

3 k, n を正整数とする . $I(k, n)$ を

$$I(k, n) = \int_0^1 x^{2k} \cos n\pi x dx$$

で与えられる定積分の値とするとき , 次の間に答えよ .

(1) $I(1, n)$ を求めよ .

(2) $I(k, n)$ を $I(k - 1, n)$ で表せ . これを利用して $I(k, n)$ が

$$I(k, n) = \sum_{i=1}^k \frac{(-1)^{n+i-1} (2k)!}{(n\pi)^{2i} (2k - 2i + 1)!}$$

となることを示せ .

(3) 積分 $J = \int_0^1 (A_0 + A_1 \cos \pi x - x^{2k})^2 dx$ を最小にする定数 A_0, A_1 の値を求めよ . また , そのときの最小値 J_{min} を求めよ .