

1 A , B 2 つの町がある。毎年 1 月 1 日に、 A 町の前年の住民のうち 4 割が B 町に、 B 町の前年の住民のうち 2 割が A 町に、それぞれ引っ越しす（住民の数は十分に多く、引っ越しす住民の割合は正確に 4 割、2 割と見なしてよい）。それ以外には住民の移動はなく、 A 町、 B 町両方をあわせた住民の数は不变である。次の各間に答えよ。

- (1) ある年の末に A 町と B 町それぞれに住んでいる住民の数を a_0, b_0 とする。1 年後に A 町と B 町それぞれに住んでいる住民の数 a_1, b_1 を表す式を

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

とおくとき、 2×2 の行列 M を具体的に示せ。

- (2) 以下の式を満足する実数 α, β の値を求めよ。ただし E は 2×2 の単位行列である。

$$M(M - \alpha E) = \beta(M - \alpha E)$$

- (3) (2) で与えられた式は、 α と β を入れ換えるても成り立つ。このことと (2) の結果を用いて M^n を求めよ。ただし n は正の整数とする。

- (4) n 年後に A 町と B 町それぞれに住んでいる住民の数を a_n と b_n とで表す。このとき、つぎの極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$$