

Fakultet elektrotehnike i računarstva
Financijska matematika
Zadaci za vježbu i samostalan rad
13. 3. 2015.

1. Klijent banke podiže zajam od 100 000 kn na 5 godina uz godišnju kamatnu stopu 8% i plaćanje jednakih anuiteta krajem svake godine. Na kraju 3. godine odluči unaprijed zatvoriti cijeli zajam. Ako je poznato da banka za prijevremeno zatvaranje zajma naplaćuje jednokratnu naknadu od 2% od iznosa koji se unaprijed vraća, izračunajte efektivnu kamatnu stopu, tj. koliko će klijenta zaista koštati takva posudba novca. **(Rj. $r_{ef}=8.329\%$)**

2. Koja je sadašnja vrijednost vječne rente koja se sastoji od dvomjesečnih uplata u iznosu od C . Izrazite rješenje u terminima efektivne kamatne stope r_e . **(Rj. $A = \frac{6C}{r} = \frac{C}{\sqrt[6]{1+r_e}-1}$)**

3. Dokažite da visina rente predstavlja kamate na uloženi iznos A za neko razdoblje ukamaćivanja uz kamatnu stopu r . **(Rj. $A = \frac{C}{r} \Rightarrow C = A \cdot r$, iznos kamata izračunajte kao razliku konačne i početne vrijednosti ulaganja).**

4. Odredite sadašnju vrijednost vječne rente koja isplaćuje krajem svakog mjeseca 1000 kn tijekom prvih 60 mjeseci, a nakon toga dvostruko veći iznos. Kamatna stopa je 6%. **(Rj. 348274.6392 kn)**

5. Godine 1990 ustanovljena je zaklada za mlade znanstvenike s fondom od 300000 kn koji se ukamaćuje tako da omogućava isplate od 40000 kn krajem svake godine (vječno)

a) Procijenite uz koju je kamatnu stopu uloženi iznos **(Rj. $r=13.33\%$)**

b) Na kraju 2005. godine kamatna je stopa promijenjena na 9%. Kolika je sada visina beskonačnih isplata? **(Rj. $C = 27000$)**

c) Umjesto da nastavi s vječnim isplatama fondacija se odlučila na konačni broj isplata visine 40000 kn. Koliko je takvih isplata moguće isplatiti u cijelosti. **(Rj. $n=13$)**

[Uputa: primijetite da u slučaju vječne rente glavnica ostaje netaknuta, a renta se isplaćuje u visini kamata na uloženi iznos u nekom razdoblju (Zadatak 3)]

5. Pretpostavimo da posjedujete nekretninu trenutne tržišne vrijednosti 600000 kn. Da li vam se više isplati prodati nekretninu i oročiti novac u banci uz godišnju kamatnu stopu 5.6% ili iznajmljivati nekretninu uz godišnju najamninu od 36000 kn? **(Rj. $NPV(A) = 600000Q$ $NPV(B) = 642857.14 \Rightarrow$ više se isplati iznajmljivati)**

6. Investitoru je ponuđen projekt u koji bi trebao uložiti 200000 kn. Procjenjuje se da bi projekt na kraju prve godine trebao donijeti 50000 kn, a na kraju druge godine 180000 kn dobiti. Radi li se o isplativoj investiciji ukoliko znamo da investitor za ulazak u istu mora posuditi novac uz kamatnu stopu 7%? **(Rj. $NPV = 3947.94 \Rightarrow$ radi se o isplativoj investiciji)**

7. Koliki je prihod na kraju prve godine ostvarila investicija u iznosu od 150000 eura uz cijenu kapitala 4% ako je njezina čista sadašnja vrijednost 25000 eura, a prihodi na kraju druge i treće godine su 60749.23 eura, odnosno 85000 eura. **(Rj. 45000 eura)**

8. Građevinska firma razmatra mogućnost kretanja u novu investiciju na određenoj lokaciji. Takva investicija iziskuje početni kapital od 14000000 kn za potrebe betonskih konstrukcija. Od nove se investicije očekuje profit od prodaje pojedinih sastavnica iste u iznosu od 3400000 svake godine kroz narednih pet godina. Investitor bi se prilikom preuzimanja posla morao obvezati na kraju jedanaeste godine od početka investicije izgraditi dodatni objekt koji iziskuje trošak za investitora u iznosu od 6400000 kn. Ukoliko građevinska firma priželjkuje ostvarivati prinos od 20%, kakvu i odluku glede pokretanja investicije trebali donijeti? **(Rj. $NPV = -4693281.83 \Rightarrow$ tvrtki se ne preporuča ulazak u takvu investiciju)**

9. Investitor ulazi u investiciju kojoj je potreban početni ulog od 100000 kn. Nakon godine dana očekuje se povrat od 208000 kn, a zbog troškova nakon dvije se godine očekuje da će biti potrebna dodatna investicija od

108150 kn. Da li je investicija isplativa u odnosu na mogućnost polaganja depozita u banku ukoliko je godišnja kamatna stopa 4% i ne očekuje se promjena kamatne stope tokom te dvije godine. Za koje je sve vrijednosti kamatnih stopa investicija isplativa? Što se događa s internom stopom rentabilnosti investicije? (**Rj. Investicija nije isplativa ukoliko je kamatna stopa manja od 3% ili veća od 5%**).

