



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

2011

MECÁNICA DE FLUIDOS

Tema4. Transporte cantidad movimiento sólido-fluido



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> or send a letter to Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.

Autores

I. Martín, R. Salcedo, R. Font.

TEMA 4. OPERACIONES DE TRANSPORTE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO ENTRE SÓLIDOS Y FLUIDOS.

Índice

TEMA 4. OPERACIONES DE TRANSPORTE DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO ENTRE SÓLIDOS Y FLUIDOS.....	1
1. INTRODUCCION A LA TECNOLOGÍA DE PARTÍCULAS.....	3
1.1 PARTÍCULAS SOLIDAS	3
1.2 AGREGADOS DE PARTICULAS Y PROCESOS DE FLOCULACION.....	9
2. DESPLAZAMIENTO DE PARTICULAS SOLIDAS Y AGREGADOS EN EL SENO DEL FLUIDO.....	12
2.1 Regímenes de desplazamiento y velocidad terminal. Presión efectiva de compresión.	12
3. LECHOS POROSOS Y TORTAS	17
3.1 Velocidad media superficial y velocidad media real de un fluido.....	17
3.2 Ley de Darcy. Conceptos de porosidad y permeabilidad.....	18
3.3 Relación entre la permeabilidad y resistencia específica con la porosidad y diámetro media de partícula. Ecuación Blake-Kozeny	20
3.4 Circulación de gases y líquidos a través de lechos granulares.....	23
3.5 Concepto de permeabilidad en suelos	24
4. LECHOS FLUIDIZADOS.....	24
4.1 Tipos de lechos fluidizados.	24
4.2 Cálculo de la velocidad mínima de fluidización.	28
4.3 Velocidad terminal.	33
4.4 Clasificación Geldart en sistemas fluidizados gas-sólido en fase densa.	34
4.5 Distribuidores.....	36
4.6 Tipos de régimen en la fluidización en fase densa. Modelos de flujo	38
5. AGITACIÓN.....	45
5.1 Tanques de agitación y agitadores	46
5.2 Homogeneización de mezclas líquidas	47
6. BIBLIOGRAFÍA.....	49

1. INTRODUCCIÓN A LA TECNOLOGÍA DE PARTÍCULAS

En este tema, se va a analizar las operaciones de circulación de fluidos en contacto con sólidos. Cuando el fluido es un gas, los sólidos son lógicamente insolubles con el gas, y por tanto son partículas sólidas. Sin embargo, si el fluido es un líquido, puede ocurrir que parte de ese líquido entre a formar parte de las partículas sólidas, formando una entidad denominada agregado que tiene el comportamiento de un sólido, es decir, pueden sedimentar. Por tanto, primeramente, se introducirán las partículas sólidas y sus características, y posteriormente se introducirán los agregados.

1.1 PARTÍCULAS SOLIDAS

1.1.1. Caracterización de las partículas sólidas.

El tamaño de las partículas sólidas esféricas queda perfectamente determinado por el valor de su diámetro. Para partículas no esféricas, se define varios conceptos, que se consideran a continuación:

- Diámetro esférico equivalente d_{sph} = diámetro de aquella esfera que tiene el mismo volumen que la partícula

$$V_{part} = V_{sph} = 4/3 \pi (d_{sph}/2)^3 \quad (1.1)$$

- Esfericidad Φ_s = relación entre la superficie externa de la esfera con el mismo volumen que la partícula y la superficie de la partícula. En la Tabla 1.1 se presentan algunos valores de esfericidad.

$$\Phi_s = \left(\frac{S_{sph}}{S_{part}} \right)_{\text{mismo volumen}} \quad (1.2)$$

- Diámetro efectivo d_{eff} = diámetro de aquella esfera que tiene la misma relación superficie/volumen que la partícula considerada. La relación superficie/volumen "a" para una partícula, se puede calcular como

$$a = \frac{S_{part}}{V_{part}} = \frac{S_{eff}}{V_{eff}} = \frac{6}{d_{eff}}; a = \frac{S_{part}}{V_{part}} = \frac{S_{sph} / \Phi_s}{V_{sph}} = \frac{\pi d_{sph}^2 / \Phi_s}{\pi d_{sph}^3 / 6} = \frac{6}{d_{sph} \Phi_s} \quad (1.3)$$

La relación superficie/volumen para una partícula esférica es 6/diámetro efectivo. Por tanto, se deduce que

$$d_{eff} = \Phi_s d_{sph} \quad (1.4)$$

Tabla 1.1. Esfericidad de partículas

Type of Particle	Sphericity ϕ_s
Sphere	1.00
Cube	0.81
Cylinder	
$h = d$	0.87
$h = 5d$	0.70
$h = 10d$	0.58
Disks	
$h = d/3$	0.76
$h = d/6$	0.60
$h = d/10$	0.47
Activated carbon and silica gels	0.70–0.90
Broken solids	0.63
Coal	
anthracite	0.63
bituminous	0.63*
natural dust	0.65
pulverized	0.73
Cork	0.69
Glass, crushed, jagged	0.65
Magnetite, Fischer-Tropsch catalyst	0.58*
Mica flakes -	0.28
Sand	
round	0.86*
sharp	0.66*
old beach	as high as 0.86
young river	as low as 0.53
Tungsten powder	0.89
Wheat	0.85

Normalmente, los conjuntos de partículas no se presentan con tamaños uniformes, sino con una distribución de tamaños. Por tanto, se debe trabajar con un diámetro medio de partículas, que ha de determinarse experimentalmente. Si el tamaño de las partículas es superior a 38 μm , se pueden utilizar los tamices de Tyler para obtener una distribución de tamaños. En la Figura 1.1 se muestra una tamizadora. La Tabla 1.2 presenta la luz de malla de los tamices.

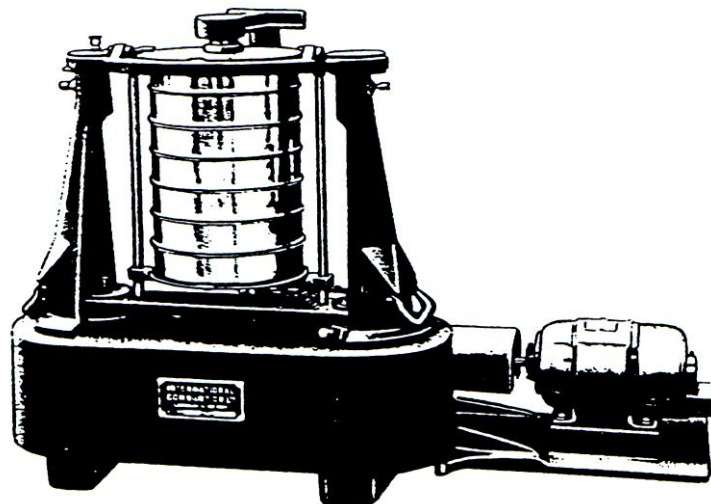


Figura 1.1. Tamizadora y tamices

Tabla 1.2. Características de los tamices.

Tyler Standard Screens

Mesh Number ^a	Aperture ^b		Mesh Number	Aperture	
	(in)	(μm)		(in)	(μm)
3	0.263	6680	35	0.0165	417
4	0.185	4699	48	0.0116	295
6	0.131	3327	65	0.0082	208
8	0.093	2362	100	0.0058	147
10	0.065	1651	150	0.0041	104
14	0.046	1168	200	0.0029	74
20	0.0328	833	270	0.0021	53
28	0.0232	589	400	0.0015	38

^aNumber of wires per inch
^bOpening between adjacent wires

El tamaño medio de las partículas de la fracción que queda entre dos tamices, se calcula como la media aritmética de las aperturas de los dos tamices, y le corresponde el valor diámetro d_p .

Para partículas irregulares, de forma redondeada el valor del diámetro d_{sph} es próximo al d_p , y por tanto

$$d_{eff} = \Phi_s d_{sph} = \Phi_s d_p \quad (1.5)$$

Existen procedimientos experimentales para determinar el factor de esfericidad.

Para partículas pequeñas (diámetro menor de 40 micras), el tamizado no se puede emplear, y se puede recurrir a otras técnicas:

- fotografía de partículas
- métodos basados en la sedimentación: Sedigraph, Pipeta de Andreasen, etc
- difracción de laser.

1.1.2. Distribución de tamaños de partículas.

Un lecho de partículas con tamaños diferentes se comportará lógicamente diferente de un lecho uniforme de tamaño, aunque es posible establecer ciertas semejanzas definiendo un diámetro medio de forma adecuada.

Se introduce el concepto de función de distribución "p" para un material granular, que va a ser una función del diámetro " d_p ", de forma que " $pd(d_p)$ " representa la fracción de volumen o masa del material sólido, cuyo tamaño de partículas está entre " d_p y $d_p+d(d_p)$ ". Esta función puede darse en forma de figuras (Figura 1.3).

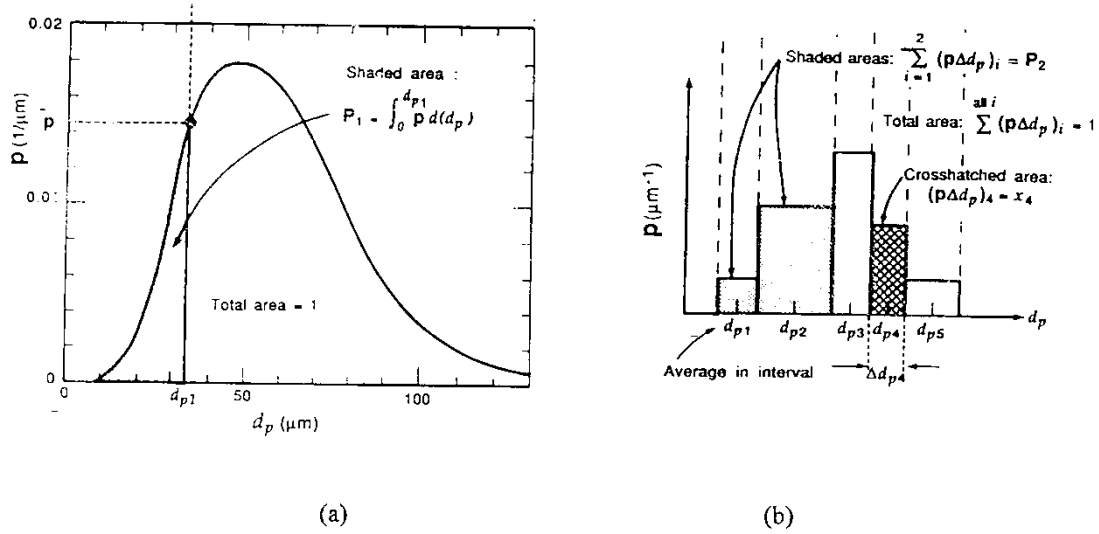
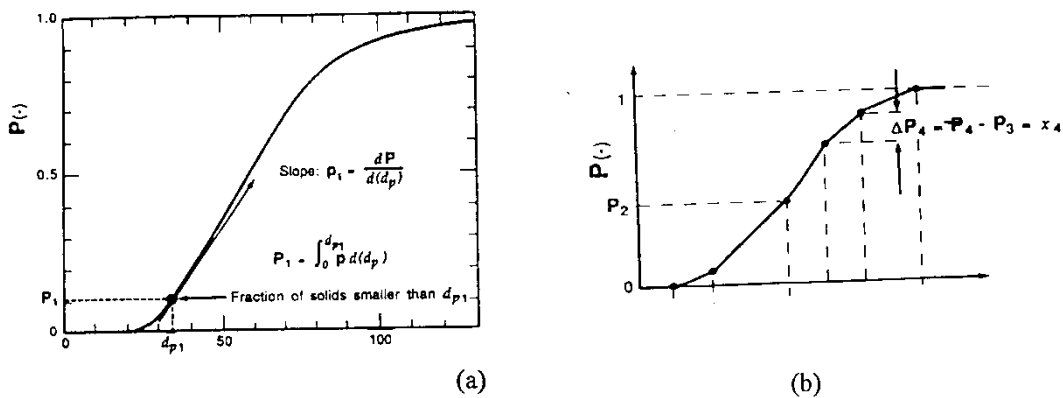


Figura 1.3. Función de distribución p : a) variación continua, b) variación discreta

También se puede definir la función " P ", que es función del tamaño de partícula, representando la fracción másica o volumétrica del material sólido, cuyo tamaño de partícula es menor que el valor de " d_p ". La Figura 1.4 muestra las distribuciones de P , equivalentes a las distribuciones " p " presentadas en Figura 1.3.

De acuerdo con las definiciones de " p " y " P ", se deduce que

$$P = \int_0^{d_p} p d(d_p) \quad (1.8)$$



$$p = \frac{d(P)}{d(d_p)} \quad (1.9)$$

Figura 4. Función de distribución P : a) variación continua, b) variación discreta

La distribución granulométrica puede ser presentada en forma de tabla, tal como se muestra en el siguiente ejemplo: Considérese un material de las siguientes características:

masa acumulativa (g) que tiene	un diámetro (micras) menor que
0	50
50	75
150	100
270	125
330	150
360	175

Se puede construir la siguiente tabla:

Tabla 1.3.

Rango de diámetro (μm)	d_p (μm)	P (para el límite superior del rango)	Fracción másica para el rango x	p (para el diámetro medio) (μm^{-1}) $x/\Delta d_p$	x_i/d_{pi} ($\mu\text{m}^{-1} \times 10^3$)	$x_i d_{pi}$ (μm)
50-75	62.5	0.139	0.139	0.0056	2.22	8.68
75-100	87.5	0.416	0.277	0.0111	3.17	24.3
100-125	112.5	0.750	0.334	0.0134	2.96	37.5
125-150	137.5	0.916	0.166	0.00664	1.21	22.91
150-175	162.5	1	0.084	0.00336	0.512	13.54

A partir de estos datos se puede construir las gráfica de "P y p" frente a "dp". Nótese que " $p_i \Delta(d_{pi})$ " representa la fracción másica " x_i " de material con un diámetro comprendido entre " d_{pi} (diámetro inferior) y $d_{pi} + \Delta(d_{pi})$ (diámetro superior)".

1.1.3. Diámetro medio de partícula

Se pueden definir diferentes conceptos de diámetro medio. Normalmente el concepto que más se utiliza es el concepto diámetro medio superficial o diámetro de Sauter, ya que está relacionado con aquellos procesos donde tiene gran importancia la fricción del fluido con la superficie externa de la partícula. Se define como el diámetro uniforme que debería tener un

conjunto de partículas idénticas para tener la misma superficie específica que un conjunto de partículas reales, con una distribución de tamaños, en la misma masa.

$$\left(\frac{S}{Masa} \right)_{\text{tamaño uniforme}} = \sum_i \left(\frac{S}{Masa} \right)_i x_i$$

Para una partícula esférica, la relación superficie: masa es proporcional a la inversa del diámetro, y lo mismo sucede con partículas irregulares, siempre que sean del mismo tipo. Esta relación es la siguiente:

$$\text{superficie externa de una partícula/masa de una partícula} = \frac{\frac{\pi d_{\text{sph}}^2}{\phi_s}}{\frac{\rho_s \pi d_{\text{sph}}^3}{6}} = \frac{6}{\phi_s \rho_s d_{\text{sph}}}$$

Teniendo en cuenta que el tamaño " d_p " es proporcional a " d_{sph} ", queda demostrada esta relación. Por tanto, se puede escribir que:

- superficie total del material por unidad de masa = $k \sum_i x_i / d_{\text{pi, medio}}$, siendo x_i la fracción másica correspondiente al diámetro $d_{\text{pi, medio}}$ (valor medio de la fracción "i"), que es igual a $p \Delta d_{\text{pi}}$.
- superficie total del material uniforme por unidad de masa = k / \bar{d}_p

Por tanto, teniendo en cuenta que las superficies totales deben ser la misma, se deduce que el diámetro de Sauter es:

$$\bar{d}_p = \frac{1}{\sum_i x_i / d_{\text{pi}}} = \frac{1}{\int_{d_{\text{p, min}}}^{d_{\text{p, max}}} \frac{p}{d_p} d(d_p)} \quad (1.10)$$

Este diámetro superficial se puede calcular también a partir del número de partículas " Δn_i " que tienen un tamaño de partícula medio " d_{pi} " (comprendido entre

$d_{\text{pi}} - \Delta d_{\text{pi}}/2$ y $d_{\text{pi}} + \Delta d_{\text{pi}}/2$). Teniendo en cuenta que la fracción másica x_i es directamente proporcional al número de partículas n y al diámetro elevado al cubo,

$$\bar{d}_{\text{pi}} = \frac{\sum_i x_i}{\sum_i \frac{x_i}{d_{\text{pi}}}} = \frac{k^* \sum_i n_i d_{\text{pi}}^3}{k^* \sum_i \frac{n_i d_{\text{pi}}^3}{d_{\text{pi}}}} = \frac{\sum_i n_i d_{\text{pi}}^3}{\sum_i n_i d_{\text{pi}}^2} = \frac{\int_{d_{\text{p, min}}}^{d_{\text{p, max}}} d_p^3 f^*(d_p) d(d_p)}{\int_{d_{\text{p, min}}}^{d_{\text{p, max}}} d_p^2 f^*(d_p) d(d_p)} = D(3,2) \quad (1.11)$$

En la expresión anterior, puede observarse que el diámetro medio superficial es también denominado $D(3,2)$ debido a las potencias que aparecen en la expresión: 3 para el numerador y 2 para el denominador. Si en vez de tener los datos de la distribución granulométrica con

número n_i de partículas con tamaño medio d_{pi} , se dispone de una distribución continua, la expresión es equivalente considerando que $n_i \approx f^*(d_{pi})d(d_{pi})$.

Se pueden definir otros conceptos de diámetro medio (volumétrico, longitudinal, número, etc). Se considerará otro concepto bastante utilizado que es el diámetro medio másico o volumétrico, que se define como el diámetro medio calculado respecto a la fracción másica. Por tanto:

$$\text{Dia. medio} = \frac{\sum_i d_{pi} x_i}{\sum_i x_i} = \frac{k^{**} \sum_i d_{pi} n_i d_{pi}^3}{k^{**} \sum_i n_i d_{pi}^3} = \frac{\sum_i n_i d_{pi}^4}{\sum_i n_i d_{pi}^3} = \frac{\int_{d_{p,\min}}^{d_{p,\max}} d_p^4 f(d_p) d(d_p)}{\int_{d_{p,\min}}^{d_{p,\max}} d_p^3 f(d_p) d(d_p)} = D(4,3) \quad (1.12)$$

Se pueden considerar otros conceptos de diámetro medio, según el concepto de media. Los valores de $D(3,2)$ y $D(4,3)$ aparecen en muchas distribuciones granulométricas. La tabla 1.3 incluye en sus dos últimas columnas los productos x_i/d_{pi} y $x_i d_{pi}$ para cada rango de partículas especificado. Así, a partir de los datos de esta tabla se obtienen los diámetros medios superficial y volumétrico:

- Diámetro medio superficial o $D(3,2)$, $\bar{d}_p = \frac{1}{\sum_i x_i / d_{pi}} = 99.15 \mu\text{m}$
- Diámetro medio volumétrico o $D(4,3)$, $d_p = \sum x_i d_{pi} = 106.94 \mu\text{m}$

Puede observarse la diferencia entre ambos valores, aunque en ese caso particular no difieren considerablemente.

