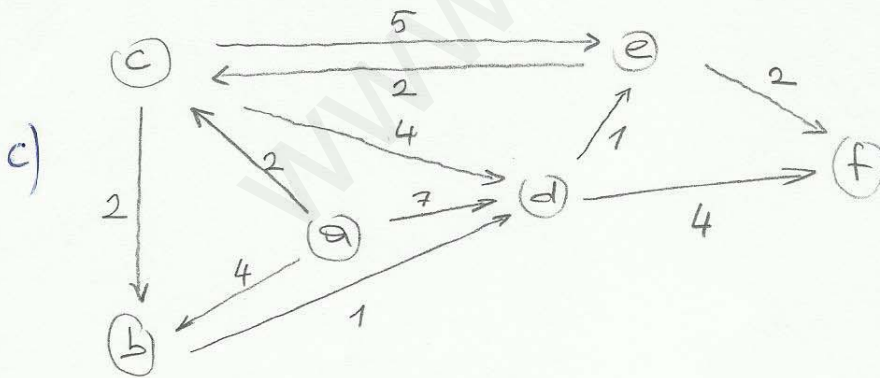
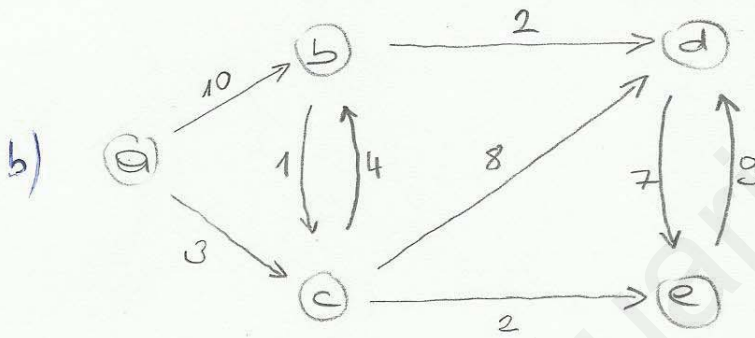
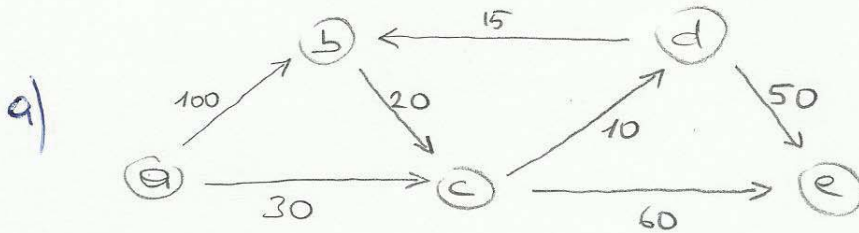


Sorular

1).x(*) Dijkstra algoritmasını kullanarak a düğümünden diğer düğümlere olan en kısa uzaklıkları bulunuz.



1-y. (*) Döğüm kümesi $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ve ayrıt kümesi

$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}$ olan

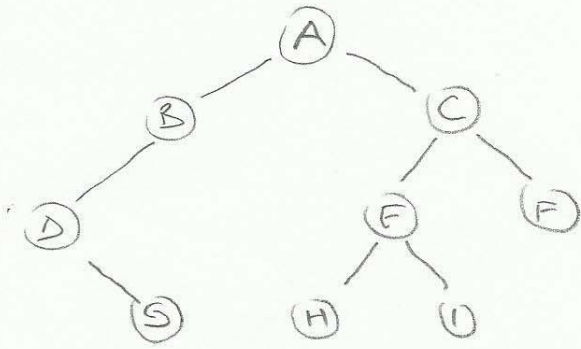
çizmeyi çiziniz. Bu çizgenin "Gelişiklik" ve "Bitişiklik" matrisini bulunuz.

2.) Aşağıdaki geçişlere sahip olan ağacı çizin.

