

Talousmatematiikkaa: ennakotehtävät

Talousmatematiikan työkaluja

1. Kuinka monta prosenttia 367 euroa on 12300 eurosta? Kuinka monta prosenttia pienempi ensimmäinen summa on kuin jälkimmäinen summa? Kuinka monta prosenttia suurempi jälkimmäinen summa on kuin ensimmäinen summa?
2. Kuinka paljon 12,5 % on 367 eurosta? Kuinka suuresta summasta 367 euroa on 12,5 %?
3. Miten tuotteen hinta muuttuu, jos se ensin kasvaa 25 % ja sitten pienenee 25 %? Entä toisin päin?
4. Kuinka monta prosenttia tuotteen hinta kasvaa, jos se (a) kaksinkertaistuu (b) puolittuu?
5. Kuinka monta prosenttia tuotteen hinta pienenee, jos siitä jää jäljelle (a) neljännes (b) kaksi viidesosaa (c) 10 %?
6. Kuinka monta prosenttia tuotteen hinnasta jää jäljelle, jos se pienenee (a) neljänneksen (b) kaksi viidesosaa (c) 10 %?

Valuutat ja valuuttakurssit

7. Valuuttakurssi on EUR/SEK 9,8498.
 - (a) Kuinka monta kruunua saa 400 eurolla?
 - (b) Kuinka monta euroa saa 2000 kruunulla?
8. Käytössä ovat valuuttakurssit EUR/HKD 8,7636 ja EUR/GBP 0,7511. HKD on lyhenne Hongkongin dollarille ja GBP Englannin punnalle. Laske tämän perusteella Hongkongin dollarin arvo Englannin puntina.
9. Euron arvo Japanin jeneinä 30.1.2014 oli 139,28. Nyt (30.1.2015) kurssi on 133,08.
 - (a) Kuinka monta prosenttia euro vahvistui tai heikkeni?
 - (b) Kuinka monta prosenttia jeni vahvistui tai heikkeni?
10. Ruotsin kruunu heikkenee 8,0 % suhteessa euroon. Ennen muutosta kruunun arvo oli 0,11257 euroa.
 - (a) Mikä on kruunun arvo euroissa muutoksen jälkeen?
 - (b) Mikä on euron arvo kruunuina muutoksen jälkeen?

11. Ruotsin kruunu heikkenee 8,0 % suhteessa euroon. Kuinka monta prosenttia enemmän tai vähemmän kruunuja Tukholmaan matkalle lähtijä saa samalla euromäärällä?
12. Ruotsin kruunu heikkenee 8,0 % suhteessa euroon. Mihin suuntaan ja kuinka monta prosenttia muuttuu Tukholmassa ajetun taksimatkan hinta euroiksi muutettuna, kun sen hinta kruunuissa pysyy ennallaan?
13. Oletetaan, että euro vahvistuu suhteessa Yhdysvaltain dollariin. Mitkä väittämistä pitävät paikkaansa?
 - (a) Suomalaisten tuotteiden vienti Yhdysvaltoihin helpottuu olettaen, että niiden euromääräinen vientihinta pysyy ennallaan.
 - (b) Yhdysvalloissa valmistetut tuotteet tulevat Suomessa edullisemmiksi olettaen, että niiden dollarimääräinen vientihinta pysyy ennallaan.
 - (c) Yhdysvalloista tulee suomalaisille kalliimpi matkakohde.
 - (d) Euromaista tulee amerikkalaisille halvempia matkakohteita.
 - (e) Dollareina ostetut suomalaisyritysten lainat halpenevat.
 - (f) Suomalaisten Yhdysvalloissa oleva omaisuus tulee euroilla mitattuna arvokkaammaksi.

Indeksilaskentaa

14. Kuluttajahintaindeksin (2000=100) pisteluku vuonna 2002 oli 104,2 ja vuonna 2009 se oli 115,3. Määritä inflaatio vuodesta 2002 vuoteen 2009.
15. Elinkustannusindeksin pisteluku vuonna 1970 oli 223 ja vuonna 1980 se oli 651. Kuinka monta prosenttia hinnat tämän perusteella nousivat 1970-luvulla (vuodesta 1970 vuoteen 1980)?
16. Kun tietyllä ajanjaksolla on ollut 4,5 prosentin inflaatio, niin kuinka monta prosenttia rahan arvo on laskenut samalla ajanjaksolla?
17. Kun kuluttajahintaindeksin arvo oli 104,2, niin työntekijän nettopalkka oli 2100 euroa. Jotta palkan reaaliarvo pysyisi ennallaan, mikä nettopalkan tulisi olla nyt, kun indeksin pisteluku on 106,2?
18. Kun kuluttajahintaindeksin arvo oli 104,2, niin työntekijän nettopalkka oli 2100 euroa. Jotta palkan reaaliarvo olisi kasvanut 6,5 %, mikä nettopalkan tulisi olla nyt, kun indeksin pisteluku on 106,2?
19. Kun kuluttajahintaindeksin arvo oli 104,2, niin työntekijän nettopalkka oli 2100 euroa. Nyt, kun indeksin pisteluku on 106,2, nettopalkka on 2250 euroa. Kuinka monta prosenttia työntekijän reaalipalkka on noussut tai laskenut?