1.2 AGREGADOS DE PARTICULAS Y PROCESOS DE FLOCULACION.

Las definiciones de tamaños de partículas, distribución de tamaños y tamaños medios, caracterizan completamente un conjunto de partículas siempre y cuando el contacto sólido-fluido no altere las características de las mismas, es decir, que sean completamente insolubles en el fluido. Esto ocurrirá en casi todos los contactos sólido-gas (cuando las partículas sean redondeadas), y en los contactos de sólido-líquido donde el sólido sea insoluble y las partículas sean gruesas (mayores de $200 \mu\text{m}$), dándoles comúnmente el nombre de partículas macizas. Sin embargo, en el caso de contacto líquido-sólido para partículas finas entran en juego interacciones químicas y electrostáticas que hacen que estos sólidos pierdan su identidad como tales, y formen agregados o flóculos, un ente de mayor tamaño formado por sólido y líquido, esponjoso, de densidad media superior a la del líquido. A continuación, se describe la formación de estos agregados.

1.2.1. Formación de agregados o flóculos de partículas.

Considérese un agua bruta de pantano que es fuente de agua potable. Esta agua contiene sustancias sólidas en suspensión finamente divididas y sustancias en estado coloidal. En el estado coloidal, las partículas pueden contener una estructura similar a la que se indica en la Figura 1.5. La partícula sólida en estado coloidal es tan fina que está electrostáticamente descompensada. Por ello, se forma a su alrededor una capa fija de disolución con iones y alrededor de ella otra capa difusa. La partícula cuando se mueve arrastra consigo mismo únicamente la capa fija. Esta unión de la partícula sólida y su capa fija, en la cual pueden unirse otras partículas con sus correspondientes capas fijas, constituye un agregado. Estos agregados pueden ser de un tamaño muy superior a la partícula sólida contenida en su interior, y de cara al movimiento sólido-líquido, el agregado constituye una nueva identidad, desapareciendo el sólido al respecto del movimiento del fluido en flujo externo.

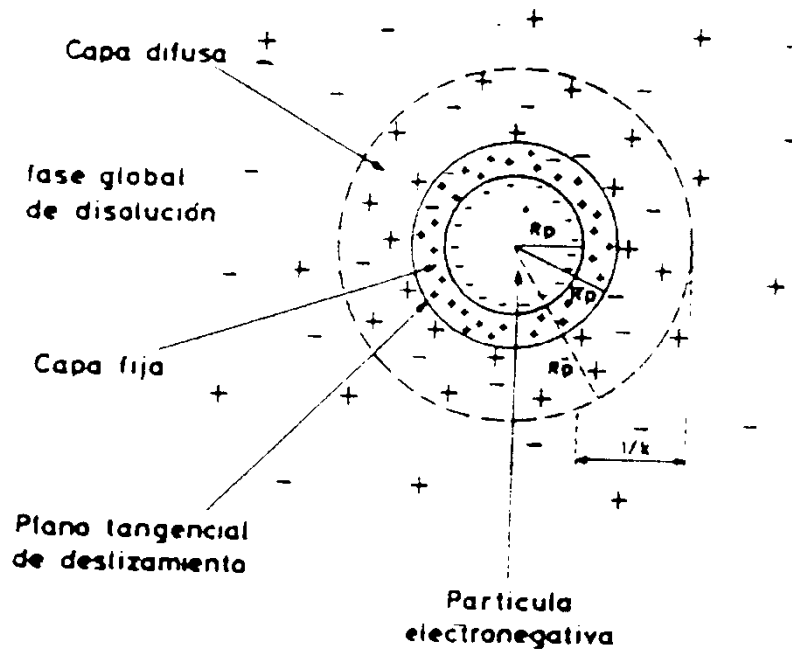


Figura 1.5. Distribución de cargas en una partícula coloidal

Estos agregados pueden formarse espontáneamente al entrar en contacto el sólido con el agua, aunque en ocasiones, se necesite iniciarse el proceso mediante la adición de otras sustancias, denominadas coagulantes, que inician un proceso de formación de agregados o floculación. A este proceso de iniciar la formación de flóculos se denomina coagulación, aunque a menudo su uso es indistinto con el de floculación. Además, de los coagulantes, se pueden añadir ayudantes de coagulación (partículas de arcilla), cuya misión importante es ayudar a la formación de agregados o flóculos de un tamaño mucho mayor a partir de los

inicialmente generados por coagulación. De esta forma, sedimentarían más fácilmente y por tanto, suponen un método de eliminar los sólidos disueltos.

Por tanto, como consecuencia del proceso de coagulación/floculación se forman unos agregados o flóculos con una elevada cantidad de agua en su interior, tal como se muestra en la Figura 1.6., donde los puntos negros significan el origen sólido de este ente, donde las zonas grises son las capas fijas y difusas que contienen una elevada cantidad de agua en su interior.

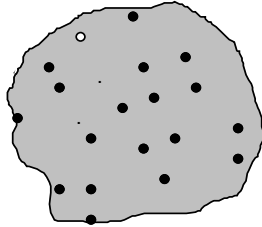


Figura 1.6. Flóculo o agregado de partículas

1.2.2. Densidad del flóculo o agregado y porosidades.

Se denomina "j" o "AVI" (Average Volume Index) a la relación $\text{m}^3 \text{ flóculo} / \text{m}^3 \text{ sólido}$ de un agregado. Por tanto, la fracción volumétrica de fluido dentro de un agregado será $(j-1)/j$. Cuanto mayor sea el valor de j, ello indica que hay mayor contenido de fluido en su interior. Para flóculos de carbonato cálcico, el valor de j puede ser de 2-10, mientras que para flóculos de hidróxidos metálicos puede superar el valor de 1000. Para las partículas macizas, j vale la unidad, por lo que el valor de "j" debe ser siempre mayor que 1.

Se puede deducir que la densidad del flóculo ρ_a es

$$\rho_a = \frac{\text{kg sólido} + \text{kg fluido}}{\text{volumen total}} = \frac{\rho_s + (j-1)\rho}{j} = \text{masa total/volumen total} \quad (1.13)$$

donde ρ_s es la densidad del sólido, y ρ la densidad del fluido.

Considérese una suspensión con flóculos u agregados, tal como se muestra en la Figura 2.3. La concentración C_s viene perfectamente determinada como la cantidad de sólidos por unidad de volumen.

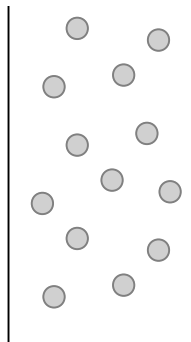


Figura 2.3. Agregados o flóculos en una suspensión.

La fracción volumétrica que ocupan los sólidos ε_s viene dado por

$$\varepsilon_s = \frac{C_s (\text{kg sól}/\text{m}^3 \text{ susp.})}{\rho_s (\text{kg sól}/\text{m}^3 \text{ sól.})} \quad (1.14)$$

mientras que la fracción volumétrica de los huecos de las partículas, que es ocupada por fluido, viene dada por

$$\varepsilon = 1 - \varepsilon_s \quad (1.15)$$

Téngase en cuenta, que expresado de esta forma, el valor de la fracción de líquido ε considera tanto el fluido interagregado como la del fluido introagregados. Sin embargo, en la suspensión los entes que existen de forma macroscópica y se comportan distinto son los flóculos (con su correspondiente líquido introagregado) como el líquido libre (líquido interagregado). Considerando el concepto de "j" o AVI (Average Volumetric Index), se puede deducir que la fracción volumétrica de agregados ($\text{m}^3 \text{ agregados}/\text{m}^3 \text{ suspensión}$) ε_a

$$\varepsilon_a = j (\text{m}^3 \text{ agre}/\text{m}^3 \text{ sól.}) \varepsilon_s (\text{m}^3 \text{ sól}/\text{m}^3 \text{ susp}) \quad (1.16)$$

y por tanto, la fracción de líquido interagregados ε^*

$$\varepsilon^* = 1 - \varepsilon_a = 1 - j \varepsilon_s \quad (1.17)$$

La densidad media de la suspensión ρ_m puede calcularse mediante las relaciones:

$$\rho_m = \varepsilon_a \rho_a + \varepsilon^* \rho = \varepsilon_s \rho_s + \varepsilon \rho \quad (1.18)$$

Cabe decir que a la fracción volumétrica de fluido ε o ε^* se le suele denominar porosidad o fracción de huecos, fundamentalmente en el caso de que las partículas estén en contacto continuo o formen un lecho fluidizado (que se comentará en secciones posteriores).

2. DESPLAZAMIENTO DE PARTICULAS SOLIDAS Y AGREGADOS EN EL SENO DEL FLUIDO.

2.1 Regímenes de desplazamiento y velocidad terminal. Presión efectiva de compresión.

Cuando se dispone de un flóculo o agregado con una densidad ρ_a en un medio líquido de densidad ρ , donde $\rho_a > \rho$, el flóculo cae en el seno del líquido con una velocidad u_{50} . En estas condiciones en las que es el sólido en que se mueve en el seno de un líquido, se define el módulo de Reynolds respecto al sólido (o agregado) como:

$$\text{Re}_s = \frac{\rho u_{50} d_a}{\mu} \quad (2.1)$$

donde ρ y μ son la densidad (kg/m^3) y viscosidad del líquido ($\text{Pa}\cdot\text{s}$) y u_{so} y d_a la velocidad (m/s) y diámetro del agregado (m). Planteando un balance de cantidad de movimiento a la partícula que va cayendo en el seno de un líquido, se obtiene que el peso del agregado menos el volumen desplazado por él es igual a las fuerzas viscosas por el rozamiento sólido líquido, siendo nula la variación de entrada y salida de cantidad de movimiento y la variación de fuerzas de presión:

$$V_a \rho_a g - V_a \rho g = \tau_{rx} S_{rx} \quad (2.2)$$

donde g es la aceleración de la gravedad (m/s^2) y ρ_a la densidad del flóculo o agregado (kg/m^3). Recordando la definición del factor de fricción en el tema 1, se define análogamente un coeficiente de descarga C_D de forma que

$$\tau_{rx} = \frac{C_D}{2} \rho u_{so}^2 \quad (2.3)$$

Teniendo en cuenta que en el segundo miembro de la ecuación 2.2 el resultado de la operación vectorial es otro vector, la magnitud S_{rx} resultante es la sección perpendicular al movimiento de la partícula, es decir, circular, obteniendo:

$$\frac{1}{6} \pi d_a^3 (\rho_a - \rho) g = \frac{1}{8} C_D \rho u_{so}^2 \pi d_a^2 \quad (2.4)$$

Cuando el régimen de circulación del agregado está en régimen reptante ($Re_s < 0.2$), la resolución del balance microscópico de cantidad de movimiento para un fluido newtoniano puede ser resuelto sobre las componentes de los esfuerzos cortantes locales, obteniéndose que la variación del coeficiente de descarga es inversamente proporcional al Reynolds, ($C_D = 24/Re_s$), expresión que se conoce como ecuación de Stokes. Sustituyendo la ecuación de Stokes en la ecuación 2.4 y despejando la velocidad u_{so} :

$$-u_{so} = \frac{g d_a^2 (\rho_a - \rho)}{18\mu} \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) es aplicable cuando sólo hay un flóculo o en suspensiones muy diluidas, donde no hay interacción entre los flóculos, y sólo para velocidades de sedimentación pequeñas, siempre que el número de Reynolds " Re_s " sea menor de 0.2. A velocidades mayores de sedimentación y hasta valores de Reynolds entre 0.2 y 500, no existe una solución analítica del balance de cantidad de movimiento, y empíricamente, se puede emplear la relación:

$$u_{so} = \frac{g(\rho_a - \rho)d_a^2}{[18\mu(1 + 0.15 Re_s^{0.687})]} \quad (2.6)$$

donde en el denominador hay una correlación que corrige el resultado respecto al flujo reptante.

A concentraciones mayores de sólidos, los huecos entre los flóculos por donde el líquido circula hacia arriba es menor, y la velocidad de sedimentación disminuye motivado por que los

flóculos se estorban unos con otros. Entre las diferentes relaciones que se pueden considerar cabe la siguiente:

$$u_s = u_{so} \varepsilon^n = u_{so} \left[1 - j \frac{c_s}{\rho_s} \right]^n \quad (2.7)$$

cuyo significado es que la medida en que disminuye la velocidad de sedimentación por la presencia de muchos flóculos es proporcional a la porosidad ε (fracción de fluido en la suspensión) elevado a un exponente n . El valor de n se determina por correlaciones experimentales, y no existe unanimidad sobre el valor de dicho parámetro. A valores bajos de Reynolds, el valor de n es próximo a 5. Richardson y Zaki propusieron el valor constante de 4.65. Según otras fuentes, n no es constante y depende del régimen de circulación, donde n se puede calcular como

$$\frac{5.09 - n}{n - 2.73} = 0.104 \text{Re}_s^{0.877} \quad (2.8)$$

La ecuación (2.7) es válida hasta valores de jc_s/ρ_s de 0.6-0.65, y que la expresión representa la fracción volumétrica de agregados en la suspensión, y el lecho fijo (contacto continuo) de agregados se consigue para valores de 0.65 (valor crítico). Por encima de este valor, en el que los sólidos están en contacto directo unos con otros (lecho fijo), la sedimentación (si la hay) tiene lugar por compresión de los agregados, y no por caída de un sólido en un medio viscoso.

El rango de concentraciones, donde unos flóculos se molestan unos a otros, pero sedimentan individualmente, se le conoce como rango de sedimentación impedida, o de no compresión (en ocasiones de sedimentación libre).

Para un flóculo de alumbre, de densidad 1001.000 kg/m³ y 1-3 mm de diámetro, la velocidad de sedimentación a dilución infinita es de 0.2-0.9 mm/s, que puede disminuir considerablemente si la suspensión es concentrada (hasta 10-100 veces).

Al ir aumentando la concentración de sólidos, llega un momento en que los flóculos se tocan unos a otros continuamente formando un relleno de partículas sólidas. A partir de esa concentración, el régimen de sedimentación de la matriz de sólidos que se forma es por compresión, dando lugar a un lodo más concentrado, a medida que tiene mayor espesor, ya que son los sólidos de arriba son los que transmiten presión de compresión a los sólidos de las capas inferiores, debido al peso. Durante esta sedimentación por compresión, la matriz de sólidos o lodo va perdiendo la estructura de agregado, desplazándose el líquido y quedando el sólido del agregado. Se define la presión efectiva " p_s " como a la fuerza por unidad de superficie transversal total que es capaz de soportar una suspensión sin aumentar de concentración de sólidos. Por tanto, existe una relación $p_s = f(\varepsilon_s)$ característica para cada material sólido suspendido en un determinado fluido. La presión efectiva es transmitida por los sólidos y por el fluido que pudiera quedar ocluido entre las partículas sólidas, pero no es transmitida por el fluido que libremente puede circular a través de los poros.

Para un material denso, sin huecos abiertos en el interior (partículas de vidrio, etc), toda la deducción anterior es válida considerando que el valor de "j" es la unidad, y que cuando las partículas entran en contacto, se obtiene un lecho fijo que no se puede comprimir. Únicamente pueden comprimirse lechos o lodos cuyos elementos hubieran formado previamente flóculos. Si nunca formaron flóculos, nunca pueden comprimirse (a no ser que se fracturen).

La ecuación (2.5) también se puede aplicar a partículas sólidas individuales dentro de una corriente gaseosa.

2.1.1. Balance de cantidad de movimiento y presión efectiva.

Con objeto de poder comprender mejor el significado de la presión efectiva, se va a efectuar un balance de cantidad de movimiento a un elemento de volumen, tal como se muestra en la Figura 2.2.

