# Financijska matematika

Dr. Petra Posedel

Vedran Horvatić, dipl. inž.

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Zagreb, 9.3.2010.

# 1.2. Tržište novca

- Sastoji se od nerizičnih (nemogućnost *defaulta*) vrijednosnih papira.

- Primjer: obveznice (engl. bond)

- **Obveznica** – financijski vrijednosni papir koji vlasniku *obećava* niz osiguranih budućih isplata.

- Pod *nerizično* ćemo u tom slučaju podrazumijevati da će odgovarajući iznosi sigurno biti isplaćeni.

  **Napomena**: I u tom slučaju rizik se ne može u potpunosti izbjeći budući da *tržišne cijene* takvih vrijednosnih papira mogu nepredvidivo *fluktuirati*.

# Uvod: obveznice

- Korporacije financiraju svoje operacije prodajom dionica i obveznica.

Obveznice ↔ dionice

- **Posjedovanje dionica**: parcijalno vlasništvo tvrtke

- **Posjedovanje obveznica**: Kupnjom obveznica se ujedno pozajmljuje novac korporaciji koja se time *obvezuje* povratiti glavnicu te platiti kamatu na način ugovoren obveznicom.
- Vrste: trezorski zapisi, komercijalni zapisi, kreditne obveznice te mnoge druge ovisno o posebnim dogovorima koji se odnose na instituciju izdavatelja, duraciju, broj isplata, osiguranja i prava.

- Investitor u obveznice dobiva **fiksni tok prinosa** osim u slučaju da korporacija ne ode u *default-stanje*.

Upravo se zbog toga obveznice nazivaju vrijednosnice ***fiksnog prinosa***.

Da li su obveznice nerizične?

- Mnogo je dugoročnih obveznica (na 20 ili 30 godina).

- Čak i ako je tvrtka solventna, dohodak od obveznica je osiguran samo ako se obveznice drže do *dospijeća*.

# 1.2.1. Beskuponske obveznice (engl. Zero coupon bonds)

- Najjednostavniji slučaj obveznica; uključuje **samo jednu** isplatu.

- *Institucija izdavatelj* (vlada, banka ili tvrtka) obećava zamjenu obveznice za točno određeni iznos $N$ koji nazivamo **nominalna vrijednost** (engl. face value) na točno određeni datum u budućnosti $T$, odnosno **dospijeće** (engl. maturity), obično do godinu dana.

- Obveznica bez kupona prodaje se po vrijednosti koja je **manja od nominalne** što je ujedno razlog zašto se obično naziva diskontirana obveznica.

- Za danu kamatnu stopu *r*, sadašnja vrijednost obveznice s dospijećem *T* izračuna se vrlo jednostavno: kao <u>diskontirana vrijednost nominalne vrijednosti *N*:</u>

$$V(0) = \frac{N}{(1+r)^T}$$

- **Primjer:** Pretpostavimo da se na tržištu prodaje beskuponska obveznica s dospijećem od godinu dana, nominalne vrijednosti 100 $ uz kamatnu stopu 10% i godišnji obračun. Tada je tržišna cijena takve obveznice:

$$C_t = 100(1.1)^{-1} = 90.91$$

- U praksi se suprotno događa: trguje se <u>obveznicama</u> i njihove su cijene određene uvjetima na tržištu, dok su kamatne stope implicirane cijenama obveznica:

$$\Rightarrow \boxed{r = \frac{N}{V(0)} - 1}$$

godišnja i složena kamatna stopa!

## Napomena:

Ukoliko je obračuna kamata polugodišnji, tada *nominalnu* kamatnu stopu (godišnju) pretvaramo u polugodišnju i tržišna cijena obveznice je

$$C_t = \frac{100}{(1.05)^2} = 90.7$$

**Uz isto vrijeme dospijeća**, cijena obveznice uz godišnji obračun je veća od cijene obveznice uz polugodišnji obračun!

## Napomena: BSO možemo promatrati slučaj $N$=1

- Općenito se obveznice mogu prodati u **bilo kojem** vremenskom trenutku prije dospijeća po tržišnoj cijeni.
- Označimo sa $B(t,T)$ cijenu takve obveznice u trenutku $t$.
  - Tada vrijedi $B(T,T)=1$ (ili općenito $N$)
  - $B(0,T)$ je *trenutna*, u trenutku 0, cijena takve obveznice
  - $T$-$t$ je **period do dospijeća**
- Kamatna stopa dobije se primjenom složenog ukamaćivanja, pri čemu je:

$$\boxed{V(t) = B(t,T) \quad \text{i} \quad V(T) = 1}$$

# Važno je primijetiti sljedeće:

- Implicirana godišnja i složena kamatna stopa zadovoljava jednadžbu:

$$B(t,T)=(1+r)^{-(T-t)}$$

- Uz upotrebu periodičkog složenog ukamaćivanja s frekvencijom ukamaćivanja *m:*

$$B(t,T)=\left(1+\frac{r}{m}\right)^{-m(T-t)}$$

- U slučaju neprekidnog ukamaćivanja

$$B(t,T)=e^{-r(T-t)}$$

- Budući da cijena obveznice **ne ovisi** o načinu ukamaćivanja, odgovarajuće implicirane i različite kamatne stope su međusobno **ekvivalentne.**

