Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

MECÁNICA DE FLUIDOS

1. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS
2. MEDICIÓN DE LA PRESIÓN
3. ECUACIÓN DE BERNOULLI
4. ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA
5. FLUJO EN TUBERÍAS Y PÉRDIDAS

ELABORADO POR: GUSTAVO PATIÑO J

CLASIFICACIÓN DE LA MECÁNICA DE FLUÍDOS

Hidrostática → Estudio fluidos en reposo

Hidrodinámica → Estudio fluidos en movimiento

Neumática → Mecánica fluido aplicada a gases

Hidráulica → Aplicaciones técnicas

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

Cualquier característica de un sistema se conoce como ***propiedad***.

Algunas de las propiedades más comunes en mecánica de fluidos son:

- **PESO Y MASA:** El peso es una fuerza y la masa es la cantidad de una sustancia. Ambas están relacionadas por

$$\omega = mg$$

donde ω es el peso, m es la masa y g es la aceleración de la gravedad (9.807 m/s^2 o 32.174 pie/s^2, según el sistema de unidades utilizado).

- **DENSIDAD:** se define como la *masa por unidad de volumen*, *es decir:*

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (\mathrm{kg/m^3})$$

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

Determine the mass and the weight of the air contained in a room whose dimensions are 6 m x 6 m x 8 m. Assume the density of the air is 1.16 kg/m^3.

- **A una latitud de 45°, la aceleración gravitacional, como función de la elevación *z* sobre el nivel del mar, se expresa por**

$$g = a - bz\,,$$

- **en donde a= 9.807 m/s^2**

b= 3.32 x 10^{-6} s^{-2}.

Determine la altura sobre el nivel del mar en donde el peso de un objeto disminuirá en 1 por ciento.

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

VOLUMEN ESPECÍFICO: es el recíproco de la densidad. Se define como *volumen por unidad de masa, es decir:*

$$v = V/m = 1/\rho$$

En general, la densidad de una sustancia depende de la temperatura y de la presión. La densidad de la mayoría de los gases es proporcional a la presión e inversamente proporcional a la temperatura. Por otro lado, los líquidos y sólidos en esencia son sustancias incompresibles y la variación de su densidad con la presión suele ser despreciable.

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

- **PESO ESPECÍFICO:** se define como *la cantidad de peso por unidad de volumen de una sustancia*, o en otras palabras, es *el peso de una unidad de volumen de una sustancia*. Esto es,

$$\gamma_s = \omega / V$$

Donde:

ω es el peso de la sustancia

V es el volumen de la sustancia

Una definición alternativa (¿puede usted demostrarla?) para el peso específico es:

$$\gamma_s = \rho g \qquad (\mathrm{N/m^3})$$

Donde **g** es la aceleración de la gravedad

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

- **DENSIDAD RELATIVA (O GRAVEDAD ESPECÍFICA)**

agua a 4°C, ρ=1000 kg/m^3 o 1.94 slugs/pies^3 o 62.4 lb$_m$/pies^3

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$$

Donde:

ρ es la densidad de la sustancia cuya gravedad específica se va a determinar

ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3 o 1.94 slugs/pies^3 o 62.4 lb$_m$/pies^3

UNIDADES ? (SG o GE)

ALGUNAS PROPIEDADES DE INTERÉS

VISCOSIDAD

Intuitivamente sabemos que es más fácil moverse en el aire que en el agua, y mucho más sencillo que moverse en aceite. Parece que *existe una propiedad que representa la resistencia interna de un fluido al movimiento o la "fluidez"*, y esa propiedad es la **viscosidad.**

FIGURE 2–11
A fluid moving relative to a body exerts a drag force on the body, partly because of friction caused by viscosity.

La fuerza que un fluido fluyente ejerce sobre un cuerpo en la dirección del flujo se llama **fuerza de arrastre (drag force)**, y la magnitud de ésta depende, en parte, de la viscosidad.

http://www.youtube.com/watch?v=1nz_QEcTRos

http://www.youtube.com/watch?v=pA-Oj4bZQ34&feature=related

OBTENCIÓN DE LA RELACIÓN PARA LA VISCOSIDAD

FIGURE 2–12
The behavior of a fluid in laminar flow between two parallel plates when the upper plate moves with a constant velocity.

El fluido en contacto con la placa superior, se mueve a velocidad V y está sometic

$$\tau = \frac{F}{A}$$

La velocidad del fluido entre las placas varía de manera lineal entre 0 y V, y así, el *perfil de velocidad* y el *gradiente de velocidad* son:

$$u(y) = \frac{y}{\ell} V$$

y

$$\frac{du}{dy} = \frac{V}{\ell}$$

OBTENCIÓN DE LA RELACIÓN PARA LA VISCOSIDAD

Después de realizar un procedimiento matemático sencillo (ver texto guía), se puede demostrar que la razón de deformación de un elemento de fluido equivale al gradiente de velocidad (du/dy), es decir:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{du}{dy}$$

De manera experimental se puede verificar que, para la mayoría de los fluidos, la razón de deformación (y, por lo tanto, el gradiente de velocidad) es directamente proporcional al esfuerzo cortante τ,

$$\tau \propto \frac{d\beta}{dt} \qquad \tau \propto \frac{du}{dy}$$

Los fluidos para los cuales estas expresiones son válidas se llaman ***fluidos newtonianos***

OBTENCIÓN DE LA RELACIÓN PARA LA VISCOSIDAD

En el flujo unidimensional de fluidos newtonianos, el esfuerzo cortante se puede expresar mediante la relación lineal:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (\mathrm{N/m^2})$$

donde la constante de proporcionalidad **μ** se llama **coeficiente de viscosidad** o **viscosidad dinámica** (o **absoluta**) del fluido, cuya unidad es kg/m.s, o de modo equivalente, N.s/m^2 (o Pa.s).

Otras unidades para la viscosidad dinámica o absoluta son:

1 kg/(m.s)= 1 N.s/m^2 = 1 Pa.s = 10 poise = 2419.1 lbm/(pie.h) = 0.020886 lbf.s/pie^2 = 0.67197 lbm/(pie.s)

VISCOSIDAD CINEMÁTICA (v)

En mecánica de fluidos y transferencia de calor, con frecuencia aparece la razón de la viscosidad dinámica a la densidad. A esta razón se le da el nombre de **viscosidad cinemática v** y se expresa como

$$\nu = \mu/\rho$$

Dos unidades comunes de la viscosidad cinemática son m^2/s y el stoke.

1 stoke = 1 cm^2/s = 0.0001 m^2/s

centistoke = stoke/100 = 1 x 10^{-6} m^2/s = 1 mm^2/s

VARIACIÓN DE LA VISCOSIDAD CON LA TEMPERATURA

FIGURE 2–16
The viscosity of liquids decreases and the viscosity of gases increases with temperature.

La viscosidad de los líquidos decrece con la temperatura, en tanto que la de los gases se incrementa gracias a ella.

En los líquidos, la viscosidad se origina por las fuerzas de cohesión entre las moléculas mientras que en los gases por las colisiones moleculares.

http://www.youtube.com/watch?v=_5te9X4sNrU

APÉNDICE D LIBRO DE MOTT (6ta EDICIÓN)

D Variación de la viscosidad con la temperatura

Apéndice D Variación de la viscosidad con la temperatura

Viscosidad dinámica *versus* temperatura —unidades del SI.

Apéndice D Variación de la viscosidad con la temperatura

Viscosidad dinámica *versus* temperatura —unidades del Sistema Inglés.

APÉNDICE D LIBRO DE MOTT (6ta EDICIÓN)

A partir de las gráficas del Apéndice D, calcule el valor de la viscosidad de Aceite SAE 30 a 80°C.

1.9×10^{-2} N.s/m^2 ó Pa.s

Apéndice D Variación de la viscosidad con la temperatura

Viscosidad dinámica *versus* temperatura —unidades del SI.

ÍNDICE DE VISCOSIDAD (IV)

FIGURA 2.3 Curvas de índices de viscosidad comunes.

El índice de viscosidad de un fluido (IV) indica cuánto cambia ésta con la temperatura.

Un fluido con índice de viscosidad alto muestra un cambio pequeño en su viscosidad con la temperatura. Un fluido con índice de viscosidad bajo muestra un cambio grande en su viscosidad con la temperatura.

Es útil cuando se trabaja con aceites lubricantes y fluidos hidráulicos utilizados en equipos que deben operar a extremos amplios de temperatura.

ÍNDICE DE VISCOSIDAD (IV)

FIGURA 2.3 Curvas de índices de viscosidad comunes.

De la gráfica se pueden obtener los siguientes valores:

Índice de Viscosidad, IV	Viscosidad cinemática, (mm²/s) A -20°C	A 20°C	A 100°C
50	47900	400	9.11
100	21572	400	12.6
150	9985	400	18.5
200	5514	400	26.4
250	3378	400	37.1
300	2256	400	51.3

Observe, para el aceite con bajo IV, como el de 50, el rango enorme de valores de la viscosidad en el rango de temperatura.

HIDROSTÁTICA

Estudia fenómenos y aplicaciones posibles que se desprenden de los *fluidos* en reposo (líquidos y gases), fundamentalmente las variables presión y densidad

FLUÍDOS

Todo cuerpo que puede desplazarse fácilmente cambiando de forma bajo la acción de fuerzas pequeñas. Por ello, los fluidos incluyen los líquidos y los gases.

LÍQUIDOS Y GASES: ALGUNAS COMPARACIONES

LÍQUIDO	GASES
Incompresibles	Compresibles
Fuerza de cohesión débil entre moléculas	Cohesión nula
Volumen constante	Volumen variable
Adoptan forma del contenedor	Idem
Fluyen con facilidad	Idem

PRESIÓN

Se denomina presión al cociente entre el módulo de la fuerza normal aplicada sobre un cuerpo y el área "A" sobre la cual se aplica esa fuerza.

$$p = \frac{F}{A} \qquad p = \frac{mg}{A}$$

SISTEMA INTERNACIONAL

N / m^2

1Pa (Pascal)

TIPOS DE MEDICIÓN DE LA PRESIÓN

- **PRESIÓN ABSOLUTA:** es la presión real que se encuentra en una posición dada y se mide en relación con el vacío absoluto (es decir, presión cero absoluta).

- **PRESIÓN ATMOSFÉRICA (O BAROMÉTRICA):** es la presión ejercida por la atmósfera. Varía con la altura sobre el nivel del mar.

- **PRESIÓN MANOMÉTRICA:** La mayoría de los instrumentos para medir la presión se calibran para que den una lectura de cero en la atmósfera, de modo que indican la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica local. Esta diferencia se llama presión manométrica.