Verotus

Ansio- ja pääomatulovero

20. Asunto myydään hintaan 100 000 euroa. Kuinka paljon veroja on maksettava, kun asunnosta maksettiin 82 000 euroa kolme vuotta aiemmin?

Verotettava pääomatulo (€)	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä tulon osasta (%)
0 – 30 000	0	30
30 000–	9 000	33

Taulukko 1: Valtion pääomatuloveroasteikko 2015.

21. Pörssiin listautuneen yhtiön osakkeiden hinta on 29,00 euroa/kpl. Osakkeita aiotaan myydä 50 kpl. Kuinka paljon veroa on maksettava, kun osakkeiden arvo on noussut 37 % ostohetkestä?
22. Kuinka paljon valtion tuloveroa on maksettava, kun verotettava ansiotulo on 29 300 euroa? Käytä vuoden 2014 veroprosentteja, jotka näkyvät alla taulukossa 2.

Verotettava ansiotulo (€)	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä tulon osasta (%)
16 100 – 23 900	8	6,5
23 900 – 39 100	515	17,5
39 100 – 70 300	3 175	21,5
70 300 – 100 000	9 883	29,75
100 000–	18 718,75	31,75

Taulukko 2: Valtion tuloveroasteikko 2013.

23. Vuonna 2014 Helsingin kunnallisveroprosentti oli 18,5 ja kirkollisveroprosentti 1. Kuinka paljon Helsingissä oli tuolloin maksettava kunnallisveroa, kun verotettava ansiotulo oli 28 700 euroa? Entä kirkollisveroa?
24. Jos henkilön on maksettava 3100 euroa valtion tuloveroa vuonna 2013, niin kuinka suuresta verotettavasta ansiotulosta on kysymys?
25. Henkilön verokortissa ennakonpidätysprosentti on 17 % vuositulorajaan 20000 euroa asti (lisäprosentti 28 %). Kuinka paljon ennakonpidätystä perittiin, jos tulot olivat (a) 19500 euroa, (b) 23000 euroa?

26. Vuonna 2014 Helsingin kunnallisveroprosentti oli 18,5 ja kirkollisveroprosentti 1. Helsingiläismies maksoi 4300,00 euroa kunnallis- ja kirkollisveroa vuonna 2014. Laske verotettavan ansiotulon suuruus.

Arvonlisävero

27. Ravintoloitsija laskuttaa koko illan menusta 65,00 euroa ennen arvonlisäveroa. Kuinka paljon ruokailu maksaa asiakkaalle, kun ravintolapalvelut kuuluvat 14 % arvonlisäveron piiriin?
28. Kurssikirja maksaa 38,50 euroa (alv 24 %). Mikä on kirjan arvonlisäveroton hinta? Kuinka paljon veroa maksetaan?
29. Erään kaupan tuotteet sisältävät 24 % arvonlisäveroa. Miten verolliset hinnat muuttuvat, jos arvonlisävero
- (a) nousee 2 prosenttiyksikköä
 - (b) laskee 21 prosenttiin
 - (c) nousee 5 prosenttia?
30. Kuinka monta prosenttia arvonlisävero on lopullisesta hinnasta, jos se on arvonlisäverottomasta hinnasta (a) 10 % (b) 23 %?
31. Karkkipussin hinnasta 0,65 euroa on arvonlisäveroa. Selvitä pussin
- (a) arvonlisäveroton hinta
 - (b) verollinen hinta,
- kun makeiset kuuluvat 14 % arvonlisäveron piiriin.