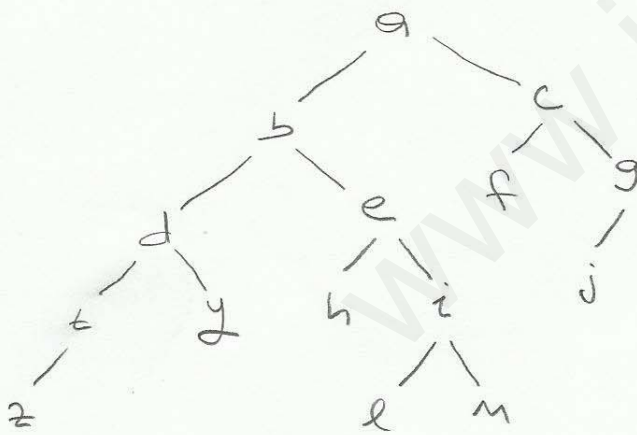
İlk ek geçişi : DGBAHEICF

Ön ek geçişi : ABDGCEHIF

Son ek geçişi : GDBHIEFCA



3.) Aşağıdaki Ağacı ön ek geçişi, son ek geçişi ve ilk ek geçişine göre tarayınız.

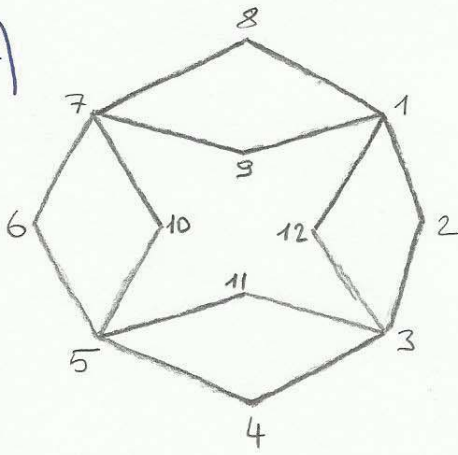


İlk ek ztdybhelimafcjg

Ön ek abdtzyehilmcfgj

Son ek ztydhlmiebfjgca

4) a)

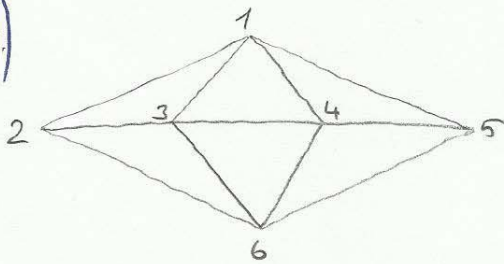


Yandaki çizge için bütün
ayrıntıları içeren kapalı gezi
(devre) bulunuz.

Çöz:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 9, 7, 10, 5, 11, 3, 12, 1)

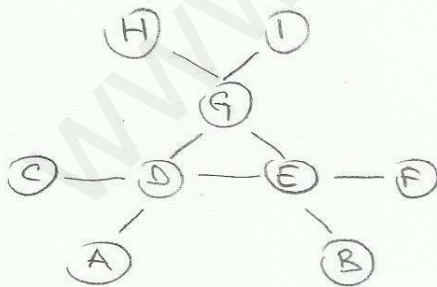
b)



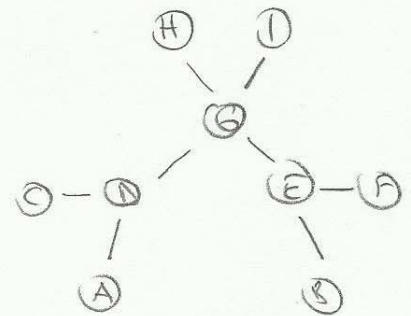
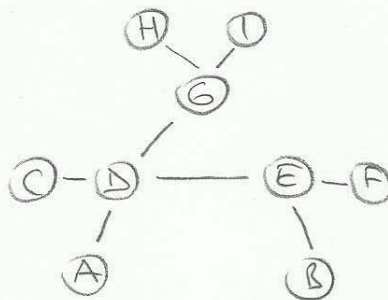
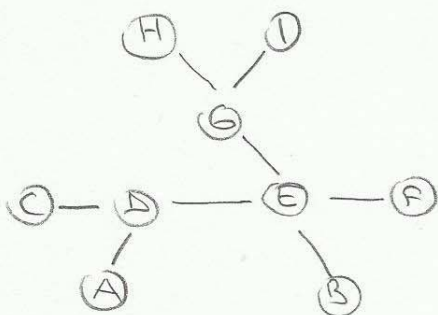
Yandaki çizge için
bütün ayrıntıları içeren bir
gezi bulunuz.