Las presiones por debajo de la atmosférica se conocen como **presiones de vacío** y se miden con instrumentos de vacío que indican la diferencia entre la presión atmosférica y la absoluta.

TIPOS DE MEDICIÓN DE LA PRESIÓN

Las presiones absoluta, manométrica y de vacío son todas cantidades positivas y están interrelacionadas por

$$P_{gage} = P_{abs} - P_{atm}$$

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{abs}$$

Estas ecuaciones se ilustran gráficamente así:

En las relaciones y tablas termodinámicas, se usa casi siempre la presión absoluta.

VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD

No es de sorprender observar que la presión en un fluido en reposo *no cambia en la dirección horizontal*. Sin embargo, éste no es el caso en la dirección vertical en un campo gravitacional. ***La presión en un fluido aumenta con la profundidad*** porque descansa más fluido sobre las capas más profundas, y el efecto de este "peso adicional" sobre una capa más profunda se equilibra por un aumento en la presión.

FIGURE 3–5
The pressure of a fluid at rest increases with depth (as a result of added weight).

RELACIÓN PARA LA VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD EN UN FLUIDO EN REPOSO

FIGURE 3–6
Free-body diagram of a rectangular fluid element in equilibrium.

Para obtener una relación para la variación de la presión con la profundidad, considérese un elemento rectangular de fluido con altura Δz, longitud Δx y profundidad unitaria (perpendicular al plano de la hoja) en equilibrio, cuya densidad ρ es constante.

Se puede demostrar (ver texto guía), que dicha relación está dada por

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

OBSERVACIONES CON RESPECTO A LA RELACIÓN PRESIÓN vs PROFUNDIDAD EN UN FLUIDO EN REPOSO

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

- La diferencia de presión entre dos puntos en un fluido de densidad constante es proporcional a la distancia vertical Δz entre esos puntos y a la densidad ρ del fluido. Es decir, *la presión en un fluido aumenta de manera lineal con la profundidad*.
- Para distancias pequeñas a moderadas, la variación de la presión con la altura es despreciable para los gases debido a su baja densidad.

FIGURE 3–7
In a room filled with a gas, the variation of pressure with height is negligible.

La presión en un tanque que contiene un gas se puede considerar como uniforme, ya que el peso del gas es demasiado pequeño para producir una diferencia significativa.

Así mismo, se puede suponer que la presión en una habitación llena con aire es constante.

OBSERVACIONES CON RESPECTO A LA RELACIÓN PRESIÓN vs PROFUNDIDAD EN UN FLUIDO EN REPOSO

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

- Si se toma el punto 1 en la superficie libre de un líquido abierto a la atmósfera, donde la presión es la atmosférica P_{atm}, entonces la presión a una profundidad h a partir de la superficie libre queda

FIGURE 3–8
Pressure in a liquid at rest increases linearly with distance from the free surface.

$$P = P_{atm} + \rho g h \qquad \text{or} \qquad P_{gage} = \rho g h$$

OBSERVACIONES CON RESPECTO A LA RELACIÓN PRESIÓN vs PROFUNDIDAD EN UN FLUIDO EN REPOSO

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

- La ecuación sólo es válida para un líquido homogéneo (ρ y γ constantes) en reposo.
- El cambio en la presión es directamente proporcional al peso específico del líquido.
- Una disminución de la elevación ocasiona un incremento de la presión.
- Un incremento en la elevación provoca una disminución de la presión.

EJEMPLO

FIGURA 3.3 Tanque del ejemplo ilustrativo 3.7.

OBSERVACIONES CON RESPECTO A LA RELACIÓN PRESIÓN vs PROFUNDIDAD EN UN FLUIDO EN REPOSO

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

- La presión en un fluido en reposo es independiente de la forma o sección transversal del recipiente que lo contiene. Ésta cambia con la distancia vertical, pero permanece constante en las otras direcciones. Por lo tanto, la presión es la misma en todos los puntos de un plano horizontal en un fluido dado. La fuerza de presión que ejerce el fluido siempre es normal a la superficie en los puntos especificados.

FIGURE 3–9
The pressure is the same at all points on a horizontal plane in a given fluid regardless of geometry, provided that the points are interconnected by the same fluid.

¿En cuál de los puntos se presenta la mayor presión y por qué?

PARADOJA DE PASCAL

Sistema de distribución de agua

LEY DE PASCAL

Una consecuencia de que la presión en un fluido permanezca constante en la dirección horizontal consiste en que *la presión aplicada a un fluido confinado aumenta la presión en toda la extensión de éste en la misma cantidad*. Esto se conoce como la **ley de Pascal.**

FIGURE 3–10
Lifting of a large weight by a small force by the application of Pascal's law.

Nótese que $P_1 = P_2$, ya que los dos émbolos están al mismo nivel, se determina que la razón de la fuerza de salida a la de entrada es

$$P_1 = P_2 \quad \rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

La razón A_2/A_1 se llama *ventaja mecánica ideal* del elevador hidráulico.

EL MANÓMETRO

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \, \Delta z = \gamma_s \, \Delta z$$

Basados en la expresión anterior, se nota que un cambio en la elevación de Δz en un fluido en reposo corresponde a ΔP/ρg, lo cual sugiere que se puede usar una columna de fluido para medir diferencias en la presión.

Un instrumento que funciona según este principio se llama **manómetro**. Se utiliza para medir diferencias de presión, pequeñas y moderadas.

Un manómetro consta principalmente de un tubo en U de vidrio o plástico que contiene uno o más fluidos como mercurio, agua, alcohol o aceite (llamados **fluidos manométricos**), los cuales no se pueden mezclar con aquel cuya presión se va a medir. Un extremo del tubo en U está conectado a la presión que va a medirse, y el otro se deja abierto a la atmósfera.

Para mantener el tamaño del manómetro dentro de límites manejables se usan fluidos pesados, como el mercurio, si se esperan grandes diferencias en la presión.

EL MANÓMETRO

FIGURE 3–11
The basic manometer.

Puesto que los efectos gravitacionales de los gases son despreciables, la presión en cualquier parte del tanque y en la posición 1 tiene el mismo valor. Además, debido a que la presión en un fluido no varía en la dirección horizontal dentro del mismo, la presión en el punto 2 es la misma que la que se tiene en el punto 1, $P_2 = P_1$.

La columna [illegible] fluido de altura h es $P_2 = P_{atm} + \rho g h$ [illegible]estático y abierta a la atmósfera. Entonces la presión en el punto 2 es

Donde ρ es la densidad del fluido en el tubo.

PROCEDIMIENTO PARA ESCRIBIR LA ECUACIÓN PARA UN MANÓMETRO

1. Comience a partir de un extremo del manómetro y exprese la presión en forma simbólica (por ejemplo, P_A se refiere a la presión en el punto A). Si un extremo se encuentra abierto, la presión es atmosférica, y se toma como la presión manométrica cero.
2. Sume términos que representan los cambios en la presión, con $\Delta P = \gamma h$. Para esto, se procede desde el punto inicial e incluyendo cada columna de cada fluido por separado.
3. Cuando el movimiento de un punto a otro es hacia abajo, la presión se incrementa y se suma el valor de ΔP. Cuando el movimiento es hacia arriba, la presión disminuye y se resta ΔP.
4. Este proceso continúa hasta que se alcanza el otro punto extremo. El resultado es una expresión para la presión en ese punto extremo. Iguale esta expresión con el símbolo para la presión en el punto final, lo que da la ecuación completa para el manómetro.
5. Resuelva la ecuación en forma algebraica para la presión deseada en un punto dado o la diferencia de presión entre dos puntos de interés.
6. Introduzca los datos conocidos y despeje para la presión deseada.

EJEMPLO

Agua
Aire a presión atmosférica
4
0.15 m
1
0.25 m
Mercurio
(sg = 13.54)
3
2

EL BARÓMETRO Y LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA

La presión atmosférica se mide con un instrumento llamado **barómetro**; por tanto, con frecuencia se hace referencia de la presión atmosférica como ***presión barométrica***.

FIGURE 3–17
The basic barometer.

La presión en el punto B es igual a la atmosférica (¿por qué?) y se puede tomar la presión en C como cero, ya que sólo existe vapor de mercurio arriba del punto C, y la presión es muy baja en relación con P_{atm} por lo que se puede despreciar para tener una aproximación excelente. Si se escribe un balance de fuerzas en la dirección ve

$$P_{atm} = \rho g h$$

Donde ρ es la densidad del mercurio, g es la aceleración gravitacional local y h es la altura de la columna de mercurio por arriba de la superficie libre.

1 atm = 760 mmHg = 760 Torr

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

DINÁMICA DE FLUIDOS: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA MASA, DE BERNOULLI Y DE LA ENERGÍA
Parte 1

ELABORADO POR: GUSTAVO PATIÑO J

INTRODUCCIÓN

En estas sesiones trataremos con 3 ecuaciones de uso común en la mecánica de fluidos, las cuales son:

- ***Ecuación de conservación de la masa (Ecuación de continuidad):*** es una expresión del principio de conservación de la masa.

- ***Ecuación de Bernoulli:*** se refiere a la conservación de la energía cinética, potencial y la energía de flujo de un flujo de fluido y su transformación de una en otra en las regiones del flujo en donde las fuerzas viscosas netas son despreciables y donde se aplican otras condiciones restrictivas.

- ***Ecuación de energía:*** es un enunciado del principio de conservación de la misma. En la mecánica de fluidos es conveniente separar la *energía mecánica* de la *térmica* y considerar la transformación de la primera en térmica, resultado de los efectos de fricción, como *pérdida de energía mecánica*. Entonces la ecuación de la energía se convierte en el *balance de la energía mecánica*.

CONSERVACIÓN DE LA MASA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La masa se conserva, inclusive, durante las reacciones químicas

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

- **GASTO DE MASA (Flujo másico)**

La cantidad de masa que fluye a través de una sección transversal por unidad de tiempo se llama razón de flujo de masa o simplemente *flujo másico* y se denota por

$$\dot{m}$$

El punto sobre el símbolo se utiliza para indicar *razón de cambio respecto al tiempo*.

El flujo másico está dado por:

$$\dot{m} = \rho V_{avg} A_c \qquad (\text{kg/s})$$

Donde: ρ = densidad del fluido

$V_{avg} = V_{prom} = V$ = velocidad promedio en la dirección del flujo

A_c = área de la sección transversal perpendicular a la dirección del flujo

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

Nótese que en la ecuación anterior, se usa la **velocidad promedio V** a través de toda la sección transversal del tubo. Esto debido, a que la velocidad *nunca* es uniforme sobre una sección transversal de un tubo debido a la *condición de no-deslizamiento* en las paredes (la velocidad varía desde cero en las paredes hasta algún valor máximo en la línea central del tubo o cerca de este).

