概率论与数理统计（二）

（课程代码 02197 2019年4月）

第一部分 选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．设 $P(B)=0.6$，$P(A|\bar{B})=0.5$，则 $P(A-B)=$

A．0.1　　B．0.2　　C．0.3　　D．0.4

2．设 A,B 为任意事件，且相互独立，则 $P(A\cup B)=$

A．$P(A)P(B)$　　B．$1-P(A)P(B)$

C．$P(A)+P(B)$　　D．$1-P(\bar{A})P(\bar{B})$

3．甲袋中有3个红球1个白球，乙袋中有1个红球2个白球，从两袋中分别取出一个球，则两个球颜色相同的概率是

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{5}{12}$

4．设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2
P	c	$\frac{1}{4}$	$2c$

，则 $P\{X>0\}=$

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．1

5．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} cx, & 0\le x\le 2, \\ 0, & 其他, \end{cases}$ 则 $P\{X\le 1\}=$

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{4}$

6．设随机变量 $X\sim N(1,2)$，则 $E(2X-1)=$

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

7．设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	1	2
-1	0.2	0.4
0	0.1	0.3

则 $P\{X+Y=1\}=$

A．0.1　　B．0.4　　C．0.5　　D．0.7

8．设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $D(X)=4, D(Y)=2$，则 $D(3X-2Y)=$

A．8　　B．16　　C．28　　D．44

9．设 x_1,x_2,x_3 是来自总体 X 的样本，若 $E(X)=\mu$（未知），$\hat{\mu}=\frac{1}{2}x_1-ax_2+3ax_3$ 是 μ 的无偏估计，则常数 $a=$

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

10．设 $x_1,x_2,\cdots,x_n(n>1)$ 为来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 μ,σ^2 均未知，$\bar{x}$ 和 s^2 分别是样本均值和样本方差，对于检验假设 $H_0:\mu=\mu_0, H_1:\mu\neq\mu_0$，则显著性水平为 α 的检验拒绝域为

A．$\left\{|\bar{x}-\mu_0|>\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$　　B．$\left\{|\bar{x}-\mu_0|>\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$

C．$\left\{|\bar{x}-\mu_0|\le\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}$　　D．$\left\{|\bar{x}-\mu_0|\le\frac{\sigma}{\sqrt{n}}u_{\frac{\alpha}{2}}\right\}$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设 A,B,C 是随机事件，则“A,B,C 至少有一个发生”可以表示为______.

12．设 $P(A)=0.3$，$P(B)=0.6$，$P(A|B)=0.4$，则 $P(B|A)=$______.

13．袋中有3个黄球和2个白球，今有2人依次随机地从袋中各取一球，取后不放回，则第2个人取得黄球的概率为______.

14．已知随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$，则 $\lambda=$______.

15．设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，则 $P\{X\ge 1\}=$______.

16．设随机变量 X,Y 相互独立，且 $P\{X\le 2\}=\dfrac{1}{2}$，$P\{Y\le 1\}=\dfrac{3}{7}$，则 $P\{X\le 2,\ Y\le 1\}=$______.

17．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1,\\ 0, & \text{其他,}\end{cases}$

则 $P\{X+Y>1\}=$______.

18．设随机变量 X 服从区间$[1,3]$上的均匀分布，Y 服从参数为2的指数分布，X,Y 相互独立，$f(x,y)$ 是 (X,Y) 的概率密度，则 $f(2,1)=$______.

19．设随机变量 X,Y 相互独立，且 $X\sim B(12,0.5)$，Y 服从参数为2的泊松分布，则 $E(XY)=$______.

20．设 $X\sim B(100,0.2)$，$Y=\dfrac{X-20}{4}$，由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是______.

21．已知总体 X 的方差 $D(X)=6$，x_1,x_2,x_3 为来自总体 X 的样本，$\bar{x}$ 是样本均值，则 $D(\bar{x})=$______.

22．设总体 X 服从参数是 λ 的指数分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，则 $E(\bar{x})=$______.

23．设 $x_1,x_2,\cdots,x_{16}$ 为来自正态总体 $N(0,1)$ 的样本，则 $x_1^2+x_2^2+\ldots+x_{16}^2$ 服从的分布是______.

24．设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自总体 X 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，若 X 服从$[0,4\theta]$上的均匀分布，$\theta>0$，则未知参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta}=$______.

25．设 $x_1,x_2,\cdots,x_{25}$ 为来自正态总体 $N(\mu,5^2)$ 的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，欲检验假设 $H_0:\mu=0$，$H_1:\mu\ne 0$，则应采用的检验统计量的表达式为______.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．两台车床加工同一种零件，第一台出现次品的概率是0.03，第二台出现次品的概率是0.06，加工出来的零件混放在一起，第一台加工的零件数是第二台加工的零件数的两倍.