(2, 1, 3, 4, 1, 5, 4, 6, 3, 2, 6, 5)

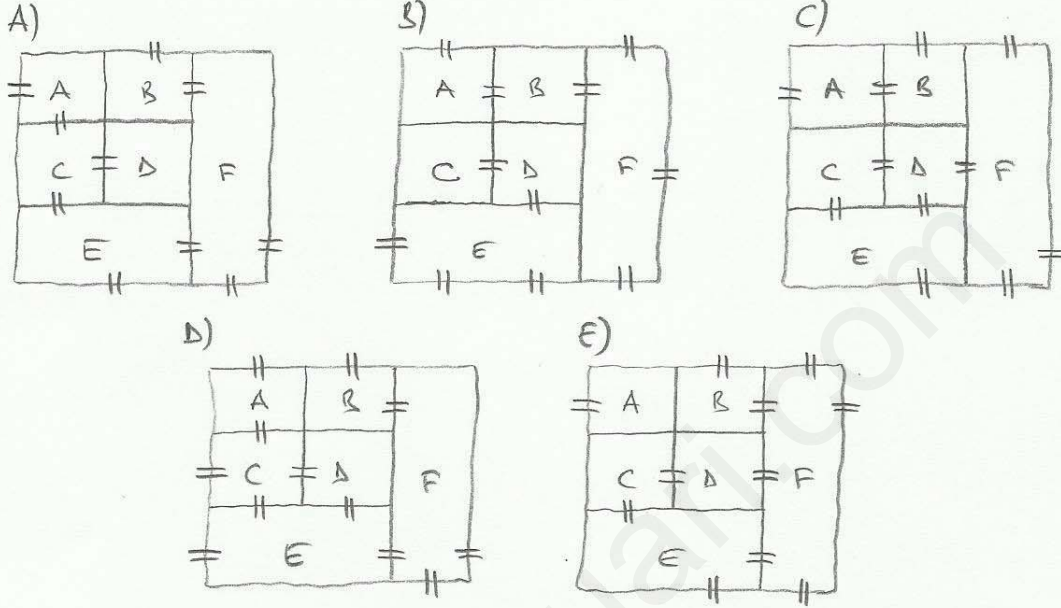
5.) Verilen çizgenin düzettiği ağaçları bulunuz.



Çöz:



6.) Aşağıdaki şekillerde bir bina ve içindeki A, B, C, D, E ve F ile adlandırılan odalarla bu odalar arasındaki ve binaya giriş-çıkış kapıları gösterilmektedir. Buna göre aşağıdakilerden hangisinde bir odaya başlayıp, her kapıdan bir kez geçip, tekrar başlanılan odaya dönmek mümkündür?



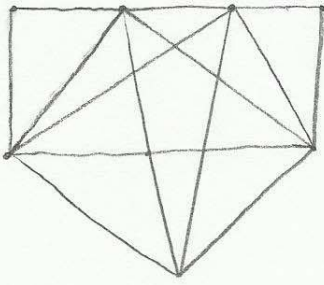
D seçeneğinde derecesi tek olan noktaların sayısı 0 olduğundan bu seçenek doğrudur.

7.) $K_{6,14}$ iki kümeli tam grafişindeki en uzun yolun uzunluęu nedir?

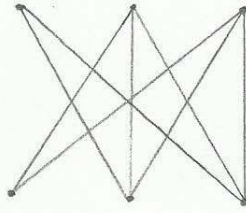
$$2 \times 6 = \underline{12}$$

8.) Aşağıdaki çizgilerden hangisi düzlemsel değildir?

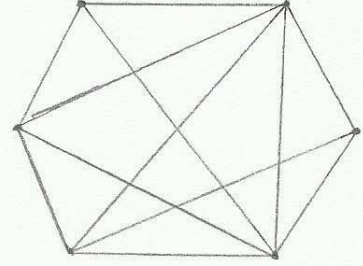
A)



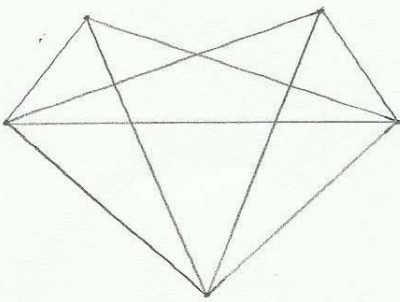
B)



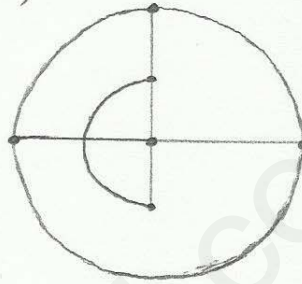
C)



D)



E)



A. şıkları düzlemsel değildir.

9.) $|V| = 65$ ve $|E| = 50$ olmak üzere $G = (V, E)$ çizgesi bir orman olsun. Bu durumda G ormanında kaç ağaç vardır?

