

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Financijska matematika
Zadaci za samostalan rad
13. 4. 2010.

1. Pretpostavimo da vrijednost nekog portfelja XYZ09 u bilo kojem danu može biti ili 5% veća ili 4% manja od vrijednosti portfelja prethodnog dana. Skicirajte stablo razvoja vrijednosti portfelja XYZ09 koje predstavlja moguće vrijednosti portfelja XYZ09 kroz naredna tri dana trgovanja uz pretpostavku da je vrijednost portfelja na današnji dan (trenutak 0) jednaka 20. Koliko različitih scenarija možete identificirati?

2. Pretpostavimo da je vrijednost nekog portfelja XYZ09 na današnji dan jednaka 45 te da su mogući povrati na vrijednost portfelja XYZ09 dani sljedećom tablicom:

Scenarij	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$
ω_1	10%	5%	-10%
ω_2	5%	10%	10%
ω_2	5%	-10%	10%

Odredite moguće vrijednosti portfelja u ekonomiji koja se sastoji od tri perioda te skicirajte odgovarajuće stablo razvoja vrijednosti portfelja XYZ09.

3. Pretpostavimo da promatramo portfelj XYZ09 čija je vrijednost u trenutku n dana sa $V(n)$. U svakom od sljedeća tri scenarija, odredite jednoperiodne povrate uz pretpostavku da je $R(1)=R(2)$:

Scenarij	$V(1)$	$V(2)$
ω_1	35	41
ω_2	35	32
ω_2	35	28

4. Pretpostavimo da su stope povrata na vrijednost neke imovine ovisno o gospodarskoj situaciji u zemlji dane sljedećom tablicom:

Gospodarski uvjeti	Vjerojatnost	Stopa povrata
Popravljanje gospodarskih uvjeta	25%	$X\%$
Recesija	50%	-5%
Nema promjene	25%	6%

Ukoliko je očekivana stopa povrata na vrijednost imovine jednaka 6%, odredite stopu povrata na imovinu u slučaju da će se gospodarski uvjeti u zemlji popraviti.

5. Pretpostavimo da su vrijednosti nekog portfelja XYZ09 u trenutku n za tri moguća scenarija dani sljedećom tablicom:

Scenarij	$V(1)$	$V(2)$
ω_1	110	120

ω_2	105	100
ω_2	90	100

Pretpostavimo nadalje da je vrijednost u trenutku 0 jednaka 100, tj $V(0)=100$. Ako su vjerojatnosti scenarija ω_1 i ω_2 jednake i iznose 25%, a vjerojatnost scenarija ω_3 je 50%, odredite sljedeće očekivane vrijednosti povrata na portfelj: $E[R(1)]$, $E[R(2)]$ i $E[R(0,2)]$. Usporedite vrijednosti $1+E[R(0,2)]$ i $(1+E[R(1)])(1+E[R(2)])$. Što možete zaključiti? Obrazložite.

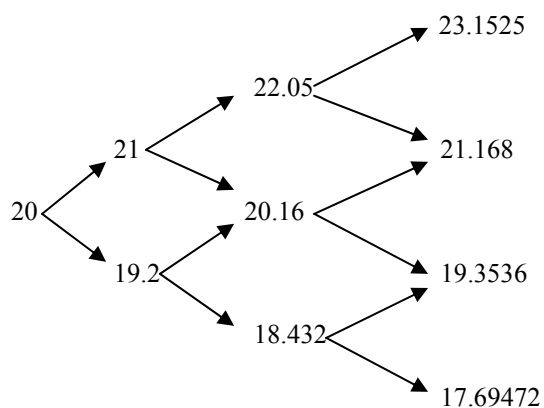
6. Pretpostavimo da je nerizična stopa povrata (povrat na nerizičnu investiciju) uz neprekidno ukamaćivanje jednaka 14% . te da promatramo mjesečne stope povrata. Ako je vrijednost portfelja XYZ09 u trenutku 0 (*danās*) jednaka 22, te ako je jednoperiodni povrat u slučaju pada vrijednosti imovine jednak $d=-0.01$, odredite raspon vrijednosti srednje vrijednosti imovine u trenutku 2, tj. $V(0)(1+d)(1+g)$, u skladu s Uvjetom 2 s predavanja. (Uputa: odredite jednoperiodni (mjesec u ovom slučaju!) povrat r pomoću povrata na nerizičnu investiciju koristeći neprekidno ukamaćivanje, a zatim u skladu s Uvjetom 2 s predavanja odredite granice za povrat na vrijednost imovine u slučaju rasta vrijednosti imovine, g)

7. Pretpostavimo da vrijednost neke imovine u trenutku $n=2$ može poprimiti sljedeće vrijednosti: 32, 28 i X ($X<28$). Odredite X uz uvjet da se vrijednost imovine kreće u skladu s modelom binomnog stabla. Da li se stablo može odrediti na jedinstven način? (Uputa: ovaj zadatak je primjer koji ukazuje na razumijevanje Uvjeta 1 i 2 kao i dinamiku razvoja stabla. Svakako ga riješite i usporedite s materijalima s predavanja).

8. Pretpostavimo da se vrijednost neke imovine kreće u skladu s modelom binomnog stabla. Pretpostavimo nadalje da su moguće vrijednosti imovine u trenutku $n=2$ 121, 110 i 100. Odredite jednoperiodne povrate u slučaju pada ili rasta vrijednosti imovine, g i d , ako je vrijednost imovine u trenutku 0 (*danās ili sada*) jednaka 100.

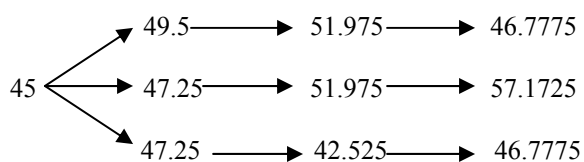
Rješenja:

1.



Ukupno 8 različitih scenarija i 4 različite cijene.

2.



3. $\omega_1: R(1)=R(2) = 17.14\%$

$\omega_2: R(1)=R(2) = -8.57\%$

$\omega_3: R(1)=R(2) = -20\%$

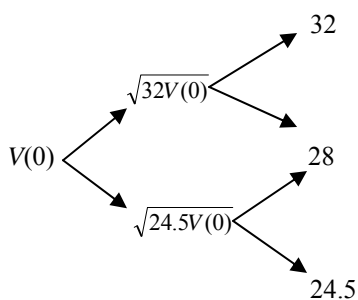
4. $X=28\%$

5. $E[R(1)]=-1.25\%$, $E[R(2)]=6.6375\%$, $E[R(0,2)]=5\%$

Vrijedi: $1 + E[R(0,2)] = (1 + E[R(1)]) * (1 + E[R(2)])$.

6. $r=0.01666\dots$, $g > r$, pa slijedi da je $V(0)(1+d)(1+g) > V(0)(1+d)(1+r)=22.0341$.

7.



8. $g=10\%$, $d=0\%$