

4 関数 $f(x)$ は $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ では $f(x) \sin x = 2 \int_0^x \cos^2 t dt$ を満たし，また $x = 0$ で連続とする。

- (1) $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ で $f(x)$ を求めよ。
- (2) $f(0)$ の値を求めよ。
- (3) $f(x)$ の $0 < x < \frac{\pi}{2}$ での増減状態を調べよ。