# Ordenação: algoritmos elementares

Estrutura de Dados — QXD0010



Prof. Atílio Gomes Luiz gomes.atilio@ufc.br

Universidade Federal do Ceará

 $2^{\circ}$  semestre/2022

### Introdução



- Colocar um vetor numérico em ordem crescente ou decrescente é o primeiro passo na solução de muitos problemas práticos.
- Um vetor pode ser ordenado de muitas maneiras diferentes: algumas elementares, outras mais sofisticadas e eficientes.

### Introdução



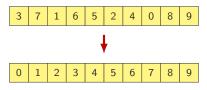
- Colocar um vetor numérico em ordem crescente ou decrescente é o primeiro passo na solução de muitos problemas práticos.
- Um vetor pode ser ordenado de muitas maneiras diferentes: algumas elementares, outras mais sofisticadas e eficientes.
- Pode-se usar basicamente duas estratégias para ordenar os dados:
- (1) inserir os dados na estrutura respeitando sua ordem.
- (2) a partir de um conjunto de dados já criado, aplicar um algoritmo para ordenar seus elementos.

### Ordenação



O problema da ordenação de um vetor consiste em:

• rearranjar os elementos de um vetor  $A[0\dots n-1]$  de tal modo que ele se torne crescente, ou seja, de modo que  $A[0] \le \dots \le A[n-1]$ .

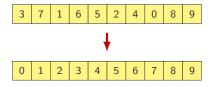


### Ordenação



O problema da ordenação de um vetor consiste em:

• rearranjar os elementos de um vetor  $A[0 \dots n-1]$  de tal modo que ele se torne crescente, ou seja, de modo que  $A[0] \le \dots \le A[n-1]$ .



Nos códigos vamos ordenar vetores de int

- Mas é fácil alterar para comparar double ou string
- ou comparar struct por algum de seus campos
  - o O valor usado para a ordenação é a *chave* de ordenação
  - o Podemos até desempatar por outros campos



# ${\sf BubbleSort}$





### Ideia:

• do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4       if (A[j] < A[j-1]) {
5          int aux = A[j];
6          A[j] = A[j-1];
7          A[j-1] = aux;
8     }
9 }</pre>
```



### Ideia:

- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```

i



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3     for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int l, int r) {
2   for (int i = l; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }

i=2

j=3</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }
</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



- do fim para o começo, vamos trocando pares invertidos
- eventualmente, encontramos o menor elemento
- ele será trocado com os elementos que estiverem antes

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```

### BubbleSort — Complexidade do algoritmo



```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```

### BubbleSort — Complexidade do algoritmo



```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:





```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

• comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$ 





```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$





```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:





```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4       if (A[j] < A[j-1]) {
5           int aux = A[j];
6           A[j] = A[j-1];
7           A[j-1] = aux;
8    }
9 }</pre>
```

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:

• comparações:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$ 





```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3        for (int j = r; j > i; j--)
4        if (A[j] < A[j-1]) {
5            int aux = A[j];
6            A[j] = A[j-1];
7            A[j-1] = aux;
8        }
9 }</pre>
```

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

#### No caso médio:

- comparações:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- trocas:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$

### BubbleSort — Complexidade do algoritmo



```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:

- comparações:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- trocas:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$

No melhor caso:

### BubbleSort — Complexidade do algoritmo