# Općenito vrijedi:

- Implicirana kamatna stopa <u>može ovisiti</u> o:

  - Trenutku trgovanja *t*
  - Dospijeću *T*

Kamatna stopa može biti **varijabilna.**

Opća **vremenska struktura** kamatnih stopa

- Kamatna stopa može biti i **stohastička.**

- Uočimo da je $B(0,T)$ **diskontni faktor**, dok je $B(0,T)^{-1}$ **faktor rasta** za *bilo koju* metodu ukamaćivanja.

---

- Ti univerzalni faktori su sve što je potrebno kako bi se izračunala **vremenska vrijednost novca**, bez potrebe za pretvaranjem u odgovarajuće kamatne stope.

- Za prosječnog klijenta banke, informacija da se obveznica nominalne vrijednosti 100 s dospijećem od godine dana može kupiti za 90.5, ne mora biti toliko jasna kao i *ekvivalentna tvrdnja* da će depozitom na štedni račun osigurati 10.5% kamata uz oročenje na godinu dana.

## Primjeri: konstantna kamatna stopa

- Primjer **1**. Neki investitor plaća 95 n.j. za obveznicu nominalne vrijednosti 100 n.j. s dospijećem od šest mjeseci. Kada će obveznica dostići vrijednost od 99 n.j. ako kamatna stopa ostane nepromijenjena?

- Primjer **2.** Izračunajte kamatnu stopu uz godišnje, polugodišnje i neprekidno ukamaćivanje jedinične obveznice za koju vrijedi $B(0.5,1)=0.9455$. Odgovarajuće su kamatne stope **ekvivalentne!**
- Što primjećujete?

# Fluktuacija cijena i povrata ovisno o kamatnim stopama

- Pretpostavimo da je obračun kamata **polugodišnji.**

- **Primjer**. Promatramo beskuponsku obveznicu s dospijećem 20 godina nominalne vrijednosti 1000 kn uz kamatnu stopu 6% koja je kupljena po tržišnoj cijeni od 306.56 kn.
  - **Slučaj A**: Šest mjeseci nakon toga kamatna stopa porasla je na 7%. Trenutna cijena takve obveznice jednaka je:

$$C = \frac{1000}{(1.035)^{39}} = 261.41$$

- Dakle, vrijednost takve investicije je pala za 45.15 kn.

  Ukoliko obveznicu zadržimo do dospijeća, tada ćemo, u trenutku dospijeća, dobiti 1000 kn.

- S druge strane, ukoliko sada prodamo takvu obveznicu, tada gubimo 45.15 kn što predstavlja povrat od

  $$(-45.15/306.56)= -14.73\%$$

  na polugodišnjoj razini, odnosno -29.46% na godišnjoj razini, iako se kamatna stopa promijenila (porasla) za *samo* 1 postotni poen.

- Dakle, kamatne stope su **porasle**, a cijena obveznice je **pala**!

- Ako kamatne stope na tržištu nakon šest mjeseci **padnu**, tada će cijena obveznice **porasti!**

---

- Ako se nakon šest mjeseci kamatna stopa nije promijenila, tada je naša dobit 9.19 kn što predstavlja povrat od

  (9.19/306.56)=3%

  na polugodišnjoj razini (6% na godišnjoj).

- Dakle, ako se kamatna stopa **promijeni**, tada je stopa povrata od 6% garantirana samo ako se obveznica zadrži do dospijeća.

# 1.2.1. Kuponske obveznice (engl. Coupon Bonds)

- Obveznice koje *obećavaju* **niz** isplata (*kupona*)
- Takav niz isplata sastoji se od nominalne vrijednosti u trenutku dospijeća te kupona koji se isplaćuju u regularnim vremenskim periodima, obično na godišnjoj, polugodišnjoj ili kvartalnoj razini
- U trenutku dospijeća vlasnik takve obveznice dobiva glavnicu i zadnju isplatu kamate.
- Uz pretpostavku konstantnih kamatnih stopa moguće je izračunati cijenu takve obveznice **diskontiranjem** svih budućih isplata.

