

4 (b) n は 2 以上の自然数とする .

(1) 数列 a_1, a_2, \dots, a_{n+1} において , $2 \leq j \leq n$ を満たすすべての j に対して , 不等式

$$(A) \quad a_j \geq \frac{a_{j-1} + a_{j+1}}{2}$$

が成り立つとき , $2 \leq k \leq n$ を満たすすべての k に対して , 不等式

$$(B) \quad a_k \geq \frac{a_1 + (k-1)a_{k+1}}{k}$$

が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ .

(2) $1 \leq j \leq n+1$ を満たす j に対して , $b_j = 1 + \frac{j-1}{n(n-1)}$ とし , $a_j = \log_2 b_j$ とする
と , 数列 a_1, a_2, \dots, a_{n+1} は不等式 (A) を満たすことを示せ .

(3) 次の不等式が成り立つことを示せ .

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \geq \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{n-1}$$