

5 (a) 関数  $f(x)$  の第 2 次導関数はつねに正とし, 関数  $y = f(x)$  のグラフ  $G$  上の点  $P(t, f(t))$  における接線と  $x$  軸のなす角を  $\theta(t)$  とする. ただし  $\theta(t)$  は  $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$  で接線の傾きが正, 負, 0 に従って正, 負, 0 の値をとるものとする. また, 点  $P$  における  $G$  の法線上に  $P$  から距離 1 の点  $Q(\alpha(t), \beta(t))$  を  $G$  の下側にとる.

- (1)  $\theta(t)$  はつねに増加することを示せ.
- (2)  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  を求めよ.
- (3)  $t$  が  $a$  から  $b$  ( $a < b$ ) まで変化するとき, 点  $P$ ,  $Q$  が描く曲線の長さをそれぞれ  $L_1$ ,  $L_2$  とする.  $L_2 - L_1$  を  $\theta(a)$  と  $\theta(b)$  を用いて表せ.