



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

2011

MECÁNICA DE FLUIDOS

Tema1. Flujo interno de fluidos incompresibles y compresibles



This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> or send a letter to Creative Commons, 444 Castro Street, Suite 900, Mountain View, California, 94041, USA.

Autores

I. Martín, R. Salcedo, R. Font.

TEMA 1.FLUJO INTERNO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES Y COMPRESIBLES

Índice

TEMA 1.FLUJO INTERNO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES Y COMPRESIBLES	1
1. INTRODUCCIÓN	3
2. PRESIÓN.....	3
2.1 Definiciones.....	3
2.2 Presiones de servicio	4
2.3 Instrumentos de medida de presiones.....	5
2.4 Presión con contribución gravitatoria p^+	10
3. VISCOSIDAD Y FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS.	13
4. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN CONDUCCIONES CILÍNDRICAS.	15
4.1 Balances de materia, energía total y mecánica.....	16
4.2 Ecuación de Bernoulli para líquidos. Perfil hidráulico.....	22
4.3 Pérdidas de energía mecánica en conducciones cilíndricas.....	24
4.4 Tipos de Conducciones.....	26
4.5 Diámetro óptimo.....	27
5. CONEXIONES Y ACCESORIOS.	30
5.1 Empalme de tuberías.	30
5.2 Accesorios de las conducciones.	32
6. VÁLVULAS.....	33
6.1 Válvulas de corte del flujo.....	34
6.2 Válvulas de regulación.....	37
7. PÉRDIDA DE ENERGÍA MECÁNICA DE ACCIDENTES EN CONDUCCIONES.....	39
8. FLUJO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES NEWTONIANOS.....	46
8.1 Conducción cilíndrica sin accidentes y sin consideración de los términos cinéticos.....	46
8.2 Conducciones cilíndricas con accidentes	48
8.3 Conducciones no cilíndricas	48
8.4 Redes de conducciones.	49
8.5 Sistemas de redes complejos.	51
9. FLUJO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES NO NEWTONIANOS.....	52

10.	FLUJO COMPRESIBLE	53
10.1	Consideraciones previas.....	53
10.2	Velocidad de una onda sonora. Número Mach.....	55
10.3	Flujo de gas isoterma con comportamiento ideal o con Z constante.....	57
10.4	Flujo de gas adiabático con comportamiento ideal o con Z constante.....	59
10.5	Flujo compresible en boquillas convergentes-divergentes.....	61
11.	FLUJO EN CANALES O EN LÁMINA LIBRE	64
12.	FLUJO BIFÁSICO LÍQUIDO-GAS	66
12.1	Patrones de flujo bifásico	66
12.2	Cálculo de las pérdidas de energía mecánica y las fracciones de fluido.....	69
13.	BIBLIOGRAFÍA	71

1. INTRODUCCIÓN

La Mecánica de Fluidos es la rama de la ciencia que estudia el equilibrio y el movimiento de los fluidos, esto es, líquidos y gases. En los fluidos, puede producirse un movimiento relativo de las moléculas u átomos que forma parte de la estructura interna tanto en movimiento como en reposo, situación que no se produce nunca en los sólidos.

La mecánica de fluidos puede dividirse en dos partes diferenciadas. La primera de ellas es la que estudia, básicamente, el movimiento de fluidos que circula por una trayectoria concreta, en el que el fenómeno característico es su transporte. En este tipo de circulación de fluidos, éstos circulan canalizados por el interior de conducciones o cauces, y por ello se denomina *flujo interno*. Es una ciencia básica en todas las ingenierías. Cuando el fluido objeto de estudio es el agua, la parte de la mecánica de fluidos que estudia su movimiento es la *Hidráulica*.

La segunda parte en que se divide la mecánica de fluidos es cuando estos circulan, en vez de por el interior de conducciones, a través en un conjunto de partículas sólidas, denominándose *flujo externo*, ya que en vez de circular el fluido por el interior de un sólido (una conducción), es el fluido el que envuelve toda la superficie exterior de los sólidos. En tecnología química, el conocimiento del flujo externo de fluidos es necesario pensando en que se aplica en multitud de operaciones básicas características de la industria química, como sedimentación, filtración, etc. Además, resulta básico en el tratamiento de cuantas operaciones impliquen transmisión de calor y transferencia de materia, es decir, en todas las llamadas operaciones básicas de la Ingeniería Química. El flujo externo de fluidos ha sido desarrollado históricamente por la Ingeniería Química, por lo que es una rama de la mecánica de fluidos de especial importancia.

El presente curso dedica los primeros temas al flujo interno de fluidos, y los siguientes al flujo externo. Como apuntes de Mecánica de Fluidos orientado a estudiantes de Ingeniería Química de la Universidad de Alicante, se parte de la base de que el estudiante tiene conocimiento de Física Newtoniana y de Fenómenos de Transporte. De cualquier forma, en los apartados 2 y 3 de este tema se introducen y repasan brevemente aquellos conceptos previos con objeto de asentar al lector en los futuros temas.

2. PRESIÓN.

2.1 Definiciones.

En flujo de fluidos, es de vital importancia conocer la presión ya que con su conocimiento puede controlarse y medirse el flujo. Dado que la presión, según su definición, es la fuerza normal ejercida sobre una superficie, para medir la presión será necesario insertar una sonda en el punto donde la presión desee conocerse, sonda que consiste en exponer una sección. Se pueden considerar tres definiciones de presión según el modo de medir la misma, es decir, como se coloque la sonda medidora de la presión:

a) Presión estática: Es la presión ejercida por el fluido sobre un plano paralelo a la dirección de la corriente, debido a los choques de las moléculas como consecuencia de un movimiento aleatorio (p). Para un fluido en movimiento la presión estática debe medirse con

la sección de la sonda paralela al movimiento del fluido. En el caso de fluidos en reposo, no hay diferencia en cómo se coloque la sonda de presión.

b) Presión de impacto o de choque o de estancamiento: Es la presión ejercida por el fluido sobre un plano perpendicular a la dirección de la corriente, debido a los choques de las moléculas por el movimiento aleatorio y el movimiento del fluido ($p + 1/2\rho v^2$, siendo ρ la densidad del fluido y v el módulo de la velocidad puntual del fluido). Por tanto, la sonda deberá tener la sección perpendicular y encarada a la dirección de la corriente.

c) Presión cinética, dinámica o de velocidad: Es la diferencia entre las presiones de impacto y estática ($1/2\rho v^2$), que será nula en el caso de fluidos en reposo.

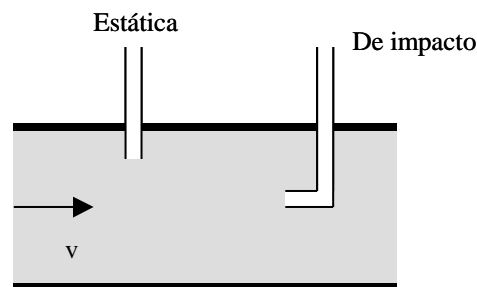


Figura 1.1. Presión estática y de impacto en un fluido en movimiento

Además, es frecuente encontrar otras definiciones diferentes de presión en función de otras causas distintas al modo de insertarse la sonda de medida, como presión absoluta, hidrostática, manométrica, etc.

Para el caso de líquidos en reposo, se denomina presión hidrostática a la presión que ejerce el peso gravitatorio de la porción de líquido situada por encima de la sonda medidora, siendo realmente una diferencia de presión entre dos puntos. Sin embargo, esta presión hidrostática es despreciable en el caso de gases. También pueden definirse otros tipos de presión en función del equipo con que se mida, que se verán posteriormente en la sección dedicada a los equipos de medida.

Aunque en el SI la unidad de presión es el **Pascal** ($\text{Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2$), es más frecuente expresar la presión en kPa o MPa. También es muy frecuente la utilización de **bar**, **atm** y **kg/cm²**, unidades todas ellas parecidas y prácticamente equivalentes ($1 \text{ bar} \equiv 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ atm} \equiv 1.013 \text{ bar}$, $1 \text{ bar} \equiv 1.02 \text{ kg/cm}^2$), sin olvidar la unidad de presión del sistema inglés **psi** (pound per square inch, $1 \text{ bar} = 14.50 \text{ psi}$).

2.2 Presiones de servicio

Las presiones estáticas de los fluidos durante su flujo varían mucho según las circunstancias. La presión del agua en las redes de suministro de las ciudades oscila entre 2 bar y 7 bar, mientras la presión de aspiración de las bombas suele ser próxima a la atmosférica, la de descarga puede superar las 100 bar.

Los flujos gaseosos suelen clasificarse como de baja, media o alta presión, según que la presión del gas circulante sea inferior a 1.2 bar, entre 1.2 y 3.5 bar o entre 3.5 y 100 bar, respectivamente. Todas estas presiones son alcanzables por los compresores de varias etapas.

Siempre que se apliquen presiones superiores a las indicadas, se habla de tecnología de altas presiones, pudiéndose incluir en la misma procesos industriales tan importantes como las síntesis del amoníaco y del metanol y muchas polimerizaciones, hidrogenaciones, etc.

2.3 Instrumentos de medida de presiones

Al margen de la colocación de una sonda para conocer la presión en un punto dado, es necesario conocer el equipo con el que se vaya a medir la presión en ese punto. En función del equipo que se utilice para la medida de la presión en un punto, cabe diferenciar entre presión **absoluta** (cuando el equipo mide la presión total) o presión **sobreatmosférica** o manométrica (diferencia de presión respecto a la atmosférica).

En la atmósfera de la corteza terrestre, el aire está ejerciendo una presión continua, por lo que a menudo se considera presión positiva a presiones superiores a la atmosférica, y vacío o presión negativa a las inferiores. Sin embargo, hablando en términos de presión absoluta, es imposible termodinámicamente la existencia de presiones negativas.

Los equipos que miden la presión atmosférica se denominan **barómetros**, y de ellos, hay barómetros que miden la presión atmosférica absoluta (columnas de líquido, como el de Torricelli), y barómetros que miden la presión atmosférica con respecto a otra de referencia con la que fue calibrado (medida con columna de fluido). En realidad, la presión absoluta únicamente puede medirse con barómetros de columna de fluido. Todos los demás barómetros y otros medidores de presión absoluta miden presiones con respecto a una referencia, que son un calibrado en el caso de barómetros, o bien la presión atmosférica en el caso de otros medidores de presión. Respecto a estos medidores de presión sobreatmosférica que miden con respecto a la presión atmosférica, hay que tener presente que esta varía sensiblemente a lo largo de los días.

Así, en el caso de querer medir la presión absoluta *con precisión* en un punto concreto con un equipo medidor de presión sobreatmosférica, es necesario sumarle la presión atmosférica medida con un barómetro.

Los equipos que miden presiones de forma mecánica se denominan **manómetros**, los cuales pueden medir *presiones sobreatmosféricas* (cuando miden la presión en un punto con respecto a la atmósfera) o de *presiones diferenciales* cuando miden diferencias de presión entre dos puntos. A continuación se describen los distintos tipos de manómetros:

- Manómetros Bourdon o de reloj. Las presiones elevadas y grandes rangos de presiones se miden siempre con manómetros metálicos, tipo Bourdon, etc., que se describen con textos y bocetos referentes a medida de alta presión. Un esquema de ellos se muestra en la figura 1.2, donde se observa que la presión produce una deformación en un tubo o espiral curvo (tubo Bourdon) cuyo movimiento se transmite mediante engranajes en una escala graduada. Habitualmente en su escala toman como cero la presión atmosférica, por lo la presión que indiquen los mismos (presión sobreatmosférica ó manométrica) deberá sumársele siempre la atmosférica pues el cero de su escala corresponde a esta última. En ocasiones, se le añade las letras “man” a la unidad de la escala para poner de manifiesto este hecho. Muy ocasionalmente ocurre el hecho contrario, en que la escala tiene en cuenta la suma de la

presión atmosférica. En los Bourdon en psi, se sabe si la escala de presión que miden es la absoluta si pone “psi” o sobreatmosférica si pone “psig” (psi gauge).

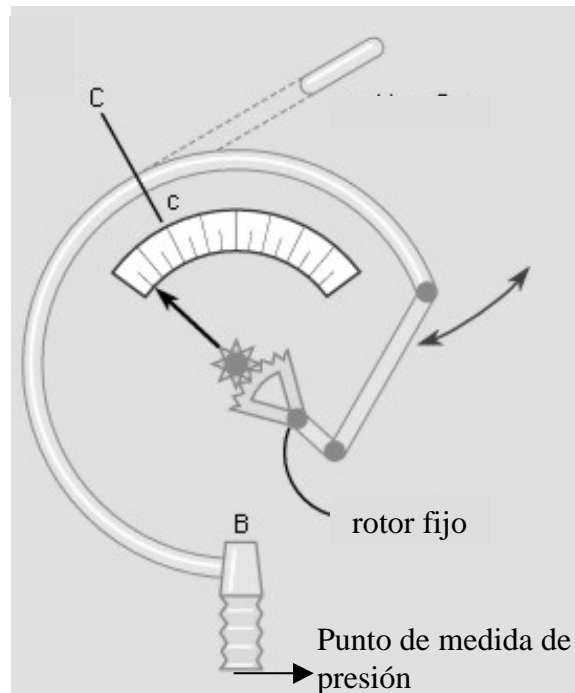


Figura 1:2. Esquema de un Bourdon.

- Transductores de presión. Son aquellos equipos en los que la presión medida se lee con la ayuda de un circuito eléctrico en un display numérico. Estos están basados en señales eléctricas, aunque el fundamento por el cual miden la presión está basado en la deformación o elongación de un material elástico conductor por la acción de una fuerza transmitida por una membrana elástica en contacto con el fluido. Cuando un conductor eléctrico es estirado por la acción de una fuerza, se produce un incremento de su longitud y una disminución de su sección, con lo que varía la resistencia eléctrica, que se puede medir mediante un puente de Wheastone, y que finalmente, tras el calibrado es observada en una pantalla o es recogida como dato en un ordenador. En este tipo de transductores, el circuito eléctrico es necesariamente de corriente continua. Se denominan transductores de presión *piezoresistivos* a aquellos que usan un cristal semiconductor (normalmente silicio), en vez de conductores eléctricos convencionales. En este caso la elongación o deformación de un cristal semiconductor en el seno de un campo magnético perpendicular produce un cambio de frecuencia resonante, detectada cuando se conecta el cristal en un circuito de corriente alterna. Estos transductores presentan la ventaja de ser pequeños y producir señales analógicas de potencial muy superiores respecto a los convencionales.

Existen transductores que miden la presión en un punto, denominados de presión absoluta, y otros que miden la diferencia de presión entre dos puntos, denominados transductores de presión diferencial.

- Tubos manométricos. Para bajas presiones se utilizan los tubos manométricos. Son tubos de vidrio en forma de U que se llenan con un fluido de densidad conocida e inmiscible con el fluido cuya presión se desea medir. Para la medida de la presión en un punto de la conducción,

una de sus ramas se comunica con el mismo y la otra con la atmósfera (su medida da la presión sobreatmosférica o manométrica). Para la medida de diferencias de presiones entre dos puntos, cada una de las ramas del tubo en U se comunica con los puntos de la conducción que corresponda.

En un tubo manométrico en U, el fluido manométrico está en reposo (no circula), por lo que la presión en ambas ramas es la misma a igualdad de altura si está ocupado por el mismo fluido manométrico. Así, para medir la presión mediante un tubo en U, se parte de aquella altura máxima en que exista fluido manométrico en ambas ramas (puntos de idéntica presión). A partir de esa altura, se contabilizan las diferentes contribuciones de presión en cada rama, que son las mismas sobre la altura en que empieza a haber fluido manométrico en ambas ramas. Esto puede ilustrarse en la figura 1.3. Supóngase que un depósito de aire comprimido tiene una espita que se conecta a una rama de un manómetro en U que contiene mercurio, y la otra está al aire.

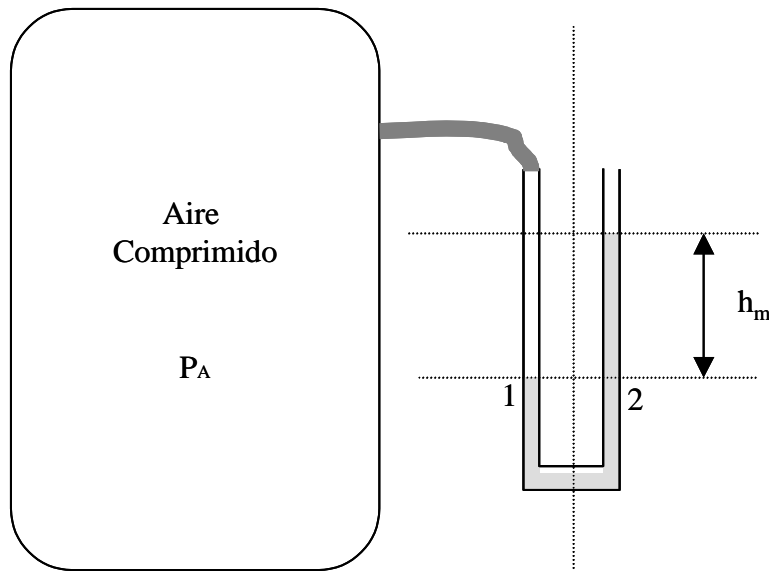


Figura 1.3. Ejemplo de medición con tubo manométrico.

Los puntos 1 y 2 del manómetro están a la misma presión, ya que está a la misma altura el mismo fluido manométrico que está en reposo ($P_1 = P_2$). Despreciando la presión hidrostática ejercida por los gases (que es equivalente a despreciar su energía potencial), sobre el punto 1 sólo ejerce presión el aire comprimido en el tanque con su presión P_A . Así mismo, sobre el punto 2, ejerce presión tanto una columna de mercurio de altura h_m y, por encima de ésta, la presión atmosférica (ya que esa rama está abierta), por tanto:

$$P_A = \rho_m g h_m + P_{atm} \quad (1.1.)$$

La inserción de los tubos manométricos en las conducciones varía según se trate de flujos de líquidos o de gases, y se tomará la disposición geométrica más adecuada para que no se escape el fluido manométrico. En las Figuras 1.4 y 1.5. se representan tales inserciones; cuando se mide la presión cuando circula un líquido tanto en un punto de una conducción respecto a la atmosférica, como entre dos puntos de la conducción (el fluido manométrico con

mayor densidad que el que circula). Así mismo, las Figuras 1.6 y 1.7 muestran la utilización de tubos manométricos en la circulación de gases, en un punto y entre dos puntos.

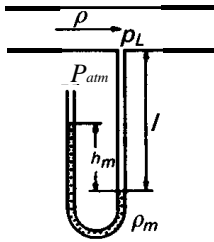


Figura 1.4

En este caso (Figura 1.4), la densidad del líquido ρ es inferior a la del fluido manométrico ρ_m . Además, no puede despreciarse la presión hidrostática de la columna de líquido l . Con el mismo razonamiento anterior:

$$p_L = P_{atm} + h_m \rho_m g - l \rho g \quad (1.2)$$

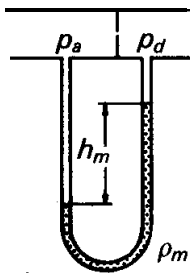


Figura 1.5

Aquí (Figura 1.5) se mide la presión diferencial creada por la inserción de un estrechamiento en la conducción. Dado que el líquido ejerce presión hidrostática sobre el fluido manométrico tanto en a como en d, se obtiene que:

$$p_a - p_d = h_m g (\rho_m - \rho) \quad (1.3)$$

En este caso, por encima del fluido manométrico en la rama de la derecha, queda una columna de líquido en ambas ramas, que se cancelan, y no aparecen en la ecuación.

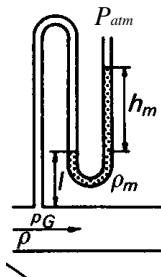
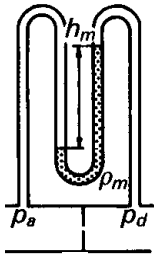


Figura 1.6.

Cuando circulan gases (Figura 1.6), el manómetro puede estar elevado o no respecto al punto de medida. Aunque la presión hidrostática ejercida por los gases es despreciable, en la ecuación que sigue ha sido tomada en cuenta.

$$p_G = P_{atm} + h_m \rho_m g + l \rho g \quad (1.4)$$

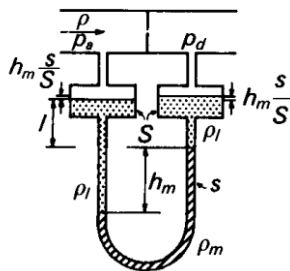


En este caso (Figura 1.7), se mide la presión diferencial entre dos puntos de una conducción por la que circula un gas, obteniéndose la misma expresión que en el caso de la figura 1.5.

Figura 1.7.

A veces las diferencias de presiones entre dos puntos, $p_a - p_d$, son tan pequeñas que el desnivel del líquido manométrico, h_m , también lo es, resultando imprecisa su medida. Puede aumentarse el desnivel h_m , bien utilizando un líquido manométrico de menor densidad, ρ_m , pues al disminuir la diferencia $(\rho_m - \rho)$ se incrementará el mismo, o mediante los manómetros multiplicadores.

En la Figura 1.8., se esquematizan los más habituales. El manómetro multiplicador (a) consiste en un tubo manométrico cuyas ramas verticales se ensanchan en su parte superior en dos depósitos de sección bastante mayor a la de aquel, y que se llena con dos líquidos manométricos inmiscibles, de pesos específicos lo más próximos posibles y que presenten una superficie interfacial nítida. La diferencia de alturas en el depósito multiplicador está relacionada con la diferencia de alturas en el tubo capilar por la relación de secciones de ambas partes, debido a ser idéntico el volumen desplazado en ambas partes. Con la nomenclatura que se especifica en el esquema, el balance de presiones en ambas ramas da:



$$p_a + h_m \frac{s}{S} \rho_l g + l \rho_l g + h_m \rho_l g = p_d + h_m \frac{s}{S} \rho_l g + l \rho_l g + h_m \rho_m g \quad (1.5)$$

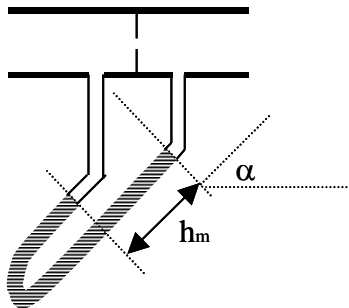
Figura 1.8

Y por tanto, la diferencia de presiones en entre a y b:

$$p_a - p_d = h_m g \left[(\rho_m - \rho_l) + \frac{s}{S} (\rho_l - \rho) \right] \quad (1.6)$$

Las densidades o pesos específicos ρ_l y ρ_m (kg/m^3) de los dos líquidos manométricos se refieren a los que corresponden después de bien mezclados por si fueran algo miscibles; si la razón de superficies transversales s/S es muy pequeña, podrá despreciarse el término en que figura en la ecuación (1.6), pero habrá que cerciorarse de tal circunstancia; convendrá que la diferencia de pesos específicos $(\rho_m - \rho_l)$ sea lo más pequeña posible, dada su proporcionalidad inversa con h_m en la citada ecuación.