FIGURE 5–4
The average velocity V_{avg} is defined as the average speed through a cross section.

Por sencillez, se elimina el subíndice de la velocidad promedio, y por lo tanto **V** denota la velocidad promedio en la dirección del flujo.

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

- **GASTO DE VOLUMEN (Flujo Volumétrico o Caudal)**

El volumen del fluido que fluye a través de una sección transversal por unidad de tiempo se llama razón de flujo volumétrico o gasto volumétrico o simplemente *flujo volumétrico (caudal)* y se denota por

(En muchos textos se usa la letra Q)

$$\dot{V}$$

El flujo volumétrico está dado por:

$$\dot{V} = V_{avg} A_c = V A_c \qquad (m^3/s)$$

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

RELACIÓN ENTRE FLUJO MÁSICO Y FLUJO VOLUMÉTRICO

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = \frac{\dot{V}}{v}$$

Observe que esta relación es análoga a $m = \rho V = V/v$

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

- **FLUJO EN PESO**

Es el peso del fluido que circula en una sección por unidad de tiempo.

El flujo en peso se relaciona con el flujo volumétrico por medio de la ecuación

$$\dot{W} = \gamma \dot{V}$$ (N/s)

TASA DE FLUJO DE UN FLUIDO

En la siguiente tabla se resume los tres tipos de tasa de flujo de un fluido y algunos factores de conversión:

Símbolo	Nombre	Definición	Unidades del SI	Unidades del Sistema de E.U.
$\dot{V}$	Flujo Volumétrico (caudal)	$\dot{V} = Av$	m^3/s	pie^3/s
$\dot{W}$	Flujo en peso	$\dot{W} = \gamma\dot{V}$ $\dot{W} = \gamma Av$	N/s	lb/s
$\dot{m}$	Flujo másico	$\dot{m} = \rho\dot{V}$ $\dot{m} = \rho Av$	kg/s	slugs/s

Factores de conversión: 1 L/min = 0.06 m^3/h

1 m^3/s = 60000 L/min

1 gal/min = 3.785 L/min

1 gal/min = 0.2271 m^3/h

1 pie^3/s = 449 gal/min

FLUJOS VOLUMÉTRICOS COMUNES

En esta tabla se muestran algunos valores comunes de flujo volumétrico para distintas clases de sistema.

Flujo volumétrico m^3/h	Flujo volumétrico (L/min)		Flujo volum. (gal/min)
0.9–7.5	15–125	Bombas recíprocas que manejan fluidos pesados y compuestos acuosos de lodo	4–33
0.60–6.0	10–100	Sistemas hidráulicos de aceites industriales	3–30
6.0–36	100–600	Sistemas hidráulicos para equipos móviles	30–150
2.4–270	40–4500	Bombas centrífugas en procesos químicos	10–1200
12–240	200–4000	Bombas para control de flujos y drenaje	50–1000
2.4–900	40–15 000	Bombas centrífugas para manejar desechos de minería	10–4000
108–570	1800–9500	Bombas centrífugas de sistemas contra incendios	500–2500

ECUACIÓN CONSERVACIÓN DE LA MASA (ECUACIÓN DE CONTINUIDAD)

BALANCE DE MASA PARA PROCESOS DE FLUJO ESTACIONARIO

En un proceso de flujo estacionario, la cantidad total de masa contenida dentro de un volumen de control no cambia con el tiempo

(m_{vc} = constante).

En este tipo de procesos, no se tiene interés en la cantidad de masa que fluye hacia fuera o hacia dent curso de tiempo; en lugar de ello, se tiene interés en la razón de fl

Para

$$\sum_{in} \dot{m} = \sum_{out} \dot{m} \qquad \text{(kg/s)}$$

La ra volumen de
cont asa que sale
de él

ECUACIÓN CONSERVACIÓN DE LA MASA (ECUACIÓN DE CONTINUIDAD)

Numerosos dispositivos de ingeniería, como toberas, difusores, turbinas, compresores y bombas, forman una sola corriente (sólo una entrada y una salida).

Para estos casos se denota el *estado de entrada por el subíndice 1* y el de *salida por el subíndice 2*.

Por lo tanto, para *sistemas de flujo estacionario con una sola corriente*, tenemos:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \rightarrow \quad \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

ECUACIÓN CONSERVACIÓN DE LA MASA (ECUACIÓN DE CONTINUIDAD)

CASO ESPECIAL: FLUJO INCOMPRESIBLE

Cuando el fluido es *incompresible* (líquidos), se puede cancelar el término densidad en ambos miembros de la relación general del *flujo estacionario* obteniendo:

Steady, incompressible flow:

$$\sum_{in} \dot{V} = \sum_{out} \dot{V} \qquad (m^3/s)$$

Para sistemas de flujo estacionario con una sola corriente queda:

Steady, incompressible flow (single stream):

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2$$

ECUACIÓN CONSERVACIÓN DE LA MASA (ECUACIÓN DE CONTINUIDAD)

FIGURE 5–11
During a steady-flow process, volume flow rates are not necessarily conserved although mass flow rates are.

Obsérvese que *no existe un principio de "conservación del volumen"*.

Por lo tanto, *los gastos volumétricos (caudales)* hacia dentro y hacia fuera de un dispositivo *pueden ser diferentes*, como en el compresor mostrado en la figura.

¿Cómo explica usted esta observación? ¿Cuándo el gasto volumétrico y el gasto de masa permanecerían constantes?

APÉNDICE F DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

F Dimensiones de tuberías de acero

TABLA F.1 Cédula 40.

Tamaño nom. de tubería	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.068	1.73	0.269	0.0224	6.8	0.000 394	3.660×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.088	2.24	0.364	0.0303	9.2	0.000 723	6.717×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.091	2.31	0.493	0.0411	12.5	0.001 33	1.236×10^{-4}
½	0.840	21.3	0.109	2.77	0.622	0.0518	15.8	0.002 11	1.960×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.113	2.87	0.824	0.0687	20.9	0.003 70	3.437×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.133	3.38	1.049	0.0874	26.6	0.006 00	5.574×10^{-4}
1¼	1.660	42.2	0.140	3.56	1.380	0.1150	35.1	0.010 39	9.653×10^{-4}
1½	1.900	48.3	0.145	3.68	1.610	0.1342	40.9	0.014 14	1.314×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.154	3.91	2.067	0.1723	52.5	0.023 33	2.168×10^{-3}
2½	2.875	73.0	0.203	5.16	2.469	0.2058	62.7	0.033 26	3.090×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.216	5.49	3.068	0.2557	77.9	0.051 32	4.768×10^{-3}
3½	4.000	101.6	0.226	5.74	3.548	0.2957	90.1	0.068 68	6.381×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.237	6.02	4.026	0.3355	102.3	0.088 40	8.213×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.258	6.55	5.047	0.4206	128.2	0.139 0	1.291×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.280	7.11	6.065	0.5054	154.1	0.200 6	1.864×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.322	8.18	7.981	0.6651	202.7	0.347 2	3.226×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.365	9.27	10.020	0.8350	254.5	0.547 9	5.090×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.406	10.31	11.938	0.9948	303.2	0.777 1	7.219×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.437	11.10	13.126	1.094	333.4	0.939 6	8.729×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.500	12.70	15.000	1.250	381.0	1.227	0.1140
18	18.000	457.2	0.562	14.27	16.876	1.406	428.7	1.553	0.1443
20	20.000	508.0	0.593	15.06	18.814	1.568	477.9	1.931	0.1794
24	24.000	609.6	0.687	17.45	22.626	1.886	574.7	2.792	0.2594

Las tuberías de acero se utilizan para construir las tuberías de uso general.

Los tamaño estándar de tuberías se denominan por medio de su ***tamaño nominal y número de cédula*** (Iron Pipe Size).

Los números de cédula están relacionados con la presión admisible de operación y el esfuerzo permisible del acero en la tubería.

Un número de cédula más alto indica un espesor mayor de pared.

APÉNDICE F DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

TABLA F.2 Cédula 80.

Tamaño nom. de tubería	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
⅛	0.405	10.3	0.095	2.41	0.215	0.017 92	5.5	0.000 253	2.350×10^{-5}
¼	0.540	13.7	0.119	3.02	0.302	0.025 17	7.7	0.000 497	4.617×10^{-5}
⅜	0.675	17.1	0.126	3.20	0.423	0.035 25	10.7	0.000 976	9.067×10^{-5}
½	0.840	21.3	0.147	3.73	0.546	0.045 50	13.9	0.001 625	1.510×10^{-4}
¾	1.050	26.7	0.154	3.91	0.742	0.061 83	18.8	0.003 00	2.787×10^{-4}
1	1.315	33.4	0.179	4.55	0.957	0.079 75	24.3	0.004 99	4.636×10^{-4}
1¼	1.660	42.2	0.191	4.85	1.278	0.106 5	32.5	0.008 91	8.278×10^{-4}
1½	1.900	48.3	0.200	5.08	1.500	0.125 0	38.1	0.012 27	1.140×10^{-3}
2	2.375	60.3	0.218	5.54	1.939	0.161 6	49.3	0.020 51	1.905×10^{-3}
2½	2.875	73.0	0.276	7.01	2.323	0.193 6	59.0	0.029 44	2.735×10^{-3}
3	3.500	88.9	0.300	7.62	2.900	0.241 7	73.7	0.045 90	4.264×10^{-3}
3½	4.000	101.6	0.318	8.08	3.364	0.280 3	85.4	0.061 74	5.736×10^{-3}
4	4.500	114.3	0.337	8.56	3.826	0.318 8	97.2	0.079 86	7.419×10^{-3}
5	5.563	141.3	0.375	9.53	4.813	0.401 1	122.3	0.126 3	1.173×10^{-2}
6	6.625	168.3	0.432	10.97	5.761	0.480 1	146.3	0.181 0	1.682×10^{-2}
8	8.625	219.1	0.500	12.70	7.625	0.635 4	193.7	0.317 4	2.949×10^{-2}
10	10.750	273.1	0.593	15.06	9.564	0.797 0	242.9	0.498 6	4.632×10^{-2}
12	12.750	323.9	0.687	17.45	11.376	0.948 0	289.0	0.705 6	6.555×10^{-2}
14	14.000	355.6	0.750	19.05	12.500	1.042	317.5	0.852 1	7.916×10^{-2}
16	16.000	406.4	0.842	21.39	14.314	1.193	363.6	1.117	0.1038
18	18.000	457.2	0.937	23.80	16.126	1.344	409.6	1.418	0.1317
20	20.000	508.0	1.031	26.19	17.938	1.495	455.6	1.755	0.1630
24	24.000	609.6	1.218	30.94	21.564	1.797	547.7	2.535	0.2344

