绝密★启用前

2018年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）

（课程代码　02197）

注意事项：

1．本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2．应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3．涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1．有10部手机，其中8部是同型号甲手机，2部是同型号乙手机，从中任取3部，恰好取到一部乙手机的概率是

A．$\frac{7}{60}$　　B．$\frac{7}{45}$　　C．$\frac{7}{30}$　　D．$\frac{7}{15}$

2．设事件A,B互不相容，且$P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，则$P(A\cup B)=$

A．0.2　　B．0.3　　C．0.5　　D．0.56

3．下面数列中，哪个不是随机变量的分布律

A．$p_i=\frac{i+1}{25},(i=1,2,3,4,5)$　　B．$p_i=\frac{i}{15},(i=1,2,3,4,5)$

C．$p_i=\frac{1}{4},(i=2,3,4,5)$　　D．$p_i=\frac{i}{6},(i=1,2,3)$

4．设随机变量X在$[-2,2]$上服从均匀分布，则$P\{X\geq 1\}=$

A．0　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

5．设二维随机变量(X,Y)的分布律为

X \ Y	1	2	3
0	0.1	0.2	0.2
1	0.3	0.1	0.1

则$P\{X=0\}=$

A．0.1　　B．0.2　　C．0.3　　D．0.5

6．设二维随机变量(X,Y)的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{c}xy, & 0\leq x\leq 1,\ 0\leq y\leq 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$　则常数$c=$

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．3　　D．4

7．设随机变量X,Y独立同分布，且X的分布律为

X	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

则$E(XY)=$

A．0　　B．$\frac{3}{7}$　　C．$\frac{7}{3}$　　D．$\frac{49}{9}$

8．设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$独立同分布，且$X_i$的分布律为

X_i	0	1
P	$1-p$	p

，$0<p<1$，$i=1,2,\cdots$，$\Phi(x)$为标准正态分布函数，则$\lim\limits_{n\to\infty}P\left\{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq 1\right\}=$

A．0　　B．1　　C．$\Phi(1)$　　D．$1-\Phi(1)$

9．设总体X,Y独立同分布，且$X\sim N(0,1)$，$\bar{x},\bar{y}$分别为来自X,Y的样本的样本均值，样本容量分别为$m,n,(m,n>1)$，则下列结论正确的是

A．$\bar{x}+\bar{y}\sim N(0,2)$　　B．$\bar{x}+\bar{y}\sim N\left(0,\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)$

C．$\bar{x}-\bar{y}\sim N\left(0,\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)$　　D．$\bar{x}^2+\bar{y}^2\sim\chi^2(2)$

10．设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ $(n>1)$为来自X的样本，$\bar{x}$为样本均值，s^2为样本方差，则下列结论成立的是

A．$\bar{x}$为μ的无偏估计　　B．$(n-1)s^2$为σ^2的无偏估计

C．$\frac{\bar{x}}{n}$为μ的无偏估计　　D．s为σ的无偏估计

第二部分 非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11．设A,B为相互独立的随机事件，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，则$P(A\overline{B})=$________.

12．设A,B为随机事件，且$P(A)=0.5$，$P(A-B)=0.2$，则$P(\overline{AB})=$________.

13．设随机变量$X\sim N(3,4^2)$，$Y=2X+1$，则$Y\sim$________.

14．设随机变量X的分布律为$\begin{array}{c|ccc} X & -3 & 0 & 3 \\ \hline P & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{array}$，则$P\{X^2=9\}=$________.

15．设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}3e^{-3x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$ 则$P\{2X>1\}=$________.

16．设随机变量X在区间$[1,6]$上服从均匀分布，则方程$t^2+Xt+1=0$有实根的概率是________.

17．设随机变量X,Y独立同分布，且$X\sim B\left(1,\frac{1}{4}\right)$，则$P\{X+Y=2\}=$________.

18．设二维随机变量(X,Y)的分布律为

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.2	0.3
1	0	0.3	0.1

则$P\{X+Y\le 2\}=$________.

19．设随机变量X,Y相互独立，且$X\sim B\left(18,\frac{1}{3}\right)$，$Y$服从参数为 4 的泊松分布，则$D(X-Y)=$________.

20．设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}3x^2, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$ 则$E(|X|)=$________.

21．设随机变量X,Y满足$E(X)=2$，$E(Y)=2$，$E(XY)=4$，则$\mathrm{Cov}(2X,Y)=$________.

22．系统由 100 个独立起作用的部件组成，已知各个部件正常工作的概率均为 0.9，而系统稳定运行必须超过 84 个部件正常工作，则由中心极限定理可得，整个系统稳定运行的概率为________.（$\Phi(2)=0.9772$）

23．设$x_1,x_2,\cdots,x_n$为来自总体X的样本，$\bar{x}$为样本均值，X在区间$[0,\theta]$上服从均匀分布，$\theta>0$，则未知参数θ的矩估计$\hat{\theta}=$________.

