

3 $f(x)$ は最高次の係数が 1 の整式とする .

- (1) 自然数 n, m に対し , $\int_0^n t^m dt \leqq \sum_{k=1}^n k^m \leqq \int_0^n (t+1)^m dt$ を示せ .
(2) $f(x)$ の次数を r とするとき , 次が成り立つことを示せ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{r+1}} \sum_{k=1}^n f(k) = \frac{1}{r+1}$$

- (3) すべての自然数 n に対して $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(k) = \frac{1}{2} f(n)$ が成り立つような $f(x)$ を求めよ .