```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4     if (A[j] < A[j-1]) {
5         int aux = A[j];
6         A[j] = A[j-1];
7         A[j-1] = aux;
8   }
9 }</pre>
```

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No caso médio:

- comparações:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$
- trocas:  $\approx n^2/2 = O(n^2)$

No melhor caso:

• comparações:  $\approx n^2 = O(n^2)$ 



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:

• comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$ 



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

### Parando quando não há mais trocas



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No melhor caso:

### Parando quando não há mais trocas



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No melhor caso:

• comparações: O(n)

### Parando quando não há mais trocas



Se não aconteceu nenhuma troca, podemos parar o algoritmo

No pior caso toda comparação gera uma troca:

- comparações:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$
- trocas:  $n(n-1)/2 = O(n^2)$

No melhor caso:

- comparações: O(n)
- trocas: *O*(1)



# InsertionSort

#### Ordenação por Inserção



- Se já temos v[0], v[1], ..., v[i-1] ordenado, então inserimos v[i] na posição correta
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort:
     ficamos com v[0], v[1], ..., v[i] ordenado



Retirado do livro do Cormen.

### Ordenação por Inserção



#### Algoritmo

Testar com o vetor: [4, 8, 2, 7, 6, 3, 5, 1, 9, 10]









• O consumo de tempo do insertionSort é proporcional ao número de execuções da comparação A[i] > key.





- O consumo de tempo do insertionSort é proporcional ao número de execuções da comparação A[i] > key.
- Para cada j, a variável i assume no máximo j valores:  $j-1, j-2, \ldots, 0$ .





- O consumo de tempo do insertionSort é proporcional ao número de execuções da comparação A[i] > key.
- Para cada j, a variável i assume no máximo j valores:  $j-1, j-2, \ldots, 0$ .
- Como  $1 \le j \le n-1$ , o número de execuções da linha 6 é igual a  $\sum_{j=1}^{n-1} j$  no pior caso.

#### InsertionSort - Complexidade do algoritmo



- O consumo de tempo do insertionSort é proporcional ao número de execuções da comparação A[i] > key.
- Para cada j, a variável i assume no máximo j valores:  $j-1, j-2, \ldots, 0$ .
- Como  $1 \le j \le n-1$ , o número de execuções da linha 6 é igual a  $\sum_{j=1}^{n-1} j$  no pior caso.
- Essa soma é igual a  $n(n-1)/2 = O(n^2)$ .



# ${\sf SelectionSort}$





#### Ideia:

• Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..



#### Ideia:

10

```
• Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
  • Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
1 void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
      int indexMin = i;
      for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
      int aux = A[i];
      A[i] = A[indexMin];
      A[indexMin] = aux;
11 }
```



#### Ideia:

10

```
• Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
  • Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
1 void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
      int indexMin = i;
      for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
      int aux = A[i];
      A[i] = A[indexMin];
      A[indexMin] = aux;
11 }
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
9
                                                             3
10
11 }
                                      i=0 -
                                      min=0
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i:
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=0
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=2
                                      j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                            4
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=0 -
                                     min=2
                                      j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=0 -
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=0 -
                                     min=7
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
                                             4
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=7
                                      j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i:
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=0 -
                                     min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=0
                                     min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                     i=1
                                     min=1
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                      min=2
                                      j=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
9
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
                                      j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
                                      j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=1
                                     min=2
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
                                      j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                      i=1
                                     min=2
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=1
                                     min=2
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=2
                                      j=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=3
                                      j=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=4
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=4
                                     j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
                                     j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                                      9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
                                      j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
                                                                     9
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
                                     j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                            3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
       int aux = A[i];
                                                            8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                     i=2
                                     min=5
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                      9
       int aux = A[i];
                                                             8
                                                       7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
9
                                                   3
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                             8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=3
                                      j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
       int aux = A[i];
                                                             8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=3
                                      j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                        10
6
       int aux = A[i];
                                                            8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                     i=3
                                     min=3
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
                                                            8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                               5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                     i=3
                                     min=7
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
           indexMin = j;
                                                                         10
6
                                                                       9
       int aux = A[i];
                                                             8
                                                       7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=7
                                      j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                             8
                                                      7
       A[i] = A[indexMin];
                                                                5
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
                                                             8
       int aux = A[i];
                                                                   7
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                      i = 3
                                      min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                      i = 4
                                     min=4
                                      j=5
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                      i = 4
                                     min=4
                                      j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=4
                                     min=6
                                     j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i = 4
                                     min=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=4
                                     min=6
                                     j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
                                                            8
       A[i] = A[indexMin];
                                                         6
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=4
                                     min=6
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
      for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                            8
      int aux = A[i];
      A[i] = A[indexMin];
      A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=4
                                     min=6
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                            8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=5
                                     min=5
                                     j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                            8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=5
                                     min=6
                                     j=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
      for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                           8
      int aux = A[i];
      A[i] = A[indexMin];
                                                        5
      A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=5
                                     min=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                            8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=5
                                     min=6
                                     j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
      for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                            8
      int aux = A[i];
      A[i] = A[indexMin];
                                                        5
      A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=5
                                     min=6
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                               8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=5
                                     min=6
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                               8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=6
                                     min=6
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                               8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=6
                                     min=7
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                               8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=6
                                     min=7
                                      j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
                                                               8
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=6
                                     min=7
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
       A[indexMin] = aux;
                                                  3
10
11 }
                                     i=6
                                     min=7
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ...

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                             6
                                                         5
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
                                                   3
10
11 }
                                      i = 7
                                      min=7
                                      j=8
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                      i = 7
                                     min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- ..

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                         10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                      4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                      i = 7
                                     min=7
                                      j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=8
                                     min=8
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=8
                                     min=8
                                     j=9
```



- Trocar v[0] com o mínimo de v[0], v[1], ..., v[n-1]
- Trocar v[1] com o mínimo de v[1], v[2], ..., v[n-1]
- . . .