求：（1）从中任取一个零件是次品的概率；

（2）若取得的零件是次品，它是由第一台加工的概率.

27．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他,}\end{cases}$ 且 $E(X)=\dfrac{1}{2}$.

求：（1）常数 a,b；（2）$D(X)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}ax^2y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1,\\ 0, & \text{其他,}\end{cases}$$

求：（1）系数 a；（2）$P\{X\ge Y\}$；（3）$E(XY)$.

29．设二维随机变量 $(X,\ Y)$ 的分布律为

X \ Y	−2	0	2
0	0.1	0.2	0.3
1	0.2	0.1	0.1

求：（1）(X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；（2）$P\{Y-X\ge 0\}$；

（3）$D(X)$，$D(Y)$；（4）$\mathrm{Cov}(X,Y)$.

五、应用题：10 分。

30．某厂生产的一种金属丝，其折断力 X（单位：kg）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，以往的平均折断力 $\mu=570$，今更换原材料生产一批金属丝，并从中抽出 9 个样品检测折断力，算得样本均值 $\bar{x}=576.6$，样本标准差 $s=7.2$. 试问更换原材料后，金属丝的平均折断力是否有显著变化？（附：$\alpha=0.05, u_{0.025}=1.96, t_{0.025}(8)=2.306$）

概率论与数理统计（二）试题参考答案

（课程代码　02197　2019年4月）

一、单项选择题：本大题共20分。

1. B	2. D	3. D	4. C	5. A
6. A	7. C	8. D	9. B	10. A

二、填　空题：本大题共30分。

11. $A \cup B \cup C$	12. 0.8	13. $\frac{3}{5}$	14. 2
15. e^{-1}	16. $\frac{3}{14}$	17. $\frac{1}{2}$	18. e^{-2}
19. 12	20. $N(0,1)$	21. 2	22. $\frac{1}{\lambda}$
23. $\chi^2(16)$	24. $\frac{\bar{x}}{2}$	25. $\bar{x}$	

三、计算题：本大题共 16分。

26. 解　（1）设事件A_i表示“取出的零件由第i台车床加工”$(i=1,2)$，

事件B表示“取出的零件是次品”，

由题意可知 $P(A_1)=\frac{2}{3}$，$P(A_2)=\frac{1}{3}$，

$P(B|A_1)=0.03$，$P(B|A_2)=0.06$，

由全概率公式得

$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=0.04$；

（2）由贝叶斯公式得

$$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=0.5.$$

27．解　（1）由$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$，得 $\int_0^1 (ax^2+bx)\mathrm{d}x = 1$，即 $\frac{a}{3}+\frac{b}{2}=1$，

由$E(X)=\frac{1}{2}$，得$\int_0^1 x(ax^2+bx)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$，即 $\frac{a}{4}+\frac{b}{3}=\frac{1}{2}$，

故 $a=-6,\ b=6$；

（2）$E(X^2)=\int_0^1 x^2(-6x^2+6x)\mathrm{d}x=\frac{3}{10}$，

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=\frac{3}{10}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{20}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．解　（1）由$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 ax^2y\mathrm{d}y=\frac{a}{6}=1$，得$a=6$；

（2）$P\{X\ge Y\}=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^x 6x^2y\mathrm{d}y=\int_0^1 3x^4\mathrm{d}x=\frac{3}{5}$；

（3）$E(XY)=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^1 xy6x^2y\mathrm{d}y=\int_0^1 6x^3(\frac{y^3}{3})\Big|_0^1\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

29．解　（1）$\begin{array}{c|cc} X & 0 & 1 \\ \hline P & 0.6 & 0.4 \end{array}$，$\begin{array}{c|ccc} Y & -2 & 0 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$；

（2）$P\{Y-X\ge 0\}=0.6$；

（3）$E(X)=0.4$，$E(X^2)=0.4$，$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=0.24$，

$E(Y)=0.2$，$E(Y^2)=2.8$，$D(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2=2.76$；

（4）$E(XY)=-0.2$，$\mathrm{Cov}(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)=-0.28$.

五、应用题：10 分。

30．解　折断力$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，检验假设$H_0:\mu=\mu_0,\ H_1:\mu\ne\mu_0$，

取检验统计量$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$，当$|t|>t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$时，拒绝$H_0$.

由题意可知 $\bar{x}=576.6$，$s=7.2$，$n=9$，$\mu_0=570$，

$\alpha=0.05$，$t_{0.025}(8)=2.306$，计算可得$t=2.75$，

由于$|t|>t_{0.025}(8)$，故拒绝H_0，

即认为更换原材料后，金属丝的平均折断力有显著变化.