APÉNDICE G DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

G Dimensiones de tubos de acero

Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pie^2)	(m^2)
⅛	3.18	0.032	0.813	0.061	0.00508	1.549	2.029×10^{-5}	1.885×10^{-6}
		0.035	0.889	0.055	0.00458	1.397	1.650×10^{-5}	1.533×10^{-6}
3/16	4.76	0.032	0.813	0.124	0.01029	3.137	8.319×10^{-5}	7.728×10^{-6}
		0.035	0.889	0.117	0.00979	2.985	7.530×10^{-5}	6.996×10^{-6}
¼	6.35	0.035	0.889	0.180	0.01500	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
		0.049	1.24	0.152	0.01267	3.861	1.260×10^{-4}	1.171×10^{-5}
5/16	7.94	0.035	0.889	0.243	0.02021	6.160	3.207×10^{-4}	2.980×10^{-5}
		0.049	1.24	0.215	0.01788	5.448	2.509×10^{-4}	2.331×10^{-5}
⅜	9.53	0.035	0.889	0.305	0.02542	7.747	5.074×10^{-4}	4.714×10^{-5}
		0.049	1.24	0.277	0.02308	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
½	12.70	0.049	1.24	0.402	0.03350	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
		0.065	1.65	0.370	0.03083	9.40	7.467×10^{-4}	6.937×10^{-5}
⅝	15.88	0.049	1.24	0.527	0.04392	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
		0.065	1.65	0.495	0.04125	12.57	1.336×10^{-3}	1.242×10^{-4}
¾	19.05	0.049	1.24	0.652	0.05433	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
		0.065	1.65	0.620	0.05167	15.75	2.097×10^{-3}	1.948×10^{-4}
⅞	22.23	0.049	1.24	0.777	0.06475	19.74	3.293×10^{-3}	3.059×10^{-4}
		0.065	1.65	0.745	0.06208	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	25.40	0.065	1.65	0.870	0.07250	22.10	4.128×10^{-3}	3.835×10^{-4}
		0.083	2.11	0.834	0.06950	21.18	3.794×10^{-3}	3.524×10^{-4}
1¼	31.75	0.065	1.65	1.120	0.09333	28.45	6.842×10^{-3}	6.356×10^{-4}
		0.083	2.11	1.084	0.09033	27.53	6.409×10^{-3}	5.954×10^{-4}
1½	38.10	0.065	1.65	1.370	0.1142	34.80	1.024×10^{-2}	9.510×10^{-4}
		0.083	2.11	1.334	0.1112	33.88	9.706×10^{-3}	9.017×10^{-4}
1¾	44.45	0.065	1.65	1.620	0.1350	41.15	1.431×10^{-2}	1.330×10^{-3}
		0.083	2.11	1.584	0.1320	40.23	1.368×10^{-2}	1.271×10^{-3}
2	50.80	0.065	1.65	1.870	0.1558	47.50	1.907×10^{-2}	1.772×10^{-3}
		0.083	2.11	1.834	0.1528	46.58	1.835×10^{-2}	1.704×10^{-3}

Se utiliza tubos estándar de acero en sistemas de fluidos de potencia, condensadores, intercambiadores de calor, sistemas de combustible de motores y sistemas industriales de procesamiento de fluidos.

A los tamaños se les denota por medio del ***diámetro exterior y el espesor de pared***

APÉNDICE H DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

H Dimensiones de tubos de cobre tipo K

Tamaño nominal	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Flujo de área	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
⅛	0.250	6.35	0.035	0.889	0.180	0.0150	4.572	1.767×10^{-4}	1.642×10^{-5}
¼	0.375	9.53	0.049	1.245	0.277	0.0231	7.036	4.185×10^{-4}	3.888×10^{-5}
⅜	0.500	12.70	0.049	1.245	0.402	0.0335	10.21	8.814×10^{-4}	8.189×10^{-5}
½	0.625	15.88	0.049	1.245	0.527	0.0439	13.39	1.515×10^{-3}	1.407×10^{-4}
⅝	0.750	19.05	0.049	1.245	0.652	0.0543	16.56	2.319×10^{-3}	2.154×10^{-4}
¾	0.875	22.23	0.065	1.651	0.745	0.0621	18.92	3.027×10^{-3}	2.812×10^{-4}
1	1.125	28.58	0.065	1.651	0.995	0.0829	25.27	5.400×10^{-3}	5.017×10^{-4}
1¼	1.375	34.93	0.065	1.651	1.245	0.1037	31.62	8.454×10^{-3}	7.854×10^{-4}
1½	1.625	41.28	0.072	1.829	1.481	0.1234	37.62	1.196×10^{-2}	1.111×10^{-3}
2	2.125	53.98	0.083	2.108	1.959	0.1632	49.76	2.093×10^{-2}	1.945×10^{-3}
2½	2.625	66.68	0.095	2.413	2.435	0.2029	61.85	3.234×10^{-2}	3.004×10^{-3}
3	3.125	79.38	0.109	2.769	2.907	0.2423	73.84	4.609×10^{-2}	4.282×10^{-3}
3½	3.625	92.08	0.120	3.048	3.385	0.2821	85.98	6.249×10^{-2}	5.806×10^{-3}
4	4.125	104.8	0.134	3.404	3.857	0.3214	97.97	8.114×10^{-2}	7.538×10^{-3}
5	5.125	130.2	0.160	4.064	4.805	0.4004	122.0	1.259×10^{-1}	1.170×10^{-2}
6	6.125	155.6	0.192	4.877	5.741	0.4784	145.8	1.798×10^{-1}	1.670×10^{-2}
8	8.125	206.4	0.271	6.883	7.583	0.6319	192.6	3.136×10^{-1}	2.914×10^{-2}
10	10.125	257.2	0.338	8.585	9.449	0.7874	240.0	4.870×10^{-1}	4.524×10^{-2}
12	12.125	308.0	0.405	10.287	11.315	0.9429	287.4	6.983×10^{-1}	6.487×10^{-2}

Se emplea para el servicio con agua, combustibles, gas natural y aire comprimido.

Los tamaños *nominales o estándar son de 1/8 de pulgada menos que el diámetro exterior real.*

APÉNDICE I DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

I Dimensiones de tuberías de hierro dúctil

TABLA I.1 Clase 150 para presión de servicio de 150 psi (1.03 MPa).

Tam. nominal de tuberías	Diámetro exterior		Espesor de pared		Diámetro interior			Área de flujo	
(pulg)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(mm)	(pulg)	(pies)	(mm)	(pies^2)	(m^2)
3	3.96	100.6	0.320	8.13	3.32	0.277	84.3	0.0601	5.585×10^{-3}
4	4.80	121.9	0.350	8.89	4.10	0.342	104.1	0.0917	8.518×10^{-3}
6	6.90	175.3	0.380	9.65	6.14	0.512	156.0	0.2056	1.910×10^{-2}
8	9.05	229.9	0.410	10.41	8.23	0.686	209.0	0.3694	3.432×10^{-2}
10	11.10	281.9	0.440	11.18	10.22	0.852	259.6	0.5697	5.292×10^{-2}
12	13.20	335.3	0.480	12.19	12.24	1.020	310.9	0.8171	7.591×10^{-2}
14	15.65	397.5	0.510	12.95	14.63	1.219	371.6	1.167	0.1085
16	17.80	452.1	0.540	13.72	16.72	1.393	424.7	1.525	0.1417
18	19.92	506.0	0.580	14.73	18.76	1.563	476.5	1.920	0.1783
20	22.06	560.3	0.620	15.75	20.82	1.735	528.8	2.364	0.2196
24	26.32	668.5	0.730	18.54	24.86	2.072	631.4	3.371	0.3132

Se utiliza para las líneas para agua, gas y drenaje, reemplazando al hierro fundido.

Los diámetros reales interior y exterior son más grandes que los tamaños nominales.

APÉNDICE J DEL LIBRO MOTT SEXTA EDICIÓN

J Áreas de círculos

TABLA J.1 Unidades del Sistema Inglés.

Diámetro		Área	
(pulg)	(pies)	(pulg^2)	(pies^2)
0.25	0.0208	0.0491	3.409×10^{-4}
0.50	0.0417	0.1963	1.364×10^{-3}
0.75	0.0625	0.4418	3.068×10^{-3}
1.00	0.0833	0.7854	5.454×10^{-3}
1.25	0.1042	1.227	8.522×10^{-3}
1.50	0.1250	1.767	1.227×10^{-2}
1.75	0.1458	2.405	1.670×10^{-2}
2.00	0.1667	3.142	2.182×10^{-2}
2.50	0.2083	4.909	3.409×10^{-2}
3.00	0.2500	7.069	4.909×10^{-2}
3.50	0.2917	9.621	6.681×10^{-2}
4.00	0.3333	12.57	8.727×10^{-2}
4.50	0.3750	15.90	0.1104
5.00	0.4167	19.63	0.1364
6.00	0.5000	28.27	0.1963
7.00	0.5833	38.48	0.2673
8.00	0.6667	50.27	0.3491
9.00	0.7500	63.62	0.4418
10.00	0.8333	78.54	0.5454
12.00	1.00	113.1	0.7854
18.00	1.50	254.5	1.767
24.00	2.00	452.4	3.142

Apéndice J Área de círculos

TABLA J.2 Unidades SI.

Diámetro		Área	
(mm)	(m)	(mm^2)	(m^2)
6	0.006	28.27	2.827×10^{-5}
12	0.012	113.1	1.131×10^{-4}
18	0.018	254.5	2.545×10^{-4}
25	0.025	490.9	4.909×10^{-4}
32	0.032	804.2	8.042×10^{-4}
40	0.040	1257	1.257×10^{-3}
45	0.045	1590	1.590×10^{-3}
50	0.050	1963	1.963×10^{-3}
60	0.060	2827	2.827×10^{-3}
75	0.075	4418	4.418×10^{-3}
90	0.090	6362	6.362×10^{-3}
100	0.100	7854	7.854×10^{-3}
115	0.115	1.039×10^{4}	1.039×10^{-2}
125	0.125	1.227×10^{4}	1.227×10^{-2}
150	0.150	1.767×10^{4}	1.767×10^{-2}
175	0.175	2.405×10^{4}	2.405×10^{-2}
200	0.200	3.142×10^{4}	3.142×10^{-2}
225	0.225	3.976×10^{4}	3.976×10^{-2}
250	0.250	4.909×10^{4}	4.909×10^{-2}
300	0.300	7.069×10^{4}	7.069×10^{-2}
450	0.450	1.590×10^{5}	1.590×10^{-1}
600	0.600	2.827×10^{5}	2.827×10^{-1}

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

DINÁMICA DE FLUIDOS: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA MASA, DE BERNOULLI Y DE LA ENERGÍA Parte 2

ELABORADO POR: GUSTAVO PATIÑO J

EL POR QUÉ DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

FIGURA 6.1 Porción de un sistema de distribución de fluido en el que hay variaciones de velocidad, presión y elevación.

