

4 (a) 関数 $f(x) = 1 - x^2$ について，次の間に答えよ .

(1) $f(a) = a$ をみたす正の実数 a を求めよ .

(2) a を (1) で求めた実数とする . $x \geq \frac{1}{2}$ ならば , $|f(x) - f(a)| \geq \frac{\sqrt{5}}{2}|x - a|$ となることを示せ .

(3) a を (1) で求めた実数とする . $\frac{1}{2} \leq x_1 \leq 1$ として ,

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots, ,$$

で決まる数列 $\{x_n\}$ を考える . すべての n に対して $\frac{1}{2} \leq x_n \leq 1$ がなりたつならば
ば , $x_1 = a$ であることを示せ .