Perintö- ja lahjavero

32. Ystäväsi saa lahjaksi 12 340 euroa. Kuinka paljon hän joutuu maksamaan lahjaveroa, jos lahjoittajana on (ks. taulukko 3)
- (a) äiti yksin
 - (b) äiti ja isä yhdessä
 - (c) täti (äidin sisko)?
- Huom. Verotettavan lahjan arvo vahvistetaan sadan euron tarkkuudella siten, että arvo pyöristetään alaspäin sadan euron tarkkuuteen.
33. Kuinka paljon lahjaveroa poika joutuu maksamaan saadessaan isältään lahjoituksena
- (a) 10 000 euroa
 - (b) 5000 euroa vuosina 2013 ja 2017
 - (c) 5000 euroa vuosina 2013 ja 2014?

Lahjan arvo (€)	Veroluokka 1		Veroluokka 2	
	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä osuudesta (%)	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä osuudesta (%)
4 000 – 17 000	100	7	100	20
17 000 – 50 000	1 010	10	2 700	26
50 000 – 200 000	4 310	13	11 280	32
200 000 – 1 000 000	23 810	16		
1 000 000—	151 810	19	315 280	35

Taulukko 3: Lahjaveroasteikko (1.1.2013 alkaen).

34. Peritystä omaisuudesta jouttiin maksamaan 7300 euroa perintöveroa. Kuinka suu-
resta perinnöstä oli kyse, jos perintö saatiin (a) isoäidiltä, (b) isotädiltä?
35. Henkilön osuus puolisonsa perinnöstä on 91 000 euroa. Kuinka paljon veroa mak-
setaan, kun hänet on oikeutettu 60 000 euron puoliso vähennykseen?
36. Vainajalla on kolme täysi-ikäistä poikaa, joiden osuus perinnöstä on 100 000 euroa.
Kuinka paljon kukin saa perintöä?

Perinnön arvo (€)	Veroluokka 1		Veroluokka 2	
	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä osuudesta (%)	Vero alarajan kohdalla (€)	Vero alarajan ylittävästä osuudesta (%)
20 000 – 40 000	100	7	100	20
40 000 – 60 000	1 500	10	4 100	26
60 000 – 200 000	3 500	13	9 300	32
200 000 – 1 000 000	21 700	16		
1 000 000—	149 700	19	310 100	35

Taulukko 4: Perintöveroasteikko (1.1.2013 alkaen).

Korkolaskentaa

Tehtävissä 37–46 lähdeveron voi jättää huomiotta.

Yksinkertainen korkolaskenta

37. Säästötillille, jonka vuosikorko on 2,7 %, talletetaan 1500 euroa. Kuinka suureksi talletus kasvaa (a) kolmessa kuukaudessa, (b) kymmenessä kuukaudessa?
38. 2200 euron velka kasvaa 10,5 % korkoa vuodessa. Laske korko ja velan suuruus 8 kuukauden kuluttua velkaantumisesta.
39. Pikavipin koroksi ilmoitetaan 8,5 % p.q. Kuinka suureksi 500 euron vipin korko kasvaa kahdessa kuukaudessa?
40. Tilillä, jonka korkokanta on 7 %, on talletettu 1600 euroa. Laske
- (a) 1 päivän korko (b) 100 päivän korko (c) korko ajalta 12.3.–1.5.

Koronkorkolaskenta

41. Säästötillille, jonka vuosikorko on 2,7 %, talletetaan 1500 euroa. Kuinka suureksi talletus kasvaa (a) kolmessa vuodessa, (b) kymmenessä vuodessa?
42. Toiselle tilille talletettu rahasumma on kasvanut seitsemässä vuodessa 25 %. Kuinka suuri tilin korkokanta on?
43. Erään tilin korkokanta on 1,0 %. Kuinka suuri summa tilille tulisi tallettaa, jotta sieltä olisi nostettavissa 20 000 euroa kymmenen vuoden kuluttua?
44. Tilin korkokanta on 1,0 %. Tilille talletetaan 1000 euroa. Kuinka monen vuoden kuluttua tililtä voi nostaa 1200 euroa?
45. Tilille, jonka korkokanta on 1,7 %, talletetaan 1000 euroa vuosittain. Kuinka suuri summa tililtä on nostettavissa (a) kolmen vuoden, (b) viidentoista vuoden kuluttua tilin perustamisesta?
46. Mikä on pienin summa, joka edellisen tehtävän tilille tulisi tallettaa vuosittain, jotta tililtä olisi nostettavissa 10 000 euroa 10 vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta?

Lainat

Tasalyhennyslaina

47. Tasalyhenteisen 12 000 euron lainan korkokanta on 4,5 % ja laina-aika 5 vuotta. Lainaa lyhennetään kuukausittain. Selvitä, kuinka suuri on

(a) lainan ensimmäinen maksuerä (b) lainan viimeinen maksuerä.

