

2 長さ  $2R$  の線分  $BC$  を直径とする半円周上の1点を  $A$  とし、弦  $AB, AC$  の中点をそれぞれ  $E, F$  とする。点  $E$  で弦  $AB$  に接し、かつ弧  $AB$  に接する円の半径を  $\alpha$  とし、点  $F$  で弦  $AC$  に接し、かつ弧  $AC$  に接する円の半径を  $\beta$  とする。 $\triangle ABC$  の内接円の半径を  $r$  として、次の等式を証明せよ。

$$(1) \quad 2(\alpha + \beta) = R - r$$

$$(2) \quad 8\alpha\beta = r^2$$