Beweis: Aus $a^p \equiv_p a$ für $a \in \mathbb{N}_0$ folgt $(-a)^p \equiv_p -a$ für $p > 2$

Außerdem gilt $(-a)^2 \equiv_2 a$

$\Rightarrow a \equiv_2 a - 2 \cdot a = -a$
$\Rightarrow (-a)^2 \equiv_2 -a$

Es bleibt zu zeigen: $a^p \equiv_p a$ für $p \in P$, $a \in \mathbb{N}_0$.
Beweis durch Induktion nach a.

I.A.: „$a = 0$"

$0^p \equiv_p 0$ ✓

I.S. „$a \Rightarrow a+1$": Für $k \in \mathbb{N}_{1 \leq p-1}$ gilt $ggT(p, k!) = 1$

Für $k \in \mathbb{N}_{1 \leq p-1}$ gilt $p \mid \binom{p}{k} = \frac{p \cdot \ldots \cdot (p-(k+1))}{k!}$

$\Rightarrow p \mid \left[\binom{p}{1} \cdot a^{p-1} + \binom{p}{2} \cdot a^{p-2} + \ldots \binom{p}{p-1} \cdot a^1 \right]$ nach Teilbarkeitsregeln

also: $\binom{p}{1} \cdot a^{p-1} + \ldots + \left(\frac{p}{p-1}\right) \cdot a^1 \equiv_p 0$ nach Def. „$\equiv$"

Nach Satz 3.1.2 folgt Addition von $a^p + 1 - (a+1)$ auf beiden Seiten

$$a^p + \binom{p}{1} \cdot a^{p-1} + \ldots + \binom{p}{p-1} \cdot a^1 + 1 - (a+1) \equiv_p a^p + 1 - (a+1) \equiv_p a^p - a$$

$$(a+1)^p - (a+1) \equiv_p a^p - a \quad \text{(nach binomischer Lehrsatz)}$$

Nach I.V. gilt $a^p \equiv_p a$ bzw. $a^p - a \equiv_p 0$

Wegen Transitivität folgt $(a+1)^p - (a+1) \equiv_p 0$ also

$$(a+1)^p \equiv_p a+1 \qquad \text{q.e.d}$$