

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Financijska matematika
Zadaci za samostalan rad
9. 3. 2010.

1. Izračunajte cijenu obveznice nominalne vrijednosti 100 s dospeljeem od četiri godine i godišnjim kuponima iznosa 5 uz kontinuirano ukamačivanje i kamatnu stopu a) 8% i b) 5%. Što primjećujete?
(Rj: a) $B(0,4)=89.055$, b) $B(0,4)=99.5506 \Rightarrow$ pad kamatne stope uzrokuje rast cijene obveznice)
2. Promatramo obveznicu nominalne vrijednosti 100 i godišnjih kupona u iznosu 8 s dospeljeem od tri godine. Pretpostavimo da se obveznicom trguje po nominali. Odredite impliciranu neprekidnu kamatnu stopu.
(Rj: $r=7.696\%$)
3. Kuponska obveznica nominalne vrijednosti 1000 s dospeljeem 10 godina isplaćuje polugodišnje kupone iznosa 18.
 - a) Pretpostavimo da je stopa u sadašnjem trenutku za takvu obveznicu 4% na godišnjoj razini uz složeno polugodišnje ukamačivanje. Kolika je cijena takve obveznice? (Rj: $B(0,10)=967.30$ kn)
 - b) Da li se obveznica prodaje po većoj ili manjoj cijeni od nominalne vrijednosti? Zašto? (Uputa: sjetite se odnosa kuponskih stopa i cijena obveznica) (Rj: Obveznica se prodaje po cijeni manjoj od nominalne pa vrijedi: kuponska stopa < trenutna stopa < prinos do dospeljeća)
4. Pretpostavimo da se na tržištu prodaje kuponska obveznica nominalne vrijednosti 1000 s dospeljeem 5 godina po cijeni 1100. Polugodišnje isplate kupona iznose 25.
 - a) Izračunajte prinos do dospeljeća takve obveznice (Iskoristite programsku potporu Mathematica). Napišite jednadžbu čije je rješenje prinos do dospeljeća.
(Rj: $1100 = \sum_{i=1}^{10} \frac{25}{e^{\frac{r}{2}i}} + \frac{1000}{e^{\frac{r}{2}10}} \Rightarrow r = 2.82\%$)
 - b) Koji je trenutni prinos (*current yield*) takve obveznice? (trenutni prinos=4.545%)
 - c) Da li je prinos do dospeljeća takve obveznice manji ili veći od trenutnog prinosa? Zašto? Objasnite da li će u trenutku dospeljeća doći do gubitka ili dobitka kapitala. (Rj: prinos do dospeljeća je manji od trenutnog prinosa jer se kuponska obveznica prodaje po cijeni većoj od nominalne.)
5. Pretpostavimo da promatrate kuponsku obveznicu s dospeljeem od 20 mjeseci, nominalne vrijednosti 100 koja isplaćuje kupone na polugodišnjoj razini (zadnja isplata u trenutku dospeljeća, a prva nakon dva mjeseca od danas: broji se unazad šest mjeseci od dospeljeća) i kuponska stopa iznosi 6% (na godišnjoj razini!). Ukoliko se kamatna stopa mijenja diskretno u trenucima isplate kupona po pravilu

$$r(t) = 0.0525 + \frac{\ln(1+2t)}{200}$$
(do isplate prvog kupona vrijedi kamatna stopa $r(0)$, nakon toga do isplate drugog kupona $r(2/12)$ itd.), odredite cijenu takve obveznice. (Rj: 102.51 kn)
6. Pretpostavimo da ste danas investirali jednu kunu u beskuponsku obveznicu s dospeljeem od godinu dana. Na kraju svake godine reinvestiraju se isplate u nove obveznice istog tipa. Koliko obveznica ste u mogućnosti kupiti na kraju 9. godine? Izrazite rješenje u terminima implicirane neprekidne kamatne stope.
(Rj: e^{10r})
7. Pretpostavimo da je obračun kamata neprekidan te da se na tržištu trguje obveznicom s dospeljeem od godinu dana po cijeni $B(0,12)=0.87$ kn. Izračunajte kamatnu stopu nakon šest mjeseci, ako investiranje na horizont od šest mjeseci daje logaritamski prinos od 14%.
(Rj: takva situacija s beskuponskom obveznicom nije moguća budući da bi uz zadani logaritamski prinos cijena obveznice već nakon 6 mjeseci trebala biti 1.000738, dakle veća od nominalne)
8. Pretpostavimo da investiramo sumu od 1000 kn u obveznicu s dospeljeem od 4 godine, nominalne vrijednosti 100 koja isplaćuje godišnje kupone u iznosu od 10 kn. Pretpostavimo da se takvim obveznicama trenutno na tržištu trguje cijenom od 91.78 kn.
 - a) Odredite prinos u trenutku 0 (Riješite jednadžbu koristeći npr. Mathematicu) (Rj: $r=12\%$)

b) Pretpostavimo da ste isplaćeni novac u obliku kupona nakon godinu dana reinvestirali u obveznice iste vrste, ali s dospijećem od tri godine, te da analogan postupak ponavljate i na kraju 2. i 3. godine (s obveznicama istog tipa ali dospijeća dvije godine odnosno jednu godinu). Kolika je ukupna vrijednost vaše imovine nakon tri godine od trenutka kupnje obveznica s dospijećem od tri godine ukoliko

b1) kamatna stopa ostane nepromijenjena, (Rj: $V(4)=1616.046571$ kn)

b2) kamatna stopa padne za 2 pp u trenutku prodaje prvog kupona i ostane na toj razini kroz naredne tri godine. Što možete zaključiti? (Rj: $V(4)=1599.088304$ kn. Zbog pada kamatne stope ukupna vrijednost imovine manja.)

c) Odredite kolika bi trebala biti stopa ukoliko želite ostvariti logaritamski povrat na investiciju od c1) 12% i c2) 14%. (Rj: tako mali logaritamski povrat nije moguće ostvariti jer već samo uz početno investiranje u takve obveznice, bez reinvestiranja kupona svake godine, logaritamski povrat je jednak

$$lr(4) = \ln \frac{\frac{1000}{91.78} \cdot 140}{1000} = 0.4222 \text{ tj. } 42.22\%$$