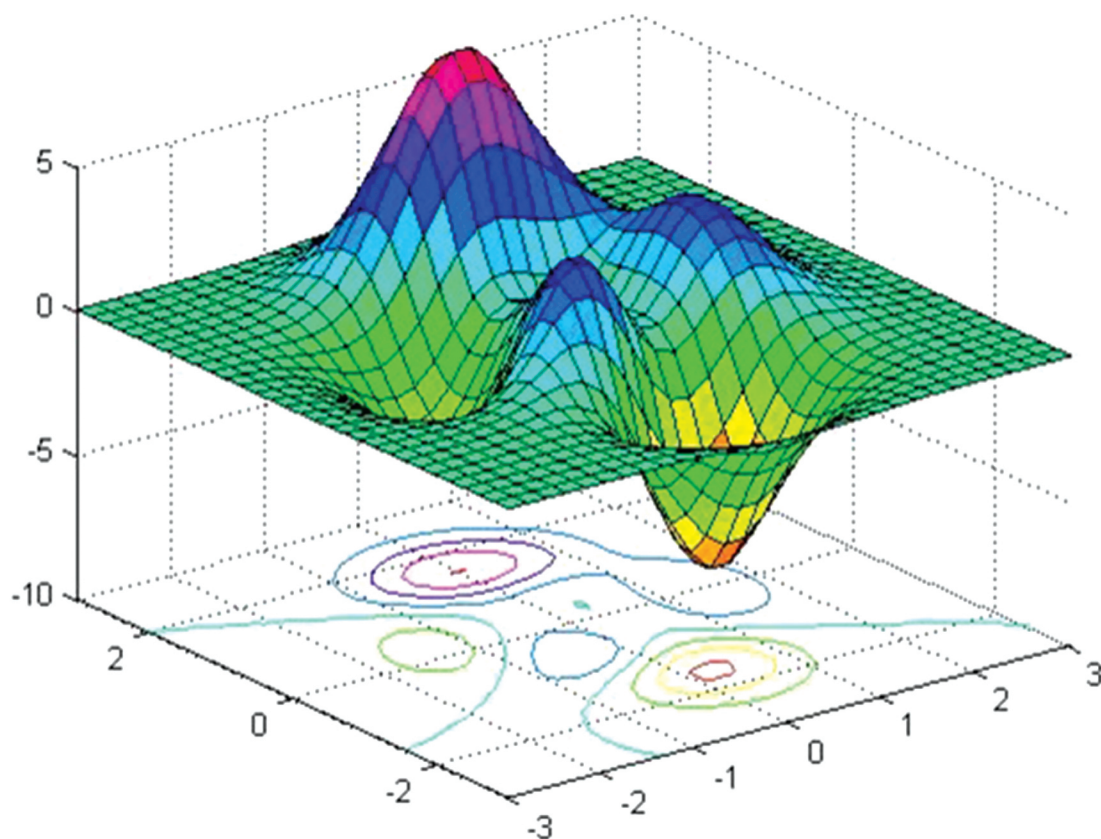


UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

Métodos numéricos con aplicaciones en Matlab

Incluye CD

Javier González Hernández



Serie Aula

Métodos numéricos con Aplicaciones en Matlab

Javier González Hernández

Métodos numéricos con Aplicaciones en Matlab



MÉTODOS NUMÉRICOS CON APLICACIONES EN MATLAB
Javier González Hernández

1ra. Edición: Universidad Politécnica Salesiana 2011
Av. Turuhuayco 3-69 y Calle Vieja
Casilla: 2074
P.B.X.: (+593 7) 2050000
Fax: (+593 7) 4088958
e-mail: rpublicas@ups.edu.ec
www.ups.edu.ec
Cuenca-Ecuador

CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA
Universidad Politécnica Salesiana
Casilla: 2074
P.B.X.: (+593 7) 2050000
Cuenca-Ecuador

Diseño, diagramación e impresión:
Editorial Universitaria Abya-Yala

ISBN UPS: 978-9978-10-147-6

Impreso en Quito-Ecuador, agosto 2013

Índice general

Agradecimientos	VII
Introducción	IX
1. Preliminares matemáticos	1
1.1. Repaso de Cálculo	1
1.1.1. Autoevaluación (Taller en grupo)	15
1.1.2. Ejercicios	17
1.2. Errores de redondeo y aritmética de computadoras	21
1.2.1. Números de máquina	21
1.2.2. Números de máquina decimales con k dígitos	23
1.2.3. Aritmética de punto flotante	25
1.2.4. Autoevaluación (Taller en grupo)	29
1.2.5. Ejercicios	31
1.3. Algoritmos y convergencia	34
1.3.1. Propagación del error	40
1.3.2. Ejercicios	41
2. Soluciones de ecuaciones de una variable	45
2.1. Método de bisección	45
2.1.1. Aplicaciones con MATLAB	58
2.1.2. Ejercicios	61
2.1.3. Autoevaluación (Taller en grupo)	64
2.2. Localización aproximada de raíces	66
2.2.1. Ejercicios	68
2.3. Iteración de punto fijo	69
2.3.1. Interpretación gráfica de la iteración de punto fijo	75
2.3.2. Aplicaciones con MATLAB	78
2.3.3. Autoevaluación (Taller en grupo)	85
2.3.4. Ejercicios	87
2.4. El método de Newton	91
2.4.1. Ejercicios	101
2.4.2. Autoevaluación (Taller en grupo)	103
3. Interpolación y aproximación polinomial	105
3.1. Polinomios de Taylor	105
3.1.1. Ejercicios	111

