

4 あるトーナメント形式(注)の競技大会に, 2^n 人の選手が参加し, そのうち 2^m 人は強い選手であり, 残りは弱い選手であるとする. ただし, n, m は自然数であり $n > m$ とする. 強い選手同士は $(n - m)$ 回戦が終わるまでは対戦することができないように, 組み合わせが決められているものとする. また, 強い選手が弱い選手に勝つ確率が $x \left(> \frac{1}{2} \right)$ であるとし, 強い選手同士および弱い選手同士はいずれも勝つ確率が $\frac{1}{2}$ であるとする. つぎの間に答えよ.

- (1) $n = 3, m = 1$ として, ある特定の強い選手が優勝する確率を求めよ.
- (2) ある特定の強い選手が 1 回戦から i 回戦まで連続して勝つ確率を p_i とする.
 - (a) $n = 3, m = 2$ のとき, p_3 を p_2 と x を用いて表せ.
 - (b) 任意の n, m に対して, $i = n - m$ および $i = n$ のそれぞれの場合について, p_i を p_{i-1} と x を用いて表せ.

(注) トーナメント形式: 2^n 人を 2 人ずつの 2^{n-1} 組に分けて 1 回戦を行い, 敗者を除外して, その後同様に 2 回戦, 3 回戦と対戦を進め, 最後に残った 2 者で優勝を決定する形式.