

5 (b)  $1 \leq x, 1 \leq y$  のとき

$\sqrt{\log_{10} x} \sqrt{\log_{10} y} \leq \log_{10} \sqrt{xy} \leq \log_{10}(x+y) - \log_{10} 2$  であることを証明せよ .

さらに  $1 \leq x, 1 \leq y, x+y \leq 20$  のとき  $\left( \log_{10} xy + \log_{10} \frac{x}{y} \right) \left( \log_{10} xy - \log_{10} \frac{x}{y} \right)$  の最大値を求めよ .