

## EJERCICIOS del TEMA 5: Introducción a la teoría de la Computabilidad

1. ¿Qué función realiza la siguiente máquina de Turing? Haz un par de cálculos con las palabras  $\square abb\square$ ,  $\square cbca\square$ .

	a	b	c	#	$\square$	A	B	C
q <sub>0</sub>	(q <sub>1</sub> , #, R)	(q <sub>2</sub> , #, R)	(q <sub>3</sub> , #, R)	-	---	(q <sub>10</sub> , R)	(q <sub>10</sub> , R)	(q <sub>10</sub> , R)
q <sub>1</sub>	R	R	R	-	(q <sub>4</sub> , L)	(q <sub>4</sub> , L)	(q <sub>4</sub> , L)	(q <sub>4</sub> , L)
q <sub>2</sub>	R	R	R	-	(q <sub>5</sub> , L)	(q <sub>5</sub> , L)	(q <sub>5</sub> , L)	(q <sub>5</sub> , L)
q <sub>3</sub>	R	R	R	-	(q <sub>6</sub> , L)	(q <sub>6</sub> , L)	(q <sub>6</sub> , L)	(q <sub>6</sub> , L)
q <sub>4</sub>	(q <sub>7</sub> , A, L)	(q <sub>8</sub> , A, L)	(q <sub>9</sub> , A, L)	(q <sub>10</sub> , A, R)	-	-	-	-
q <sub>5</sub>	(q <sub>7</sub> , B, L)	(q <sub>8</sub> , B, L)	(q <sub>9</sub> , B, L)	(q <sub>10</sub> , B, R)	-	-	-	-
q <sub>6</sub>	(q <sub>7</sub> , C, L)	(q <sub>8</sub> , C, L)	(q <sub>9</sub> , C, L)	(q <sub>10</sub> , C, R)	-	-	-	-
q <sub>7</sub>	L	L	L	(q <sub>0</sub> , A, R)	-	-	-	-
q <sub>8</sub>	L	L	L	(q <sub>0</sub> , B, R)	-	-	-	-
q <sub>9</sub>	L	L	L	(q <sub>0</sub> , C, R)	-	-	-	-
q <sub>10</sub>	-	-	-	-	(q <sub>11</sub> , L)	R	R	R
q <sub>11</sub>	---	---	---	-	R	(q <sub>11</sub> , a, L)	(q <sub>11</sub> , b, L)	(q <sub>11</sub> , c, L)

2. Demuestra que las siguientes funciones  $f: \{a,b,c\}^* \rightarrow \{a,b,c\}^*$ , son Turing computables (se pueden usar diagramas de MTs).

a)  $f(x) = x^R$

- b)  $f(x)$  es la función que duplica símbolos, esto es, la función definida:

$$f(\epsilon) = \epsilon$$

$$f(xs) = f(x).ss \quad \text{para } s \in \{a,b,c\}^*$$

$$c) \quad f(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } |x| > |y| \\ y & \text{si } |y| \geq |x| \end{cases}$$

$$d) \quad f(x, y) = \begin{cases} x & \text{si } |x|_a > |y|_a \\ y & \text{si } |y|_a \geq |x|_a \end{cases}$$

$$e) \quad f(x, y) = y \bullet x^R$$

3. Construye la máquina M de Turing que funcione de la siguiente manera: M busca la cadena **abbba** en la parte derecha de la cabeza lectora (donde aparecen varias palabras separadas por un blanco entre ellas). Si la encuentra, M para en la **b** del centro de la palabra. Si no encuentra **abbba** en la parte derecha de la celda inicial, entonces M no para nunca.
4. Construye una máquina de Turing que copia una palabra. En concreto, la máquina debe realizar el siguiente cambio entre configuraciones:
 
$$(\epsilon, q, x\Box\beta) \quad | \rightarrow^* \quad (\epsilon, q, x\Box x\Box\beta)$$
 dónde x es una palabra sobre el alfabeto {a,b,c} y en  $\beta$  puede haber cualquier símbolo de cinta (es decir, al copiar la palabra no se destruye  $\beta$ )
5. Teniendo {0,1} como alfabeto de entrada, construye una máquina de Turing que compute la función **f** definida:  $f(x)$  = la longitud de x en nº binario.