

1. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ Investicijska banka ABC izdaje 50000 put opcija na dionicu XYZ s dospijećem od 90 dana i izvršne cijene 1.8 te da je trenutna tržišna cijena dionice XYZ 1.82 i volatilnost 14%. Referentna nerizična kamatna stopa iznosi 5%. Konstruirajte delta neutralni portfelj kako biste se zaštitili od rizika promjene cijene dionice. Odredite cijenu tako konstruiranog portfelja u slučaju da u sljedećem danu trgovanja referentna tržišna kamatna stopa padne na 3%. (Napomena: primijetite da smo na nastavi riješili isti zadatak, ali u slučaju promijene cijene dionice. Bitno je primijetiti koja od mogućih varijabli, a time i promjena u njezinoj vrijednosti, ima utjecaja na hedging odnosno na određivanje udjela u rizičnoj imovini x).

2. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ. Izvedite formule za "Grke" u slučaju put opcije.

3. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ Investicijska banka ABC izdaje 1000 call opcija na dionicu XYZ s dospijećem od 90 dana i izvršne cijene 60 te da je trenutna tržišna cijena dionice XYZ 60 i volatilnost 30%. Referentna nerizična kamatna stopa iznosi 8%. U cilju zaštite od rizika od promjene tržišne vrijednosti dionice XYZ, investicijska banka osim call opcije na dionicu s dopsijećem od 90 dana, u svom portfelju ima i call opciju na dionicu XYZ s dospijećem od 60 dana i izvršne cijene 65. Odredite udjele u rizičnoj imovini te u drugoj vrsti opcije (one s dospijećem od 60 dana) u cilju konstrukcije delta-gamma neutralnog portfelja ukoliko je početna vrijednost takvog portfelja jednaka 0.

Napomena: U ovom i sljedećem zadatku koristimo ostale „Grke“ iako nismo takav zadatak riješili na nastavi, ali smo zato objasnili vrste hedginga s obzirom na konstrukciju delta, gamma, vega (...) neutralnog portfelja, stoga i takve zadatke trebate usvojiti budući da smo teorijsku pozadinu konstrukcije takvih vrsta portfelja napravili na nastavi.

Primijetite da je prilikom konstrukcije delta-gamma neutralnog portfelja potrebno da je i delta-portfelja i gamma-portfelja jednak nuli. Ukoliko portfelja sadrži samo dionicu, nerizičnu imovinu i jednu izvedenicu, znajući poziciju u toj izvedenici (u ovom zadatku $z = -1000$), preostaje odrediti samo poziciju u rizičnoj imovini x . To se postiže hedgingom konstruiranjem delta-neutralnog portfelja. No, u cilju konstrukcije i gamma-neutralnog portfelja, potrebno je uvođenje nove vrste izvedenice (jedna nepoznanica (koja predstavlja udio odnosno količinu nove izvedenice!) više, dok gamma-neutralnost predstavlja dodatnu jednadžbu. Drugim riječima, ukoliko označimo traženi portfelj sa (x, y, z, d) , pri čemu su x, y, z oznake kao i na nastavi, dok je d broj druge vrste izvedenice u portfelju (u ovom zadatku broj call opcija s dopsijećem od 60 dana. Dakle, u cilju konstrukcije delta-gamma neutralnog portfelja potrebno je riješiti dvije jednadžbe (delta-neutralnost i gamma neutralnost) s dvije nepoznate (x i d) ($z = -1000$ u ovom zadatku, a y je udio u rizičnoj imovini koji se određuje nekim uvjetom na vrijednost portfelja prije samog hedginga uglavnom (ograničenje, na nastavi smo uzimali

uvjet da je početna vrijednost portfelja jednaka nula), budući da derivacijom funkcije vrijednosti portfelja po određenoj varijabli od interesa, y iščezava jer se radi o udjelu u nerizičnoj imovini.

4. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ. Investicijska banka ABC izdaje 1000 call opcija na dionicu XYZ s dospijećem od 90 dana i izvršne cijene 60 te da je trenutna tržišna cijena dionice XYZ 60 i volatilnost 30%. Referentna nerizična kamatna stopa iznosi 8%. U cilju zaštite od rizika od promjene volatilnosti dionice XYZ, investicijska banka osim call opcije na dionicu s dopsijećem od 90 dana, u svom portfelju ima i call opciju na dionicu XYZ s dospijećem od 60 dana i izvršne cijene 65. Odredite udjele u rizičnoj imovini te u drugoj vrsti opcije (one s dospijećem od 60 dana) u cilju konstrukcije delta-vega neutralnog portfelja ukoliko je početna vrijednost takvog portfelja jednaka 0.

