

3 (c) n を正の整数とする。平面を n 本の直線、または 1 回折れ線でいくつかの領域に分けることを考える。ここで直線は両側に無限に伸びているものとし、1 回折れ線とは、右図のように直線の途中を 1 回折り曲げたものである。次の問いに答えよ。

(1) 平面が次の条件 (i), (ii) をみたす異なる n 本の直線のみで分割されているとする。

(i) n が 2 以上ならば、どの 2 本の直線も交わる。

(ii) n が 3 以上ならば、どの 3 本の直線も同一点では交わらない。

分割される平面の領域の個数を L_n で表す。 $n \geq 2$ のとき、 L_n と L_{n-1} の間の関係式を求めよ。また、 L_n ($n \geq 1$) を求めよ。

(2) 平面が次の条件 (i), (ii) をみたす異なる n 本の 1 回折れ線のみで分割されているとする。

(i) n が 2 以上ならば、どの 2 本の 1 回折れ線も異なる 4 点で交わる。

(ii) n が 3 以上ならば、どの 3 本の 1 回折れ線も同一点では交わらない(上図を参照せよ)。

分割される平面の領域の個数を H_n で表す。 H_3 を求めよ。

(3) H_n ($n \geq 1$) を求めよ。