Es común que cuando crece el tamaño de la sección, la carga de presión se incremente porque la carga de velocidad disminuye. Sin embargo, el cambio real también se ve afectado por el cambio en la carga de elevación.

¿Cómo podemos relacionar estas tres formas de energía?

ECUACIÓN DE BERNOULLI

La **ecuación de Bernoulli** es *una relación aproximada entre la presión, la velocidad y la elevación, y es válida en regiones de flujo estacionario e incompresible en donde las fuerzas netas de fricción son despreciables*.

La *ecuación de Bernoulli* es una ecuación *aproximada* que sólo es válida en regiones *no viscosas del flujo*, donde las fuerzas viscosas netas son despreciablemente pequeñas en comparación con las fuerzas de inercia, gravitacionales y de presión. Ese tipo de regiones se presentan por fuera de las *capas límite* (en paredes sólidas) y de las *estelas* (directamente corriente debajo de los cuerpos).

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Se puede demostrar (ver el texto guía) que para un flujo ***estacionario e incompresible*** se cumple (para una línea de corriente):

Steady, incompressible flow: $$\frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz = \text{constant (along a streamline)}$$

Esta es la **ecuación de Bernoulli**, para el flujo estacionario e incompresible, a lo largo de una línea de corriente, en las regiones no viscosas del flujo.

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre dos puntos cualesquiera sobre la misma línea de corriente, obtenemos:

Steady, incompressible flow: $$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gz_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gz_2$$

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Obsérvese que una forma alternativa de la ecuación de Bernoulli, se logra al dividir las expresiones anteriores por la aceleración de la gravedad (g) y recordando que γ = ρg. Procediendo de esta forma, se obtiene:

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z = constante$$

Entre dos puntos cualesquiera, tenemos:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{v_2}^2}{2g} + z_2$$

SIGNIFICADO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

La ecuación de Bernoulli puede concebirse como una expresión del *balance (o principio de conservación) de energía mecánica* y se puede enunciar de la siguiente manera:

La suma de la energía cinética, la potencial y de flujo de una partícula de fluido es constante a lo largo de una línea de corriente en el transcurso del flujo estacionario, cuando los efectos de la compresibilidad y de la fricción son despreciables.

SIGNIFICADO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

La ecuación de Bernoulli expresa que, en el transcurso del flujo estacionario e incompresible, con fricción despreciable, *las diversas formas de la energía mecánica se transforman entre sí, pero su suma permanece constante*. En otras palabras, no se tiene disipación de energía mecánica durante este tipo de flujos, puesto que no existe fricción que convierta esa energía mecánica en energía térmica.

Pese a las aproximaciones intensamente restrictivas que se usaron en su deducción, la ecuación de Bernoulli es de uso común en la práctica, ya que diversos problemas prácticos de flujo de fluidos pueden analizarse con ella, con exactitud razonable.

SIGNIFICADO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

En la expresión obtenida anteriormente para la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z = H = constante$$

Cada término de esta ecuación tiene las dimensiones de longitud (N.m/N o lb.pie/lb) y representa algún tipo de "carga o cabeza" de un fluido fluyente, como se describe a continuación:

P/γ

es la **carga de presión**: representa la altura de una columna de fluido que produce la presión estática P.

$v^2/2g$

es la **carga de velocidad**: representa la elevación necesaria para que un fluido alcance la velocidad v durante una caída libre sin fricción.

z es la **carga de elevación**: representa la energía potencial del fluido

H es la **carga total** para el flujo

SIGNIFICADO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

Por lo tanto, la ecuación de Bernoulli se puede expresar en términos de cargas (o cabezas) como:

La suma de las cargas de presión, de velocidad y de elevación a lo largo de una línea de corriente es constante en el transcurso del flujo estacionario, cuando los efectos de la compresibilidad y de la fricción son despreciables.

LIMITACIONES EN EL USO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

1. **FLUJO ESTACIONARIO:** No debe usarse en los períodos de arranque y de paro, o durante los períodos de cambio en las condiciones de flujo.
2. **FLUJO SIN FRICCIÓN:** En general, los efectos de la fricción son despreciables para secciones cortas del flujo, con secciones transversales grandes, en especial con velocidades bajas del flujo. Algunas situaciones en las cuales se invalida la aplicación de la ecuación de Bernoulli se ilustran en las figuras siguientes:

LIMITACIONES EN EL USO DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

3. **NINGÚN TRABAJO EN LA FLECHA (O DE EJE):** esta ecuación no se aplica en una sección del flujo en el que intervenga una bomba, una turbina, un ventilador o cualquier otra máquina o impulsor. Cuando la sección considerada del flujo incluye cualquiera de estos aparatos, debe usarse la *ecuación general de la energía*. Sin embargo, puede aplicarse la ecuación de Bernoulli a una sección del flujo antes o después de pasar por una máquina (siempre y cuando se satisfagan las otras restricciones referentes a su uso).

4. **FLUJO INCOMPRESIBLE:** Esta condición la satisfacen los líquidos y los gases con números de Mach (velocidad del flujo/velocidad del sonido) menores a 0.3.

5. **NINGUNA TRANSFERENCIA DE CALOR:** La densidad de un gas es inversamente proporcional a la temperatura y no debe usarse para las secciones del flujo en el que se tenga un cambio significativo en la temperatura (secciones de calentamiento o enfriamiento).

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

PROCEDIMIENTO PARA APLICAR LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

1. Decidir cuáles son los términos conocidos y cuáles deben calcularse.

2. Determinar cuáles son las dos secciones del sistema que se usarán para escribir la ecuación de Bernoulli. Una de ellas se elige porque se concentran varios datos conocidos. En la otra, por lo general, algo habrá que calcularse.

3. Escribir la ecuación de Bernoulli para las dos secciones elegidas en el sistema. Es importante que la ecuación se escriba en la dirección del flujo. Es decir, el flujo debe proceder *de* la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse *hacia* la sección que esté en el lado derecho de esta.

4. Es necesario ser explícito en la denominación de los subíndices de los términos de la carga de presión, carga de elevación y carga de velocidad en la ecuación de Bernoulli. En un dibujo del sistema hay que señalar la posición de los puntos de referencia.

APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

PROCEDIMIENTO PARA APLICAR LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

5. Simplificar la ecuación, si es posible, con la cancelación de los términos que valgan cero o de los que aparezcan como iguales en ambos lados de la ecuación.

   Al escribir la ecuación de Bernoulli, es esencial que las presiones en los dos puntos de referencia se expresen ambas como presiones absolutas o ambas como presiones manométricas. Es decir, las dos deben tener la misma presión de referencia. En la mayoría de los problemas será conveniente utilizar la presión manométrica, debido a que algunas partes del sistema de fluido expuestas a la atmósfera tendrán una presión manométrica igual a cero.

6. Despejar de la ecuación , en forma algebraica, el término que se busca.

7. Sustituir cantidades conocidas y calcular el resultado, con unidades consistentes en todos los cálculos.

ALGUNAS OBSERVACIONES IMPORTANTES PARA LA SOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Cuando el fluido en un punto de referencia está expuesto a la atmósfera, la presión es igual a cero y el término de la carga de presión se cancela en la ecuación de Bernoulli.

2. A la carga de velocidad en la superficie de un tanque o depósito se le considera igual a cero, y se cancela en la ecuación de Bernoulli.

3. Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están dentro de una tubería del mismo tamaño, los términos de carga de velocidad en ambos lados de la ecuación son iguales y se cancelan.

4. Cuando los dos puntos de referencia para la ecuación de Bernoulli están a la misma elevación, los términos de carga de elevación z_1 y z_2 son iguales y se cancelan.

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

DINÁMICA DE FLUIDOS: ECUACIÓN DE CONSERVACIÓN DE LA MASA, DE BERNOULLI Y DE LA ENERGÍA Parte 3

ELABORADO POR: GUSTAVO PATIÑO J

EL POR QUÉ DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

Es común que un sistema de distribución de fluido industrial, esté formado por distintos dispositivos y componentes que agregan energía al fluido, la retiran de este o provocan pérdidas indeseables de la energía.

¿Cómo podemos analizar los cambios en la energía que tienen lugar a través del sistema?

ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

Una de las leyes más fundamentales de la naturaleza es la **primera ley de la termodinámica**, también conocida como **principio de conservación de la energía**, la cual proporciona una base sólida para el estudio de las relaciones entre las diversas formas de la energía y de las interacciones de energía.

Esta ley expresa que ***la energía no se puede crear ni destruir en el transcurso de un proceso; sólo puede cambiar de formas.***

Por lo tanto, en un proceso debe considerarse toda pequeña parte de energía.

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

Para obtener la expresión matemática que nos permita establecer cómo se comporta la energía del fluido durante su flujo a través de un sistema como el mostrado en la figura, vamos a describir primero, en términos generales, los distintos dispositivos y componentes de los sistemas de circulación de flujo de fluido.

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

1. BOMBAS

Es un ejemplo común de dispositivo mecánico que **añade energía** a un fluido. Un motor eléctrico o algún otro aditamento importante impulsa un eje rotatorio en la bomba. Entonces, la bomba aprovecha esta energía cinética y *la transmite al fluido*, lo que provoca el movimiento de este y el incremento de su presión.

(a) Bomba y motor

Bomba centrífuga

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

2. MOTORES DE FLUIDOS

Los motores de fluido, turbinas, actuadores rotatorios y lineales, son algunos ejemplos de dispositivos mecánicos que **toman energía** de un fluido y la convierten a una forma de trabajo, por medio de la rotación de un eje o el movimiento de un pistón.

La diferencia principal entre una bomba y un motor de fluido es que, cuando funciona como motor, *el fluido impulsa* los elementos rotatorios del dispositivo. En las bombas ocurre lo contrario.

