

2 n は 2 以上の自然数 , c および q は正の実数とする . xy 平面上に , 原点 O , 点 $P(1, 0)$, および点 $Q(0, q)$ を頂点にもつ三角形をとる . この三角形は , 曲線 $y = cx^n$ により 2 つの領域に分割されるが , これらのうち , 点 P を含む領域を A , 点 Q を含む領域を B とする . 係数 c は A の面積と B の面積が等しくなるように定められているとする . 次の問いに答えよ .

- (1) 領域 A を x 軸のまわりに 1 回転してえられる回転体の体積を $V(A)$ とし , 領域 B を y 軸のまわりに 1 回転してえられる回転体の体積を $V(B)$ とする . このとき , 各 n に対して $V(A) = V(B)$ が成り立つように q をただ 1 通りに定めることができることを示せ .
- (2) 各 n に対して (1) で定まる q の値を q_n で表すとき , 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n$ を求めよ .