

3 $f_0(x) = x^2 e^x$ とし , 関数 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x), \dots$ を
 $f_1(x) = f_0'(x), f_2(x) = f_1'(x), \dots, f_n(x) = f_{n-1}'(x), \dots$

と定義する .

(1) $n \geq 1$ について , 整数 p_n, q_n を用いて

$$f_n(x) = (x^2 + p_n x + q_n) e^x$$

の形に表せることを示せ . また , p_n, q_n を求めよ .

(2) $n \geq 1$ のとき , $y = f_n(x)$ の増減 , 凹凸を調べ , グラフの概形をかけ .

(3) $n \geq 1$ のとき , 3 曲線

$$y = f_n(x), \quad y = f_{n+1}(x), \quad y = f_{n+2}(x)$$

で囲まれた図形の面積 S_n を n で表せ .

(4) 無限級数 $S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ の和を求めよ .