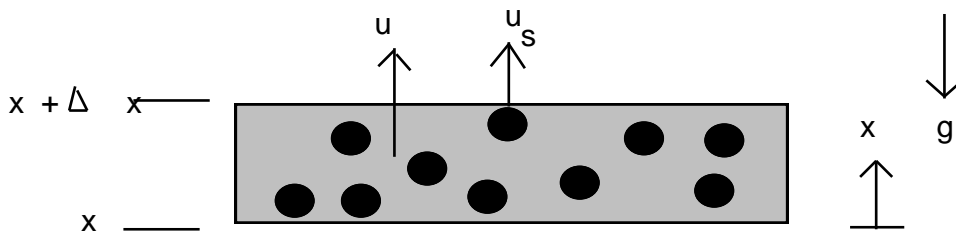


Figura 2.1. Balance de cantidad de movimiento.

a) Flujo de cantidad de movimiento de las partículas sólidas contenidas en el elemento de volumen. Todas las magnitudes vectoriales se tomarán como positivas en la dirección del semi-eje positivo. La aceleración de la gravedad es negativa, tomando como "g" el valor positivo 9.81 m/s².

$$\frac{\Delta}{\Delta t} [\epsilon_s \rho_s u_s A \Delta x] + A \epsilon_s \cdot \rho_s u_s \cdot u_s|_{x+\Delta x} - A \epsilon_s \cdot \rho_s u_s \cdot u_s|_x = -T_s \cdot A|_{x+\Delta x} + T_s \cdot A|_x - \rho_s \epsilon_s g A \Delta x - f_{sf} A \Delta x \quad (2.9)$$

Téngase en cuenta que $\rho_s u_s$ representa la densidad de flujo de sólidos (kg/(m².s)), que al multiplicarla por el área libre de paso " $A \epsilon_s$ " da el flujo de materia, y al finalmente multiplicarlo por la concentración específica de cantidad de movimiento " u_s ", obtiene el flujo de cantidad de movimiento. T_s representa el esfuerzo transmitido a los sólidos, y " f_{sf} " representa el esfuerzo transmitido desde el fluido al sólido únicamente por rozamiento en el interior del elemento del volumen y por unidad de volumen total. Dividiendo por " $A \Delta x$ " la ecuación (2.9) y tomando límites, se deduce

$$\rho_s \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_s u_s) + \rho_s \frac{\partial}{\partial x} (\epsilon_s u_s u_s) = -\frac{\partial T_s}{\partial x} - \rho_s \epsilon_s g - f_{sf} \quad (2.10)$$

acumulación salida - entrada generación(fuerzas)

b) Flujo de cantidad de movimiento del fluido contenido en el elemento de volumen. Siguiendo un similar razonamiento para el fluido

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon u) + \rho \frac{\partial}{\partial x}(\epsilon u u) = -\frac{\partial T}{\partial x} - \rho \epsilon g + f_{sf} \quad (2.11)$$

acumulación salida - entrada generación (fuerzas)

El esfuerzo T_s que se transmite a los sólidos consiste en dos términos: el transmitido por los sólidos (p_s) y por el líquido encerrado en cavidades cerradas, referido a fuerza de compresión por unidad de superficie total transversal, y la transmitida por el líquido que puede fluir libremente entre las partículas, que será igual a $p\epsilon_s$, ya que "p" es la presión hidrostática del líquido (fuerza de choques de las moléculas por unidad de superficie), y ϵ_s es la fracción volumétrica de sólidos, pero representa también la fracción de superficie de sólido que recibe el impacto de los choques de la moléculas del fluido. Por tanto,

$$T_s = p_s + p\epsilon_s \quad (2.12)$$

El esfuerzo T transmitido por el líquido será

$$T = p\epsilon \quad (2.13)$$

En muchas ocasiones, la velocidad con que cambia las concentraciones de cantidad de movimiento (términos de acumulación en las ecuaciones (2.10) y (2.11)) o se transmite por convección (términos de "salida - entrada" en las ecuaciones (2.10) y (2.11)) es muy pequeña en comparación con las fuerzas de generación. En este caso, los primeros miembros de las ecuaciones (2.10) y (2.11) serán nulos, y sumando los segundos miembros, teniendo en cuenta las ecuaciones (2.12) y (2.13), se deduce que:

$$0 = -\frac{\partial p_s}{\partial x} - \epsilon_s \frac{\partial p}{\partial x} - \rho_s \epsilon_s g - f_{sf} - \epsilon \frac{\partial p}{\partial x} - \rho \epsilon g + f_{sf} \quad (2.14)$$

Simplificando algunos términos, teniendo en cuenta que $\epsilon = 1 - \epsilon_s$, la ecuación (2.14) se transforma en

$$-\frac{\partial p_s}{\partial x} = (\rho_s - \rho)g\epsilon_s + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g = (\rho_s - \rho)g\epsilon_s + \frac{\partial(p + \rho g x)}{\partial x} = (\rho_s - \rho)g\epsilon_s + \frac{\partial p^+}{\partial x} \quad (2.15)$$

siendo p^+ la presión con contribución gravitatoria ($p^+ = p + \rho g x$).

La variación de la presión con contribución gravitatoria p^+ es la que se puede observar al conectar dos ramas de una manómetro, y la diferencia de presión corresponde a otros factores distintos al de la altura del fluido de densidad ρ (por esta razón se denomina manométrica).

3. LECHOS POROSOS Y TORTAS

3.1 Velocidad media superficial y velocidad media real de un fluido

Un concepto que se va repetir en muchas ocasiones cuando se analiza la circulación de fluidos a través de sólidos, independientemente si éstos están fijos o en movimiento, es la relación que existe entre la velocidad media que circula el fluido entre los sólidos, y la velocidad media calculada como caudal de circulación dividido por la sección total del conducto donde tiene lugar el proceso. Considérese en primer lugar un lecho fijo de partículas sólidas macizas, por el que circula un fluido, tal como se muestra en la Figura 3.1.

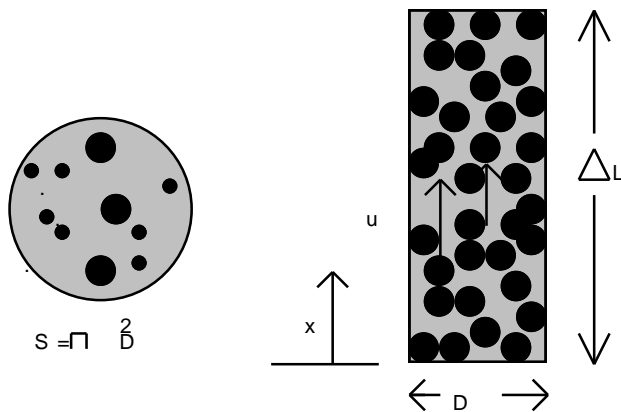


Figura 3.1. Lecho fijo de sólidos, por el que circula un fluido.

La velocidad superficial " u^+ " con que circula el fluido se calcula como caudal Q (m^3/s) dividido por la sección S del cuerpo geométrico ($\pi D^2/4$), siendo D el diámetro del tubo cilíndrico). Ahora bien, la velocidad media " u " con que circula el fluido a través de los huecos será mayor, y se puede calcular de la siguiente forma: supóngase que durante un periodo de tiempo Δt , ha circulado un volumen $Q\Delta t$. Este volumen ocupará una distancia ΔL en el lecho, por lo que

$$u = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{S \Delta L}{S \Delta t} = \frac{\text{volumen total cilindro}}{S \Delta t} = \frac{\text{volumen del fluido} / \varepsilon}{S \Delta t} = \frac{(Q \Delta t) / \varepsilon}{S \Delta t} = \frac{u^+}{\varepsilon} \quad (3.1)$$

Por otra parte, la sección libre de paso o de los huecos S_{paso} , se puede relacionar con la sección S mediante la siguiente expresión:

$$\text{volumen fluido} = S_{\text{paso}} \Delta L = (\text{volumen cilindro}) \varepsilon = S \varepsilon \Delta L \quad (3.2)$$

de donde

$$S^+ = S \varepsilon = S(1 - \varepsilon_s) \quad (3.3)$$

Es importante no olvidar que el concepto de velocidad de fluido a través de los huecos se refiere siempre al valor medio, ya que hay un gradiente de cantidad de movimiento (velocidad máxima en los centro de los huecos, y velocidad nula en las capas adheridas a los sólidos).

Este razonamiento se puede extender también al caso cuando los sólidos están en movimiento, con tal de tomar las velocidades relativas del fluido con respecto al sólido.

En estas condiciones, cuando se ha definido el concepto de velocidad superficial del fluido, se puede definir un módulo de Reynolds de partícula, Re_p , de forma que:

$$Re_p = \frac{\rho u^+ d_p}{\mu} \quad (3.4)$$

donde ρ y μ son la densidad y viscosidad del fluido, u^+ la velocidad superficial definida anteriormente y d_p el tamaño medio de las partículas.

3.2 Ley de Darcy. Conceptos de porosidad y permeabilidad.

Cuando circula un fluido con una baja velocidad " u " (régimen laminar) a través de un conjunto de partículas sólidas macizas (que están en contacto continuo unas con otras), que están bien estacionarias o se mueven con una velocidad " u_s ", se establece la ley de Darcy que relaciona la velocidad media superficial y la presión, que se expresa como

$$u^+ = (u - u_s)(1 - \varepsilon_s) = -\frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial p^+}{\partial x} \right] \quad (3.5)$$

donde

u^+ = velocidad superficial media relativa, calculada como caudal de fluido con respecto al sólido, dividido por la sección total, (m/s)

k = permeabilidad del fluido a través de los sólidos (m^2)

μ = viscosidad del fluido ($Pa \cdot s \equiv [kg/m \cdot s]$)

p^+ = presión con contribución gravitatoria del fluido ($Pa \equiv [kg/m \cdot s^2]$)

La ley de Darcy hace referencia a la circulación relativa de un fluido con un conjunto de partículas, que como ya se ha mencionado, han de estar en contacto continuo unas con otras. En función del tamaño original de los sólidos, el conjunto de partículas se denomina:

- Tortas o lodos: cuando está formado por partículas finas. En este caso, la pérdida de presión que sufre un fluido al atravesar una torta es generalmente grande, ser los poros muy finos.
- Lechos granulares: cuando está formado por partículas gruesas.

Los lechos granulares, al estar formados por partículas gruesas, no son susceptibles de formar flóculos o agregados en disolución, y por tanto no se comprimen. Por el contrario, las tortas y lodos aparecen en los procesos de sedimentación por compresión, filtración y centrifugación. Tanto en los lechos como en las tortas, existen huecos entre los sólidos los cuales contienen en su interior fluido. Normalmente dentro del lodo o de la torta, ha desaparecido la estructura de agregados formados en el proceso de floculación, aunque pueden reconocerse ciertas

unidades o agrupaciones de conjunto de partículas sólidas. Los lodos y tortas de materiales sólidos pueden ser clasificados como incompresibles o compresibles.

En los lodos y tortas incompresibles, todo el lodo o la torta tiene la misma porosidad, que equivale a decir que la concentración de sólidos (o su fracción volumétrica) es constante en todo su seno. En los lodos y tortas compresibles, la fracción volumétrica ε_s de los sólidos depende de una presión efectiva p_s transmitida por los sólidos colindantes.

Considérese un lodo o torta incompresible y estacionaria (inmóvil), y por tanto de composición uniforme, por cuyos huecos circula un fluido (Figura 3.2). Esta situación es la que ocurre durante un proceso de filtración, que se verá en el tema siguiente. Aplicando la Ley de Darcy, teniendo en cuenta que u_s es igual a cero y que la torta está estacionaria, se puede escribir como:

$$u^+ = (u)(1 - \varepsilon_s) = -\frac{k}{\mu} \left[\frac{dp^+}{dx} \right] \quad (3.7)$$

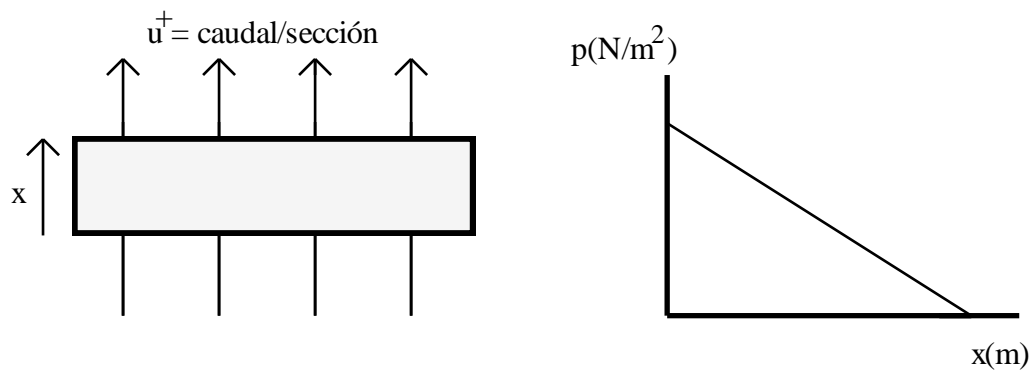


Figura 3.2

Otra forma de expresar la ley de Darcy, es mediante el uso de la resistencia al flujo α (m^{-2}), a través de la torta húmeda, que es justamente el inverso de k ,

$$\alpha = 1/k \quad (3.8)$$

Por tanto, la ley de Darcy se puede escribir también como:

$$u^+ = -\frac{1}{\alpha \cdot \mu} \frac{\partial p^+}{\partial x} \quad (3.9)$$

Nótese que α representa la resistencia al flujo debido a la fuerza impulsora $[(-1/\mu)(\partial p^+/\partial x)]$, y será mayor cuantos menos huecos tenga la torta. En la bibliografía, un parámetro que suele utilizarse frecuentemente es la resistencia específica al flujo α_s (m/kg), que se define como:

$$\alpha_s = \frac{\alpha}{\rho_s \varepsilon_s} = \frac{1}{\rho_s \varepsilon_s k} \quad (3.10)$$

donde ρ_s es la densidad del sólido y ε_s es la fracción volumétrica de sólido en la torta húmeda. Nótese que " $\rho_s \varepsilon_s$ " representa los kg de sólido seco por m^3 de torta húmeda, y por ello se denomina de esta forma el concepto de α_s .

Otro parámetro que aparece frecuentemente en procesos de filtración y en circulación de fluidos a través de lechos porosos es la resistencia media de la torta R_t , definido como

$$u^+ = \frac{Q(m^3/s)}{A(m^2)} = -\frac{1}{\alpha \mu} \frac{dp^+}{dx} = -\frac{1}{\alpha_s \rho_s \varepsilon_s \mu} \frac{dp^+}{dx} \approx -\frac{\Delta p^+}{\mu \alpha_s \rho_s \varepsilon_s \Delta x} = -\frac{\Delta p^+}{\mu R_t} \quad (3.11)$$

donde R_t representa la resistencia al flujo a través de la torta, siendo una propiedad extensiva, ya que depende de la cantidad de lecho considerada. En la ecuación (3.11), se ha igualado dp^+/dx a un valor medio de $\Delta p^+/\Delta x$. De la ecuación (3.11), se deduce que

$$R_t = \alpha_s \rho_s \varepsilon_s \Delta x = \alpha_s \frac{\rho_s \varepsilon_s A \Delta x}{A} = \alpha_s \frac{W_s}{A} \quad (3.12)$$

siendo A el área transversal e W_s la masa de sólidos que hay contenidos en el volumen $A \Delta x$. Puede comprobarse que la resistencia R_t depende de la cantidad de sólidos por unidad de área transversal y de la permeabilidad media de la torta.

Un parámetro que aparece en algunas tortas es la relación M : masa torta húmeda/masa torta seca. Este parámetro se puede relacionar con la fracción volumétrica de sólidos y con la porosidad, como a continuación se indica. Por cada kg de torta seca habrá un total de M kg de torta húmeda, y por tanto, $M-1$ kg de agua. Teniendo esto en cuenta se puede encontrar una ecuación que nos relacione ε_s con el parámetro M y las densidades, de la siguiente manera:

$$M = \frac{\text{masa sólido seco} + \text{masa líquido en torta}}{\text{masa sólido seco}} = \frac{\rho_s V_s + \rho V}{\rho_s V_s} = 1 + \frac{\rho \varepsilon}{\rho_s (1 - \varepsilon)} \quad (3.13)$$

3.3 Relación entre la permeabilidad y resistencia específica con la porosidad y diámetro media de partícula. Ecuación Blake-Kozeny

Considérese una torta de sólidos estacionarios de espesor L cuya fracción de sólidos sea ε_s . Tal como se ha visto en la sección anterior, dicha torta tiene una serie de poros y capilaridades por donde circula el fluido con una velocidad media u . Considérese como aproximación que estos poros que atraviesan la torta sean prácticamente rectos, teniendo una sección no necesariamente circular. En estas condiciones, la pérdida de presión que sufre el líquido al atravesar dicho poro vendrá dado por la ecuación de Bernoulli:

$$-\frac{\Delta p^+}{\rho} = 2fu^2 \frac{L_{\text{poro}}}{D_{\text{eq.poro}}} \quad (3.14)$$

donde f es el factor de fricción de Fanning, L la longitud del poro y D_{eq} el diámetro equivalente del poro. En las condiciones en las que la ley de Darcy se puede aplicar, (régimen laminar, transporte molecular de cantidad de movimiento), el siguiente tratamiento de Kozeny indica que la variación del factor de fricción viene dado por la ecuación de Hagen-Poiseuille ($f = 16/Re$), y por lo tanto se puede escribir que:

$$-\frac{\Delta p^+}{L_{\text{poro}}} = \frac{32\mu u}{D_{\text{eq.poro}}^2} \quad (3.15)$$

introduciendo la expresión de diámetro equivalente, definido como

$$D_{\text{eq}} = 4 \frac{\text{secc. transv. de poros}}{\text{perím. mojado de poros}} = 4 \frac{\text{secc. transv. de poros} \cdot \frac{\text{altura torta}}{\text{volumen torta}}}{\text{perím. mojado de poros} \cdot \frac{\text{altura torta}}{\text{volumen torta}}} = \frac{4\varepsilon}{S_B} \quad (3.16)$$

donde ε es la porosidad (o fracción de huecos que es igual a la relación volumen de poros/volumen total), y S_B son los m^2 de superficie mojada/ m^3 de lecho. Este valor de S_B se puede expresar como

$$S_B = a_v \cdot \varepsilon_s = a_v(1-\varepsilon) \quad (3.17)$$

donde a_v es la superficie específica del material sólido, que representa los m^2 de superficie interna de los poros/ m^3 de torta seca, y ε_s o $(1-\varepsilon)$ la fracción total de torta seca o sólidos. Por lo tanto:

$$D_{\text{eq}} = \frac{4\varepsilon}{a_v(1-\varepsilon)} \quad (3.18)$$

Teniendo en cuenta que la velocidad media con que circula el fluido a través de los poros u es igual a:

$$u = \frac{u^+ (\text{velocidad media calculada por caudal/sección total})}{\varepsilon (\text{relación poros/torta húmeda en volumen o sección})} \quad (3.19)$$

sustituyendo (3.18) y (3.19) en (3.15), se deduce que:

$$-\frac{\Delta p^+}{L} = \frac{32\mu u^+}{\varepsilon \left(\frac{4\varepsilon}{a_v(1-\varepsilon)} \right)^2} = \frac{2a_v^2(1-\varepsilon)^2 \mu u^+}{\varepsilon^3} \quad (3.20)$$

donde la constante del segundo miembro 2 viene acumulada de dicho factor existente en la ecuación de Fanning (3.14). Dado que la ecuación de Fanning es únicamente válida en tramos rectos de circulación de fluidos, esta expresión (3.20) será únicamente válida cuando los poros que atraviesen la torta sean rectos, tal y como se supuso inicialmente. Sin embargo, se

entiende fácilmente que estos poros no serán necesariamente rectos, o bien no cruzarán la torta perpendicularmente. Con objeto de compensar este hecho, Kozeny sustituyó este factor 2 por una constante κ (denominada de Kozeny) obtenida empíricamente, cuyo valor obtenido experimentalmente es de 25/6.

$$-\frac{\Delta p^+}{L} = \frac{\kappa a_v^2 (1-\varepsilon)^2 \mu u^+}{\varepsilon^3} \quad (3.21)$$

Así, para tortas incompresibles formadas por partículas redondeadas de tamaño medio d_p (diámetro de la esfera con el mismo volumen que la partícula), el valor de a_v será igual a:

$$a_v = \frac{\text{m}^2 \text{ superficie}}{\text{m}^3 \text{ sólido}} = \frac{4\pi(d_p/2)^2}{\Phi_s \cdot \frac{4}{3}\pi(d_p/2)^3} = \frac{6}{\Phi_s d_p} \quad (3.22)$$

donde Φ_s es un factor de esfericidad (ec. 1.1) (relación entre la superficie exterior de la partícula y la superficie de la esfera con el mismo volumen que la partícula), y considerando un valor de $\kappa = 25/6$, se deduce que:

$$-\frac{\Delta p^+}{L} = \frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu u^+}{\varepsilon^3 (d_p \Phi_s)^2} \quad (3.23)$$

Ecuación conocida como Blake-Kozeny. Comparando esta ecuación con la ley de Darcy ($\Delta p^+/L \approx -(dp^+/dx)$) se deduce que:

$$k(\text{permeabilidad}) = \frac{\varepsilon^3 (d_p \Phi_s)^2}{150(1-\varepsilon)^2} \quad (3.24)$$

y por tanto:

$$\alpha_s = \frac{1}{\rho_s \varepsilon_s k} = \frac{1}{\rho_s (1-\varepsilon) k} = \frac{1}{\rho_s (1-\varepsilon) \frac{\varepsilon^3 (d_p \Phi_s)^2}{150(1-\varepsilon)^2}} = \frac{150(1-\varepsilon)}{\rho_s \varepsilon^3 (d_p \Phi_s)^2} \quad (3.25)$$

La anterior expresión permite relacionar la resistencia específica con la porosidad y el diámetro de la partícula, cuando la circulación del fluido transcurre en régimen laminar. Teniendo en cuenta que en tortas incompresibles, ε permanece constante y no varía con la presión de trabajo, α_s también será constante.

