

Segundo Proyecto de Simulación.

TEMA: Sistema de inferencia difusa.



Autor: Harold Rosales Hernández.

Grupo: C411.

Facultad de Matemática y Computación. Universidad de La Habana.

Introducción:

La forma en que la gente piensa es, inherentemente, difusa. La forma en que percibimos el mundo está cambiando continuamente y no siempre se puede definir en términos de sentencias verdaderas o falsas. En el presente informe se propone un sistema de inferencia difusa, que permita modelar problemas reales mediante el uso de la lógica difusa. El sistema implementado presenta funciones de pertenencia triangulares y trapezoidales, pero está hecho para no depender de este tipo de funciones solamente sino de cualquier función de pertenencia que se quiera adicionar. Se implementaron los métodos de agregación de *Mamdani* y *Larsen*, con entradas de valores *singleton* y de conjuntos difusos, se cuenta también con la implementación de los métodos de desdifusificación: Centroide (COA), Bisección (BOA) y Media de los Máximos (MOM). Para comprobar que nuestro sistema es correcto y para hacer un mejor uso de el se pondrá un ejemplo práctico para probar sus resultados.

Características del Sistema de Inferencia propuesto:

- Reglas *if-then* que definen los problemas a resolver
- Métodos de agregación de Mamdani y Larsen.
- Métodos de desdifusificación: Centroide (COA), Bisección y Media de los Máximos(MOM).
- Funciones de pertenencia triangulares y trapezoidales.

Funciones de pertenencia:

1. **Triangulares:** Una función de pertenencia triangular es un conjunto difuso representado por 3 puntos $A = (a_1, a_2, a_3)$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \text{ ó } x > a_3 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x < a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \end{cases}$$

- 2. Trapezoidales:** Una función de pertenencia trapezoidal es un conjunto difuso representado por 4 puntos $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \text{ ó } x > a_4 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x < a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 < x \leq a_4 \end{cases}$$

Métodos de agregación y de desdifusificación:

Se emplearon los métodos de agregación *Mamdani* y *Larsen* cumpliendo con:

- **Mamdani:**

$$\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^n [\alpha_i \wedge \mu_{C_i}(z)]$$

- **Larsen:**

$$\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^n [\alpha_i * \mu_{C_i}(z)]$$

Como métodos de desdifusificación se implementaron los siguientes:

- **Media de los máximos (MOM)**

$$z_0 = \sum_{j=1}^k \frac{z_j}{k}$$

- **Centroide (COA)**

$$z_0 = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_C(z_j) * z_j}{\sum_{j=1}^n \mu_C(z_j)}$$

- **Bisector del área (BOA)**

$$\int_{\alpha}^{z_0} \mu_C(z) dz = \int_{z_0}^{\beta} \mu_C(z) dz$$

Implementación del Sistema de inferencia difusa:

Para la implementación del sistema se utilizó el lenguaje de programación *Python* por su comodidad y profundización en su estudio.

Para hacer más sencilla la implementación del sistema se usaron algunas clases *helpers* para seguir el principio *Single responsibility*, veamos algunos de ellos:

- fuzzySet: La definición que se propone de un conjunto difuso, que se compone de una función de pertenencia cuya imagen pertenezca al intervalo $[0, 1]$ y el dominio del conjunto preciso sobre el cual se define nuestro conjunto difuso.
- functions: Las definiciones de las funciones de pertenencia, triangulares y trapezoidales, añadiendo otras funciones de pertenencia a este fichero se pueden utilizar en nuestro sistema sin ningún problema.
- aggregations: Implementación de las funciones de agregación antes mencionadas.
- defuzzification: Implementación de los métodos de desdifusificación antes mencionados.
- system: La implementación del sistema en cuestión, se recibe un conjunto de reglas, se calculan los antecedentes y precedentes. Luego, dada una entrada ya sea de tipo *singleton* o de tipo *fuzzySet* y un método de agregación seleccionado se procede a calcular los grados de coincidencia al que por conveniencia se llamó *params*, con esto es posible calcular la agregación. Luego usando los métodos de desdifusificación se pueden obtener los resultados de cualquier modelación que hagamos sobre el sistema.