G' 'de k ağaç olsun. $i = 1, 2, \dots, k$ için T_i ağacının derecesi sayısı $|V_i|$, ayrıt sayısı $|E_i|$ ile gösterelim. $|E_i| + 1 = |V_i|$ biliprur, $|V| = 65$ verildiğinden

$$\begin{aligned} 65 &= |V_1| + |V_2| + \dots + |V_k| \\ &= (|E_1| + 1) + (|E_2| + 1) + \dots + (|E_k| + 1) \\ &= (|E_1| + |E_2| + \dots + |E_k|) + k \\ &= 50 + k \end{aligned}$$

$$\Rightarrow k = 65 - 50 = \underline{\underline{15}}$$

10) Nihat'ın 2 çocuğundan en az birisi kızdır. Buna göre Nihat'ın iki çocuğunun da kız olma olasılığı nedir?

Tüm olasılıklar $\Rightarrow EE, EK, KE, KK$

son üçü verile koşula uyar $\Rightarrow S = \{EK, KE, KK\}$

bunlardan sadece biri istenen durumdur,

$$\Rightarrow \frac{1}{3} //$$

11.) $G = (V, E)$ tek parça bir grafe olsun. Eğer G 'nin ayrıt sayısı 24 ve tüm düğümlerin kertesini en az 5 ise G 'nin en fazla kaç noktası olabilir?

$$2|E| = \sum_{v \in V} d(v) \text{ olduğunu biliyoruz. o zaman}$$

$$2|E| = 2 \cdot 24 = 48 \geq 5 \cdot |V| \text{ olur.}$$

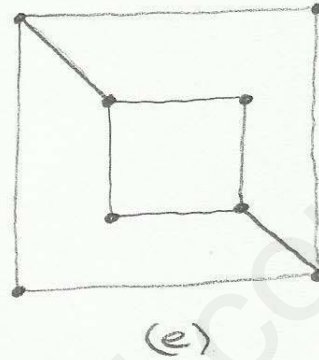
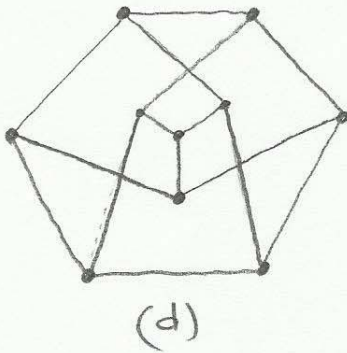
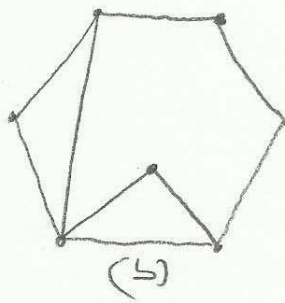
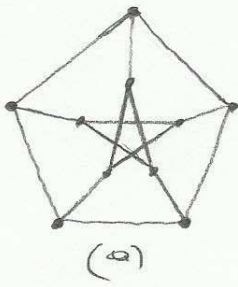
Buradan $|V| \leq \frac{48}{5}$ bulunur. O halde V en fazla 9 elemanlıdır.

12.) $T_1 = (V_1, E_1)$ ve $T_2 = (V_2, E_2)$ herhangi iki ağaç olsun. Eğer $|V_1| = 3|V_2|$ ve $|E_2| = 15$ ise $|V_1| = ?$

$$|E_2| = 15 \text{ olduğundan } |V_2| = 16 \text{ olur.}$$

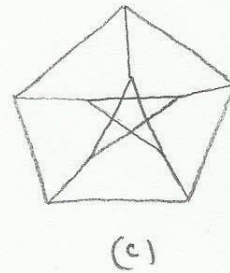
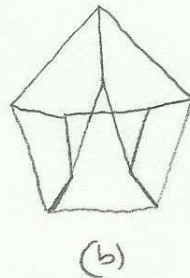
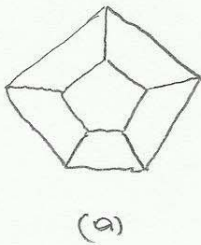
$$\text{Buradan } |V_1| = 3 \cdot 16 = 48 \text{ bulunur.}$$

13.) Aşağıdaki çizgelerin hangisi izomorftur.

