

3 $x^2 + y^2 = a^2$ で表される図形の $y \leq 0$ の部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる容器 A と , $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ で表される図形の $y \leq 0$ の部分を y 軸のまわりに 1 回転してできる容器 B がある . いずれの容器にも水がいっぱいに満たされているとする . これらの容器をそれぞれゆっくりと傾けて水を出すとき , つぎの各間に答えよ . ただし , $a, b > 0$ とする .

- (1) 容器 A を角度 θ ラジアン $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ だけ傾けたときの水面の面積 $S_A(\theta)$ を求めよ .
- (2) 容器 A を傾け始めてから傾きが θ ラジアンになるまでに流れ出る水量 $W_A(\theta)$ を求めよ .
- (3) 容器 B を傾け始めてから傾きが ϕ ラジアンになるまでに流れ出る水量を $W_B(\phi)$ とする . このとき , 比

$$r = \frac{W_B\left(\frac{\pi}{2}\right)}{W_A\left(\frac{\pi}{2}\right)}$$

- を求めよ .
- (4) $W_B(\phi) = rW_A(\theta)$ となるとき , $\tan \theta$ を ϕ の関数として求めよ .