Talousmatematiikkaa: korkolaskenta

20. huhtikuuta 2015

Korkolaskenta

Tarkastellaan seuraavassa pääasiassa talletusten kasvamia korkoja

Korkolaskenta

Tarkastellaan seuraavassa pääasiassa talletusten kasvamia korkoja

Korkolaskenta jaetaan *yksinkertaiseen korkolaskentaan* ja *koronkorkolaskentaan*

Tarkastellaan seuraavassa pääasiassa talletusten kasvamia korkoja

Korkolaskenta jaetaan *yksinkertaiseen korkolaskentaan* ja *koronkorkolaskentaan*

Keskeisiä käsitteitä mm.

- korkoaika (aika, jonka talletus kasvaa korkoa),
- korkokausi (koron maksuväli),
- korkokanta (korkoprosentti),
- lähdevero (30%)

Yksinkertainen korkolasku

Kun korkoaika on lyhyempi kuin korkokausi, puhutaan yksinkertaisesta korkolaskusta.

Yksinkertainen korkolasku

Kun korkoaika on lyhyempi kuin korkokausi, puhutaan yksinkertaisesta korkolaskusta.

Korko r riippuu alkuperäisestä pääomasta k, korkokannasta i ja korkoajasta t:

Yksinkertainen korkolasku

Kun korkoaika on lyhyempi kuin korkokausi, puhutaan yksinkertaisesta korkolaskusta.

Korko r riippuu alkuperäisestä pääomasta k, korkokannasta i ja korkoajasta t:

$$r = kit$$

Yksinkertainen korkolasku

Kun korkoaika on lyhyempi kuin korkokausi, puhutaan yksinkertaisesta korkolaskusta.

Korko r riippuu alkuperäisestä pääomasta k, korkokannasta i ja korkoajasta t:

$$r = kit$$

Kasvanut pääoma K saadaan lisäämällä korko alkuperäiseen pääomaan:

Yksinkertainen korkolasku

Kun korkoaika on lyhyempi kuin korkokausi, puhutaan yksinkertaisesta korkolaskusta.

Korko r riippuu alkuperäisestä pääomasta k, korkokannasta i ja korkoajasta t:

$$r = kit$$

Kasvanut pääoma K saadaan lisäämällä korko alkuperäiseen pääomaan:

$$K = k + r = k + kit$$

Huom! Tässä korkoaika on ilmaistava korkokausina.

Korkolaskenta

Korkolaskenta

Usein käytettyjä korkokausia lyhenteineen:

- kerran vuodessa: p.a. (*per anno*)

Usein käytettyjä korkokausia lyhenteineen:

- kerran vuodessa: p.a. (*per anno*)
- kerran puolessa vuodessa: p.s. (*per season*)

Korkolaskenta

Usein käytettyjä korkokausia lyhenteineen:

- kerran vuodessa: p.a. (*per anno*)
- kerran puolessa vuodessa: p.s. (*per season*)
- kerran neljännesvuodessa: p.q. (*per quarter*)

Korkolaskenta

Usein käytettyjä korkokausia lyhenteineen:

- kerran vuodessa: p.a. (*per anno*)
- kerran puolessa vuodessa: p.s. (*per season*)
- kerran neljännesvuodessa: p.q. (*per quarter*)
- kerran kuussa: per kk

Korkolaskenta

Usein käytettyjä korkokausia lyhenteineen:

- kerran vuodessa: p.a. (*per anno*)
- kerran puolessa vuodessa: p.s. (*per season*)
- kerran neljännesvuodessa: p.q. (*per quarter*)
- kerran kuussa: per kk

Huomaa, että kertynyt korko liitetään pääomaan aina korkokauden *lopussa*.

Yksinkertainen korkolaskenta: nettokorko

Yksinkertainen korkolaskenta: nettokorko

Talletusten korkotulot ovat veronalaisia.

Yksinkertainen korkolaskenta: nettokorko

Talletusten korkotulot ovat veronalaisia.

Ennen koron maksamista siitä peritään 30 % lähdevero, jonka pankki tilittää valtiolle.

Yksinkertainen korkolaskenta: nettokorko

Talletusten korkotulot ovat veronalaisia.

Ennen koron maksamista siitä peritään 30 % lähdevero, jonka pankki tilittää valtiolle.