4. Métodos iterativos en álgebra matricial	115
4.1. Normas de vectores y de matrices	115
4.1.1. Ejercicios	128
4.2. Valores y vectores propios	129
4.2.1. Ejercicios	134
4.3. Método iterativo de Jacobi	136
4.4. Método iterativo de Gauss-Seidel	140
4.5. Método iterativo de sobrerelajación sucesiva (SOR)	148
4.5.1. Ejercicios	157
5. Respuestas de algunos ejercicios seleccionados	163
6. Bibliografía	181

Prólogo

Métodos Numéricos es una disciplina de las Matemáticas en gran crecimiento gracias al avance tecnológico en las Ciencias Computacionales. Día tras día, es más común el estudio de los Métodos Numéricos en estudiantes de Matemáticas, Ciencias e Ingeniería; su desarrollo es una consecuencia natural de las necesidades que surgen al resolver problemas que tienen aplicación práctica en la vida real en áreas como análisis financiero, ecuaciones diferenciales, estadística y probabilidades, geometría computacional, geometría de curvas y superficies, inteligencia artificial y redes neuronales, investigación operativa y simulación de sistemas, teoría de colas y de optimización, tratamiento de imágenes en la robótica, ingeniería estructural o la aerodinámica de aviones, en la biología y medicina, entre otros tópicos de la matemática aplicada.

Mediante estas técnicas de aproximación es posible formular problemas para resolver operaciones aritméticas de computadoras y así simplificar el número de tediosos cálculos. Es por ello que la informática es una herramienta fundamental que nos facilita el uso y desarrollo de los métodos numéricos, basándose en procedimientos matemáticos expresados algorítmicamente en algún *software* disponible que permitan su simulación.

Dado el escaso tiempo disponible, se ha optado por eliminar algunos temas clásicos de un curso completo anual de Métodos Numéricos como son las ecuaciones diferenciales ordinarias y las ecuaciones en derivadas parciales. Además, en lugar de presentar en forma exhaustiva todos los métodos numéricos que se pueden encontrar en los libros clásicos, se ha optado por reducir los contenidos e impartir una selección de los métodos numéricos más representativos.

Al reforzar el aprendizaje de las Matemáticas, se aumenta la capacidad de comprensión y entendimiento en la materia de Métodos Numéricos; esto permitiría al estudiante diseñar programas propios que controlen los errores de aproximación que son inseparables de los cálculos numéricos, a media y gran escala. Así, no dependería de la compra de *software* comercial de difícil acceso para los estudiantes e instituciones educativas por su alto costo. Esta es la principal razón que me inspira a transcribir unas pocas notas que han sido el resultado de diez años de docencia en la Universidad Politécnica Salesiana, Universidad Central del Ecuador, Escuela Politécnica del Ejército y la Universidad San Francisco de Quito.

El objetivo principal de este texto es dotar de una guía didáctica a los estudiantes de las universidades ecuatorianas, guía que les ofrezca una introducción a las técnicas modernas de aproximación; explicar cómo, por qué y cuándo se espera que funcionen y proporcione una base firme para el estudio posterior de los métodos numéricos y el cómputo científico.

Casi todos los ejemplos del texto se ilustran gráficamente. Esta primera edición contiene más de 300 ejercicios probados en clase y algoritmos en MATLAB que abarcan desde aplicaciones elementales a problemas de aplicación de diversas áreas de la ingeniería y las ciencias sociales; ejemplos que demuestran cómo los métodos numéricos son aplicados en la vida real, situación que siempre se lamentan los estudiantes: En la vida profesional, ¿para qué sirven tantas matemáticas?

Es probable que esta primera edición contenga imprecisiones y errores. Si usted encuentra alguna o tiene sugerencias para mejorar el material que puedan incorporarse en las próximas ediciones del libro, infinitamente agradeceré sus comentarios; puede enviarlas a la siguiente dirección de correo electrónico: ggonzalez@ups.edu.ec.

Agradecimientos

Reconozco, con agrado, mi deuda con el Consejo de Carrera de Ingeniería Mecánica (sede Quito) de la Universidad Politécnica Salesiana por la aceptación para publicar la primera edición del libro, en especial al profesor W. Benavides por sus sugerencias y observaciones al revisar esta primera edición.

