

2  $a > 0$  は定数,  $\theta$  は  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲を動く変数とする.  $xyz$  空間で  $(a \cos \theta, a \sin \theta, 0)$  に中心をもち半径が  $a$  の球を  $S$  とする. さらに,  $S$  を  $zx$  平面により二分し  $y$  軸の負の方向にある部分を  $S_1$ ,  $S$  を  $yz$  平面により二分し  $x$  軸の負の方向にある部分を  $S_2$  とする.

(1)  $S_1$  の体積  $V_1(\theta)$  を求めよ.

(2)  $S$  から  $S_1$  と  $S_2$  を取り除いた立体の体積を  $V(\theta)$  とするとき,  $V(\theta)$   $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$  の最大値を求めよ.