Napomena: U ovom i prethodnom zadatku je eksplicitno rečeno da se traži delta-gamma odnosno delta-vega neutralni portfelj. Primijetite da na ispitu npr. to ne mora biti specificirano već to morate zaključiti sami na temelju određene vrste rizika od koje se financijska institucija želi zaštititi. Stoga je potrebno točno razumjeti što određeni „Grk“ predstavlja, odnosno koja se vrsta hedginga radi ovisno o zaštiti od rizika u odnosu na pojedine faktore čija promjena vrijednosti utječe na portfelj od interesa.

5. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ koja ne isplaćuje dividendu te da promatramo europsku put opciju dospijeća $T=1$, izvršne cijene K , i trenutne cijene $S(0)=K$. Pretpostavimo nadalje da je omjer trenutne cijene europske put opcije na dionicu XYZ i same cijene dionice XYZ manji od 5% te da je delta opcije -0.364. Referentna nerizična kamatna stopa je 1.2%. Izračunajte volatilnost dionice XYZ.

6. Pretpostavimo da analiziramo Black-Scholesov model za kretanje cijene dionice XYZ te da promatramo određenu opciju na dionicu XYZ. Trenutna cijena dionice XYZ je veća od 80, cijena opcije na dionicu je 2.34, delta opcije je -0.81, a gamma opcije je 0.035. Poznato je da se cijene dionice XYZ promijeni na 86 u nekom vremenskom periodu te da se delta-gamma aproksimacijom cijena opcije promijeni na 2.21. Odredite trenutnu tržišnu cijenu dionice XYZ $S(0)$.

Napomena 1: Primijetite da u zadatku nije specificirano o kojoj se vrsti opcije radi, već se uz pretpostavku Black-Scholesovog modela to može zaključiti iz predznaka određenog „Grka“. No, vodite računa da ne tražite one podatke ili informacije u samom zadatku koje nisu ključne za rješavanje samog zadatka. U ovom zadatku je ključna riječ **promjena**, što vas mora asocirati u prvom redu na derivaciju, a u drugom redu na činjenicu da u samom zadatku imate vrijednosti za deltu opcije (prva derivacija!) i gammu opcije (druga derivacija!), a koja poznata formula povezuje prvu i drugu derivaciju funkcije sa (malom!) promjenom u vrijednosti nezavisne varijable? Taylorova formula. Uputa: Iskoristite Taylorovu formulu i to razvoj funkcije do uključujući druge potencije (jer imate informaciju do i uključujući drugu derivaciju):

$$V(S + \varepsilon) \approx V(S) + V'(S)\varepsilon + \frac{1}{2}V''(S)\varepsilon^2$$

pri čemu je ε promjena u nezavisnoj varijabli. Sada iskoristite činjenicu da je delta opcije prva derivacija vrijednosti opcije, a gamma opcije druga derivacija. Potrebno je riješiti ovu kvadratnu

jednadžbu (aproksimacija jednadžbe, jer imamo promjenu pri delta-gamma aproksimaciji cijene opcije) po ε budući da ne znate trenutnu cijenu dionice XYZ, ali znate dionice XYZ nakon promjene u cijeni. $V(S)$ je oznaka za cijenu opcije (ovisna o cijeni S).

Napomene za studente:

1. Zadaci sadrže detaljnije upute kako biste primijetili da iako ih nismo u raznim mogućim oblicima riješili na nastavi, da biste svejedno, na bazi teorijskih saznanja i razmatranja koja smo napravili i obradili, morali moći postaviti i riješiti zadane zadatke uz vježbu pomoću danih uputa koje ćete onda usvojiti u smislu postupka rješavanja i vježbanjem. Upute su možda malo detaljnije, ali time se željela stvoriti i osigurati određena razina objašnjavanja kao da su se zadaci riješili na nastavi.

2. Za nekoliko ćete dana dobiti dodatne zadatke za vježbu (pitanja i zadatke) u cilju kvalitetne pripreme za završni ispit. Prvo prođite kroz ključne pojmove i teoriju iz završnog ciklusa, zatim riješite sve zadatke za zadaću, a dodatne zadatke riješite tek na kraju kao neku vrstu provjere. Sretno!