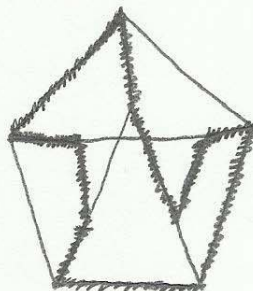
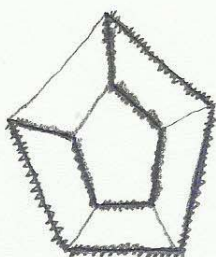


(a), (b), (d) izomorftur, (c) ve (e) izom. değildir.

14.) Üzerinde kapalı bir kapsayan yol düzenlenebilen çizgeye Hamilton çizgesi denir. Buna aşağıdaki 3 çizgeden hangisi Hamilton çizgesine sahiptir, gösteriniz.



(a) ve (b) Hamilton çizgesine sahiptir.



15.) $F(x,y) = (x+y)$ ve $G(x,y) = \bar{x}y + x$ fonk aynı old.ğ's.

$$F(x,y) = (x+y) = xy //$$

$$\begin{aligned} G(x,y) &= \bar{x}y + x = (\bar{x} + y) \cdot x \\ &= \bar{x}x + yx \\ &= xy // \end{aligned}$$

16) Aşağıda verilen ifadeleri Boole cebri aksiyomları ve özelliklerini kullanarak gösteriniz.

a) $a + a.b = a$

$$\Rightarrow a.(1+b) = a.1 = \underline{a}$$

b) $ab + \bar{a}.c + b.c = a.b + \bar{a}.c$

$$\begin{aligned} \Rightarrow ab + \bar{a}.c + b.c &= a.b + \bar{a}.c + b.c(a + \bar{a}) \\ &= a.b + \bar{a}.c + b.ca + b.c.\bar{a} \\ &= a.b(1+c) + \bar{a}.c(1+b) \\ &= \underline{a.b + \bar{a}.c} \end{aligned}$$

c) $ab + a\bar{b} = a$

$$\Rightarrow ab + a\bar{b} = a(b + \bar{b}) = a.1 = \underline{a}$$

d) $(a+b)(a+\bar{b}) = a$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a+b)(a+\bar{b}) &= aa + a\bar{b} + ab + b\bar{b} \\ &= a + a(b+\bar{b}) = a + a = \underline{a} \end{aligned}$$

e) $abc + \bar{a}b + ab\bar{c} = b$

$$\begin{aligned} \Rightarrow abc + \bar{a}b + ab\bar{c} &= ab(c + \bar{c}) + \bar{a}b \\ &= ab + \bar{a}b \\ &= b(a + \bar{a}) = \underline{b} \end{aligned}$$

$$f.) (\overline{a+b})(\overline{a+b}) = 0$$

$$\Rightarrow (\overline{a+b})(\overline{a+b}) = \overline{a} \overline{b} a b \\ = a \overline{a} b \overline{b} = \underline{0}$$

$$g.) \overline{a} b c + a c = c(a+b)$$

$$\Rightarrow \overline{a} b c + a c = c(a + \overline{a} b) \\ = c(a + \overline{a})(a + b) \\ = c(a + b)$$

$$h.) (\overline{a+b})(\overline{a+b}) = \overline{a} \overline{b}$$

$$\Rightarrow (\overline{a+b})(\overline{a+b}) = \overline{a} \overline{b} (\overline{a+b}) \\ = \overline{a} \overline{a} \overline{b} + \overline{a} \overline{b} \overline{b} \\ = \overline{a} \overline{b} + \overline{a} \overline{b} = \underline{\overline{a} \overline{b}}$$

