

3 直線 $x = 0$, $x = a$ ($a > 0$) の上にそれぞれ点 M と N を, 線分 MN が 2 次曲線 $C : y = ax - x^2$ と 2 点 P, Q で交わるようにとる. 図形 S_1, S_2, S_3 を次のように定める.

$S_1 : P, M$, 原点 O を頂点とし, y 軸, 曲線 C , 線分 MP で囲まれる図形

$S_2 : \text{弧 } PQ$ と線分 PQ で囲まれる図形

$S_3 : Q, N$, $A(a, 0)$ を頂点とし $x = a$, 曲線 C , 線分 NQ で囲まれる図形

いま, S_2 の面積が S_1 と S_3 の面積の和に等しいとする.

- (1) 線分 MN は定点を通ることを示せ.
- (2) 線分 PQ の長さが最小となるとき, M, N を通る直線の方程式を求めよ.