48. Jatkoa edelliseen tehtävään:

(a) Selvitä jäljellä oleva laina 15 maksuerän jälkeen.
 (b) Kuinka monen maksuerän jälkeen lainaa on jäljellä alle 2 000 euroa?

Tasaerälaina

49. Kolmen vuoden annuiteettilainen suuruus on 20 000 euroa ja korko 9 % p.a. Selvitä kuukausittaisen maksuerän suuruus, kun korkokanta säilyy samana koko laina-ajan.
50. Annuiteettilainen suuruus on 90 000 euroa, viitekorko 3,5 % ja pankin korkomarginaali 2,0 %. Laina-aika on 12 vuotta ja lainaa lyhennetään kuukausittain. Selvitä jäljellä oleva laina 30 maksuerän jälkeen.

Sijoittaminen

Osakkeet

51. Osinkotuloista 15 % on verovapaata ja loput pääomatuloveron (30 %) alaista tuloa. Osakkeita omistetaan 1440 kappaletta. Huhtikuussa osinkoja maksetaan 0,85 euroa/osake. Kuinka paljon osingoista maksetaan veroa?
52. Osakkeisiin sijoitettiin 12 000 euroa. Osakkeet myydään hintaan 14 500 euroa. Kuinka paljon veroa maksetaan?
53. Henkilö osti yrityksen osakkeita vuoden alussa 250 kpl hintaan 11,60 euroa/kpl. Toukokuussa yritys maksoi osinkoja 1,10 euroa/osake ja vuoden lopussa osakkeet myytiin pois hintaan 12,70 euroa/kpl. Välittäjälle maksettavat osto- ja myyntikulut olivat kumpikin 0,3 % kauppahinnasta. Kuinka paljon veroa maksettiin

(a) osinkotuotoista (b) myyntivoitosta?

54. Jatkoa edelliseen tehtävään:

(a) Kuinka paljon osakekaupoilla tienattiin?
 (b) Mikä oli sijoituksen tuottoa vastaava vuotuinen korkokanta?

Obligaatiot

55. Joukkovelkakirjan nimellishinta on 1000 euroa ja vuosikorko 4,4 %. Laske korko (a) 70 päivän, (b) 370 päivän kuluttua liikkeellelaskupäivästä. Mikä on lainan ostohinta, jos emissiokurssi on kumpanakin päivänä 109 %?
56. Obligaatiohin sijoitetaan 3500 euroa korkokannan ollessa 3,14 %. Selvitä ostohinta 50 päivää liikkeellelaskun jälkeen, jolloin emissiokurssi on 95 %.
57. Obligaatiohin sijoitetaan 1800 euroa korkoprosentin ollessa 3,14 %. Selvitä emissiokurssi, kun laina ostetaan 50 päivää liikkeellelaskun jälkeen ja koron osuus ostohinnasta on 7,50 euroa.
58. Joukkovelkakirjalainan korkokanta on 4,4 %. Sijoittaja merkitsee 4000 euron lainan 70 päivää liikkeellelaskun jälkeen, jolloin emissiokurssi on 97 %. Laske sijoituksesta saatava tuotto verojen jälkeen, kun laina-aika on (a) 3 vuotta, (b) 5 vuotta.

Sijoitusrahastot ja -vakuutukset

59. Sijoittaja ostaa rahasto-osuuksia 10 000 eurolla ja myy ne myöhemmin 12 000 eurolla. Kuinka paljon veroja hän joutuu maksamaan myyntivoitosta, jos sekä ostottä myyntikulut ovat 1 % kauppahinnasta.
60. Henkilö sijoitti rahastoon 3000 euroa ja sai summalla 100 rahasto-osuutta. Puolen vuoden kuluttua hän sijoitti toiset 3000 euroa samaan rahastoon, jonka arvo oli noussut 8,5 %. Kuinka monta osuutta hän sai tällä kerralla?
61. Henkilö sijoittaa vuosittain 1000 euroa vakuutukseen, jonka vuosituotto on keskimäärin 8,0 %. Kuinka suuren voiton hän tekee 12 vuoden aikana? Vakuutuksista vero maksetaan vasta sijoituksen päätyttyä.
62. Henkilö sijoitti rahastoon kuukausittain saman summan. Tammikuussa summalla sai 122 rahasto-osuutta ja huhtikuussa 101. Kuinka paljon rahasto-osuuden arvo oli muuttunut ja mihin suuntaan?