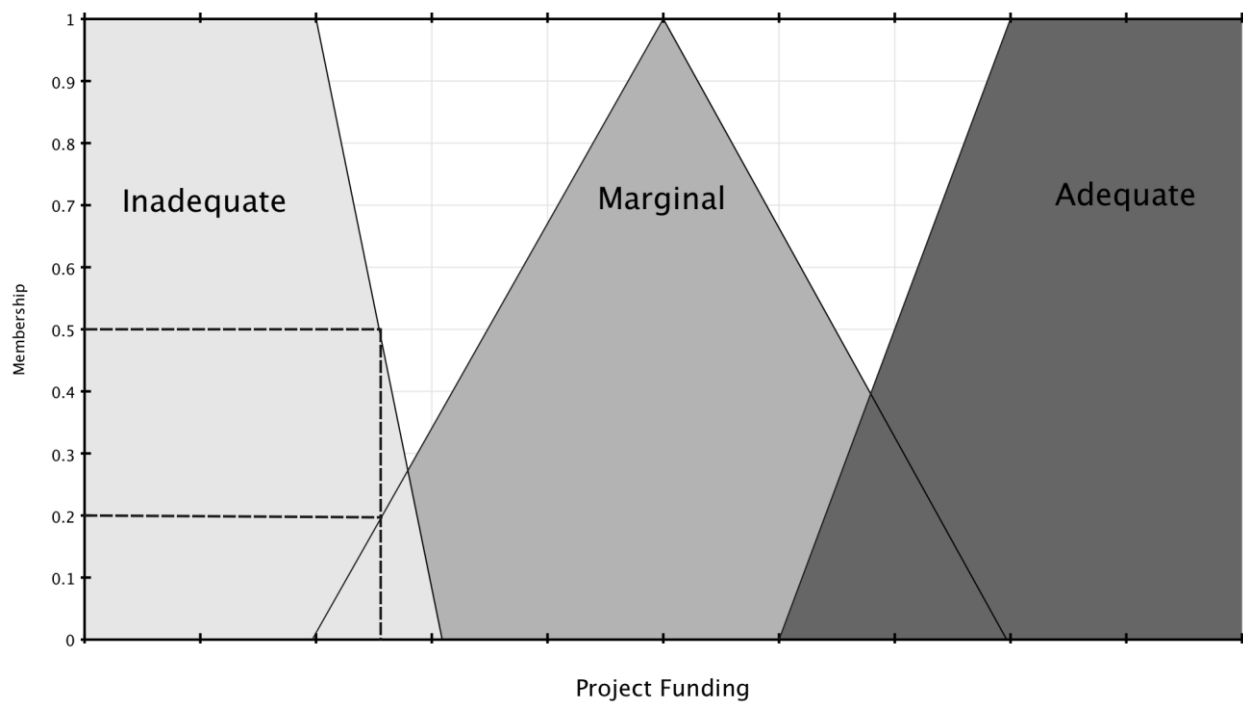
Problema:

Teniendo como objetivo la comprobación de que nuestro sistema funciona adecuadamente se modeló el siguiente problema.