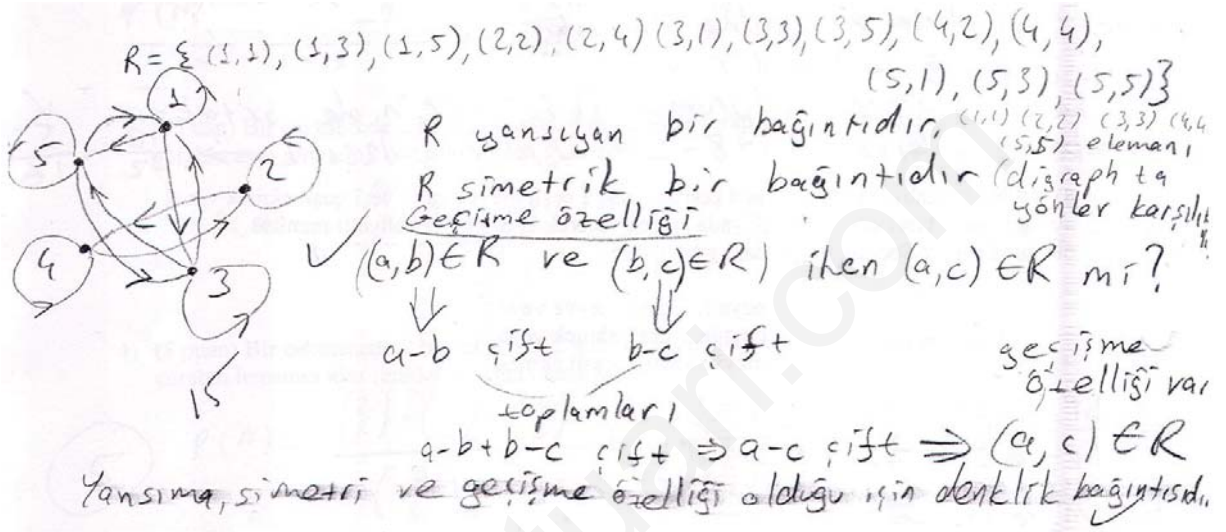
$$i.) (\overline{a \overline{b} + \overline{a} b}) = \overline{a} \overline{b} + a b$$

$$\Rightarrow (\overline{a \overline{b} + \overline{a} b}) = \overline{(a + \overline{b})(\overline{a} + b)} \quad (\text{duali}) \\ = (\overline{a} + b)(\overline{a} + \overline{b}) \\ = \overline{a} \overline{a} + \overline{a} \overline{b} + a b + b \overline{b} \\ = \underline{\overline{a} \overline{b} + a b}$$

SORU-1

R, A kümesi üzerinde $(a,b) \in R$ ise a-b çift sayıdır şartını sağlayan bir bağıntıdır. Bu bağıntıyı yönlü çizge (digraph) kullanarak gösteriniz. Bu bağıntı denklik bağıntısı mıdır?
 $A=\{1,2,3,4,5\}$

Çözüm:

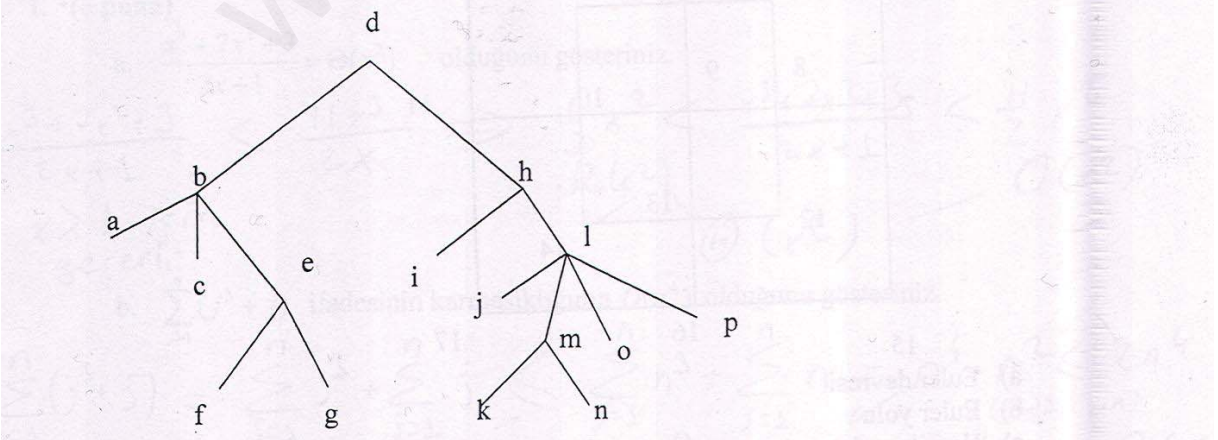


SORU-2

Aşağıdaki ağacın

- Ön sıralı (preorder traversal)
- Sıralı (inorder traversal)
- Ard sıralı (postorder traversal)

Geçişlerini bulunuz.