Pueden utilizarse simplemente tubos manométricos inclinados (Figura 1.9), con la escala también inclinada con objeto de ganar precisión en la lectura. Fácilmente se advierte en ellos que la longitud del líquido manométrico, h_m que se mide, es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyo cateto vertical l es el desnivel que hubiera correspondido a dicho tubo manométrico en posición vertical:



$$h_m = \frac{l}{\sin \alpha} \quad (1.7)$$

Figura 1.9

Bastará dar al ángulo de inclinación α el valor oportuno para alcanzar la ampliación de lectura que se desee (atención a la escala de ambas ramas, ya que es posible que se requiera sumar o restar la diferencia de lectura de las ramas cuando ambas ramas están a la misma presión).

2.4 Presión con contribución gravitatoria p^+

Para representar las presiones estáticas en los sistemas de flujo se procurará utilizar siempre la siguiente nomenclatura:

- P_1 y P_2 las correspondientes a las secciones inicial y final (en sentido de la corriente) de un sistema complejo que implique accidentes y mecanismos;
- p_1 y p_2 , las correspondientes a cualquier sección y a los extremos de un tramo recto, respectivamente;
- p_a y p_d , las de antes y después de un medidor o accidente cualquiera;
- p_A y p_D , la de admisión y descarga de bombas y compresores;

Además, se representa por P^+ o p^+ la suma en cualquier sección de la presión estática y la fuerza gravitatoria por unidad de superficie ($p^+ = p + \rho g z$, siendo z la altura vertical, positiva en dirección ascendente). El nombre que recibe esta presión P^+ o p^+ no está siempre expresado en la bibliografía, y cuando se hace, los nombres y símbolos son diferentes, lo cual genera una gran confusión. El texto de Bird "Fenómenos de Transporte" la denomina *presión con contribución gravitatoria*, y lo simboliza por \mathcal{P} , mientras que el texto de Darby lo denomina potencial y lo simboliza Φ . En ocasiones, también se denomina presión manométrica, dado que un manómetro que mide la presión diferencial entre dos puntos situados a diferente altura mide realmente Δp^+ y no Δp , como a continuación se observará. En este texto se le denominará **presión con contribución gravitatoria** (como Bird) con nomenclatura p^+ . Además, esta presión con contribución gravitatoria (p^+) no debe confundirse nunca con la presión sobreatmosférica o manométrica (man). Esta presión con contribución gravitatoria es fundamental tenerla en cuenta en caso de que el fluido sea un líquido, ya que en gases la influencia de tanto la presión hidrostática como de la energía potencial es despreciable, y por

tanto, se tiene que $p \approx p^+$. Con esta definición de presión con contribución gravitatoria, todos los puntos del seno de un líquido en reposo se encuentran a la misma presión con contribución gravitatoria, mientras que tienen diferente presión estática dependiendo a la altura a la que se encuentra. Es fácil ver este concepto.

Supóngase que se tiene un tanque de agua abierto a la atmósfera. El líquido del nivel superior de este tanque está a la presión atmosférica. Tomemos como origen $z = 0$ (de energías potenciales) este nivel superior. A una altura $z = -h$ por debajo de este nivel, la presión es $p = p_{\text{atm}} + \rho gh$ (la hidrostática correspondiente a esa altura). Sin embargo, la presión con contribución gravitatoria será:

$$p^+ = p + \rho g(-h) = p_{\text{atm}} + \rho gh - \rho gh = p_{\text{atm}} \quad (1.8)$$

Por tanto, cualquiera que sea la altura h , la presión con contribución gravitatoria p^+ es constante para todos los puntos en el seno del líquido del tanque e igual a la presión atmosférica, cuando $z = 0$ en el nivel superior del tanque.

En los ejemplos anteriores de tubos manométricos en U (Figura 1.5), se consideró que el manómetro que mide la presión diferencial tiene ambas sondas de medida en el mismo nivel horizontal. En caso de que el manómetro mida entre puntos situados en posición vertical o inclinada, la diferencia de presiones entre ambos será la suma de la hidrostática (con el signo correspondiente) menos la debida a la diferencia de altura de las ramas del tubo. En la Figura 1.10 se muestra un esquema de un manómetro diferencial dispuesto en posición vertical. Considérese en este caso que circula un líquido ascendentemente por una conducción vertical, en la que se mide la diferencia de presión entre dos puntos a y d a distintas alturas z_a y z_d (eje positivo ascendente) mediante un manómetro inclinado cuyo fluido manométrico es menos denso que el líquido (podría ser aire).

ρ = densidad del fluido que circula

ρ_a = densidad del fluido manométrico (aire)

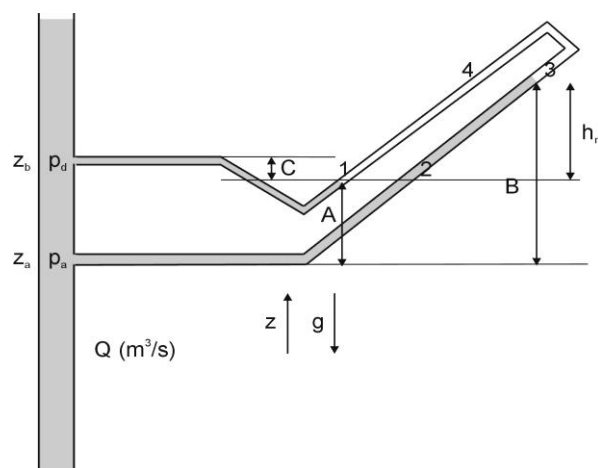


Figura 1.10. Lectura en un manómetro con sondas en posición vertical.

Teniendo en cuenta que los puntos 3 y 4 están conectados por la rama cerrada de aire y a la misma altura, y que por la rama no circula aire cuando se hayan estacionado las lecturas, se puede escribir que:

$$p_3 = p_4 \quad (\text{porque no se mueve el fluido manométrico}) \quad (1.9)$$

Considerando las contribuciones de presión en cada rama:

$$p_3 = p_a - \rho g B \quad (1.10)$$

$$p_4 = -\rho_a g h_m + \rho g C + p_d \quad (1.11)$$

Por tanto, combinando (1.9, 1.10 y 1.11):

$$p_a - p_d = \rho g(B+C) - \rho_a g h_m \quad (1.12)$$

Sustituyendo las presiones p_a y p_d en la ecuación (1.12) por las correspondientes p con contribución gravitatoria:

$$p_a^+ - p_d^+ = \rho g(B+C) - \rho_a g h_m - \rho g(z_d - z_a) \quad (1.13)$$

como $B = A + h_m$ y $z_d - z_a = A + C$, sustituyendo en (1.14):

$$p_a^+ - p_d^+ = \rho g(A + h_m + C) - \rho_a g h_m - \rho g(A + C) = (\rho - \rho_a) g h_m \quad (1.14)$$

Así, la lectura directa del manómetro da directamente la diferencia de presión con contribución gravitatoria, motivo por el cual se le denomina también manométrica, aunque en el presente curso evitaremos designar p^+ con este último término para que no se confunda con la presión sobreatmosférica. Para conocer la diferencia de presión real entre esos dos puntos a y d:

$$p_a - p_d = (\rho - \rho_a) g h_m + \rho g(z_d - z_a) \quad (1.15)$$

que es equivalente a sumarle el efecto de la presión hidrostática a la lectura directa del manómetro.

Todo este razonamiento realizado para los tubos manométricos leyendo presiones a diferentes alturas es válido para cualquier manómetro o transductor que mida presiones diferenciales entre dos puntos. Los aparatos de medida darán siempre lectura directa de la presión con contribución gravitatoria, que coincidirá únicamente con la presión real si (y sólo si) ambos puntos de medida están a la misma altura.

Se plantea en este punto la siguiente situación. Supóngase que en el ejemplo visto de la figura 1.10 el líquido no circula por la conducción en el tramo a-d, sino que está en reposo. En este caso, ¿qué altura tendrá el manómetro? Como se vio anteriormente, todos los puntos de un líquido en reposo están a la misma presión con contribución gravitatoria. Como el manómetro mide dicha presión, ambas ramas *estarán a la misma altura*. Pero, ¿es que están ambos

puntos a la misma presión? No, aplicando la ecuación (1.15) puede verse que entre ambos puntos existe una diferencia de presión igual a la hidrostática.

Es muy conveniente tener claros los distintos conceptos de presión, ya que el control de la circulación de fluidos se lleva a cabo mediante la medida de la presión estática.

3. VISCOSIDAD Y FLUIDOS NEWTONIANOS Y NO NEWTONIANOS.

Como se ha visto en cursos anteriores, donde se describieron los *Fenómenos de Transporte*, la viscosidad es una magnitud que expresa la deformación que sufre un fluido cuando se la aplican fuerzas externas, produciendo pérdidas energéticas por fricción o choques entre las distintas moléculas que forman el seno del mismo. Así, si se aplicaba un esfuerzo cortante en la dirección x sobre la superficie y de un fluido (τ_{yx}), se producía un movimiento de las distintas capas del líquido, creándose un perfil de velocidades en la dirección x respecto al eje vertical (Figura 3.1). La viscosidad μ es precisamente la relación existente entre el esfuerzo cortante y el perfil de velocidades creado.

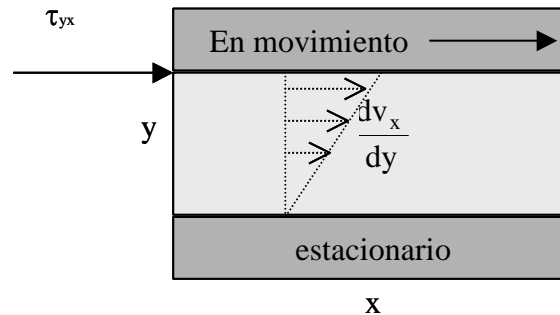


Figura 3.1. Perfil de velocidades creado en un fluido newtoniano

$$\tau_{yx} = \mu \frac{dv_x}{dy} \quad (3.1)$$

Expresión denominada Ley de Newton de la viscosidad, ley sobre la que se asienta todo el transporte de la cantidad de movimiento. Debido a la viscosidad, se genera un escalonamiento o distinto movimiento relativo de las distintas “laminas” sobre las que se asienta el fluido (unas “rozan” con otras, y se arrastran), produciéndose el perfil de velocidades descrito en la figura 3.1. En el caso hipotético de un fluido no viscoso, cualquier esfuerzo cortante aplicado no produciría ningún movimiento en el líquido, al no haber rozamiento entre las diferentes capas del fluido

Así, se denominan fluidos newtonianos a aquellos en los que la viscosidad es inherente a la naturaleza fisicoquímica de los mismos, y por tanto independiente del esfuerzo cortante aplicado. De esta forma, la viscosidad es una constante en la ley de Newton de la viscosidad. La viscosidad de los fluidos newtonianos variará en función de su presión y temperatura, siendo sus unidades en el SI de Pa·s, aunque es frecuente utilizar la unidad del sistema CGS, el poise.

Son newtonianos la mayoría de los líquidos con estructura química simple y la totalidad de los gases.

Son fluidos no-newtonianos aquellos que no cumplen la Ley de Newton de la viscosidad. Así la viscosidad de un fluido no-newtoniano no existe como tal, ya que esta depende del valor que tenga el esfuerzo cortante y por tanto no es una constante. Para estos fluidos la Ley de Newton quedaría como:

$$\tau_{yx} = \eta \frac{dv_x}{dy} \quad (3.2)$$

Donde η se denomina viscosidad aparente, de iguales unidades a la viscosidad, pero no solo varía con la temperatura sino que también depende del esfuerzo cortante. Cuando la viscosidad aparente disminuye con el esfuerzo cortante se denominan fluidos *pseudoplásticos*, y cuando su viscosidad aparente aumenta, *dilatantes*. La figura 3.2 muestra la evolución del esfuerzo cortante con el perfil de velocidades o *velocidad de cizalla* para estos fluidos no-newtonianos y su comparativa con los newtonianos. Así mismo, se muestra el comportamiento de los *Plásticos de Bingham*, que es un sólido (y por tanto no fluye) que una vez alcanzado un determinado valor de esfuerzo cortante, fluye como un fluido newtoniano.

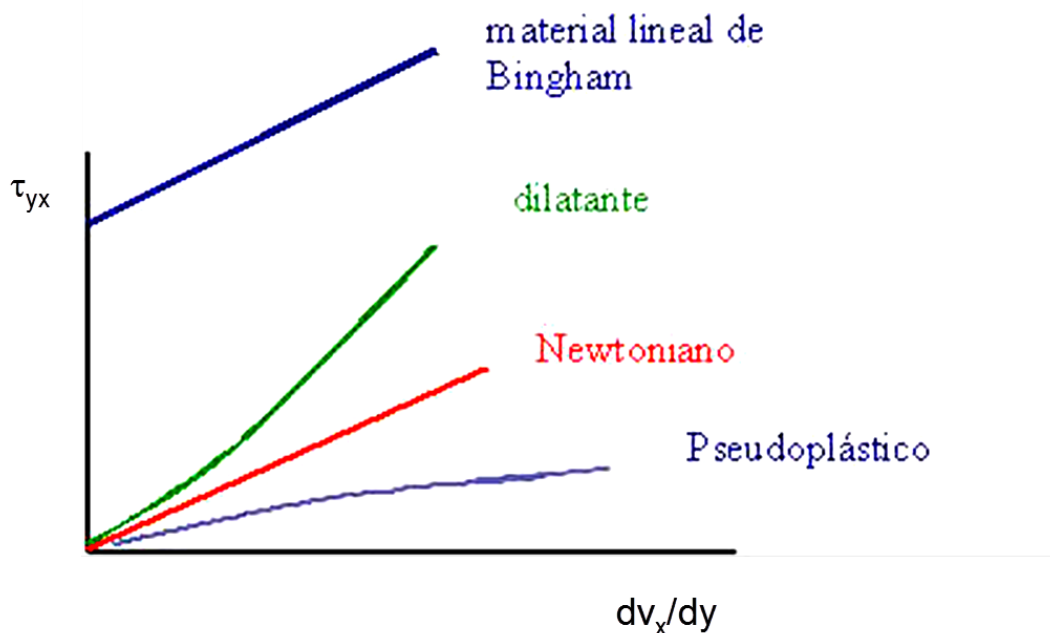


Figura 3.2. Comportamiento de fluidos no newtonianos.

En muchas ocasiones, el comportamiento de un fluido no-newtoniano puede modelizarse (en un determinado intervalo de esfuerzos cortantes) mediante la denominada Ley Oswald de Waele o ley potencial:

$$\tau_{yx} = m \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n \quad (3.3)$$

Expresión análoga a la ley de Newton, donde la consistencia m es un parámetro constante para cada fluido, resultado de la relación entre el esfuerzo y la velocidad de cizalla elevada a un orden n . Si $n < 1$ el fluido es pseudoplástico, mientras que si $n > 1$ es dilatante y si $n = 1$ es newtoniano. De acuerdo a esta ley, la viscosidad aparente sería:

$$\eta = m \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^{n-1} \quad (3.4)$$

Así mismo, tienen consideración de fluidos no-newtonianos aquellos cuya viscosidad aparente varía a medida que perdura el esfuerzo cortante en el tiempo, aunque este esfuerzo sea constante. Aquellos fluidos cuya viscosidad aparente aumenta con el tiempo son *reopécticos*. Por el contrario, aquellos cuya viscosidad aparente disminuye se denominan *tixotrópicos*.

4. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN CONDUCCIONES CILÍNDRICAS.

Concepto de velocidad de fluido. En el seno de un fluido newtoniano en movimiento por una conducción, pueden distinguirse varias velocidades:

- *Velocidad local o puntual* (\vec{v}): Velocidad correspondiente a cualquier punto de un sistema de flujo en un momento dado. Como ejemplo está la figura 3.1, donde la velocidad de cada una de las "láminas" en movimiento es una velocidad local.
- *Velocidad media a través de una sección* (V): Se define la velocidad media como la relación existente entre el caudal volumétrico y sección por la que éste circula, que se corresponde con la media de las velocidades puntuales que circulan las distintas "láminas" por una sección. Se calcula como:

$$V = \frac{L}{t} = \frac{L S}{t S} = \frac{V_o}{t S} = \frac{V_o / t}{S} = \frac{Q}{S}$$

donde "L" es la longitud recorrida en un tiempo "t" por todos los elementos del fluido en el supuesto de que todos tuvieran la misma velocidad, "S" es la sección transversal (m^2), V_o el volumen (m^3) y Q el caudal volumétrico (m^3/s) (definido como volumen que ha pasado por unidad de tiempo; en la forma puntual $Q = dV_{\text{volumen}}/dt$).

Cuando un fluido está en movimiento, se distinguen dos tipos de régimen de circulación.

- Régimen laminar. Un fluido se dice que circula en régimen laminar cuando al moverse por una conducción se cumple la ley de Newton de la viscosidad. En el caso de una conducción cilíndrica (sección circular), el resultado de incluir la ley de Newton de la viscosidad en un sistema que incluya la ecuación del movimiento y la ecuación de continuidad da que el fluido tiene un perfil parabólico de velocidades, siendo cero en la pared de la conducción y máxima en el centro, e igual al doble de la velocidad media (figura 3.2). En este caso, el fluido en movimiento tiene las "láminas" bien definidas, cada una viajando a su velocidad rozando a las de al lado, sin mezclarse unas con otras. El régimen laminar se caracteriza por un movimiento **ordenado** de las partículas de fluido, existiendo unas líneas de corriente y trayectorias bien definidas. El flujo laminar se cumple siempre que el módulo de Reynolds sea inferior a 2100.

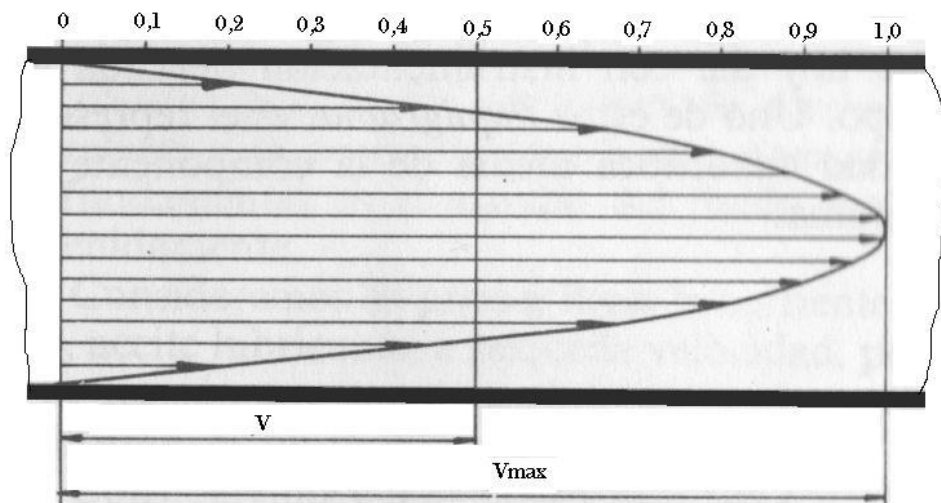


Figura 4.1. Perfil de velocidades en régimen de circulación laminar.

- **Régimen turbulento.** Si el Reynolds es superior a 4000, la ley de Newton de la viscosidad deja de cumplirse en todo momento, siendo imposible de resolver de forma analítica el perfil de velocidades. Al incrementarse tanto la velocidad, el movimiento de un fluido que se da en forma caótica, en que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos, como por ejemplo el agua en un canal de gran pendiente. Puede considerarse que el perfil de velocidades es prácticamente plano, es decir, las velocidades puntuales son semejantes entre sí y prácticamente iguales a la media. Existe un régimen de transición entre Reynolds 2100 y 4000, en los que la circulación de forma cíclica pasa de laminar a turbulento. El trabajar en este intervalo hay que evitarlo debido a las vibraciones y diferencias en las pérdidas de carga que se producirían.

El motivo por el cual existe una transición del régimen laminar al turbulento con un incremento del caudal es algo que no se conoce.

4.1 Balances de materia, energía total y mecánica.

Considérese el sistema de flujo representado en la Figura 4.1 consistente en una conducción de sección circular (que para mayor generalidad se ha supuesto variable con la posición, pero no con el tiempo), por la que fluye, **en régimen estacionario**, un fluido con caudal másico \dot{m} (kg/s). Se supone que existe una máquina (bomba o turbina) que intercambia energía con el fluido y que al mismo tiempo este puede intercambiar también energía calorífica con el exterior a través de las paredes de la conducción. Se fijará la atención en la porción de fluido, m_T , comprendida entre las secciones transversales 1 y 2 de la conducción, donde las condiciones del fluido de entrada en la sección 1 son presión p_1 , volumen específico v_1 y velocidad V_1 , y a la salida en la sección 2 son p_2 , v_2 y V_2 , respectivamente.

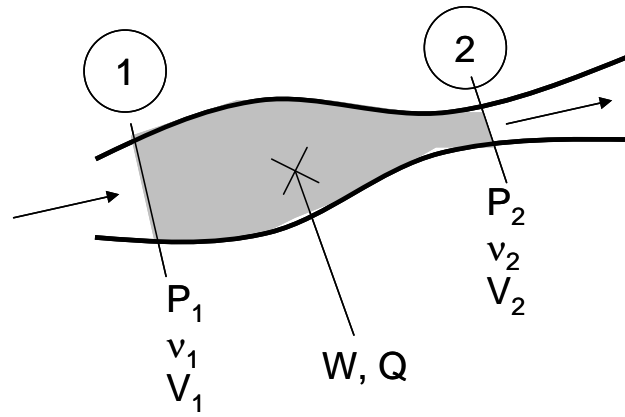


Figura 4.1. Sistemas de flujo estacionario.

Los balances macroscópicos de propiedad en el volumen de control comprendido entre las secciones 1 y 2 conducen a las siguientes expresiones:

- *Balance de Materia:*

$$\text{caudal másico: } m = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{S}_1}{v_1} = \frac{\vec{V}_2 \cdot \vec{S}_2}{v_2} = \vec{G}_1 \cdot \vec{S}_1 = \vec{G}_2 \cdot \vec{S}_2 = \text{cte} \quad (\text{kg/s})(4.1)$$

siendo "m" el caudal másico (kg/s), \vec{G} el gasto másico o densidad de flujo total de materia (kg/m²·s) y v el volumen específico (m³/kg)

- *Balance de cantidad de movimiento:*

$$[p_1 \vec{S}_1 - p_2 \vec{S}_2 + m_T \vec{g} - \vec{\tau}_0 S + \vec{F}] = m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1) \quad (\text{N})(4.2)$$

- *Balance de energía total:*

$$[p_1 v_1 - p_2 v_2 + g(z_1 - z_2) + \hat{W}] + \hat{Q} = (u_2 - u_1) + \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) \quad (\text{J/kg})(4.3)$$

Este balance, al aplicarse en régimen estacionario, tiene unidades de J/kg y representa el balance de energía por unidad de masa; para obtener el balance con unidades de flujo (J/s) se debe multiplicar todos los términos de la ecuación (4.3) por el caudal másico "m" (kg/s).

—Las distintas magnitudes con subíndices 1 ó 2 representan los valores que les corresponden en las secciones S_1 y S_2 del sistema, (Figura 4.1).

- $p_1 \vec{S}_1$ y $p_2 \vec{S}_2$: fuerzas de presión externas sobre el fluido en las secciones S_1 y S_2 .
- $m_T \vec{g}$: fuerza externa de la gravedad sobre la masa total del sistema m_T .

