

FINMAT – LJETNI ROK 15/16

1. Neka je osoba uplaćivala u banku početkom svake godine po 5000 eura kroz 5 godina. Koliko će ta osoba imati u banci na kraju desete godine ako je banka prve tri godine primjenjivala kamatnu stopu 6%, u preostalom razdoblju 5%, i ako je osoba na kraju sedme godine podigla iznos od 10000 eura? (7 bodova)
2. Ivana je kupila stan vrijedan 100 000 eura. Za to je podigla kredit na 20 godina koji se otplaćuje na kraju svakog mjeseca uz godišnju kamatnu stopu 7%. Stan svake godine gubi 5% vrijednosti. Na kraju 10.godine Ivana odlučuje prodati stan te za taj novac isplatiti dio preostalog kredita, a ostatak duga otplatiti kroz sljedećih 5 godina uz godišnju kamatnu stopu 6%. Kolika je rata novog kredita? (8 bodova)
3. Investitor razmatra dva projekta. Investicija A traži početni polog u iznosu X, investicija B polog od 130 000, a dobiti krajem godine za oba projekta dani su u tablici:

projekt	0.godina	1.godina	2.god	3.god	4.god	5.god
A	-X	20 000	70 000	20 000	20 000	20 000
B	-150 000	20 000	20 000	20 000	20 000	120 000

Investitor predviđa da će kamatne stope biti 5% do 4.godine, a zatim u zadnjoj godini skočiti na 8%. Za koje vrijednosti X je prvi projekt isplativiji od drugog? (8 bodova)

4. Pretpostavimo da se na tržištu trguje obveznicom nominalne vrijednosti N s dospeljećem od 4 godine, uz prinos 7%, koja isplaćuje godišnje kamatne kupone u iznosu $x\%$ od N ($0 \leq x \leq 100$).
 - a) ako je x nepoznati iznos, odredite koje su sve moguće vrijednosti za duraciju te obveznice, odnosno koja je najveća, a koja najmanja moguća duracija.
 - b) odredite x takav da duracija iznosi 3. (8 bodova)
5. Pretpostavimo da se na tržištu trguje kuponskom obveznicom tipa A nominalne vrijednosti 100 s dospeljećem od 4 godine koja isplaćuje godišnje kupone u iznosu 10, te beskuponskom obveznicom tipa B nominalne cijene 100 s dospeljećem od 1 godine (pretpostavljamo da su uvijek dostupne na tržištu). Investirate 50000kn na period od 2 godine, a kamatna stopa je 10%.
 - a) Koliko ćete kojih obveznica kupiti odnosno prodati, ako želite da portfelj bude imun na male promjene u kamatnim stopama za vaš period investiranja?
 - b) Ako bi nakon godinu dana kamatna stopa porasla na 12%, ako biste ažurirali portfelj da i dalje ostane imun na promjene, biste li povećali ili smanjili broj dionica tipa A? Obrazložite. (8 bodova)
6. Pretpostavimo da se trenutno na tržištu trguje obveznicama nominalne vrijednosti 100 s dospeljećem od 2 i 5 godina čije su cijene $B(0,5)=91.2$ te $B(0,2)=x$, pri čemu je $x > 91.2$, te da su prinosi do dospeljeća tih obveznica nezavisni o dospeljeću, odnosno da vrijedi $y(0,2)=y(0,5)$. Također, pretpostavimo da će se u trenutku $t=2$ godine trgovati obveznicom s dospeljećem od tri godine cijene $B(2,5)=z$, $z > 0$, nominalne vrijednosti 100 i prinosa do dospeljeća $y(2,5)$.

a) odredite koja bi relacija trebala vrijediti između cijena x i z ukoliko na tržištu ne postoji mogućnost arbitraže.

b) odredite koja bi relacija trebala vrijediti između cijena x i z ukoliko na tržištu postoji mogućnost arbitraže. U tom slučaju, odredite strategiju arbitraže.