Vastaukset

Talousmatematiikan työkaluja

1. 367 euroa on 12300 eurosta $367/12300 \approx 0,030 = 3,0 \%$. Näin ollen 367 euroa on noin 97 % pienempi summa kuin 12300 euroa. Vastaavasti 12300 on $12300/367 \approx 33,51 = 3351 \%$, joten 12300 euroa on noin 3251 % suurempi summa kuin 367 euroa.
2. $0,125 \cdot 367 \approx 45,9$. Jos 367 on 12,5 % luvusta x , niin $0,125 \cdot x = 367$, joten $x = 2936$
3. Tuotteen hinta tulee $1,25 \cdot 0,75 \approx 0,94$ -kertaiseksi (sama toisin päin).
4. (a) 100 % (b) -50 %
5. (a) 75 % (b) 60 % (c) 90 %
6. (a) 75 % (b) 60 % (c) 90 %

Valuutat ja valuuttakurssit

7. (a) 3939,92 kruunua. (b) 203,05 euroa.
8. 1 HKD $\approx 0,0857$ GBP
9. (a) Euro heikkeni 4,5 %. (b) Jeni vahvistui 4,7 %.
10. (a) Kruunun uusi arvo on 0,10357 euroa. (b) Euron uusi arvo on 9,6558 kruunua.
11. 8,7 % enemmän.
12. Taksimatkan euromääräinen hinta laskee 8,0 %.
13. Paikkaansa pitävät väittämät (b) ja (e).

Indeksilaskentaa

14. Inflaatio aikavälillä 2002–2009 oli 10,7 %.
15. Hinnat nousivat 192 %.
16. Rahan arvo on laskenut 4,3 %.
17. Nettopalkan tulee olla 2140,31 euroa.
18. Nettopalkan tulee olla 2279,43 euroa.
19. Reaalinen nettopalkka on noussut 5,1 %.

Ansio- ja pääomatulovero

20. Asunnon ostohinta katsotaan hankintakuluksi, joten verotettavaksi summaksi jää myyntivoitto, eli 18000 euroa. Pääomatuloveron ollessa 30 % maksettavaksi jää $0,3 \cdot 18\,000 = 5400$ euroa.
21. Osakkeiden myyntihinta on 1450,00 euroa. Tämä on 137 % ostohinnasta, joka on näin ollen 1058,39 euroa. Myyntivoitto on siis 391,61 euroa, josta maksetaan pääomatuloveroa 30 %, eli 117,48 euroa.
22. Tulot kuuluvat toiseen veroluokkaan, jolloin veroa maksetaan $515 + 0,175 \cdot (29300 - 23900) = 1460,00$ euroa.
23. Vuonna 2014 Helsingin kunnallisveroprosentti oli 18,5 ja kirkollisveroprosentti 1. Tuloista menee kunnallisveroa 5309,50 euroa ja kirkollisveroa 287,00 euroa.
24. Tulot ovat toisen veroportaan yläpäässä. Olkoon kysytty ansiotulo x . Silloin $515 + 0,175 \cdot (x - 23900) = 3100$, josta saadaan $x \approx 38671,43$. Ansiotulot olivat siis 38671,43 euroa.
25. (a) 3315 euroa (b) 4240 euroa
26. Kunnallis- ja kirkollisveroprosentti olivat yhteensä 19,5, joten verotettava ansiotulo oli $4300,00/0,195 \approx 22051,28$ euroa.

Arvonlisävero

27. $1,14 \cdot 65,00 = 74,10$ (euroa)
28. Veroton hinta 31,05 euroa, veron osuus 7,45 euroa.
29. (a) kasvavat 1,6 % (b) laskevat 2,4 % (c) kasvavat 0,97 % (uusi alv on 25,2 %)
30. (a) 9,1 % (b) 19 %
31. (a) 4,64 euroa (b) 5,29 euroa

Perintö- ja lahjavero

32. (a) Lahja on asteikon ensimmäisessä portaassa, joten veroa maksetaan $100 + 0,07 \cdot (12300 - 4000) = 681$ euroa.
- (b) Kumpikin lahjoittaa 6170 euroa, joka pyöristetään 6100 euroon. Kummastakin summasta maksetaan veroa $100 + 0,07 \cdot 2100 = 247$ euroa. Yhteensä siis 494 euroa.
- (c) Tädin tapauksessa edunsaaja kuuluu II veroluokkaan, jolloin vero on $100 + 0,20 \cdot 8300 = 1760$ euroa.