Çözüm:

a) d(b)(h)

dbac(e)(h)

dbacefghilj(m)op

dbacefghiljmnop //

b) (b)d(h)

abcsefghiljkmnop //

c) (b)(h)d

acfgeb(h)d

acfgeb(i)(h)d

acfgebij(m)oplhd

knm

acfgebijknmoplhd //

Soru: İş makinelerinin üretildiği bir fabrikada ayda 25 iş makinesi üretilmektedir (bir ayı 20 iş günü olarak alınız). Fabrikada günde en az 1 iş makinesi üretilmektedir. Bu fabrikanın bir ay içinde tam olarak 14 iş makinesi ürettiği kesintisiz bir zaman dilimi (kesintisizden kasıt ardışık günler topluluğudur) olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

Bu soru çözümünde “Güvercin Deliği İlkesi” kullanılacaktır.

T_i ile Fabrikada i . gün sonunda üretilen toplam iş makinesi sayısını gösterelim.

Her gün en az 1 tane iş makinesi üretildiği için:

$1 \leq T_1 < T_2 < T_3 < \dots < T_{19} < T_{20} = 25$ eşitliğini yazabiliriz.

Ayrıca;

$15 \leq T_1 + 14 < T_2 + 14 < T_3 + 14 < \dots < T_{19} + 14 < T_{20} + 14 = 39$ eşitliğini de yazabiliriz.

Şimdi, elimizde 20 şerli 2 grup halinde 40 gün var ve bu günler 1 ile 39 arasında değerler alabiliyor öyleyse bu sayılardan en az 2 tanesi aynı değeri almak zorundadır.

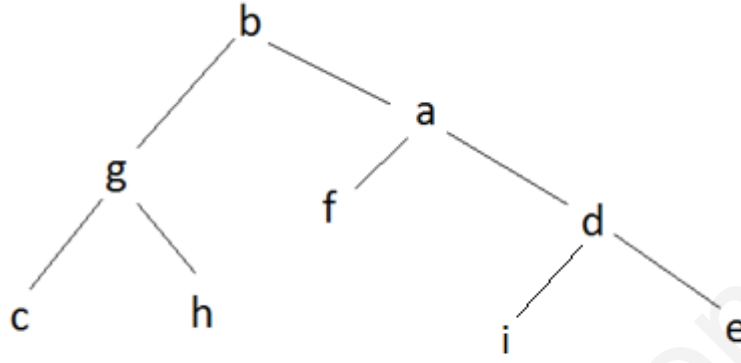
Yani $T_i = T_j + 10$ olan i ve j sayıları mevcut olmalıdır.

Öyleyse j . ve i . gün arasındaki ardışık günlerde bu fabrikada tam olarak 10 iş makinesi üretilmiştir diyebiliriz.

Soru: Aşağıda verilen ağacın

- İçek
- Önek
- Sonek

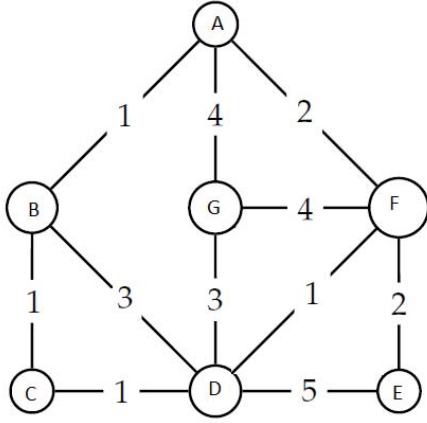
geçişlerini bulunuz.



