

C 平面上を運動する点 P の座標 (x, y) が時刻 t のとき

$$x = f(t) \sin t, \quad y = f(t) \cos t$$

で表されている。 P は $t = 0$ のとき $(0, 1)$ にあり、 t が限りなく大きくなるとき原点 $(0, 0)$ に近づき、時刻 t における速さは $2f(t)$ に等しいという。

(1) 関数 $f(t)$ を求めよ。

(2) 時刻 0 から時刻 a までの間に、点 P が動く道のりを求めよ。ただし、 $a > 0$ とする。