

6

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき，任意の正の整数 n に対して $n \sin x \geq \sin nx$ の成立することを，数学的帰納法を用いて証明せよ．

(2)

$$a_n = \int_0^{\pi} (n \sin x - \sin nx) dx$$

$$b_n = \int_0^{\pi} (n \sin x - \sin nx)^2 dx$$

とおくとき， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n^2}$ を求めよ．