- \vec{F} : fuerza que el fluido intercambia con la máquina, positiva o negativa según la que reciba (bomba, compresor, agitador) o la ejerza (turbina).
- $\vec{\tau}_0 S$: fuerza neta de rozamiento paredes-fluido.
- $p_1 v_1 - p_2 v_2$: trabajo que las fuerzas de presión externas ejercen sobre la unidad de masa de fluido al pasar desde la sección S_1 a la S_2 .
- $g(z_1 - z_2)$: trabajo que la fuerza de la gravedad ejerce sobre la unidad de masa de fluido al pasar desde la sección S_1 a la S_2 .
- \hat{W} : trabajo específico que la máquina ejerce sobre la unidad de masa de fluido entre las secciones S_1 y S_2 ; es positivo o negativo si el trabajo hace aumentar o disminuir la energía del sistema.
- \hat{Q} : calor específico intercambiado con los alrededores por la unidad de masa de fluido al pasar desde la sección S_1 a la S_2 ; será positivo o negativo según sea ganado o perdido por el mismo.
- $(u_2 - u_1)$: variación de energía interna de la unidad de masa de fluido al pasar desde la sección S_1 a la S_2 .
- $(V_2^2/2\alpha_2) - (V_1^2/2\alpha_1)$: variación de energía cinética de la unidad de masa de fluido al pasar de la sección S_1 a la S_2 . El valor de α depende del régimen de circulación y considera que no todo el fluido tiene la misma velocidad que la velocidad media a través de toda la sección. Para régimen laminar ($Re = \rho V D / \mu < 2100$) el valor de α es de 0.5, y para régimen muy turbulento ($Re < 10^4$) el valor de α es de 0.96, pero se suele tomar el valor de 1.

Introduciendo la función entalpía específica (J/kg) $h = u + p v$ en la ecuación (4.3), ésta también puede expresarse así:

$$[h_2 - h_1 + g(z_2 - z_1)] + \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) = \hat{Q} + \hat{W} \quad (\text{J/kg}) \quad (4.4)$$

Considérese que centramos la atención en la masa m_T existente entre las secciones 1 y 2 de la figura 4.1. Supongamos que transcurrido un instante de tiempo $d\theta$, esta porción de materia se desplaza desde 1-2 hasta 1'-2', durante el que se desarrolla la transformación representada en la Figura 4.2

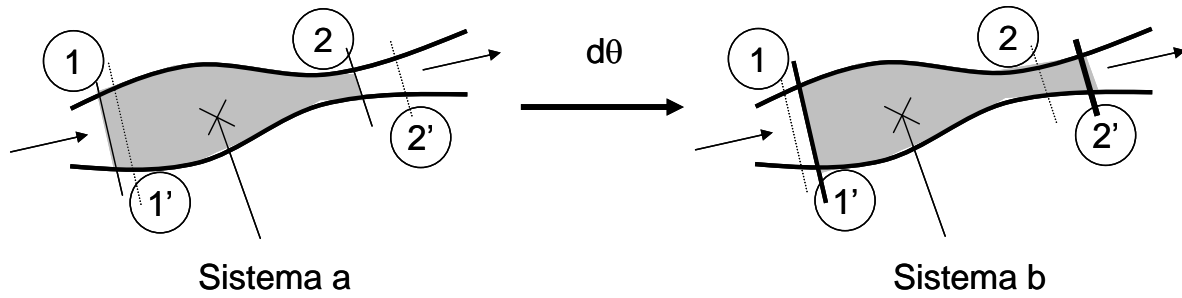


Figura 4.2. Situación de la porción m_T desde 1-2 a 1'-2' tras un tiempo $d\theta$.

Según el balance de materia (ecuación 4.1), la masa de fluido que atraviesa cualquier sección del sistema tras el instante será $md\theta$, es decir, que los volúmenes de los espacios 1-1' y 2-2' [esquema b)] serán respectivamente $(md\theta)v_1$ y $(md\theta)v_2$. Estableciendo diferencias entre los estados físicos a y b, es fácil distinguir que el cambio existente entre ambos es el transporte de la porción de materia $md\theta$ de la porción 1-1' en el estado a, a la porción 2-2' en el estado b. Ambas situaciones energéticas están relacionadas por el primer principio de la termodinámica, y para obtenerlo, bastará multiplicar por tal masa todos los términos del balance de energía total (ecuación 4.3):

$$\begin{aligned} md\theta[(p_1 v_1 - p_2 v_2) + g(z_1 - z_2) + \hat{W}] + md\theta Q = \\ = md\theta(u_2 - u_1) + md\theta\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1}\right) \end{aligned} \quad (J)$$

$$W_{e_{a \rightarrow b}} + Q'_{a \rightarrow b} = (U_b - U_a) + (E_{c_b} - E_{c_a}) \quad (4.5)$$

es decir:

$$W_{e_{a \rightarrow b}} = md\theta[(p_1 v_1 - p_2 v_2) + g(z_1 - z_2) + \hat{W}] = \text{trabajo exterior} \quad (4.6)$$

$$Q'_{a \rightarrow b} = md\theta Q \quad (4.7)$$

$$(U_b - U_a) = md\theta(u_2 - u_1) \quad (4.8)$$

$$(E_{c_b} - E_{c_a}) = md\theta\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1}\right) \quad (4.9)$$

Paralelamente ahora para el sistema de flujo cuya transformación se representa en la Figura 4.2 establecida ya la ecuación integral de conservación de energía total, o primer principio de termodinámica (ecuación 4.5), se considerarán ahora las correspondientes a la conservación de las dos energías parciales antes indicadas. La ecuación de conservación de energía mecánica se puede establecer aplicando una de las leyes fundamentales de la mecánica: el **teorema de las fuerzas vivas**. Según este teorema, **el incremento de energía cinética en un sistema material en movimiento es igual a la suma de los trabajos realizados por las fuerzas exteriores sobre el sistema ($W_{e_{a \rightarrow b}}$), más la suma de los trabajos realizados por las fuerzas interiores que actúan sobre el mismo ($W_{i_{a \rightarrow b}}$)**, es decir:

$$(E_{c_b} - E_{c_a}) = W_{e_{a \rightarrow b}} + W_{i_{a \rightarrow b}} \quad (4.10)$$

Todos los términos de las ecuaciones de conservación (4.10) están evaluados (ecuaciones 4.6 a 4.9) excepto el trabajo de las fuerzas internas $W_{i_{a \rightarrow b}}$. De él nos ocupamos a continuación.

El término $W_{i_{a \rightarrow b}}$, está integrado por dos tipos de fuerzas

-Trabajo debido a las fuerzas ejercidas mutuamente entre los diversos elementos del fluido, normalmente a sus superficies de separación o fuerzas de presión interiores (W_{p_i}).

-Trabajo debido a las fuerzas ejercidas mutuamente entre los diversos elementos del fluido, tangencialmente a sus superficies de separación o fuerzas rasantes de viscosidad, siempre negativas ($-W_{\mu}$).

Por tanto:

$$W_{i_{a \rightarrow b}} = W_{p_i} - W_{\mu} \quad (4.11)$$

El trabajo realizado por las fuerzas de presión interiores resultará de restar del total, debido a todas las fuerzas de presión interiores y exteriores (W_{p_i}), el que corresponde solamente a las exteriores, que según la ecuación (4.6) es:

$$W_{p_e} = m d\theta (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (4.12)$$

es decir:

$$W_{p_i} = W_{p_t} - W_{p_e} = W_{p_t} - m d\theta (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (4.13)$$

A fin de evaluar W_{p_t} considérese un pequeño elemento de volumen del fluido con base $d\dot{S}$, sobre la sección transversal $h-h'$. El elemento diferencial en h alcanza h' tras el instante $d\theta$. Las generatrices de dicho elemento son paralelas a la velocidad local del fluido V y que terminan en la sección transversal h' muy próxima a h (Figura 4.3). Dado que las generatrices son paralelas a la velocidad del fluido, las fuerzas normales a la superficie lateral del pequeño cilindro no desarrollarán trabajo, debiendo considerarse solamente el trabajo realizado por las fuerzas de presión normales a sus dos bases $d\dot{S}$ localizadas sobre los planos h y h' . Durante el intervalo de tiempo $d\theta$, tal trabajo, producto de la fuerza por el espacio, será:

$$dW_{p_t} = \text{Fuerza} \times \text{distancia} = [(p - p') d\vec{S}] \cdot [\vec{V} d\theta] \quad (4.14)$$

e integrando para abarcar toda la sección transversal S entre h y h' :

$$\int_{S_h} [(p - p') d\vec{S}] \cdot [\vec{V} d\theta] = (p - p') d\theta \int_{S_h} \vec{V} \cdot d\vec{S} = (p - p') d\theta \int_{S_h} dQ_v = (p - p') v m d\theta \quad (4.15)$$

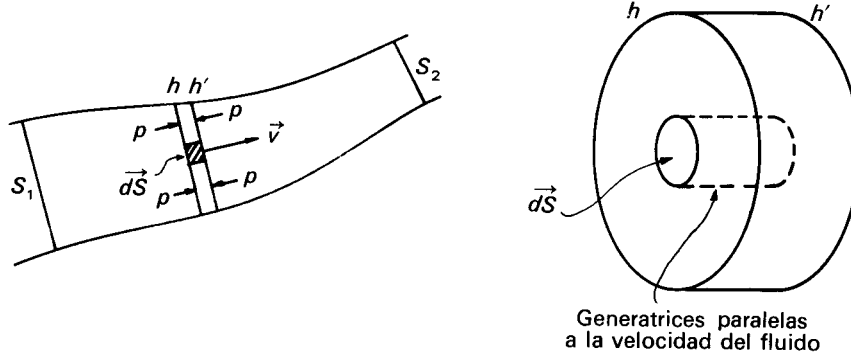


Figura 4.3. Esquema para el cálculo del trabajo realizado por todas las fuerzas de presión (internas y externas).

La integral del segundo miembro de esta igualdad representa el caudal volumétrico a través de la sección h (caudal volumétrico $= m v$), como se muestra en la última igualdad de la ecuación 4.15.

Finalmente, integrando sobre la transformación de a hasta b del volumen de control:

$$W_{p_i} = \int_{a \rightarrow b} (p - p') m v d\theta = - \int_{a \rightarrow b} m v d\theta dp = - m d\theta \int_{p_1}^{p_2} v dp \quad (4.16)$$

expresión del denominado *trabajo técnico*.

De las expresiones (4.13) y (4.16) se deduce:

$$W_{p_i} = m d\theta \left[- \int_{p_1}^{p_2} v dp - (P_1 v_1 - P_2 v_2) \right] = m d\theta \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad (4.17)$$

expresión del trabajo de expansión o compresión realizado por las fuerzas interiores, que será nulo en el caso de los fluidos incompresibles, como los líquidos, al constante su volumen específico.

Si se representa por ΣF el trabajo desarrollado por las fuerzas rasantes de viscosidad sobre la unidad de masa de fluido entre las secciones S_1 , y S_2 , es decir, si se supone: $W_{\mu} = m d\theta (\Sigma F)$, las ecuaciones (4.12) y (4.17) conducen a la expresión:

$$W_{i_{a \rightarrow b}} = m d\theta \left[\int_{v_1}^{v_2} p dv - \Sigma F \right] \quad (4.18)$$

De las ecuaciones (4.6), (4.9), (4.10) y (4.18) se deduce las dos ecuaciones de conservación de la energía mecánica:

- *Energía mecánica:*

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \int_{p_1}^{p_2} v dp + \Sigma F = \hat{W} \quad (\text{J/kg}) \quad (4.19)$$

Esta ecuación representa el balance de energía cinética o mecánica en **régimen estacionario**, denominada también **ecuación de Bernoulli para los fluidos reales**, puesto que si el fluido fuera incompresible ($\nu = \text{constante}$), y sin viscosidad ($\Sigma F = 0$), y no hubiera máquina ($W = 0$), se simplificaría a la deducida por dicho autor para fluidos ideales.

Combinando la ecuación de conservación de energía mecánica (ec 4.19) con el balance de energía total (4.3 en función de la energía interna ó 4.4. en función de la entalpía), se obtiene la ecuación de conservación de la energía interna

- *Energía interna:*

$$u_2 - u_1 + \int_{v_1}^{v_2} p dv - \Sigma F = \hat{Q} \quad \therefore \quad (h_2 - h_1) - \int_{p_1}^{p_2} v dp - \Sigma F = \hat{Q} \quad (4.20)$$

Se han deducido, pues, tres ecuaciones de conservación de energía.

Las expresiones es que resultan de diferenciar las tres ecuaciones integrales deducidas (4.4), (4.19) y (4.20) (considerando su límite superior 2 variable y $W = 0$ al ser imposible la existencia de una máquina en un elemento diferencial), que pueden resultar útiles en alguna ocasión, son:

Conservación de la energía total

$$dh + g dz + \frac{V dV}{\alpha} = d\hat{Q} \quad (4.21)$$

Conservación de la energía mecánica (derivada de Bernoulli)

$$\frac{V dV}{\alpha} + g dz + v dp + d\Sigma F = 0 \quad (4.22)$$

$$dh - v dp - d\Sigma F = dQ \quad (4.23)$$

Debe tenerse en cuenta que la presencia de una máquina en el sistema, entre las secciones consideradas S_1 y S_2 , Figura 4.1, puede motivar que el flujo de fluido deje de ser rigurosamente estacionario, bien por la presencia de un émbolo que se desplaza con movimiento de vaivén o de una rueda de paletas cuya posición cambia con el tiempo. En tal caso se consideraría el flujo periódico con un periodo muy corto, es decir, estacionario por término medio. Todos los razonamientos hechos para la transformación que experimenta el sistema durante el tiempo $d\theta$, serían válidos si se considerase este breve periodo en vez de $d\theta$, como tiempo necesario para pasar del estado inicial "a" al final "b".

4.2 Ecuación de Bernoulli para líquidos. Perfil hidráulico.

En el Sistema Internacional de unidades, todos los términos de las ecuaciones (4.4), (4.19) y (4.20) están expresados en J/kg. En el caso de líquidos, como su comportamiento es prácticamente incompresible, la forma de la ecuación de Bernoulli (4.19) al integrar el término de presión es:

$$\left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \Sigma F = \hat{W} \quad (\text{J/kg}) \quad (4.24)$$

Si se dividen todos los términos de la ecuación de Bernoulli para líquidos por la aceleración de la gravedad, la ecuación está expresada en unidades de energía por unidad de peso de fluido (J/N, dimensionalmente m), con un sentido físico idéntico al anterior. Esta forma de expresar el balance es el clásico de la *Hidráulica*, recibiendo los distintos términos el nombre de *cargas*.

$$\frac{1}{g} \left(\frac{V_2^2}{2\alpha_2} - \frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + (z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_f = H \quad (\text{J/N} \equiv \text{m}) \quad (4.25)$$

cuyos términos reciben el nombre, respectivamente por términos, de *cargas cinéticas o de velocidad*, *cargas estáticas o potenciales* o simplemente *cotas*, *cargas de presión*, *pérdida de carga* ($h_f = \Sigma F/g$) y *carga o altura de la bomba*, $H = W/g$

En muchos manuales de Hidráulica, se presenta el perfil hidráulico para conducciones de agua, que no es más que una representación de las cargas que tiene un fluido a lo largo del sistema hidráulico. Tal como se observa en la figura 4.4, se representa la variación de la:

- línea de carga estática, que representa el nivel de energía más alto de la tubería, o un nivel de referencia como por ejemplo el del depósito del cual se parte. Esta línea es siempre horizontal y también se le conoce como plano inicial o línea de carga inicial.
- línea de energía, suma de las cargas estáticas debidas a la cota, a la energía de presión y la cinética. Su diferencia con respecto a la estática representa la pérdida de carga de rozamiento respecto a ese punto.
- línea piezométrica, que representaría la carga manométrica, suma de la carga de presión y la cota (sería la altura a la que estaría un piezómetro o manómetro de rama abierta). Puede darse algún caso donde la línea piezométrica cruce la trayectoria (cuando la carga de la presión atmosférica no se ha considerado), y en este caso se podría deducir que la presión es inferior a la atmosférica.

Estas cargas se representan en un gráfico (figura 4.4) frente a la trayectoria de la conducción, cuya distancia al plano de referencia ($z=0$) representa la posición de la conducción.

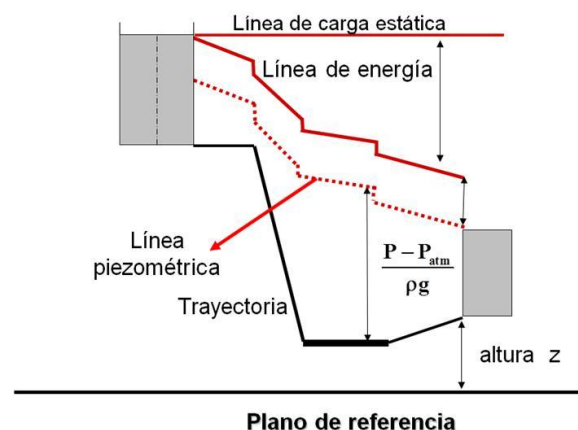


Figura 4.4. Perfil hidráulico de un sistema de flujo de fluidos.

Otra forma de escribir el balance de energía mecánica para líquidos entre una sección 1 y una sección cualesquiera, donde no hay ninguna bomba ni turbina:

$$\frac{1}{g} \left(\frac{V_1^2}{2\alpha_1} \right) + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{1}{g} \left(\frac{V^2}{2\alpha} \right) + z + \frac{p}{\rho g} + \frac{1}{g} \Sigma F \quad (4.26)$$

El primer término representa la carga total en el extremo 1, y el segundo término las cargas en cualquier sección, donde ΣF representa la pérdida de energía mecánica entre el extremo 1 y la sección considerada.

4.3 Pérdidas de energía mecánica en conducciones cilíndricas.

Considérese un fluido incompresible que circula por una conducción cilíndrica de sección constante, pudiendo ser tanto en régimen laminar como turbulento (Figura 4.5). Aplicando el balance de cantidad de movimiento a los extremos 1 y 2:

$$p_1 \pi R^2 - p_2 \pi R^2 - \pi R^2 L \rho g \cos \alpha - \tau_{rx} \Big|_{r=R} 2\pi R L = 0$$

$$\tau_{rx} \Big|_{r=R} = - \left(\frac{(p_2 + \rho g z_2) - (p_1 + \rho g z_1)}{2L} \right) R \quad (4.26)$$

El factor de fricción de Fanning se define como:

$$f = \frac{\tau_{rx} \Big|_{r=R}}{\frac{1}{2} \rho \langle V \rangle^2} \quad (4.27)$$

Aplicando el balance de energía mecánica (ec.4.24) sobre los mismos puntos se obtiene que:

$$g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \Sigma F = 0 \quad (4.28)$$

de donde:

$$\Sigma F = -g(z_2 - z_1) - \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (4.29)$$

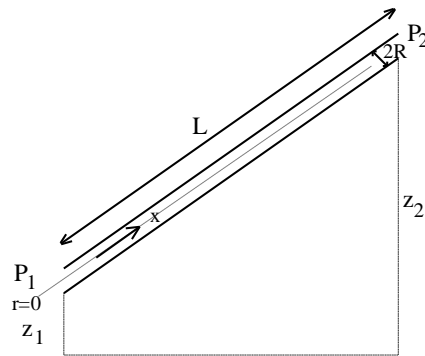


Figura 4.5: Circulación de un fluido incompresible por una conducción cilíndrica.

Por tanto se deduce que:

$$\tau_{rx}|_{r=R} = \frac{\Sigma F \rho}{2L} R = f \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (4.30)$$

de donde:

$$\Sigma F = 2fV^2 \frac{L}{D} \quad (4.31)$$

que es la conocida ecuación de Fanning para una conducción cilíndrica que relaciona las pérdidas de energía mecánica con las condiciones de circulación, independientemente de la inclinación de la tubería. Esta ecuación es completamente equivalente a la denominada ecuación de Darcy-Weissbach, excepto que el factor de fricción de Darcy es igual a $f_D = 4f$, y por tanto:

$$\Sigma F = f_D \frac{V^2}{2} \frac{L}{D} \quad (4.32)$$

Este factor de fricción de Darcy está definido para que en la ecuación de pérdidas aparezca que las pérdidas son proporcionales a la energía cinética ($V^2/2$), y suele ser más utilizado en ingeniería hidráulica, mientras que en ingeniería química se utiliza el de Fanning. Recuérdese del curso anterior de Fenómenos de Transporte que la ecuación 4.26 es resoluble analíticamente en régimen laminar al conocerse las componentes del tensor τ en función de la ley de Newton de la viscosidad (ec. 3.1), y que en este caso, dada la definición del factor de fricción, este $f = 16/Re$ (resultado de la ecuación Hagen Poiseville). Para el régimen de circulación turbulento, el factor de fricción se puede determinar mediante la gráfica de Moody o por ecuaciones semiempíricas, en función del número de Reynolds y la rugosidad de las conducciones, tales como la ecuación de Colebrook-White, que no es más que el ajuste matemático de la gráfica de Moody a una ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{1.256}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (4.33)$$

La rugosidad ε representa la altura media de los desniveles en la superficie, y los valores que aparecen en muchas tablas son para conducciones nuevas o limpias. Es posible que con el tiempo se incrementen los desniveles superficiales, y se ha propuesto una variación de la rugosidad con el tiempo de funcionamiento. En la utilización de las gráficas de Moody y ecuaciones semiempíricas, hay que cerciorarse de si expresan el factor de Fanning o el de Darcy.

Es muy frecuente expresar la ecuación de Fanning en función del caudal volumétrico Q en vez de en función de la velocidad. Sustituyendo V por Q/S :

$$\Sigma F = 2f \left(\frac{4Q}{\pi D^2} \right)^2 \frac{L}{D} = \frac{32fQ^2L}{\pi^2 D^5} \quad (4.34)$$

Para la circulación de agua o disoluciones acuosas con densidades y viscosidades próximas a la del agua a través de tuberías se pueden utilizar las ecuaciones empíricas monómicas, que son de la forma

$$J = \frac{\Sigma F}{gL} = \beta \frac{Q^n}{D^m} \quad (4.35)$$

donde el parámetro J representa la pendiente hidráulica (pérdida de carga por rozamiento y por unidad de longitud L de la conducción) en función del caudal Q (m³/s) y el diámetro D. Las fórmulas monómicas más usadas son las siguientes:

i) para régimen turbulento liso (de la ecuación de Blasius) $J = 0.008 \frac{Q^{1.75}}{D^{4.75}} \quad (4.36)$

ii) para régimen de transición

-para tubos de amianto-cemento $J = 0.00098 \frac{Q^{1.78}}{D^{4.78}} \quad (4.37)$

iii) para régimen de circulación turbulento

- fórmula de Hazen-Williams $J = \frac{10.62}{C^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{D^{4.87}} \quad (4.38)$

donde C depende del material de la tubería: 140 para tuberías rectas y muy lisas (plásticos), 135 para tuberías de amianto-cemento, 130 para hormigón armado, 120 para acero nuevo, 110 para acero usado, 100 para tuberías de fundición nuevas, 90 para tuberías de fundición con algunos años de servicio y 80 en tuberías de fundición en malas condiciones. Puede demostrarse que esta expresión es similar a la de Fanning.

-fórmula de Manning. Esta ecuación tiene una expresión general con independencia de la geometría de la conducción, y el resultado de aplicárselo a una sección cilíndrica es:

$$J = 10.3n^2 \frac{Q^2}{D^{5.33}} \quad (4.39)$$

El coeficiente n toma valores constantes en función del material de construcción de la conducción, por lo que se considera que es independiente del Reynolds: 0.08 para plástico liso (PVC), 0.09 para amianto-cemento, 0.01 para hormigón armado, 0.012 para acero nuevo, 0.013-0.014 para hormigón en masa y 0.016-0.018 para plástico corrugado.

