Financijska matematika

Dr. Petra Posedel

Vedran Horvatić, dipl. inž.

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Zagreb, 13.4.2010.

2. dio: Rizična ulaganja

2. 1: Prinos i rizičnost: preliminarije

- Mjere **prinosa** za jednostavnu investiciju

  - **Povrat za vrijeme držanja investicije**: najjednostavnija, ali i često korištena mjera:

$$R = \frac{\text{konacna vrijednost investicije}}{\text{pocetna vrijednost investicije}} - 1$$

  - **Anualizirani prinos za vrijeme držanja investicije**: uzima u obzir i **vrijeme držanja:** ako je n broj godina držanja investicije, tada je

$$AP = (R+1)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Izračunavanje **prosječne** stope povrata za više perioda za jednostavnu investiciju

- **Aritmetička sredina:**

$$AS_{1:n} = \frac{AP_1 + AP_2 + \ldots + AP_n}{n}$$

- **Geometrijska sredina**

$$GS_{1:n} = \sqrt[n]{(1 + AP_1)(1 + AP_2)\cdots(1 + AP_n)} - 1$$

pri čemu su AP_1, AP_2,…, AP_n prinosi u godini $\boldsymbol{i}$.

Primjer.

Godina	Početna vrijednost	Konačna vrijednost	*R*	*AP*
1	100,0	115,0	0,15	15%
2	115,0	138,0	0,20	20%
3	138,0	110,4	-0,20	-20%

AS = [15% + 20% -20%] / 3 = 5%

GS = $[1{,}15 \cdot 1{,}20 \cdot 0{,}80]^{1/3} - 1 \approx$ **3,353%**

- Interpretacija: ukoliko je početni iznos 100, uz ukamaćivanje od 3,353% tokom tri godine, imali bismo na kraju otprilike 110,4.

Da li je češće korištena mjera *AS* ili *GS*?

- Primjer.

Godina	**Početna vrijednost**	**Konačna vrijednost**	***R***	***AP***
1	50	100	1,00	100%
2	100	50	-0,50	-50%

AS = 25%

GS = 0%

Računanje prosječne stope prinosa za više perioda: promjenjiva investicija

Portfelj manager koji na početku svake godine ima uplate/isplate u fond. Kako izračunati prinos?

- A: **Vrijednosno** ponderirano (traži se interna stopa povrata)

- B: **Vremenski** ponderirano – u skladu s prethodnim.

		Portfelj manager A	Portfelj manager B
Godina 1	**Uplata na početku**	**500**	**250**
	Stanje nakon uplate	500	250
	Prinos	**25%**	**25%**
	Stanje na kraju	625	312,5
Godina 2	**Uplata na početku**	**0**	**250**
	Stanje nakon uplate	625	562,5
	Prinos	**5%**	**5%**
	Stanje na kraju	656,3	590,6
	Vrijednosno ponderirani prinos	**14,56%**	**11,63%**
	Vremenski ponderirani prinos	**14,56%**	**14,56%**

Koja je mjera bolja?

Računanje **očekivanog** prinosa investicije

- Ulaganja u uvjetima nesigurnosti.
- Pretpostavimo da je vjerojatnosna distribucija prinosa kroz određeni vremenski interval **poznata**.

Neka su:

- R_i = mogući ishodi (povrati) nekog ulaganja, $i = 1,\ldots, n$
- P_i = vjerojatnosti pojedinih ishoda, $i = 1,\ldots, n$

