

4 (a) 空間内の図形について次の問い合わせよ .

- (1)  $\triangle ABC$  の面積は ,  $\frac{1}{2}\sqrt{\|\overrightarrow{AB}\|^2\|\overrightarrow{AC}\|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$  に等しいことを示せ . ここで ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  はベクトル  $\overrightarrow{AB}$  とベクトル  $\overrightarrow{AC}$  との内積を表す . 必要ならば , 2 つのベクトルのなす角のコサインと内積の関係式を用いてよい .
- (2) 右図の平行六面体  $ABCD-EFGH$  を考える .  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}| = 1$  ,  $|\overrightarrow{AE}| = 2$  とし ,  $\angle FBC = \angle BCD = \frac{\pi}{2}$  ,  $\angle EAB = \theta$  とする . ここで  $\theta$  は  $0 < \theta < \pi$  なる定数とする . 面  $EFGH$  上に点  $P$  をとり , 点  $P$  から辺  $EF$  上に垂線  $PI$  を下ろし , 点  $P$  から辺  $EH$  上に垂線  $PJ$  を下ろす .  $x = |\overrightarrow{EI}|$  ,  $y = |\overrightarrow{EJ}|$  とするとき ,  $\triangle ACP$  の面積を  $\theta$  ,  $x$  ,  $y$  を用いて表せ .
- (3) 問 (2) で点  $P$  が面  $EFGH$  上を動くとき ,  $\triangle ACP$  の面積の最小値を求めよ .