```
void selectionsort(int A[], int l, int r) {
    for (int i = 1; i < r; i++) {
       int indexMin = i;
       for (int j = i+1; j <= r; j++)</pre>
         if(A[j] < A[indexMin])</pre>
6
           indexMin = j;
                                                                        10
       int aux = A[i];
       A[i] = A[indexMin];
                                                            6
                                                         5
                                                     4
       A[indexMin] = aux;
10
11 }
                                     i=8
                                     min=8
                                     j=9
```





```
1 void selectionsort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++) {
3        int indexMin = i;
4        for (int j = i+1; j <= r; j++)
5            if(A[j] < A[indexMin])
6            indexMin = j;
7        int aux = A[i];
8        A[i] = A[indexMin];
9        A[indexMin] = aux;
10    }
11 }</pre>
```





```
1 void selectionsort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++) {
3        int indexMin = i;
4        for (int j = i+1; j <= r; j++)
5            if(A[j] < A[indexMin])
6            indexMin = j;
7        int aux = A[i];
8        A[i] = A[indexMin];
9        A[indexMin] = aux;
10    }
11 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$





```
1 void selectionsort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++) {
3        int indexMin = i;
4        for (int j = i+1; j <= r; j++)
5            if(A[j] < A[indexMin])
6            indexMin = j;
7        int aux = A[i];
8        A[i] = A[indexMin];
9        A[indexMin] = aux;
10    }
11 }</pre>
```

número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

• número de trocas: n-1=O(n)





```
1 void selectionsort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++) {
3        int indexMin = i;
4        for (int j = i+1; j <= r; j++)
5            if(A[j] < A[indexMin])
6            indexMin = j;
7        int aux = A[i];
8        A[i] = A[indexMin];
9        A[indexMin] = aux;
10    }
11 }</pre>
```

• número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1=O(n)
  - Muito bom quando trocas são muito caras





```
1 void selectionsort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++) {
3        int indexMin = i;
4        for (int j = i+1; j <= r; j++)
5            if(A[j] < A[indexMin])
6            indexMin = j;
7        int aux = A[i];
8            A[i] = A[indexMin];
9            A[indexMin] = aux;
10       }
11 }</pre>
```

• número de comparações:

$$(n-1) + (n-2) + \dots + 1 = n(n-1)/2 = O(n^2)$$

- número de trocas: n-1=O(n)
  - Muito bom quando trocas são muito caras
  - o Porém, talvez seja melhor usar ponteiros nesse caso

# Comparação entre os algoritmos



	Número de comparações		Número de trocas	
	Melhor caso	Pior caso	Melhor caso	Pior caso
Selection sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	O(n)	O(n)
Bubble sort	O(n)	$O(n^2)$	O(1)	$O(n^2)$
Insertion sort	O(n)	$O(n^2)$	O(n)	$O(n^2)$

- Para arrays de tamanho pequeno ( $\leq 100$ ) esses algoritmos são boas escolhas
- Dos três algoritmos, insertion sort possui a melhor performance para a maioria dos arrays:
  - o tira proveito de qualquer ordenação parcial que esteja no array
  - o usa shifts, que são menos custosos que trocas





 Um algoritmo in loco é um algoritmo que transforma a entrada sem usar estruturas de dados auxiliares.



- Um algoritmo in loco é um algoritmo que transforma a entrada sem usar estruturas de dados auxiliares.
  - o uma quantidade constante e pequena de espaço de armazenamento extra é permitida (geralmente para variáveis auxiliares).



- Um algoritmo in loco é um algoritmo que transforma a entrada sem usar estruturas de dados auxiliares.
  - o uma quantidade constante e pequena de espaço de armazenamento extra é permitida (geralmente para variáveis auxiliares).
- A entrada é geralmente sobrescrita pela saída conforme o algoritmo é executado. O algoritmo in loco atualiza a entrada apenas por meio da substituição ou troca de elementos.



- Um algoritmo in loco é um algoritmo que transforma a entrada sem usar estruturas de dados auxiliares.
  - o uma quantidade constante e pequena de espaço de armazenamento extra é permitida (geralmente para variáveis auxiliares).
- A entrada é geralmente sobrescrita pela saída conforme o algoritmo é executado. O algoritmo in loco atualiza a entrada apenas por meio da substituição ou troca de elementos.
- Pergunta: BubbleSort, Insertion-Sort e Selection-Sort s\u00e3o algoritmos in loco?