Tada je **očekivani prinos**

$$\boxed{E[R] = \sum_{i=1}^{n} R_i P_i}$$

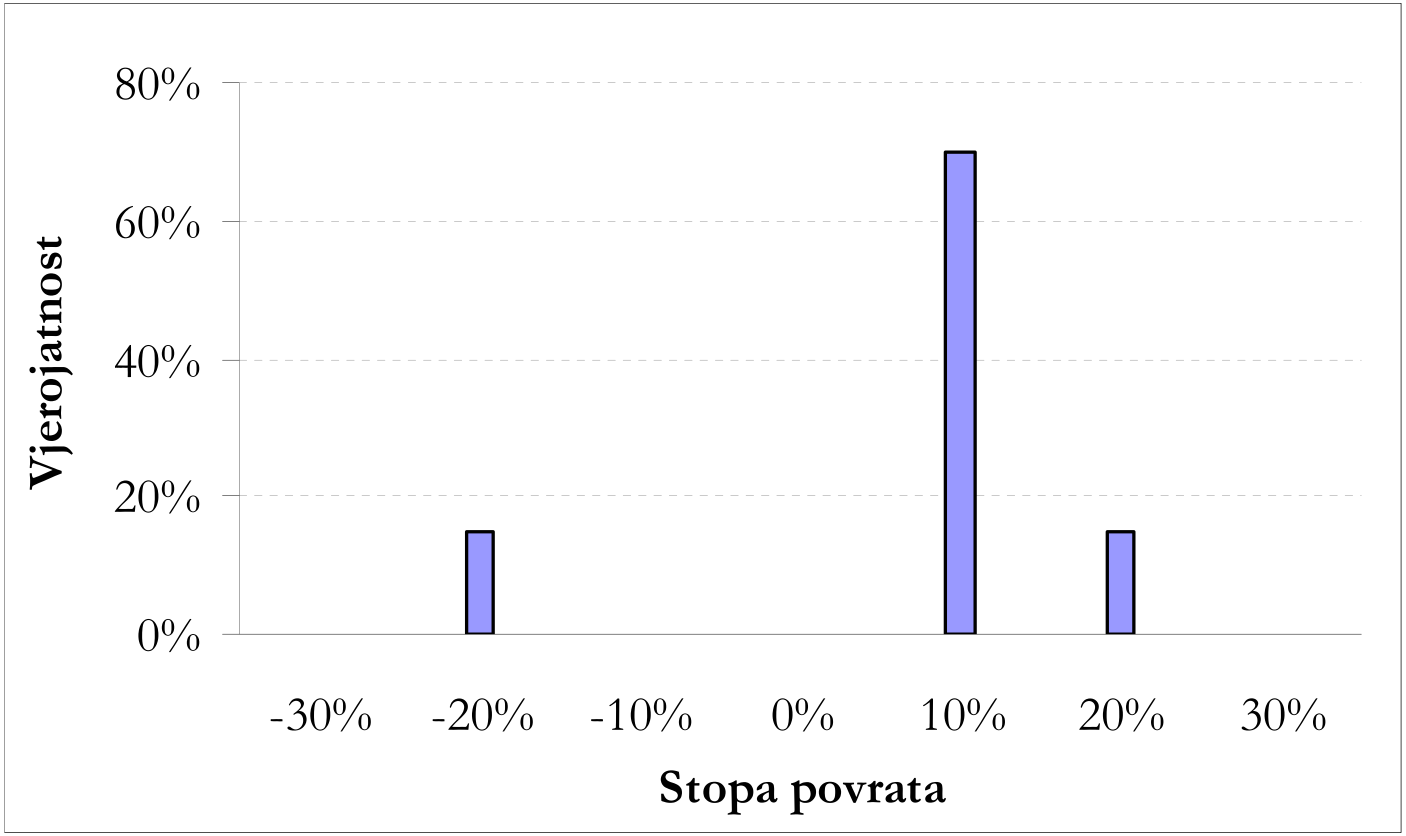
Primjer.

Gospodarski uvjeti	**Vjerojatnost**	**Stopa povrata**
Popravljanje gospodarskih uvjeta	15%	20%
Recesija	15%	-20%
Nema promjene	70%	10%

Tada je

$$E[R] = 15\% \cdot 20\% + 15\% \cdot (-20\%) + 70\% \cdot 10\% = 7\%$$

Da li možemo nešto reći o **distribuciji** samih povrata?



Stope povrata (cont): **slučajne varijable**

- **Definicija.** Stopa povrata ili **povrat** za vremenski interval $[t_1,t_2]$, u oznaci $R(t_1,t_2)$, je **slučajna varijabla**

$$R(t_1,t_2)=\frac{V(t_2)-V(t_1)}{V(t_1)}, \qquad t_1<t_2$$

pri čemu $V(t)$ označava vrijednost imovine u trenutku t .

- Ukoliko je $V(t_1)$ vrijednost imovine u trenutku t_1, tada je vrijednost imovine u trenutku t_2 jednaka

$$\boxed{V(t_2)=V(t_1)\big(1+R(t_1,t_2)\big)}$$

- DZ: Usporedite povrat za vrijeme držanja R, anualizirani povrat AP s prethodnom stopom. Što primjećujete?

- **Napomena**. Povrati nisu aditivni (u slučaju determinističkih povrata!); opća je praksa <u>računanje prosjeka</u> opaženih povijesnih povrata kako bi se *predvidjeli* budući povrati.

→ može doći do precjenjivanja ili podcjenjivanja budućih vrijednosti povrata

- **Propozicija.** Relacija između sukcesivnih jednoperiodnih povrata i povrata kroz agregatni period [*n,m*] dana je sa:

$$1+R(n,m)=\left(1+R\left(n,n+1\right)\right)\cdot\left(1+R\left(n+1,n+2\right)\right)\cdots\left(1+R\left(m-1,m\right)\right)$$

- *Dokaz*: Direktno prema definiciji povrata te relacija

$$V(m)=V(n)\left(1+R(n,m)\right)$$

$$V(m)=V(n)\left(1+R(n,n+1)\right)\left(1+R(n+1,n+2)\right)\cdots\left(1+R(m-1,m)\right) \quad \square$$

- **Definicija**. Logaritamski povrat za vremenski interval $[t_1,t_2]$, u oznaci $lR(t_1,t_2)$, je **slučajna varijabla**

$$lR(t_1,t_2) = \ln\frac{V(t_2)}{V(t_1)} = \ln V(t_2) - \ln V(t_1), \qquad t_1 < t_2$$

pri čemu $V(t)$ označava vrijednost imovine u trenutku t .