Motor hidráulico

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

3. FRICCIÓN DEL FLUIDO

Un fluido en movimiento presenta resistencia por fricción al fluir. Parte de la energía del sistema se convierte en *energía térmica* (calor), que se disipa a través de las paredes de la tubería por la que circula el fluido. La magnitud de la *energía que se pierde* depende de *las propiedades del fluido*, *velocidad del flujo*, *tamaño de la tubería*, *acabado de la pared de la tubería y la longitud de la misma*.

4. VÁLVULAS Y ACCESORIOS

Es común que los elementos que controlan la dirección o el flujo volumétrico del fluido en un sistema generen turbulencia local en éste, lo que ocasiona que la energía se disipe como calor. *Siempre que hay una restricción: por ejemplo, un cambio en la velocidad o dirección del flujo, hay pérdidas de ese tipo*. En un sistema grande la magnitud de las *pérdidas por las válvulas y accesorios*, por lo general es pequeña en comparación con las pérdidas por fricción en las tuberías. Por tanto, dichas pérdidas reciben el nombre de ***pérdidas menores***.

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

NOMENCLATURA DE LAS PÉRDIDAS Y GANANCIAS DE ENERGÍA

Las pérdidas y ganancias de energía en un sistema se contabilizan en términos de energía por unidad de peso del fluido que circula por él (N.m/N o lb.pie/lb). Esto también se conoce como **carga o cabeza**. Como abreviación de la carga emplearemos el símbolo ***h***, para las pérdidas y ganancias de energía.

Para la ecuación general de la energía, manejaremos los términos siguientes:

h_A = ***Energía que se agrega al fluido*** con un dispositivo mecánico, como una bomba, ventilador, compresor, etc. Normalmente se le denomina carga total sobre la bomba.

h_R = ***Energía que se remueve (o quita)*** del fluido por medio de un dispositivo mecánico, como un motor de fluido (turbina, etc.)

h_L =***Pérdidas de energía del sistema*** por la fricción en las tuberías, o pérdidas menores por válvulas y otros accesorios. Estas pérdidas son directamente proporcionales a la carga de velocidad del fluido, es decir:

$$h_L = K(v^2/2g)$$

K es el *coeficiente de resistencia*

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

Si E'_1 y E'_2 denotan la energía que posee el fluido por unidad de peso en las secciones 1 y 2, respectivamente, la expresión del principio de conservación de la energía para el sistema mostrado, es

$$E'_1 + h_A - h_R - h_L = E'_2$$

EXPRESIÓN MATEMÁTICA DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

Entonces la ecuación general de la energía entre las secciones 1 y 2 se escribe así:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} + z_1 + h_A - h_R - h_L = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{v_2}^2}{2g} + z_2$$

O en forma equivalente:

$$\frac{P_1}{\rho_1 g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump},u} = \frac{P_2}{\rho_2 g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine},e} + h_L$$

ALGUNAS OBSERVACIONES DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

1. Observe que cada término de la ecuación, representa una *cantidad de energía por unidad de peso del fluido* que circula por el sistema (N.m/N o lb.pie/lb).

2. Se recomienda que la ecuación general de la energía se escriba en la dirección del flujo, es decir, el flujo debe proceder *de* la sección que esté en el lado izquierdo de la ecuación y dirigirse *hacia* la sección que esté en el lado derecho de esta.

3. Los signos algebraicos tienen importancia crucial porque indican que en un elemento de fluido que tenga cierta cantidad de energía por unidad de peso en la sección 1, podría ganarse energía $(+h_A)$, removerse energía $(-h_R)$ o perderse energía $(-h_L)$, antes de que alcance la sección 2. Ahí contiene una cantidad diferente de energía por unidad de peso, indicada por el subíndice 2.

4. En un problema particular es posible que no se requiera que aparezcan todos los términos en la ecuación general de la energía, es decir, algunos de ellos pueden hacerse iguales a cero.

ALGUNAS OBSERVACIONES DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LA ENERGÍA

CASO ESPECIAL: FLUJO INCOMPRESIBLE SIN APARATOS DE TRABAJO MECÁNICO Y CON FRICCIÓN DESPRECIABLE

Cuando las pérdidas en la tubería son despreciables y no existen dispositivos de trabajo mecánico como ventiladores, bombas o turbinas, entonces la ecuación general de la energía se reduce a:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{v_2}^2}{2g} + z_2 \text{ ó } \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z = constante$$

la cual es la **ecuación de Bernoulli** deducida anteriormente.

Se concluye pues, que la ecuación de Bernoulli *es un caso especial* de la ecuación general de la energía.

POTENCIA QUE REQUIEREN LAS BOMBAS (P_I)

1. POTENCIA QUE UNA BOMBA AGREGA A UN FLUIDO (P_A)

La potencia se define como la rapidez a la que se realiza un trabajo. En la mecánica de fluidos se modifica dicho enunciado y se considera que *la potencia es la rapidez con que se transfiere la energía*.

La potencia que una bomba agrega a un fluido, está dada por el producto de la energía transferida por peso de fluido por el flujo en peso (peso que pasa por la bomba en la unidad de tiempo), es decir:

$$P_A = h_A \dot{W}$$

(watt (W) o lb-pie/s)

Como $\dot{W} = \gamma \dot{V}$, tenemos: $$P_A = h_A \gamma \dot{V} = h_A g \dot{m}$$

donde P_A es la potencia que se agrega al fluido, γ es el peso específico del fluido que circula a través de la bomba y $\dot{V}$ es el flujo volumétrico (caudal) del fluido.

POTENCIA QUE REQUIEREN LAS BOMBAS (P_I)

Algunos factores de conversión para las unidades de potencia son:

1 hp	=	550 lb-pie/s
1 lb-pie/s	=	1.356 W
1 hp	=	745.7 W

2. EFICIENCIA MECÁNICA DE LAS BOMBAS (η_{bomba})

El término *eficiencia* se utiliza para indicar qué porcentaje (o fracción) de la energía mecánica de entrada, a un dispositivo o proceso, se puede convertir por completo hacia otra forma de energía mecánica de salida, es decir:

$$\eta_{mec} = \frac{Salida\ de\ energía\ mecánica}{Entrada\ de\ energía\ mecánica} = \frac{E_{mec,sal}}{E_{mec,ent}}$$

Una eficiencia de conversión de menos de 100% indica que se han presentado algunas pérdidas (generalmente debidas a la fricción) en el transcurso de ella.

POTENCIA QUE REQUIEREN LAS BOMBAS (P_I)

En el caso de una bomba, la eficiencia se utiliza para denotar la relación de la potencia transmitida por la bomba al fluido a la potencia que se suministra a la bomba, es decir:

$$\eta_{bomba} = \frac{Aumento\ en\ la\ energía\ mecánica\ del\ fluido}{Entrada\ de\ energía\ mecánica} = \frac{Potencia\ transmitida\ al\ fluido}{Potencia\ de\ entrada\ a\ la\ bomba}$$

$$\eta_{bomba} = \frac{P_A}{P_I}$$

POTENCIA QUE REQUIEREN LAS BOMBAS (P_I)

Por lo tanto la potencia que requiere la bomba es:

$$P_I = \frac{P_A}{\eta_{bomba}}$$

POTENCIA DE SALIDA DE MOTORES DE FLUIDO (P_O)

1. POTENCIA QUE UN FLUIDO TRANSMITE A UN MOTOR (P_R)

La potencia que un fluido transmite a un motor, está dada por el producto de la energía transmitida por peso de fluido por el flujo en peso (peso que pasa por el motor en la unidad de tiempo), es decir:

$$P_R = h_R \dot{W}$$ (watt (W) o lb-pie/s)

Como $\dot{W} = \gamma \dot{V}$, tenemos:

$$P_R = h_R \gamma \dot{V} = h_R g \dot{m}$$

donde P_R es la potencia que el fluido transmite al motor de fluido.

POTENCIA DE SALIDA DE MOTORES DE FLUIDO (P_O)

2. EFICIENCIA MECÁNICA DE LOS MOTORES (η_{motor})

En el caso de un motor, la eficiencia se utiliza para denotar la relación de la potencia de salida del motor a la potencia que transmite el fluido, es decir:

$$\eta_{turbina} = \frac{Salida\ de\ energía\ mecánica}{Disminución\ en\ la\ energía\ mecánica\ del\ fluido} = \frac{Potencia\ de\ salida\ del\ motor}{Potencia\ que\ transmite\ el\ fluido}$$

$$\eta_{motor} = \frac{P_O}{P_R}$$

POTENCIA DE SALIDA DE MOTORES DE FLUIDO (P_O)

Por lo tanto la potencia de salida del motor es:

$$P_O = \eta_{motor} P_R$$

EJERCICIOS

Agua subterránea es bombeada por una bomba sumergida de 3kW y 70% de eficiencia a una piscina de superficie libre a 30 m sobre el nivel del agua subterránea. El diámetro de la tubería de succión es de 7 cm y el diámetro de la tubería de descarga es de 5 cm. Determinar:

a) Rata de flujo máximo

b) La diferencia de presión en la bomba. Desprecie la diferencia de elevación entre la entrada y salida de la bomba.

Agua se bombea desde un lago a un deposito 25 m por encima, a una rata de 25 l/s con 10 kW en el eje de la bomba. Si las perdidas en el sistema de tuberías son de 7 m, determine la eficiencia de la bomba.

Se usa una bomba de 7 hp (potencia en la flecha) para subir agua hasta una altura de 15 m.
Si la eficiencia mecánica de la bomba es de 82%, determine el gasto volumétrico máximo de agua.

El nivel del agua en un tanque está 20 m arriba del suelo. Se conecta una manguera al fondo del tanque y la boquilla que está en el extremo de dicha manguera se apunta directo hacia arriba. El tanque está a nivel del mar y la superficie del agua está abierta a la atmósfera. En la línea que conduce del tanque a la boquilla está una bomba, la cual aumenta la presión del agua. Si el chorro de agua se eleva hasta una altura de 27 m por arriba del suelo, determine el aumento mínimo de presión suministrado por la bomba a la línea de agua.

Un bote de bomberos va a combatir incendios en las zonas costeras y extraerá agua de mar con una densidad de 1030 kg/m^3 por un tubo de 20 cm de diámetro, a razón de 0.1 m^3/s. La descargará por la boquilla de una manguera que tiene un diámetro de salida de 5 cm. La pérdida irreversible total de carga del sistema es de 3 m y la posición de la boquilla está a 4 m arriba del nivel del mar. Para una eficiencia de la bomba de 70%, determine la potencia necesaria en la flecha de esa bomba y la velocidad de descarga del agua.

