

4  $n$  を正の整数とする。箱の中に  $3^n$  枚のカードが入っていて、これらのカードには 1 から  $3^n$  までの番号がつけてある。この箱から無作為に 1 枚のカードを取り出し、その番号を  $X$  とする。次に、このカードを箱の中に戻し、ふたたび無作為に 1 枚のカードを取り出して、その番号を  $Y$  とする。このようにして得られた整数の組  $(X, Y)$  について、「 $X$  と  $Y$  の積  $XY$  は  $3^n$  で割り切れる」という事象を  $A$  とする。

- (1)  $0 \leq j \leq n$  である整数  $j$  に対し、「 $Y$  は  $3^j$  で割り切れるが  $3^{j+1}$  では割り切れない」という事象を  $B_j$  とおく。事象  $A \cap B_j$  が起こる確率  $P(A \cap B_j)$  を求めよ。
- (2) 事象  $A$  が起こる確率  $P(A)$  を求めよ。
- (3) 事象  $A$  が起こったときに事象  $B_n$  が起こる条件つき確率を  $P_A(B_n)$  とするとき、 $\frac{1}{3} \leq P_A(B_n) < \frac{1}{2}$  が成立するような  $n$  の値を求めよ。