24．设$x_1,x_2,\cdots,x_{36}$为来自总体X的样本，$X\sim N(\mu,1)$，已知样本均值$\bar{x}=3$，则μ的置信度为 0.90 的置信区间为________.($u_{0.05}=1.645$)

25．设总体$X\sim N(\mu,4^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为来自X的样本，样本方差为s^2，则$E(s^2)=$________.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26．设随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}\dfrac{ax}{1+3x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$

求：（1）常数a；（2）X的概率密度$f(x)$.

27．已知随机变量X,Y相互独立，X,Y的概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}\quad f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{y}{2}, & 0\le y\le 2,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

求：（1）(X,Y)的概率密度$f(x,y)$；（2）$P\left\{X<\frac{1}{2},Y>1\right\}$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．已知一号盒内有一个红球两个白球，二号盒内有两个红球一个白球，先从一号盒内任取一个球放入二号盒内，再从二号盒内任取两个球，设X为“最终取到白球的个数”.

求：（1）X的分布律；（2）X的分布函数$F(x)$.

29．设X,Y,Z为随机变量，已知$E(X)=E(Y)=1$，$E(Z)=-1$，$D(X)=D(Y)=D(Z)=1$，$\rho_{XY}=0$，$\rho_{XZ}=\frac{1}{2}$，$\rho_{YZ}=-\frac{1}{2}$.

求：（1）$E(X+2Y+3Z)$；（2）$\mathrm{Cov}(X,Z),\mathrm{Cov}(Y,Z)$；（3）$D(X+Y+Z)$.

五、应用题：10 分。

30．某厂生产一种元件，其直径X(单位：cm) 服从正态分布$N(3,0.1^2)$，现改换一种新工艺生产该元件，从新工艺生产的元件中随机抽取 25 个，测得样本均值$\bar{x}=3.15$，试判断用新工艺生产后，元件直径是否较以前有显著变化.（$\alpha=0.05,u_{0.025}=1.96$）

绝密★启用前

2018年10月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二） 试题答案及评分参考

（课程代码 02197）

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

1．D	2．C	3．A	4．B	5．D
6．A	7．D	8．C	9．B	10．A

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11．0.18	12．0.7	13．$N(7,64)$
14．$\frac{3}{4}$	15．$e^{-\frac{3}{2}}$	16．$\frac{4}{5}$
17．$\frac{1}{16}$	18．0.9	19．8
20．$\frac{3}{4}$	21．0	22．0.9772
23．$2\bar{x}$	24．$[2.726,3.274]$	25．16

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26．解 （1）$\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=1$，解得$a=3$； ……4分

（2）$f(x)=F'(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{(1+3x)^2}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$ ……8分

27．解 （1）$f(x,y)=\begin{cases}xy, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$ ……4分

（2）$P\left\{X<\frac{1}{2},Y>1\right\}=P\left\{X<\frac{1}{2}\right\}\cdot P\{Y>1\}$

$$=\int_0^{\frac{1}{2}}2x\mathrm{d}x\cdot\int_1^2\frac{y}{2}\mathrm{d}y=\frac{3}{16}.$$ ……8分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．解 （1）设 A 表示“从一号盒内取一个白球”，

$$P\{X=0\}=P(A)P\{X=0\mid A\}+P(\overline{A})P\{X=0\mid \overline{A}\}$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\frac{C_2^2}{C_4^2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{C_3^2}{C_4^2}=\frac{5}{18},$$ ……4 分

$$P\{X=1\}=P(A)P\{X=1\mid A\}+P(\overline{A})P\{X=1\mid \overline{A}\}=\frac{11}{18},$$

$$P\{X=2\}=P(A)P\{X=2\mid A\}+P(\overline{A})P\{X=2\mid \overline{A}\}=\frac{2}{18};$$ ……9 分

（2）$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{5}{18}, & 0\le x<1,\\ \frac{16}{18}, & 1\le x<2,\\ 1, & x\ge 2.\end{cases}$$ ……12 分

29．解 （1）$E(X+2Y+3Z)=E(X)+2E(Y)+3E(Z)=0$； ……3 分

（2）$\mathrm{Cov}(X,Z)=\rho_{XZ}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Z)}=\frac{1}{2}$，

$\mathrm{Cov}(Y,Z)=\rho_{YZ}\sqrt{D(Y)}\sqrt{D(Z)}=-\frac{1}{2}$； ……6 分

（3）$D(X+Y+Z)$

$=D(X)+D(Y)+D(Z)+2\mathrm{Cov}(X,Y)+2\mathrm{Cov}(X,Z)+2\mathrm{Cov}(Y,Z)$

$=3$． ……12 分

五、应用题：10 分。

30．解 设新工艺生产的元件直径 $X\sim N(\mu,\ 0.1^2)$，

检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\ne\mu_0$， ……2 分

当 H_0 成立时，统计量 $u=\dfrac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$，

给定显著性水平 α 时，拒绝域为 $|u|>u_{\frac{\alpha}{2}}$． ……4 分

由题意知 $n=25$，$\mu_0=3$，$\sigma=0.1$，$\overline{x}=3.15$，$u_{0.025}=1.96$，

计算可得 $|u|=7.5>1.96$， ……8 分

故拒绝 H_0，即新工艺生产的元件直径较以前有显著变化． ……10 分