

3 原点 O を中心とする単位円周上に，次の (i) , (ii) を満たす点列 $P_0, P_1, P_2, \dots \dots$ がある．ただし， P_0 の座標は $(1, 0)$ とする．

- (i) $\angle P_0OP_n$ は n とともに単調に増大し， $\lim_{n \rightarrow \infty} \angle P_0OP_n = 2\pi$ である．
- (ii) 数列 $\{\angle P_{n-1}OP_n\}$ ($n = 1, 2, \dots \dots$) は初項 θ ($\theta > 0$)，公比 r ($r > 0$) の等比数列である．

- (1) θ と r との関係式を求めよ．
- (2) α は $\frac{\pi}{4} < \alpha < \pi$ を満たす定数とする．おうぎ形 $P_{n-1}OP_n$ の面積を S_n とするとき，

$$\alpha = S_1 + S_5 + S_9 + \dots \dots + S_{4n-3} + \dots \dots$$

を満たす r はただ 1 つ存在することを示せ．