# Ordenação Estável

## Ordenação estável



• Um algoritmo de ordenação é estável se não altera a posição relativa de elementos que têm um mesmo valor.

## Ordenação estável



- Um algoritmo de ordenação é estável se não altera a posição relativa de elementos que têm um mesmo valor.
- Por exemplo, se o vetor tiver dois elementos de valor 13, um algoritmo de ordenação estável manterá o primeiro 13 antes do segundo.

## Ordenação estável



- Um algoritmo de ordenação é estável se não altera a posição relativa de elementos que têm um mesmo valor.
- Por exemplo, se o vetor tiver dois elementos de valor 13, um algoritmo de ordenação estável manterá o primeiro 13 antes do segundo.
- Exemplo: Suponha que os elementos de um vetor são pares da forma (d,m) que representam datas de um certo ano: a primeira componente representa o dia e a segunda o mês.

## Ordenação estável — Exemplo



ullet Suponha que o vetor está em ordem crescente das componentes d:

$$(1,12), (7,12), (16,3), (25,9), (30,3), (30,6), (31,3).$$

# Ordenação estável — Exemplo



• Suponha que o vetor está em ordem crescente das componentes d:

$$(1,12)$$
,  $(7,12)$ ,  $(16,3)$ ,  $(25,9)$ ,  $(30,3)$ ,  $(30,6)$ ,  $(31,3)$ .

• Agora ordene o vetor pelas componentes m. Se usarmos um algoritmo de ordenação estável, o resultado estará em ordem cronológica:

$$(16,3), (30,3), (31,3), (30,6), (25,9), (1,12), (7,12).$$

## Ordenação estável — Exemplo



• Suponha que o vetor está em ordem crescente das componentes d:

$$(1,12)$$
,  $(7,12)$ ,  $(16,3)$ ,  $(25,9)$ ,  $(30,3)$ ,  $(30,6)$ ,  $(31,3)$ .

ullet Agora ordene o vetor pelas componentes m. Se usarmos um algoritmo de ordenação estável, o resultado estará em ordem cronológica:

$$(16,3)$$
,  $(30,3)$ ,  $(31,3)$ ,  $(30,6)$ ,  $(25,9)$ ,  $(1,12)$ ,  $(7,12)$ .

 Se o algoritmo de ordenação não for estável, o resultado pode não ficar em ordem cronológica:



• BubbleSort é um algoritmo estável?

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



• BubbleSort é um algoritmo estável?

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2   for (int i = 1; i < r; i++)
3    for (int j = r; j > i; j--)
4         if (A[j] < A[j-1]) {
5             int aux = A[j];
6             A[j] = A[j-1];
7             A[j-1] = aux;
8         }
9 }</pre>
```



• BubbleSort é um algoritmo estável?

```
1 void bubblesort(int A[], int 1, int r) {
2    for (int i = 1; i < r; i++)
3       for (int j = r; j > i; j--)
4       if (A[j] < A[j-1]) {
5          int aux = A[j];
6          A[j] = A[j-1];
7          A[j-1] = aux;
8     }
9 }</pre>
```

Sim!



• Insertion-Sort é um algoritmo estável?



• Insertion-Sort é um algoritmo estável?



• Insertion-Sort é um algoritmo estável?

Sim!



• Selection-Sort é um algoritmo estável?

```
for (int i = 1; i < r; i++) {
   int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j <= r; j++)
   if(A[j] < A[indexMin])
        indexMin = j;
   int aux = A[i];
   A[i] = A[indexMin];
   A[indexMin] = aux;
   }
}</pre>
```

#### Exercício - Ordenação estável



• Selection-Sort é um algoritmo estável?

```
for (int i = 1; i < r; i++) {
   int indexMin = i;
   for (int j = i+1; j <= r; j++)
   if(A[j] < A[indexMin])
        indexMin = j;
   int aux = A[i];
   A[i] = A[indexMin];
   A[indexMin] = aux;
}
}</pre>
```

#### Exercício - Ordenação estável



• Selection-Sort é um algoritmo estável?

```
1    for (int i = 1; i < r; i++) {
2        int indexMin = i;
3        for (int j = i+1; j <= r; j++)
4          if(A[j] < A[indexMin])
5          indexMin = j;
6        int aux = A[i];
7        A[i] = A[indexMin];
8        A[indexMin] = aux;
9    }
10 }</pre>
```

Não! Por exemplo, teste a sequência 443



## Funções de Ordenação do C++

#### Biblioteca algorithm — sort()



A biblioteca padrão do C++ possui o cabeçalho **algorithm** que possui o seguinte template de função:

```
template< class RandomIt >
void sort( RandomIt first, RandomIt last );
```

- RandomIt é qualquer iterador de acesso aleatório, que é um iterador que pode mover-se para frente, para trás e em incrementos maiores que 1.
  - o first é um iterador para o primeiro elemento.
  - o last aponta para uma posição após o último elemento.
- Pode ser aplicada a: arrays, std::vector e std::deque
- O contêiner list suporta apenas iteradores bidirecionais, portanto fornecem sua própria função-membro sort.