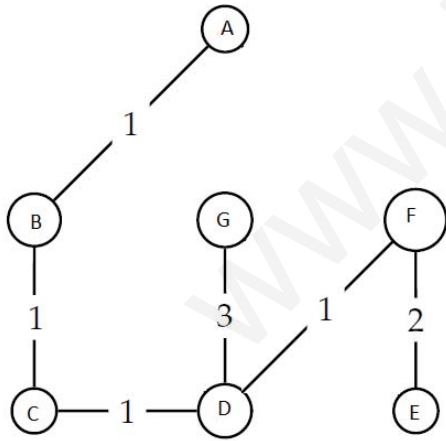
Cevap:

- İçek: **C-G-H-B-F-A-i-D-E**
- Önek: **B-G-C-H-A-F-D-i-E**
- Sonek: **C-H-G-F-i-E-D-A-B**

Soru: Aşağıdaki şekilde A, B, C, D, E, F ve G ile gösterilen şehirlerin arasına fiber optik kablolar döşenecektir. Şekilde, mümkün olan hatların maliyetleri rakamlar ile gösterilmiştir. Buna göre Kruskal algoritmasıyla, bir şehre sadece bir bağlantı oluşacak şekilde (çevre oluşmasına izin vermeyerek) bulunan ve tüm şehirleri birbirine bağlayan fiber optik hattın en düşük maliyetini bulunuz. Adımlarınızı gösteriniz. (Şehirlerin hepsinin birbirine bağlanmasına gerek yoktur. Amaç şehirlerin fiber optik kablolar ile birbirine bağlanması ve fiber optik ağı tüm şehirlere ulaşabilmesidir.)



Cevap:



Toplam maliyet: 9

* 2 maliyetlerden biri seçilememektedir.

Soru: Aşağıda verilen ifadeleri sadeleştiriniz ve duallerini bulunuz.

- $x = abc'd' + abc'd + abc + a'bc + acd + ab'cd + a'bcd'$

$$x = abc'(d+d') + bc(a+a') + acd(b'+1) + a'bcd'$$

$$x = abc' + bc + acd + a'bcd'$$

$$x = abc' + bc(1+a'd') + acd$$

$$x = abc' + bc + acd$$

$$x = b(ac' + c) + acd$$

$$ac' + c = c + ac' = (c+a).(c+c') = a + c \text{ [Toplamanın dağılıma özelliği] ve } c+c'=1$$

$$x = b(a+c) + acd$$

$$x = ab + bc + acd$$

İfadenin duali ise $\rightarrow x = (a+b) . (b+c) . (a+c+d)$

- $f = ab + a'c + bc$
 $f = ab + a'c + bc(a+a')$
 $f = ab + a'c + abc + a'bc$
 $f = ab + a'c + abc + a'bc$
 $f = a(b+bc) + a'(c+bc)$
 $f = ab + a'c$

İfadenin duali ise $\rightarrow f = (a+b) . (a' + c)$

- $a = (x + y) . (x' + z) . (y + z)$
 $a = (x + y) . (x' + z) . ((y + z) + x.x')$
 $a = (x + y) . (x' + z) . (y + z + x) . (y + z + x')$
 $a = (x + y) . (x' + z) . (y + z + x) . (y + z + x')$
 $a = (x + y.(y+z)) . (x' + z.(y+z))$
 $y.(y+z) = y.y + y.z = y + y.z = y(1+z) = y$
 $z.(y+z) = z.y + z.z = z.y + z = z(1+y) = z$
 $a = (x + y) . (x' + z)$

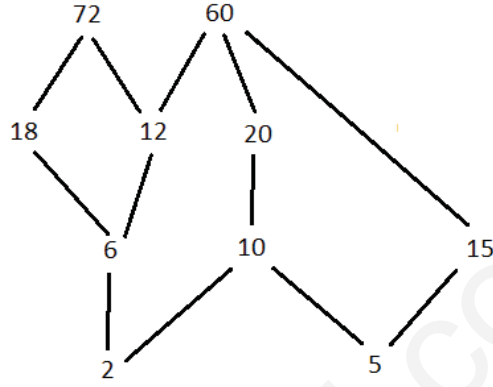
İfadenin duali ise $\rightarrow a = xy + x'z$

Soru: Aşağıdaki bağıntının Hasse çizeneğini çiziniz.

$\{2,5,6,10,12,15,18,20,60,72\}$

Minimum ve maximum elemanları belirtiniz.

Çözüm:



Minimum elemanlar: 2 ve 5

Maximum elemanlar: 60 ve 72