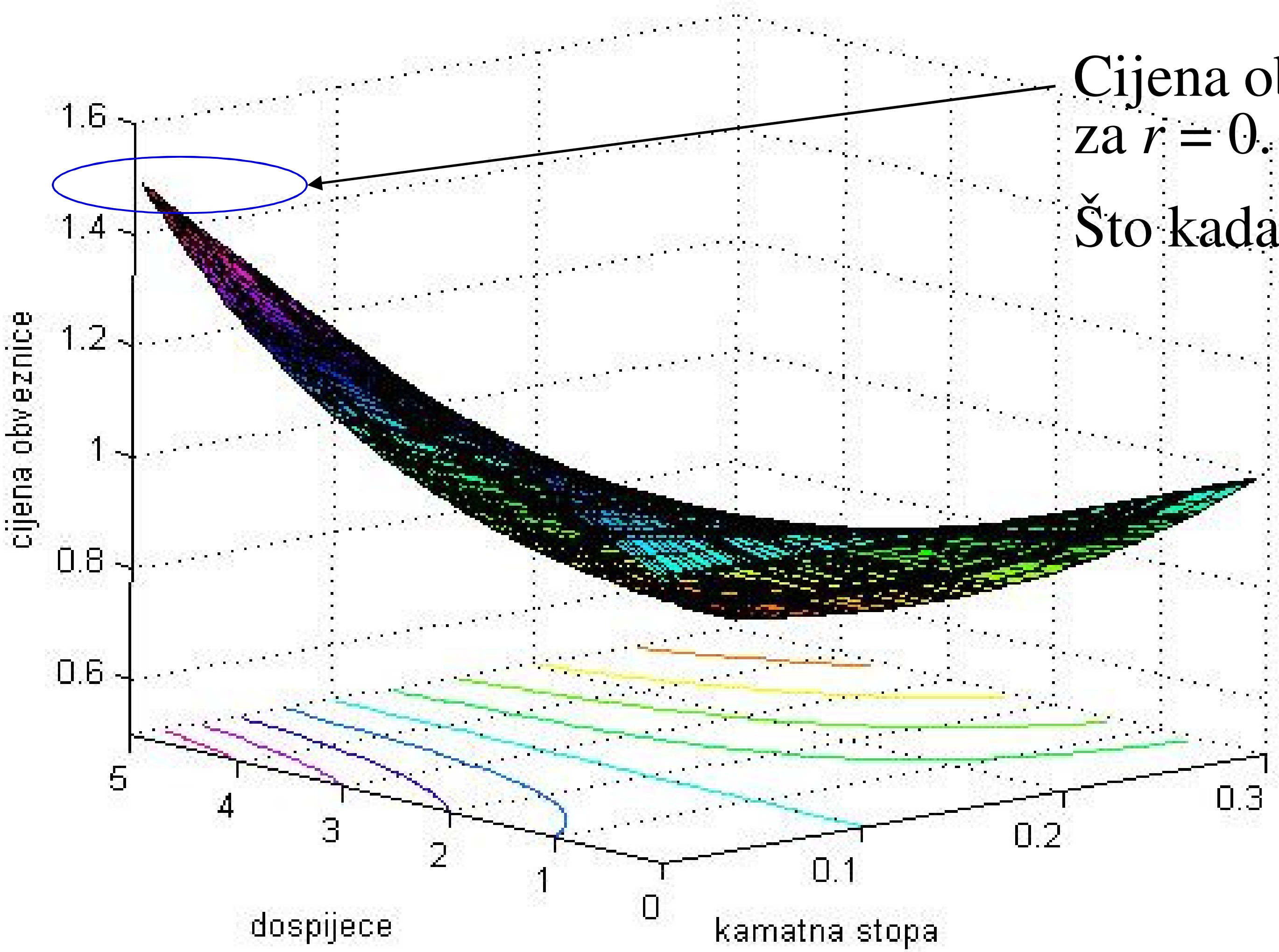
- Ukoliko je $\boldsymbol{N}$ nominalna vrijednost obveznice, $\boldsymbol{T}$ vrijeme do dospijeća, $\boldsymbol{r}$ kamatna stopa, $\boldsymbol{K}$ iznos kupona, tada je uz *godišnju isplatu kupona*, cijena kuponske obveznice dana sa:

$$C_K = \sum_{t=1}^{T} \frac{K}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^T}$$

$$= \frac{K}{(1+r)} \sum_{t=1}^{T} \left( \frac{1}{r+1} \right)^{t-1} + \frac{N}{(1+r)^T} = \frac{K}{(1+r)} \sum_{s=0}^{T-1} \left( \frac{1}{r+1} \right)^{s} + \frac{N}{(1+r)^T}$$

$$= \boxed{\frac{K}{r} + \left[ N - \frac{K}{r} \right] \cdot (1+r)^{-T},} \qquad \text{uz uvjet da je } r \neq 0$$

# Ovisnost cijene obveznice o kamatnoj stopi: $N$=1, $K$=0.1




Cijena obveznice za $r = 0$.

Što kada $r \to \infty$ ?