Cuando se dispone de una torta compresible con capas con diferente porosidad, se aplicará las ecuaciones anteriores pero en forma diferencial.

3.4 Circulación de gases y líquidos a través de lechos granulares

La expresión de Blake-Kozeny deducida en la sección anterior era válida únicamente cuando el fluido atravesaba la torta o lecho de partículas en régimen exclusivamente laminar, ya que para su deducción, se empleó la ecuación de Hagen-Poiseuille. Este planteamiento es correcto para las tortas, ya que al estar constituidas por partículas finas, los poros también son finos, y la circulación del fluido en los poros en régimen turbulento produciría unas pérdidas de carga imposibles de superar. Sin embargo, cuando una corriente líquida o gaseosa atraviesa un lecho de partículas granulares (es decir, partículas más gruesas), perfectamente definidas como se indica en la figura 1.1, puede circular en régimen turbulento al ser los poros también mucho más grandes, y el valor de la pérdida de presión no podrá obtenerse por la ecuación de Blake Kozeny.

Cuando un fluido circula en régimen turbulento, el factor de fricción es prácticamente constante, tanto más, tanto mayor es la rugosidad (ver parte superior derecha de la gráfica de Moody). Por tanto, a partir de la expresión 3.14, realizando una deducción similar a la anterior pero en función de f para régimen turbulento ($Re_p > 1000$) se obtiene:

$$-\frac{\Delta p^+}{L} = 3f \frac{\rho(1-\varepsilon)u^{+2}}{\phi_s d_p \varepsilon^3} \cong 1.75 \frac{\rho(1-\varepsilon)u^{+2}}{\phi_s d_p \varepsilon^3} \quad (3.26)$$

en la cual se ha sustituido el valor de dicho factor encontrado experimentalmente, obteniéndose la denominada ecuación de Burke-Plummer.

En estas condiciones, se han obtenido expresiones para la obtención de la pérdida de presión que sufre un fluido al atravesar un lecho de partículas cuando éste circula en régimen laminar ($Re_p < 10$, ec. Blake Kozeny) y turbulento ($Re_p > 1000$, ec. Burke-Plummer). Ergun realizó una deducción para la obtención de una expresión que fuera válida para el régimen de transición ($10 < Re_p < 1000$) suponiendo que el factor de fricción es una combinación lineal de:

$$f = \frac{16}{Re} \frac{25}{6} \frac{1}{2} + \frac{1.75}{3} \quad (3.27)$$

donde $16/Re$ es la ec. Hagen Poiseuille, $25/6$ la constante de Kozeny y $1/2$ el inverso de la constante de Fanning. La ecuación que se obtiene para este factor de fricción es:

$$\frac{-\Delta p^+}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon_m)^2}{\varepsilon_m^3} \frac{\mu u^+}{(\Phi_s d_p)^2} + 1.75 \frac{1-\varepsilon_m}{\varepsilon_m^3} \frac{\rho(u^+)^2}{\Phi_s d_p} \quad (3.28)$$

conocida como ecuación de Ergun, válida para cualquier valor de Re_p , donde:

Δp^+ =pérdida de presión manométrica, debida al rozamiento, (N/m²)

L = altura del lecho (m)

ε_m = porosidad media del lecho o fracc. volumétrica de huecos (equivalente a ε)

μ = viscosidad del fluido(kg/(m.s))

u^+ = velocidad superficial del líquido, calculada a sección total libre (m/s)

Φ_S = factor de esfericidad

d_p = tamaño de partícula (m)

ρ = densidad del fluido (kg/m³)

A caudales de circulación bajos, el segundo término de la ecuación de Ergun es despreciable, y la pérdida de presión es directamente proporcional a la velocidad superficial, indicando que el régimen de circulación es laminar, y coincidiendo con la expresión anterior. Por el contrario a caudales elevados, el segundo término es mayor, indicando que el régimen de circulación es turbulento.

Un método de estimación experimental del factor de esfericidad de un conjunto de partículas consiste en representar los valores experimentales de Δp^+ frente a u^+ , en un rango de caudales bajos cuando solo el primer término de la ecuación (3.28) es importante, y de la pendiente de la recta que debe pasar por el origen se deduce el valor de Φ_S , al conocerse todas las demás constantes.

3.5 Concepto de permeabilidad en suelos

En estudios geológicos de terrenos o suelos (o sedimentos como denominan los geólogos), la ley de Darcy (transporte molecular) relaciona la velocidad superficial u^+ con que circula el agua con un gradiente de presión expresada como altura de agua "h" a través de un parámetro denominado también permeabilidad, que se considerará k_{geo} , mediante la ecuación:

$$u^+ = -k_{geo} \frac{dh}{dx} \quad (3.29)$$

donde $dh = dp^+/\rho g$. Si se compara la ecuación (3.29) con la (3.7) (u_s es cero), se deduce que

$$k(m^2) = k_{geo}(m/s)\mu/(\rho g) \quad (3.30)$$

En Ingeniería Química, normalmente se emplea el valor de permeabilidad definido en primer lugar, con unidades de m².

4. LECHOS FLUIDIZADOS.

4.1 Tipos de lechos fluidizados.

Si se hace circular un fluido a través de un lecho de sólidos, con dirección descendente, no tiene lugar ningún movimiento relativo entre las partículas a menos que la orientación inicial de las mismas sea inestable. Si el flujo es laminar, la caída de presión a través del lecho será

directamente proporcional a la velocidad de flujo, aumentando más rápidamente a grandes velocidades. En este caso siempre tenemos un **lecho fijo**.

Si el fluido circula a través del lecho en dirección ascendente, y el caudal es muy pequeño, se seguirá obteniendo un **lecho fijo** de partículas, y la caída de presión será la misma que en el caso anterior (Figura 4.1-a). Si se incrementa poco a poco el caudal de fluido, la pérdida de presión que sufre el fluido será cada vez mayor, de acuerdo con la ecuación de Ergun (ec. 3.28). Al aumentar el caudal, llegará un momento en que la fuerza que pierde el fluido por rozamiento sobre las partículas sea igual a su peso aparente (peso real menos empuje) de las mismas, y éstas sufren una reordenación para ofrecer una resistencia menor al desplazamiento del gas y el lecho se expansiona, quedando en suspensión en la corriente de fluido, y se producen pequeñas vibraciones (sobre todo en la superficie). Justo en el punto en que el lecho se expansiona se denomina **estado de mínima de fluidización** (Figura 4.1b), y a la velocidad superficial a la que se produce, **velocidad mínima de fluidización**. Si entonces se aumenta aún más la velocidad por encima de este punto, las partículas del sólido se mantienen en suspensión en la corriente gaseosa, diciéndose que el lecho es **fluidizado**. Figura 4.1 c –g. Mientras es fácil de distinguir entre los lechos fijos (está quieto) y fluidizados (está suspendido), el estado de mínima fluidización es el punto de transición entre los anteriores, y muy difícil de observar.

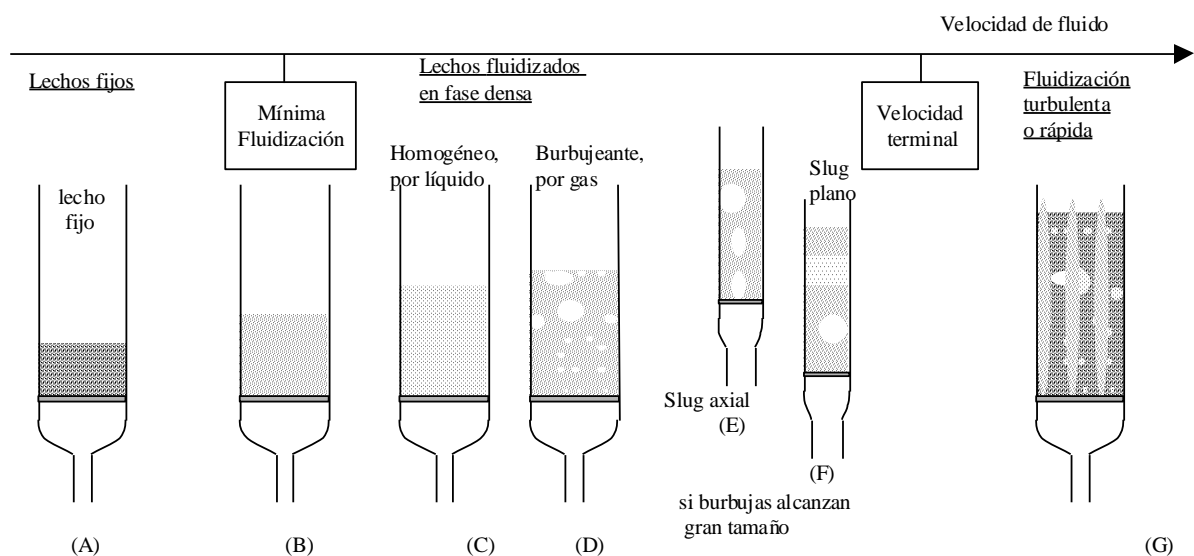


Figura 4.1. Tipos de lechos

En función del tipo de fluido (líquido y gas), y del tamaño de las partículas, los lechos fluidizados se comportan de forma diferente. En sistemas sólido líquido, un aumento de la velocidad de flujo sobre la mínima de fluidización produce una expansión progresiva y homogénea del lecho. Es un lecho **homogéneamente fluidizado** (Figura 4.1c)

Generalmente el comportamiento de los sistemas sólido-gas es bastante diferente:

- Si las partículas son pequeñas, primero tienen fluidización homogénea (como con líquidos). Sin embargo, si se sigue aumentando la velocidad, llega un momento en que se supera el punto de **mínimo burbujeo**. A partir de aquí, se produce una gran agitación con formación de burbujas y canales

preferenciales de paso de gas. Además el lecho no se expande mucho sobre su volumen de mínima fluidización. Este tipo de lecho se conoce como **lecho fluidizado burbujeante** (Figura 4.1d). El lecho toma el aspecto de un líquido en ebullición, moviéndose los sólidos vigorosamente y ascendiendo rápidamente grandes burbujas a través del lecho.

- Si las partículas son de tamaño intermedio, tras el estado de mínima fluidización, aparece directamente la fluidización burbujeante.

A medida que aumenta la velocidad, en los sistemas gas sólido, las burbujas son más rápidas y pueden coalescer y crecen a medida que ascienden. Si el lecho es profundo y la velocidad de paso de gas es alta la coalescencia de las burbujas puede llegar a alcanzar el diámetro del tubo, formándose tapones de gas que ocupan la sección transversal. Estos tapones de gas quedan alternados con zonas de sólidos fluidizados que son transportados hacia arriba, deshaciéndose a continuación y cayendo los sólidos de nuevo. Este tipo de lecho se llama **lecho fragmentado** y al fenómeno se le llama **slug**. Figuras, 4.1e, 4.1f.

Si se sigue elevando la velocidad del gas, se puede superar la velocidad terminal del sólido, con lo que se produce un arrastre apreciable de sólidos al exterior (aunque no necesariamente masivo). Se tiene pues un **lecho fluidizado disperso** con transporte neumático de sólidos, Figura 4.1h, en contraposición al lecho de fase densa. En este caso el sólido que sale por la parte superior del reactor suele ser recuperado mediante ciclones y devuelto al lecho, se tiene

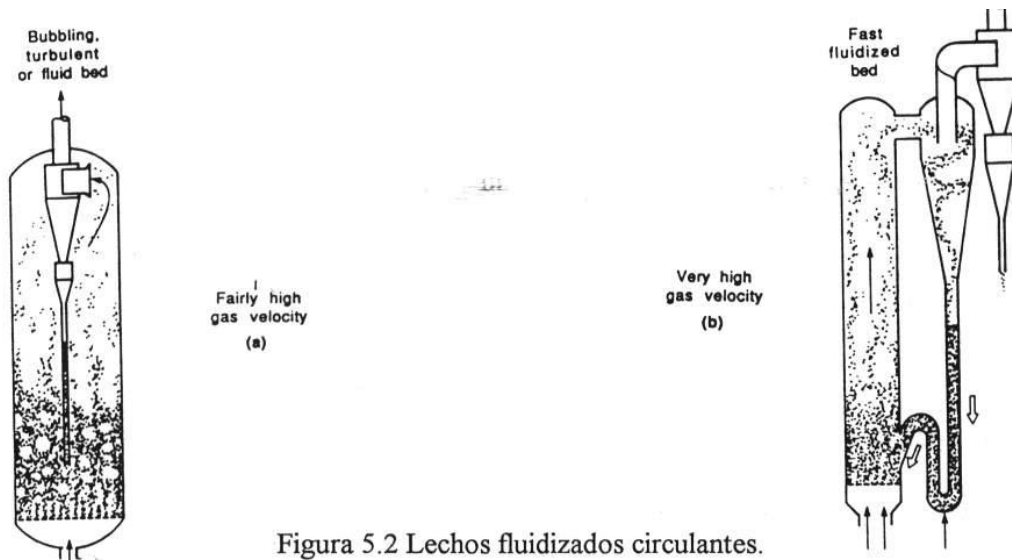


Figura 5.2 Lechos fluidizados circulantes.

pues un **lecho fluidizado circulante**, que puede ser interno o externo (Figura 4.2a, b).

Según Kunii y Levenspiel, en la primera página de su singular obra *Fluidization Engineering*, la Fluidización es *“aquella operación en la cual partículas sólidas se transforman en un estado fluido, mediante la suspensión producida por la acción de una corriente vertical de un líquido o un gas.”* Así, mediante la fluidización, las partículas sólidas se comportan como si fueran un fluido, circunstancia que hace que la Ingeniería aproveche esta situación. El comportamiento de los lechos fluidizados es similar al de un fluido, ya que al estar en estado de suspensión en la corriente de fluido, adquiere muchas de sus propiedades, p. ej.: pueden sumergirse cosas en el seno de un lecho fluidizado; al inclinarse, se horizontaliza el nivel como un líquido, posibilidad de desplazar, sacar y alimentar sólidos. Y si el lecho es

burbujeante, es similar al de un líquido en ebullición. Estas propiedades, así como su contacto íntimo con el gas, es a menudo la propiedad más importante que hace a la fluidización un sistema adecuado para la aplicación como reactor químico. Al estar los sólidos en movimiento, hace posible su aplicación para procesos en continuo. En la industria se emplean reactores de lecho fluidizado para procesos de refinamiento catalítico de fracciones de petróleo, síntesis Fischer-Trops, combustión de carbón en centrales térmicas, etc...

En los reactores de lecho fluidizado, el lecho de partículas puede ser bien el catalizador de una reacción heterogénea entre gases, el sólido producto de una reacción fluido-sólido, el soporte inerte para un intercambio de calor, secador, regenerador de catalizadores, etc...

Las ventajas y desventajas de un sistema de lecho fluidizado gas-sólido respecto a otro tipo de sistemas son:

Ventajas:

- 1.- El comportamiento como un líquido de las partículas permite un control automático continuo con facilidad de manejo.
- 2.- La rapidez de mezcla de los sólidos permite un control muy bueno y eficaz de las condiciones isotermas del sistema.
- 3.- Además, dada la buena mezcla de sólidos, el sistema reacciona lentamente a cambios bruscos en las condiciones de trabajo, lo que permite mantener el sistema estable ante perturbaciones exteriores.
- 4.- La circulación de sólidos entre dos lechos fluidizados hace posible eliminar o añadir grandes cantidades de calor en grandes sistemas.
- 5.- Es adecuado para operaciones en gran escala.
- 6.- Las velocidades de transporte de calor y materia entre el fluido y la partícula son mayores que con otros tipos de métodos de contacto.
- 7.- La velocidad de transporte de calor entre el lecho fluidizado y un objeto inmerso en él es alta. Por lo tanto el intercambio de calor con el lecho requiere relativamente pequeñas áreas superficiales.

Desventajas :

- 1.- Para lechos de burbujas de partículas muy finas existe una gran dificultad para describir el flujo de gas, con una gran desviación del flujo de pistón. La gran cantidad de flujo en forma de burbujas supone un contacto ineficiente entre partículas y gas. Esto es especialmente problemático cuando se requiere una elevada conversión de reactante gaseoso o una elevada selectividad de una reacción intermedia.

- 2.- La rápida mezcla de sólidos en el lecho lleva a que hayan partículas de distintos tiempos de residencia. Para sistemas en continuo esto da un producto no uniforme, especialmente para niveles de elevada conversión
- 3.- Los sólidos se van erosionando por rozamiento a lo largo del tiempo.
- 4.- La erosión de zonas del reactor por abrasión puede ser importante.
- 5.- Hay un coste económico como consecuencia de la energía mecánica necesaria y el equipo para impulsar el fluido.

La mayoría de estos comentarios son aplicables a los sistemas lecho fluidizado líquido-sólido.

4.2 Cálculo de la velocidad mínima de fluidización.

Considérese un lecho de partículas situado sobre un distribuidor, por ejemplo un plato poroso, a través del cual pasa un flujo uniforme de fluido en dirección vertical ascendente, tal como se indica en la Figura 4.3. Si el lecho es fijo, la caída de presión a su través, que tendrá porosidad ε_{fj} y altura L_{fj} formado por partículas aproximadamente redondeadas de tamaño medio d_p , puede determinarse por la ecuación de Ergun (ecuación 3.26).