4.4 Tipos de Conducciones

Los materiales con que se construyen las conducciones son muy diversos tales como acero al carbono, acero inoxidable, hierro forjado, fundición, plomo, plásticos, cemento, amianto, bronce, cobre, cerámica, vidrio, etc., y cada uno responde a una necesidad concreta.

Algunas características de las diferentes conducciones son las siguientes:

- Fundición: los tubos se fabrican por centrifugación vertiendo el hierro fundido en moldes giratorios. Interiormente los tubos están revestidos con mortero de cemento, betún asfáltico, pintura o revestimientos plásticos. Estas tuberías pueden soportar hasta 20 atm.
- Acero: los tubos están formados por chapas de acero laminado que después de dobladas se roblonan o remachan longitudinalmente (tubos roblonados) o bien se sueldan longitudinalmente. Los de pequeño diámetro pueden fabricarse sin soldadura. Los tubos pueden soportar altas presiones internas, pero trabajan mal a compresión externa y depresión interna.
- Aleaciones de resistencia química: para fluidos corrosivos
- Hierro: los tubos están formados por planchas de hierro laminado, doblado y roblonado longitudinalmente. Se utilizan para presiones medias.
- Amianto-cemento: es un material obtenido por la mezcla íntima y homogénea de agua, cemento y fibra de amianto. Los tubos se fabrican por arrollamiento y compresión simultánea de la masa mediante cilindros metálicos giratorios. Según el espesor de la pared se obtiene una gran gama de presiones.
- Hormigón en masa: se utilizan en tuberías que funcionan como canales para agua, sin presión interna, y donde las pequeñas filtraciones al terreno no sean importantes.
- Hormigón armado: se fabrican por centrifugación y tienen armaduras metálicas longitudinales y transversales. Resisten grandes presiones (más de 30 atm) y trabajan también bien a compresión. En aguas, se utilizan para pasos de ferrocarriles, carreteras, aeropuertos y para abastecimiento por la red. Para presiones mayores de 30 atm, se utilizan tubos de hormigón pretensado.
- Aluminio: en instalaciones móviles de riego
- Plástico (PVC, polietileno): para bajas presiones. En estos materiales, el diámetro de referencia es el exterior.
- Cobre; para calentar o enfriar fluidos.

4.5 Diámetro óptimo.

En todas las instalaciones químicas es necesario trasladar de un punto a otro diversos fluidos, tanto líquidos como gases a presiones y velocidades muy variables. Ello se realiza mediante conducciones de forma y tamaño diversos cuyos materiales y dimensiones se eligen de acuerdo con las exigencias de cada caso.

En las Tablas 4.1 y 4.2 se muestran algunos valores típicos de las velocidades de líquidos y gases por el interior de conducciones cilíndricas.

Tabla 4.1: Velocidades típicas de líquidos en tuberías (m/s).

	$D \leq 2''$	$3'' < D < 10''$	$10'' < D < 20''$
<i>Agua</i>			
Succión bomba.....	0,3-0,6	0,6-1,2	1 -2
Descarga bomba.....	0,5-1	1 -1,5	1,2-2
Alimentación caldera ...	1,2-3	1,5-3,5	2,5-4,2
Desagües.....	1 -1,2	1 -1,5	—
<i>Hidrocarburos líquidos</i> (viscosidad normal)			
Succión bomba.....	0,5-0,75	0,6-1,2	1 -2
Desagües.....	1 -1,2	1 -1,5	—
<i>Aceites viscosos</i>			
Succión bomba:			
— Viscosidad media	—	0,5-1	0,75-1,5
— Alquitrán y fuel-oil. . .	—	0,1-0,2	0,15-0,30
Descarga.....	—	1 -1,5	1,2-1,8
Desagües.....	0,3	0,5-1	—

El valor aconsejable de velocidad y/o diámetro se puede obtener por una optimización de costes: cuando el diámetro es muy pequeño, el rozamiento de fluido es muy grande y se requiere energía para bombearlo, mientras que cuando el diámetro es grande, el coste de la instalación es mayor. Existe una solución para el coste mínimo, que en muchas ocasiones será próximo a los valores mostrados en las tablas anteriores.

Tabla 4.2: Velocidades típicas de gases y vapores por tuberías (m/s)

<i>Diámetro nominal</i> (pulgadas)	<i>Vapor saturado</i> (baja presión)	<i>Vapor sobrecalentado, o gas</i>	
		(media presión)	(alta presión)
≤ 2	13-30	12-24	9-18
3-4	15-33	13-27	10-20
6	18-36	15-36	13-27
8-10	20-38	24-48	20-38
12-14	21-39	30-57	24-43
16-18	23-40	33-63	27-48
20	24-42	26-66	30-50

Los tubos se fabrican en dimensiones normalizadas, siendo las normas diferentes para cada tipo de material (e incluso, sector de aplicación). Su longitud puede oscilar entre 5 y 12 metros, aproximadamente. Los diámetros nominales oscilan entre 1/8 y 30 pulgadas (0,32-76 cm.), y no coinciden por lo general con el diámetro externo ni con el interno. En las tuberías de acero, para diámetros de 3 a 12 pulgadas, el valor nominal se aproxima al diámetro interno real, y, sin embargo, en tuberías grandes, de más de 12 pulgadas, el diámetro nominal es igual al diámetro externo real. En la Tabla 5.3 se presentan los valores más frecuentes de los diámetros de tubería de acero, según la norma ASA (American Standards Association).

Se pueden considerar las siguientes denominaciones de presiones:

- presión máxima de trabajo: es la máxima que van a soportar las conducciones

- presión nominal, que es la presión de prueba en fábrica que sirve para clasificar los tubos
- presión de rotura, cuando se produce una tracción circunferencial.

El espesor de pared de los tubos se encuentra también normalizado, y es variable para cada diámetro nominal, según sean las condiciones de presión que vayan a reinar en su interior. La norma ASA clasifica los tubos por el "número de catálogo" que viene definido por la expresión:

$$\text{Numero de catálogo} = 1000 \cdot \frac{P}{S}$$

siendo P la presión de trabajo y S un coeficiente medido en las mismas unidades que P, y que depende del material de la tubería (está relacionado con la presión que puede soportar dicho material). Se utilizan diez números de catálogo: 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100, 120, 140 y 160 aunque los más frecuentes, en tubos ordinarios son 40 y 80 (al tubo "normal" le corresponde el 40). En la misma Tabla 4.3 se indican los espesores reales de pared correspondientes a estos últimos números de catálogo.

Los tubos de acero que se utilizan para presiones bajas (menores de 70 bar), son los corrientes (pletina de acero curvada y soldada), y para presiones elevadas se utilizan tubos especiales sin costura.

Tabla 4.3: Dimensiones de tuberías de acero normalizadas.

<i>Diámetro nominal (pulgadas)</i>	<i>Diámetro exterior (cm)</i>	<i>Diámetro interior (cm)</i>	<i>Espesor de pared (cm)</i>	<i>Número de catálogo</i>
1/8	1,029	0,683	0,173	40
1/8	1,029	0,546	0,241	80
1/4	1,372	0,925	0,224	40
1/4	1,372	0,767	0,302	80
3/8	1,715	1,252	0,231	40
3/8	1,715	1,074	0,320	80
1/2	2,134	1,580	0,277	40
1/2	2,134	1,387	0,373	80
3/4	2,667	2,093	0,287	40
3/4	2,667	1,885	0,391	80
1	3,340	2,664	0,338	40
1	3,340	2,431	0,455	80
1 1/4	4,216	3,505	0,356	40
1 1/4	4,216	3,246	0,485	80
1 1/2	4,826	4,089	0,368	40
1 1/2	4,826	3,810	0,508	80
2	6,033	5,250	0,391	40
2	6,033	4,925	0,554	80
2 1/2	7,303	6,271	0,516	40
2 1/2	7,303	5,900	0,701	80
3	8,890	7,793	0,549	40
3	8,890	7,366	0,762	80
3 1/2	10,16	9,012	0,574	40
3 1/2	10,16	8,545	0,808	80
4	11,43	10,226	0,602	40
4	11,43	9,718	0,856	80
5	14,13	12,819	0,655	40
5	14,13	12,225	0,953	80
6	16,83	15,405	0,711	40
6	16,83	14,633	1,097	80
8	21,91	20,272	0,818	40
8	21,91	19,368	1,270	80
10	27,31	25,451	0,927	40
10	27,31	24,287	1,509	80
12	32,39	30,323	1,031	40
12	32,39	28,890	1,748	80

5. CONEXIONES Y ACCESORIOS.

Las conducciones que transportan un fluido de un punto a otro no pueden ser siempre rectas, y por tanto hacen falta dispositivos que unan tanto tramos rectos como que conduzcan el fluido a donde es necesario. Se presentan a continuación estos dispositivos.

5.1 Empalme de tuberías.

Los métodos más usuales para la unión de las secciones de los tubos son: conexión macho-hembra (roscado), conexión mediante bridas y soldadura.

Las *uniones roscadas* son las más frecuentes en la industria, especialmente en tubería de pequeño diámetro, ya sea de acero, hierro forjado, fundición, bronce o plástico.

Las *uniones soldadas* se suelen reservar para tuberías de instalaciones que operan a presión o temperatura elevadas, y como norma, para todas las tuberías de diámetro superior a 2 pulgadas.

Otra forma de unir los tubos, especialmente para instalaciones que han de resistir presiones elevadas, y al mismo tiempo tuberías que han de desmontarse con frecuencia, es la *unión mediante bridas* soldadas o roscadas a cada sección y unidas entre sí por sistemas tornillo-tuerca. Entre ambas bridas se coloca una junta de cierre de un material más blando que el de la tubería, que puede ser acero, caucho, amianto. etc.

En la Figura 5.1 se muestra un esquema de una unión mediante bridas roscadas a la tubería. Cuando se necesita una unión más perfecta, se modifica la geometría de las bridas de tal forma que la misma presión que ejercen los tornillos de cierre se reparta en una superficie de contacto más pequeña, obteniendo una compresión mayor. Un ejemplo de dichas modificaciones se indica en la Figura 5.2.

El diseño ideal para una junta es aquel en que al aumentar la presión interior, la compresión de la junta también aumenta, obturando mejor las posibles fugas de fluido. Este principio, esquematizado en la Figura 5.3, encuentra gran aplicación en el diseño de equipos de alta presión.

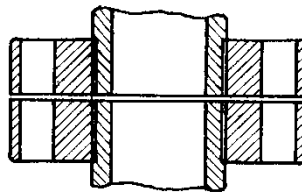


Figura 5.1.: Unión de bridas roscadas.

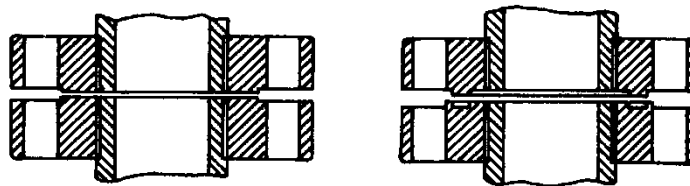


Figura 5.2.: Unión de bridas roscadas modificada.

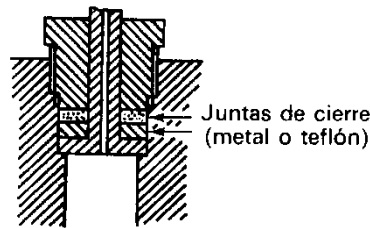


Figura 5.3.: Junta de alta presión.

5.2 Accesorios de las conducciones.

Los fluidos que circulan por las conducciones, con frecuencia han de cambiar de dirección, sufrir estrechamientos, ensanchamientos, ramificaciones, etc. Para ello, existen accesorios de las conducciones de muy diversas clases, cuyos diámetros y roscas coinciden con los nominales de las tuberías comerciales. En general, las roscas pueden ser macho o hembra, pudiendo existir accesorios cuyas dos roscas presenten cualquier posible combinación: doble macho, macho-hembra, doble hembra.

Los grupos de accesorios más importantes son los siguientes (Figura 5.4):

- *Ramificaciones (tes y crucetas).* Pueden tener tres o cuatro salidas, en un mismo plano o en planos diferentes. También pueden tener alguna salida de tamaño diferente a las otras (ramificación con reducción. etc.). Se utilizan para separar una corriente en varias o para juntar dos corrientes en una tercera, etc.

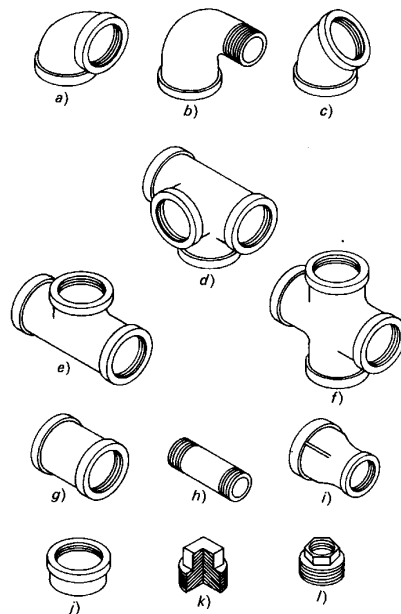


FIG. 8.4. Accesorios para tuberías roscadas.

- | | |
|-----------------------------------|---|
| a) Codo de 90°. | g) Manguito doble hembra. |
| b) Codo de 90° con reducción. | h) Manguito doble macho. |
| c) Codo de 45°. | i) Manguito macho-hembra con reducción. |
| d) «Te» plana con salida lateral. | j) Tapón ciego hembra. |
| e) «Te» plana. | k) Tapón ciego macho. |
| f) Cruceta. | l) Casquillo. |

Figura 5.4.: Accesorios para tuberías roscadas.

- *Codos*. Son accesorios para cambiar de dirección la tubería. Se fabrican de 45 ó 90° con radios pequeño, medio o grande. Al igual que en las ramificaciones pueden darse codos con reducción simultánea. Tanto unos como otros presentan generalmente escasa pérdida de carga.
- *Manguitos*. Sirven para unir dos tramos rectos de tubería. Según sean las roscas de sus extremos pueden ser doble hembra, doble macho, macho-hembra y con reducción.
- *Tapones ciegos*. Sirven para cerrar extremos de tuberías. Pueden ser macho o hembra, en caso de ser roscados. Si la unión a la tubería es mediante bridas, se denomina brida ciega.
- *Uniones con tuerca*. La unión de dos tuberías fijas, que por tanto no pueden roscarse, puede efectuarse mediante una unión con tuerca. Consta de dos piezas roscadas que se unen a los extremos de cada tubería fija, y de una tercera pieza que se acopla también mediante rosca al conjunto, apretando las dos piezas anteriores, que proporcionan el cierre (Figura 5.5).

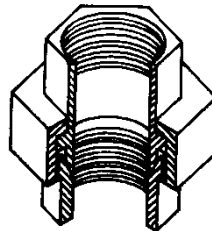


Figura 5.5.: Unión con tuerca.

Por último, y aunque no se trate propiamente de un accesorio, cabe citar los dispositivos para la expansión de tuberías. En efecto, en tuberías rectas sometidas a variaciones de temperatura. Las expansiones y contracciones térmicas del material que podrían someter a tensiones las válvulas y accesorios, se evitan por medio de curvas en forma de lira en la tubería, que se repiten periódicamente las veces necesarias. También se pueden utilizar juntas de expansión con empaquetadura, fuelles, o manguitos de metal flexible.

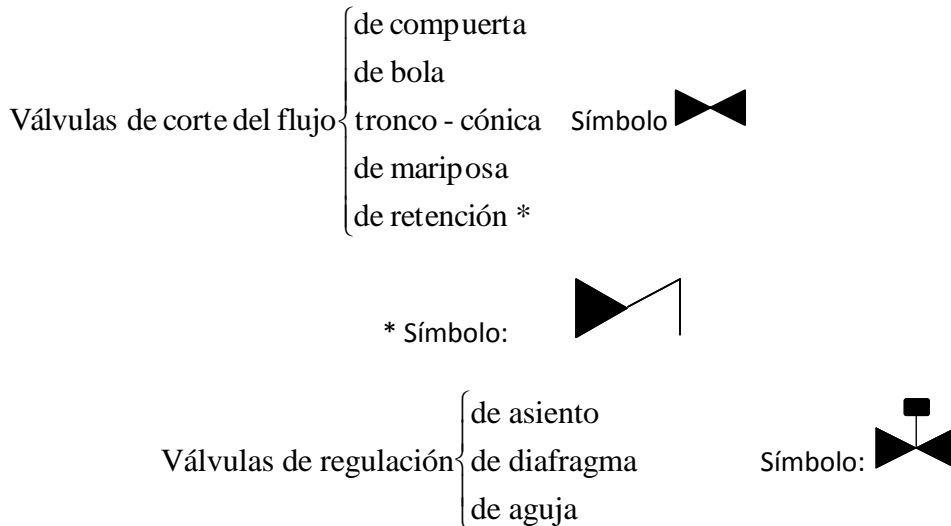
- *Ventosas*: dispositivos que permiten automáticamente la salida o entrada de aire en las tuberías destinadas a la circulación de agua.

6. VÁLVULAS.

Las válvulas se pueden considerar como accesorios muy especiales, que sirven para regular o impedir la circulación del fluido por la conducción. Existen numerosos tipos de válvulas, según la finalidad a que se destinen, aunque de una forma general se pueden clasificar en dos grandes grupos: a) válvulas de corte de flujo (también llamadas "todo-nada") y b) válvulas de regulación. Las primeras se caracterizan por sus dos posiciones extremas de funcionamiento: totalmente abiertas o totalmente cerradas; aunque en ocasiones se pueda regular groseramente el caudal de fluido, no están diseñadas para ello. Las segundas, sin embargo,

están diseñadas específicamente para poder regular el flujo, y son de accionamiento más lento que las anteriores.

Dentro de los dos grupos citados existen diversos tipos de válvulas, pudiendo resumirse los más importantes en la siguiente clasificación:



Esta clasificación no es absoluta, pues en la práctica, una válvula de compuerta puede servir para regular de forma aproximada el caudal, aunque desde luego es menos indicada para tal misión que una válvula de asiento, por ejemplo.

Antes de pasar revista a cada uno de los tipos citados, se comentará brevemente las partes principales de que generalmente consta una válvula (excepto la de retención): a) *órgano de cierre* inserto en la conducción, que es el que modifica la sección de paso del fluido al ser accionado exteriormente; y b) aparato de manipulación externo que comunica el movimiento de giro, a través de un eje, al órgano de cierre. En dicho eje debe existir siempre un sistema de ajuste entre la parte móvil y la fija que evite las fugas de fluido, pero permitiendo una aceptable libertad de movimiento al eje. El sistema más utilizado es el de prensaestopas, cuyo esquema puede verse en la Figura 6.1. La tuerca exterior oprime a un casquillo prensaestopas, el cual obliga a la empaquetadura (varios anillos de un material blando y flexible, como teflón, caucho, amianto, etc.) a comprimirse contra el eje o husillo, evitando posibles fugas. Aunque este dispositivo no evita completamente las fugas, da muy buenos resultados en la mayoría de los casos. Sin embargo, para el manejo de fluidos tóxicos o corrosivos, en los que se precisa evitar totalmente las fugas, existen modificaciones mejoradas de la caja prensaestopas, mediante vacío en la misma, o por inyección a presión de un fluido inerte. Existen además otros dispositivos diferentes al prensaestopas, pero basados en el mismo principio, como los diversos tipos de cierres mecánicos mediante anillos de grafito, etc.

6.1 Válvulas de corte del flujo.

En este tipo de válvulas, el órgano de cierre ocupa prácticamente toda la sección de la conducción, de tal forma que al estar completamente abiertas, el fluido no encuentra apenas

estrechamiento alguno, por lo que apenas se producen pérdidas de energía mecánica ni aumento de la velocidad.

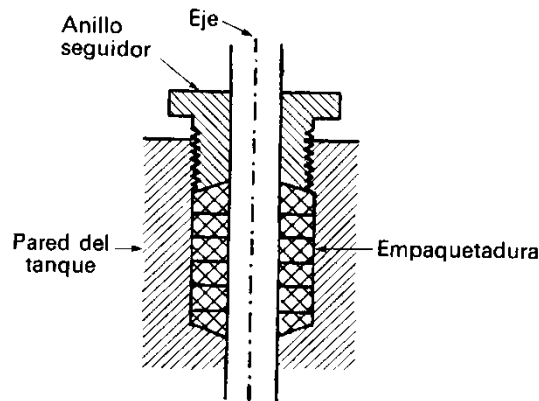


Figura 6.1.: Caja prensaestopas.

Los tipos más característicos son los siguientes:

- *De compuerta*. El órgano de cierre es un disco perpendicular a la dirección del flujo que se mueve verticalmente, sin girar, bajo la acción del husillo. Cuando está totalmente abierta, deja una sección de paso igual a la de la tubería, y no produce variación en la dirección del flujo. El desplazamiento vertical es rápido, gracias a la acusada inclinación de los hilos de la rosca del eje, por lo que son poco apropiadas para regular el caudal. En las válvulas pequeñas el eje y el volante son solidarios, desplazándose simultáneamente al roscar sobre el cuerpo fijo de la válvula (Figura 6.2). En las grandes, sin embargo, el eje se desplaza respecto al volante, que tiene la rosca y está semiunido al cuerpo de la válvula. Las válvulas de compuerta son adecuadas para abrir o cerrar completamente la conducción.

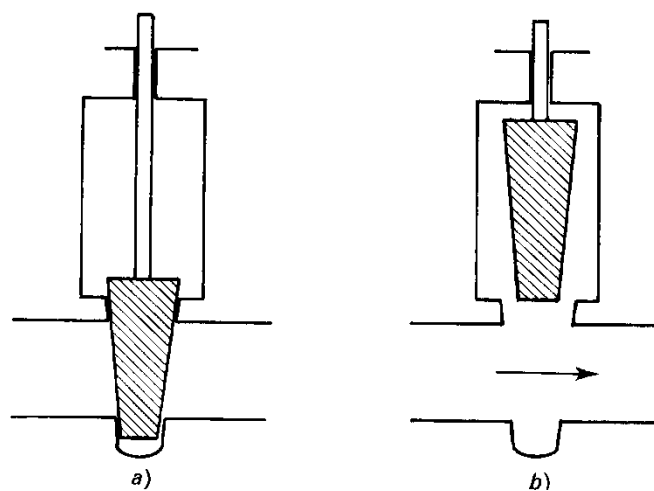


Figura 6.2.: Válvula de compuerta: a) cerrada; b) abierta

- *De bola y troncocónicas.* El órgano de cierre es una bola o un tronco de cono, respectivamente, con una perforación diametral de igual sección que la de la tubería, que se aloja en una cavidad de igual forma (Figura 6.3). El movimiento completo de accionamiento de la válvula es de $1/4$ de vuelta, con el que pasan de estar totalmente cerradas a totalmente abiertas. En esta última posición, como ocurría con las válvulas de compuerta, la pérdida de presión es muy pequeña, y no hay alteración de la dirección del flujo. Entre la parte fija y la móvil (bola o tronco de cono) suele existir una junta de material plástico, a fin de mejorar el cierre. Si el ajuste es muy bueno, puede bastar un agente lubricante, que sustituye a la citada junta. Este tipo de válvulas no puede utilizarse a temperaturas elevadas.