# Primjeri.

- Primjer 1. Pretpostavimo da promatramo obveznicu nominalne vrijednosti $N$=100 kn s dospijećem od 5 godina s kuponima koji se isplaćuju na godišnjoj razini u iznosu od 10% nominalne vrijednosti na kraju svake godine, zadnji u trenutku dospijeća. Tada je uz npr. <u>neprekidnu</u> kamatnu stopu od 12%, cijena takve obveznice

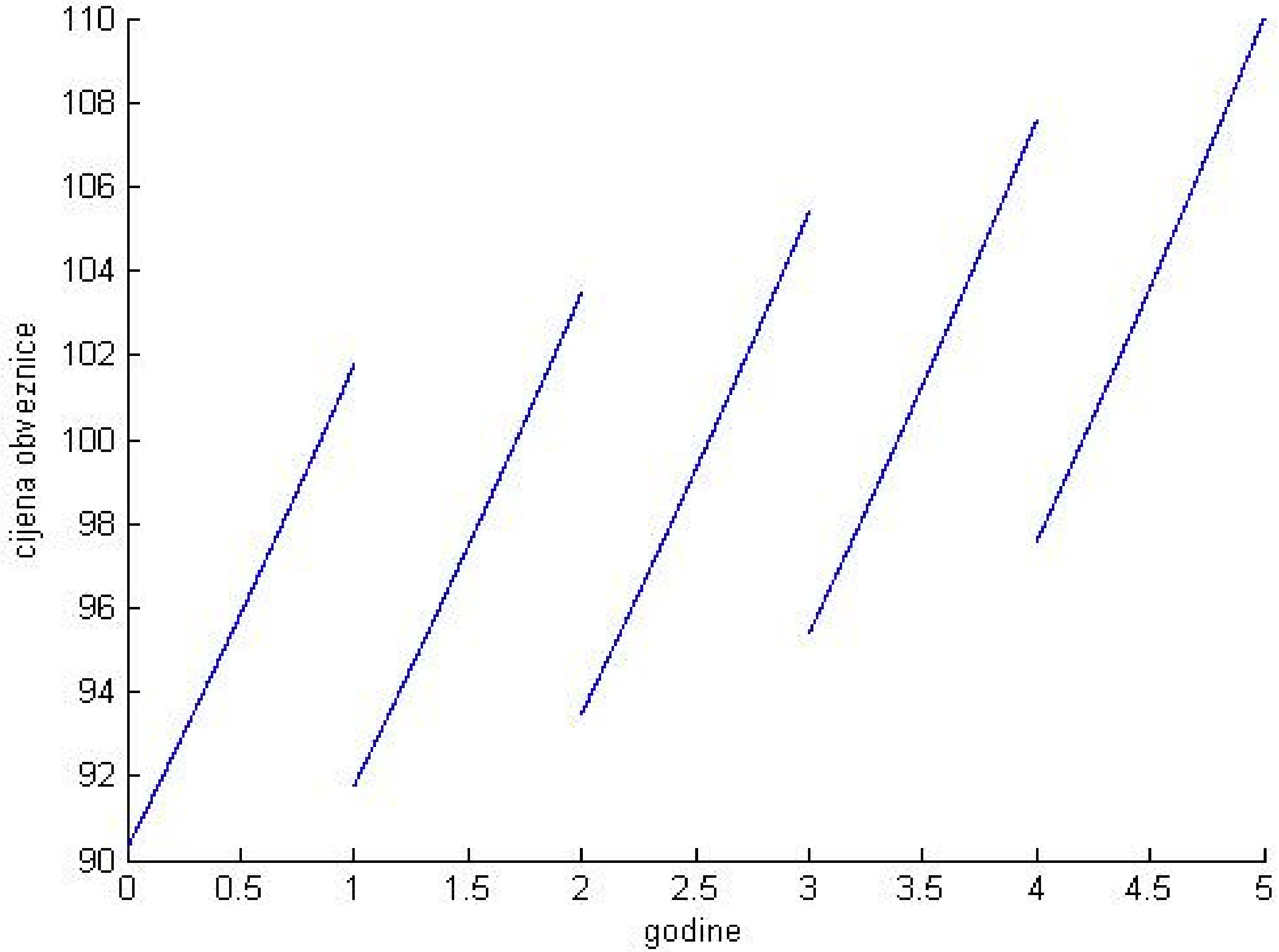
$$V(0) = 10\sum_{i=1}^{5} e^{-ir} + 100e^{-5r} = 90.27$$

- Kuponi se često izražavaju u postotku nominalne vrijednosti, tj. $K=iN$, pri čemu je $\boldsymbol{i}$ tzv. kuponska stopa (engl. Coupon rate)

- Primjer 2. Vrijedi $V(1)+K=V(0)e^{r}$ , pri čemu je V(1) vrijednost obveznice nakon godine dana i isplaćenog prvog kupona. Vrijednost obveznice **u bilo kojem trenutku** je moguće naći diskontiranjem svih budućih isplata.

- Primjer 3. Koliko je vremena potrebno da bi obveznica iz Primjera 1. postigla cijenu od 95 po prvi put?