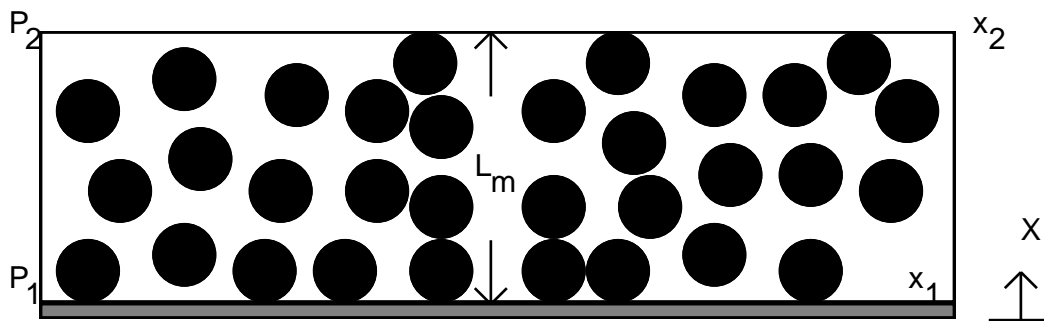


Figura 4.3 Esquema de un lecho fluidizado

Cuando el lecho está fluidizado, el lecho tendrá una porosidad ε_{flu} y una altura L_{flu} diferente a las anteriores del lecho fijo. Así, un balance de cantidad de movimiento entre la sección $x = x_1$ (capa por encima de la placa porosa) y $x = x_2$, en régimen estacionario:

Suma de fuerzas que hacen aumentar la cantidad de movimiento en el volumen =

$$= P_1 A - P_2 A - (M_s + M_f) g = 0 = P_1 A - P_2 A - (V_s \rho_s + (V - V_s) \rho) \quad (4.1)$$

siendo A el área transversal (igual a la de la placa porosa), M_s la masa de los sólidos, M_f la masa del fluido, V_s el volumen del sólido y V el volumen total. La ecuación (4.1) se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
P_1 A - P_2 A &= \left(\frac{V_s}{V} \rho_s + \left(1 - \frac{V_s}{V} \right) \rho \right) g V = \left[(1 - \varepsilon_{flu}) \rho_s + \varepsilon_{flu} \rho \right] g A L_{flu} \\
P_1 - P_2 &= L_m (1 - \varepsilon_{flu}) (\rho_s - \rho) g + L_{flu} g \rho \\
P_1 - P_2 - L_{flu} g \rho &= P_1 - P_2 - (x_2 - x_1) g \rho = L_{flu} (1 - \varepsilon_{flu}) (\rho_s - \rho) g \\
(P_1 + x_1 g \rho) - (P_2 + x_2 g \rho) &= (P_1^+ - P_2^+) = -\Delta P^+ = L_{flu} (1 - \varepsilon_{flu}) (\rho_s - \rho_f) g
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Reordenando términos se tiene:

$$\frac{-\Delta P^+}{L_{flu}} = (1 - \varepsilon_{flu}) (\rho_s - \rho) g \tag{4.3}$$

Cabe decir, que dependiendo de cuanto este de fluidizado el lecho (es decir, de cuál sea la velocidad u^+ por encima de la de fluidización), la porosidad ε_{flu} , y por tanto la altura L_{flu} , serán diferentes. Así, a la velocidad u_1^+ , el lecho tiene un L_{flu1} y ε_{flu1} , a una velocidad u_2^+ , tendrá L_{flu2} y ε_{flu2} , y así sucesivamente. Sin embargo, dado que la característica de los lechos fluidizados es que, para la misma masa, la pérdida de presión es constante para todo u^+ , e igual al peso aparente de las partículas dividido por la sección sobre las que se apoya, se obtiene que:

$$-\Delta P^+ = \frac{M_s \left(\rho_s - \rho \right) g}{S} \tag{4.4}$$

$$(1 - \varepsilon_{flu1}) L_{flu1} = (1 - \varepsilon_{flu1}) L_{flu1} = (1 - \varepsilon_{flu1}) L_{flu1} = \dots = \text{cte} \tag{4.5}$$

recalcando que la ecuación 4.5 se cumple para cualquier velocidad u^+ , siempre y cuando el lecho esté fluidizado y tenga la misma masa.

Como se mencionó anteriormente, el estado de mínima fluidización, que tiene una porosidad ε_{mf} y una altura característica L_{mf} , supone la transición del lecho fijo al lecho fluidizado, por lo que se cumplirán simultáneamente las ecuaciones 3.26 (de lecho fijo) y 4.3 (de lecho fluidizado), sustituyendo porosidad y altura por las del lecho fluidizado en ambas ecuaciones. Primero, dado que el estado de mínima fluidización cumple la ecuación 4.3, también cumpliría las 4.4 y 4.5. Además, en el punto considerado, las ecuaciones 3.28 y 4.3 pueden igualarse, y se puede obtener una ecuación para obtener la velocidad mínima de fluidización u_{mf}^+ .

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \Phi_s} \left(\frac{d_p u_{mf}^+ \rho}{\mu} \right)^2 + \frac{150(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \Phi_s^2} \left(\frac{d_p u_{mf}^+ \rho}{\mu} \right) = \frac{d_p^3 \rho (\rho_s - \rho) g}{\mu^2} \tag{4.6}$$

o también:

$$\frac{1.75}{\varepsilon_{mf}^3 \Phi_s} \text{Re}_{mf}^2 + \frac{150(1 - \varepsilon_{mf})}{\varepsilon_{mf}^3 \Phi_s^2} \text{Re}_{mf} = \text{Ar} \tag{4.7}$$

donde el número de Arquímedes y el Reynolds se definen como:

$$Ar = \frac{d_p^3 \rho (\rho_s - \rho) g}{\mu^2} \quad (4.8)$$

$$Re_{mf} = \frac{\rho u_{mf}^+ d_p}{\mu} \quad (4.9)$$

Por la forma de la ecuación 4.7, se observa que la velocidad mínima de fluidización es independiente de la cantidad de masa del lecho y de la sección del lecho, y únicamente depende de las características físicas de las propias partículas (tamaño, densidad) y del fluido.

Debido a que los valores de Φ_s y ε_{mf} son muy difíciles de determinar (es casi imposible precisar cuál es el estado de mínima fluidización), la velocidad mínima de fluidización se determina, bien experimentalmente (como se describe a continuación), o bien mediante correlaciones obtenidas por resultados experimentales. Distintos autores han resuelto esta ecuación con datos experimentales amplios. La ecuación más aceptada es la de Wen y Yu, aunque puede tener desviaciones grandes:

$$K_1 Re_{mf}^2 + K_2 Re_{mf} = Ar \quad (4.10)$$

En la siguiente Tabla se dan los valores de las constantes encontradas por varios autores, para fluidización gas-sólido:

Tabla 4.1. Valores de K_1 y K_2 .

Investigador(es)	$K_2/(2 \cdot K_1)$	$1/K_1$
Wen y Yu (1966)	33.7	0.0408
Richardson (1971)	25.7	0.0355
Swena y Vogel (1977)	25.3	0.0571
Babin et al. (1962)	27.2	0.0408
Chitester et al. (1984)	28.7	0.0434

De cualquier forma, la velocidad mínima de fluidización determinada por estas correlaciones está sujeta a desviaciones importantes (35%), por lo que no es infrecuente la determinación experimental.

Para la determinación experimental, hace falta un dispositivo al descrito anteriormente. Un tubo cilíndrico provisto de una rejilla o placa porosa en el fondo, que sirva de soporte a un

lecho de partículas sólidas, con posibilidad de medir la pérdida de presión. Se hace circular un fluido, incrementando paulatinamente su caudal de circulación, la variación de la altura del lecho y la pérdida de presión con la velocidad de circulación del gas tienen normalmente las formas de las figuras representadas en la Figura 4.4.

Si se parte de un lecho de sólidos, que no ha sido fluidizado previamente, al aumentar la velocidad del gas su altura no varía ya que el lecho está fijo y la caída de presión irá aumentando a medida que lo hace la velocidad del gas (ecuación de Ergun). Correspondería en la Figura 4.4 al tramo AB.

En el punto B, la caída de presión es ligeramente mayor que la necesaria para soportar el peso de las partículas, debido a la forma como están empaquetadas, ya que esto provoca que se necesite una velocidad un poco más alta para romper esas pequeñas fuerzas de cohesión entre las partículas del lecho.

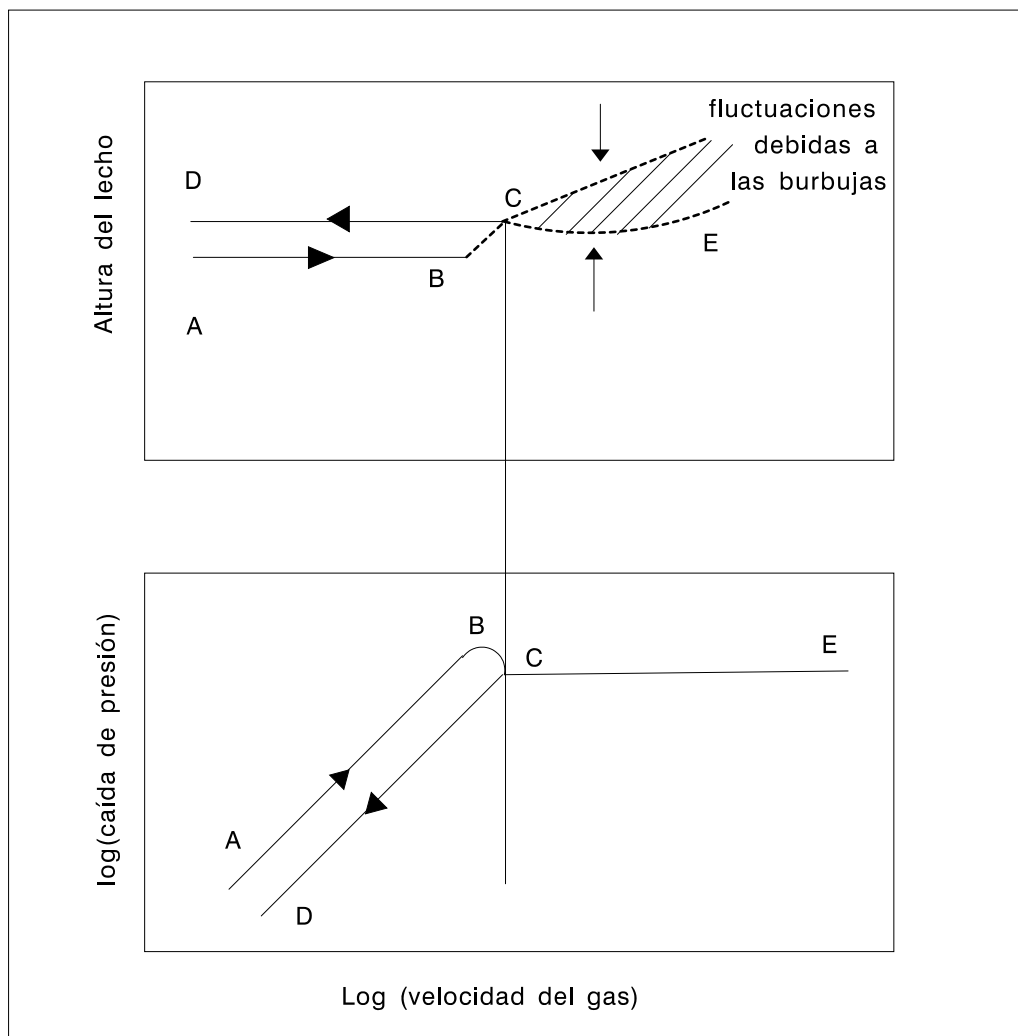


Figura 4.4. Pérdida de presión vs. velocidad de gas.

Un pequeño incremento del flujo sobre el punto B, consigue liberar las partículas y la caída de presión es justamente la necesaria para soportar su peso. El punto C corresponde al punto de fluidización incipiente, y la velocidad a la que se alcanza será la velocidad mínima de fluidización.

Si el caudal se aumenta, se consigue fluidizar el lecho, y las partículas de sólido se mueven libremente. La altura del lecho tiene pequeñas oscilaciones debido a las burbujas formadas aumentando por término medio con la velocidad del gas. La pérdida de presión del lecho permanece constante con el caudal de circulación, que su valor es el peso aparente de sus partículas por unidad de superficie. Corresponde esta fase al tramo CE.

Si a partir de la situación representada en el punto E (velocidad alta y lecho completamente fluidizado), se comienza a disminuir el caudal, se obtiene primero el tramo equivalente CE, y tras el punto de mínima fluidización, el tramo CD, donde la altura del lecho es mayor y la pérdida de presión menor que las correspondientes al tramo AB. El motivo es que la porosidad del lecho fijo tras haberlo fluidizado es mayor a la de un lecho fijo compactado. Si a ese tubo le diéramos unos golpecillos, la altura de sólidos disminuirá.

Mediante la representación de los puntos Δp frente a u tomados en un laboratorio, se determina experimentalmente la velocidad mínima de fluidización. El punto de corte de la prolongación de la recta horizontal correspondiente al lecho fluidizado, y la correspondiente al lecho fijo cuando baja el caudal, es la velocidad mínima de fluidización, tal y como se ve en la figura 4.5.

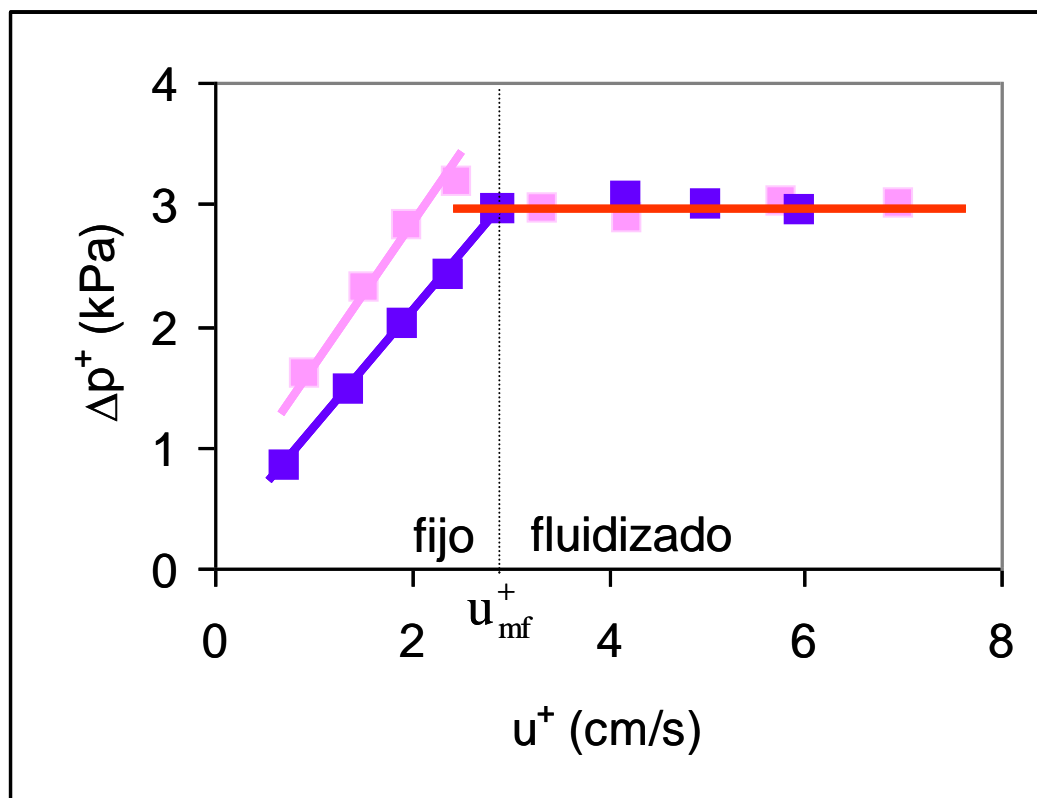


Figura 4.5. Determinación experimental de la velocidad mínima de fluidización

4.3 Velocidad terminal.

Una vez que se ha alcanzado la velocidad mínima de fluidización, si se sigue incrementando el caudal de fluido el sistema estará cada vez más vigorosamente fluidizado. Si se sigue aumentando este llegará un momento en que las partículas sean arrastradas por el fluido, alcanzándose lo que se denomina *velocidad terminal*. Si se aumenta el flujo por encima de la velocidad terminal, tiene lugar el denominado arrastre o transporte neumático de partículas, dejando de existir el lecho fluidizado.

Para una partícula aislada, la velocidad terminal viene dada por la aplicación de un balance de cantidad de movimiento, cuya expresión final es:

$$u_t = \sqrt{\frac{4d_p(\rho_s - \rho)g}{3\rho C_D}} \quad (4.11)$$

donde C_D es un coeficiente de descarga que depende de las características de las partículas y del régimen de circulación del gas. Esta ecuación es la misma que la ecuación 2.4 de caída de un sólido en un medio viscoso: La situación es idéntica, ya que en un caso, el fluido está estacionario y la partícula cae por gravedad, mientras que en el caso de la velocidad terminal, la partícula no cae por su gravedad por que la mantiene una corriente vertical. El valor de C_D , en el caso de sedimentación reptante, venía dado por la ecuación de Stokes. Sin embargo, para el caso de la velocidad terminal (generalmente un gas que sostiene una partícula), el Reynolds es muy superior, y C_D no puede obtenerse de forma teórica, y su estimación está basada en correlaciones experimentales. Haider y Levenspiel (1989) obtuvieron una correlación experimental para el valor de C_D en función de Φ_s y Re_p , cuyo resultado se muestra, a modo de ejemplo, en la ecuación 4.12.

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left[1 + (8.171 \exp(-4.0566\Phi_s)) Re_p^{0.0964+0.5565\Phi_s} \right] + \frac{73.69 \exp(-5.0748\Phi_s) Re_p}{Re_p + 5.378 \exp(6.2122\Phi_s)} \quad 4.12)$$

Los resultados de esta ecuación 4.12, introducidos en la 4.11, dan directamente la velocidad terminal, y se pueden representar de forma simple en la figura 4.6.

