

## 4 (a)

- (1)  $\triangle ABC$  の面積は、 $\frac{1}{2}\sqrt{\|\overrightarrow{AB}\|^2\|\overrightarrow{AC}\|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$  に等しいことを示せ。ここで、 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  はベクトル  $\overrightarrow{AB}$  とベクトル  $\overrightarrow{AC}$  との内積を表す。必要ならば、2つのベクトルのなす角のコサインと内積の関係式を用いてよい。
- (2)  $a$  を正の定数とし、右図の平行六面体  $ABCD-EFGH$  を考える。  
 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| = 1$ ,  $|\overrightarrow{AE}| = 2a$  とし、 $\angle FBC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $\angle EAB = 120^\circ$  とする。面  $EFGH$  上に点  $P$  をとり、点  $P$  から辺  $EF$  上に垂線  $PI$  を下ろし、点  $P$  から辺  $EH$  上に垂線  $PJ$  を下ろす。 $x = |\overrightarrow{EI}|$ ,  $y = |\overrightarrow{EJ}|$  とするとき、 $\triangle ACP$  の面積を  $a$ ,  $x$ ,  $y$  を用いて表せ。
- (3) (2) で点  $P$  が面  $EFGH$  上を動くとき、 $\triangle ACP$  の面積の最小値を求めよ。