# Ovisnost cijene obveznice (pr. 3) o godinama do dospijeća



- **Propozicija**. Kada se kuponi isplaćuju na godišnjoj razini, kuponska je stopa jednaka kamatnoj stopi za godišnje ukamaćivanje ako i samo ako je cijena obveznice jednaka svojoj nominalnoj vrijednosti. U tom slučaju kažemo da se obveznica prodaje po nominali (*at par*).

*Dokaz:* $\Rightarrow$ Pretpostavimo da je $r=i$ te neka je nominalna vrijednost obveznice $N$, a dospijeće $T$. Tada je cijena obveznice

$$C_K = \frac{K}{r} + \left[N - \frac{K}{r}\right]\cdot(1+r)^{-T}, \quad K = iN = rN$$

$$= N$$

$\Leftarrow$ Obratno, ako je cijena obveznice jednaka svojoj nominalnoj vrijednosti, tada vrijedi:

$$N = \frac{K}{1+r} + \frac{K}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{K}{(1+r)^{T-1}} + \frac{K+N}{(1+r)^T},$$

što je ujedno strogo padajuća funkcija argumenta *r*. Stoga postoji točno jedna vrijednost kamatne stope *r* za koju je vrijednost funkcije u toj točki jednaka *N*, a prema prethodnom znamo da je ta vrijednost jednaka *i*.

Dakle, $r = i$.

- Ukoliko se obveznica prodaje po cijeni koja je **manja od nominalne**, to ujedno znači da je implicirana kamatna stopa (povrat za investitora!) veća od kuponske stope.
- Ukoliko se obveznica prodaje po cijeni koja je **veća od nominalne**, to ujedno znači da je implicirana kamatna stopa (povrat za investitora!) manja od kuponske stope.

## Primjer.

- Pretpostavimo da promatramo investiciju u beskuponsku obveznicu nominalne vrijednosti 1 čiju poziciju želimo zatvoriti u trenutku $t$ prije dospijeća $T$. Ukoliko raspolažemo s iznosom $V(0)$, a cijena svake takve obveznice danas iznosi $B(0,T)$ tada je moguće kupiti $V(0)/ B(0,T)$ takvih obveznica. U nekom trenutku $t < T$ cijena jedne takve obveznice je $B(t,T)= e^{-r(T-t)} =e^{rt}B(0,T)$.
- Vrijednost investicije u trenutku $t < T$ je:

$$V(t) = \frac{V(0)}{B(0,T)} B(t,T) = V(0)e^{rt}$$

- Dakle, uz pretpostavku da je kamatna stopa **konstantna**, funkcija $V(t)$ **ne ovisi** o vrsti obveznica koje su odabrane za investiranje kao niti o metodi proširenja investicije nakon dospijeća obveznice.

- Naime, ako iznos $V(T)$ u trenutku dospijeća T uložimo u beskuponsku obveznicu nominalne vrijednosti 1 s dospijećem $T' > T$, tada je vrijednost takve investicije u trenutku $t'$, $T < t' < T'$ jednaka:

$$V(t') = \frac{V(T)}{B(T,T')} e^{-r(T'-t')} = V(T) e^{r(t'-T)}$$

$$= V(0) e^{rt'}$$

# Prinos do dospijeća

- **Primjer**. Pretpostavimo da promatramo obveznicu nominalne vrijednosti 1000 s dospijećem 30 godina, koja isplaćuje kupone u vrijednosti 40 te da se takva obveznica prodaje po cijeni od 1200, odnosno 200 iznad nominalne vrijednosti.

- Ukoliko bi se obveznica prodavala po nominalnoj vrijednosti, tada bi kamatna stopa bila 4% na polugodišnjoj razini (isplata kupona od 4% nominalne vrijednosti svakog polugodišta), odnosno 8% na godišnjoj razini.

- Kamatna stopa od 4% je **kuponska (kamatna) stopa**

- No, obveznica se prema pretpostavci ne prodaje po nominalnoj vrijednosti, već po cijeni **iznad nominalne vrijednosti**, pa će povrat za investitora na godišnjoj razini biti **manji** od 8%.

Postoje dva razloga za to:

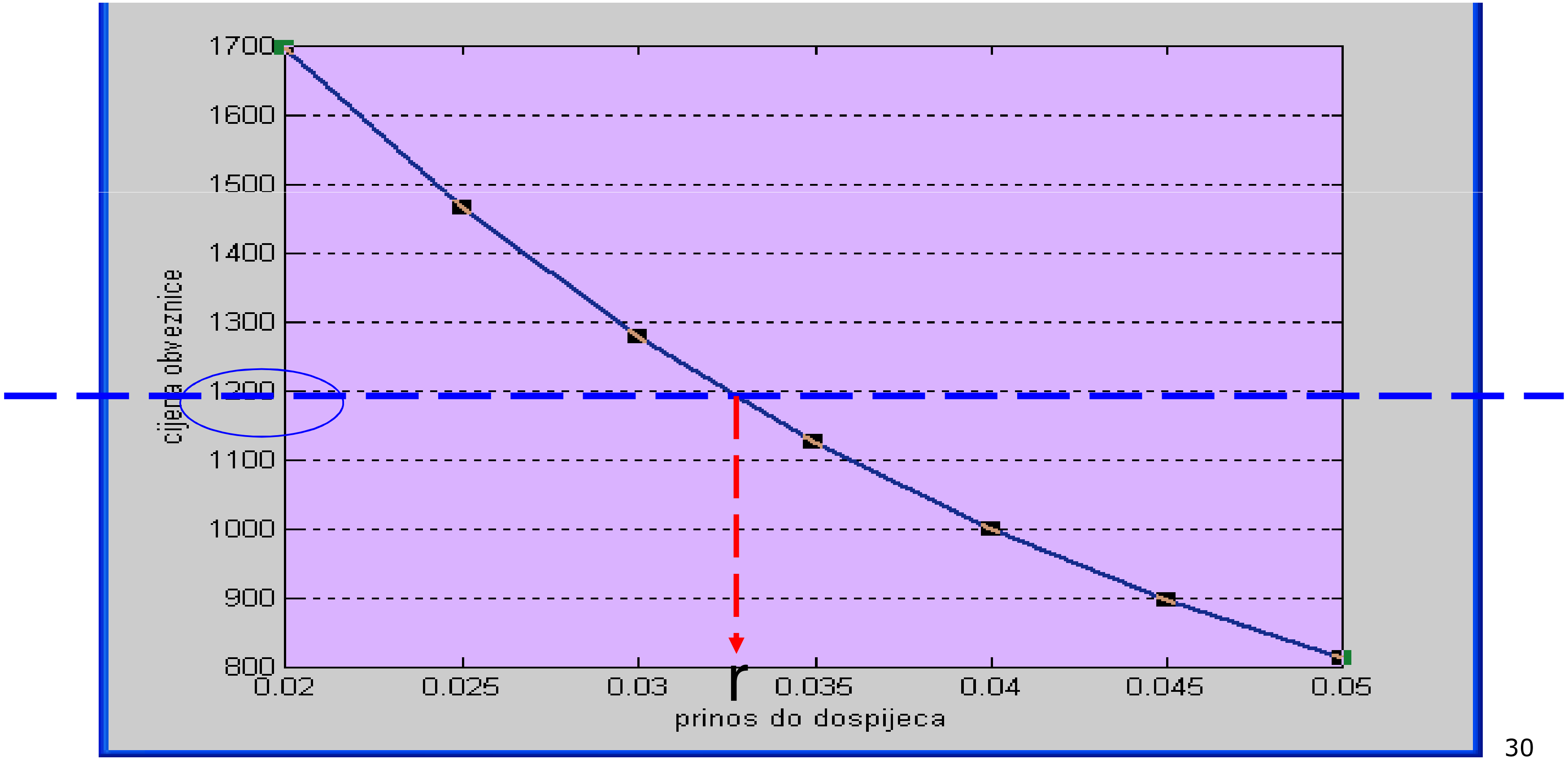
1. Isplate kupona u vrijednosti od 40, odnosno (40/1200)=3.333% na polugodišnjoj razini (ili 6.67% na godišnjoj) za investiciju od 1200. Vrijednost 6.67% nazivamo **trenutni prinos** (engl. Current yield)

2. U trenutku dospijeća vlasnik obveznice dobiva 1000, a ne 1200 odnosno uloženu vrijednost. Trenutni prinos od 6.67% (na godišnjoj razini), što je ujedno **manje** od kuponske (kamatne) stope od 8%, precjenjuje povrate budući da ne uračunava takav gubitak kapitala.

**Prinos do dospijeća** (engl. Yield to maturity) (ili kraće prinos) je mjera srednje vrijednosti povrata, uključujući gubitak (ili dobitak) kapitala budući da je obveznica kupljena iznad (ispod) nominalne vrijednosti. Za takvu obveznicu, prinos do dospijeća $r$ je rješenje jednadžbe

$$1200 = \frac{40}{r} + \left[1000 - \frac{40}{r}\right] \cdot (1+r)^{-60}$$

Rješenje ove jednadžbe je $r$ =0.0324=3.24% (na polugodišnjoj razini!)



- Na polugodišnjoj razini: zahtijevani prinos do dospijeća  (3.24% ) je manji od trenutnog prinosa (3.33%) koji je ujedno manji od kuponske (kamatne) stope (4%)

- Vrijedi i općenito: ukoliko se obveznice prodaju po cijeni koja je veća od nominalne vrijednosti, tada će kuponska stopa biti veća od trenutnog prinosa te će trenutni prinos biti ujedno i veći od (zahtijevanog) prinosa do dospijeća.

