

概率论与数理统计(二)

(课程代码 02197)

注意事项:

1. 本试卷分为两部分, 第一部分为选择题, 第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡(纸)指定位置上作答, 答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用 2B 铅笔, 书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分 选择题

一、单项选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的, 请将其选出。

1. 设随机事件 $B \subset A$, 且 $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.2$, 则 $P(A - B) =$
 A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.5
2. 盒中有 7 个球, 编号为 1 至 7 号, 随机取 2 个, 取出球的最小号码是 3 的概率为
 A. $\frac{2}{21}$ B. $\frac{3}{21}$ C. $\frac{4}{21}$ D. $\frac{5}{21}$
3. 设随机变量 $X \sim N(-2, 3^2)$, 则 $P\{X = 3\} =$
 A. 0 B. 0.25 C. 0.5 D. 1
4. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|cc} X & 0 & 1 \\ \hline P & 0.3 & 0.7 \end{array}$, $Y \sim B(3, 0.5)$, 且 X, Y 相互独立, 则
 $P\{X = 0, Y = 0\} =$
 A. 0.0375 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.7
5. 设随机变量 X 服从参数为 5 的指数分布, 则 $E(-3X + 2) =$
 A. -15 B. -13 C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{7}{5}$

6. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim B(16, 0.5)$, Y 服从参数为 9 的泊松分布, 则

$$D(X - 2Y + 1) =$$

- A. 13 B. 14 C. 40 D. 41

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_{50} 相互独立, 且 $X_i = \begin{cases} 0, & \text{事件 } A \text{ 不发生,} \\ 1, & \text{事件 } A \text{ 发生,} \end{cases} (i = 1, 2, \dots, 50), P(A) = 0.8$,

令 $Y = \sum_{i=1}^{50} X_i$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则由中心极限定理知 Y 的分布函数近似等于

- A. $\Phi(y - 40)$ B. $\Phi(y + 40)$
 C. $\Phi(\frac{y - 40}{\sqrt{8}})$ D. $\Phi(\frac{y - 40}{8})$

8. 设总体 $X \sim N(0, 1)$, x_1, x_2, x_3 为来自 X 的样本, 则下列结论正确的是

- A. $x_1 + x_2 \sim N(0, 2^2)$ B. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \sim \chi^2(3)$
 C. $x_1 + x_2 + x_3 \sim N(0, 3^2)$ D. $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 \sim \chi^2(6)$

9. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} (\theta > 0)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样

本, \bar{x} 为样本均值, 则未知参数 θ 的无偏估计 $\hat{\theta}$ 为

- A. $\frac{n}{\bar{x}}$ B. $\frac{\bar{x}}{n}$ C. $\frac{1}{\bar{x}}$ D. \bar{x}

10. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自正态总体 $N(\mu, 3^2)$ 的样本, \bar{x} 为样本均值. 对于检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则采用的检验统计量应为

- A. $\frac{\bar{x} - \mu_0}{3/n}$ B. $\frac{\bar{x} - \mu_0}{3/\sqrt{n}}$ C. $\frac{\bar{x} - \mu_0}{3/(n-1)}$ D. $\frac{\bar{x} - \mu_0}{3/\sqrt{n-1}}$

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 设 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____.

12. 某射手对目标独立的进行射击，每次命中率均为 0.5，则在 3 次射击中至少命中 2 次的概率为 _____.

13. 设随机变量 X 服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布， X 的概率密度为 $f(x)$ ，则 $f(3) - f(0) =$ _____.

14. 设随机变量 X 的分布律为 $P \begin{matrix} X & -1 & 0 & 1 \\ P & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{matrix}$, $F(x)$ 是 X^2 的分布函数，则 $F(0) =$ _____.

15. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.3, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2, \end{cases}$ 则 $P\{1 < X < 3\} =$ _____.

16. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 2)$ ，记 $Z = 2X - Y$ ，则 $Z \sim$ _____.

17. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0.2	0.3
1	0.4	0.1

则 $P\{XY = 0\} =$ _____.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$

则 $P\left\{X + Y < \frac{1}{2}\right\} =$ _____.

19. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，则 $E(X^2) =$ _____.

20. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -0.5$, $U = 2X$, $V = \frac{1}{3}Y$ ，则 U 与 V 的相关系数 $\rho_{UV} =$ _____.

21. 在 1000 次投硬币的实验中， X 表示正面朝上的次数，假设正面朝上和反面朝上的概率相同，则由切比雪夫不等式估计概率 $P\{400 < X < 600\} \geq$ _____.

22. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本， \bar{x} 为样本均值， s^2 为样本方差，则 $\frac{\bar{x}}{s/\sqrt{n}} \sim$ _____.