33. (a) $100 + 0,07 \cdot 6000 = 520$ euroa
 (b) Kumpanakin vuonna $100 + 0,07 \cdot 1000 = 170$ euroa, eli yhteensä 340 euroa.
 (c) Sama kuin (a)-kohdassa.
34. (a) Edunsaaja kuuluu I veroluokkaan ja perittävän summan x täytyy olla yli 60 000 euroa. Nyt $3500 + 0,13 \cdot (x - 60000) = 7300$, jolloin $x \approx 89231$ euroa.
 (b) Nyt edunsaaja kuuluu II veroluokkaan, joten verotettava summa x on välillä 40 000 – 60 000 ja saadaan yhtälö $4100 + 0,26 \cdot (x - 40000) = 7300$. Tästä saadaan $x \approx 52308$ euroa.
35. Vähennyksen jälkeen verotettavaa omaisuutta on jäljellä 31 000 euroa. Edunsaaja kuuluu I veroluokkaan, joten maksettava summa on $100 + 0,07 \cdot (31000 - 20000) = 870$ euroa.
36. Perintö jaetaan tasan kaikkien poikien kesken, joten kunkin osuus on 33 333,33 euroa. Summa pyöristetään alaspäin täysiin satoihin, eli veronalainen perintö on kunkin kohdalla 33 300 euroa. Jokaisen pojan pitää maksaa veroa $100 + 0,07 \cdot (33300 - 20000) = 1031$ euroa.

Yksinkertainen korkolaskenta

37. (a) Korkoaika on $90/360$, joten korkoa saadaan $1500 \cdot 0,25 \cdot 0,027 = 10,125$ euroa. Talletus on siis kolmen kuukauden kuluttua 1510,13 euroa.
 (b) 1533,75 euroa (korkoaika $300/360$)
38. Korkoaika on $240/360$, joten korko tämän ajan kuluttua on $0,6667 \cdot 0,105 \cdot 2200 = 154,00$ euroa. Velan suuruus on siten 2354,00 euroa.
39. Korkoprosentti on 8,5 % neljännesvuodessa, eli kahdessa kuukaudessa 5,67 %. Kahden kuukauden kuluttua vippi on kasvanut korkoa $0,0567 \cdot 500 \approx 28,33$ euroa.
40. (a) Yhden päivän korkoaika on $1/365$, joten korko on $0,07 \cdot 1/365 \cdot 1600 = 0,30684 \dots \approx 0,31$ euroa.
 (b) 100 päivän korko on edellisen kohdan perusteella 30,68 euroa.
 (c) Maaliskuusta tulee $31 - 12 = 19$ päivää, huhtikuusta 30, toukokuusta 1. Yhteensä korkopäiviä on 50, joten korko korko ajalta 12.3.–1.5 on 15,34 euroa.

Koronkorkolaskenta

41. (a) $1,027^3 \cdot 1500 = 1624,81$ (euroa) (b) $1,027^{10} \cdot 1500 = 1957,92$ (euroa)
42. Jos korkotekijä on q , täytyy olla $q^7 = 1,25$. Tästä saadaan $q = \sqrt[7]{1,25} \approx 1,032$. Korkokanta on siis 3,2 %.

43. Olkoon x tilille talletettava summa. Nyt $1,01^{10} \cdot x = 20000$, joten $x = 20000/1,01^{10} = 18105,70$ euroa.
44. n vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa $1,01^n \cdot 1000$ euroa. Jos $1,01^n \cdot 1000 > 1200$, niin $1,01^n > 1,2$ ja $n > \frac{\lg 1,2}{\lg 1,01} \approx 18,32$, joten vuosia tarvitaan 19.
45. Tässä (ja seuraavassa tehtävässä) jokainen talletus ehtii kasvaa korkoa ja siksi ensimmäinen summattava on talletus $\cdot 1,017$.

$$(a) 1000 \cdot 1,017 \cdot \frac{1-1,017^3}{1-1,017} \approx 3103,16 \text{ (euroa)}$$

$$(b) 1000 \cdot 1,017 \cdot \frac{1-1,017^{15}}{1-1,017} \approx 17211,20 \text{ (euroa)}$$

46. Jos a on vuosittain talletettava summa, 10 vuoden kuluttua tilillä on

$$a \cdot 1,017 \cdot \frac{1-1,017^{10}}{1-1,017} \approx 10,98a \text{ euroa}$$

Jotta summa olisi ainakin 10000 euroa, täytyy siis päteä

$$a \geq \frac{10000}{10,98} \approx 910,748$$

Tilille on siis talletettava ainakin 910,75 euroa.

