

4

(1) $x \geq 1$ のとき $\log(1 + x) < 2\sqrt{x}$ が成り立つことを示せ。ただし、対数は自然対数とする。

(2) $0 \leq t \leq 1$ のとき $2t \leq 1 + \sin \frac{\pi t}{2} \leq 2$ が成り立つことを示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \int_0^1 \left(1 + \sin \frac{\pi t}{2} \right)^n dt \right\}^{\frac{1}{n}}$ を求めよ。