

5 (b) 正の実数  $a$  の 3 乗根  $\sqrt[3]{a}$  を近似することを考える。与えられた 2 以上の整数  $p$  に対して関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を

$$\begin{cases} f(x) = x^p - ax^{p-3} \\ g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \end{cases}$$

とする。ここで  $f'(x)$  は  $f(x)$  の導関数である。次の問いに答えよ。

(1)  $g(x) - \sqrt[3]{a}$  は

$$g(x) - \sqrt[3]{a} = (x - \sqrt[3]{a})^2 \times \frac{x \text{ の } 2 \text{ 次式}}{x \text{ の } 3 \text{ 次式}}$$

の形で表されることを示せ。

(2)  $p = 2$  とする。このとき,  $g(x) - \sqrt[3]{a}$  は

$$g(x) - \sqrt[3]{a} = (x - \sqrt[3]{a})^3 \times \frac{x \text{ の } 1 \text{ 次式}}{x \text{ の } 3 \text{ 次式}}$$

の形で表されることを示せ。

(3)  $a = 9$ ,  $p = 2$  とする。 $2 < \sqrt[3]{9} < 2.1$  に注意して、不等式

$$0 < \sqrt[3]{9} - g(2) < \frac{1}{1000}$$

が成り立つことを示せ。また、 $\sqrt[3]{9}$  を小数第 3 位まで求めよ（すなわち、小数第 4 位以下を切り捨てよ）。