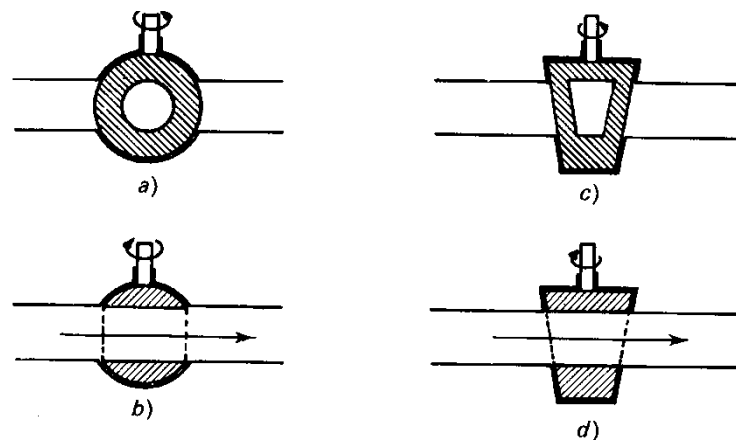


Figura 6.3.: Válvula de bola: a) cerrada; b) abierta.

Válvula troncocónica: c) cerrada; d) abierta.

- *De mariposa.* El órgano de cierre es un disco de igual sección que la tubería, que gira alrededor de su diámetro horizontal (o vertical) accionado por un eje solidario que sale al exterior (Figura 6.4). Cuando está totalmente abierta, el disco queda en medio de la conducción, paralelamente al flujo del fluido. Cuando esta medio cerrada, la presión del fluido sobre el disco tiende a cerrarla del todo, por lo que el eje debe quedar fijado mediante algún sistema (sistema tornillo, prisionero, engranajes, etc.). Presentan mayor caída de presión que las válvulas de compuerta, y son muy utilizadas para regular de forma grosera el flujo de gases.

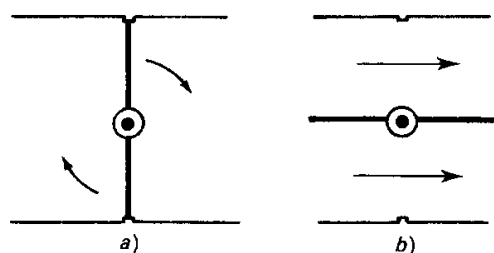


Figura 6.4.: Válvula de mariposa: a) cerrada; b) abierta.

- *De retención.* Este tipo de válvulas, incluido en el grupo de válvulas de corte del flujo, podían haberse clasificado realmente en un grupo independiente, ya que su objeto no es cortar el flujo a voluntad, mediante un mecanismo externo (como las vistas hasta el momento), sino que su objeto es o permitir el paso de fluido en un solo sentido. Cuando el fluido intenta retroceder se cierran, bien sea por gravedad o debido a la acción de un resorte que presiona la pieza móvil. Por tanto, no tienen mecanismo externo para manipular el órgano de cierre. En la Figura 6.5 se muestran tres de los tipos más utilizados: de bola, de elevación y de bisagra.

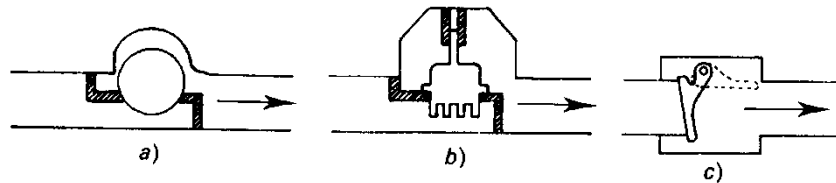


Figura 6.5.: Válvulas de retención: a) de bola; b) de elevación; c) de bisagra.

6.2 Válvulas de regulación.

En las válvulas típicas de regulación, el órgano de cierre es de menor tamaño que en las de corte del flujo, y actúa sobre una sección reducida inferior a la de la tubería. Por ello, provocan una pérdida de presión mayor alcanzándose velocidades también mayores. El fluido es obligado normalmente a cambiar de dirección, debiendo recorrer un camino tortuoso, por lo que las pérdidas de carga permanentes pueden ser considerables incluso a válvulas completamente abiertas.

Los dos tipos más importantes son las de asiento y aguja, por un lado, y las de diafragma, por otro:

- *De asiento y de aguja.* Son las válvulas por excelencia para la regulación del caudal. En las válvulas de asiento, el órgano de cierre es un asiento troncocónico o semiesférico (forma por la que antes se las llamaba válvulas de globo), mientras que en las válvulas de aguja es una aguja cónica. En cualquier caso, tanto el asiento como la aguja hacen de cierre apoyándose sobre una base fija en forma de silla alojada en el interior de la conducción, bien sea por la unión metal-metal (base troncocónica) o mediante una junta blanda (base plana).

Las válvulas de aguja regulan muy bien el caudal, aunque sólo se utilizan para caudales reducidos. Existen varias disposiciones de entrada o salida del fluido, que dan lugar a los diversos tipos de válvulas: normales, angulares, en Y, etc. En todas ellas el fluido se ve obligado a seguir un camino tortuoso, por lo que, como ya se ha indicado, la pérdida de carga es elevada. En la Figura 6.6 se muestran algunos tipos de estas válvulas.

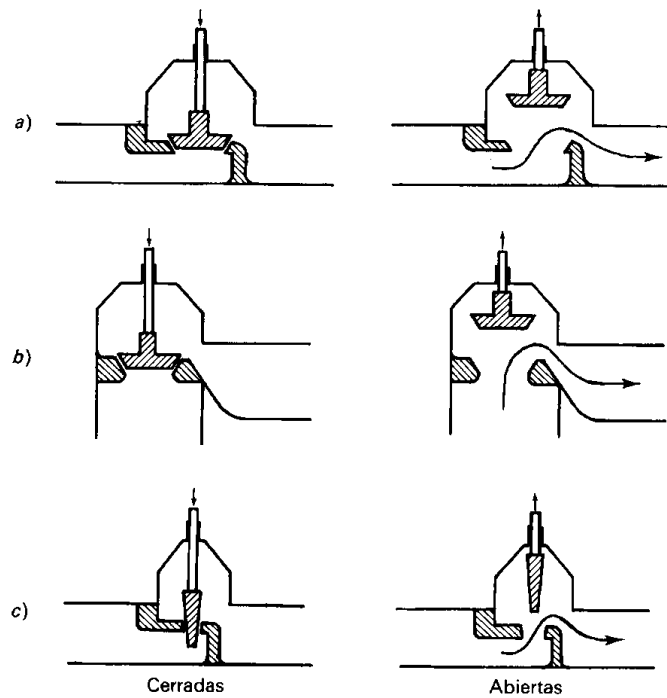


Figura 6.6.: Válvulas de regulación: a) de asiento normal; b) de asiento angular; c) de aguja.

- *De diafragma*. Constan de una membrana flexible accionada exteriormente por un eje móvil, que la desplaza hasta producir el cierre total al entrar en contacto con un saliente de la pared interna de la tubería. La membrana suele ser de un material elástico, como caucho, plástico (neopreno), etc., y presenta los inconvenientes de tener una duración limitada y resistir presiones no muy grandes. Estas válvulas son muy útiles en sistemas herméticos, ya que no hay contacto del fluido con las partes exteriores. Son especialmente adecuadas para controlar el caudal de fluidos con sólidos en suspensión, pudiéndose instalar en cualquier posición. En la Figura 6.7 se muestra un esquema de esta válvula.

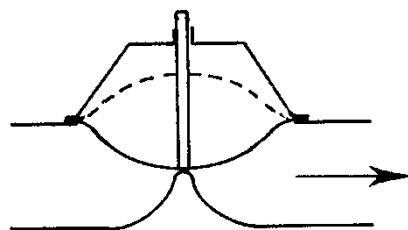


Figura 6.7.: Válvula de diafragma.

7. PÉRDIDA DE ENERGÍA MECÁNICA DE ACCIDENTES EN CONDUCCIONES.

En las conducciones cilíndricas rectas se ha visto que el fluido pierde energía mecánica por rozamiento y fricción en las paredes de la conducción, cuyo valor viene dado por la ecuación de Fanning. Estas pérdidas tienen lugar teniendo en cuenta que las líneas de flujo del fluido siguen una trayectoria totalmente recta. Se ha visto que en todos los sistemas de conducciones es preciso que haya una serie de accesorios, que hacen variar las líneas de flujo del fluido, distorsionando la uniformidad de la corriente, aumentando la turbulencia donde están estos accesorios. Esto implica que, necesariamente, se produzcan nuevas pérdidas de energía mecánica, que serán mayores tanto mayor sea la perturbación introducida en ese punto. Por ello, las pérdidas de energía mecánica provocadas por estos accesorios se suelen denominar **pérdidas menores** a causa de que su valor, para cada accidente, suele ser pequeño. Sin embargo, la suma de estas pequeñas pérdidas puede adquirir importancia y suponer un elevado porcentaje de la pérdida total.

Las pérdidas menores se suelen calcular por alguno de los dos procedimientos empíricos siguientes:

- a) mediante ábacos de doble entrada en los que en uno de los ejes se busca el accidente en cuestión y en otro el diámetro de la conducción en la que va intercalado. Uniendo ambos puntos con una recta, ésta corta al eje central en un punto que determina la longitud de tubo recto de igual diámetro, que produciría una pérdida de carga análoga a la del accidente. Esta longitud se denomina "longitud equivalente" del accidente. Basta luego añadir esta longitud equivalente a la longitud de tramos rectos en la ecuación de Fanning para calcular la pérdida de energía correspondiente al sistema.
- b) si el régimen es turbulento, como es lo más frecuente, se puede calcular según la ecuación

$$\Sigma F = K \frac{V^2}{2} \quad (7.1)$$

en la que K es una constante característica de cada accidente y V es la velocidad del fluido, calculada de acuerdo con las normas que se indicarán más adelante.

Para régimen laminar, Crane propone la siguiente relación empírica:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_1 = \frac{Re}{1000} \left(\frac{L}{D}\right)_t \quad (7.2)$$

donde el subíndice 1 se refiere a la longitud equivalente (expresada en diámetros de tubo) para régimen laminar, si $Re < 1000$ y el t a la longitud equivalente (expresada en diámetros de tubo) para régimen turbulento.

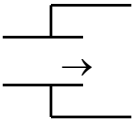
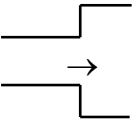
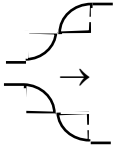
En la Tabla 7.1 se aparece una relación de valores de K para distintos accidentes, así como algunas longitudes equivalentes. En la Figura 7.1 aparece un ábaco de estimación de longitudes equivalentes.

Tabla 7.1.: Valores de K de la ecuación 7.1 para distintos accidentes y algunas longitudes equivalentes.

<u>Accidente</u>	<u>K</u>	<u>L.E.*</u>	<u>Velocidad</u>
Ensanchamiento	$\left[1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right]^2$		medida en el tubo estrecho V_1
Estrechamiento	"		"
Entradas			
-encañonada	0.78		la del tubo
-cantos vivos	0.50		"
-ligeramente redondeada	0.23		"
-bien redondeada	0.23		"

* (número de diámetros)

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.: Continuación.

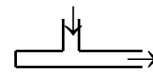
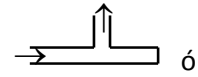
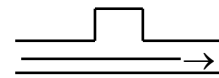
<u>Accidente</u>	<u>K</u>	<u>L.E*</u>	<u>Velocidad</u>
Salidas			
-encañonada	1.00		la del tubo
			
-cantos vivos	1.00		"
			
-redondeada	1.00		"
			
codo de 45º			
-standard	0.35		la del tubo
-radio medio (33, 34, 39, 40, 41)	0.30	15.0	"
-gran curvatura (33)	0.20	10.0	"
codo de 90º			
-standard	0.75		la del tubo
-radio medio (33, 34, 40, 41, 42, 43)	0.75	37.5	"
-gran curvatura (33, 34, 39, 40)	0.45	22.5	"
-pequeña curvatura	1.30		"

* (número de diámetros)

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.: Continuación.

<u>Accidente</u>	<u>K</u>	<u>L.E*</u>	<u>Velocidad</u>
codo de 90°			
-A escuadra	1.20	60.0	"
"U" de retorno (180°) (33, 34, 40)	1.50	75.0	la del tubo
Uniones y acoplamientos (33, 41)	0.04	2.0	la del tubo
T standard			
-con la bifurcación cerrada	0.40		la del tubo
-usada como codo	1.00		"
-con división del caudal	1.00		la de la corriente principal
-Entrada rama perpendicular (39)	1.80	90.0	la del tubo
-Salida rama perpendicular (39)	1.20	60.0	
unión roscada	0.04		la del tubo
manguito de unión	0.04		la del tubo
válvula de compuerta (39, 41, 44)			
-abierta	0.17	8.5	la del tubo
-3/4 abierta	0.90	45.0	"
-1/2 abierta	4.50	225.0	"
-1/4 abierta	24.0	1200.0	"

* (número de diámetros)

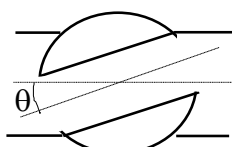
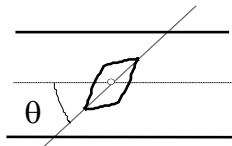


¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.: Continuación.

<u>Accidente</u>	<u>K</u>	<u>L.E*</u>	<u>Velocidad</u>
válvula de diafragma(45)			
-abierta	2.30	115.0	la del tubo
-3/4 abierta	2.60	130.0	"
-1/2 abierta	4.30	215.0	"
-1/4 abierta	21.0	1050.0	"
válvula de asiento(41,42)			
cóncavo -abierta	6.00	300.0	la del tubo
-1/2 abierta	9.50	475.0	"
complejo -abierta	6.00	300.0	"
-1/2 abierta	8.50	425.0	"
plano -abierta	9.00	450.0	"
-3/4 abierta	13.0	650.0	"
-1/2 abierta	36.0	1800.0	"
-1/4 abierta	112.0	5600.0	"
válvula angular abierta (39, 41)			
	2.00	100.0	la del tubo
válvula en Y abierta (39, 44)			
	3.00	150.0	"
válvula de retención (39, 41, 44) (abierta)			
-de charnela	2.00	100.0	"
-de disco	10.0	500.0	"
-de bola	70.0	3500.0	"

* (número de diámetros)

¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.: Continuación.

<u>Accidente</u>	<u>K</u>	<u>L.E*</u>	<u>Velocidad</u>	
válvula de bola o macho (29)				
$\theta=5^{\circ}$	0.05	2.5	la del tubo	
10°	0.29	14.5		
20°	1.56	78.0		
40°	17.3	865.0		
60°	206.0	10300		
válvula de mariposa (29)				
$\theta=5^{\circ}$	0.24	12.0	la del tubo	
10°	0.52	26.0		
20°	1.54	77.0		
40°	10.8	540.0		
60°	118.0	5900.0		
válvula de fondo (41)	15.0	750.0	la del tubo	
caudalímetros mecánicos				
-de disco	7.00	7.00	la del tubo	
-de pistón	15.0	15.0	"	
-rotatorio	10.0	10.0	"	
-de turbina	6.00	6.00	"	
* (número de diámetros)				

Perry, R.H.; Chilton, C.H. (eds). "Chemical Engineers' Handbook" 5ª ed. Mc.Graw-Hill, 1973.

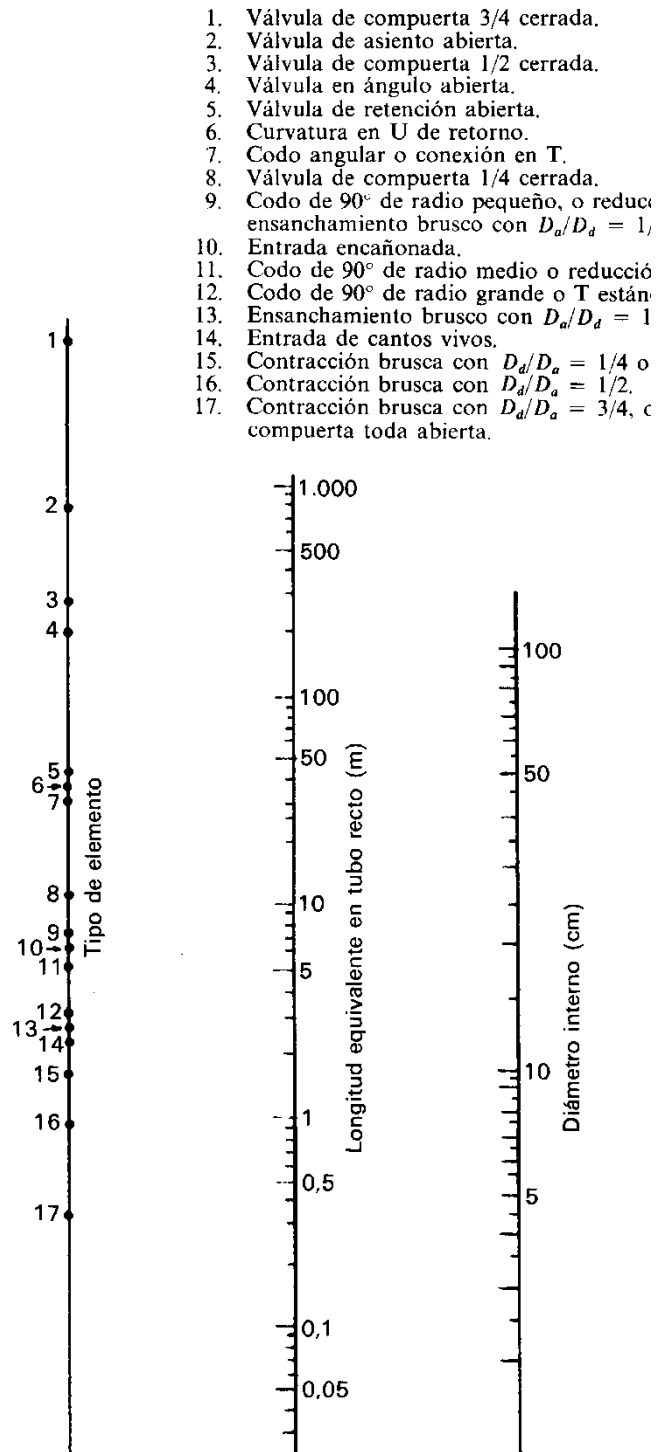


Figura 7.1.: Pérdidas menores: ábaco de estimación de longitudes equivalentes.

8. FLUJO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES NEWTONIANOS

A continuación se describen los distintos casos que pueden presentarse en el flujo de fluidos incompresibles, es decir, los LIQUIDOS, en conducciones cilíndricas.

8.1 Conducción cilíndrica sin accidentes y sin consideración de los términos cinéticos.

En multitud de problemas de circulación de líquidos, el término de cargas cinéticas puede resultar despreciable, o al menos, de inferior orden de magnitud, frente a las cargas potenciales, de presión o rozamiento. En estos casos, cuando la variación de la carga cinética es nula o despreciable, se puede plantear los casos que a continuación se comentan.

Consideraremos, en primer la circulación de un fluido por una conducción cilíndrica rectilínea sin ningún tipo de accidentes. Se consideran los siguientes casos:

<u>Caso</u>	<u>Magnitud desconocida</u>	<u>Datos conocidos</u>
1	ΣF (ó ΔP)	$\rho, \mu, \varepsilon, L, D$ y Q
2	Q (ó m)	$\rho, \mu, \varepsilon, L, D$ y ΣF (o ΔF ó ΔP)
3	D	$\rho, \mu, \varepsilon, L, Q$ e ΔP

En los dos primeros casos, se conoce el tipo de conducción a instalar, por lo que dado el valor de D es inmediato el de ε/D . En todos los casos, se aplicará el balance de energía mecánica o ecuación de Bernoulli (ec. 4.19) para líquidos, sin equipo de impulsión y despreciando la energía cinética:

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \Sigma F = 0 \quad (8.1)$$

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{32fQ^2L}{\pi^2 D^5} = 0 \quad (8.2)$$

- Caso 1:

Puesto que se conocen Q y D , (y por tanto V).

- conocidos ρ, D, μ y V se calcula el Re .
- conocido D y el tipo de tubo puede calcularse ε/D .
- conocido ε/D y Re se obtiene de la gráfica de Moody o la ecuación de Colebrook-White el valor de f .
- conocido f, V, L y D se calcula ΣF por la ecuación de Fanning, si se trata de un fluido incompresible y sustituyendo en ec. 8.1 o 8.2 se deduce la pérdida de presión que experimenta el fluido.

- Caso 2:

En este caso no se puede calcular de forma directa ya que es preciso utilizar métodos iterativos. Si se utiliza el procedimiento gráfico de utilizar la gráfica de Moody, se debe proceder por un procedimiento de tanteo, mientras que si se utiliza la ecuación de Colebrook hay que resolver un sistema de Colebrook-White.

a) Tanteando utilizando la Gráfica de Moody. Se supone un valor de f , habitualmente el f constante que se obtiene a regímenes muy turbulentos (zona de la gráfica de f constantes) a su correspondiente rugosidad relativa en la gráfica de Moody. De este f supuesto se obtiene Q por la ecuación 8.2. De éste último se determina el Re , y con éste y ε/D se obtiene un nuevo f de la gráfica de Moody. Si el valor obtenido coincide con el valor que se supuso para f es correcto, y si no se supone este nuevo f y se repite el proceso anterior. Este método está en desuso dada la disponibilidad actual de ordenadores.

b) Utilizando la ecuación de Colebrook-White. Utilizando la ecuación de Colebrook-White, puede resolverse un sistema no lineal de dos ecuaciones y dos incógnitas conjuntamente con la ecuación de Bernoulli.

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{32fQ^2L}{\pi^2 D^5} = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} + -4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{1.256}{Re \sqrt{f}} \right] = 0 \quad (8.3)$$

Resolviéndose f y Q , siendo éste último el de interés. Hay que tener en cuenta que los sistemas de resolución de sistemas no lineales son métodos numéricos iterativos que precisan de valores iniciales. Como valores iniciales de f y Q es conveniente tomar como f un valor medio para f , tomado de la gráfica de Moody (por ejemplo, $f = 0.008$), y como Q aquel para el que la velocidad del líquido sea 1 m/s. El empleo de métodos numéricos iterativos mediante un ordenador es hoy en día simple y cotidiano, por ejemplo, mediante el módulo Solver de un software de Hoja de Cálculo.

- Caso 3:

Cuando se trata de calcular el diámetro mínimo de la conducción hay que tener en cuenta que se desconoce el valor de V , el de Re , el de ε/D y por lo tanto también el de f . En este caso también se impone la resolución únicamente por un proceso iterativo como en el caso 2.

En el caso de utilizar la gráfica de Moody, a fin de que los cálculos a realizar sean mínimos conviene expresar previamente los parámetros desconocidos en función de los datos. Así:

- se supone un valor razonable de f (un valor de $f=0.008$ es tan bueno como otro cualquiera).
- se calcula D a partir de la ecuación de Bernoulli ec. 8.2.
- con este valor de D se calcula el Re , y ε/D .

- con los valores de Re y ε/D se deduce f de la gráfica de Moody.
- se comparan los dos valores de f : el supuesto y el calculado y de no coincidir se repite el proceso, usando el valor recién calculado de f (a no ser que se diferencien demasiado).

El proceso de cálculo iterativo puede también resolverse utilizando la ecuación no lineal de Colebrook-White conjuntamente con la ecuación de Bernoulli, como en el caso 2.

