

6 x に関する多項式 $P_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) が、すべての実数 θ に対して

$P_n(\cos \theta) = \cos n\theta$ を満たすものとする。

(1) $P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x)$ を、 $P_n(x)$ を用いて表せ。また $P_n(x)$ の次数を求めよ。

(2) $P_5(x)$ を求めよ。

(3) 方程式 $P_5(x) = 1$ の異なる実数解の個数を求めよ。