

3 関数 $f(x) = -x^2 \log x$ ($x > 0$) を考える。ただし対数は自然対数とする。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が原点を通るとき、接線の方程式および接点の座標を求めよ。
- (2) p を (1) で求めた接線の傾きとするとき、 $x > 0$ において $-x \log x \leq p$ が成り立つことを示せ。
- (3) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ を求めよ。
- (4) 積分 $S(b) = \int_b^1 \left| f(x) - \frac{1}{2}x^2 \right| dx$ ($0 < b \leq 1$) を考える。このとき $\lim_{b \rightarrow 0} S(b)$ を求めよ。