- *Nettokorko* tarkoittaa korkoa, joka jää jäljelle lähdeveron perimisen jälkeen
- *Nettokorkokanta* tarkoittaa korkokantaa, jonka avulla nettokorko voidaan laskea suoraan

Esimerkki

Tilille, jonka korkokanta on 2,2 % p.a. talletetaan 2 650 euroa. Puolessa vuodessa talletus on kasvanut korkoa

$$r = kit = 2\ 650 \cdot 0{,}022 \cdot 0{,}5 = 29{,}15$$

euroa. Ennen maksamista korosta peritään 30 % lähdeveroa, joten maksettavaksi koroksi, eli *nettokoroksi* jää

$$0,70 \cdot 29{,}15 \approx 20{,}4$$

euroa. Samaan tulokseen päästään, jos korkokannan i tilalla käytetään *nettokorkokantaa* $0,7 \cdot 0{,}022 = 0{,}0154$: tällöin

$$r = 2\ 650 \cdot 0{,}0154 \cdot 0{,}5 \approx 20{,}4$$

euroa.

Yksinkertainen korkolaskenta: lähdeveron pyöristyssääntö

Yksinkertainen korkolaskenta: lähdeveron pyöristyssääntö

Lähdeveroon liittyy erikoinen *pyöristyssääntö*:

Yksinkertainen korkolaskenta: lähdeveron pyöristyssääntö

Lähdeveroon liittyy erikoinen *pyöristyssääntö*:lähdevero lasketaan jokaisesta maksetusta korkoerästä täysin kymmenin sentein siten, että yli menevät sentit jätetään huomioimatta.

Yksinkertainen korkolaskenta: lähdeveron pyöristyssääntö

Lähdeveroon liittyy erikoinen *pyöristyssääntö*:lähdevero lasketaan jokaisesta maksetusta korkoerästä täysin kymmenin sentein siten, että yli menevät sentit jätetään huomioimatta.

Edellisessä esimerkissä lähdevero $0,30 \cdot 29{,}15 = 8{,}745$ € pyöristettäisiin ja todellisuudessa perittävä vero olisi 8,7 euroa; tällöin nettokoroksi jäisi 20,45 euroa (kun se edellä oli 20,4 euroa).

Yksinkertainen korkolaskenta: lähdeveron pyöristyssääntö

Lähdeveroon liittyy erikoinen *pyöristyssääntö*:lähdevero lasketaan jokaisesta maksetusta korkoerästä täysin kymmenin sentein siten, että yli menevät sentit jätetään huomioimatta.

Edellisessä esimerkissä lähdevero $0,30 \cdot 29{,}15 = 8{,}745$ € pyöristettäisiin ja todellisuudessa perittävä vero olisi 8,7 euroa; tällöin nettokoroksi jäisi 20,45 euroa (kun se edellä oli 20,4 euroa).

Pyöristyssääntö jätetään usein huomioimatta tehtävien ratkaisuissa varsinkin koronkorkolaskuissa.

Yksinkertainen korkolaskenta: korkopäivät

Yksinkertainen korkolaskenta: korkopäivät

Koron laskeminen voi vaatia *korkopäivien lukumäärän* selvittämisen.

Yksinkertainen korkolaskenta: korkopäivät

Koron laskeminen voi vaatia *korkopäivien lukumäärän* selvittämisen.

Esimerkki

800 euron talletukselle maksetaan vuotuista korkoa 9 %. Kuinka paljon korkoa maksetaan ajalta 2.4.–16.6.2014?

Yksinkertainen korkolaskenta: korkopäivät

Koron laskeminen voi vaatia *korkopäivien lukumäärän* selvittämisen.

Esimerkki

800 euron talletukselle maksetaan vuotuista korkoa 9 %. Kuinka paljon korkoa maksetaan ajalta 2.4.–16.6.2014?

Korkoaikaa selvitettäessä talletuspäivää ei lasketa mukaan, nostopäivä lasketaan.

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.
- Toukokuulta päiviä kertyy 31

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.
- Toukokuulta päiviä kertyy 31
- Kesäkuulta päiviä kertyy 16

Yhteensä korkopäiviä kertyy 75. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,09 = 0,063$, joten maksettavan koron suuruus on

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.
- Toukokuulta päiviä kertyy 31
- Kesäkuulta päiviä kertyy 16

Yhteensä korkopäiviä kertyy 75. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,09 = 0,063$, joten maksettavan koron suuruus on

$$r = kit = 800 \cdot 0,063 \cdot \frac{75}{365} = 10,36$$

euroa.

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.
- Toukokuulta päiviä kertyy 31
- Kesäkuulta päiviä kertyy 16

Yhteensä korkopäiviä kertyy 75. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,09 = 0,063$, joten maksettavan koron suuruus on

$$r = kit = 800 \cdot 0,063 \cdot \frac{75}{365} = 10,36$$

euroa. Jos kyseessä on karkausvuosi, koron suuruus on

$$r = kit = 800 \cdot 0,063 \cdot \frac{75}{366} = 10,33$$

euroa.