```
1 #include <iostream> // ex01.cpp
2 #include <vector>
3 #include <algorithm>
4 using namespace std;
  int main() {
7
       int arr[] {34,22,9,4,11,55};
8
       vector<int> vec {77,66,88,55,22,11};
9
10
       sort(begin(arr), end(arr));
11
12
       sort(vec.begin(), vec.end());
13
14
       for(const auto& e : arr) cout << e << " ":</pre>
15
       cout << endl;
16
17
       for(const auto& e : vec) cout << e << " ";</pre>
18
      cout << endl;
19
20 }
```

#### Biblioteca algorithm — sort()



algorithm também fornece a seguinte sobrecarga da função sort:

```
template< class RandomIt, class Compare >
void sort( RandomIt first, RandomIt last, Compare comp );
```

• Na função acima, Compare é qualquer função com a seguinte assinatura:

```
bool Compare(const Type1 &a, const Type2 &b);
```

- Esta função retorna true se e somente se o primeiro argumento for menor que o segundo.
- Os tipos Type1 e Type2 devem ser tais que um objeto do tipo RandomIt possa ser desreferenciado e então implicitamente convertido em ambos.



```
1 #include <iostream> // ex02.cpp
2 #include <vector>
3 #include <algorithm>
4 using namespace std;
5
6 int main() {
      vector<int> vec {77,66,88,55,22,11};
      // ordena em ordem decrescente
      sort(vec.begin(), vec.end(), greater<int>());
10
11
12 for (const auto& e : vec)
         cout, << e << " ":
13
     cout << endl;
14
15 }
```

#### Biblioteca algorithm — stable\_sort()



O cabeçalho algorithm também fornece as seguintes funções de ordenação estáveis:

```
template< class RandomIt >
void stable_sort( RandomIt first, RandomIt last );
template< class RandomIt, class Compare >
void stable_sort(RandomIt first, RandomIt last, Compare c);
```



```
1 #include <iostream> // ex03.cpp
2 #include <vector>
3 #include <algorithm>
4 using namespace std;
5
6 struct Data {
    int dia:
      int mes:
9 };
10
11 bool cmp_d(const Data &d1, const Data &d2) {
     return d1.dia < d2.dia;
12
13 }
14
15 bool cmp_m(const Data &d1, const Data &d2) {
      return d1.mes < d2.mes;</pre>
16
17 }
```

### Exemplo (cont)



```
18 int main() {
      vector < Data > vec {{1,12}, {7,12}, {16,3},
19
20
           {25,9}, {30,3}, {30,6}, {31,3}};
21
      stable_sort(vec.begin(), vec.end(), cmp_d);
22
      stable_sort(vec.begin(), vec.end(), cmp_m);
23
24
      for(const auto& e : vec)
25
           cout << "(" << e.dia << "," << e.mes << ") ":
26
      cout << endl;
27
28 }
```

#### Biblioteca algorithm — is\_sorted()



O cabeçalho algorithm também fornece as seguintes funções para testar se um array ou contêiner sequencial está ordenado:

```
template< class ForwardIt >
bool is_sorted(ForwardIt first, ForwardIt last);

template< class ForwardIt, class Compare >
bool is_sorted(ForwardIt first,ForwardIt last,Compare comp);
```

 Essas funções checam se os elementos no intervalo [first, last) estão ordenados em ordem crescente.



```
1 #include <iostream>
2 #include <vector>
3 #include <algorithm>
4 using namespace std;
5
6 int main() {
7
       vector<int> v1 {1.2.3.4.5.6.7.8.9}:
       vector < int > v2 \{1,2,3,4,5,7,6,8,9\};
8
9
       if(is_sorted(v1.begin(), v1.end()))
10
           cout << "v1 is sorted\n";</pre>
11
12
       else
           cout << "v1 is not sorted\n":
13
14
       if(is_sorted(v2.begin(), v2.end()))
15
           cout << "v2 is sorted\n";</pre>
16
       else
17
           cout << "v2 is not sorted\n":</pre>
18
19 }
```



# FIM