

### 3 (b)

(1) 自然数  $n = 1, 2, 3, \dots$  について，次の等式が成り立つことを示せ .

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(2) 辺の長さ 1 の正三角形のタイルをいくつか用意して，辺の長さが自然数  $m$  の正三角形をタイルで張りつめたい .

- (i)  $m = 2, 3, 4$  のとき，どのようにタイル張りすれば良いか図示せよ .
  - (ii) 一般に，辺の長さ  $m$  の正三角形をタイルで張りつめるのに必要なタイルの個数を  $m$  の式で表し，その式が成り立つ理由を述べよ .
- (3) 辺の長さ 1 の正三角形を底面とする高さ 1 の正三角柱のブロックをいくつか用意して，すき間なく並べて高さ 1 の正三角柱の台を作る . このような台を  $n$  段積み上げ，高さ  $n$  の台を作る . この台を真横から見たとき右図のように見えたという . ただし，図の小四角形はすべて辺の長さ 1 の正方形である . このとき台全体の体積を求めよ .