Ratkaisuehdotus

Lasketaan korkopäivien lukumäärät:

- Huhtikuussa on 30 päivää, joten huhtikuulta korkopäiviä kertyy 30-2 = 28 kpl.
- Toukokuulta päiviä kertyy 31
- Kesäkuulta päiviä kertyy 16

Yhteensä korkopäiviä kertyy 75. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,09 = 0,063$, joten maksettavan koron suuruus on

$$r = kit = 800 \cdot 0,063 \cdot \frac{75}{365} = 10,36$$

euroa. Jos kyseessä on karkausvuosi, koron suuruus on

$$r = kit = 800 \cdot 0,063 \cdot \frac{75}{366} = 10,33$$

euroa. Tämä ei ole ainoa tapa laskea korkoajan pituutta.

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

- *Todelliset/365*: todellinen päivien lkm, vuodessa 365 (366) päivää

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

- *Todelliset/365*: todellinen päivien lkm, vuodessa 365 (366) päivää
- *Todelliset/360*: todellinen päivien lkm, vuodessa 360 päivää

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

- *Todelliset/365*: todellinen päivien lkm, vuodessa 365 (366) päivää
- *Todelliset/360*: todellinen päivien lkm, vuodessa 360 päivää
- *30/360*: kuukaudessa 30 päivää, vuodessa 360 päivää

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

- *Todelliset/365*: todellinen päivien lkm, vuodessa 365 (366) päivää
- *Todelliset/360*: todellinen päivien lkm, vuodessa 360 päivää
- *30/360*: kuukaudessa 30 päivää, vuodessa 360 päivää

Korkoajan laskeminen (3 tapaa)

- *Todelliset/365*: todellinen päivien lkm, vuodessa 365 (366) päivää
- *Todelliset/360*: todellinen päivien lkm, vuodessa 360 päivää
- *30/360*: kuukaudessa 30 päivää, vuodessa 360 päivää

Kuva : Kuinka monta päivää kussakin kuussa on?

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa.

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2},$$

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2},$$

missä n on yhteenlaskettavien lukumäärä,

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2},$$

missä n on yhteenlaskettavien lukumäärä, a_1 summan ensimmäinen termi ja

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2},$$

missä n on yhteenlaskettavien lukumäärä, a_1 summan ensimmäinen termi ja a_n summan viimeinen termi.

Aritmeettinen jono ja summa

Aritmeettinen jono

Lukujono on *aritmeettinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten erotus (etäisyys) on vakio.

Aritmeettinen summa

Aritmeettinen summa on aritmeettisen lukujonon (n ensimmäisen jäsenen) summa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2},$$

missä n on yhteenlaskettavien lukumäärä, a_1 summan ensimmäinen termi ja a_n summan viimeinen termi.

Aritmeettisen summan kaava on oivallinen työkalu, kun tarkastellaan toistuvia talletuksia yksinkertaisen korkolaskennan puitteissa.

Esimerkki

Tilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a, talletetaan maaliskuusta alkaen 100 euroa kunkin kuukauden lopussa. Viimeinen talletus tehdään joulukuun lopussa, jonka jälkeen tilille maksetaan korko. Kuinka paljon korkoa maksetaan?

Ratkaisuehdotus

Lasketaan kuinka monta kuukautta kukin talletus kasvaa korkoa:

Maalis	Huhti	Touko	Kesä	Heinä	Elo	Syys	Loka	Marras	Joulu
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Ratkaisuehdotus

Lasketaan kuinka monta kuukautta kukin talletus kasvaa korkoa:

Maalis	Huhti	Touko	Kesä	Heinä	Elo	Syys	Loka	Marras	Joulu
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Taulukon perusteella talletuksista saatavien korkojen summa on

$$100 \cdot 0,015 \cdot \frac{9}{12} + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{8}{12} + \ldots + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{1}{12}$$

euroa

Ratkaisuehdotus

Lasketaan kuinka monta kuukautta kukin talletus kasvaa korkoa:

Maalis	Huhti	Touko	Kesä	Heinä	Elo	Syys	Loka	Marras	Joulu
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Taulukon perusteella talletuksista saatavien korkojen summa on

$$100 \cdot 0,015 \cdot \frac{9}{12} + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{8}{12} + \ldots + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{1}{12}$$

euroa, joten

$$r = 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{9 + 8 + \cdots + 1}{12}.$$

Ratkaisuehdotus

Lasketaan kuinka monta kuukautta kukin talletus kasvaa korkoa:

Maalis	Huhti	Touko	Kesä	Heinä	Elo	Syys	Loka	Marras	Joulu
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Taulukon perusteella talletuksista saatavien korkojen summa on

$$100 \cdot 0,015 \cdot \frac{9}{12} + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{8}{12} + \ldots + 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{1}{12}$$

euroa, joten

$$r = 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{9+8+\cdots+1}{12}.$$

Saadaan

$$r = 100 \cdot 0,015 \cdot \frac{45}{12} = 5{,}625,$$

eli korkoa maksetaan (lähdeveron jälkeen) $0,7 \cdot 5{,}625 \approx 3{,}94$ euroa.

