

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Financijska matematika
Zadaci za vježbu
17. 4. 2015.

1. Odredite istinitost sljedećih tvrdnji (T/N) uz objašnjenje vašeg odgovora ili nadopunite rečenicu:

a) Ukoliko se neki iznos oroči na dvije godine uz kamatnu stopu r_1 % tada se taj isti iznos uz neprekidno ukamaćivanje postigne u jednom kvartalu uz kamatnu stopu $4r_1$ %.

b) Pretpostavimo da je diskontni faktor zadan sa $D(t) = e^{-0.1t}$ za svaki $t \geq 0$. Tada je za 15 \$ uložениh danas, ukoliko se kamatne stope na tržištu ne promijene, za dvije godine moguće očekivati 12.038 \$.

c) Ako je diskontni faktor zadan funkcijom

$$D(t) = \begin{cases} e^{-0.02t} & \text{za } t \leq 2 \text{ godine} \\ e^{-(0.04+0.035(t-2))} & \text{za } t \geq 2 \text{ godine} \end{cases}$$

tada se prve dvije godine primjenjuje trenutna kamatna stopa _____%, a nakon toga _____%.

d) Efektivna kamatna stopa od 6.127% ekvivalentna je neprekidno ukamaćenoj kamatnoj stopi od 5%.

e) Ako danas uložite u banku iznos X na bazi kojeg želite dobivati na kraju svake godine vječno određenu rentu, tada je visina godišnje rente jednaka iznosu ukupnih kamata koje biste dobili za godinu dana na uloženi iznos X.

f) Pretpostavimo da obveznica nominalne vrijednosti 100 kn isplaćuje polugodišnje kupone u iznosu od 8 kn i ima dospijee 5 godina. Ako se danas tom obveznicom trguje po nominali tada je prinos do dospijee 5% uz primjenu složenog ukamaćivanja.

g) Duracija kuponske obveznice nominalne vrijednosti 100 s dospijecom od 3 godine koja isplaćuje polugodišnje kupone po kuponskoj stopi od 10%, veća je od 5 ukoliko je prinos do dospijee veći od 4%, a manji od 6%.

2. Upravo ste se zaposlili te ste odlučili štedjeti i u tu svrhu svakog mjeseca ste spremni odreći se točno 300 eura od svoje plaće. Da li vam se više isplati krajem svakog mjeseca oročiti tih 300 eura uz godišnju kamatnu stopu od 3% ili kupiti stan za koji ćete podići zajam od 100 000 eura na 30 godina? Mjesečni anuitet zajma bi vam iznosio 600 eura i plaćali biste ga krajem svakog mjeseca, ali biste stan tijekom čitavog razdoblja otplate zajma iznajmljivali za 300 eura mjesečno (također krajem svakog mjeseca). Procjenjujete da će stan nakon 30 godina vrijediti jednako za koliko ste ga i kupili, dakle 100 000 eura. Obračun kamata je složen i dekurzivan. Koristite relativni kamatnjak.

3. Investitor ulazi u investiciju kojoj je potreban početni ulog od 100000. Nakon godine dana očekuje se povrat od 208000, a zbog troškova nakon dvije godine se očekuje da će biti potrebna dodatna investicija od 108150. Da li je investicija isplativa u odnosu na mogućnost polaganja depozita u banku ukoliko je godišnja kamatna stopa (uz složeno ukapćivanje i godišnji obraćun kamata) 4% i ne očekuje se promjena kamatne stope tokom te dvije godine. Za koje sve kamatne stope je investicija isplativa? Što se događa s internom stopom rentabilnosti investicije?

4. Odredite približnu relativnu promjene cijene beskuponske obveznice s dospjećem od dvije godine čija je trenutna tržišna cijena 96.5 kn ukoliko se kamatna stopa od 10% poveća za 1 postotni poen.

5. Pretpostavimo da je vremenska struktura kamatnih stopa rastuće konkavna. Analizirajte sljedeće pojmove po redu veličine (uz pretpostavku teorije očekivanja):

a) Petogodišnja nula-kuponska stopa

b) Prinos do dospjećea na petogodišnju kuponsku obveznicu

c) Unaprijedna stopa koja odgovara periodu između 4.75 i 5. godine u budućnosti?

Koji bi odnos među stopama a)-c) vrijedio (s obzirom na red veličine) da je vremenska struktura kamatnih stopa padajuća?

Nekoliko napomena:

1. Pitalice na ispitu se mogu odnositi i na neke pojmove i relacije koje se pojavljuju u ovim zadacima za vježbu (Zadatke 2 i 3 smo riješili/ komentirali na dodatnim vježbama).

2. Posebnu pažnju posvetiti zadacima s arbitražom, ponoviti strategiju i uvjete arbitraže i na teorijskoj razini.

3. Obavezno ponovite relacije koje se odnose na duraciju, kupone i prinose do dospjećea.

4. Obavezno ponovite relacije koje se odnose na cijene obveznica, prinos do dospjećea, spot stope, trenutačne i unaprijedne stope.

5. Zadatak 4 je malo detaljniji uvid u oblik krivulje prinosa (ukoliko nekog taj dio zanima više, neovisno o ispitu). Za više detalja o istom, svakako pogledati u literaturi Hull-a, poglavlje o kamatnim stopama (Poglavlje 4 u 6.izdanju)

Sretno!