

1. Pretpostavimo da ste se danas zadužili u banci u iznosu 4.5 uz kamatnu stopu od 12% kako biste kupili europsku put opciju na dionicu XYZ (dakle, danas je na tržištu moguće kupiti europsku put opciju po cijeni 4.5). Kolika bi morala biti cijena dionice XYZ u trenutku dospijeca za europsku put opciju izvršne cijene 36, s dospijecom od tri mjeseca kako biste osigurali profit u iznosu 3?

2. (Call-put paritet) Uz pretpostavku da ne postoji mogućnost arbitraže, dokažite da vrijedi sljedeća relacija za cijenu europske call (C) i put (P) opcije na dionicu XYZ, pri čemu je izvršna cijena opcije K , a dospijeca T :

$$C - P = S(0) - Ke^{-rT}.$$

3. Pretpostavimo da promatramo tržište na kojem se na današnji dan trguje europskom call i put opcijom na bazičnu imovinu XYZ po cijeni C (europska call) i P (europska put) te da je odnos njihovih cijena dan relacijom $C > P + S(0) - Ke^{-rT}$, pri čemu je $S(0)$ tržišna cijena bazične imovine XYZ na današnji dan, K izvršna cijena i put i call opcije, T je dospijeca opcija (isto i za call i za put), a r referentna nerizična kamatna stopa na tržištu.

- a) Da li postoji mogućnost arbitraže na tržištu koji se sastoji od bazične imovine, europske call opcije, europske put opcije i nerizične imovine?
- b) Ako da, konstruirajte strategiju arbitraže. (Uputa: uočite da s obzirom na međusobni odnos cijena, uglavnom u nekoj vrijednosnici zauzimate kratku poziciju, te dobiveni iznos onda investirate u (sve!) ostale vrijednosnice (rizične, nerizične) na tržištu od interesa).

4. Pretpostavimo da promatramo troperiodni binomni model za tržište (A, S) te da je situacija na tržištu sljedeća: cijena dionice XYZ $S(0)=80$, $g=50\%$, $d=-50\%$, $p_g=0.6$, a nerizična kamatna stopa jednaka je 25%. Pretpostavimo da investitor želi kupiti europsku put opciju na dionicu XYZ izvršne cijene 90 s dospijecom 3.

- a) Skicirajte binomno stablo i odredite cijene bazične imovine u svakom od mogućih scenarija u svakom vremenskom trenutku
- b) Da li postoji mogućnost arbitraže na zadanom tržištu?
- c) Odredite vjerojatnost neutralnu na rizik p^*
- d) Odredite cijenu europske put opcije
- e) Odredite replicirajući portfelj

- f) Pretpostavimo da se takvom opcijom na tržištu trguje po cijeni 1.8. Što možete zaključiti? Analizirajte mogućnost arbitraže u tom slučaju. (Uputa: jednom kada odredite udjele x i y dovoljno je naći jedan vremenski trenutak u kojem ćete ostvariti pozitivan profit s pozitivnom vjerojatnosti, uz pretpostavku da u početnom trenutku vrijedi $V(0)=0$)

Uputa: Nakon što ste odredili moguće cijene dionice XYZ u svakom od scenarija, krenite retrogradno određivati cijene opcije (s obzirom na moguće isplate u tom trenutku): dakle, prvo određujete cijenu opcije u trenutku 2 na bazi mogućih vrijednosti isplata (ugovorne funkcije) u trenutku 4 i to napravite za svaki od mogućih čvorova. Kada dobijete moguće cijene opcija u trenutku 2, na isti način određujete (za jedan period unazad!) moguće cijene opcija u trenutku 1 te konačno, znajući moguće cijene u trenutku 1, određujete (jedinstvenu!) cijenu opcije *dan*as (trenutak 0).

Napomena 1: Zadatak 4 možete gledati kao na tri zadatka u jednom. Uočite da Zadatak 3 sadrži sve pojmove ključne za jedinstveno određivanje cijene imovine, vjerojatnosti neutralne na rizik, veze nearbitraže i martingalnog svojstva, replicirajućeg portfelja, kao i određivanja vrijednosti portfelja u svakom vremenskom trenutku.

Napomena 2. (Na nastavi smo diskutirali o kriteriju (ne)postojanja mogućnosti arbitraže u modelu binomnog stabla putem povrata u slučaju kretanja prema gore (g) i prema dolje (d) te smo to povezali s vjerojatnosti neutralnom na rizik (p^*). Mislim da je došlo do greške u notaciji, a time i moguće interpretacije stoga će sada to još jednom biti ponovljeno i iskazano) Glede kriterija o nepostojanju mogućnosti arbitraže, imate dvije mogućnosti:

1) Veza (ne)arbitraže i povrata (gore ili dolje): Ne postoji mogućnost arbitraže ako i samo ako vrijedi $d < r < g$ pri čemu je r referentna nerizična kamatna stopa (u slučaju višeperiodnog modela binomnog stabla relacija mora vrijediti i na svakom jednoperiodnom stablu unutar odgovarajućeg višeperiodnog stabla)

2) Veza (ne)arbitraže i vjerojatnosti neutralne na rizik: Ne postoji mogućnost arbitraže ako i samo ako vrijedi $0 < p^* < 1$.

Napomena 3. Krajem tjedna ćete dobiti još nekoliko zadataka za vježbu kako biste se što kvalitetnije spremili za 2. međuispit. Prvo naučite ključne pojmove i teoriju, zatim riješite sve zadatke za zadaću, a dodatne zadatke shvatite kao ogledni primjerak ključnih stvari za međuispit i zato dodatne zadatke riješite tek na kraju kao neku vrstu provjere. Sretno!