- Ukoliko je $V(t_1)$ vrijednost imovine u trenutku t_1, tada je vrijednost imovine u trenutku t_2 jednaka

$$\boxed{V(t_2) = V(t_1)e^{lR(t_1,t_2)}}$$

- Relacija između stope povrata $R(t_1,t_2)$ i logaritamskog povrata $lR(t_1,t_2)$ dana je sa

$$1 + R(t_1,t_2) = e^{lR(t_1,t_2)}$$

- **Propozicija. (Aditivnost povrata!)** Relacija između sukcesivnih jednoperiodnih logaritamskih povrata i logaritamskih povrata kroz agregatni period $[n,m]$ dana je sa:

$$lR(n,m) = lR(n,n+1) + lR(n+1,n+2) + \ldots + lR(m-1,m), \;\; n < m$$

- *Dokaz*: Direktno prema definiciji logaritamskog povrata te relacija

$$V(m) = V(n)e^{lR(n,m)}$$

$$V(m) = V(n)e^{lR(n,n+1)}e^{lR(n+1,n+2)} \cdots e^{lR(m-1,m)}$$

$$= V(n)e^{lR(n,n+1)+lR(n+1,n+2)+\ldots+lR(m-1,m)}$$

$\square$

- Koju od navedenih stopa povrata koristiti prilikom modeliranja?

Napomena.

1) U slučaju da su jednoperiodni povrati **nezavisni,** tada je

$$1+E[R(n,m)]=(1+E[R(n,n+1)])\cdot(1+E[R(n+1,n+2)])\cdots(1+E[R(m-1,m)])$$

2) U slučaju **logaritamskih povrata**, sljedeća relacija vrijedi i u slučaju da jednoperiodni (logaritamski) povrati <u>nisu nezavisni</u>

$$E[lR(n,m)]=E[lR(n,n+1)]+E[lR(n+1,n+2)]+\ldots+E[lR(m-1,m)]$$

Zadaci.

- Pretpostavimo da promatramo tri moguća tržišna scenarija, $\Omega = \{w_1, w_2, w_3\}$ te da su ovisno o vrsti scenarija moguće tri vrijednosti portfelja XYZ u dva vremenska trenutka:

Scenarij	$V(0)$	$V(1)$	$V(2)$
ω_1	55	58	60
ω_2	55	58	52
ω_3	55	52	53

  - Odredite stope povrata $R(0,1)$ i $R(1,2)$
  - Usporedite povrat kroz agregatno razdoblje [0,2] sa sumom povrata kroz odgovarajuća jednoperiodna razdoblja. Što primjećujete?
  - Odredite $lR(0,1)$, $lR(1,2)$ i $lR(0,2)$. Usporedite $lR(0,2)$ sa $lR(0,1)+ lR(1,2)$

- Pretpostavimo da je $R(0,1)=10\%$ ili -10% te $R(0,2)=21\%$, 10% ili -1%. Odredite moguću strukturu scenarija takvih da $R(1,2)$ poprima najviše dvije različite vrijednosti.

- Pretpostavimo da vremenski interval odgovara periodu od tri mjeseca te da su tromjesečni povrati $R(0,1)$, $R(1,2)$, $R(2,3)$, $R(3,4)$ nezavisni i jednako distribuirani. Odredite očekivani kvartalni povrat $E[R(0,1)]$ i očekivani godišnji povrat $E[R(0,4)]$ ako je očekivani povrat $E[R(0,3)]$ kroz tri kvartala jednak 12%.

Mjere **rizičnosti** očekivanih stopa prinosa

- **Varijanca**

$$\sigma_R^2 = Var(R) = \sum_{i=1}^{n} \left(R_i - E(R_i)\right)^2 P_i$$

$$= E\left[\left(R - E(R)\right)^2\right] = E\left[R^2\right] - \left(E[R]\right)^2$$

- **Standardna devijacija**

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_R^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(R_i - E(R_i)\right)^2 P_i}$$

- **Koeficijent varijacije** $CV(R) = \frac{\sigma_R}{E[R]}$

  - Ova mjera bolja je ova mjera bolja je za usporedbu ulaganja s bitno **različitim** očekivanim prinosima i očekivanim rizičnostima.
  - govori "kolika je cijena" očekivanog ostvarenog prinosa

- **Sharpeov omjer**

- **Nesimetrične mjere koje** mjere samo negativna odstupanja od očekivanih prinosa

Napomena. Mjere rizičnosti prošlih prinosa umjesto očekivanih prinosa R_i u obzir uzimaju ostavrene prinose AP_i

Zahtijevana stopa povrata za ulaganja u vrijednosne papire

Realna nerizična kamatna stopa (RNKS)

- osnovna kamatna stopa, uz pretpostavku da nema inflacije i nesigurnosti povrata
- dva faktora utječu na RNKS:
  - vremenska preferencija: koliko više potrošnje želimo sutra da bismo se odrekli potrošnje danas?
  - oportunitenti trošak (investicijske prilike): ovisi o rastu BDP-a (bruto domaćeg proizvoda)
- Postoje izračuni koji pokazuju da je RNKS dugoročno otprilike jednaka BDP-u na globalnoj razini.
- Za praktične svrhe, možemo u izračunima staviti

