

1  $\alpha, r$  を  $\alpha > 1, r > 1$  を満たす実数とする。数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = \alpha$  で公比が  $r$  の等比数列とする。数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = \log_{a_n}(a_{n+1}) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。

(1)  $b_n$  を  $n$  と  $\log_\alpha r$  を用いて表せ。

(2) 等式

$$b_n = \frac{n+2}{n+1}$$

がすべての自然数  $n$  について成り立つための必要十分条件を  $r$  と  $\alpha$  を用いて表せ。

(3) (2) の条件が成り立つとき、積  $a_1 a_2, a_1 a_2 a_3, a_1 a_2 a_3 a_4$  の整数部分がそれぞれ 2 衡、3 衡、4 衡になるような  $\alpha$  の範囲を求めよ。