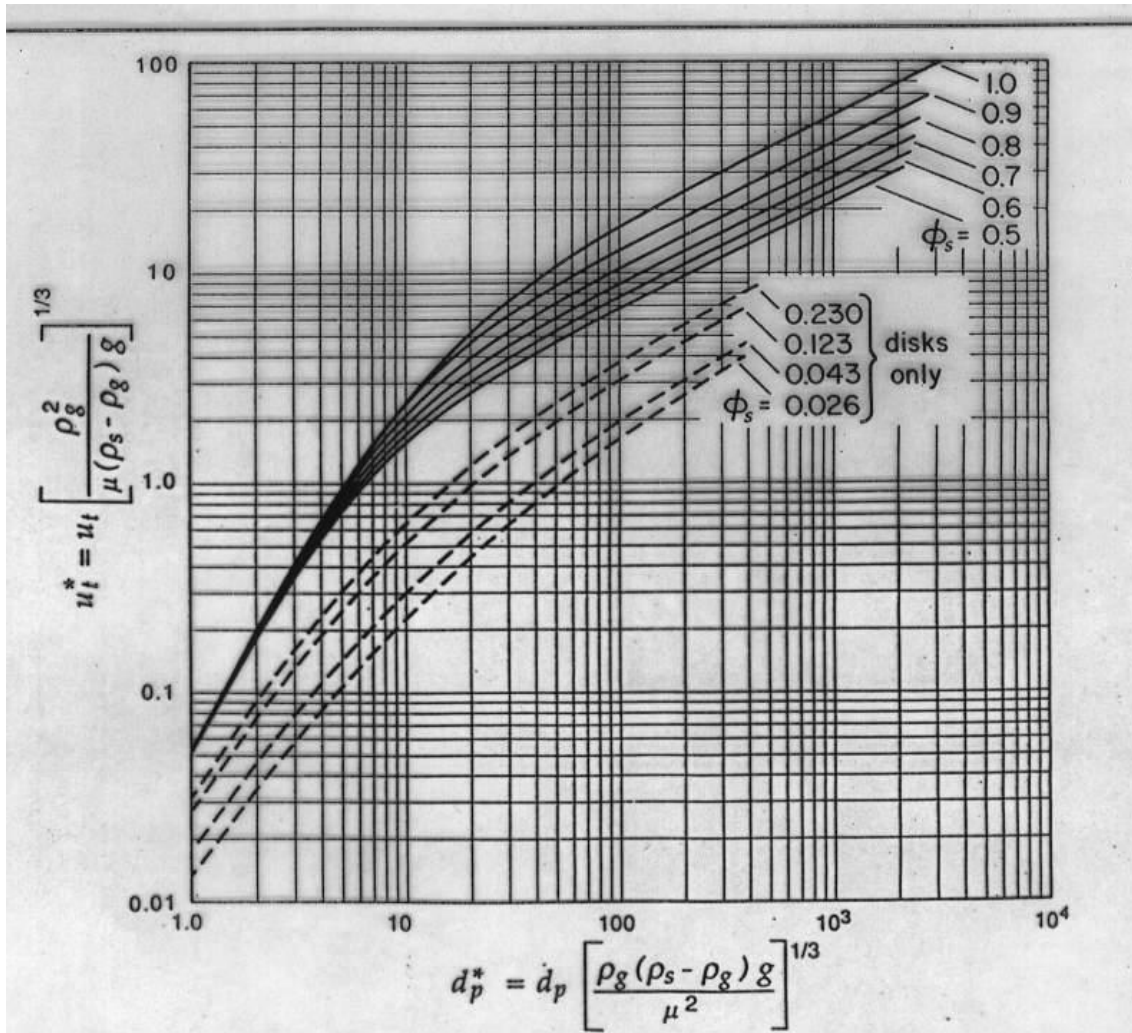


Figura 4.6. Gráfica para la determinación de la velocidad terminal.

En la gráfica se representan los valores del tamaño de partícula adimensional d_p^* y una velocidad terminal adimensional u_t^* :

$$d_p^* = d_p \left[\frac{\rho(\rho_s - \rho)g}{\mu^2} \right]^{1/3} ; \quad u_t^* = u_t \left[\frac{\rho^2}{\mu(\rho_s - \rho)g} \right]^{1/3} \quad (4.13)$$

y de esta forma existe una curva diferente en función del valor del factor de esfericidad Φ_s .

Para calcular la velocidad terminal, hay que utilizar como tamaño de partícula el inferior de la distribución de tamaños que se utilice, pues esta velocidad terminal denota el punto a partir del cual se produce arrastre de partículas. Como ejemplo de valores, la relación u_t/u_{mf} , para partículas finas puede llegar a ser de 80, mientras que para partículas gruesas tan sólo de alrededor de 10 veces.

4.4 Clasificación Geldart en sistemas fluidizados gas-sólido en fase densa.

En la fluidización líquido-sólido, está siempre tenía lugar homogéneamente, simplemente incrementándose la altura del lecho con el aumento de la velocidad del líquido. Sin embargo,

en el gas-sólido, podían existir la fluidización homogénea y la fluidización burbujeante. En este último tipo, hay porciones del gas que forman burbujas, las cuales ascienden a través del resto del lecho que contiene los sólidos, denominado a este último *emulsión*, por el que a su vez también circula gas que sigue manteniendo las partículas suspendidas. Experimentalmente se ha obtenido que la velocidad de ascenso de las burbujas puede ser superior o inferior que la velocidad del gas que circula por la emulsión.

En función del comportamiento de las partículas en la fluidización, Geldart (1973) estableció una clasificación, que permite conocer a priori, aproximadamente, el comportamiento que van a tener un determinado tipo de partículas en la fluidización, que gráficamente se observa en la figura 4.7, en función de la densidad y el tamaño de partícula:

Tipo A:

Son materiales con muy pequeño tamaño de partícula y/o baja densidad ($< 1.4 \text{ g/cm}^3$). Estos sólidos fluidizan fácilmente, y son los que primero tienen fluidización homogénea, y tras superar el punto de mínimo burbujeo, tienen fluidización burbujeante. Las burbujas son pequeñas y rápidas, y la calidad de fluidización es buena. Los catalizadores FCC son característicos de estos sólidos.

Tipo B

Son materiales tipo arena con tamaños de partícula comprendidos entre $40 \mu\text{m}$ y $500 \mu\text{m}$, y densidades comprendidas entre 1.4 y 4 g/cm^3 . Estos sólidos fluidizan de forma excelente, con fuerte formación de burbujas tras la mínima fluidización.

Tipo C

Son partículas cohesivas o polvos muy finos. La fluidización normal es extremadamente dificultosa (a veces, casi imposible) para estos sólidos porque las fuerzas interpartículas son más grandes que la acción del gas. La harina es un sólido característico de este tipo.

Tipo D

Son partículas grandes. Los lechos de estos sólidos son algo más complejos que las partículas B. A medida que las partículas son más grandes, su comportamiento es errático con burbujas grandes que explotan o con un marcado canaleo. Ejemplos de este caso son el secado de granos de habas o café tostado.

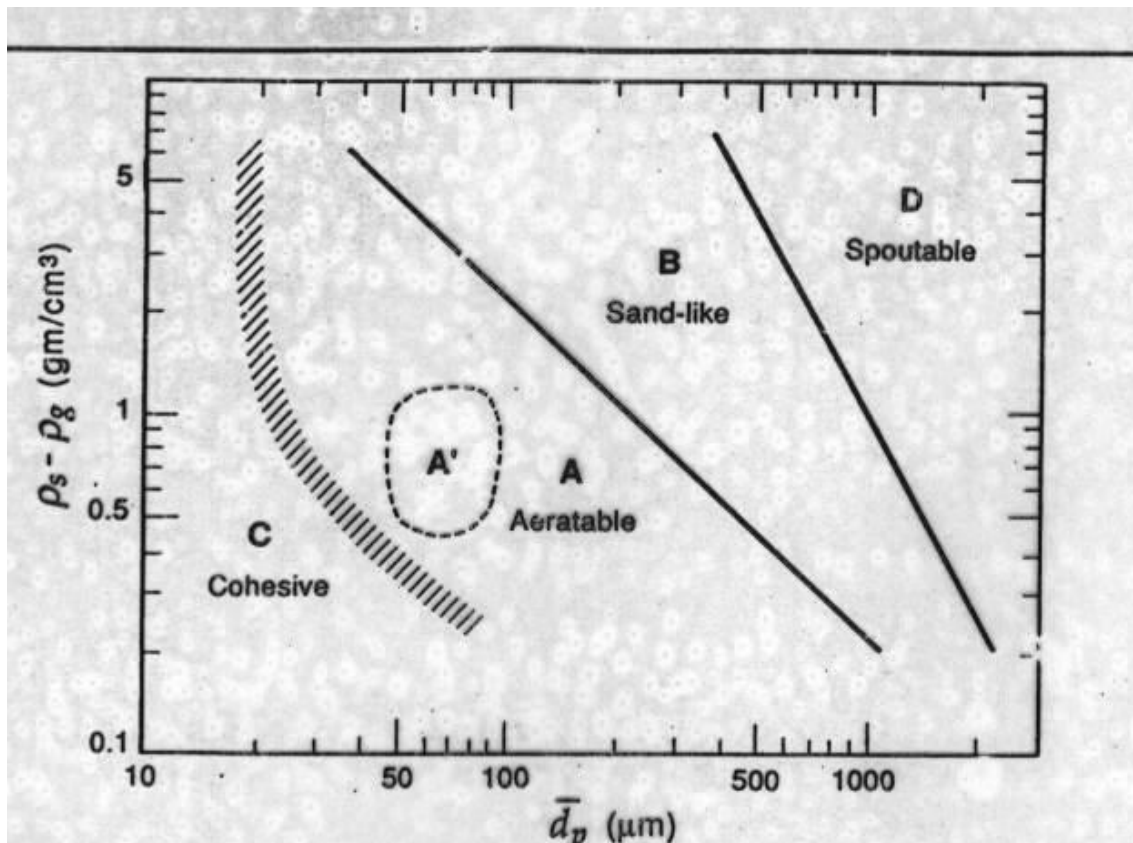


Figura 4.7. Clasificación Geldart de partículas

4.5 Distribuidores

La misión de un distribuidor es, además de mantener el lecho, homogeneizar el flujo de gas de forma que salga del mismo con un perfil plano de velocidades. Dado que esta homogeneización o distribución del flujo del gas se consigue produciendo una caída de presión, el mejor distribuidor será aquel que produzca la mayor cantidad de pérdida de presión a través de la mayor cantidad de sección del mismo posible, esto es, del mayor número de orificios. Así, a escala de laboratorio, suelen utilizarse placas porosas de vidrio sinterizado u otros materiales metálicos o cerámicos. Esta es la situación ideal, en la cual se parte de la distribución más homogénea posible. Se pueden utilizar otros materiales, tales como fibras entre platos agujereados, o incluso finos lechos de pequeñas partículas, etc.

Aunque el contacto gas sólido es mejor con los distribuidores ideales, para las operaciones a escala industrial podemos encontrar algunos inconvenientes:

- Elevadas caídas de presión, lo que haría necesario bombas más potentes y por lo tanto un aumento en el coste.
- Baja resistencia mecánica, que lo haría impracticable a escala industrial.
- Elevado coste de algunos materiales.
- Posible oclusión progresiva de los poros por partículas finas o por productos de corrosión.

Existe, en la industria, una gran variedad de distribuidores (platos perforados, campanas, etc.), cada uno con sus características particulares, pero como regla general para conseguir una

buena fluidización se puede admitir que la caída de presión en el distribuidor sea como mínimo el 20% de la caída de presión en el lecho, ya que se considera que esa caída de presión distribuye aceptablemente el fluido. En la Figura 4.8, se muestran algunos ejemplos.

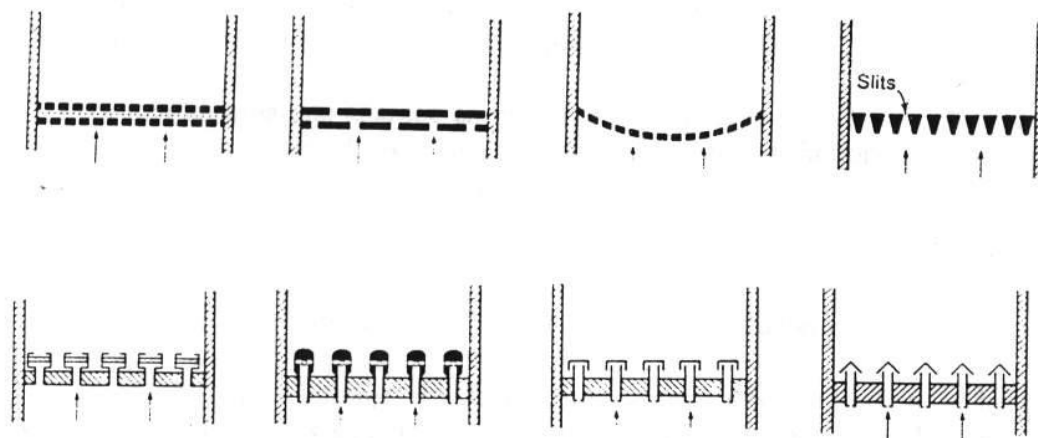


Figura 4.8. Tipos de distribuidores.

La elección del distribuidor puede afectar al régimen del lecho fluidizado. Dado que las burbujas se forman en la parte inferior del lecho, el distribuidor afectará directamente al tamaño inicial de estas burbujas, ya que de los orificios del distribuidor se forman chorros de gas que constituyen ya una burbuja. Estos chorros pueden penetrar una altura considerable en el lecho caso de que el distribuidor sea un plato perforado, cuya influencia ha sido correlacionada a partir de datos experimentales, teniendo el diámetro de cada orificio una importancia capital. Por este motivo, el empleo de campanas con orificios laterales está en auge. La figura 4.9 muestra el efecto de formación de burbujas en función del tipo de distribuidor.

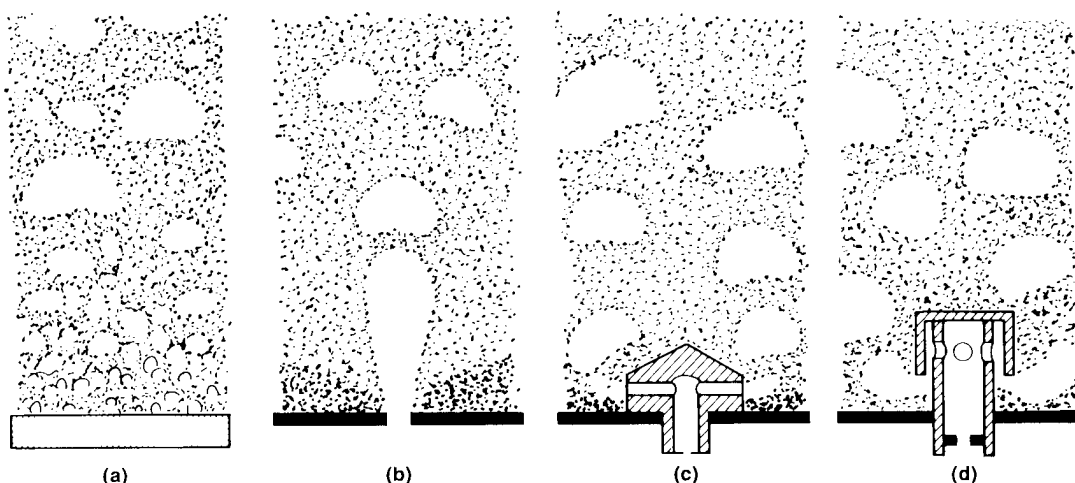


Figura 4.9. Formación de burbujas en distribuidores: a) placa porosa, b) plato perforado, c) campana con orificios, d) campana con tejado.

Según la teoría de Davidson, una burbuja se separa del orificio cuando la velocidad de ascenso de la burbuja es mayor que la velocidad de crecimiento diametral. Suponiendo que el exceso de gas por encima de la mínima de fluidización forma burbujas, y que las burbujas son esféricas se obtiene que:

Para placas porosas, campanas y placas perforadas con orificios muy próximos,

$$d_{bo} = \frac{2.78}{g} (u^+ - u_{mf}^+)^2 \quad (4.14)$$

Placas perforadas con orificios alejados:

$$d_{bo} = \frac{1.3}{g^{0.2}} \left[\frac{u^+ - u_{mf}^+}{N_{or}} \right]^{0.4} \quad (\text{ud. CGS, 4.15})$$

Donde N_{or} es el número de orificios por unidad de superficie.

4.6 Tipos de régimen en la fluidización en fase densa. Modelos de flujo

La fluidización en fase densa es aquella existente cuando la velocidad del fluido está comprendida entre la velocidad mínima de fluidización y la velocidad terminal, y por tanto, existe una frontera clara y nítida en la parte superior del lecho. De esta forma, se considera que la porosidad del lecho fluidizado es prácticamente constante.

Así en fase densa, se encuentran los siguientes tipos de régimen:

- Fluidización homogénea: Es la que hay en la fluidización por líquido y para partículas Geldart A tras la velocidad mínima de fluidización.
- Fluidización burbujeante: Es la existente en la fluidización por gas para Geldart B y D tras la mínima fluidización, y también las Geldart A tras el mínimo burbujeo.

4.6.1. Modelos de fluidización homogénea

En el estado de mínima fluidización, las partículas se encuentran en un estado de suspensión por el fluido, y por tanto, simplemente expandido. Las partículas chocan simplemente unas con otras, pero no se encuentran en agitación. Así, los modelos de flujo del estado de mínima fluidización son:

- Las partículas están estacionarias
- El gas avanza a su través con un perfil plano de velocidades (flujo en pistón)

Así, si se produjera en el lecho algún tipo de reacción química u operación de transferencia de materia (secado, adsorción, etc), la concentración de la fase fluida sería distinta en función de la componente axial del lecho (pero no de la radial). De igual forma pasaría con la fase sólida.

La fluidización homogénea, supone simplemente una expansión progresiva (mayor altura, menor concentración de sólidos) del estado de mínima fluidización, pero igual de homogénea.

4.6.2. Modelos de fluidización burbujeante

En la fluidización gas-sólido burbujeante, la situación cambia completamente. Las burbujas, prácticamente libres de sólidos, cruzan el lecho verticalmente, produciendo una agitación y mezcla vigorosa de sólidos, tanto axial como radial. Así mismo, hay una porción de gas que cruza el lecho como burbujas, y otra por la emulsión (en contacto con los sólidos). Por tanto es

posible que porciones de gas que entran al mismo tiempo al lecho, lo abandonen a diferentes instantes, y por tanto, conocer exactamente el movimiento de sólidos y gas en el seno de un lecho fluidizado burbujeante es muy complicado. La frase del profesor Geldart es determinante: *“El tiempo de llegada de una sonda espacial que viaje a Saturno puede determinarse con mucha mayor precisión que el comportamiento de sólidos y fluidos en un lecho fluidizado”*.

En esta sección, se analizarán los modelos de flujo de un lecho fluidizado burbujeante. Primeramente, se verá el comportamiento de burbujas aisladas que se inyectan en un lecho (Modelo de Davidson), y posteriormente se verán los modelos para el conjunto del lecho fluidizado: el modelo de dos fases y el modelo de tres fases.

