Cálculo de Varias Variables - Examen Parcial 1

Resuelva los siguientes problemas mostrando todos los pasos.

Nombre: ____________________________________

1. (2 points) **Producto escalar de funciones vectoriales:**
   - Encuentre el producto escalar $\mathbf{r}_1(x,y) \cdot \mathbf{r}_2(x,y)$ y evalúa el producto escalar en el punto $(1,1)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1(x,y) &= (e^{x+y}, \cos(x), \ln(y)) \\ \mathbf{r}_2(x,y) &= (x^2, y^2, xy) \end{aligned}$$

2. (2 points) **Producto vectorial de funciones vectoriales:**
   - Calcule el producto vectorial $\mathbf{r}_1(x,y,z) \times \mathbf{r}_2(x,y,z)$ y evalúa el producto vectorial en el punto $(1,2,3)$.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1(x,y,z) &= (x+y, yz, z^2) \\ \mathbf{r}_2(x,y,z) &= (xy, z, x^2+y^2) \end{aligned}$$

3. (2 points) **Derivadas de funciones vectoriales:**
   - $\mathbf{r}(t) = \langle \frac{1}{1+t}, \frac{t}{1+t}, \frac{t^2}{1+t} \rangle,$

4. (2 points) **Integrales de funciones vectoriales:**
   - $\mathbf{r}(t) = \int_0^1 \langle \frac{1}{1+t}, \frac{1}{1+t^2}, \frac{t}{1+t^2} \rangle dt,$

5. (3 points) **Vectores tangente unitario, normal y binormal:**
   - Encuentre los vectores tangente unitario $\mathbf{T}(t)$, normal unitario $\mathbf{N}(t)$ y binormal $\mathbf{B}(t)$.

$$\mathbf{r}(t) = \langle \sqrt{2}t, e^t, e^{-t} \rangle$$

   - Encuentre los vectores tangente unitario $\mathbf{T}(t)$, normal unitario $\mathbf{N}(t)$ y binormal $\mathbf{B}(t)$.

$$\mathbf{r}(t) = \langle t, 3\cos t, 3\sin t \rangle$$

6. (3 points) **Planos normal, osculador y rectificante:**
   - Encuentre las ecuaciones de los planos normal, osculador y rectificante en $(1,0,0)$.

$$\mathbf{r}(t) = \langle \cos(t), \sin(t), \ln\cos(t) \rangle$$

7. (2 points) **Funciones de varias variables:**
   - Determine y trace el dominio de la función.

$$\mathbf{f}(x,y) = \sqrt{x-2} + \sqrt{y-1}$$

8. (2 points) **Limites y continuidad:**

- Determine el límite, si existe, o demuestre que no existe

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^4 - 4y^2}{x^2 + 2y^2}$$

9. (2 points) **Derivadas Parciales:**

- Determine las derivadas parciales $(F_x, F_y, F_{xx}, F_{yy}, F_{xy}, F_{yx})$ de la función.

$$F(x, y) = x^2 y - 3y^4$$