

3 数列 $\{\theta_n\}$ は

$$\theta_1 = 0, \quad \sin \theta_{n+1} = a \sin \theta_n + b \cos \theta_n \quad (n = 1, 2, \dots)$$

であたえられ、 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_n \leq \frac{\pi}{2}$ を満たすとする。ここで、 a, b は正数で、 $a^2 + b^2 = 1$ である。このとき

$$s_n = \frac{\sin \theta_1 + \dots + \sin \theta_n}{n}$$

によって定められた数列 $\{s_n\}$ は収束することを示せ。また $b = \frac{1}{2}$ のとき、 $\{s_n\}$ の極限値を求めよ。