

1 実数  $x$  に対して,  $x$  以下の整数のうちで最大のものを  $[x]$  と書くこととする.  $c > 1$  として,  $a_n = \frac{[nc]}{3}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とおく. 以下の (1), (2), (3) を証明せよ.

- (1) すべての  $n$  に対して,  $[a_n]$  は  $n$  または  $n - 1$  に等しい.
- (2)  $c$  が有理数のときは,  $[a_n] = n$  となる  $n$  が存在する.
- (3)  $c$  が無理数のときは, すべての  $n$  に対して  $[a_n] = n - 1$  となる.