8.2 Conducciones cilíndricas con accidentes

En el caso de tener un sistema en el que además de tramos rectos haya accidentes e incluso tramos rectos de distintos diámetros, hay que plantear la ecuación de Bernoulli de forma que el término de pérdidas incluya todas las pérdidas de energía mecánica, tanto de tramos rectos de distintos diámetros como de accidentes

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \sum \Sigma F_{\text{tramos rectos}} + \sum \Sigma F_{\text{accidentes}} = 0 \quad (8.4)$$

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \sum_i \frac{32f_i Q^2 L_i}{\pi^2 D_i^5} + \sum \Sigma F_{\text{accidentes}} = 0 \quad (8.5)$$

Para la pérdida de energía mecánica en accidentes, puede utilizarse el método de las K o el método de la longitud equivalente. Esta ecuación de Bernoulli es la que hay que utilizar para resolver los problemas hidráulicos equivalentes en la sección anterior, utilizando métodos iterativos en los que se use la ecuación de Bernoulli mas la gráfica de Moody o la ecuación de Bernoulli más las ecuaciones de Colebrook-White que forman un sistema de ecuaciones no lineal.

8.3 Conducciones no cilíndricas

Las conducciones de este género más habituales son: las constituidas por dos tubos concéntricos, con la superficie externa del tubo interno sin o con aletas (cambiadores de calor), las equivalentes a dos planos paralelos de gran superficie y las de sección transversal triangular, rectangular o trapezoidal.

Cuando se da un flujo laminar, puede obtenerse el perfil de velocidades de forma analítica, cuando se integra el balance de cantidad de movimiento y la ley de Newton de la viscosidad. En la bibliografía se encuentran datos sobre los perfiles de velocidades en los flujos a través de la región anular entre tubos concéntricos, y en conducciones de sección triangular, rectangular o trapezoidal. Para flujo turbulento, existen perfiles obtenidos a partir de datos experimentales.

Cuando se hacía el análisis en conducciones cilíndricas, se analizan las pérdidas de energía mecánica a partir de la dimensión única que caracteriza su sección (el diámetro), siendo proporcionales a la longitud, tal y como se muestra en la ecuación de Fanning. En las conducciones no cilíndricas también se va a utilizar una dimensión única que caracterice su sección, mediante el concepto de *diámetro equivalente*. Puesto que la pérdida de energía por

rozamiento en una conducción es proporcional a su superficie interna (perímetro \times longitud) y el caudal másico es proporcional a la sección de la conducción, podrá establecerse la siguiente proporcionalidad para la pérdida de energía por rozamiento por unidad de masa de fluido circulante:

$$\Sigma F \propto \frac{LZ}{S} \quad (\text{J/kg}) \quad (8.6)$$

representando por L, Z y S, la longitud, el perímetro de la sección transversal y la superficie de esta última en la conducción. Nikuradse, denominó a la relación: sección/perímetro, *radio hidráulico*. Puede comprobarse que si se calcula el radio hidráulico de una conducción cilíndrica de diámetro D, este corresponde con una cuarta parte y no con la mitad.

$$R_H = \frac{S}{Z} = \frac{\frac{\pi}{4} D^2}{\pi D} = \frac{D}{4} \quad (8.7)$$

Por tanto, se define el diámetro equivalente de una conducción no cilíndrica como 4 veces el radio hidráulico (o 4 veces la sección dividido por el perímetro, y para el caso de una conducción cilíndrica:

$$D_{eq} = 4 \frac{S}{Z} = \frac{4 \frac{\pi}{4} D^2}{\pi D} \quad (8.8)$$

Experimentalmente se ha obtenido que, para flujo claramente turbulento, todas las relaciones sobre rozamiento deducidas para conducciones cilíndricas (ecuación de Fanning) se cumplían con suficiente precisión, para conducciones con diversas formas de sus secciones transversales, considerando como diámetro de las mismas el diámetro equivalente acabado de definir. Debe recordarse, sin embargo, que el concepto de diámetro equivalente no es válido para flujo laminar. Por ello, las pérdidas de energía mecánica en conducciones no cilíndricas se determinarán mediante la ecuación de Fanning, sustituyendo D por D_{eq} .

$$\Sigma F = 2fV^2 \frac{L}{D_{eq}} \quad (8.9).$$

Nota importante: Esta sustitución de D por D_{eq} no implica que pueda determinarse la velocidad media del fluido a partir del caudal volumétrico y suponiendo que la sección de la conducción sea circular con D_{eq} . Es decir, que la sección real de la conducción no equivale a una sección circular de diámetro D_{eq} .

8.4 Redes de conducciones.

A menudo se presentan también sistemas con bifurcaciones en varias ramas que después se vuelven a unir. El disponer conducciones en paralelo es una forma muy corriente de aumentar la capacidad de transporte del sistema.

Se centrará la discusión en el caso más sencillo que se puede presentar, esquematizado en la Figura 8.2, que consiste en dos ramas y dos nodos. La solución, sin embargo, puede aplicarse a un sistema con cualquier número de ramas.

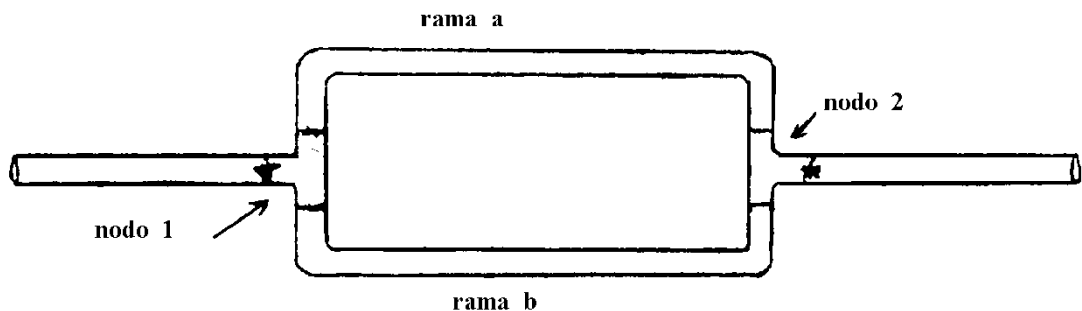


Figura 8.2.: Redes de conducciones.

Independiente de si los diámetros de las ramas a y b son iguales o distintos, se tendrá para cada rama, aplicando el balance de energía mecánica:

$$(\Sigma F)_{\text{rama}} = \frac{P_1 - P_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) + \frac{V_1^2}{2\alpha_1} - \frac{V_2^2}{2\alpha_2} \quad (\text{J/kg rama a ó J/kg rama b)) \quad (8.10)$$

La expresión es la misma para las dos ramas, por lo que

$$(\Sigma F)_a = (\Sigma F)_b = 2f_a V_a^2 \frac{L_a}{D_a} = 2f_b V_b^2 \frac{L_b}{D_b} \quad (8.11)$$

donde L_a y L_b representan las longitudes totales (tramo recto + las equivalentes, incluyendo las curvaturas de la T) (la longitud equivalente de una T, se puede aproximar a la de un codo de 90 °, o puede considerarse despreciable en algunas ocasiones, o puede calcularse considerando la ecuación de Fanning y la constante K para T, que es 1 considerando la velocidad máxima del fluido).

Además, del balance de materia, para fluidos incompresibles:

$$Q_{\text{entrada}} = Q_{\text{salida}} = Q_a + Q_b \quad (8.13)$$

Hay dos tipos generales de problemas de redes que se presentan frecuentemente:

- i) Se conocen todos los datos geométricos de la red, ε , propiedades del fluido, caudal total y presión en el nodo 1. Se desea calcular la presión en el punto 2 y el caudal por cada rama.
- ii) Se conocen los datos geométricos de la red, ε , propiedades del fluido, y la presión en los puntos nodales 1 y 2. Se desea calcular el caudal en cada rama y el caudal total.

Para resolver el tipo i) es necesario aplicar un proceso iterativo, para la resolución de un sistema de ecuaciones. Se sugiere, por ejemplo, para métodos sencillos:

- suponer un caudal para la rama a, Q_a (un valor inicial apropiado es dividir el caudal total proporcionalmente a las áreas de las conducciones, si ambas tienen la misma longitud) y

su correspondiente factor de fricción. Con éstos se calcula el valor de $(\Sigma F)_a$ y de ahí el valor de P_2 .

– se hace $(\Sigma F)_a = (\Sigma F)_b$ y se calcula el caudal Q_b en la segunda rama (tal como se vio en el caso 2). Si Q_a a y Q_b satisfacen que su suma es $Q(\text{dato})$ se habrá acabado.

– se hace ahora que el caudal total se reparte por las ramas en la misma proporción en que se encuentran el Q_a supuesto y el Q_b calculado. Se obtendrá así unos caudales corregidos $Q_{La''}$ y $Q_{Lb''}$, repitiéndose el proceso hasta que la suma de los dos caudales sea igual al caudal total (dato).

El tipo de problema ii) se resuelve directamente sin más que aplicar a cada rama el procedimiento del caso 2.

Puede aplicarse el balance de energía mecánica justo antes de la T, o justo después de la T para una rama. En este caso la diferencia de presiones viene en función de la diferencia de velocidad y la pérdida de energía mecánica de la T, que normalmente es despreciable.

8.5 Sistemas de redes complejos.

En el caso de redes de conducciones complejas, cabe decir que dado que los balances de energía mecánica en régimen estacionario (ecuación de Bernoulli) se realizan dimensionalmente en unidades de energía por unidad de masa de fluido. Por tanto, es posible aplicar un balance de energía mecánica entre un punto 1 y otro punto 2 aguas abajo por los que no necesariamente pase el mismo caudal másico de fluido, dado que el balance no se aplica sobre la energía total, sino a la porción de líquido que parte de 1 y llega a 2, que no implica que todo el líquido que salga de 1 llegue a 2. Considérese un sistema un sistema como el de la figura 8.3, en el que un líquido de un depósito situado a una cota z_1 fluye a otros dos depósitos situados a cotas inferiores, z_2 y z_3 , respectivamente. En la superficie de depósitos se puede considerar que la velocidad es nula (al ser muy grande su sección), por lo que se desprecian los términos cinéticos.

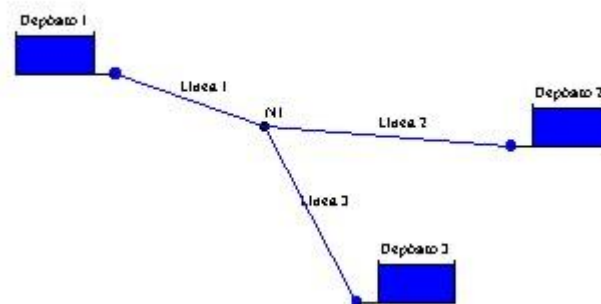


Figura 8.3

La cantidad de líquido que sale del depósito 1 no es la misma que llega al depósito 2, pero en virtud de lo expuesto anteriormente, es posible aplicar la ecuación de Bernoulli entre el

depósito 1 y 2 ya que se le aplica a la cantidad de líquido que sale de 1 y llega a 2, y no a la totalidad que sale de 1.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \Sigma F_{\text{tramo 1}} + \Sigma F_{\text{tramo 2}} = 0 \quad (8.14)$$

De la misma forma, también es posible aplicar la ecuación entre los depósitos 1 y 3, pero nunca entre los depósitos 2 y 3, ya que no hay ninguna porción de fluido que circule entre ambos depósitos: Todo el líquido sale de 1, y llega tanto a 2 como a 3.

$$\frac{p_3 - p_1}{\rho} + g(z_3 - z_1) + \Sigma F_{\text{tramo 1}} + \Sigma F_{\text{tramo 3}} = 0 \quad (8.15).$$

En el caso más habitual de determinar los caudales que circulan por las conducciones, conociendo todos los datos característicos del sistema (diámetros, longitudes, cotas, accidentes, presiones en extremos), se unen a las dos ecuaciones anteriores la ecuación de continuidad en el nodo (cruce) y una ecuación de Colebrook White por cada tramo, resultando un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \frac{32f_1 Q_1^2 L_1}{\pi^2 D_1^5} + \frac{32f_2 Q_2^2 L_2}{\pi^2 D_2^5} &= 0 \\ \frac{p_3 - p_1}{\rho} + g(z_3 - z_1) + \frac{32f_1 Q_1^2 L_1}{\pi^2 D_1^5} + \frac{32f_3 Q_3^2 L_3}{\pi^2 D_3^5} &= 0 \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3 \\ \frac{1}{\sqrt{f_1}} + 4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D_1} + \frac{1.256}{\text{Re}_1 \sqrt{f_1}} \right] &= 0 \\ \frac{1}{\sqrt{f_2}} + 4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D_2} + \frac{1.256}{\text{Re}_2 \sqrt{f_2}} \right] &= 0 \\ \frac{1}{\sqrt{f_3}} + 4 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.7 D_3} + \frac{1.256}{\text{Re}_3 \sqrt{f_3}} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

En el caso de que en vez de los caudales sean incógnitas algunos caudales (no todos), algunos diámetros o K de válvulas, siempre deberá plantearse un sistema de ecuaciones no lineal que involucre balances de energía mecánica, balances de materia en nodos y ecuaciones de Colebrook, para el cálculo de los factores de fricción. El sistema deberá tener siempre el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, y por ello tendrá un único conjunto de soluciones que tenga sentido físico.

9. FLUJO DE FLUIDOS INCOMPRESIBLES NO NEWTONIANOS

El tratamiento visto hasta este momento es válido para fluidos newtonianos, en los que en condiciones isoterma la viscosidad de un fluido es constante. Los líquidos con estructura química sencilla y la totalidad de los gases tienen un comportamiento newtoniano,

presentando un comportamiento no newtoniano aquellos líquidos con una estructura química macromolecular, como por ejemplo, los polímeros. Para fluidos no newtonianos, normalmente, es válida la suposición de que la viscosidad aparente cumple la ley potencial en un intervalo determinado de esfuerzos cortantes:

$$\tau_{rz} = m \left(\frac{dV_x}{dr} \right)^n = \eta \left(\frac{dV_x}{dr} \right) \quad (9.1)$$

donde m es la *consistencia*, n el *orden* de flujo y η la viscosidad aparente, que en función de la ecuación 8.16 es dependiente del perfil de velocidades establecido por el esfuerzo cortante. En régimen de circulación laminar, el término de pérdidas de energía mecánica es:

$$\Sigma F = \left(\frac{3n+1}{n} \right)^n \frac{2mQ^n L}{\pi^n \rho R^{3n+1}} \quad (9.2)$$

ecuación equivalente a la de Hagen Poiseville de newtonianos. Dada la carencia de significado físico de la viscosidad en fluidos no newtonianos, carece de sentido también el número de Reynolds en su expresión más habitual. Sin embargo, mediante la definición del factor de fricción de Fanning, la ecuación 8.17 también es igual a la ecuación de Fanning (ec. 4.28), y dado que en régimen laminar $f = 16/Re$ en fluidos newtonianos, puede deducirse un módulo de Reynolds Re_{NN} para no newtonianos:

$$Re_{NN} = \frac{8R^n V^{2-n} \rho}{m} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n \quad (9.2)$$

de tal forma que puede utilizarse la ecuación de Fanning en fluidos no newtonianos, y el cálculo del factor de fricción en régimen laminar sería $f = 16/Re_{NN}$. Para el cálculo de factores de fricción en régimen turbulento, Yoo (1975) propone que pueden estimarse sin grandes errores mediante la gráfica de Moody, cambiando en abscisas Re por Re_{NN} y en ordenadas f por $f \cdot n^{-0.675}$.

10. FLUJO COMPRESIBLE

10.1 Consideraciones previas.

Cuando la pérdida de presión del fluido en el sistema es suficiente para determinar una variación de su densidad superior al 10%, el flujo deberá ser considerado como compresible, teniéndose muy en cuenta las variaciones de la densidad y de la velocidad del gas durante el mismo. El flujo compresible siempre hace referencia a flujo de GASES, por lo que cuando se aborde los sistemas de circulación de gases, siempre hay que considerar que la densidad, y por tanto la velocidad, varía a lo largo de la conducción.

Al aplicar la ecuación de conservación de energía total (4.4) a los flujos compresibles de gases resulta prácticamente despreciable el término de energía potencial, $g(z_2 - z_1)$, y deberán evaluarse adecuadamente, considerando la naturaleza del flujo, las entalpías y velocidades del

gas en las secciones extremas del sistema. Al aplicar a estos flujos las ecuaciones de conservación de las energías mecánica (4.19) e interna (4.20), no solamente habrá que tener en cuenta las circunstancias acabadas de indicar, sino que habrá que evaluar el término ΣF mediante la ecuación de Fanning (4.31), teniendo en cuenta la variación de la densidad en cada tramo, y el término $\int_{p_1}^{p_2} v dp$ según las condiciones del flujo. Esto es equivalente a plantear la ecuación de Bernoulli en forma diferencial (ec. 4.22):

$$\frac{VdV}{\alpha} + g dz + v dp + d(\Sigma F) = 0 \quad (4.22)$$

Considerando flujo turbulento a lo largo de toda la conducción (circunstancia habitual en el transporte de fluidos), despreciando la energía potencial por tratarse de gases, e introduciendo la ecuación de Fanning en las pérdidas, se obtiene:

$$VdV + v dp + \frac{2fV^2}{D} dL = 0 \quad (10.1)$$

Para determinar el flujo compresible por conducciones, hay que proceder a la integración de la ecuación anterior entre los puntos entre los que se establece el balance. Habitualmente, para flujos a presiones moderadas (hasta unas 5 atmósferas) suele aceptarse para los cálculos el comportamiento de gas ideal. Otras veces se puede aplicar la expresión de los gases reales con un factor de compresibilidad Z , distinto de la unidad pero casi constante en el intervalo de trabajo donde se establece el balance.

La ley de los gases reales se puede escribir como

$$pv = \frac{Z}{M} RT \quad (10.2)$$

donde el factor de compresibilidad Z es función de la presión reducida (presión /presión crítica) y temperatura reducida (temperatura/temperatura crítica), y se obtiene a partir de una ecuación de estado válida.

Asimismo, para poder integrar la ecuación 10.1 hace falta evaluar la velocidad, que varía con la distancia. Una forma de subsanar este problema es valorar la cantidad de masa que circula por unidad de tiempo y sección, mediante la densidad de flujo másica o *gasto másico* G ($\text{kg}/(\text{s m}^2)$), que será constante en régimen estacionario si la conducción es de sección constante. Fácilmente se deduce que

$$G(\text{kg}/(\text{s m}^2)) = \frac{m(\text{kg}/\text{s})}{S(\text{m}^2)} = \frac{\rho(\text{kg}/\text{m}^3)Q(\text{m}^3/\text{s})}{S(\text{m}^2)} = \rho(\text{kg}/\text{m}^3)V(\text{m}/\text{s}) = \frac{V(\text{m}/\text{s})}{v(\text{m}^3/\text{kg})} \quad (10.3)$$

El gasto másico G será constante ya que tanto m como S también son constantes. Sin embargo, G según la ecuación 10.3, también es igual al producto $\rho \cdot V$, y en este caso, ni la densidad ni la velocidad permanecen constantes, pero sí su producto. El número de Reynolds se puede calcular como

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{G D}{\mu} \quad (10.4)$$

siendo D el diámetro de la conducción.

Si la variación de la viscosidad no es muy grande, el número de Re permanece prácticamente constante, aunque varíe la velocidad, y el factor de fricción f es, por tanto, casi constante.

Puesto que en cada tramo recto, tanto la densidad como la velocidad del gas varían con la longitud, se aplicará a los mismos la ecuación de Bernoulli en su forma diferencial (10.1) para referirla a una longitud dL del tramo recto. Reordenando términos, se llega a:

$$-dp = \frac{1}{v} \left(V dV + 2fV^2 \frac{dL}{D} \right) \quad (10.5)$$

y expresando la velocidad media de esta ecuación en función del gasto másico, de acuerdo con la ecuación (10.3):

$$V = v G; \quad dV = G dv \quad (10.6)$$

se tendrá:

$$-\frac{dp}{v} = G^2 \frac{dv}{v} + 2fG^2 \frac{dL}{D} \quad (10.7)$$

Integrando esta ecuación diferencial para abarcar todo el tramo recto, suponiendo que para el mismo puedan considerarse valores medios del factor de rozamiento se obtiene:

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{v} = \frac{G^2}{\bar{\alpha}} \ln \frac{v_2}{v_1} + 2f\bar{G}^2 \frac{L}{D} \quad (10.8)$$

Cabe decir que la ecuación expresada de la forma 10.8 **ha dejado de ser**, desde el punto de vista dimensional, un balance de energía mecánica expresado en unidades de energía por unidad de masa, para convertirse en una ecuación que deriva de esta. Así, el último sumando del segundo término ya no son las pérdidas de energía mecánica, sino un término derivado de éste.

Antes de proceder a la integración de la ecuación 10.8 con la ecuación de los gases reales (10.2), se introducirá el concepto de velocidad de una onda sonora.

10.2 Velocidad de una onda sonora. Número Mach

Supongamos que tenemos una conducción en la que se encuentra un *gas estacionario* (considérese ideal), es decir, que no circula y está quieto. Este gas estacionario está en unas condiciones de presión p y temperatura T conocidas, con lo que su volumen específico v (o su densidad ρ, que es el inverso) puede determinarse con la ecuación de los gases ideales. Consideremos que por una vibración en la conducción se produce una perturbación, la cual se mueve en el seno de este *gas estacionario* a lo largo de la conducción con una velocidad c, tal

como muestra la figura 10.1. Considérese un volumen de control móvil, tal como muestra la figura 10.1, cuya entrada es justo antes de la perturbación, y la salida es justo después de la perturbación. De esta forma, se van a aplicar los balances de materia y cantidad de movimiento a este volumen de control *dinámico* que viaja con la perturbación, cuyos límites serán justo el frente que precede a la perturbación y el que viaja detrás de la misma:

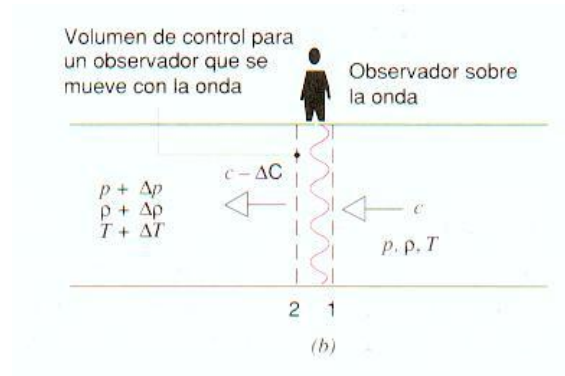


Figura 10.1. Onda sonora

Según se observa en la figura, las condiciones del gas a la entrada (1) es de presión p , densidad ρ y velocidad c , mientras que a la salida las condiciones son $p + dp$, $\rho + d\rho$ y $c + dV$. Así, la ecuación de continuidad se puede escribir como:

Entrada en 1 = Salida en 2

$$\rho c A = (\rho + d\rho)(c + dV)A \quad (10.9)$$

siendo A el área transversal, que se considerará constante. De la ecuación (10.9) se deduce que

$$\rho dV + c d\rho = 0 \quad (10.10)$$

Aplicando un balance de cantidad de movimiento

$$pA - (p + dp)A = \rho c(c + dV - c)A \quad (10.11)$$

o sea

$$dp = -\rho c dV \quad (10.12)$$

De las ecuaciones (10.10) y (10.12) se deduce que

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (10.13)$$

Por tanto la perturbación se moverá a una velocidad c (velocidad del sonido), que se calcula como

$$c = \left[\frac{dp}{d\rho} \right]^{1/2} \quad (10.14)$$

Normalmente, como el proceso de propagación es muy rápido también se puede considerar adiabático, por no poder haber intercambio de calor. Además, los cambios de presión y temperatura que lleva la onda sonora son muy pequeños (por tanto, coeficiente adiabático γ , constante), por lo que el proceso es reversible. Un proceso adiabático y reversible es isoentrópico. Por tanto se cumple:

$$p v^\gamma = p \rho^{-\gamma} = \text{cte}; p = \frac{\text{cte}}{\rho^{-\gamma}} = \text{cte} \cdot \rho^\gamma; \frac{dp}{d\rho} = \text{cte} \cdot \gamma \cdot \rho^{\gamma-1} = p \rho^{-\gamma} \gamma \cdot \rho^{\gamma-1} = \gamma p \rho^{-1} = \gamma p v \quad (10.15)$$

Introduciendo la ecuación de los gases ideales, se deduce que la velocidad del sonido es:

$$c = \left[\frac{\gamma R T}{M} \right]^{1/2} \quad (\text{adiabático, gas ideal}) \quad (10.16)$$

En la suposición de que la perturbación se propague de forma isoterma, fácilmente se deduce que la velocidad del sonido viene dada por la ecuación anterior sin el γ , ya que en este caso $p v = \text{cte}$. Así mismo, si en la deducción anterior se hubiera realizado para gases reales (ecuación 10.2), la expresión 10.16 incluiría el factor de compresibilidad Z en el numerador (para gas ideal, $Z=1$):

$$c = \left[\frac{Z \gamma R T}{M} \right]^{0.5} \quad (\text{adiabático, gas real}) \quad (10.17)$$

$$c = \left[\frac{Z R T}{M} \right]^{0.5} \quad (\text{isoterma, gas real}) \quad (10.18)$$

Posteriormente se verá que en conducciones de sección *constante* los gases no pueden transportarse a velocidades superiores a la del sonido, c . Con objeto de comparar la velocidad de circulación de un gas con la del sonido, se define el número Mach, como la relación de la velocidad del gas con respecto a la del sonido en unas condiciones de presión y temperatura dadas ($M=V/c$), de forma que $M \leq 1$ si la conducción es de sección constante, denominándose *subsónico* si $M < 1$ y *sónico* si $M = 1$. Es posible la existencia de velocidades *supersónicas* ($M > 1$) cuando la conducción es de sección variable.