Tasalyhennyslaina

47. Kuukausittainen lyhennys on $12000/60 = 200$ euroa.
- (a) Ensimmäinen maksuerä koostuu lyhennyksestä ja jäljellä olevan (eli koko) lainan mukaisesta korosta. Koska lainaa lyhennetään kuukausittain, on korkoaika yksi kuukausi eli $1/12$ vuotta. Korko on $r = kit = 12000 \cdot 0,045 \cdot (1/12) = 45$ euroa. Maksuerä muodostuu lyhennyksestä ja korosta: $200 + 45 = 245$ euroa.
- (b) Korko lasketaan aina jäljellä olevasta lainamäärästä. Ennen viimeistä maksuerää lainaa on jäljellä 200 euroa, joten korko on $r = kit = 200 \cdot 0,045 \cdot (1/12) = 0,75$ euroa. Maksuerä on $200 + 0,75 = 200,75$ euroa.
48. Jatkoa edelliseen tehtävään:
- (a) 15 maksuerän jälkeen lainaa on lyhennetty $15 \cdot 200 = 3000$ euroa, joten lainaa on jäljellä $12000 - 3000 = 9000$ euroa.
- (b) Lainaa on jäljellä alle 2000 euroa, kun $12000 - x \cdot 200 < 2000$ eli kun lyhennysten määrä $x > 50$. Siis 51. maksuerän jälkeen lainaa on ensimmäisen kerran jäljellä *alle* 2000 euroa.

Tasaerälaina

49. Maksueriä on yhteensä $n = 36$. Lainaa lyhennetään kuukausittain, joten korkoaika on $t = 1/12$. Korkotekijäksi saadaan $q = 1 + it = 1 + 0,09 \cdot (1/12) = 1,0075$. Yhden tasaerän suuruus on annuiteetin kaavan perusteella

$$A = 20000 \cdot 1,0075^{36} \cdot \frac{1 - 1,0075}{1 - 1,0075^{36}} \approx 635,99 \text{ euroa}$$

50. Korko on viitekoron ja marginaalikoron summa, joten korkokanta on 5,5 % p.a. Lainaa lyhennetään kuukausittain, joten korkoaika on $t = 1/12$. Korkotekijäksi saadaan $q = 1 + it = 1 + 0,055 \cdot (1/12) = 1,0046$. Maksukertojen lukumäärä on $n = 12 \cdot 12 = 144$. Yhden tasaerän suuruus on siis (annuiteetin kaavan perusteella)

$$A = 90000 \cdot 1,0046^{144} \cdot \frac{1 - 1,0046}{1 - 1,0046^{144}} \approx 856,07 \text{ euroa.}$$

30 maksuerän jälkeen lainaa on (kaavan mukaan) jäljellä

$$90000 \cdot 1,0046^{30} - A \frac{1 - 1,0046^{30}}{1 - 1,0046} \approx 75814,13 \text{ euroa.}$$

Osakkeet

51. Osinkotuloja saadaan $1440 \cdot 0,850 = 1224,00$ euroa. Osinkotuloista 15 % on verovapaata ja loput pääomatuloveron (30 %) alaista tuloa, joten veroa maksetaan $0,85 \cdot 0,30 \cdot 1224 \text{ €} = 312,12 \text{ €}$.
52. Myyntivoitto 2500 euroa on pääomatuloveron alaista tuloa, joten veroa maksetaan $0,30 \cdot 2500 = 75,00$ euroa.
53. (a) Osingoista saatiin 275,00 euroa, joten veroa jouduttiin maksamaan $0,30 \cdot 0,85 \cdot 275 \approx 70,13$ euroa.
- (b) Ostohinta oli 2900,00 euroa ja myyntihinta 3175,00 euroa. Vastaavat myyntikulut olivat 8,70 euroa ja 9,53 euroa. Verotettava summa on siis $3175 - 2900 - 8,70 - 9,53 = 256,77$ euroa. Veroa maksettiin 77,03 euroa.
54. Jatkoa edelliseen tehtävään:
- (a) Osinkotuloista käteen jäi 204,87 euroa ja myyntivoitoista 179,74 euroa. Yhteensä siis 384,61 euroa.
- (b) Kaiken kaikkiaan sijoitukseen meni rahaa $2900 + 2900 \cdot 0,003 + 3175 \cdot 0,003 = 2918,18$ euroa. Tuotto oli 384,61 euroa. Vastaava korko saadaan kaavasta $r = kit$, missä $r = 384,61 \text{ €}$, $k = 2918,18 \text{ €}$ ja korkoaika $t = 1$ vuosi. Korkokannaksi saadaan

$$i = \frac{r}{kt} = \frac{384,61}{2918,18} \approx 0,132$$

eli noin 13,2 %.