4.6.1. Modelo de Davidson para burbujas aisladas

Supóngase que se tiene un lecho en estado de mínima fluidización y se inyecta una cantidad determinada de gas extra que da lugar a la formación de una burbuja aislada. Experimentalmente se obtiene para estas burbujas aisladas las siguientes evidencias:

Las burbujas tienen forma esférica y su contenido en sólidos es inferior al 1%.

Las burbujas ascienden más rápidamente cuanto mayor sea su tamaño. Experimentalmente se ha obtenido que la velocidad de ascenso de una burbuja viene dada por la expresión:

$$u_{br} = 0.711(gd_b)^{0.5}, \quad (4.16)$$

ecuación de forma idéntica a la velocidad de ascenso de una burbuja de gas inyectada en el seno de un líquido. En el caso de perturbaciones por efectos pared ($d_b < 0.13 d_t$) esta ecuación tiene desviaciones, hasta el punto de que al considerarse la burbuja un slug ($d_b \geq 0.6 d_t$), la velocidad de acceso del mismo es constante:

$$u_{slug} = 0.35(gd_t)^{0.5} \quad (4.17)$$

- Existe intercambio de materia entre gas de la burbuja y gas de la emulsión.
- A medida que la burbuja asciende va apartando los sólidos de la emulsión. Además, se forma una estela en la parte inferior de la burbuja en la cual se arrastran sólidos tras el ascenso de la burbuja.

Estas evidencias se esquematizan en la figura 4.10

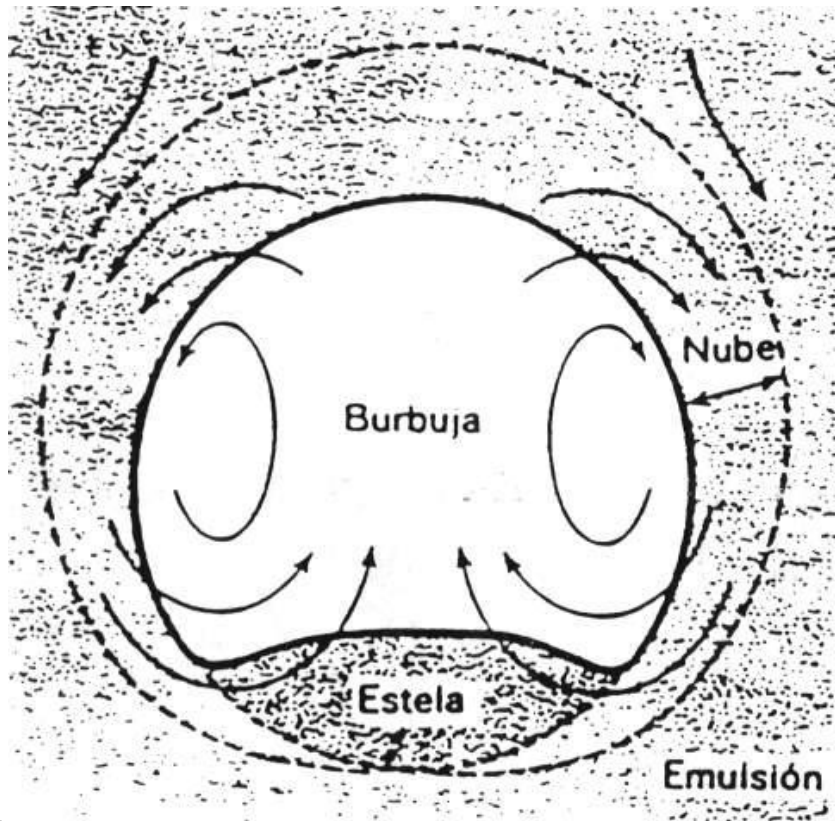


Figura. 4.10

Tras estos hechos experimentales, Davidson (1965) desarrolló un modelo que reproduce satisfactoriamente el comportamiento de estas burbujas aisladas inyectadas en un lecho en condiciones de mínima de fluidización, en base a tres postulados.

Postulado 1. Las burbujas son esféricas y están libres de sólidos. (Por tanto la presión en su interior es constante).

Postulado 2. Cuando la burbuja asciende, la emulsión se mueve como si fuera un fluido no viscoso incompresible, de densidad $\rho_s (1-\epsilon_{mf})$.

Postulado 3. El gas en la fase emulsión se comporta como un fluido incompresible viscoso, por lo que se cumple la ley de Darcy en cualquier dirección.

Además, el modelo incluye dos condiciones de contorno: en la dirección vertical, existe un gradiente constante de presión lejos de las burbujas. Además, la presión en el interior de las burbujas es constante. La figura 4.11 muestra un esquema de los planteamientos de Davidson, así como su solución a la variación de la presión en las proximidades de la burbuja.

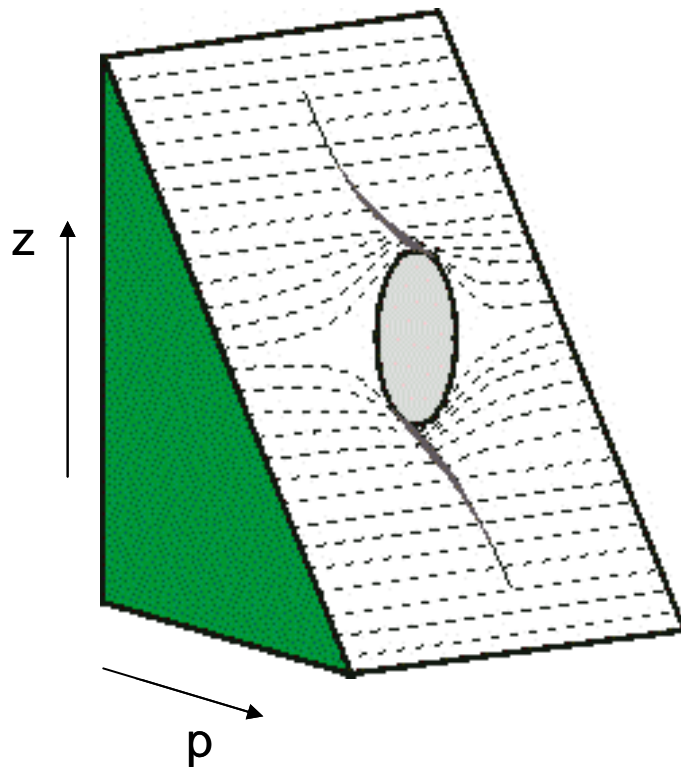


Figura 4.11 Esquema de los postulados de la teoría de Davidson

La figura representa la variación de la presión sobre la vertical de un lecho fluidizado, y muestra zonas de burbuja y zonas de emulsión. La presión en la emulsión desciende linealmente con la altura (ley de Darcy), pero las burbujas son zonas de presión constante en cualquiera de sus dimensiones. La presión en toda la burbuja es aquella que le correspondería al punto central de la misma si estuviera en la emulsión. Por tanto, en la solución del modelo, aquellas zonas de la emulsión próximas a la burbuja tienen perturbado su presión: En la parte inferior de una burbuja, se produce una depresión respecto a lo que debería tener por su altura, y en la superior lo contrario. Esto produce que la parte inferior de la burbuja succione gas, mientras que su salida se producirá por la parte superior. Esta parte interpreta las evidencias experimentales de intercambio de materia emulsión-burbuja.

El resultado del modelo de Davidson indica el movimiento de los sólidos en las inmediaciones una burbuja mediante la aplicación del flujo potencial, sin valorar el ascenso neto de sólidos por viajar en la estela. El modelo de Davidson también indica que la velocidad del gas por el interior de la burbuja es 3 veces la mínima de fluidización con respecto a la velocidad de la burbuja. Sin embargo, las líneas de flujo son distintas en función de la relación entre la velocidad de ascenso de la burbuja con respecto a la velocidad real del gas en la emulsión,

$$u_f = u_{mf}^+ / \varepsilon_{mf} :$$

- Si $u_f > u_{br}$, el gas tiende a circular por el interior de la burbuja para acelerar su paso por el lecho. (Figura 4.12 a-b)
- Si $u_f = u_{br}$, el gas de la emulsión puede entrar y salir de la burbuja varias veces. (figura 4.12 c)

- Si $u_f < u_{br}$, el gas de la emulsión circula hacia abajo con respecto a la burbuja (figura 4.12 d-f). Se produce una recirculación de gas que sube por la burbuja, que al salir, baja por la emulsión, y de nuevo entra en la burbuja por la parte inferior. De esta forma, se forma una *nube* de gas que acompaña a la burbuja, cuyo tamaño depende de la relación u_{br}/u_f .

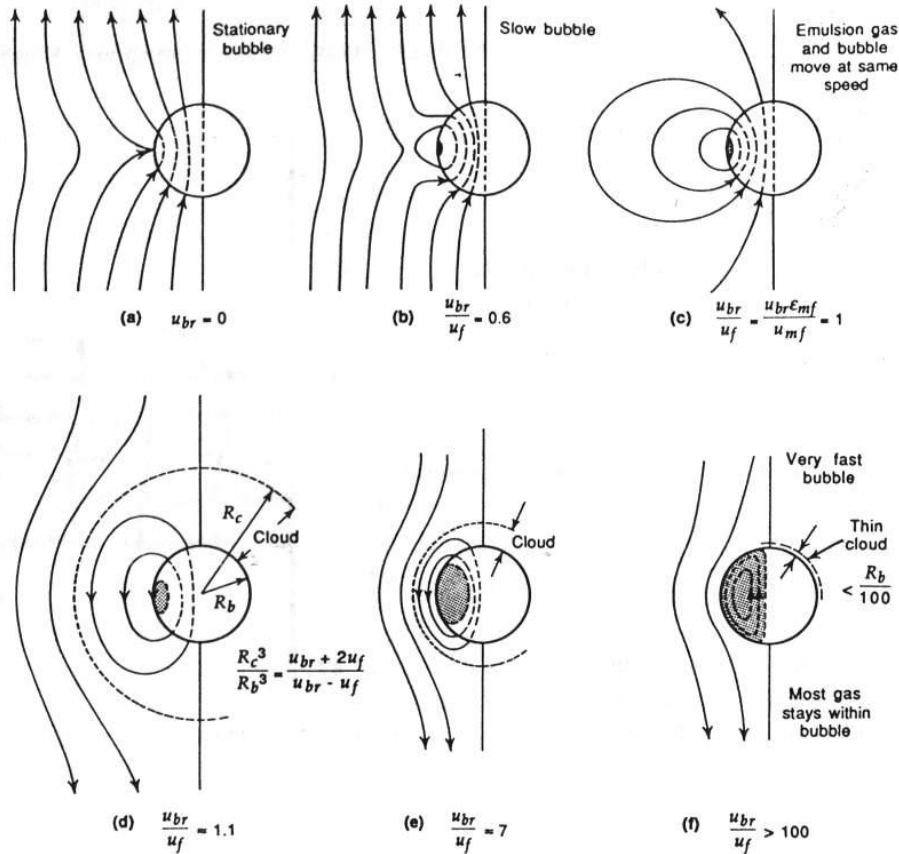


Figura 4.12. Circulación del gas en el entorno de la burbuja, de acuerdo con el modelo de Davidson y Harrison.

4.6.3. Modelo de dos fases

En el caso de un lecho fluidizado burbujeante, esto es, con muchas burbujas y a una velocidad u^+ superior a la de mínima fluidización, la velocidad de ascenso de las burbujas u_b no coincide con el de una burbuja aislada del caso anterior. Además, crecen a medida que suben en el lecho, pudiendo coalescer unas con otras, e incluso dividirse. Distintos grupos de trabajo han obtenido correlaciones experimentales para la determinación del tamaño de las burbujas dependiendo del tipo de partículas Geldart, aunque en todas se encuentra una dependencia entre la altura del lecho en que se encuentre la burbuja y las condiciones de operación: Así para partículas Geldart A y B, se tiene la ecuación de Mori-Wen (1975):

$$\frac{d_{b,\max} - d_b}{d_{b,\max} - d_{b0}} = \exp(-0.3z/d_t) \quad (4.18)$$

$$d_{b,\max} = 0.65 \left[\frac{\pi}{4} d_t^2 (u^+ - u_{mf}^+) \right]^{0.4} \quad (\text{Unidades CGS})$$

donde d_b es el tamaño de la burbuja en función de la altura z , d_t el diámetro del lecho fluidizado, d_{bmax} el tamaño máximo que puede alcanzar la burbuja y d_{bo} el tamaño inicial (que se dio en una sección anterior). Para partículas Geldart D, está propuesta una ecuación más sencilla, por Cranfield y Geldart (1973):

$$d_b = 0.0326(u^+ - u_{mf}^+)^{1.11} z^{0.81} \quad (\text{Unidades CGS}) \quad (4.19)$$

Respecto al movimiento de los sólidos, estos ascienden en la estela de las burbujas hasta la superficie del lecho, rompiendo la burbuja y produciendo que parte de las partículas se proyecten verticalmente. Los sólidos luego descienden por la emulsión. Axialmente, los sólidos suben siguiendo una trayectoria de “corriente del golfo”, ascendiendo oblicuamente desde las paredes en la parte inferior del lecho, hacia el centro en la parte superior, mientras que los sólidos descienden en la emulsión primeramente cerca de las paredes en la superficie del lecho, y posteriormente por el centro del lecho (Figura 4.13)

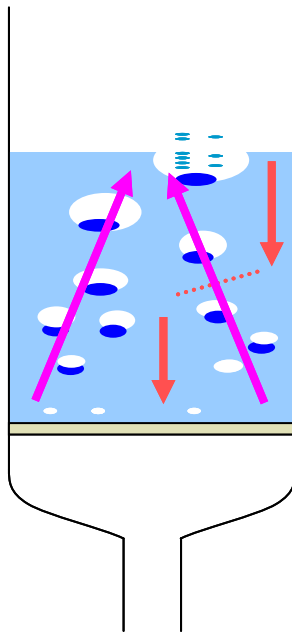


Figura 4.13. Esquema del movimiento de sólidos en lecho fluidizado.

En 1965, Davidson y Harrison propusieron un modelo de dos fases de lechos fluidizados, partiendo del modelo de Davidson de burbujas aisladas, y en base a los siguientes postulados:

- El lecho fluidizado se divide en dos fases: burbuja y emulsión.
- Se parte del Modelo de Davidson de burbujas aisladas, y por tanto, se considera que las burbujas están libres de sólidos, y que su velocidad de ascenso no coincide con la velocidad del gas en su interior. Además, la velocidad de ascenso de las burbujas en el lecho no coincide exactamente con la de las burbujas aisladas, sino que es relativa a ésta respecto del exceso de la velocidad de mínima fluidización:

$$u_b = u^+ - u_{mf}^+ + u_{br} \quad (4.20)$$

- Así, la emulsión permanece siempre en condiciones de mínima fluidización, tanto su porosidad como el gas que circula. Este modelo no considera el movimiento o agitación de sólidos en la emulsión

Considerando δ la fracción volumétrica de burbuja respecto del total del lecho:

$$u^+ = u_{mf}^+ (1 - \delta) + (u_b + 3u_{mf}^+) \delta \quad (4.21)$$

Sin embargo, este modelo no explicaba la agitación ni el movimiento de los sólidos en la estela, ni tampoco que en las partículas Geldart tipo A puede haber fluidización homogénea.

4.6.4. Modelo de 3 fases de Kunii-Levenspiel

Posteriormente, Kunii y Levenspiel introdujeron un modelo de tres fases en 1969, modificado por ellos mismos en 1991. Las tres fases en juego serían emulsión, burbuja y estela, con lo cual, podía explicarse el movimiento y agitación de sólidos existente en el lecho. Los puntos del modelo de Kunii y Levenspiel de 1991 son:

- En un lecho fluidizado se divide en tres fases: *Burbuja*, *Emulsión* y *Estela*.
- La fase burbuja no contiene sólidos, y el flujo de gas en su interior cumple el modelo de Davidson de burbujas aisladas. La velocidad de ascenso de las burbujas contempla desviaciones respecto a la propuesta por Davidson y Harrison:

$$u_b = \psi(u^+ - u_{mf}^+) + \alpha u_{br} \quad (4.22)$$

donde ψ y α son la unidad para Geldart tipo B y D (partículas más comunes). De esta forma, ψ y α tomarán distintos valores en función del tipo de partículas Geldart. Así, la fracción de burbuja se obtiene por distintas expresiones en función de la velocidad relativa de las burbujas:

Si $u_b < u_f$	Si $u_f < u_b < 5u_f$	Si $u_b > 5u_f$	Si $u_b \gg u_f$
$\delta = \frac{u^+ - u_{mf}^+}{u_b + 2u_{mf}^+}$	$\delta = \frac{u^+ - u_{mf}^+}{u_b}$	$\delta = \frac{u^+ - u_{mf}^+}{u_b - u_{mf}^+}$	$\delta = \frac{u^+}{u_b}$

- Las burbujas al ascender arrastran la estela a la misma velocidad, un conjunto de sólidos y gas con la porosidad del estado de mínima fluidización. El tamaño de la estela (respecto de la burbuja) dependerá fundamentalmente del tipo de partículas, y se denota mediante f_w , que es la relación del tamaño de la estela respecto al de la burbuja.
- La fase *emulsión* está en estado de mínima fluidización. Además, los sólidos deben descender por la emulsión con una velocidad tal que compense el flujo de sólidos que asciende por la estela. Respecto al gas en la emulsión, su velocidad es la de mínima fluidización *con respecto* a la de los sólidos.

$$u_{s,down} = \frac{f_w \delta u_b}{1 - \delta - f_w \delta}; \quad u_e = \frac{u_{mf}^+}{\varepsilon_{mf}} - u_{s,down} \quad (4.23)$$

Así, la velocidad del gas en la emulsión puede tener sentido descendente en el caso de que las burbujas sean grandes y muy rápidas. Las burbujas, caso de que su velocidad supere a la del gas de la emulsión, seguirán teniendo una *nube* que asciende con la burbuja, aunque pertenece a la fase emulsión y tiene todas sus propiedades, aunque el gas de la misma va pasando alternativamente de la burbuja a la nube. Extensiones del modelo consideran intercambio de materia entre este gas de la nube y el del resto de la emulsión, quedando estas consideraciones para cursos futuros.

Por otra parte, la porosidad del lecho cuando existe borboteo vendrá dada por:

$$\varepsilon = \delta + (1 - \delta) \varepsilon_{mf} \quad (4.24)$$

El modelo de Kunii-Levenspiel puede resumirse en el esquema de la figura 4.14, en el que un lecho burbujeante puede dividirse en secciones de paso en función de las proporciones de cada una de las fases: burbuja, estela y emulsión, estando representado en la figura las velocidades de sólidos y gas en cada fase.