10. Proizvođač mobilnih telefona „Mobimobi“ trenutno razvija novi telefon (Mobimobi XX7) koji će biti plasiran na tržište čim završi razvoj. Uprava „Mobimobi“-a zabrinuta je zbog troškova i vremena razvoja. Procjene troškova i predviđena prodaja su:

| | |
|-------------------------------|--------------------|
| Troškovi razvoja | \$1,600,000 |
| Vrijeme razvoja | 2 godine |
| Trošak pokretanja proizvodnje | \$400,000 |
| Troškovi marketinga i podrške | \$250,000 godišnje |
| Jedinični trošak proizvodnje | \$75 |
| Jedinična cijena | \$135 |
| Količina proizvodnje/prodaje | |
| 1. godina | 40,000 |
| 2. godina | 50,000 |

Planirane faze projekta su:

| Faze projekta | 1. godina | 2. godina | 3. godina | 4. godina |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Razvoj | | | | |
| Pokretanje proizvodnje | | | | |
| Marketing i podrška | | | | |
| Proizvodnja i prodaja | | | | |

Ako su troškovi razvoja jednoliko raspoređeni kroz vrijeme razvoja i ako je diskontna stopa 10%, treba izračunati:

- Novčane tokove za sve 4 godine.
- Ukupnu neto sadašnju vrijednost i diskutirati isplativost investicije.

11. (1 MI 2011) Upravo ste se zaposlili te ste odlučili riješiti svoje stambeno pitanje. Imate dvije mogućnosti na raspolaganju: živjeti u unajmljenom stanu ili kupiti vlastiti stan. U slučaju najma stana, početkom svakog mjeseca trebate izdvojiti 300 eura. Da biste kupili vlastiti stan, trebali biste podići zajam koji biste otplaćivali tijekom sljedećih 30 godina i to 600 eura krajem svakog mjeseca. Također, nakon 20 godina, morali biste uložiti 10000 eura u renoviranje stana. Procjenjujete da će stan nakon 30 godina vrijediti 100 000 eura te da će referentna kamatna stopa iznositi 5% godišnje i da se tijekom vremena neće mijenjati. Što vam se više isplati, unajmiti stan ili kupiti vlastiti? Obračun kamata je složen i dekurzivan. Koristite relativni kamatnjak. (**Rj.** Isplati se unajmiti stan; $NPV(\text{najam}) = -56117.34$ eura; $NPV(\text{zajam}) = -85699.9$ eura; odnosno $NPV(\text{najam}) > NPV(\text{zajam})$).

12. (1 MI 2012) Upravo ste se zaposlili te ste odlučili štedjeti i u tu svrhu svakog mjeseca ste spremni odreći se točno 300 eura od svoje plaće. Da li vam se više isplati krajem svakog mjeseca oročiti tih 300 eura uz godišnju kamatnu stopu od 3% ili kupiti stan za koji ćete podići zajam od 100 000 eura na 30 godina? Mjesečni anuitet zajma bi vam iznosio 600 eura i plaćali biste ga krajem svakog mjeseca, ali biste stan tijekom čitavog razdoblja otplate zajma iznajmljivali za 300 eura mjesečno (također krajem svakog mjeseca). Procjenjujete da će stan nakon 30 godina vrijediti jednako za koliko ste ga i kupili, dakle 100 000 eura. Obračun kamata je složen i dekurzivan. Koristite relativni kamatnjak.

$$(Rj: \quad NPV_{\text{štednja}} = \frac{(-300 + 300)}{1.0025} + \frac{(-300 + 300)}{1.0025^2} + \dots + \frac{(-300 + 300)}{1.0025^{360}} = 0 \quad , \text{ pa se više isplati štedjeti.})$$

$$NPV_{\text{stan}} = \frac{(-600 + 300)}{1.0025} + \frac{(-600 + 300)}{1.0025^2} + \dots + \frac{(-600 + 300) + 100000}{1.0025^{360}} < 0$$

13. (1 MI 2013) Investitor ulazi u investiciju kojoj je potreban početni ulog od 100000 kn. Nakon godine dana očekuje se prihod od 208000 kn, a zbog određenih vrsta troškova (održavanje pogona, marketing), očekuje se da će nakon dvije godine od danas biti potrebna dodatna investicija od 108150 kn. Da li je investicija isplativa u odnosu na mogućnost polaganja depozita u banci s kamatnom stopom r uz složeno ukapaciviranje? Diskutirajte u ovisnosti o r . Što možete reći o internoj stopi rentabilnosti investicije?

14. (1 MI 2014) Investitor razmatra dva projekta. Dobici krajem godine za oba projekta dani su u tablici:

| Projekt | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| A | 100000 | 150000 | 200000 | 130000 | 180000 |
| B | 70000 | 200000 | 200000 | 130000 | 180000 |

U prvi projekt potrebno je na početku investirati 120000, a u drugi 130000. Za koje cijene kapitala r je prvi projekt isplativiji od drugog?

(Rj: Za $r > 19.26\%$ projekt A isplativiji je od projekta B)