

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Financijska matematika
Zadaci za samostalan rad
16. 3. 2010.

1. Dokažite da je cijena kuponske obveznice, $C(T, y)$, konveksna funkcija prinosa do dospijeca. (Rj: $\frac{\partial^2 C(T, y)}{\partial y^2} > 0$.)

2. (Makeham-ova formula) Ako je i kuponska stopa, a r prinos do dospijeca u trenutku nula te da se potonja stopa neće promijeniti do dospijeca. Dokažite da je cijena obveznice nominalne vrijednosti N , s dospijecom T dana sa $P = \frac{N}{(1+r)^T} + \frac{i}{r} \left(N - \frac{N}{(1+r)^T} \right)$.

3. Kuponska obveznica nominalne vrijednosti 1000 \$ s dospijecom 20 godina koja isplaćuje polugodišnje kupone izdana je prošle godine kada je referentna kamatna stopa bila 10% i prodavala se po nominali. Danas, godinu dana kasnije, kamatna stopa je 8%.

a) Odredite iznose kupona. (Rj: $K=51.27$ kn)

b) Koliko danas vrijedi takva obveznica? Pretpostavite da je drugi kupon tek isplaćen te da će prvi sljedeći biti isplaćen nakon 6 mjeseci. (Rj: $C(1, 20) = 1200.25$ kn)

c) Koliko bi danas vrijedila takva obveznica ukoliko bi se iznos drugog kupona trebao tek isplatiti? (Rj: 1251.52 kn)

4. Na tržištu se trguje obveznicom s dospijecom 5 godina koja isplaćuje godišnji kupon od 6.5%. Pretpostavite da je obveznica upravo isplatila drugi godišnji kupon te da se trguje na razini prinosa do dospijeca od 5.5%. Dodatno pretpostavite da je krivulja prinosa ravna. Izračunajte (modificiranu) duraciju te obveznice. (Rj: Macaulayeva duracija: 2.814400666, modificirana duracija: 2.667678356)

5. Pretpostavimo da se na tržištu trguje obveznicama tipa A i B te da su njihove duracije $D_A = 2$, $D_B = 3.4$ te da su njihove cijene $C_A = 0.98$, $C_B = 1.02$ te da želite investirati u portfelj vrijedan 5000 kn duracije 6. Odredite broj obveznica koje je potrebno investirati u obveznice A i B u cilju takve strategije investiranja. (Rj: $a = -9475.22$, $b = 14005.60$)

6. Pretpostavimo da se kamatna stopa na tržištu neće promijeniti. Dokažite da prije trenutka isplate prvog kupona će duracija nakon trenutka t biti $D-t$, pri čemu je D duracija izračunata u trenutku 0.

7. Odredite investicijsku strategiju ukoliko investirate 20000 kn u portfelj duracije 2 godine koji se sastoji od dvije vrste kuponskih obveznica, A i B, s dospijecom od dvije godine, pri čemu su obveznice tipa A nominalne vrijednosti 100 i isplaćuju kupone u iznosu od 20, dok su obveznice tipa B nominalne vrijednosti 500 i isplaćuju kupone u iznosu od 5, a početna kamatna stopa je 8%. Kolika će biti vrijednost tako konstruiranog portfelja nakon dvije godine? (Rj: $a = -11.83$, $b = 49.27$, $V(2) = 23470.22$)

8. Pretpostavimo da planirate investiciju s horizontom ulaganja od 3 godine s ciljem ostvarivanja vrijednosti 100000 kn. Trenutna je referentna kamatna stopa 12% te se na tržištu trguje sljedećim obveznicama: kuponska obveznica A nominalne vrijednosti 100 s dospijecom od 5 godina koja isplaćuje godišnje kupone u iznosu od 10 te beskuponskom obveznicom tipa B s dospijecom od godinu dana iste nominalne vrijednosti kao obveznica tipa A. Pretpostavljamo da su obveznice tipa B uvijek dostupne na tržištu. Pretpostavimo da će nakon godinu dana kamatna stopa porasti na 14%, a nakon dvije godine na 16%. Konstruirajte portfelj koji će vam omogućiti planiranu vrijednost nakon tri godine. (Rj: U $t=0$ investirati 69767.63 kn, i to u $a=495.05$ obv. A, i $b=282.77$ obveznica B, u $t=1$ korigirati poziciju na $a=361.53$, $b=513.76$, u $t=2$ korigirati poziciju na $a=0$, $b=1001.126394$, konačna vrijednost nakon 3 godine = 100112.64.)

9. Koji utjecaj ima povećanje dospijeća obveznice na njezinu duraciju? Odredite duraciju financijskog instrumenta koji isplaćuje beskonačan broj kupona, odnosno odredite duraciju kuponske obveznice u slučaju da

dospijeće $T \rightarrow \infty$. (Rj: $\lim_{T \rightarrow \infty} D(T) = \frac{e^r}{e^r - 1}$.)