10.3 Flujo de gas isoterma con comportamiento ideal o con Z constante.

Para llevar a cabo la integración analítica del primer miembro de la ecuación (10.8), además de utilizar la ecuación de gases (10.2), se supondrá una temperatura media aritmética constante para todo el tramo recto. Tal hipótesis conlleva a que el producto de la presión y el volumen específico es una constante a lo largo de toda la conducción ($p \cdot v = \text{cte}$). Así pues:

$$\int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{v} = \frac{M}{Z R T} \int_{p_2}^{p_1} p dp = \frac{M}{Z R T} \frac{p_1^2 - p_2^2}{2} \quad (10.19)$$

De las ecuaciones (10.8) y (10.19) se deduce:

$$\frac{M}{2ZRT}(p_1^2 - p_2^2) = G^2 \left(\ln \frac{p_1}{p_2} \right) + 2fG^2 \frac{L}{D} \quad (10.20)$$

ecuación general aplicable a cualquier tipo de flujo isoterma, siempre que el comportamiento del fluido pueda suponerse ideal ($Z = 1$) o con Z prácticamente constante a lo largo de toda la conducción considerada, y el flujo sea en todo momento en régimen turbulento.

Ha de tenerse en cuenta que, la ecuación 10.20 resulta de integrar la ecuación diferencial del balance de energía mecánica a la circulación isoterma de gases por una conducción cilíndrica de diámetro constante, por lo cual sólo es aplicable a esta situación. En el caso de una conducción con tramos de distinto diámetro, G no sería el mismo en todos los tramos (aunque si estaría relacionado por el balance de materia). Respecto a las pérdidas locales en accidentes, en el caso de estas ecuaciones, únicamente es posible tenerlas en cuenta considerando la longitud equivalente de los mismos. Así mismo, se recalca que esta ecuación no es dimensionalmente equivalente a la ecuación de Bernoulli para líquidos, y por tanto, el segundo sumando del segundo término de la ecuación general 10.20 es un término que no son las pérdidas de energía mecánica, pero sí un término derivado de aquellas.

–Flujo Máximo en condiciones isothermas. Razón de presiones crítica.

En un tramo recto de sección constante, por el que circula un gas en condiciones isothermas, para cada presión en el extremo inicial p_1 , el caudal del gas es nulo (y por tanto G también) en dos casos:

- i) para una presión en el extremo final coincidente con ella, $p_1 = p_2$ (ecuación 10.20),
- ii) para una presión final nula ($p_2 = 0$),

si bien esta segunda solución solo tiene interés desde el punto de vista matemático. Por consiguiente, si $G = 0$ tanto cuando la presión en el extremo final $p_2 = p_1$, como cuando p_2 es nula en el extremo, al ser G una función continua y tener valores no nulos ($G > 0$) cuando p_2 tenga valores intermedios entre 0 y p_1 ($0 < p_2 < p_1$), existirá una cierta presión crítica, p_c , comprendida entre 0 y p_1 en la que el caudal másico sea máximo (G_c). Además, al ser un máximo, deberá cumplirse la condición $dG/dp_2 = 0$. Por consiguiente, diferenciando respecto a p_2 la ecuación (10.20), teniendo en cuenta la condición indicada, se llega a:

$$-\frac{M}{ZRT} p_2 = -G^2 \frac{p_2}{p_1} \frac{p_1}{p_2^2} + \left(\ln \frac{p_1}{p_2} + 2f \frac{L}{D} \right) 2G \frac{dG}{dp_2} \quad \therefore \quad G_c^2 = \frac{M}{ZRT} p_c^2 \quad (10.21)$$

Cuando se alcanza este caudal másico máximo G_c , la velocidad en el punto 2 es:

$$\frac{V_c^2}{v_c^2} = \frac{M}{ZRT} p_c^2 \quad \therefore \quad V_c = \sqrt{v_c p_c} = \sqrt{\frac{ZRT}{M}} \quad (10.22)$$

que corresponde con la velocidad de propagación de una onda sonora en un gas en condiciones isotermas, tal y como se vio anteriormente (ec. 10.18). Por tanto, existe un caudal másico máximo tal que haga que la velocidad del gas en el extremo de la conducción sea la velocidad del sonido. El valor de p_c que corresponde a la razón de presiones crítica, se encuentra sustituyendo el valor de G_c , acabado de deducir, en la ecuación (10.20):

$$p_1^2 - p_c^2 = 2p_c^2 \ln \frac{p_1}{p_c} + 4p_c^2 f \frac{L}{D} \quad (10.23)$$

Esta ecuación proporciona, a partir de la presión en el punto inicial y de las características del sistema (longitud, diámetro), la presión en el extremo final que se obtendría cuando circule el caudal de gas máximo posible bajo condiciones isotermas. El valor del factor de fricción debe obtenerse a partir de la gráfica de Moody o la ecuación de Colebrook-White cuando el módulo de Reynolds tienda a infinito (máxima turbulencia). Una vez determinada esta presión, el gasto másico máximo posible puede determinarse mediante la ecuación 10.21 ó 10.20.

Conocer esta situación es importante. Cuando se produce una rotura en una conducción, si la presión crítica es mayor que la atmosférica, se producirá la fuga del mayor flujo másico posible. Por el contrario, si la presión crítica es inferior a la atmosférica, fugará la cantidad másica que corresponda según la ecuación 10.20, siendo $p_2 = 1 \text{ atm}$ y L la distancia de tubería desde el comienzo al punto de rotura.

Por último, indicar que todas las ecuaciones para flujo isoterma serán válidas para conducciones no cilíndricas, sustituyendo D por el D_{eq} de la misma, siempre que el flujo sea **claramente turbulento**.

10.4 Flujo de gas adiabático con comportamiento ideal o con Z constante.

Primeramente conviene poner de manifiesto que en este tipo de flujo, cuando tanto la velocidad media inicial V_1 como la razón de presiones extremas p_1/p_2 en el tramo recto que se considera son moderadas, el flujo gaseoso es también prácticamente isoterma. No obstante, suponiendo que el flujo cumple también la ecuación de las isoentrópicas ($p \cdot v^\gamma = \text{cte}$), la expresión del primer miembro de la ecuación (10.8) será:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{v} = \frac{1}{p_1^{1/\gamma} v_1} \int_{p_1}^{p_2} p^{1/\gamma} dp = \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{p_1^{1/\gamma} v_1} \left[p_1^{\gamma+1/\gamma} - p_2^{\gamma+1/\gamma} \right] = \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{p_1}{v_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] \quad (10.24)$$

Téngase en cuenta que la relación $p v^\gamma = \text{constante}$, únicamente es válida en procesos adiabáticamente reversibles, y por tanto, isoentrópicos. Además, la expresión anterior considera que $\gamma = c_p/c_v$, se mantiene constante en el proceso isoentrópico, lo cual no siempre es así. Cuando la expansión es sólo adiabática, como sucede en los casos reales, la ecuación anterior es únicamente aproximada.

Por consiguiente, de las ecuaciones (10.24) y (10.8) se deduce:

$$\frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{p_1}{v_1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] = G^2 \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} + 2\bar{f} G^2 \frac{L}{D} \quad (10.25)$$

-Flujo Máximo en condiciones adiabáticas. Razón de presiones crítica.

Como ya se vio en el caso del flujo isoterma, también ahora en el tramo recto se considera que habrá una razón crítica, $r_c = p_1/p_c$, con un valor de p_c comprendido entre p_1 y 0, para la que el gasto másico del flujo será máximo, G_c , cumpliéndose la condición $dG/dp_2=0$. Por consiguiente, diferenciando respecto a p_2 la ecuación (10.25), teniendo en cuenta tal condición se llega a:

$$G_c^2 = \gamma \frac{p_c}{v_c} \quad \therefore \quad V_c = \sqrt{\gamma p_c v_c} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (10.26)$$

siendo V_c la velocidad del sonido, tal como se vio en la ecuación 10.16.

El valor de p_c que corresponde a la razón crítica se encuentra sustituyendo el valor de

G_c^2 (10.26) en la ecuación (10.25):

$$\left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} = 1 + (\gamma+1) \left[\ln \left(\frac{p_1}{p_c} \right)^{1/\gamma} + 2\bar{f} \frac{L}{D} \right] \quad (10.27)$$

De las ecuaciones (10.26) y (10.27) se deduce que la velocidad media máxima V_c que corresponde a la razón crítica de presiones $r_c = p_1/p_c$, en un flujo de gas con comportamiento ideal y adiabático, coincide con la velocidad de propagación de una onda de presión para una presión $p=p_c$, a su vez igual a la velocidad de propagación del sonido en el seno del gas.

En tramos rectos cuya longitud supere los 1000 diámetros de tubo, para la misma diferencia de presiones (p_1-p_2), la diferencia entre los caudales másicos de flujos gaseosos según que las condiciones sean adiabáticas o isotermas nunca llega al 5 por 100. En cualquier caso, tal diferencia es siempre inferior al 20 por 100. Además en este tipo de transporte de gases las conducciones no están aisladas del exterior, con lo que se favorece más todavía su semejanza al flujo isoterma. Por ello, debe tenerse en cuenta que en los sistemas de flujo gaseoso, el caudal, más que por las condiciones en el propio sistema, puede quedar limitado porque se alcance la velocidad del sonido en alguna válvula o accidente, por lo que deberán seleccionarse cuidadosamente los accesorios de los sistemas del flujo para gases a elevadas velocidades.

Consideraciones meramente termodinámicas ponen de manifiesto que en condiciones adiabáticas de flujo por tubos de sección constante un gas no puede rebasar la velocidad del sonido, pues alcanza su máxima entropía al llegar a ella.

10.5 Flujo compresible en boquillas convergentes-divergentes

Estas boquillas se utilizan principalmente para la producción de chorros gaseosos de elevada velocidad destinados a la generación de potencia en las turbinas y al bombeo de fluidos. En este caso, el gas no circula por una conducción cilíndrica de sección constante, sino por una conducción troncocónica convergente y a continuación por otra troncocónica divergente, unidas ambas por una garganta (figura 10.2). En este caso, la conducción tiene una sección variable, por lo que no puede aplicarse la ecuación 10.7, la ecuación derivada del balance de energía mecánica en forma diferencial, ya que G no es constante y D tampoco, por lo que la ecuación de Fanning no puede aplicarse.

Supóngase que circula un gas por una conducción circular de sección variable (convergente o divergente), en régimen estacionario, y se toma un elemento infinitesimal de espesor dl (figura 10.3). Así mismo, se ha considerado que no hay pérdidas de energía mecánica, y que el fluido circula isoentrópicamente (adiabáticamente reversible). El gas entra al elemento de sección A con velocidad V , densidad ρ y presión p , mientras que sale tras recorrer el elemento diferencial con sección $A+dA$, velocidad $V+dV$, presión $p+dp$ y densidad $\rho + d\rho$. Al aplicar la ecuación de continuidad:

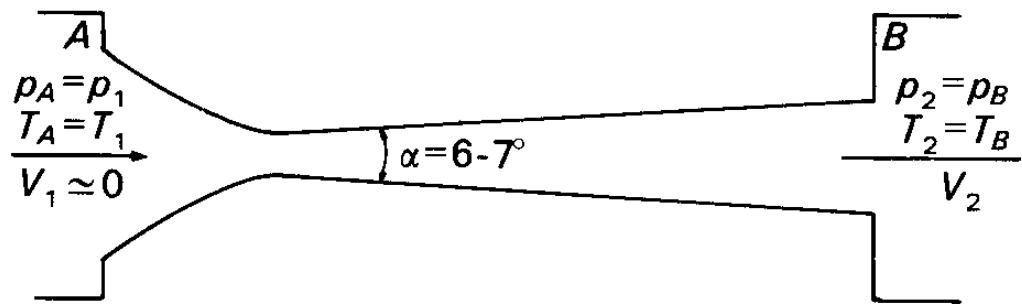


Figura 10.2.: Boquilla convergente-divergente.

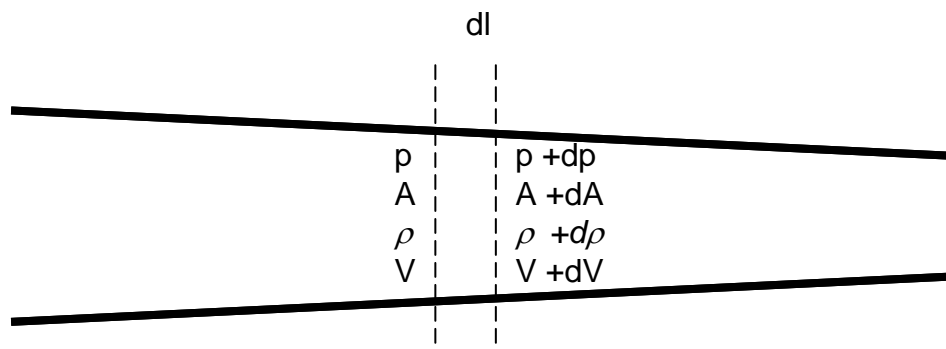


Figura 10.3. Variación de las propiedades en una conducción convergente.

$$\rho VA = (\rho + d\rho)(V + dV)(A + dA) \quad \therefore \quad \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (10.28)$$

Si se aplica un balance de energía mecánica a este elemento diferencial, en flujo adiabáticamente reversible (ec. 4.22, con flujo turbulento, pérdidas nulas) y un balance de energía total (ec. 4.21):

$$VdV + vdp = VdV + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \text{balance energía mecánica} \quad (10.29)$$

$$VdV + dh = 0 \quad \text{balance energía total} \quad (10.30)$$

recordando la expresión de la velocidad del sonido (ec. 10.13) y la definición de número Mach ($M = V/c$), combinando las ecuaciones 10.28 y 10.29 se obtiene:

$$VdV + c^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \therefore \quad -\frac{V}{c^2} dV + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (10.31)$$

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dA}{A}$$

que es la ecuación que gobierna el tipo de flujo existente en una conducción convergente o divergente. Así, si la conducción es convergente ($dA < 0$) y la velocidad aumenta ($dV > 0$), el flujo será necesariamente subsónico ($M < 1$). Por el contrario, en una conducción divergente ($dA > 0$), el flujo será subsónico si la velocidad disminuye, mientras que si la conducción es divergente ($dA > 0$) y la velocidad aumenta ($dV > 0$), el flujo será necesariamente *supersónico*. Este hecho es particularmente interesante, ya que en conducciones divergentes puede existir flujo supersónico, siempre y cuando la velocidad aumente, circunstancia imposible en flujo subsónico, cuya velocidad debe disminuir a medida que la sección aumenta. Así mismo, la ecuación 10.31 también permite el flujo supersónico en conducciones convergentes siempre y cuando la velocidad disminuya. Sin embargo este último caso tiene menos interés, ya que cuando comienza el flujo por una conducción, este ha de ser necesariamente subsónico.

En la Figura 10.2 de modo general, se esquematiza una de estas boquillas convergente divergente: de un gran depósito de gas A arranca una corta conducción convergente redondeada a su extremo, por el que se une a una conducción divergente, mediante otra cilíndrica horizontal de escasa longitud o garganta, desembocando el sector divergente en el depósito receptor B. El constructor que fija la relación entre la sección transversal S y la distancia al depósito A, suele diseñar la boquilla de modo que sus paredes coincidan con líneas de flujo de la vena fluida, a fin de aminorar al máximo el rozamiento en las mismas y evitar la separación de la capa límite. Para ello, así como el sector convergente puede hacerlo con cualquier ángulo y ser muy corto e incluso no existir puesto que en él no hay riesgo alguno de la separación indicada, el ángulo del sector divergente suele ser pequeño de 6 a 7° y su longitud suficiente para evitar dicha separación.

Se supondrá que la entrada de la boquilla es de sección transversal muy superior a la que corresponde a la garganta, por lo que prácticamente puede considerarse nula la velocidad V_1 así como que la temperatura y presión del gas en la misma coinciden con las que existen en el depósito: $T_1 = T_A$; $p_1 = p_A$. Análogamente, coincidirán las temperaturas y presiones de la salida de la boquilla y del depósito receptor: $T_2 = T_B$; $p_2 = p_B$.

Como en el caso del tubo cilíndrico, en el sector convergente de la boquilla el flujo será siempre subsónico, aumentando la velocidad a medida que disminuye el diámetro (ec. 10.31), alcanzando la velocidad del sonido en la garganta si circula el caudal máximo. En el sector divergente el flujo puede ser subsónico o supersónico, circunstancia esta última imposible en un tubo cilíndrico, según se ha visto. Si el flujo es supersónico tras la garganta, la velocidad habrá de seguir aumentando según la ec. 10.31, por lo que la presión continuará disminuyendo tras la garganta, mientras que si es subsónico, la velocidad disminuye a medida que progresa en el cono divergente, por lo que la presión aumenta.

Representando por p la presión en la boquilla a lo largo de su longitud L , donde $L = 0$ en el depósito A, en la Figura 10.4 se presentan las curvas p/p_1 frente a L para una cierta presión p_A del gas en el depósito A y presiones decrecientes p_B en el depósito receptor B.

Para $p_A = p_B \therefore p_1 = p_2$. La horizontal ab' representa la ausencia de flujo. La curva agb corresponde al flujo subsónico, que se produce para diferencias $p_A - p_B$ moderadas: tras alcanzarse la mínima presión y máxima velocidad en la garganta, el tramo de curva gb del sector divergente muestra la recuperación de energía de presión a costa de la energía cinética, siendo en el mismo la presión superior a la de la garganta.

Al disminuir progresivamente la presión p_B , se alcanza un límite representado por la curva $ag_c b_c$, para el que la razón entre la presión p_g en la garganta y en la presión p_1 , se hace crítica ($r_c = p_{gc}/p_1$), es decir, que para ella el gas alcanza la velocidad del sonido en dicha garganta ($M=1$), mientras que en todos los puntos anteriores y posteriores las velocidades siguen siendo subsónicas. Se comprende que ulteriores reducciones de la presión p_B ya no puedan determinar aumento del caudal másico del gas, que equivale a alcanzar la velocidad del sonido en la garganta, pues la del sonido alcanzada coincide con la de propagación de ondas de presión en conductos cilíndricos constantes o convergentes. Sin embargo, dependiendo de la presión en el tanque de recepción, la velocidad podrá ser subsónica o supersónica en el cono divergente. Si $p_B = b_c$ (ver figura 10.4) el flujo será subsónico. También en este caso, la presión en cualquier punto del sector divergente es superior a la presión en la garganta.

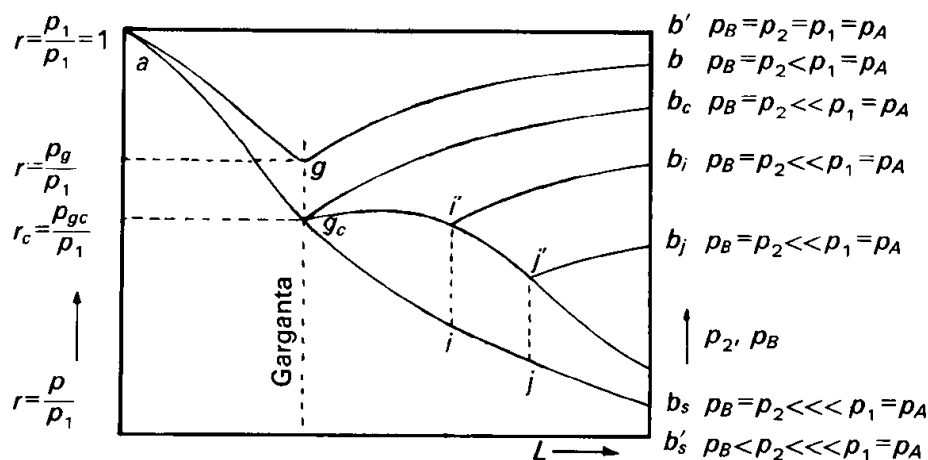


Figura 10.4.: Variación de la razón de presiones p/p_1 a lo largo de la boquilla.

Si la presión en el depósito receptor p_B fuera muy baja (inferior o igual a p_{B_s} , llegándose a la curva $ag_c b_s$), tras la garganta, en el sector divergente la velocidad se hará supersónica ($M > 1$), por lo que la velocidad va continuamente aumentando a medida que progresa el gas por el cono divergente (ec. 10.31), y por tanto, disminuyendo la presión, que está representada por el tramo $g_c b_s$, de la curva indicada. La curva $ag_c b_s$, es *única y característica* para cada gas en el caso ideal, y dependiente también de la boquilla cuando se consideran pérdidas de energía mecánica, aunque en escasa medida.

Para presiones del depósito receptor B comprendidas entre las de los puntos b_c y b_s , tales como las que corresponderían a los puntos b_i y b_j , el flujo en el sector divergente de la boquilla es supersónico en su primer tramo representado, por las curvas $g_c i$ y $g_c j$, respectivamente, y subsónico en su tramo último representado por las curvas $i' b_i$ y $j' b_j$, respectivamente. En los puntos i, j , se desarrollarían unos bruscos cambios de presión muy intensos que se denominan *ondas de choque*, siempre irreversibles, es decir, acompañadas de gran aumento de entropía, en las que se produce una transición irreversible de flujo supersónico (donde la velocidad va aumentando) a flujo subsónico (donde la velocidad va disminuyendo). Las ondas de choque generan vibraciones, ruidos y silbidos muy intensos

De reducirse aún más la presión p_B del depósito receptor, por ejemplo hasta la que correspondiese al punto b_s' , por debajo del b_s en la ordenada de la derecha de la Figura 10.4, el flujo en el cono divergente será supersónico en todo momento (sin onda de choque), siguiendo la curva característica, $ag_c b_s$; en el depósito receptor B se desarrollaría un brusco fenómeno ondulatorio de la onda de choque debido a la descompresión desde $p_B = p_2$, a su entrada hasta la presión $p_B \ll p_2$ correspondiente al punto b_s' .