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Säästötilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a. talletetaan 1 500 euroa.

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Säästötilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a. talletetaan 1 500 euroa. Vuoden kuluttua talletus kasvaa korkoa $0,7 \cdot 1,5 =$ 1,05 prosenttia

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Säästötilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a. talletetaan 1 500 euroa. Vuoden kuluttua talletus kasvaa korkoa $0,7 \cdot 1,5 = 1{,}05$ prosenttia, eli tilillä on

$$1{,}0105 \cdot 1\ 500 = 1\ 515{,}75$$

euroa.

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Säästötilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a. talletetaan 1 500 euroa. Vuoden kuluttua talletus kasvaa korkoa $0,7 \cdot 1,5 = 1{,}05$ prosenttia, eli tilillä on

$$1{,}0105 \cdot 1\ 500 = 1\ 515{,}75$$

euroa. Seuraavan vuoden aikana tämä summa kasvaa korkoa 1,05 prosenttia, joten tilillä on toisen vuoden lopussa

$$1{,}0105 \cdot 1\ 515{,}75 \approx 1\ 531{,}67$$

euroa jne.

Koronkorkolaskentaa (esimerkki)

Säästötilille, jonka korkokanta on 1,5 % p.a. talletetaan 1 500 euroa. Vuoden kuluttua talletus kasvaa korkoa $0,7 \cdot 1,5 = 1{,}05$ prosenttia, eli tilillä on

$$1{,}0105 \cdot 1\ 500 = 1\ 515{,}75$$

euroa. Seuraavan vuoden aikana tämä summa kasvaa korkoa 1,05 prosenttia, joten tilillä on toisen vuoden lopussa

$$1{,}0105 \cdot 1\ 515{,}75 \approx 1\ 531{,}67$$

euroa jne. Esimerkiksi 10 vuoden kuluttua tilillä olisi siis

$$1\ 500 \cdot \underbrace{1{,}0105 \cdots 1{,}0105}_{10\ \text{kpl}} = 1\ 500 \cdot 1{,}0105^{10} \approx 1\ 665{,}15$$

euroa.

Koronkorko

Koronkorko

Kun talletusaika, ts. korkoaika ylittää tilille määrätyn korkokauden, edelliseltä kaudelta maksetut korot alkavat kasvaa korkoa.

Koronkorko

Kun talletusaika, ts. korkoaika ylittää tilille määrätyn korkokauden, edelliseltä kaudelta maksetut korot alkavat kasvaa korkoa. Talletus kasvaa siis *korkoa korolle*.

Koronkorko

Kun talletusaika, ts. korkoaika ylittää tilille määrätyn korkokauden, edelliseltä kaudelta maksetut korot alkavat kasvaa korkoa. Talletus kasvaa siis *korkoa korolle*.

Kasvanut pääoma koronkoron tapauksessa

$$K = kq^n$$

Kasvanut pääoma K riippuu alkuperäisestä pääomasta k, korkotekijästä q ja korkokausien lukumäärästä n.

Yllä korkotekijä (tai korkokerroin) q on korkokannasta i saatava prosenttikerroin, eli $q = 1 + i$ tai $q = 1 + 0,7i$.

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono

Lukujono on *geometrinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten suhde (osamäärä) on vakio.

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono

Lukujono on *geometrinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten suhde (osamäärä) on vakio.

Geometrinen summa

Geometrinen summa tarkoittaa geometrisen jonon (n ensimmäisen jäsenen) summaa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}, \qquad q \neq 1,$$

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono

Lukujono on *geometrinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten suhde (osamäärä) on vakio.

Geometrinen summa

Geometrinen summa tarkoittaa geometrisen jonon (n ensimmäisen jäsenen) summaa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}, \qquad q \neq 1,$$

missä n on summattavien lukumäärä,

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono

Lukujono on *geometrinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten suhde (osamäärä) on vakio.