RNKS = stopa dugoročnog (održivog) rasta BDP-a

Zahtijevana stopa povrata

Nominalna nerizična kamatna stopa uzima u obzir i očekivanu inflaciju.

$$NNKS = (1+RNKS) \cdot (1+ \text{očekivana inflacija}) - 1$$

Premija na rizičnost

Nekoliko je osnovnih uzročnika nesigurnosti za povrat investicije:

- Poslovni rizik: nesigurnost koja proizlazi iz naravi poslovanja tvrtke ili drugog subjekta kojem posuđujemo
- Financijski rizik: proizlazi iz načina na koji je dužnik financiran
- Rizik likvidnosti: odnosi se na sekundarno tržište – kako lako investitor može iz neke investicije 'izaći'.
- Tečajni rizik
- Politički rizik

Utjecaj ovih faktora rizika nazivamo **fundamentalnom rizičnošću**.

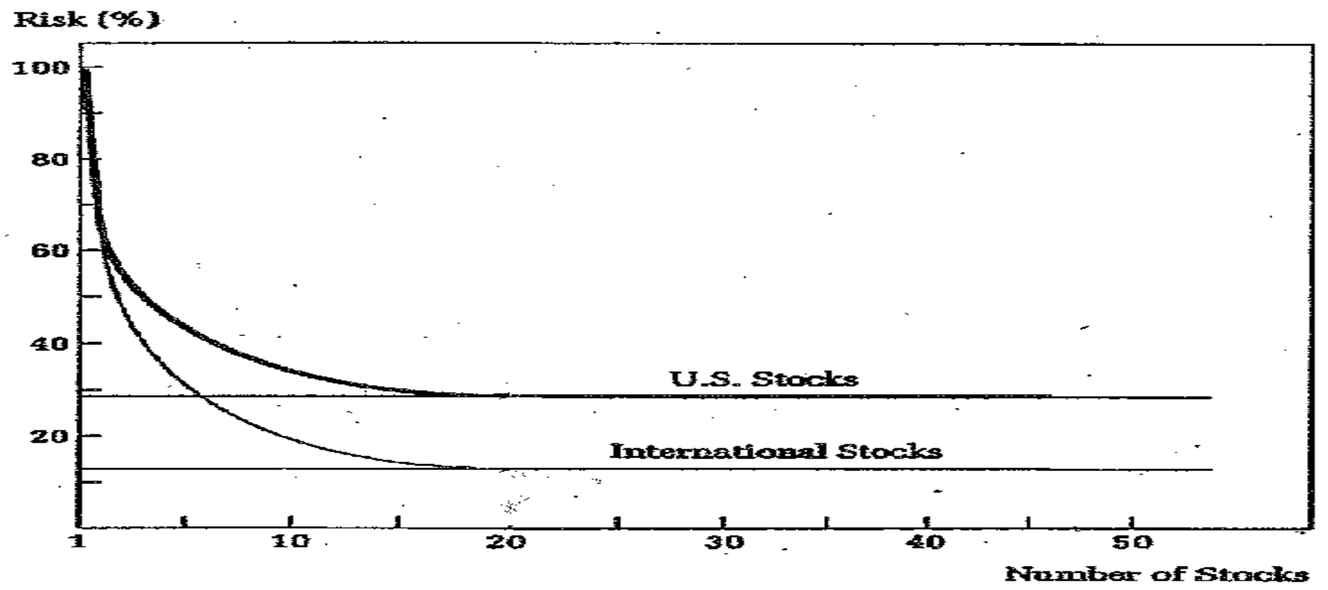
Alternativni način gledanja je pomoću sistematske i nesistematske rizičnosti.

- **Sistematska rizičnost**: pokazuje rizičnost neke investicije s obzirom na tzv. *tržišni portfelj*, a mjeri se kovarijancom kretanja cijene neke vrijdnosnice s obzirom na tržišni portfelj (portfelj koji je prosjek svih mogućih ulaganja) – **ne može se** eliminirati diverzifikacijom portfelja.
- **Nesistematska rizičnost**: Varijacija u kretanju cijena neke vrijednosnice koje nije korelirano s kretanjem vrijednosti tržišnog portfelja – **može se** eliminirati diverzifikacijom portfelja.

Fundamentalna rizičnost ⟷ Sistematska rizičnost

- Fundamentalna rizičnost i sistematska rizičnost opisuju **istu varijablu**. Sistematska rizičnost koristi se u praksi a fundamentalni faktori rizika objašnjavaju sistematsku rizičnost neke vrijednosnice.

The Benefits of Diversification



Source: Solnik, "The International Pricing of Risk," *Journal of Finance*, May 1974.

Kako na <u>kvantitativnoj razini</u> opisati *slučajnost* u kretanjima vrijednosti imovine? Koja svojstva želimo opisati?