Finalmente, quiero expresar las siguientes palabras de dedicatoria a las personas que son mi luz en mi vida y me acompañan en mi sueño de publicar este libro.

A ti, mi **Dios** Redentor, por brindarme la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada instante de mi vida.

A Yarita

La fuente de inspiración del amor de una mujer me inspira a transcribir estas notas y realizarme a plenitud.

A usted, mi plena realización, dedico este libro con todo amor.

A Jeremy y Joel

A ustedes mis dos grandes tesoros que llenan de alegría mi vida, día a día.

A Carolina, Lía, Melany y Jhojan

Javier González

Introducción

El presente texto es un referente básico sobre los contenidos de la disciplina de Métodos Numéricos en el programa curricular semestral en las carreras de Ciencias e Ingeniería. Se cubre los contenidos mínimos necesarios y será de gran importancia que los estudiantes complementen la información aquí suministrada con los textos de referencia básicos mencionados en la bibliografía.

Muchos de los resultados presentados en este texto no incluyen su demostración, pero se suministra el libro y la página donde se encuentra lo necesario, ya que el principal interés es mostrar las aplicaciones prácticas, las ventajas-desventajas, casos en los son exitosos y por el contrario donde fallan los Métodos Numéricos. Por ello, quien desee indagar más sobre el tema refiérase a la bibliografía, pues nuestro principal interés es fortalecer estas falencias que presentan los libros clásicos de esta área.

El lenguaje de programación que se utilizará es MATLAB. Se ha elegido este por estar especialmente orientado al cálculo científico y ser en la actualidad el *software* más utilizado por estudiantes y profesores universitarios. En el texto se va introduciendo este lenguaje de programación a través de funciones que resuelven completamente el método numérico adecuado para dicha aplicación práctica. Estas funciones se encuentran a disposición de los estudiantes en el CD que acompaña este libro. En un futuro se incorporarán estas funciones en un solo núcleo utilizando la interfaz gráfica de usuario GUI.

En el texto, al final de cada sección se proponen unas prácticas de laboratorio en MATLAB para realizar a lo largo de la asignatura. El orden de impartición de los contenidos en este texto está basado en el mismo orden de los textos clásicos, tratando de equilibrar los contenidos teóricos y las prácticas de simulación en MATLAB.

Para el buen seguimiento de la asignatura, se recomienda al lector revisar la teoría elemental del Análisis Matemático, el Álgebra Lineal y la programación de algoritmos. Los contenidos expuestos en este texto están programados para ser impartidos semestralmente, combinando adecuadamente la teoría y las prácticas de MATLAB.

El capítulo 1 contiene un breve repaso de temas de cálculo elemental de una variable, se realiza una introducción al análisis del error, la convergencia y a la representación de los números en las computadoras, utilizadas para la realización de los cálculos. El tema de aritmética de precisión de punto flotante tiene un enfoque algo más moderno que en los libros clásicos, por considerar que es un tema de especial relevancia, por ejemplo se demuestra que un número de máquina puede representar a infinitos números contenidos en un intervalo cerrado.

El capítulo 2 hace referencia a uno de los problemas básicos de la aproximación numérica, el de la búsqueda de raíces, que consiste en obtener una solución (**raíz** o **cero** de f) de una ecuación de la forma $f(x) = 0$ para una función continua f . Se estudia el método de bisección, el de iteración de punto fijo y el de Newton y sus variantes, dado que estos métodos requieren de aproximaciones lineales se detalla un algoritmo para localización de raíces.

En el capítulo 3 estudiaremos la importancia de la aproximación de funciones continuas mediante polinomios. Los polinomios figuran entre las funciones más sencillas y adecuadas para trabajar en cálculos numéricos con un número finito de adiciones y multiplicaciones. Otra razón es que la derivada y la integral indefinida de un polinomio son fáciles de determinar y también son polinomios. Si la diferencia entre una función y su aproximación polinómica es suficientemente pequeña, se puede operar con el polinomio en lugar de hacerlo con la función original. Se estudia los polinomios de Taylor considerados la teoría básica de interpolación para, luego, estudiar los polinomios Lagrange, Neville y Newton que aproximan una función continua en distintos puntos de un intervalo cerrado $[a, b]$.

En el capítulo 4, describiremos los métodos iterativos de Jacobi, Gauss-Seidel y sobre-relajación sucesiva: métodos clásicos que, rara vez, se usan para resolver sistemas lineales de pequeña dimensión, pues el tiempo necesario para conseguir una exactitud satisfactoria rebasa el requerido para los métodos directos. Sin embargo, en el caso de sistemas dispersos grandes (con un alto porcentaje de elementos cero), son eficientes tanto en almacenamiento de computadora como en el tiempo de cómputo; una de las aplicaciones más comunes es la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales.

Antes de explicar los métodos iterativos con los cuales se resuelven los sistemas lineales, daremos una breve introducción sobre la convergencia de vectores y matrices utilizando la noción de una norma.