Geometrinen summa

Geometrinen summa tarkoittaa geometrisen jonon (n ensimmäisen jäsenen) summaa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \qquad q \neq 1,$$

missä n on summattavien lukumäärä, a_1 ensimmäinen summattava

Geometrinen jono ja summa

Geometrinen jono

Lukujono on *geometrinen*, jos sen peräkkäisten jäsenten suhde (osamäärä) on vakio.

Geometrinen summa

Geometrinen summa tarkoittaa geometrisen jonon (n ensimmäisen jäsenen) summaa. Se saadaan kaavasta

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \qquad q \neq 1,$$

missä n on summattavien lukumäärä, a_1 ensimmäinen summattava ja q suhdeluku.

Pääsykoetehtävä

Eräs tuotantolaitos tuottaa haitallisia päästöjä tänä vuonna 27 tonnia vuodessa. Päästöjä on päätetty pienentää 5 % vuodessa. Jos oletetaan, että tuotantolaitos jatkaa toimintaansa ikuisesti, niin päästöjä syntyy yhteensä tämä vuosi mukaan lukien

1. 420 tonnia
2. 540 tonnia
3. 600 tonnia
4. enemmän kuin 600 tonnia

(Pääsykoetehtävä 48/2014)

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa.

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Viiden vuoden kuluttua ensimmäinen talletus on tullut $1{,}0189^5$-kertaiseksi

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Viiden vuoden kuluttua ensimmäinen talletus on tullut $1{,}0189^5$-kertaiseksi, toisen vuoden talletus $1{,}0189^4$-kertaiseksi

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Viiden vuoden kuluttua ensimmäinen talletus on tullut $1{,}0189^5$-kertaiseksi, toisen vuoden talletus $1{,}0189^4$-kertaiseksi, kolmannen vuoden $1{,}0189^3$-kertaiseksi jne.

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Viiden vuoden kuluttua ensimmäinen talletus on tullut $1{,}0189^5$-kertaiseksi, toisen vuoden talletus $1{,}0189^4$-kertaiseksi, kolmannen vuoden $1{,}0189^3$-kertaiseksi jne. Kaiken kaikkiaan tilillä on silloin rahaa (ennen viidennen vuoden talletusta)

$$
\begin{aligned}
&1{,}0189^5 \cdot 900 + 1{,}0189^4 \cdot 900 + 1{,}0189^3 \cdot 900 \\
&\qquad + 1{,}0189^2 \cdot 900 + 1{,}0189^1 \cdot 900 \approx 4\ 761{,}67
\end{aligned}
$$

euroa.

Esimerkki

Säästötilille, jonka korkokanta on 2,7 % p.a. talletetaan 900 euroa vuosittain aina vuoden alussa. Tilin nettokorkokanta on $0,7 \cdot 0{,}027 = 0{,}0189$, joten kunkin vuoden talletus tulee 1,0189-kertaiseksi vuoden välein.

Viiden vuoden kuluttua ensimmäinen talletus on tullut $1{,}0189^5$-kertaiseksi, toisen vuoden talletus $1{,}0189^4$-kertaiseksi, kolmannen vuoden $1{,}0189^3$-kertaiseksi jne. Kaiken kaikkiaan tilillä on silloin rahaa (ennen viidennen vuoden talletusta)

$$\begin{aligned}1{,}0189^5 \cdot 900 + 1{,}0189^4 \cdot 900 + 1{,}0189^3 \cdot 900 \\ + 1{,}0189^2 \cdot 900 + 1{,}0189^1 \cdot 900 \approx 4\,761{,}67\end{aligned}$$

euroa. Korkoa on siis saatu 261,67 euroa.

Koronkorkolaskenta: toistuvat talletukset

Koronkorkolaskenta: toistuvat talletukset

Esimerkki

Avaat vuoden alussa tilin, jolle talletat joka kuukauden alussa 100 euroa. Tilin korkokanta on 2 %. Kuinka paljon rahaa tilillä on kolmen vuoden kuluttua korkojen lisäämisen jälkeen? Kuinka paljon korkoa on kertynyt yhteensä? Huomioi 30 % lähdevero.

Ratkaisuehdotus

Ratkaisuehdotus

Tarkastellaan ensin yhden vuoden tilannetta.

Ratkaisuehdotus

Tarkastellaan ensin yhden vuoden tilannetta. Tammikuussa talletetun summan korkoaika on 12/12 vuotta, helmikuussa talletetun summan 11/12 vuotta jne.