Budući da prinos do dospijeća uračunava gubitak kapitala ako u trenutku dospijeća vlasnik obveznice dobije samo nominalnu vrijednost, a ne ukupni investirani iznos, tada vrijedi:

Cijena obveznice > nominalne

kuponska stopa > trenutni prinos > prinos do dospijeća

Ukoliko se obveznica prodaje po cijeni nižoj od nominalne vrijednosti, tada je zaključak suprotan, odnosno:

Cijena obveznice < nominalne

↓

kuponska stopa < trenutni prinos < prinos do dospijeća

# Zadaci.

- Izračunajte povrat na sedamdeset i petodnevnu investiciju u beskuponsku obveznicu ako je $B(0,1)=0.89$.

- Povrat na obveznicu kroz šest mjeseci je 7%. Odredite impliciranu neprekidnu kamatnu stopu.

- Nakon koliko dana će obveznica kupljena po cijeni od $B(0,1)=0.92$ ostvariti povrat od 5%?

## Cilj:

- Analizirati kako **cijene obveznica fluktuiraju** ovisno o ***promjenama*** u kamatnim stopama

- Kako odrediti **vremensku strukturu** (engl. Term structure), odnosno ovisnost kamatnih stopa o dospijeću.
- Ukoliko su stope determinističke tada one moraju biti konstantne i dobiveni model je prejednostavan za opisivanje bilo koje realne situacije.

# Varijabilne kamatne stope

- Uz slučajne promjene u kamatnim stopama problemu menadžmenta rizika se pristupa uvođenjem matematičkog alata *duracije* (trajanje) investicija u obveznicama.

- Nadalje, vidjet ćemo da stope ovisne o dospijeću također ne mogu biti determinističke, što vodi do stohastičkih kamatnih stopa.

## 1.2.2. Prinosi nezavisni o dospijeću: beskuponske obveznice

- Sadašnja vrijednost beskuponske obveznice **određuje** kamatnu stopu koju zovemo *prinos* (engl. yield) i označavammo sa $y(0)$ kako bismo naglasili da se računa u trenutku 0:

$$B(0,T) = e^{-Ty(0)}$$

- U nekom drugom vremenskom trenutku $t < T$

$$B(t,T) = e^{-(T-t)y(t)}$$

- Općenito (i u mnogim realnim situacijama), obveznica s različitim dospijećem implicira različiti prinos.

# Pojam arbitraže: uvod

- *Princip nearbitraže*: Ne postoji investitor koji može ostvariti profit bez preuzimanja rizika kao niti bez početnog ulaganja.
- Drugim riječima ne postoji *portfelj* čija je početna vrijednost $V(0)=0$ takav da he $V(1) > 0$ s pozitivnom vjerojatnošću. Ukoliko je početna vrijednost mogućeg portfelja jednaka 0, tj. V(0)=0, tada je V(1)=0 s vjerojatnošću 1.
- Ukoliko postoji portfelj ulaganja koji narušava taj princip tada kažemo da postoji mogućnost arbitraže.

- **Propozicija**. Ako je prinos $y(t)$ za neki $t > 0$ poznat u trenutku 0, tada je $y(0) = y(T)$ ili je moguće naći strategiju arbitraže.

*Dokaz:* Pretpostavimo da je $y(0) < y(T)$. Promatramo sljedeću investiciju:

1. Posudimo jednu novčanu jedinicu za period od 0 do $T$+1 te taj iznos oročimo od trenutka 0 do $T$, po stopi od $y(0)$

2. u trenutku $T$ podignemo oročenu glavnicu (uvećanu za kamatu) i dobiveni iznos investiramo u trajanju od jednog vremenskog perioda po stopi $y(T)$. U trenutku $T$+1 će vrijednost biti $e^{Ty(0)+y(T)}$.

- U trenutku $T+1$ za posuđenu iznos potrebna je isplata od $e^{(T+1)y(0)}$ što ujedno daje pozitivnu bilancu u iznosu od $e^{Ty(0)}(e^{y(T)}-e^{y(0)}) > 0$ što predstavlja profit uz arbitražu.

  Slično u slučaju da je $y(0) > y(T)$.

  $\square$

- Napomena: prema propoziciji slijedi da ukoliko su kamatne stope **nezavisne** o dospijeću i **determinističke** (tj. $y(T)$ je poznat unaprijed za svaki $T$ veći ili jednak 0), tada one moraju biti **konstantne.**
- **Prije:** $\boldsymbol{y(T)=y(0)=r}$

- Dakle, uz uvjet nearbitraže:

$$B(0,T) = B(0,t) \cdot B(t,T), \qquad 0 \le t \le T$$

- Primjer. Pretpostavimo da promatramo mjesečni obračun. Odredite strategiju koja omogućava arbitražu ako su prinosi nezavisni o dospijeću, ukoliko se na tržištu trguje obveznicama nominalne vrijednosti 1 s dospijećem od 6 mjeseci s cijenama $B(0,0.5)=0.9320$ te $B(0.25,0.5)=0.9665$. Cijene su poznate u trenutku 0.

