

2 円  $C_1 : x^2 + y^2 = 1$  を考える。実数  $p, q$  が  $p^2 + q^2 > 1$  を満たすとき，点  $P(p, q)$  から  $C_1$  に引いた 2 本の接線  $l_1, l_2$  の接点をそれぞれ  $Q_1(x_1, y_1), Q_2(x_2, y_2)$  とする。また，座標平面上の原点を  $O(0, 0)$  とする。

(1) 直線  $l_1, l_2$ ，線分  $OQ_1, OQ_2$  で囲まれた四角形の面積  $S$  を  $p, q$  を用いて表せ。

(2) 点  $P$  が椭円

$$C_2 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$$

の上を動くとき，(1) の四角形の面積  $S$  の最大値と最小値を求めよ。