23. 设总体 X 服从区间 $[0, a]$ 上的均匀分布 ($a > 0$)， x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本， \bar{x} 为样本均值，则 a 的矩估计 $\hat{a} =$ _____.

24. 在假设检验中， H_0 为原假设，已知 $P\{\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 不成立}\} = 0.2$ ，则犯第二类错误的概率等于 _____.

25. 设 x_1, x_2, \dots, x_{10} 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma_0^2)$ 的样本，其中 σ_0^2 已知， \bar{x} 为样本均值，若检验假设 $H_0: \mu = 100$, $H_1: \mu \neq 100$ ，则应采用的检验统计量的表达式为 _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设两个随机事件 A, B , $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$.

(1) 若 A 与 B 相互独立，求 $P(A \cup B)$ ；(2) 若 A 与 B 互不相容，求 $P(\overline{AB})$.

27. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0.1	0.1	0.3
2	0.2	0.1	0.2

求：(1) (X, Y) 关于 Y 的边缘分布律；(2) (X, Y) 关于 Y 的边缘分布函数 $F_Y(y)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设随机变量 X 服从参数为 3 的指数分布，令 $Y = 2X + 1$.

求：(1) X 的概率密度 $f_X(x)$ ；(2) Y 的概率密度 $f_Y(y)$ ；(3) $P\{Y > 2\}$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	1
-1	0	0.2	0
0	0.2	0.2	0.2
1	0	0.2	0

(1) 求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} ；(2) 问 X 与 Y 是否不相关？是否不独立？

五、应用题：10 分。

30. 某次考试成绩 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，今随机抽查了 16 名学生的成绩作为样本，并算得样本均值 $\bar{x} = 75.1$ ，样本标准差 $s = 8.0$ ，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。（附： $t_{0.025}(15) = 2.13$ ）

绝密★启用前

2017 年 10 月高等教育自学考试全国统一命题考试
概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

1. A 2. C 3. A 4. A 5. D
6. C 7. C 8. B 9. D 10. B

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. $\frac{3}{4}$ 12. 0.5 13. 0 14. $\frac{1}{2}$
15. 0.7 16. $N(-1, 6)$ 17. 0.9 18. $\frac{1}{8}$
19. 2 20. -0.5 21. $\frac{39}{40}$ 22. $t(n-1)$
23. $2\bar{x}$ 24. 0.2 25. $\frac{\bar{x}-100}{\sigma_0/\sqrt{10}}$

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 解 (1) $P(A \cup B) = p(A) + P(B) - P(AB) = 0.72;$ 4 分

(2) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.9,$

$P(\overline{AB}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.1.$ 8 分

27. 解 (1) $\begin{array}{c|ccc} Y & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{array};$ 3 分

(2) $F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 1, \\ 0.3, & 1 \leq y < 2, \\ 0.5, & 2 \leq y < 3, \\ 1, & y \geq 3. \end{cases}$ 8 分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 解 (1) $f_X(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0; \end{cases}$ 3 分

(2) $y = 2x + 1, x = h(y) = \frac{y-1}{2}, h'(y) = \frac{1}{2},$ 6 分

$$f_Y(y) = f_X[h(y)] \cdot |h'(y)| = \begin{cases} \frac{3}{2} e^{\frac{3}{2}(1-y)}, & y > 1, \\ 0, & y \leq 1; \end{cases}$$
10 分

(3) $P\{Y > 2\} = \int_2^{+\infty} \frac{3}{2} e^{\frac{3}{2}(1-y)} dy = e^{-\frac{3}{2}}.$ 12 分

29. 解 (1) $E(X) = 0, E(Y) = 0, E(XY) = 0,$ 2 分

$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 0,$ 4 分

$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} = 0;$ 8 分

(2) 因 $\rho_{XY} = 0$, 故 X, Y 不相关;10 分

因 $P\{X = -1, Y = -1\} = 0,$

$P\{X = -1\} \cdot P\{Y = -1\} = 0.04,$

$P\{X = -1, Y = -1\} \neq P\{X = -1\} \cdot P\{Y = -1\},$

故 X, Y 不独立.12 分

五、应用题：10 分。

30. 解 μ 的 $1-\alpha$ 置信区间为 $\left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right],$ 4 分

由题设 $\alpha = 0.05, n = 16, \bar{x} = 75.1, t_{0.025}(15) = 2.13,$

可算得, μ 的置信度为 0.95 的置信区间是

$$\left[75.1 - \frac{8.0}{\sqrt{16}} \times 2.13, 75.1 + \frac{8.0}{\sqrt{16}} \times 2.13 \right]$$
8 分

$= [70.84, 79.36].$ 10 分