Institución Universitaria
Acreditada en Alta Calidad

FLUJO EN TUBERÍAS: FLUJO LAMINAR, FLUJO TURBULENTO, NÚMERO DE REYNOLDS Y PÉRDIDAS DE ENERGÍA DEBIDO A LA FRICCIÓN

ELABORADO POR: GUSTAVO PATIÑO J

INTRODUCCIÓN

En sistemas de calefacción y enfriamiento y en redes de distribución de fluido, el fluido (un líquido o un gas) normalmente se fuerza a fluir mediante un ventilador o bomba a través de una sección del flujo.

En estas situaciones, es especialmente importante la *fricción*, que se relaciona directamente con la *caída de presión* y las *pérdidas de carga* durante el flujo a través de tuberías y ductos. Entonces, *la caída de presión se usa para determinar la potencia necesaria de bombeo*.

Un sistema de tuberías típico incluye tuberías de diferentes diámetros, unidas entre sí mediante varias uniones o codos para dirigir el fluido, válvulas para controlar la razón de flujo y bombas para presurizar el fluido.

ACLARACIÓN CON LA TERMINOLOGÍA A UTILIZAR

Los términos tubería (pipe) y ducto (duct) se usan de manera intercambiable para tramos de flujo. En general, tenemos:

- Los tramos de flujo de sección transversal *circular* se conocen como flujo en ***tuberías*** (en especial cuando el fluido es un líquido). Las tuberías de diámetros *más pequeños* se conocen normalmente como ***tubos***.

- Los tramos de flujo de sección transversal *no circular* se conocen como ***ductos*** (especialmente cuando el fluido es un gas).

Para evitar cualquier confusión se utilizarán frases más descriptivas como *tubería circular* o *ducto rectangular*.

¿POR QUÉ SE USAN TUBERÍAS CIRCULARES Y NO CIRCULARES EN EL FLUJO DE FLUIDOS?

La mayoría de los fluidos, en especial los líquidos, se transportan en *tuberías circulares*. Esto es así porque las tuberías con una sección transversal circular *pueden resistir grandes diferencias de presión* entre el interior y el exterior sin distorsión considerable.

Las *tuberías no circulares*, por lo general se usan en aplicaciones como los sistemas de calefacción y enfriamiento de edificios, donde *la diferencia de presión es relativamente pequeña*, los costos de fabricación e instalación son bajos, y el espacio disponible para reparar ductos está limitado.

ALGUNAS CONSIDERACIONES IMPORTANTES SOBRE LA TEORÍA DE FLUJO DE FLUIDOS

- Aunque la teoría de flujo de fluidos se entienda de manera adecuada, *las soluciones teóricas se obtienen sólo para pocos casos simples*; por lo tanto, la teoría se debe apoyar en *resultados experimentales y relaciones empíricas* para la mayoría de los problemas de flujo de fluidos, más que en soluciones analíticas.

- Dado que los resultados experimentales se obtienen en condiciones de laboratorio cuidadosamente controladas y que dos sistemas no son exactamente iguales, se encuentra que la mayoría de relaciones utilizadas para el cálculo de los factores de fricción, brindan resultados con un *error del 10% o más*.

- La fricción entre las partículas del fluido en una tubería ocasiona una ligera elevación en la temperatura del fluido, como resultado de la transformación de la energía mecánica en energía térmica sensible. Pero, este aumento de temperatura debido a calentamiento por fricción, por lo general, es muy bajo y por lo tanto se le pasa por alto. *La consecuencia primordial de la fricción en el flujo de fluidos es la caída de presión*, y por tanto cualquier cambio importante en la temperatura del fluido se debe a transferencia de calor.

ALGUNAS CONSIDERACIONES IMPORTANTES SOBRE LA TEORÍA DE FLUJO DE FLUIDOS

- La velocidad del fluido en una tubería cambia de *cero* en la superficie debido a la *condición de no-deslizamiento* hasta un *máximo* en el centro de la tubería. En el flujo de fluidos, es conveniente trabajar con una velocidad promedio V_{prom}, que permanece constante en flujo incompresible cuando el área de la sección transversal de la tubería es constante.

La velocidad promedio en aplicaciones de calentamiento y enfriamiento puede cambiar un poco, debido al cambio en la densidad. Pero en la práctica, se evalúan las propiedades del fluido *a cierta temperatura promedio* y se les trata como una constante. La conveniencia de trabajar con propiedades constantes usualmente justifica la ligera pérdida en exactitud.

FLUJOS LAMINAR Y TURBULENTO

(*a*) Laminar flow

(*b*) Turbulent flow

Flujo laminar: es un flujo caracterizado por líneas de corriente suaves y movimiento sumamente ordenado. En este tipo de flujo, el fluido parece moverse en láminas continuas con poca o ninguna mezcla de una capa con las adyacentes.

Flujo turbulento: es un flujo caracterizado por fluctuaciones de velocidad y movimiento altamente desordenado. En este tipo de flujo, los elementos del fluido parecen mezclarse en forma caótica dentro de la corriente.

La **transición** de flujo laminar a turbulento no ocurre repentinamente; más bien, sucede sobre cierta región en la que el flujo fluctúa entre flujos laminar y turbulento antes de volverse totalmente turbulento.

¿CÓMO SE DETERMINA EL TIPO DE FLUJO?

La transición de flujo laminar a turbulento depende de la *geometría*, la *rugosidad de la superficie*, la *velocidad del flujo*, la *temperatura de la superficie* y el *tipo de fluido*, entre otros factores.

El comportamiento de un fluido, en particular en lo que se refiere a las pérdidas de energía, depende de que el flujo sea laminar o turbulento. Por esta razón, se necesita un medio para predecir el tipo de flujo sin tener que observarlo en realidad.

Después de experimentos exhaustivos en los años de 1880, Osborne Reynolds descubrió que *el régimen de flujo depende principalmente de la razón de fuerzas inerciales a fuerzas viscosas en el fluido*. Esta razón se llama **número de Reynolds** y se expresa para *flujo interno en una tubería circular* como

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} = \frac{V_{avg}D}{\nu} = \frac{\rho V_{avg}D}{\mu}$$

Note que Re es una cantidad *adimensional*

Donde:

$V_{prom} = V_{avg}$ = velocidad de flujo promedio

D = longitud característica de la geometría (diámetro en este caso)

NÚMERO DE REYNOLDS

$$\mathrm{Re} = \frac{\text{Inertial forces}}{\text{Viscous forces}} = \frac{V_{avg}D}{\nu} = \frac{\rho V_{avg}D}{\mu}$$

A *número grandes de Reynolds*, las fuerzas inerciales son grandes en relación con las fuerzas viscosas y por lo tanto las fuerzas viscosas no pueden evitar las aleatorias y rápidas fluctuaciones del fluido. Por lo tanto el flujo es *turbulento*.

A *números de Reynolds pequeños o moderados*, las fuerzas viscosas son lo suficientemente grandes como para suprimir dichas fluctuaciones y mantener al fluido "en línea". Por lo tanto el flujo es *laminar*.

El número de Reynolds en donde el flujo se vuelve turbulento se llama **número de Reynolds crítico, Re_{cr}** .

NÚMERO DE REYNOLDS PARA TUBERÍAS NO CIRCULARES

Para flujo a través de tuberías no circulares, el número de Reynolds se basa en el **diámetro hidráulico** D_h que se define como:

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Diámetr

Circular tube:

$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Square duct:

$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Rectangular duct:

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Donde:

A_c es el á

tubería

p es su p

perímetr

NÚMERO DE REYNOLDS PARA FLUJOS LAMINAR, TRANSICIONAL Y TURBULENTO EN UNA TUBERÍA CIRCULAR

La transición de flujo laminar a turbulento también depende del grado de perturbación del flujo por la *rugosidad de la superficie*, las *vibraciones de la tubería* y las *fluctuaciones en el flujo*. En la mayoría de las situaciones prácticas, tenemos:

	$Re \leq 2000$	Flujo laminar
$2000 <$	$Re < 4000$	Flujo transicional
	$Re \geq 4000$	Flujo turbulento

Algunos autores estiman flujo laminar hasta 2300 (Cengel por ejemplo). En nuestro curso, tomaremos flujo laminar hasta 2000.

NÚMERO DE REYNOLDS PARA FLUJOS LAMINAR, TRANSICIONAL Y TURBULENTO EN UNA TUBERÍA CIRCULAR

En el flujo transicional, el flujo cambia de laminar a turbulento de manera aleatoria.

En el rango de números de Reynolds entre *2000 y 4000* es imposible predecir qué flujo existe; por tanto, también se le conoce como **región crítica**. Las aplicaciones prácticas involucran flujos que se encuentran bien dentro del rango laminar o bien dentro del turbulento, por lo que la existencia de dicha región de incertidumbre no ocasiona demasiadas dificultades.

Se puede mantener el flujo laminar en números de Reynolds muy altos (hasta 100000) en tuberías muy lisas cuando se evitan las perturbaciones de flujo y las vibraciones de la tubería.

CAÍDA DE PRESIÓN (ΔP) Y CAÍDA DE PRESIÓN POR FRICCIÓN (ΔP_L)

La caída de presión ΔP es un aspecto muy importante en el análisis del flujo en tuberías, debido a que está directamente relacionada con la potencia necesaria para que el ventilador o bomba mantengan el flujo.

La caída de presión por fricción ΔP_L se puede expresar como:

Pressure loss:

$$\Delta P_L = f \frac{L}{D} \frac{\rho V_{avg}^2}{2}$$

OBSERVACIONES CON RESPECTO A LA EXPRESIÓN PARA ΔP_L:

- El símbolo Δ se utiliza comúnmente para indicar la diferencia entre los valores final e inicial, como $\Delta y = y_2 - y_1$. Pero en flujo de fluidos, ΔP se usa para designar caída de presión, y por lo tanto es $P_1 - P_2$.
- ΔP_L representa la *pérdida de fricción* cuando un fluido de viscosidad μ fluye a través de una tubería horizontal de diámetro uniforme D y longitud L a velocidad promedio V_{prom}. En este caso, $\Delta P = \Delta P_L$. Cuando hay cambio en la velocidad (D varía), en la altura o el tramo de tubería incluye algún dispositivo mecánico, $\Delta P \neq \Delta P_L$.
- Esta expresión es válida para todos los tipos de flujos internos (flujo laminar o turbulento, tuberías circulares o no circulares, superficies lisas o rugosas, tuberías horizontales o inclinadas).

