

1 $\triangle ABC$ において、3辺の長さを $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$ とする。

辺 AB を n 等分した点を、 A に近い方から順に P_1, P_2, \dots, P_{n-1} とし、 P_n を B とする。同様に、辺 BC , CA を n 等分した点をそれぞれ、 B に近い方から順に Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1} , および C に近い方から順に R_1, R_2, \dots, R_{n-1} とし、 Q_n を C , R_n を A とする。

(1) $k = 1, 2, \dots, n$ について $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2$ を n, k と a, c および内積 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2$ を n, k と a, b, c で表せ。

(3) 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (|\overrightarrow{P_k Q_k}|^2 + |\overrightarrow{Q_k R_k}|^2 + |\overrightarrow{R_k P_k}|^2)$ を a, b, c で表せ。