Obligaatiot

55. (a) Korko on

$$\frac{70}{365} \cdot 0,044 \cdot 1000 \approx 8,44$$

Näin ollen ostohinta on $1,09 \cdot 1000 + 8,44 = 1098,44$ euroa.

- (b) Korko on

$$\frac{370 - 365}{365} \cdot 0,044 \cdot 1000 \approx 0,603 \text{ euroa,}$$

joten ostohinta on $1,09 \cdot 1000 + 0,60 = 1090,60$ euroa.

56. Ostohinta on $0,95 \cdot 3500 + \frac{50}{365} \cdot 0,0314 \cdot 3500 \approx 3340,05$ euroa.

57. Emissiokurssin mukainen hinta on $1800,00 - 7,50 = 1792,50$ euroa. Nimellishinnalle h pätee $\frac{50}{365} \cdot 0,0314 \cdot h = 7,50$, joten $h \approx 1743,63$ euroa. Näin ollen emissiokurssi on $1792,50/1743,63 \approx 1,028 = 2,8 \%$.

58. Lainan korko ostohetkellä on $\frac{70}{365} \cdot 0,044 \cdot 4000 \approx 33,75$ euroa ja emissiokurssin mukainen arvo $0,97 \cdot 400 = 3880$ euroa. Siten ostohinta on $3913,75$ euroa. Sijoitus tuottaa korkoa vuosittain $0,044 \cdot 4000 = 176,00$ euroa.

- (a) Kolmen vuoden tapauksessa korkotuottoa tulee $3 \cdot 176 = 528$ euroa, josta lähdeveron jälkeen jää jäljelle $369,60$ euroa.

Lisäksi sijoittaja saa laina-ajan lopussa takaisin nimellisarvon 4000 € . Pääomatulona tulee siten $4000 \text{ €} - 3913,75 \text{ €} = 86,25 \text{ €}$. Siitä voidaan vähentää jälkimarkkinahyvitys $33,75$ euroa, jolloin verotettavaksi pääomatuloksi jää $52,5$ euroa. Pääomatuloveron jälkeen jää $36,75$ euroa.

Tuotto on siis yhteensä $369,60 \text{ €} + 36,75 \text{ €} = 406,35 \text{ €}$.

- (b) Viiden vuoden tapauksessa tuottoa tulee $5 \cdot 176 = 880$ euroa, josta lähdeveron jälkeen jää jäljelle 616 euroa.

Kuten a-kohdassa, sijoittaja saa laina-ajan lopussa takaisin nimellisarvon 4000 euroa. Pääomatuloksi veron jälkeen jää nytkin $36,75$ euroa.

Tuotto on siis yhteensä $616 \text{ €} + 36,75 \text{ €} = 652,75 \text{ €}$.

Sijoitusrahastot ja -vakuutukset

59. Ostotilanteessa palkkio on 100 euroa, myyntitilanteessa 120 euroa. Myyntivoitto on $12000 - 10000 = 2000$ euroa. Verotettava summa on $2000 - 100 - 120 = 1780$ euroa. Tämä on pääomatuloveron alaista tuloa, joten veroa maksetaan $534,00$ euroa.
60. Rahasto-osuuden arvo oli 30 euroa ja nousun jälkeen $32,55$ euroa. Tämän hintaisia osuuksia sai $92,165 \dots$ kappaletta 3000 eurolla.

61. Kasvanut pääoma on

$$1000 \cdot (1,08 + 1,08^2 + \dots + 1,08^{12}) = 1000 \cdot 1,08 \cdot \frac{1 - 1,08^{12}}{1 - 1,08} \approx 20495,30 \text{ €}.$$

Tuotto saadaan vähentämällä tästä sijoitettu summa 12 000 euroa, joten tuotto on 8 495,30 euroa. Pääomatuloveron jälkeen jäljelle jää 5 946,71 euroa.

62. Koska samalla rahalla saadaan huhtikuussa vähemmän osuuksia kuin tammikuussa, on rahasto-osuuden arvo noussut. Olkoon s sijoitettava summa, a osuuden arvo tammikuussa ja b osuuden arvo huhtikuussa. Nyt $s/a = 122$ ja $s/b = 101$, joten

$$\frac{b}{a} = \frac{122}{101} \approx 1,21.$$

Niinpä rahasto-osuuden arvo on noussut 21 %.