Las consideraciones precedentes son válidas para el flujo de cualquier gas, siendo lógicamente más fácil llegar a relaciones cuantitativas si el comportamiento del mismo fuera ideal. Por otra parte, en boquillas bien diseñadas, las expansiones gaseosas pueden considerarse reversibles (con rozamiento pequeño) y adiabáticas, pues debido a los elevados caudales de los gases es, prácticamente, despreciable el intercambio calorífico con los alrededores y dichas expansiones son adiabáticas a todos los efectos.

La figura 10.4 puede reproducirse fácilmente aplicando las consideraciones de gas ideal frío ($\gamma = \text{cte}$) a los balances integrados de energía mecánica (10.29) y energía total (10.30) a lo largo de la longitud de la boquilla. El punto en el cual tiene lugar la onda de choque depende únicamente de la relación entre las presiones en A y B.

11. FLUJO EN CANALES O EN LÁMINA LIBRE

Ese tipo de circulación sólo es válida para líquidos, cuando la conducción está abierta en la parte superior (un canal), por tanto abiertos a la atmósfera, o cuando el líquido cuando circula no ocupa toda la sección de una conducción. De esta forma, la presión en la parte superior del líquido es constante en todos los puntos a lo largo de la longitud del canal, y por tanto, el fluido va a circular únicamente por la acción de la gravedad. En el flujo en lámina libre, la

sección nunca puede ser cilíndrica, ya que la parte del líquido que no roza con ninguna pared de la conducción es siempre paralela a la superficie del terreno. Por tanto, habrá que hacer uso del diámetro equivalente, que como se recuerda es la relación entre 4 veces la sección de paso del fluido y el perímetro. En el caso de circulación en canales, hay que considerar como perímetro el que contacta con el fluido, denominado perímetro mojado. Por ello, en el caso de lámina libre, el Diámetro equivalente resulta:

$$D_{eq} = \frac{4 \cdot \text{Sección de corte de flujo}}{\text{perímetro mojado}} \quad (11.1)$$

Supóngase que se tiene una conducción cuadrada de lado w . Si el líquido circulara por una conducción cuadrada a presión, es decir, con 4 lados, su diámetro equivalente sería distinto de si la conducción no tuviera la parte superior:

$$\begin{aligned} D_{eq, \text{presión}} &= \frac{4w^2}{4w} = w \\ D_{eq, \text{lámin libre}} &= \frac{4w^2}{3w} = \frac{4}{3}w \end{aligned} \quad (11.2)$$

En régimen turbulento, un balance en un canal de pendiente uniforme entre dos puntos A y B a cotas z_A y z_B separados por una distancia L :

$$(z_B - z_A)g + \Sigma F = 0 \quad (11.3)$$

En esa ecuación, puede introducirse la ecuación de Fanning, teniendo en cuenta el diámetro equivalente.

$$(z_B - z_A)g + 2fV^2 \frac{L}{D_{eq}} = 0 \quad (11.4)$$

Es frecuente para el cálculo de diseño de canales la utilización de desniveles, indicativo de la pérdida de altura en un canal dividido por la distancia del canal:

$$\text{Desnivel} = \frac{z_A - z_B}{L} \quad (11.5)$$

Así mismo, es muy frecuente la utilización de la ecuación de Manning para las pérdidas de energía mecánica en sistemas de diseño de canales, en vez de la de Fanning. Esta ecuación se mostró en la ecuación 4.35, aunque válida únicamente para tuberías cilíndricas. La ecuación de Manning para cualquier geometría viene dada por la expresión:

$$\Sigma F = n^2 g V^2 \frac{L}{R_H^{4/3}} \quad (11.6)$$

El coeficiente n de rugosidad puede tomar diferentes valores que pueden oscilar alrededor del valor medio siguiente, y dependiendo la oscilación si el conducto está cerrado parcialmente lleno o abierto revestido o en acueductos: para acero 0.012, para fundición

0.014, para vidrio 0.010, para cemento 0.011, para mortero y hormigón 0.013, canales excavados 0.022-0.04, etc .

12. FLUJO BIFÁSICO LÍQUIDO-GAS

En las secciones anteriores del presente tema, se ha analizado la circulación, a través de sistemas simples y complejos, de fluidos homogéneos, es decir, circulación de una sola fase líquida o circulación de gases. De hecho, se ha visto que el tratamiento dado a ambos tipos de fluidos es diferente debido tanto a la compresibilidad de los gases como a su inferior densidad. Sin embargo, existen muchas situaciones y procesos donde deben circular simultáneamente un líquido y un gas por el interior de una conducción, siendo algunas de estas situaciones tan importantes como los generadores de vapor y condensadores de las centrales térmicas como, en una escala muy inferior, el evaporador y condensador de un equipo de refrigeración. En este apartado se abordará el análisis del flujo bifásico líquido gas. Antes de describir con detalle el flujo bifásico, se van a enumerar aquellos aspectos más relevantes de los mismos.

- a) En el flujo bifásico, se produce una separación de las fases en la sección de la conducción, de forma que cada una de ellas puede circular a una velocidad diferente.
- b) En función de la relación de flujo másico o volumétrico de las fases, se establece un tipo de comportamiento o patrón de circulación, en la que una de las fases será mayoritaria, o bien, hay distintos tipos de situaciones.
- c) En función de esta relación de caudales, se establecerá una relación de la sección total ocupada por el líquido (denominada holdup). Si bien el caudal másico de cada fase no variará a lo largo de la conducción (siempre que no haya intercambio de calor), no sucederá lo mismo con el caudal volumétrico, la cual puede incrementarse para el gas a lo largo de la circulación, debido a que al haber una pérdida de presión, la fase gas disminuye su densidad, por lo que incrementará su volumen específico y su velocidad.
- d) Debido a la gran diferencia de densidades, hay influencia de la inclinación de la conducción en los distintos tipos de patrones de flujo. En tuberías horizontales, la fase gas tiende a ir por encima del líquido, mientras que en conducciones verticales el gas tiende a ir por el centro.
- e) Es prácticamente imposible hacer un análisis del perfil de velocidades que lleva cada una de las fases en su seno, así como es muy difícil obtener ningún dato real. El análisis del flujo bifásico se realiza por tanto mediante técnicas empíricas, esto es, a través de correlaciones obtenidas directamente en la experiencia.

12.1 Patrones de flujo bifásico

Conducciones horizontales. En primer lugar, se expone los distintos tipos de patrón de circulación de flujo en conducción horizontal así como el mapa de los regímenes. La figura 12.1 y la Tabla 12.1 muestra los patrones de circulación.

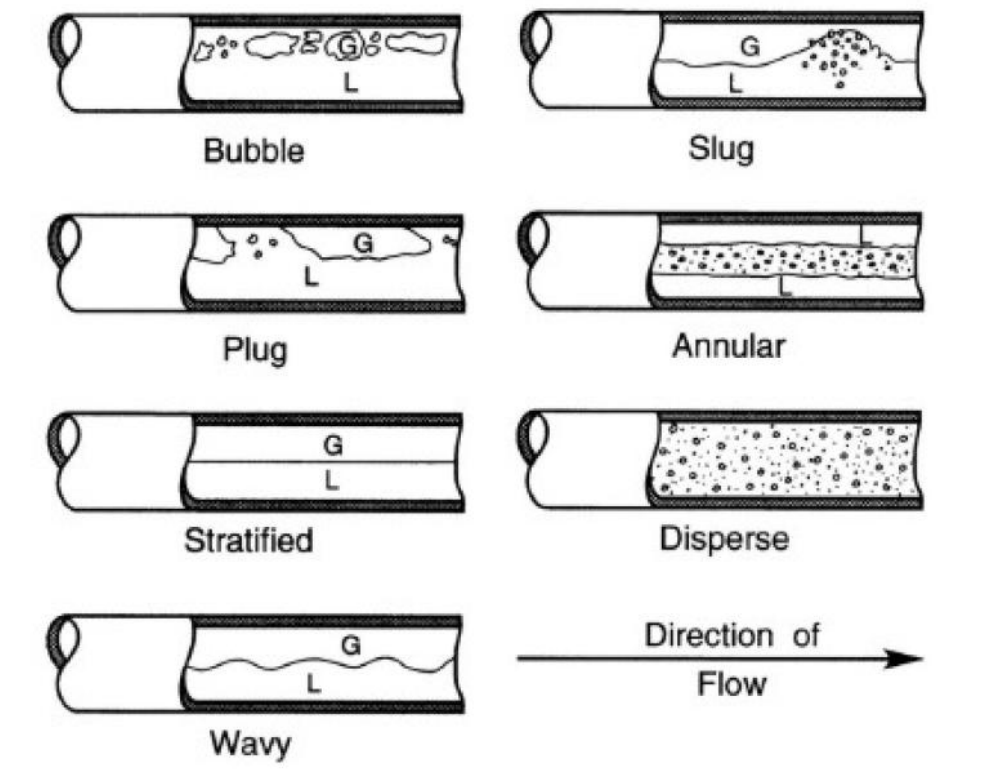


Figura 12.1. Patrones de circulación en conducciones horizontales.

Cuando el flujo de líquido es mayoritario, y su relación con el flujo de gas es alta, se tiene flujo continuo de líquido con burbujas de gas (*bubble*). A medida que aumenta el flujo de gas, va apareciendo en flujo a pistonazos (*plug*) hasta que llega el flujo separado (*stratified*). En ese caso, hay una separación de flujos, hay dos fases continuas y cada una fluye a su velocidad, produciéndose a veces un flujo ondulado (*wavy*) si las velocidades son altas, pudiendo formarse *slugs*. Al seguir aumentando la proporción de flujo de gas respecto al líquido, se formará flujo anular, siendo finalmente flujo disperso cuando se transporta una fase continua de gas que tiene gotas suspendidas en su seno. La tabla 12.1 muestra los rangos de velocidades de estos flujos.

Tabla 12.1

Régimen	Descripción	Velocidad (m/s)	
		Liq.	Gas
Bubble	Burbujas de gas dispersas en el seno de un líquido continuo	1.5-5	0.3-3
Plug	Pistonazos de gas, coalescidos, en el seno de un líquido continuo	0.6	> 1
Stratified/Wavy	Flujo dividido totalmente	< 0.2	0.6-5
Slug	Formación de slugs en el flujo dividido	< 0.2	1-5
Anular	Película de líquido en las paredes y gas con gotas en el centro		> 6

A continuación se presenta un mapa de flujo de régimen en función de las velocidades superficiales, realizado por Chhabra y Richardson (1983). En la figura 12.2, la velocidad superficial hace referencia a la velocidad con que circularía el fluido circulara un caudal volumétrico idéntico por toda la sección, como si circulara sólo por la misma.

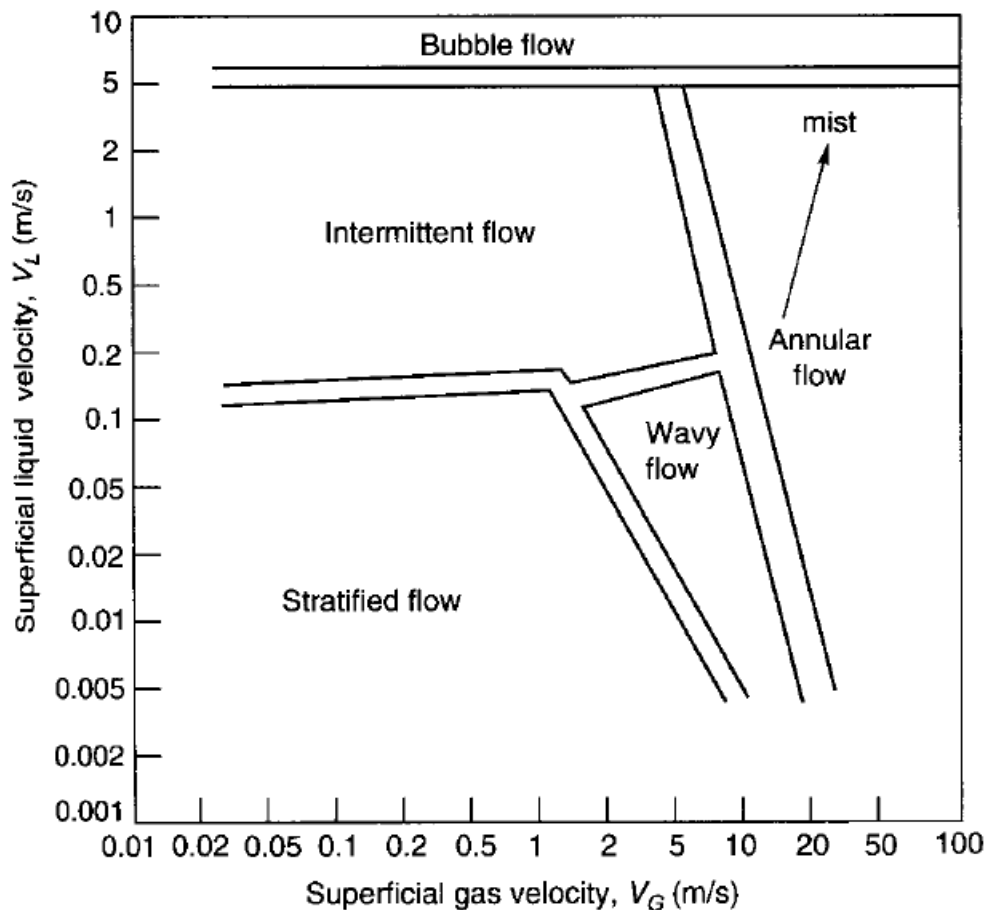


Figura 12.2. Mapa de regímenes de circulación de flujo bifásico horizontal.

Conducciones verticales. En las conducciones verticales, la influencia de la gravedad es la misma para los distintos elementos de una sección transversal de la conducción, por lo que los regímenes son simétricos respecto del centro de la conducción. Normalmente el flujo es mucho más estable. La figura 12.3 muestra los diferentes tipos de régimen, donde han desaparecido los tipos *stratified-wavy* y *plug*. En el flujo vertical, se tiene flujo bubble si la relación de flujo de líquido es mayoritaria, y anular si es minoritaria. Para flujos intermedios, se encuentran los flujos slug y *churn* (casi anular). El mapa de regímenes es muy parecido al de conducciones horizontales.

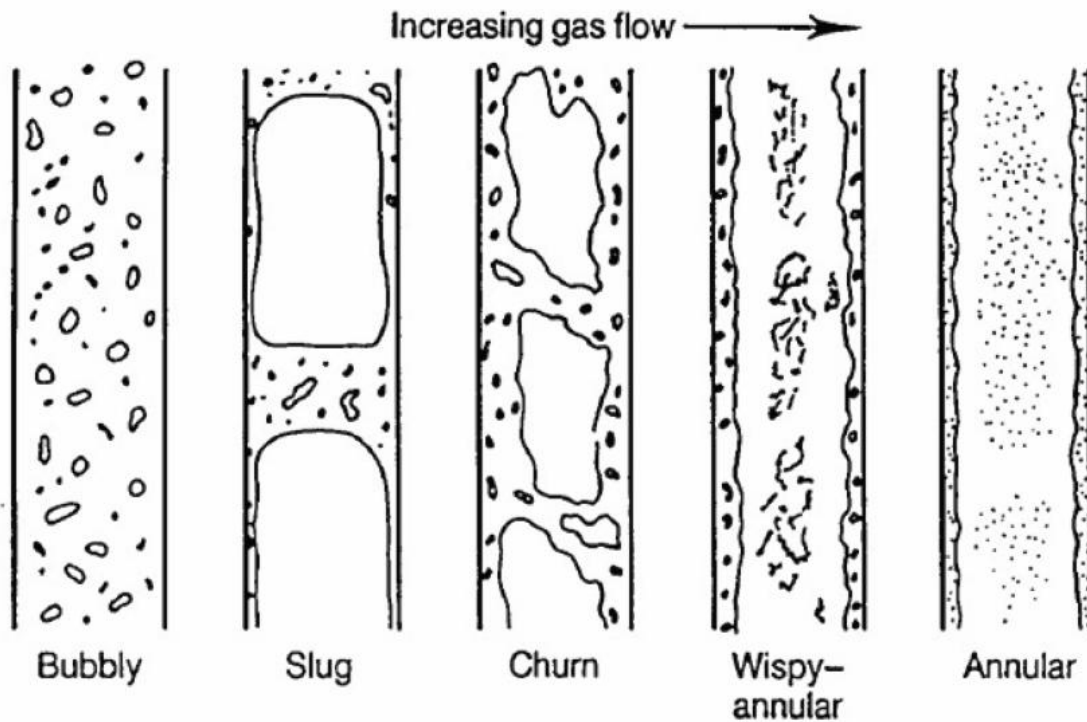


Figura 12.3. Regímenes de flujo en circulación bifásica vertical ascendente.

12.2 Cálculo de las pérdidas de energía mecánica y las fracciones de fluido.

Una vez que es conocido el régimen de circulación de un determinado flujo bifásico a partir de los flujos máscicos o volumétricos individuales de cada una de las fases, el cálculo para poder determinar la pérdida de carga (pérdidas de energía mecánica) como la fracción volumétrica de cada fase mientras circula (relacionado con la velocidad media de cada fase) es muy compleja. Existe un método empírico sencillo, de Lockhart-Martinelli (1949), con el cual se puede estimar de forma aceptable la pérdida de presión de un flujo bifásico a partir de un coeficiente X , de denominado de Lockhart-Martinelli:

$$X = \left(\frac{\Delta P_L^+}{\Delta P_G} \right)^{0.5} \quad (12.1)$$

Donde Δp_i son las pérdidas de presión que sufriría cada fase en caso de circular en solitario por la misma conducción. A partir de este parámetro, puede estimarse la fracción volumétrica de líquido en la conducción mediante la correlación de Farooqi-Richardson (1982).

$$\begin{aligned} \varepsilon_L &= 0.186 + 0.191X & 1 < X < 5 \\ \varepsilon_L &= 0.143X^{0.42} & 5 < X < 50 \\ \varepsilon_L &= (0.91 + 19/X)^{-1} & 50 < X < 500 \end{aligned} \quad (12.2)$$

Para determinar la pérdida de presión total conjunta, por la circulación de ambas fases de forma simultánea, hay que determinar los parámetros Φ_L o Φ_G a partir de la gráfica de la figura

12.4. A partir de estos parámetros, se determina la pérdida de presión total, debido únicamente a las pérdidas por fricción (es decir, Δp^+) por las ecuaciones:

$$\frac{\Delta P_{\text{Total}}^+}{\Delta P_L^+} = \Phi_L^2 \quad \frac{\Delta P_{\text{Total}}^+}{\Delta P_G} = \Phi_G^2 \quad (12.3)$$

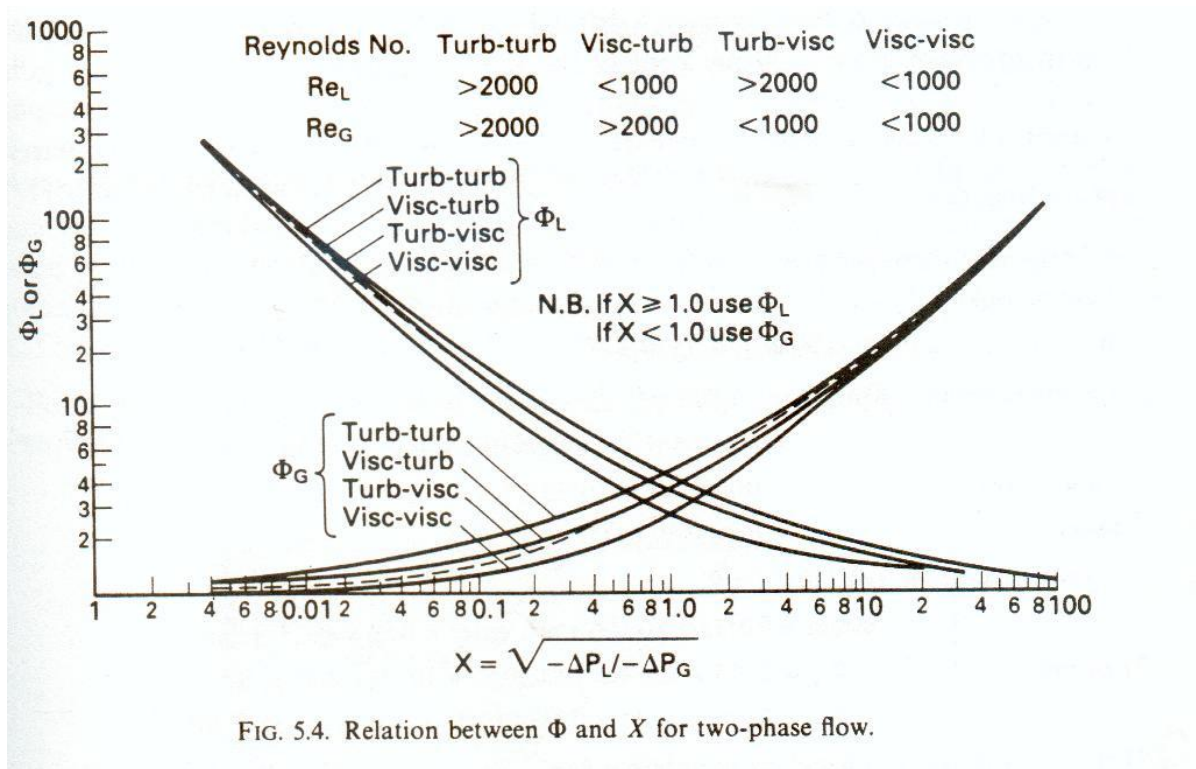


Figura 12.4. Relación entre Φ y X para distintos módulos de Reynolds.

13. BIBLIOGRAFÍA

- (1) "Ingeniería Química", Vol 3: "Flujo de fluidos". E. Costa Novella; Ed. Alhambra Universidad, 1ªed, 1985.
- (2) Greenkorn, R.A.; Kessler, D.P. "Transfer Operations". McGraw-Hill (1972).
- (3) Holland, F.A. y Bragg, R. "Fluid Flow for Chemical Engineers". Edward Arnold (1995).
- (4) Perry, R.H.; Chilton, C.H. (ed). "Chemical Engineers~Handbook" (5ª Ed.). Mc Graw-Hill (1973).
- (5) Sissom, L.E.; Pitts, D.R. "Elements of Transport Phenomena" Mc Graw-Hill (1972).
- (6) "Flow of Fluids, through valves, fittings, and pipe" Crane Technical Paper No. 410, (1965).
- (7) "Manual de Hidráulica". Publicaciones de la Universidad de Alicante. Lázaro López Andrés. Textos Docentes
- (8) R. Darby. "Chemical Engineering Fluid Mechanics". Marcel Dekker, 1997.
- (9) Moran, MJ y Shapiro, HM. Fundamentos de Termodinámica Técnica. Reverté, 1995.
- (10) Coulson, JM; Richardson, JF; Backhust JR; Harker, JH. "Coulson & Richardson's Chemical Engineering. Volumen 1". 4ª Edición, Pergamon, 1990.