Ratkaisuehdotus

Tarkastellaan ensin yhden vuoden tilannetta. Tammikuussa talletetun summan korkoaika on 12/12 vuotta, helmikuussa talletetun summan 11/12 vuotta jne. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,02 = 0,014$, joten vuoden lopussa tilille maksettava korko on

Ratkaisuehdotus

Tarkastellaan ensin yhden vuoden tilannetta. Tammikuussa talletetun summan korkoaika on 12/12 vuotta, helmikuussa talletetun summan 11/12 vuotta jne. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,02 = 0,014$, joten vuoden lopussa tilille maksettava korko on

$$\begin{aligned} &100 \cdot 0,014 \cdot \frac{12}{12} + 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{11}{12} + \ldots + 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \\ =&100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \cdot (12 + 11 + \ldots + 1) = 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \cdot 78 \\ =&9,10 \end{aligned}$$

euroa.

Ratkaisuehdotus

Tarkastellaan ensin yhden vuoden tilannetta. Tammikuussa talletetun summan korkoaika on 12/12 vuotta, helmikuussa talletetun summan 11/12 vuotta jne. Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,02 = 0,014$, joten vuoden lopussa tilille maksettava korko on

$$\begin{aligned} & 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{12}{12} + 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{11}{12} + \ldots + 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \\ =& 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \cdot (12 + 11 + \ldots + 1) = 100 \cdot 0,014 \cdot \frac{1}{12} \cdot 78 \\ =& 9,10 \end{aligned}$$

euroa. Tilille vuosittain talletettava summa (1200 euroa) kasvaa siis korkoa 9,10 euroa samana vuonna.

Ratkaisuehdotus

Kukin näin laskettu vuosittainen summa kasvaa seuraavan kerran korkoa vasta seuraavana vuonna.

Ratkaisuehdotus

Kukin näin laskettu vuosittainen summa kasvaa seuraavan kerran korkoa vasta seuraavana vuonna. Näin ollen tilillä on loppujen lopuksi

Ratkaisuehdotus

Kukin näin laskettu vuosittainen summa kasvaa seuraavan kerran korkoa vasta seuraavana vuonna. Näin ollen tilillä on loppujen lopuksi

$$1209,10 \cdot 1,014^2 + 1209,10 \cdot 1,014 + 1209,10 \approx 3678,32$$

euroa.

Ratkaisuehdotus

Kukin näin laskettu vuosittainen summa kasvaa seuraavan kerran korkoa vasta seuraavana vuonna. Näin ollen tilillä on loppujen lopuksi

$$1209,10 \cdot 1,014^2 + 1209,10 \cdot 1,014 + 1209,10 \approx 3678,32$$

euroa. Kaiken kaikkiaan tilille on talletettu $3 \cdot 12 \cdot 100 = 3600$ euroa.

Ratkaisuehdotus

Kukin näin laskettu vuosittainen summa kasvaa seuraavan kerran korkoa vasta seuraavana vuonna. Näin ollen tilillä on loppujen lopuksi

$$1209,10 \cdot 1,014^2 + 1209,10 \cdot 1,014 + 1209,10 \approx 3678,32$$

euroa. Kaiken kaikkiaan tilille on talletettu $3 \cdot 12 \cdot 100 = 3600$ euroa. Korkoa on siis kertynyt yhteensä 78,32 euroa.

Diskonttaus

Diskonttaus

Esimerkki

Kuinka suuri summa pitäisi tallettaa pankkitilille, jotta neljän vuoden kuluttua siltä olisi nostettavissa 1 000 euroa? Tilin vuotuinen korko on 4 %. Ratkaise tehtävä

(a) olettaen, että lähdeveroa ei peritä.

(b) lähdevero huomioiden.

Diskonttaus

Esimerkki

Kuinka suuri summa pitäisi tallettaa pankkitilille, jotta neljän vuoden kuluttua siltä olisi nostettavissa 1 000 euroa? Tilin vuotuinen korko on 4 %. Ratkaise tehtävä

(a) olettaen, että lähdeveroa ei peritä.

(b) lähdevero huomioiden.

Korkokausien aikana kertyneen koron poistamista pääoman arvosta eli alkuperäisen pääoman selvittämistä kutsutaan *diskonttaukseksi*.

Diskonttaus

Esimerkki

Kuinka suuri summa pitäisi tallettaa pankkitilille, jotta neljän vuoden kuluttua siltä olisi nostettavissa 1 000 euroa? Tilin vuotuinen korko on 4 %. Ratkaise tehtävä

(a) olettaen, että lähdeveroa ei peritä.

(b) lähdevero huomioiden.

Korkokausien aikana kertyneen koron poistamista pääoman arvosta eli alkuperäisen pääoman selvittämistä kutsutaan *diskonttaukseksi*. Diskonttauksella saatua alkuperäistä pääomaa nimitetään *nykyarvoksi*.