Se han desarrollado posteriormente modificaciones e incorporaciones a este modelo de tres fases, dado que existen desviaciones con respecto a resultados experimentales. Estos modelos hidrodinámicos se utilizan en modelos que incluyen transferencia de materia en sistemas con reacción química (reactores), en los cuales hay muchas hipótesis que pueden ser tomadas, y por tanto hay múltiples modelos.

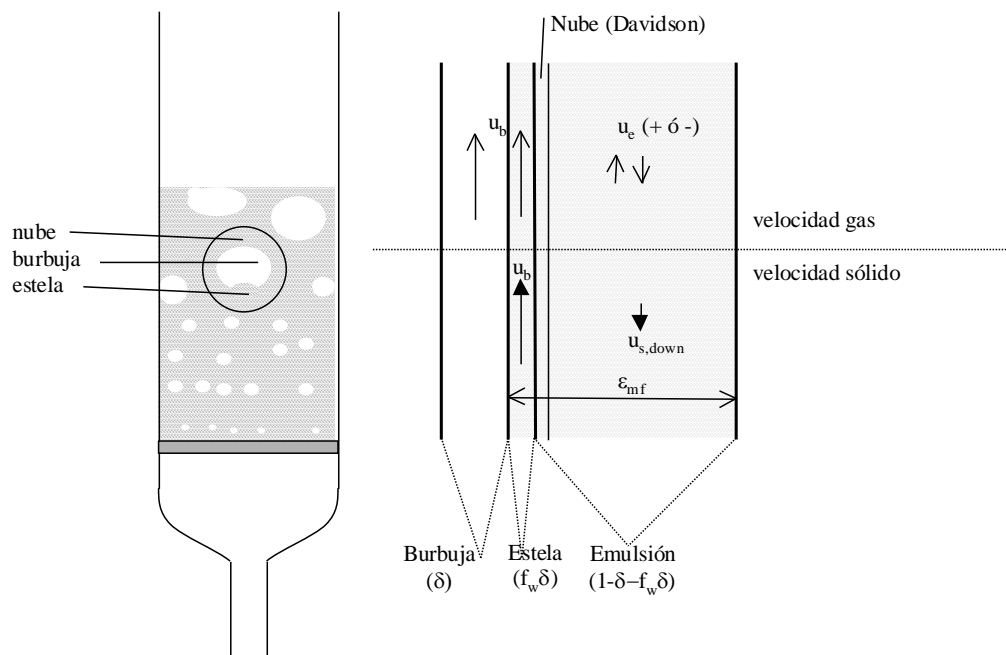


Figura 4.14. Esquema del modelo de Kunii-Levenspiel de tres fases.

5. AGITACIÓN

La agitación de una mezcla líquida mediante los denominados agitadores o tanques de agitación, puede realizarse para alguno de los siguientes fines:

- a) Homogeneización la concentración y composición de una mezcla líquida homogénea.
- b) Homogenizar la temperatura, mediante un aumento de la transferencia de calor entre superficie calefactora o refrigerante y líquido.
- c) Formación de una suspensión, slurry o lodo entre un sólido y el líquido.
- d) Dispersión (con posible emulsificación) de dos líquidos inmiscibles.
- e) Dispersión de un gas en un líquido.

En la industria química, es muy frecuente la existencia de reactores agitados, tanto continuos como discontinuos, así como otras muchas operaciones de transferencia de materia donde la agitación sea un elemento importante (extracción). La presente sección tiene por objeto la descripción de agitadores comunes cilíndricos,

5.1 Tanques de agitación y agitadores

Normalmente el proceso de mezcla se realiza en tanques de agitación, cuyo diseño es regulado por normas DIN28 136, ASME Code Section VIII., donde se consideran los posibles diferentes elementos: agitador, baffles en las paredes, serpentines de intercambio de calor, termómetros, indicadores de nivel, etc. En un recipiente simple sin ningún tipo de elemento, al agitar se produce un vórtice, y a velocidades elevadas se puede introducir aire o gas en el líquido. Con objeto de evitar la rotación del líquido y aumentar la turbulencia en un tanque de diámetro "D", se procede a la instalación de baffles con una anchura $D/10$ ó $D/12$ con una separación de la pared $D/50$ para evitar zonas muertas (Figura 5.1).

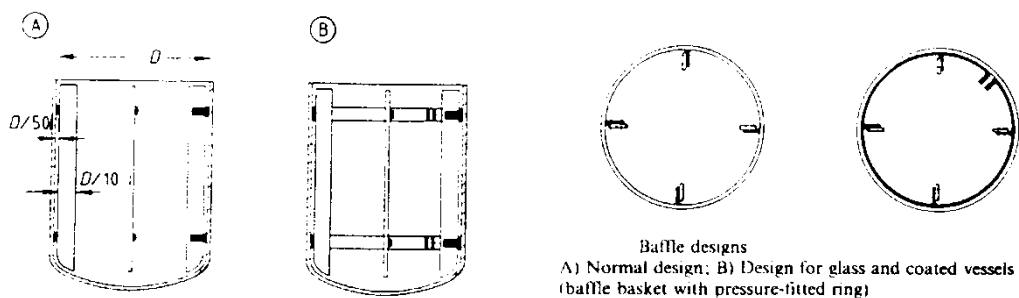


Figura 5.1: Colocación de baffles

Los tipos de agitadores más frecuentes se muestran en la Figura 5.2. De acuerdo con la configuración, puede haber diferentes grados de mezcla axial y radial. Los agitadores "pitched blade turbine", los "propeller", los "cross-beam with inclined blades" etc., generan un flujo axial. Los "helical ribbon" se emplean a bajas velocidades y suben el líquido con el agitador y baja por las paredes. En los "rotor-stator" se ejerce una fuerte tensión de rozamiento. En los "dispersed disk", el líquido es acelerado radialmente en una capa fina (utilizados para emulsiones). En los agitadores huecos, se favorece la transferencia de materia, sobre todo cuando se inserta un gas.

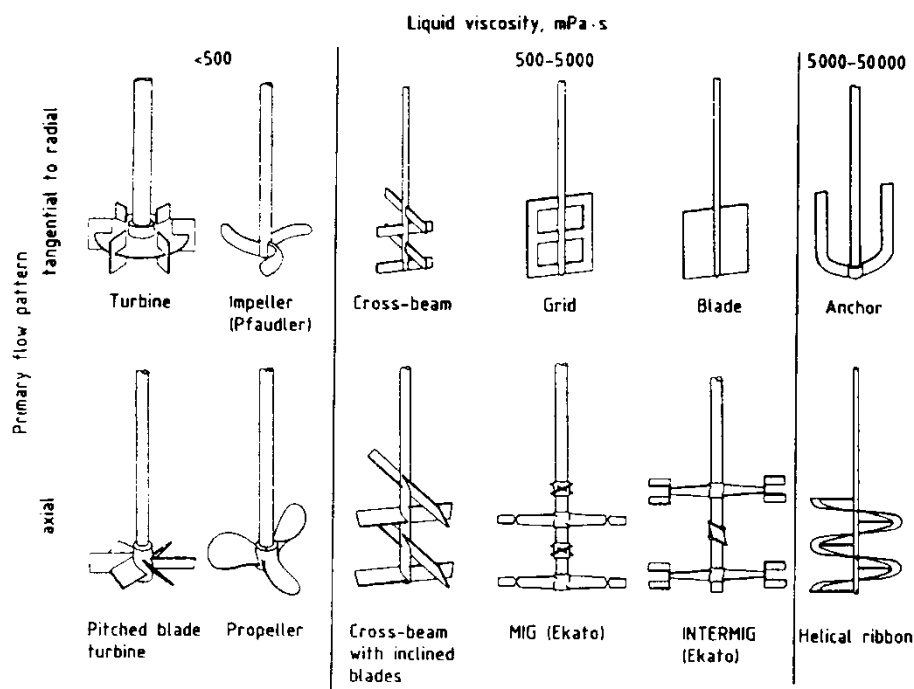


Figura 5.2. Tipos de agitadores.

5.2 Homogeneización de mezclas líquidas

El tiempo de mezclado es el tiempo necesario para conseguir un adecuado grado de homogeneidad. Los métodos más frecuentes para determinar el tiempo de mezclado el método "schlieren" (basado en la desaparición de rayas por homogeneización de dos líquidos con diferentes índices de refracción) y el método de "decoloración" (basado en la desaparición del color de un indicador, cuando se mezclan disolución ácida con disolución básica).

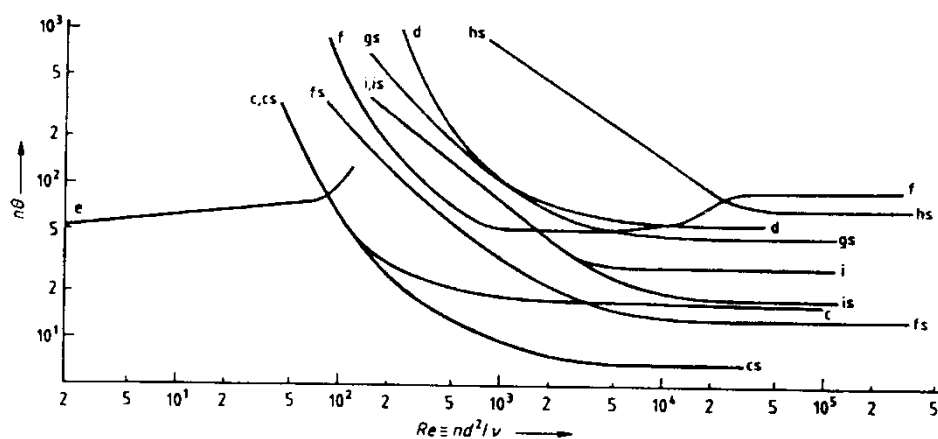


Figure 9. Mixing-time characteristics of the stirrer types in Figure 8 [3]
 Cross-beam stirrer a = $1.8 \cdot c$ (i.e., the mixing time is 1.8 times that of Curve c); as = $1.8 \cdot cs$; grid stirrer b = $1.25 \cdot c$, bs = $1.25 \cdot cs$; blade stirrer c, cs; anchor stirrer d; helical ribbon stirrer e; MIG-stirrer f, fs; turbine stirrer gs; propeller stirrer hs; impeller stirrer i, is. In each case s indicates the presence of baffles.
 Example: What value of θ is obtained when a liquid with $\nu = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ($= 1 \text{ St}$) is mixed in a baffled vessel using a cross-beam stirrer (as = $1.8 \cdot cs$) with $d = 1 \text{ m}$ and $n = 1 \text{ s}^{-1}$?
 $Re = nd^2/\nu = 10^4$
 $n\theta = 1.26 \times 10$
 $\theta \approx 13 \text{ s}$

Figura 5.3 . Tiempo de mezclado y agitadores.

En la homogeneización de líquidos con la misma densidad y viscosidad, el valor de " $n\theta$ ", siendo " n " la velocidad rotacional (n^0 vueltas /s) y " θ " el tiempo de mezclado, es función del Reynolds Re , definido como nd^2/ν , donde " d " es el diámetro del agitador y " ν " es la viscosidad cinemática (viscosidad/densidad), tal como se muestra en la Figura 5.3 (deducido por el método colorimétrico). Si los líquidos tienen diferente densidad y/o viscosidad, este fenómeno afecta al proceso.

Las diferentes curvas que aparecen en la figura anterior hacen referencia a los agitadores mostrados en la Figura 5.4, todos ellos con una relación H/D unidad.

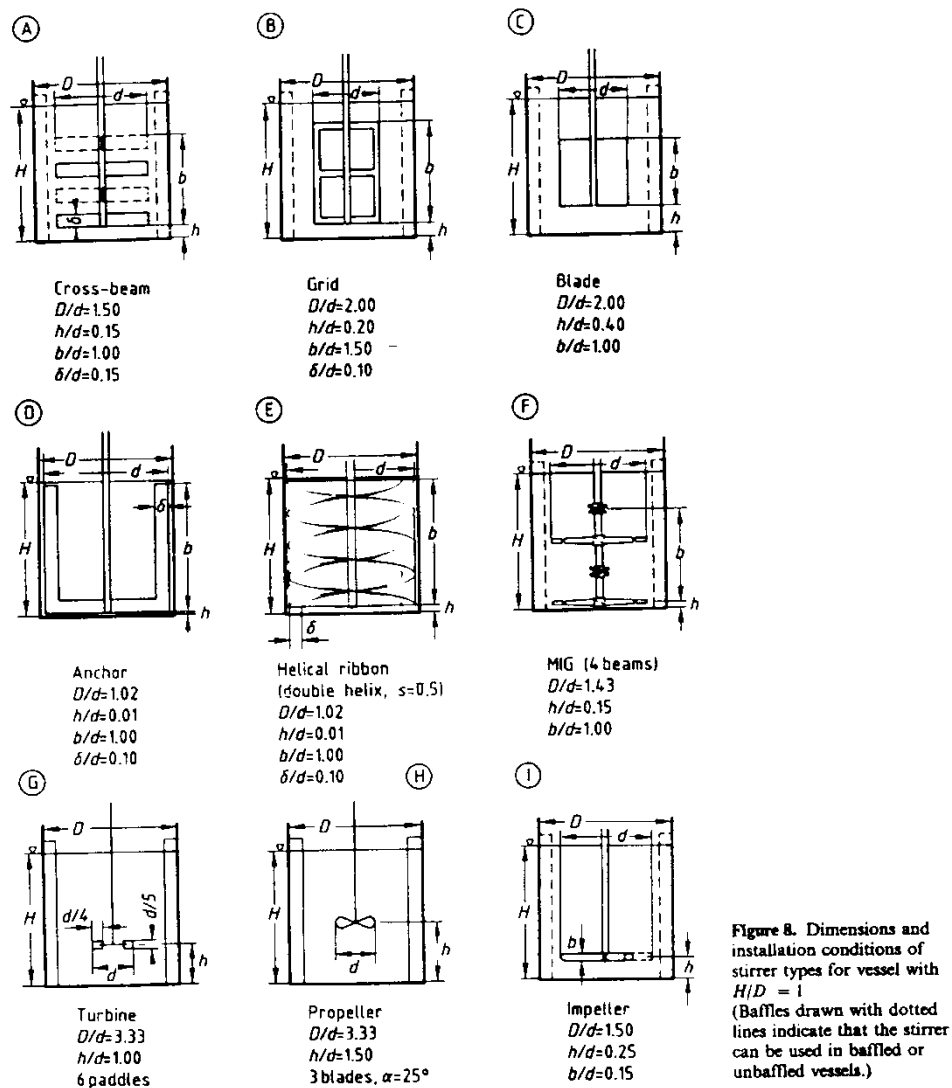


Figura 5.4. Condiciones de instalación de los agitadores.

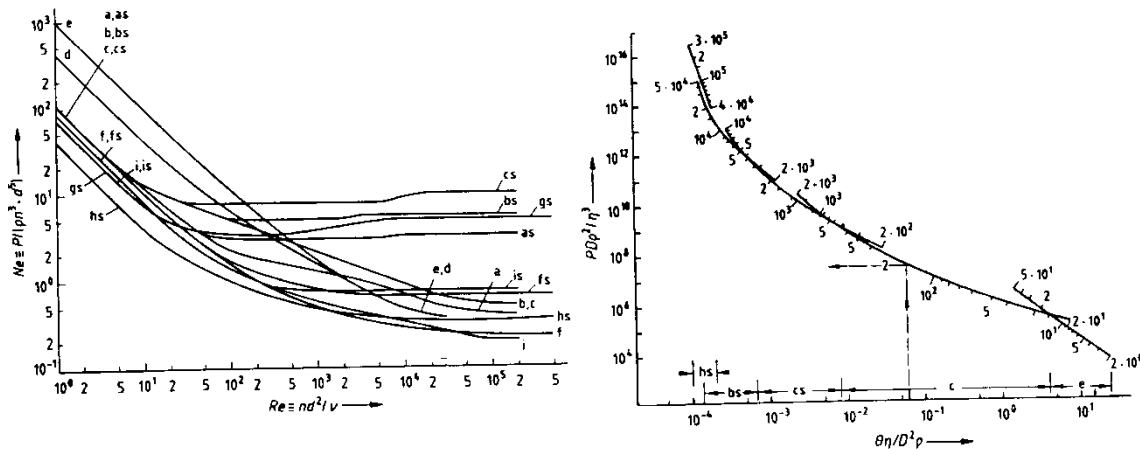
La potencia P de agitación para diferentes tipos de agitadores se muestra en la Figura 5.5, donde se representa el módulo Ne de Newton ($=P/(\rho n^3 d^5)$) frente al módulo de Reynolds. Se pueden diferenciar tres regímenes:

- a) Para Reynolds bajos, el régimen de agitación es laminar, y $Ne \propto Re^{-1}$.

b) A valores de Re intermedios, el régimen es de transición y $Ne \propto Re^{-1/3}$

c) Para Reynolds alto, Ne es constante

El mínimo trabajo de mezclado para la homogeneización puede encontrarse en la Figura 5.6, donde se ha representado $NeRe^3 (D/d) = PD\rho^2/\mu^3$ frente al $n\theta Re^{-1}(D/d)^{-2} = \theta\mu/D^2\rho$ (en la figura η es la viscosidad μ). Esta figura recoge la posición óptima, correspondiente al mínimo trabajo realizado para conseguir un buen mezclado. En esta figura puede leerse sobre la curva



los valores de Re.

Figura 5.5. Características de potencia.

Figura 5.6. Determinación del óptimo.

Considerando la Figura 5.6, se puede deducir que aproximadamente

$$\frac{PD\rho^2}{\mu^3} \approx a \left[\frac{\theta\mu}{D^2\rho} \right]^{-3} \quad (5.1)$$

y por tanto se deduce

$$\frac{P\theta^3}{\rho D^5} \approx \text{constante} \quad \text{o} \quad \frac{P\theta^3}{\rho D^2 V} \approx \text{constante} \quad (5.2)$$

ya que el volumen V es proporcional a D^3 .

De acuerdo con la expresión anterior, a valor de (P/V) constante, el tiempo decrece con $\theta^{2/3}$. A valor constante de volumen V, el tiempo decrece con $(P/V)^{-1/3}$.

6. BIBLIOGRAFÍA

- (1) Kunii, D y Levenspiel, O. "Fluidization Engineering" Ed. Butterworth-Heinemann, 2 ed., Boston (1991)
- (2) Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry. Vol. B2. VCH..1988

- (3) J. M. Coulson y J.F. Richardson. Chemical Engineering. Vol. II. Pergamon Press. Oxford. 1978
- (4) Wilkes, J.O. Fluid Mechanics for Chemical Engineers, Prentice Hall, 1999.
- (5) Darby, R. Chemical Engineering Fluid Mechanics, Dekker, 1997.