

3 平面上の直線 $y = 2x$ を L とし , 曲線 $y = \frac{1}{2}x^3$ を C とする .

$a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ を次のように順に定める .

(i) $a_1 = \frac{1}{2}$,

(ii) a_n が定まったとき , 点 $(a_n, 0)$ を通り y 軸に平行な直線と L との交点を P_n とし ,
 P_n を通り x 軸に平行な直線と C との交点 Q_n の x 座標を a_{n+1} とする .

(1) a_{n+1} と a_n との間に成り立つ関係式を求めよ .

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ .

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 a_2 \cdots a_n}{2^n}$ を求めよ .