

2 以下の問いに答えよ。ただし， $m, n, N$  は正の整数である。

(1) 次式を証明せよ。

$$\int_0^\pi \sin mx \sin nx dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases}$$

(2) 次式を証明せよ。

$$\int_0^\pi x \sin mx dx = (-1)^{m+1} \frac{\pi}{m}$$

(3) 領域  $0 \leqq x \leqq \pi$  において，曲線

$$y = |x - a_1 \sin x - a_2 \sin 2x - \dots - a_N \sin Nx|$$

と  $x$  軸で囲まれた領域を  $x$  軸周りに 1 回転してできる立体の体積を最小にする係

数  $a_1, a_2, \dots, a_N$  の値を求めよ。