

3 (a) 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で与える。 $a_1, \dots, a_n$  の積を  $P_n$  とおく。

- (1) 各  $n$  について  $a_n > 0$  であることを示せ。
- (2) 各  $n$  について  $a_{n+1} = P_n + 1$  であることを示せ。
- (3)  $S_n = \frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n}$  とおく。 $S_1, S_2, S_3, S_4$  を求めよ。
- (4) 各  $n$  について  $S_n$  を  $P_n$  で表せ。