# Primijetimo:

- Empirijski gledano, promatrajući cijene obveznica kroz vrijeme, prinosi implicirani povijesnim cijenama obveznica variraju kroz vrijeme. U modelu bez arbitraže, kako bi se omogućilo da prinosi variraju kroz vrijeme, a da su istovremeno nezavisni o dospijeću, potrebno je omogućiti da su oni **slučajni**, što ujedno znači da je <u>nemoguće unaprijed predvidjeti</u> da li će $y(T)$ biti veći ili manji od $y(0)$.

- Dakle, podrazumijevat ćemo da je u sakom vremenskom trenutku $t$, $y(t)$ pozitivan slučajan broj nezavisan o dospijeću odgovarajuće obveznice.
- **Cilj** je dakle analizirati povrat na investiranje u obveznice te prijeteći ***rizik*** koji proizlazi od slučajnih promjena u kamatnim stopama.

- Uočimo da u slučaju investiranja u beskuponske obveznice koje se drže do dospijeća, stopa povrata je **osigurana**, budući da je završna isplata fiksirana unaprijed i nije pod utjecajem eventualnih promjena u kamatnim stopama.

- **Problem:** ukoliko odlučimo zatvoriti investiciju prije dospijeća prodajom obveznice, susrećemo se s rizikom da će se kamatne stope u međuvremenu promijeniti što može nepovoljno utjecati na konačnu vrijednost investicije.

- Primjer. Pretpostavimo da investiramo u obveznicu na period od šest mjeseci te neka je obračun kamata mjesečni. Pretpostavimo nadalje da na tržištu kupimo nekoliko jediničnih obveznica s dospijećem od godinu dana i cijenom od $B(0,12)=0.93$. Budući da je horizont planirane investicije 6 mjeseci, analizirajte sljedeće slučajeve (odredite povrat na investiciju):

  a) $y(6) = 7.26\%$

  b) $y(6) = 6.26\%$ (tj kamatna stopa na tržištu je pala za 1 postotni poen)

  c) $y(6) = 8.26\%$ (tj kamatna stopa na tržištu je narasla za 1 postotni poen)

- Nađite zatvorenu formulu u općem slučaju ukoliko dođe do promjena kamatnih stopa na tržištu, kao i uz uvjet da se odlučite na investiciju s horizontom ulaganja kraćim od dospijeća. Što možete zaključiti?

# Zadaci.

- Pretpostavljamo da promatramo mjesečni obračun. Ukoliko investiramo 100 kn u beskuponsku obveznicu s dospijećem od šest mjeseci tržišne cijene $B(0,6)=0.94$ kn. Nakon šest mjeseci reinvestirate dobiveni iznos u obveznice istog tipa kojima se trguje po cijeni od $B(6,12)=0.9368$ kn. Izračunajte odgovarajuće implicirane kamatne stope te broj obveznica koje posjedujete u svakom trenutku. Izračunajte logaritamski povrat na investiciju kroz godinu dana.

- Pretpostavimo da je obračun kamata dnevni i da godina ima 360 dana. Pretpostavimo nadalje da se na tržištu trguje obveznicom s dospijećem od godinu dana po cijeni od $B(0,360)=0.92$ te da kamatna stopa ostaje nepromijenjena prvih šest mjeseci, zatim na 180. dan naraste za 2 postotna poena te ostaje na toj razini do kraja godine. Ukoliko je obveznica kupljena na početku godine, odredite u kojem trenutku treba prodati obveznicu kako bi se ostvario logaritamski povrat od 4.88% ili više?

# Prinosi nezavisni o dospijeću (cont): kuponske obveznice

- Investiranje u kuponske obveznice je kompliciranije nego ono u beskuponske obveznice

- Čak i u slučaju da se obveznica drži do dospijeća, kuponi se isplaćuju u međuvremenu te se isplate mogu reinvestirati.

- Povrat na takvu investiciju ovisi o prevladavajućim kamatnim stopama u trenucima isplate kupona.

- Primjer. Pretpostavimo da investiramo sumu od 1000 kn u obveznicu s dospijećem od 4 godine, nominalne vrijednosti 100 koja isplaćuje godišnje kupone u iznosu od 10 kn. (Na takvu se obveznicu može gledati kao na kolekciju četiri beskuponske obveznice s dospijećima 1,2,3 i 4 godine i nominalnim vrijednostima 10,10,10 te 110). Pretpostavimo da se takvim obveznicama trenutno na tržištu trguje cijenom od 91.78 kn. Odredite isplatu u kuponima nakon godinu dana. Pretpostavimo da nakon isplate prvog kupona odlučite prodati obveznice kojima raspolažete, a na tržištu je došlo do promjene u kamatnim stopama. Odredite iznos koji ćete ostvariti u tom trenutku ako kamatna stopa a) padne na 10% i b) naraste na 14%. Odredite kolika bi trebala biti stopa $y(1)$ ukoliko želite ostvariti logaritamski povrat na investiciju od 10%.