(8 bodova)

7. Pretpostavimo da je početna vrijednost nekog investitora 1000 te da se na tržištu trguje rizičnom imovinom S_1 i S_2 i nerizičnom imovinom (obveznicama) vrijednosti $A(t)=100$. Dane su vrijednosti:

$S_1(0)=50$, $S_1(1)=60$, $S_1(2)=80$, $S_2(0)=20$, $S_2(1)=10$, $S_2(2)=30$, i poznato je da je nerizična kamatna stopa 10%. Investitorovi ciljani udjeli u rizičnoj imovini su redom:

$x_1(0)=10$, $x_1(1)=-10$, $x_1(2)=20$, $x_2(0)=10$, $x_2(1)=20$, $x_2(2)=-10$. Ako je strategija samofinancirajuća i predvidiva odredite broj obveznica koje investor drži u trenucima 0, 1 i 2 te odredite vrijednost ukupne imovine investitora u tim trenucima. (8 bodova)

8. Pretpostavimo da se na tržištu trenutno trguje dionicom XYZ po cijeni 100 te da su dvije moguće cijene dionice XYZ za godinu dana jednake 115 i 80. Referentna kamatna stopa na tržištu je 7% i fiksna je kroz cijelu godinu. Europskom put opcijom na dionicu XYZ s dospeljećem od godinu dana trguje se po cijeni od 4.8 pri čemu je izvršna cijena te opcije 100. Koristite binomni model za vrednovanje opcija kako biste odredili postoji li mogućnost arbitraže.

a. Odredite vjerojatnost neutralnu na rizik

b. Odredite fer cijenu europske put opcije

c. Je li ta opcija dostižna? Ako je dokažite.

d. Postoji li strategija arbitraže? Ako postoji, odredite ju. (8 bodova)

9. Neka je $S(0)=100$ i neka su mogući sljedeći scenariji za cijenu dionice XYZ:

scenarij	$S(1)$	$S(2)$
W1	95	85
W2	95	104
W3	110	99
W4	110	126

Nadalje, neka je nerizična kamatna stopa na tržištu tokom ova dva perioda fiksna i iznosi 5%.

a) postoji li na tržištu mogućnost arbitraže?

b) Na tržištu se trguje europskom call opcijom izvršne cijene 100 s dospeljećem $T=2$. Koja je fer cijena takve opcije u trenutku 1 u situaciji kada je vrijednost dionice 95.

c) Koja je fer cijena za opciju u trenutku 0? (8 bodova)

10. Pretpostavimo da su u jednopersonnom modelu cijene nerizične imovine $A(0)=100$, $A(1)=110$, dok su cijene dionice XYZ ovisno o različitim scenarijima dane tablicom:

	$S(0)$	$S(1)$
W1	100	120
W2	100	111

Postoji li mogućnost arbitraže:

a) općenito

b) u slučaju da kratka pozicija u dionicama nije dozvoljena, ali se prema pravilniku trgovanja u trenutku $t=0$ naplaćuje provizija u iznosu od 5% na iznos trgovanja dionicom (bilo da se dionica kupuje ili (kratko) prodaje)? (8 bodova)

11. Na tržištu se trguje nerizičnom imovinom uz kamatnu stopu 5% te dvjema dionicama S_1 i S_2 čija je trenutna vrijednost 100, a u trenutku $t=1$ ovisi o tri scenarija:

	$S(0)$	$S(1)$
W1	90	90
W2	120	70
W3	80	130

Na tržištu se nudi "kombinirana opcija" kojom vlasnik može u trenutku 1 kupiti veću od dionica po cijeni 100. Postoji li replicirajući portfelj za tu opciju? Ako postoji, odredite ga te odredite fer cijenu opcije. (8 bodova)

12. Pretpostavimo da se cijena dionice XYZ kreće po Black-Scholesovom modelu. Pretpostavimo da je cijena dionice u trenutku nula jednaka 2, volatilnost 15% i referentna nerizična kamatna stopa 5%. Investicijska banka ABC je na tržištu prodala 1000 europskih call opcija izvršne cijene 2.1 s dospeljećem pola godine i 500 europskih call opcija izvršne cijene 1.9 s periodom do dospeljeća 9 mjeseci. Investicijska se banka želi zaštititi od rizika u promjeni cijene dionice. Konstruirajte odgovarajući delta-neutralni portfelj početne vrijednosti nula. Poznato je da $N(-0.1713)=0.4320$ $N(-0.2773)=0.3908$ $N(0.7485)=0.7729$ $N(0.6186)=0.7319$ (8 bodova)