Ratkaisuehdotus

Olkoon alkuperäinen pääoma k.

(a) Korkokerroin on $1,04$, joten neljän vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa $1,04^4 k$ euroa.

Ratkaisuehdotus

Olkoon alkuperäinen pääoma k.

(a) Korkokerroin on $1,04$, joten neljän vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa $1,04^4 k$ euroa. Nyt

$$1,04^4 k = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{1000}{1,04^4} \approx 854,80$$

euroa.

Ratkaisuehdotus

Olkoon alkuperäinen pääoma k.

(a) Korkokerroin on $1,04$, joten neljän vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa $1,04^4 k$ euroa. Nyt

$$1,04^4 k = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{1000}{1,04^4} \approx 854,80$$

euroa.

(b) Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,04 = 0,028$, joten korkokerroin on $1,028$, kun lähdevero otetaan huomioon.

Ratkaisuehdotus

Olkoon alkuperäinen pääoma k.

(a) Korkokerroin on $1,04$, joten neljän vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa $1,04^4 k$ euroa. Nyt

$$1,04^4 k = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{1000}{1,04^4} \approx 854,80$$

euroa.

(b) Nettokorkokanta on $0,70 \cdot 0,04 = 0,028$, joten korkokerroin on $1,028$, kun lähdevero otetaan huomioon. Jotta tilillä olisi neljän vuoden kuluttua 1000 euroa, täytyy olla

$$1,028^4 \cdot k = 1000 \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{1000}{1,028^4} \approx 895,42$$

euroa.

Diskonttaus: nykyarvo koronkoron tapauksessa

Diskonttaus: nykyarvo koronkoron tapauksessa

Nykyarvo eli alkuperäinen pääoma k koronkoron tapauksessa on

$$k = Kq^{-n} = \frac{K}{q^n},$$

missä K on kasvanut pääoma, q on korkotekijä ja $n \geq 1$ on korkokausien lukumäärä.

Diskonttaus: nykyarvo koronkoron tapauksessa

Nykyarvo eli alkuperäinen pääoma k koronkoron tapauksessa on

$$k = Kq^{-n} = \frac{K}{q^n},$$

missä K on kasvanut pääoma, q on korkotekijä ja $n \geq 1$ on korkokausien lukumäärä.

Kerroin $q^{-n} = \dfrac{1}{q^n}$ on nimeltään *diskonttaustekijä*.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

- Investointi tarkoittaa välineiden tai maan hankkimista tuotantoa tai toimintaa varten.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

- Investointi tarkoittaa välineiden tai maan hankkimista tuotantoa tai toimintaa varten.
- Investoinnin kannattavuuden arvioimiseen voidaan käyttää *nykyarvomenetelmää*, jossa kaikki menot ja tulot diskontataan investoinnin alkuhetkeen.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

- Investointi tarkoittaa välineiden tai maan hankkimista tuotantoa tai toimintaa varten.
- Investoinnin kannattavuuden arvioimiseen voidaan käyttää *nykyarvomenetelmää*, jossa kaikki menot ja tulot diskontataan investoinnin alkuhetkeen.
- Investointi on kannattava, jos tulot ovat suuremmat kuin menot.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

- Investointi tarkoittaa välineiden tai maan hankkimista tuotantoa tai toimintaa varten.
- Investoinnin kannattavuuden arvioimiseen voidaan käyttää *nykyarvomenetelmää*, jossa kaikki menot ja tulot diskontataan investoinnin alkuhetkeen.
- Investointi on kannattava, jos tulot ovat suuremmat kuin menot.
- Diskonttauksessa käytetty korkokanta voi määräytyä esimerkiksi yrityksen omista tuottovaatimuksista tai pankin korkokannasta.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Investointilaskelmiin liittyviä peruskäsitteitä ovat

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Investointilaskelmiin liittyviä peruskäsitteitä ovat

- *Perushankintakustannus*: investoinnin alkuun liittyvä kertakustannus.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Investointilaskelmiin liittyviä peruskäsitteitä ovat

- *Perushankintakustannus*: investoinnin alkuun liittyvä kertakustannus.
- *Investointiaika*: aika, jolloin investoinnista oletetaan saatavan hyötyä.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Investointilaskelmiin liittyviä peruskäsitteitä ovat

- *Perushankintakustannus*: investoinnin alkuun liittyvä kertakustannus.
- *Investointiaika*: aika, jolloin investoinnista oletetaan saatavan hyötyä.
- *Jäännösarvo*: investoinnin arvo investointiajan lopussa.