2.1.1. Stohastičke kamatne stope

- Vremenska evolucija slučajnih kamatnih stopa
- Modeliranje evolucije kamatnih stopa može se svesti na **modeliranje cijene obveznica** budući da cijene obveznica određuju vrijednosti kamatnih stopa
- Postoje ključne razlike u **modelima za obveznice u odnosu na one za dionice**
- Evolucija kamatnih stopa odnosno cijena obveznica opisana je funkcijom dviju varijabli: **<u>vremena</u>** i **<u>perioda do dospijeća</u>**, dok su s druge strane npr. dionice samo funkcije vremena

- Vremenska struktura kamatnih stopa može se opisati na više načina:

  - cijenama obveznica
  - impliciranim stopama
  - unaprijednim stopama
  - kratkim stopama, trenutačnim stopama

- Cijene obveznica i odgovarajuće stope prinosa su ekvivalentne, kao i cijene obveznica i unaprijedne stope (postoje odgovarajuće formule koje ih povezuju!)

- Vremenska struktura kamatnih stopa može se opisati i kratkim stopama, ali je u tom slučaju puno teže rekonstruirati vremensku strukturu, iako je sa *kratkim* stopama lakše provoditi analizu.

- Koji god se model koristio u opisu vremenske strukture, model mora zadovoljiti **inicijalne** podatke
  - U slučaju dionica to je trenutna cijena dionice
  - U slučaju obveznica, dana je cijela inicijalna vremenska struktura (što pod time podrazumijevamo?) što ujedno postavlja više uvjeta na model te je potrebno da bude konzistentna sa svim raspoloživim tržišnim informacijama

- Obveznice su u trenutku dospijeća **neslučajne** varijable! To je velika razlika u odnosu na dionice te je potrebno takvo svojstvo uključiti u model (1 n.j. u trenutku dospijeća)

- Ovisnost prinosa o dospijeću, $y(0,T)$: obveznice sa sličnim dospijećem imaju sličnosti u ponašanju: stroga pozitivna korelacija među njima

2.2. Model binomnog stabla:

- Jednostavno ga je matematički analizirati jer uključuje mali broj parametara
- Podrazumijeva **identičnu** jednostavnu strukturu u **svakom** od korijena stabla *cijena*
- Može opisati i obuhvatiti iznenađujuće mnogo značajki tržišta

Definicija modela

- Uvjet 1.

  - Jednoperiodni povrati $R(n)$ na vrijednost imovine (dionica, obveznica) su **nezavisne, jednako distribuirane** slučajne varijable takve da vrijedi

$$R(n)=\begin{cases} g & \text{s vjerojatnosti} \quad p \\ d & \text{s vjerojatnosti} \quad 1\text{-}p \end{cases}$$

    u svakom trenutku n, pri čemu je $-1 < d < g$ te $0 < p < 1$.

  - Drugim riječima, vrijednost imovine $V(n)$ se kreće gore ili dolje uz faktorom rasta $1+g$ ili $1+d$ u **svakom vremenskom trenutku**
  - Nejednakosti $-1 < d < g$ osiguravaju da će sve cijene (vrijednosti imovine) $V(n)$ biti **pozitivne** ukoliko je to $V(0)$.

Uvjet 2.

- Jednoperiodni povrat na nerizičnu investiciju r **jednak** je u **svakom vremenskom trenutku** i vrijedi

$$d < r < g$$

- Uvjet opisuje kretanje vrijednosti imovine s obzirom na nerizičnu imovinu poput obveznica ili depozita na štednom računu.

- Da li su nejednakosti $d < r < g$ *opravdane?* Da, u slučaju da neka od nejednakosti nije ispunjena postojat će strategija arbitraže.

- Budući da je $V(1)=V(0)[1+R(1)]$, uvjet 1. implicira da slučajna varijabla $V(1)$ može poprimiti dvije vrijednosti:

$$V(1)=\begin{cases} V(0)(1+g) & \text{s vjerojatnosti} \quad p \\ V(0)(1+d) & \text{s vjerojatnosti} \quad 1\text{-}p \end{cases}$$

- Primjer. Koliko različitih vrijednosti mogu poprimiti varijable $V(2)$ i $V(3)$? Koje su te vrijednosti i kojih vjerojatnosti?

- Vrijednosti koje slučajna varijabla $V(n)$ može poprimiti, kao i njihove vjerojatnosti mogu se izračunati za svaki prirodni broj n. Na koji način?

