

5 (a) 複素数 α, β (ただし, $\alpha\beta \neq 0$) が与えられている .

$$\alpha = a + bi, \quad \beta = c + di \quad (a, b, c, d \text{ は実数}, i = \sqrt{-1})$$

とおく .

(1) 複素数 z_0 を $\bar{\alpha} + \beta \neq 0$ の場合は $z_0 = (b - d) + (a + c)i$ と定め , $\bar{\alpha} + \beta = 0$ の場合は $z_0 = -a + bi$ と定める . $|\alpha| = |\beta|$ のとき , z_0 は z の方程式 $\alpha z + \beta \bar{z} = 0$ の解であって , $z_0 \neq 0$ となることを示せ .

(2) $|\alpha| \neq |\beta|$ のとき , z の方程式

$$\alpha z + \beta \bar{z} + 1 = 0 \quad \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

の解の実部と虚部を a, b, c, d で表せ .

(3) $|\alpha| = |\beta|$ かつ方程式①がある複素数 z_1 を解にもつとする . このとき , ①は z_1 と異なる解をもつことを示せ .