Esimerkki

Yritys harkitsee uusien monitoimikopiokoneiden hankkimista. Kopiokoneiden yhteishinta on 6 000 euroa. Niiden käyttöiäksi on arvioitu 5 vuotta ja jälleenmyyntiarvoksi 5 % hankintahinnasta. Kopiokoneiden arvellaan vähentävän kustannuksia kolmena ensimmäisenä vuonna 1 500 euroa vuodessa ja kahtena viimeisenä vuonna 1 000 euroa vuodessa.

Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Esimerkki

Yritys harkitsee uusien monitoimikopiokoneiden hankkimista. Kopiokoneiden yhteishinta on 6 000 euroa. Niiden käyttöiäksi on arvioitu 5 vuotta ja jälleenmyyntiarvoksi 5 % hankintahinnasta. Kopiokoneiden arvellaan vähentävän kustannuksia kolmena ensimmäisenä vuonna 1 500 euroa vuodessa ja kahtena viimeisenä vuonna 1 000 euroa vuodessa.

Onko kopiokoneiden hankkiminen yritykselle kannattavaa, jos hankinta rahoitetaan lainalla, jonka vuosikorko on 3 %?

Ratkaisuehdotus

Säästöt olisivat nykyhetkessä

$$\frac{1500}{1,03} + \frac{1500}{1,03^2} + \frac{1500}{1,03^3} + \frac{1000}{1,03^4} + \frac{1000}{1,03^5} \approx 5994,01$$

euroa ja jälleenmyyntiarvo

$$0,05 \cdot \frac{6000}{1,03^5} \approx 258,78$$

euroa. Tuotot olisivat nykyhetkessä yhteensä 6252,80 euroa. Koska lainaa tarvitsee ottaa vain 6000 euroa, investointi on tämän menetelmän valossa kannattava.

Nelilaskintekniikkaa: eksponentin ratkaiseminen

Nelilaskintekniikkaa: eksponentin ratkaiseminen

Esimerkki

Missä ajassa tilille talletettu 500 euroa on kasvanut 600 euroksi, jos tilin korkokanta on 4 % p.a.? Ratkaise tehtävä

(a) olettaen, että lähdeveroa ei peritä.

(b) 30 % lähdevero huomioiden.

Nelilaskintekniikkaa: eksponentin ratkaiseminen

Esimerkki

Missä ajassa tilille talletettu 500 euroa on kasvanut 600 euroksi, jos tilin korkokanta on 4 % p.a.? Ratkaise tehtävä

(a) olettaen, että lähdeveroa ei peritä.

(b) 30 % lähdevero huomioiden.

Kysytyn eksponentin eli korkokausien määrän n voi selvittää kokeilemalla!

Nelilaskintekniikkaa: kantaluvun selvittäminen

Esimerkki

Talletit säästötilille 5 000 euroa. Kolmen vuoden kuluttua nostit tilisi tyhjäksi ja sait 5 950 euroa. Oletetaan, että tilillä ei ollut koronmaksun lisäksi muita tilitapahtumia. Mikä oli tilin

(a) nettokorkokanta

(b) bruttokorkokanta?

Nelilaskintekniikkaa: kantaluvun selvittäminen

Esimerkki

Talletit säästötilille 5 000 euroa. Kolmen vuoden kuluttua nostit tilisi tyhjäksi ja sait 5 950 euroa. Oletetaan, että tilillä ei ollut koronmaksun lisäksi muita tilitapahtumia. Mikä oli tilin

(a) nettokorkokanta

(b) bruttokorkokanta?

Myös kantaluvun eli korkotekijän q voi selvittää kokeilemalla!

Nelilaskintekniikkaa: kantaluvun selvittäminen

Esimerkki

Talletit säästötilille 5 000 euroa. Kahdeksan vuoden kuluttua nostit tilisi tyhjäksi ja sait 6 250 euroa. Oletetaan, että tilillä ei ollut koronmaksun lisäksi muita tilitapahtumia. Mikä oli tilin

(a) nettokorkokanta

(b) bruttokorkokanta?

Nelilaskintekniikkaa: kantaluvun selvittäminen

Esimerkki

Talletit säästötilille 5 000 euroa. Kahdeksan vuoden kuluttua nostit tilisi tyhjäksi ja sait 6 250 euroa. Oletetaan, että tilillä ei ollut koronmaksun lisäksi muita tilitapahtumia. Mikä oli tilin

(a) nettokorkokanta

(b) bruttokorkokanta?

Myös kantaluvun eli korkotekijän q voi selvittää kokeilemalla!