Ponavljanje: korištenjem binomne slučajne varijable

- Ukoliko promatramo stablo vrijednosti imovine (cijena) za n koraka, **svaki scenarij** (odnosno grana stabla) s točno i kretanja cijene prema gore i (dakle!) n-i kretanja prema dolje, određuje vrijednost imovine (cijenu dionice, obveznice…) u trenutku n koja je dana sa

$$V(0)(1+g)^{i}(1+d)^{n-i}$$

- Postoji $\binom{n}{i}$ <u>takvih scenarija</u>, pri čemu je vjerojatnost **svakog** jednaka

$$\boxed{p^{i}(1-p)^{n-i}}$$

- Dakle,

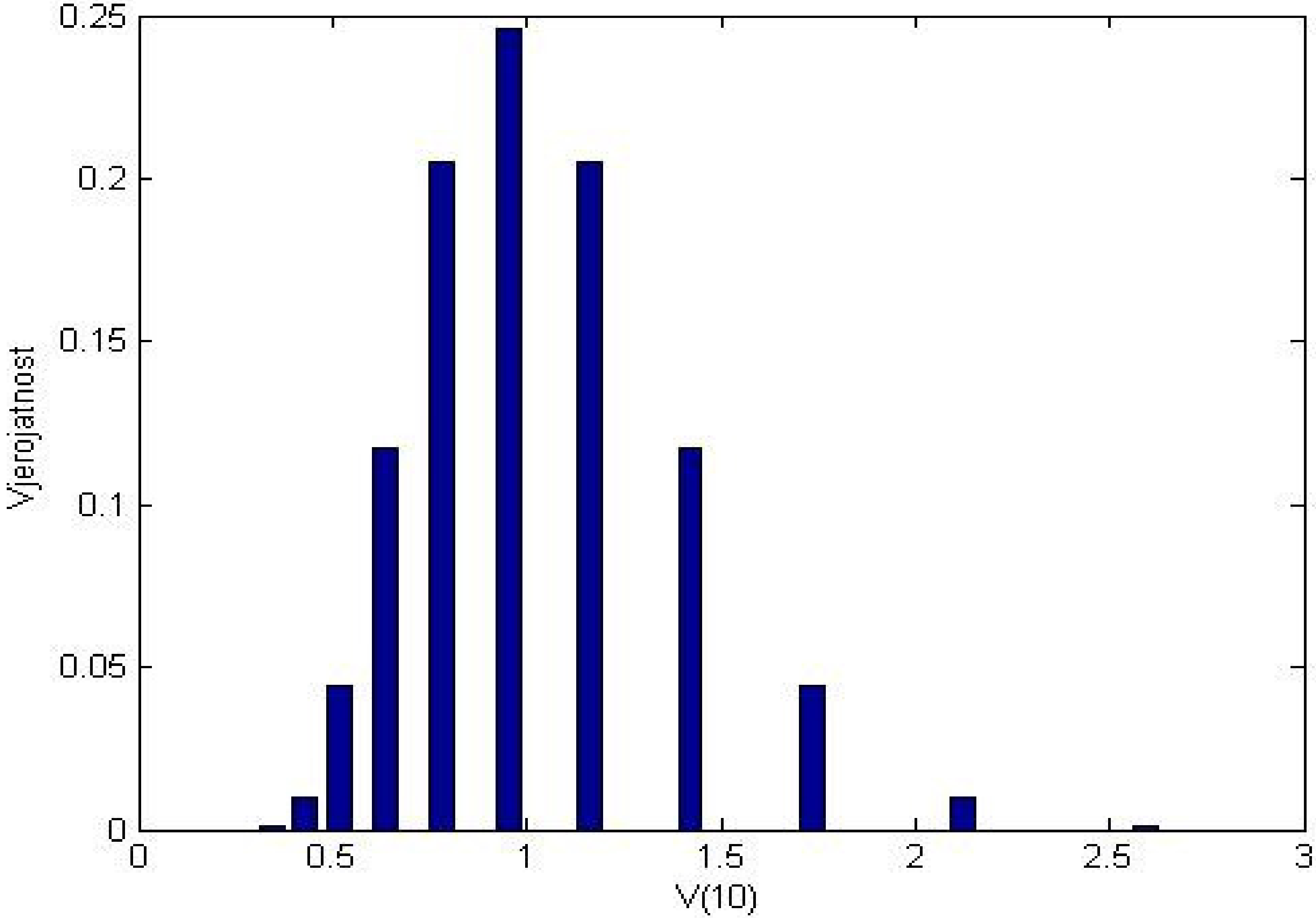
$$\boxed{V(n) = V(0)(1+g)^i (1+d)^{n-i}}$$

s vjerojatnosti

$$\binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \qquad i = 1, \ldots, n.$$

- Vrijednost imovine (cijena) u trenutku n je diskretna slučajna varijabla koja može poprimiti $n+1$ **različitih** vrijednosti.

Primjer. Distribucija od $V(n)$: $g = 0.1$, $d = -0.1$, $p = 0.5$, $n = 10$, $V(0)=1$



Što primjećujete?

