

3  $\vec{x}_1 = (1, 0)$ ,  $\vec{x}_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\vec{x}_3 = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\vec{0} = (0, 0)$  とおく.

3つのベクトル  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$ ,  $\vec{x}_3$  の中から等確率  $\frac{1}{3}$  で 1つのベクトルを取り出す試行を  $n$

回繰り返す. ただし, 各試行は互いに無関係に行われるものとする. このとき, ベクトル  $\vec{x}_1$ ,  $\vec{x}_2$ ,  $\vec{x}_3$  が取り出された回数をそれぞれ  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  とする ( $n_1 + n_2 + n_3 = n$ ).

次の間に答えよ.

(1)  $a, b, c$  を実数とする. このとき,  $a\vec{x}_1 + b\vec{x}_2 + c\vec{x}_3 = \vec{0}$  となるための必要十分条件は  $a = b = c$  であることを示せ.

(2)  $n = 3m$  のとき,  $n_1\vec{x}_1 + n_2\vec{x}_2 + n_3\vec{x}_3 = \vec{0}$  となる確率を  $P_m$  とする.

(イ)  $P_1$  を求めよ.

(ロ) 一般に, 自然数  $m$  に対して,  $P_m$  を求めよ.

(3)  $m > 1$  に対して,  $P_m < \frac{m}{m+1}P_{m-1}$  であることを示せ. さらに,  $\lim_{m \rightarrow \infty} P_m = 0$  であることを示せ.