

3 n を 3 以上の自然数とする。1 から $2n$ までの数字が書かれたカードがおののおの 1 枚ずつ、全部で $2n$ 枚ある。数字 m が書かれたカードを $[m]$ で表すとする。この $2n$ 枚のカードを横一列に並べる。

このとき、 $[m]$ が極大であるとは、その両端のカードの数字が m より小さいことをいう。ただし、 $[m]$ が列の左端にあるときには、その右隣のカードの数字が m より小さいことをいい、 $[m]$ が列の右端にあるときには、その左隣のカードの数字が m より小さいことをいう。

- (1) $[2n]$ のみが極大である並べ方は何通りか。
- (2) $[n]$ と $[2n]$ のみが極大である並べ方のうち、これら 2 枚にはさまれたカードの数字の中で最小のものが k となる並べ方は何通りか。 n と k を用いて表せ。
- (3) $[n]$ と $[2n]$ のみが極大であるカードの並べ方の総数を $P(n)$ とする。
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(n)}{a^n}$ が 0 でない数に収束するような定数 a の値と、そのときの極限値を求めよ。