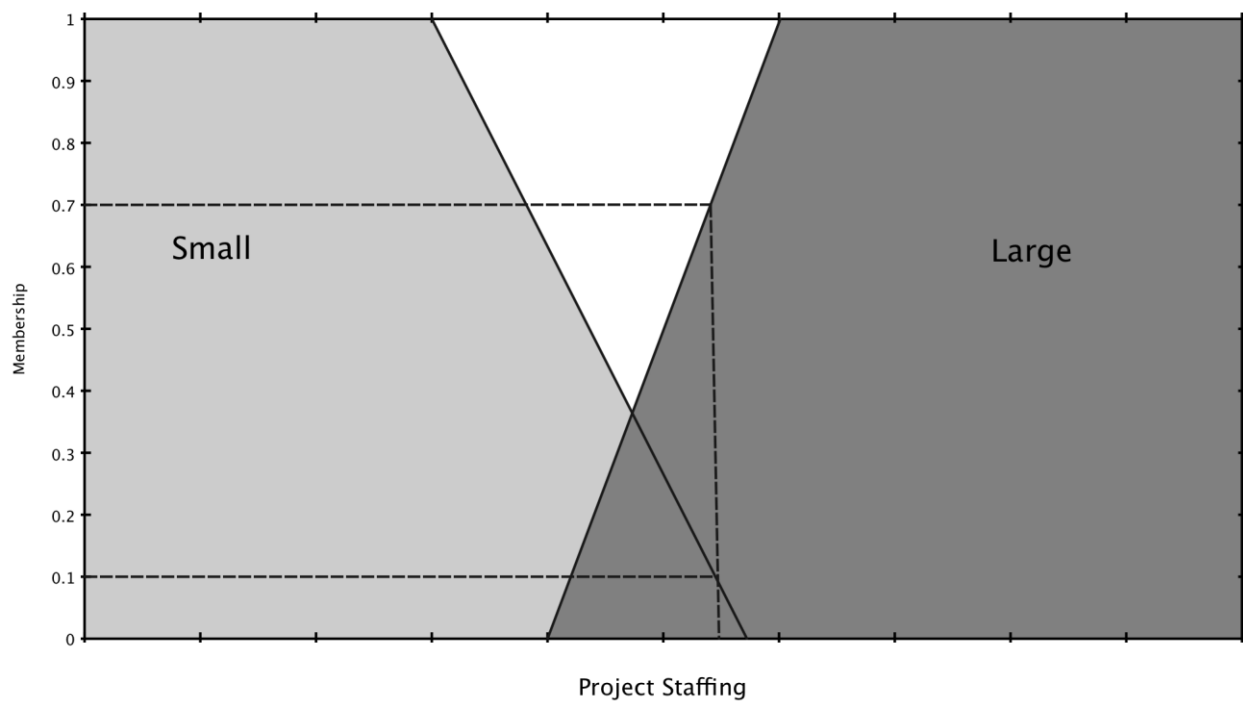
Se desea estimar el nivel de riesgo (risk) para un proyecto de Ingeniería de software, teniendo en cuenta dos entradas: financiamiento del proyecto (funding) y cantidad de personal (staffing).

Se definen los siguientes conjuntos:

$funding = \{ inadequate, marginal, adequate \}$

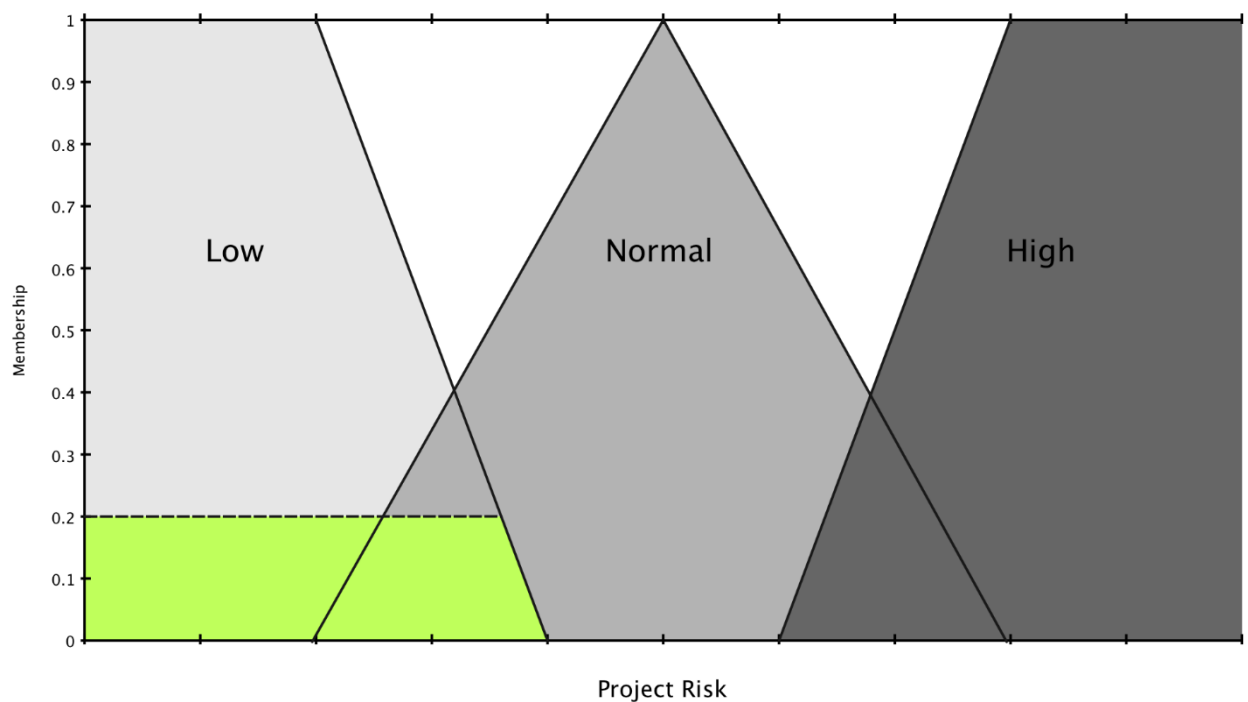


$staffing = \{ small, large \}$



Sobre estos conjuntos se definen las siguientes reglas:

- Si *funding* es **adequate** o *staffing* es **small** entonces *risk* es **low**.
- Si *funding* es **marginal** y *staffing* es **large** entonces *risk* es **normal**.
- Si *funding* es **inadequate** entonces *risk* es **high**.



Teniendo en cuenta el problema que se acaba de definir probamos nuestro sistema definiendo las siguientes reglas y variables lingüísticas:

```
rules = [  
    (adequate , small, low),  
    (adequate, large, low),  
    (marginal, small, low),  
    (marginal, large, normal),  
    (inadequate, small, high),  
    (inadequate, large, high)  
]
```

#Linguistic: Funding

```
inadequate = TrapezoidalFuzzyNumber(0, 0, 20, 31)
```

```
marginal = TriangularFuzzyNumber(20, 50, 80)
```

```
adequate = TrapezoidalFuzzyNumber(60, 78, 100, 100)
```

```
#Linguistic: Staffing
```

```
small = TrapezoidalFuzzyNumber(0, 0, 30, 56)
```

```
large = TrapezoidalFuzzyNumber(40, 60, 100, 100)
```

```
#Linguistic: Risk
```

```
low = TrapezoidalFuzzyNumber(0, 0, 35, 40)
```

```
normal = TriangularFuzzyNumber(20, 50, 80)
```

```
high = TrapezoidalFuzzyNumber(60, 80, 100, 100)
```

La evaluación de nuestro problema teniendo en cuenta *funding* = 25% y *staffing* = 55%, empleando ambos métodos de agregación y usando los métodos de desdifusificación obtenemos los siguientes resultados:

```
---Mamdani-----
```

```
COA: 69.92% of risk
```

```
BOA: 6.25% of risk
```

```
MOM: 85.5% of risk
```

```
---Larsen-----
```

```
COA: 73.62% of risk
```

```
BOA: 12.5% of risk
```

```
MOM: 90.0% of risk
```

Podemos apreciar similitud en los resultados de ambos métodos de agregación y en las aplicaciones de los métodos de desdifusificación. Haciendo una observación gráfica y objetiva del problema planteado podemos decir que el método de desdifusificación más acertado a nuestro problema sería COA.

Consideraciones:

Mediante las pruebas realizadas se puede apreciar la utilidad de este tipo de sistemas para resolver problemas de la vida real, aunque no se presentan pruebas con valores de entrada difusos el sistema los acepta y arroja valores correctos en dependencia de la definición de dicha entrada, además de la adición de funciones de pertenencia distintas a las propuestas en este informe.

Referencias:

[1] Dr. Luciano García Garrido, Lic. Luis Martí Orosa, Lic. Luis Pérez Sánchez. Temas de Simulación.

[2] Dr. Kwang H. Lee. First Course on Fuzzy Theory and Applications.