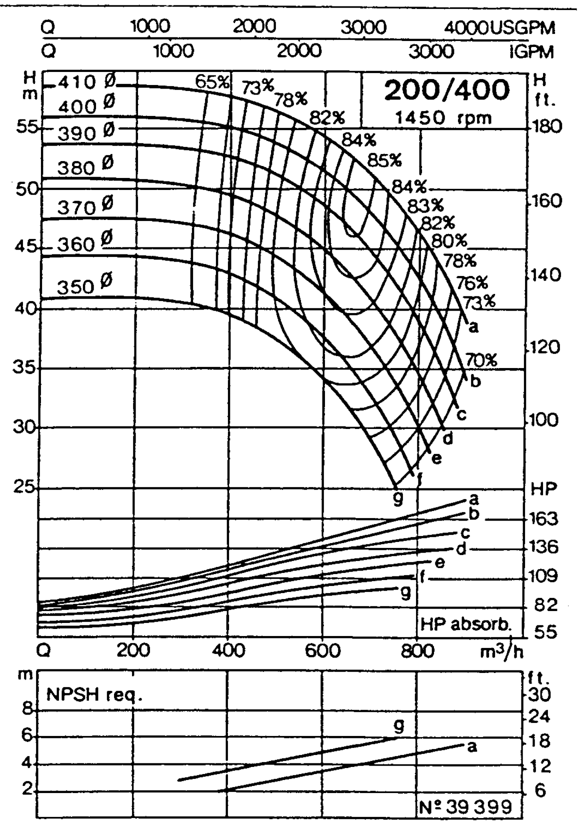

INP 65/160
2.900 rpm
Potencia absorbida en HP
NPSH requerido
Nº 24091

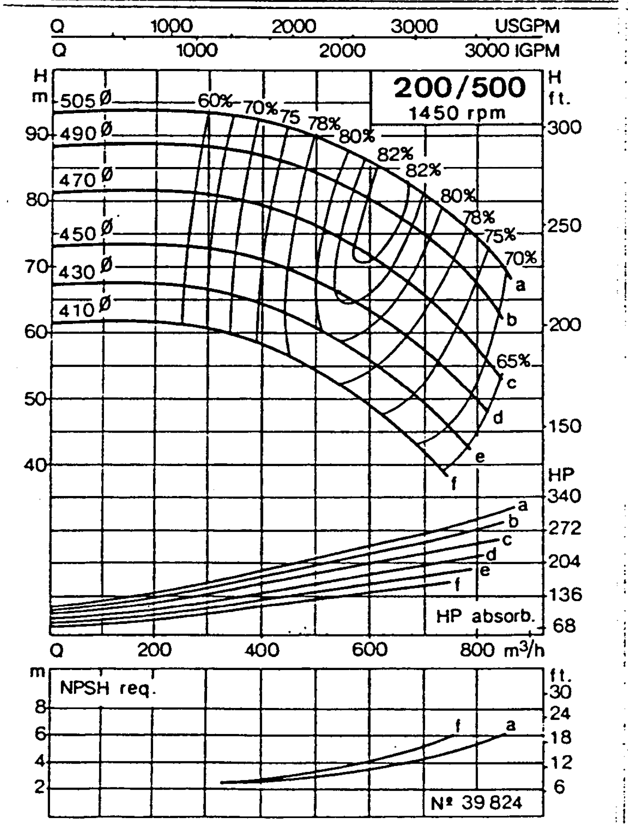
ANEXO 9

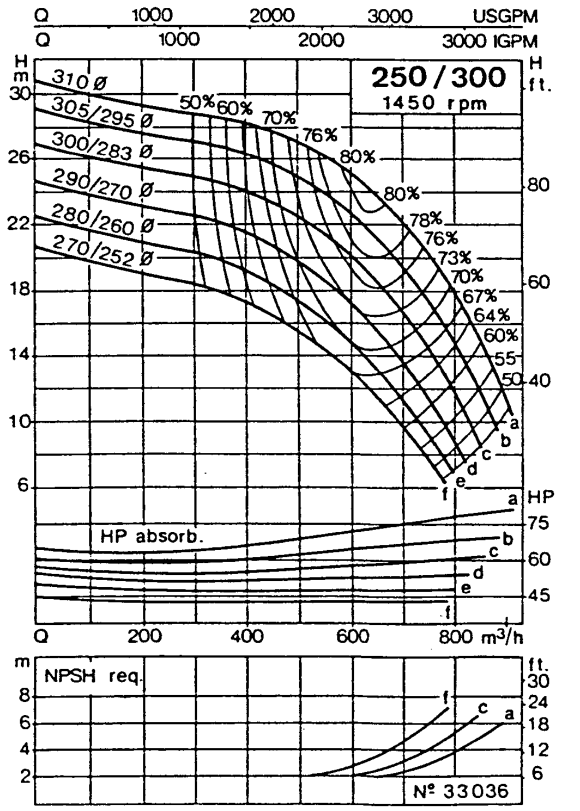

Q/H
1450 rpm
50 Hz
feet
m
Ø 266
Ø 256
Ø 246
Ø 236
Ø 226
Ø 216
Q/P
hp
kW
Q/NPSH
Margen de seguridad 0.5 m. requerido
Safety margin 0.5 m. required
Marge de securité 0.5 m. requise

ANEXO 10


200/330
1450 rpm
Q USGPM
Q IGPM
H m
H ft
HP absorb.
NPSH req.
Nº 44 352


200/400
1450 rpm
Q USGPM
Q IGPM
H m
H ft.
HP absorb.
NPSH req.
Nº 39 399


200/500
1450 rpm
Q USGPM
Q IGPM
H m
H ft.
HP absorb.
NPSH req.
Nº 39 824


250/300
1450 rpm
Q USGPM
Q IGPM
H m
H ft.
HP absorb.
NPSH req.
Nº 33036