

1. Odredite istinitost sljedećih tvrdnji (T/N) uz objašnjenje vašeg odgovora ili nadopunite rečenicu:

- a) Stranka s dugom unaprijednom pozicijom je u mogućnosti ostvariti direktni profit od posjedovanja unaprijednog ugovora ukoliko u trenutku isporuke  $T$ , vrijedi  $F(0,T) < S(0)$
- b) Uz uvjet da ne postoji mogućnost arbitraže, unaprijedna cijena dionice koja isplaćuje dividendu  $D$  u trenutku  $t$ , pri čemu je  $0 < t < T$ , veća je od unaprijedne cijene iste dionice ali u slučaju da ona ne isplaćuje dividendu ako i samo ako je referentna nerizična kamatna stopa pozitivna i manja od 15%.
- c) Pretpostavimo da promatramo dionicu XYZ trenutne tržišne cijene 85 koja isplaćuje dividendu u iznosu od 5 na pola godine od danas. Ukoliko je referentna nerizična kamatna stopa 8%, a unaprijedna cijena dionice XYZ  $F(0,1)=87.0794$ , tada ne postoji mogućnost arbitraže.
- d) Pretpostavimo da promatramo dionicu XYZ trenutne tržišne cijene 85 koja isplaćuje dividendu u iznosu od 5 u trenutku  $0 < t < T$  pri čemu je  $T$  trenutak isporuke unaprijednog ugovora na dionicu XYZ. Ukoliko je referentna nerizična kamatna stopa 5%, a unaprijedna cijena dionice XYZ  $F(0,1)=84.231$ , tada trenutak isplate dividende ne može biti veći od \_\_\_\_\_ niti manji od \_\_\_\_\_.
- e) Pretpostavimo da je 17.6 trenutna cijena call opcije na dionicu XYZ s dospijecem od pola godine i izvršne cijene 20. Ukoliko je referentna nerizična kamatna stopa 10%, tada je cijena put opcije na dionicu XYZ veća od 25 samo ako je trenutna tržišna cijena dionice XYZ veća od 11.7.
- f) Pretpostavimo da je cijena  $C^E$  europske call opcije na dionicu XYZ veća ili jednaka od trenutne tržišne cijene dionice XYZ  $S(0)$ . Ukoliko se danas proda takva opcija, kupi dionica XYZ te višak novca investira nerizično po kamatnoj stopi  $r$ , tada se u trenutku dospijeca  $T$  opcije može ostvariti arbitražni profit u iznosu od  $(C^E - S(0))e^{rT} + \min(S(T), X)$  pri čemu je  $X$  izvršna cijena call opcije.
- g) Neka su  $C^E, P^E$  redom cijena europske call i europske put opcije na dionicu XYZ izvršne cijene  $X$  i dospijeca  $T$ . Neka je trenutna tržišna cijena dionice XYZ  $S(0)$  te neka je  $r$  referentna nerizična kamatna stopa. Tada je diskontirana vrijednost izvršne cijene opcije s trenutka dospijeca na današnji trenutak manja ili jednaka zbroju cijene europske put opcije i trenutne tržišne cijene dionice XYZ.
- h) Ukoliko volatilnost dionice XYZ pada, tada cijena europske call opcije na dionicu XYZ pada uz uvjet da ostale varijable koje utječu na cijenu europske call opcije na dionicu XYZ ostanu nepromijenjene.
- i) Ukoliko cijena dionice XYZ raste, tada cijena europske call opcije na dionicu XYZ ima rastuće priraste uz uvjet da ostale varijable koje utječu na cijenu europske call opcije na dionicu XYZ ostanu nepromijenjene.

j) Pretpostavimo da je trenutna tržišna cijena dionice XYZ 100 te da je unaprijedna cijena dionice XYZ s isporukom od godine dana jednaka 110. Pretpostavimo da dionica XYZ ne isplaćuje dividendu te da je referentna tržišna kamatna stopa 10%.

a) tada ne postoji komparativna prednost od ulaganja u dionicu u odnosu na investiranje u unaprijedni ugovor

b) ukoliko se kamatna stopa ukamaćuje diskretno, a ne neprekidno, tada bi bilo isplativije investirati u dionicu nego u unaprijedni ugovor

c) ukoliko bi dionica XYZ isplaćivala dividendu u iznosu 3 za pola godine od danas, tada bi bilo isplativije investirati u dionicu nego u unaprijedni ugovor.

2. Trenutna tržišna cijena dionice XYZ je 200, a referentna nerizična kamatna stopa iznosi 4%. Dividende na dionicu se isplaćuju svakog kvartala kroz godinu dana, pri čemu se prva dividenda isplaćuje tri mjeseci od danas. Iznos prve dividende je 1.5, ali je svaka sljedeća za 1% veća od one prethodne. Kolika je unaprijedna fer cijena unarijednog ugovora na dionicu XYZ s isporukom od godinu dana?

