

3 O を原点とする xyz 空間に 3 点 $A(-2, -2, 0)$, $B(6, -2, 0)$, $C(-2, 4, 0)$ をとり, 球 $S : x^2 + y^2 + (z - 4)^2 \leq 4$ を考える.

- (1) 三角形 ABC の周または内部の点を P とする. このとき, $\alpha + \beta + \gamma = 1$ となるような 0 以上の 3 つの実数 α, β, γ を用いて

$$\overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB} + \gamma \overrightarrow{OC}$$

と表されることを示せ.

- (2) 点 P が三角形 ABC の周および内部を, 点 Q は球 S の表面および内部を動くとき, 線分 PQ の中点 M が動いてできる立体を V とする. 次に, 3 点 A', B', C' に対して, 大きさ 1 以下のベクトル \vec{r} と $\alpha + \beta + \gamma = 1$ となるような 0 以上の 3 つの実数 α, β, γ を用いて

$$\overrightarrow{OR} = \alpha \overrightarrow{OA'} + \beta \overrightarrow{OB'} + \gamma \overrightarrow{OC'} + \vec{r}$$

と表される点 R 全体のなす集合を W とする. V と W が一致するような 3 点 A', B', C' を求めよ.

- (3) 立体 V の体積を求めよ.