- Broj kretanja vrijednosti prema gore, i, je slučajna varijabla s **binomnom distribucijom**, a isto vrijedi i za broj kretanja vrijednosti prema dolje, n-i

---

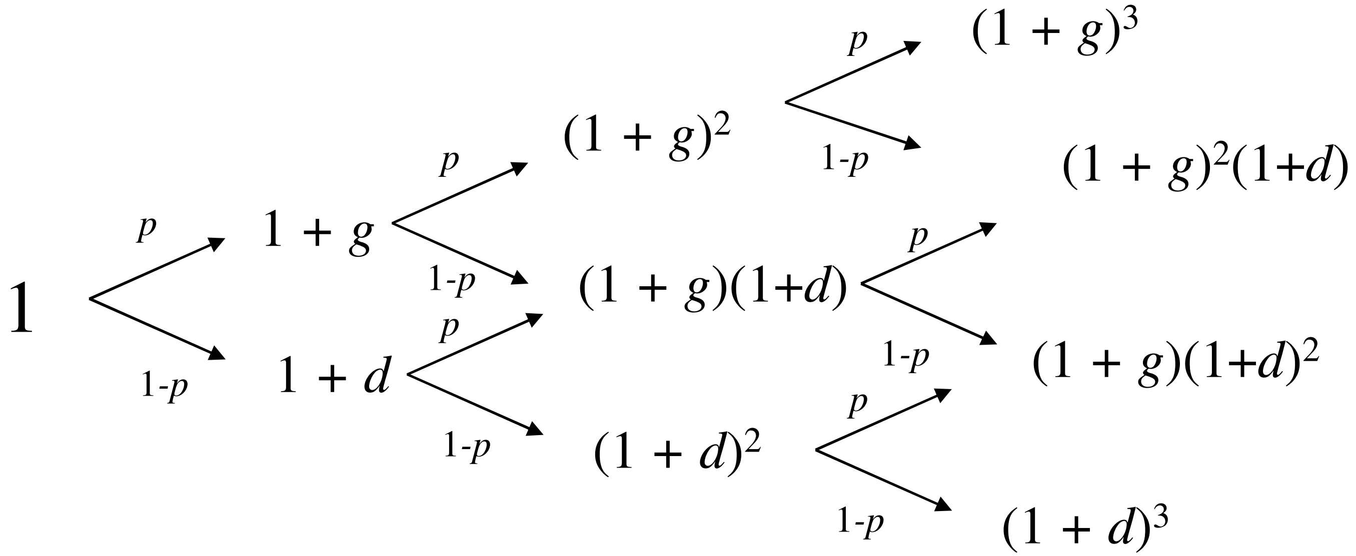
- Reći ćemo da proces vrijednosti imovine slijedi **binomno stablo.**

- U binomnom stablu s n koraka imamo:

  Ω = skup svih scenarija, u svakom su koraku moguća dva ishoda: kretanje prema gore ili dolje

  Ω ukupno ima 2^n elemenata.

- Ilustracija. Binomno stablo s tri koraka. $V(0)=1$.



- Odredite vrijednost povrata u slučaju kretanja vrijednosti portfelja prema gore ili dolje, ako vrijednost vašeg portfelja u trenutku 1 može poprimiti vrijednosti 87 kn i 76 kn, te ukoliko je najveća moguća vrijednost portfelja u trenutku 2 jednaka 92.

Model binomnog stabla: obveznice

- Struktura modela je slična kao u općoj strukturi binomnog stabla, ali će vjerojatnosti kretanja prema gore ili dolje ovisiti o **poziciji unutar stabla**:

$$p_i \neq p_j, \quad i \neq j, \;\; i = 1, \ldots, n.$$

- **Stanjem** ćemo zvati konačni niz sukcesivnih kretanja prema gore ili dolje. Svako stanje ovisi o vremenskom trenutku odnosno o vremenskom koraku unutar stabla:
  - Stanje s_1: g ili d (ukupno 2)
  - Stanje s_2: gg, gd, dg ili dd (ukupno 4)
  - Općenito s_n: $s_{n-1}g$ ili $s_{n-1}d$

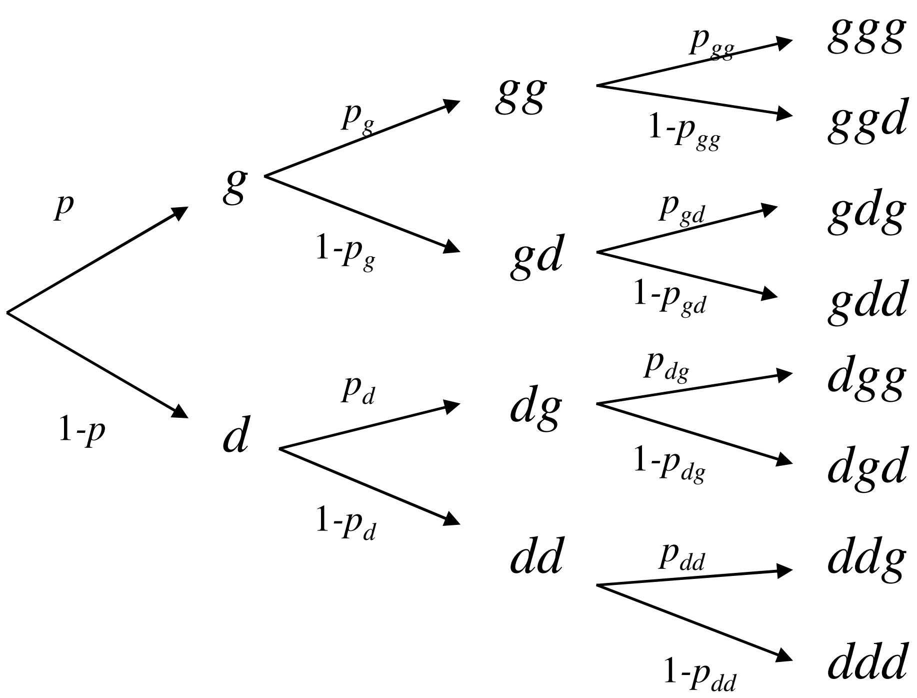
- Budući da vjerojatnosti mogu ovisiti o stanju, koristimo sljedeće oznake:

  - $p(s_n)$ ćemo označiti vjerojatnost kretanja prema gore u trenutku $n+1$ ukoliko se kreće iz stanja s_n u trenutku n

  - p označava vjerojatnost kretanja prema gore u prvom trenutku iz početnog stanja.

  - Primjer. p=0.3, $p(g)$ = 0.2, $p(d)$ = 0.4

  - N je vremenski horizont. U slučaju obveznica, N predstavlja gornju granicu dospijeća svih obveznica korištenih u analizi. U tom slučaju s_N predstavlja ukupne scenarije kretanja cijena obveznica


p
1-p
g
d
p_g
1-p_g
p_d
1-p_d
gg
gd
dg
dd
p_{gg}
1-p_{gg}
p_{gd}
1-p_{gd}
p_{dg}
1-p_{dg}
p_{dd}
1-p_{dd}
ggg
ggd
gdg
gdd
dgg
dgd
ddg
ddd

Evolucija kretanja cijena obveznica

- U **trenutku 0** dane su početne cijene obveznica za dospijeća 1, 2, …, N:
  - $B(0,1), B(0,2),\dots, B(0,N\text{-}1), B(0,N)$

- U **trenutku 1**, cijena $B(0,1)$ postaje suvišna, odnosno na tržištu se trguje obveznicama s preostalih N-1 dospijeća:
  - Slučajnost se uvodi tako što se u svakom trenutku omogućavaju dva stanja: g i d stoga imamo dva moguća niza:
    - $B(1,2;\, g), B(1,3;\, g),\dots, B(1,N\text{-}1;\, g), B(1,N;\, g)$
    - $B(1,2;\, d), B(1,3;\, d),\dots, B(1,N\text{-}1;\, d), B(1,N;\, d)$

- U **trenutku 2** imamo ukupno četiri različita stanja odnosno četiri moguća niza slučajnih varijabli, svaki dužine N-2:
  - $B(2,3; gg), B(2,4;gg),\ldots, B(2,N\text{-}1;gg), B(2,N;gg)$
  - $B(2,3; gd), B(2,4;gd),\ldots, B(2,N\text{-}1;gd), B(2,N;gd)$
  - $B(2,3; dg), B(2,4;dg),\ldots, B(2,N\text{-}1;dg), B(2,N;dg)$
  - $B(2,3; dd), B(2,4;dd),\ldots, B(2,N\text{-}1;dd), B(2,N;dd)$

- U ovom slučaju se cijene u stanjima *gd* i *dg* ne podudaraju!

$$gd \text{ "}\neq\text{" } dg$$

- U svakom koraku dužina svakog od nizova smanjuje se za jedan, a broj se nizova **udvostručuje**; u trenutku N-1 ukupno imamo 2^{N-1} vrijednosti
  - $B(N\text{-}1,N;\ s_{N-1})$, pri čemu s_{N-1} označava sva moguća stanja u trenutku N-1

- Struktura stabla prekida se u trenutku N-1 budući da je u zadnjem koraku kretanje **sigurno**, tj. u trenutku N vrijedi

$$B(N,N;s_N)=1$$

za svako od stanja s_N .

- U trenutku *n* **logaritamski povrat** se definira kao

$$lR(n,N;s_{n-1}g) = \ln \frac{B(n,N;s_{n-1}g)}{B(n-1,N;s_{n-1})}$$

$$lR(n,N;s_{n-1}d) = \ln \frac{B(n,N;s_{n-1}d)}{B(n-1,N;s_{n-1})}$$

pri čemu pretpostavljamo da vrijedi

$$lR(n,N;s_{n-1}g) \geq lR(n,N;s_{n-1}d)$$

za svaki n=1,…, N.

- Također vrijedi:

$$lR(n,n;s_{n-1}g) = lR(n,n;s_{n-1}d) = \ln \frac{1}{B(n-1,n;s_{n-1})}$$

budući da je $B(n, n; s_n)=1$ za svako stanje s_n.

- **Zadatak**. Pretpostavimo da promatramo mjesečne promjene cijena te da promatramo sljedeću evoluciju cijena obveznice s dospijećem od tri mjeseca: B(0,3)=0.9726, B(1,3;g)=0.9848, B(1,3;d)=0.9808, B(2,3;gg)=0.9905, B(2,3;gd)=0.9875, B(2,3;dg)=0.9908, B(2,3;dd)=0.9891. Odredite moguće logaritamske povrate $lR(n,3;s_n)$, n=1,..,3, za svaki od mogućih scenarija evolucije cijene odgovarajuće obveznice.