3. Pretpostavimo da ste market-maker unarijednih ugovora na tržišne indekse. Trenutna cijena tržišnog indeksa XYZ je 110, referentna nerizična kamatna stopa je 5%, a prinos od dividende na tržišni indeks je 2%. Ukoliko je trenutna tržišna cijena unaprijednog ugovora s isporukom od 6 mjeseci 112, koji biste od sljedećih načina iskoristili u cilju ostvarivanja arbitraže i ujedno direktnog profita:

a) kupili unaprijedni ugovor na tržištu, prodali sintetički unaprijedni ugovor ostvarujući time profit od 0.34

b) kupili unaprijedni ugovor na tržištu, prodali sintetički unaprijedni ugovor ostvarujući time profit od 0.78

c) kupili unaprijedni ugovor na tržištu, prodali sintetički unaprijedni ugovor ostvarujući time profit od 1.35

d) Prodali unaprijedni ugovor na tržištu, kupili sintetički unaprijedni ugovor ostvarujući time profit od 0.78

e) Prodali unaprijedni ugovor na tržištu, kupili sintetički unaprijedni ugovor ostvarujući time profit od 0.34

Napomena: pod *sintetički* ugovor se općenito podrazumijeva onaj ugovor čija je cijena određena na fer način, tj. ugovor nearbitražne cijene.

4. Pretpostavimo da analiziramo cijenu dionice XYZ koja ne isplaćuje dividendu pomoću Black-Scholesovog modela. Za  $t \geq 0$  neka je  $S(t)$  cijena dionice XYZ u trenutku  $t$ . Ukoliko je  $S(0)=0.5$  te je dinamika procesa cijene dana sa  $\frac{dS(t)}{S(t)} = 0.05dt + 0.2dZ(t)$ , pri čemu je  $Z(t)$  standardno Brownovo

gibanje. Nadalje, referentna nerizična kamatna stopa je 3% i vrijedi  $E[S(1)^{\alpha}] = 1.4$ . Pretpostavimo da promatramo slučajni zahtjev koji isplaćuje  $S(1)^{\alpha}$  u trenutku 1. Odredite nearbitražnu cijenu takvog slučajnog zahtjeva na današnji dan.

5. Pretpostavimo da analiziramo cijenu dionice XYZ koja ne isplaćuje dividendu pomoću Black-Scholesovog modela. Slušajući vaš savjet o mogućnosti trgovanja izvedenicama, Petar je prije 8 mjeseci posudio novac po nerizičnoj kamatnoj stopi kako bi kupio europsku call opciju na dionicu XYZ s dospijecem od godinu dana, izvršne cijene 75. U to je vrijeme cijena call opcije bila 8. Danas je cijena dionice XYZ 85, a volatilnost 26%. Petar zbog neizvjesnosti situacije na tržištu želi zatvoriti sve pozicije te vas pita za savjet kako biste mu pomogli izračunati da li je i koliki profit ostvario od počka ulaganja u europsku call opciju do danas. Referentna nerizična kamatna stopa iznosi 5%. Što biste mu odgovorili? Potrebno je izračunati profit od držanja opcije kroz period od 8 mjeseci. (Napomena: uočite da ako je prije 8 mjeseci Petar kupio opciju s dospijecem od godinu dana, da se za određivanje cijene takve opcije *danas* mora uzeti u obzir period do dospijeca od 4 mjeseca. Izračunajte kolika bi bila cijena takve opcije danas-želite ju prodati kako biste zatvorili pozicije- te izračunajte vrijednost troška *danas* od investiranja u takvu opciju prije 8 mjeseci koristeći kontinuirano ukamaćivanje. Razlika tih dviju vrijednosti jednaka je traženom profitu – ukoliko pozitivna ili gubitku –ukoliko negativna).

#### **Nekoliko napomena:**

1. Pitalice na ispitu se mogu odnositi i na neke pojmove i relacije koje se pojavljuju u ovim zadanim zadacima za vježbu.
2. Obavezno riješite sve zadatke iz zadnje dvije zadaće.
3. Dani dodatni zadaci odnose se samo na gradivo zadnjeg ciklusa. Ukupno do najviše 30% bodova na završnom se ispitu odnosi na gradivo iz 1. i 2. ciklusa. Taj dio gradiva možete vježbati uz pomoć zadataka za pripremu za 2. MI. Obavezno ponovite pojmove i zadatke sa replicirajućim portfeljem, arbitražom, i fer cijenom slučajnih ugovora.