

5 長さ  $l$  の定線分  $AB$  を直径とする半円周上に任意の 1 点  $P$  をとり,  $P$  から  $AB$  に垂線をおろし, その足を  $D$  とし,  $D$  から  $AP, BP$  に垂線をおろし, その足をそれぞれ  $P_1, Q_1$  とする。次に,  $P_1, Q_1$  より  $AB$  に垂線をおろし, その足をそれぞれ  $E_1, F_1$  とする。 $E_1, F_1$  よりそれぞれ  $AP, BP$  に垂線をおろし, その足をそれぞれ  $P_2, Q_2$  として,  $P_2, Q_2$  より  $AB$  に垂線をおろし, その足をそれぞれ  $E_2, F_2$  とする。この操作を次々とつづけて点  $P_3, E_3; Q_3, F_3; \dots$  を定める。

$$X = PD + P_1E_1 + P_2E_2 + P_3E_3 + \dots$$

$$Y = PD + Q_1F_1 + Q_2F_2 + Q_3F_3 + \dots$$

としたとき

- (1)  $X \cdot Y$  を求めよ。
- (2)  $P$  が半円周上を動くとき,  $X + Y$  の最小値を求めよ。