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L)

En la ecuación general de la energía

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{v_1}^2}{2g} + z_1 + h_A - h_R - h_L = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{v_2}^2}{2g} + z_2$$

al término h_L se le definió como la pérdida de energía en el sistema. Una componente de la pérdida de energía es la *fricción* en el fluido que circula. Para el caso del *flujo en tuberías y tubos*, la fricción es proporcional a la carga de velocidad del flujo y a la relación de la longitud al diámetro de la corriente. Esto se expresa en forma matemática como la **ecuación de Darcy**.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L)

$$h_L = f * \frac{L}{D} * \frac{v^2}{2g}$$

Donde:

h_L = pérdida de energía debido a la fricción

L = longitud de la tubería

D = diámetro de la tubería

v = velocidad promedio del flujo

f = factor de fricción (adimensional)

La *ecuación de Darcy se utiliza* para calcular la pérdida de energía debido a la fricción en secciones rectilíneas y largas de tubos redondos, ***tanto para flujo laminar como turbulento***.

En el análisis de los sistemas de tuberías, las pérdidas de presión comúnmente se expresan en términos de la altura de la columna de fluido equivalente, llamada **pérdida de carga** h_L. Note que $h_L = \Delta P_L/\rho g$

La diferencia entre los dos flujos está en la evaluación del factor de fricción adimensional f.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO LAMINAR

Debido a que el flujo laminar es tan regular y ordenado, es posible obtener una relación entre la pérdida de energía y los parámetros medibles del sistema de flujo. Dicha relación se conoce como **ecuación de Hagen – Poiseuille**:

$$h_L = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2}$$

Con anterioridad se dijo que también podía usarse la ecuación de Darcy para calcular la pérdida por fricción para el flujo laminar. Si igualamos las dos relaciones para h_L, podemos despejar el factor de fricción y obtener:

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{avg}} = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Válida sólo para flujo laminar en una tubería circular

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO LAMINAR

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{avg}} = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Esta ecuación muestra que *en el flujo laminar, el factor de fricción sólo es función del número de Reynolds y es independiente de la rugosidad de la superficie de la tubería*.

En resumen, la *pérdida de energía debido a la fricción en el flujo laminar* puede calcularse con la **ecuación de Hagen – Poiseuille**,

$$h_L = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2}$$

o con la **ecuación de Darcy**,

en la que

$$h_L = f * \frac{L}{D} * \frac{v^2}{2g}$$

$$f = \frac{64}{Re}$$

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

Cuando hay flujo turbulento en tuberías se debe utilizar la **ecuación de Darcy** para calcular la pérdida de energía debido a la fricción. El flujo turbulento es caótico y varía en forma constante. Por estas razones, *para determinar el valor de f debemos recurrir a los datos experimentales*.

Las pruebas han mostrado que el factor de fricción f depende de otras dos cantidades adimensionales, el número de Reynolds y la **rugosidad relativa** D/ε, que es la razón del diámetro de la tubería D a la rugosidad promedio de su pared ε.

iva como ε/D (como Cengel por ejemplo), ε/r
a. Definiéndola como D/ε, los cálculos e

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

VALORES DE DISEÑO DE LA RUGOSIDAD DE TUBOS

En las tablas siguientes se dan valores de la rugosidad promedio ε de la pared de tuberías y tubos existentes comercialmente. *Estos son sólo valores promedio para tuberías nuevas y limpias. Es de esperarse cierta variación. Una vez que una tubería ha estado en servicio durante algún tiempo, la rugosidad cambia debido a la corrosión y a la formación de depósitos en la pared*.

Como resultado, el factor de fricción puede aumentar por un factor de 5 a 10. Las condiciones de operación reales se deben considerar en el diseño de sistemas de tuberías.

Por lo tanto, los resultados obtenidos no se deben tratar como “exactos”. Usualmente se consideran precisos hasta ±15% de los datos experimentales.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

VALORES DE DISEÑO DE LA RUGOSIDAD DE TUBOS

Material	Rugosidad ϵ (m)	Rugosidad ϵ (pie)
Vidrio	Liso	Liso
Plástico	3.0×10^{-7}	1.0×10^{-6}
Tubo extruido; cobre, latón y acero	1.5×10^{-6}	5.0×10^{-6}
Acero, comercial o soldado	4.6×10^{-5}	1.5×10^{-4}
Hierro galvanizado	1.5×10^{-4}	5.0×10^{-4}
Hierro dúctil, recubierto	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Hierro dúctil, no recubierto	2.4×10^{-4}	8.0×10^{-4}
Concreto, bien fabricado	1.2×10^{-4}	4.0×10^{-4}
Acero remachado	1.8×10^{-3}	6.0×10^{-3}

TABLA 8-2

Valores de rugosidad equivalentes para tuberías comerciales nuevas*

Material	Rugosidad ε ft	Rugosidad ε mm
Vidrio, plástico	0 (liso)	
Concreto	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Hule, alisado	0.000033	0.01
Tubería de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

* La incertidumbre en estos valores puede ser hasta ±60 por ciento..

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

Los resultados experimentales de la medición del factor de fricción f, se presentan en forma tabular, gráfica y funcional a partir de datos experimentales de ajuste de curvas.

Uno de los métodos más utilizados para evaluar el factor de fricción emplea el **diagrama de Moody.** El diagrama muestra la gráfica del factor de fricción f versus el número de Reynolds (Re o N_R), con una serie de curvas paramétricas relacionadas con la rugosidad relativa D/ε. Estas curvas las generó L. F. Moody a partir de datos experimentales.

Se grafica en escalas logarítmicas tanto a f como a Re, debido al rango tan amplio de valores que se obtiene.

A la izquierda de la gráfica, para números de Reynolds menores de 2000, la línea recta muestra la relación f = 64/Re para el flujo laminar.

Para 2000 < Re < 4000 no hay curvas, debido a que esta es la zona crítica entre el flujo laminar y el turbulento, y no es posible predecir cuál de ellos ocurrirá. El cambio de flujo laminar a turbulento da como resultado valores para los factores de fricción dentro de la zona sombreada.

Para Re > 4000, se grafica la familia de curvas para distintos valores de D/ε.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

DIAGRAMA DE MOODY

FIGURA 8.6 Diagrama de Moody. (Fuente: Pao, R. H. F. 1961. *Fluid Mechanics*. Nueva York: John Wiley e hijos, p. 284.)

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

ALGUNAS OBSERVACIONES ACERCA DEL DIAGRAMA DE MOODY

1. Para un flujo con número de Reynolds dado, conforme aumenta la rugosidad relativa D/ε, el factor de fricción f disminuye.

2. Para una rugosidad relativa D/ε, el factor de fricción f disminuye con el aumento del número de Reynolds, hasta que se alcanza la zona de turbulencia completa.

3. Dentro de la zona de turbulencia completa, el número de Reynolds no tiene ningún efecto sobre el factor de fricción.

4. Conforme se incrementa la rugosidad relativa D/ε, también se eleva el valor del número de Reynolds donde comienza la zona de turbulencia completa.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

PARTES DEL DIAGRAMA DE MOODY

FIGURA 8.7 Explicación de las partes del diagrama de Moody.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

USO DEL DIAGRAMA DE MOODY

El diagrama de Moody se utiliza para ayudar a determinar el valor del factor de fricción f para el flujo turbulento. *Debe conocerse el valor del número de Reynolds y la rugosidad relativa*.

Por tanto, los datos básicos que se requieren son el diámetro interior real de la tubería, el material de que está hecho, la velocidad del flujo y el tipo de fluido y su temperatura, a partir de los cuales se determina la viscosidad.

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

USO DEL DIAGRAMA DE MOODY

FIGURA 8.6 Diagrama de Moody. (Fuente: Pao, R. H. F. 1961. *Fluid Mechanics*. Nueva York: John Wiley e hijos, p. 284.)

Hallar f si:

Re = 2.5 x 10^5

D/ε = 733

Se lee:

f = 0.0223

PÉRDIDA DE CARGA O ENERGÍA (h_L) – FLUJO TURBULENTO

ECUACIÓN PARA EL FACTOR DE FRICCIÓN

La ecuación siguiente, que permite el cálculo directo del valor del factor de fricción para flujo turbulento, la desarrollaron **P. K. Swamee y A. K. Jain**, y está dada por:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}$$

Esta ecuación puede utilizarse dentro del rango de rugosidad relativa D/ε, de 100 a 1 x 10^6 y para números de Reynolds de 5 x 10^3 a 1 x 10^8. Esta es prácticamente toda la zona turbulenta del diagrama de Moody.

RESUMEN CÁLCULO DE LA PÉRDIDA DE CARGA (h_L)

FLUJO LAMINAR:

Con **ecuación de Hagen – Poiseuille:**

$$h_L = \frac{32\mu L v}{\gamma D^2}$$

O con la **ecuación de Darcy:**

$$h_L = f * \frac{L}{D} * \frac{v^2}{2g}$$

donde:

$$f = \frac{64}{Re}$$

FLUJO TURBULENTO:

Con **ecuación de Darcy:**

$$h_L = f * \frac{L}{D} * \frac{v^2}{2g}$$

donde: f se lee del diagrama de Moody

o se calcula con la ecuación de **P. K. Swamee y A. K. Jain**:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{Re^{0.9}}\right)\right]^2}$$

OTRAS CONSIDERACIONES IMPORTANTES

Para *tuberías no circulares*, el diámetro en las relaciones para ΔP_L y h_L se sustituye por el *diámetro hidráulico* definido anteriormente como:

$$D_h = \frac{4A_c}{p}$$

Donde A_c es el área transversal de la tubería y p es el perímetro húmedo

Las pérdidas que ocasionan los accesorios de tubería como uniones, válvulas, flexiones, codos, conexiones en T, entradas, salidas, ensanchamientos y contracciones se llaman ***pérdidas menores***. Estas, por lo general, se expresan en términos del *coeficiente de pérdida* K_L. La pérdida de carga para un accesorio se determina a partir de:

$$h_L = K_L \frac{V^2}{2g}$$

Cuando todos los coeficientes están disponibles, la carga total en un sistema de tuberías se determina a partir de:

Donde *i* representa cada tramo de tubería con diámetro constante y *j* representa cada accesorio que provoca una pérdida menor.

$$h_{L,\,\text{total}} = h_{L,\,\text{major}} + h_{L,\,\text{minor}}$$
$$= \sum_i f_i \frac{L_i}{D_i}\frac{V_i^2}{2g} + \sum_j K_{L,j}\frac{V_j^2}{2g}$$

BIBLIOGRAFÍA

MOTT, Robert. Mecánica de Fluidos. Sexta edición. México, 2006