绝密★启用前

2018年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）

（课程代码　02197）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设 A,B 为随机事件，则 $\overline{A\cup B}=$

A. $\overline{A}$　　B. $\overline{B}$　　C. $\overline{A}\cup\overline{B}$　　D. $\overline{A}\overline{B}$

2. 设事件 A,B 满足 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.4$，$P(B|A)=0.6$，则 $P(B-A)=$

A. 0.16　　B. 0.2　　C. 0.28　　D. 0.32

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 则 $P\left\{-\frac{1}{2}<X<\frac{1}{2}\right\}=$

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则下列结论正确的是

A. $F(+\infty)=-1$　　B. $F(+\infty)=0$

C. $F(-\infty)=0$　　D. $F(-\infty)=1$

5. 设随机变量 X 和 Y 独立同分布，且 X 的分布律为

X	0	1
P	0.4	0.6

则 $P\{XY=1\}=$

A. 0.16　　B. 0.36　　C. 0.48　　D. 0.52

6. 设随机变量 X 满足 $E(X^2)=20$，$D(X)=4$，则 $E(2X)=$

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

7. 设随机变量 X,Y 独立同分布，X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布，则 $E(XY)=$

A. $\frac{1}{16}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. 4　　D. 16

8. 设总体 X 服从区间 $[0,\theta]$ 上的均匀分布，$\theta>0$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自该总体的样本，$\overline{x}$ 为样本均值，s^2 为样本方差，则 θ 的极大似然估计为

A. $\overline{x}$　　B. s^2

C. $\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$　　D. $\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$

9. 某假设检验的拒绝域为 W，当原假设 H_0 成立时，样本值 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 落入 W 的概率为0.05，则犯第一类错误的概率为

A. 0.05　　B. 0.1　　C. 0.9　　D. 0.95

10. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自 X 的样本，在显著性水平 α 下欲检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\ne\mu_0$（μ_0 为已知数），则 H_0 的拒绝域 $W=$

A. $\left(-\infty,-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)\cup\left(t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),+\infty\right)$　　B. $\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$

C. $\left(-\infty,-u_{\frac{\alpha}{2}}\right)\cup\left(u_{\frac{\alpha}{2}},+\infty\right)$　　D. $\left(-u_{\frac{\alpha}{2}},u_{\frac{\alpha}{2}}\right)$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 15 小题，每小题 2 分，共 30 分。

11. 将一枚均匀硬币独立地抛掷两次，则两次均出现反面的概率是______.

12. 设 A, B 为随机事件，$P(A)=0.6$，$P(A-B)=0.4$，则 $P(B|A)=$______.

13. 设随机事件 A, B 相互独立，$P(A)=0.2$，$P(B)=0.6$，则 $P(\bar{A}\cup\bar{B})=$______.

14. 某地区成年人患结核病的概率为 0.05，患高血压病的概率为 0.06. 设这两种病的发生是相互独立的，则该地区内任一成年人同时患有这两种病的概率为______.

15. 若 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$P\{X=0\}=e^{-1}$，则 $\lambda=$______.

16. 设 $F(x)$ 是随机变量 X 的分布函数，且 $P\{X>1\}=0.15$，则 $F(1)=$______.

17. 设随机变量 $X\sim B(3,0.2)$，令 $Y=X^2$，则 $P\{Y=4\}=$______.

18. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	0	2	4
0	0.1	0.3	0.1
1	0.2	0.1	0.2

则 $P\{X=0, Y\le 2\}=$______.

19. 设随机变量 X, Y 相互独立，且 X 服从参数为 1 的指数分布，Y 服从区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，则当 $x>0$，$0\le y\le 1$ 时，二维随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)=$______.

20. 设随机变量 X, Y 相互独立，$X\sim N(1,2)$，$Y\sim N(3,4)$，则 $P\{X+Y\le 4\}=$______.

21. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自总体 X 的样本，且 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，s^2 为样本方差，若 $\dfrac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ 服从分布 $\chi^2(99)$，则样本容量 $n=$______.

22. 设总体 X 服从区间 $[1,3]$ 上的均匀分布，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为来自该总体的样本，且 $\bar{x}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$，则 $D(\bar{x})=$______.

23. 设 x_1, x_2, x_3 为来自总体 X 的样本，记 $E(X)=\mu$，若 $\hat{\mu}=\dfrac{1}{3}x_1+ax_2+\dfrac{1}{3}x_3$ 是 μ 的无偏估计，则常数 $a=$______.

24. 设总体 X 的分布律为

X	1	2
P	$1-p$	p

其中 p 为未知参数，$0<p<1$，设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为来自总体的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，则 p 的矩估计 $\hat{p}=$______.

25. 设总体 $X\sim N(\mu,1)$，$x_1, x_2, \cdots, x_{16}$ 为来自该总体的样本，$\bar{x}$ 为样本均值，对假设检验问题 $H_0: \mu=0,\ H_1: \mu\ne 0$，应采用检验统计量的表达式为______.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设测量距离时产生的随机误差 X (单位：m)服从正态分布 $N(0,10^2)$，现作两次独立测量，记 Y 为两次测量中误差绝对值大于 19.6 的次数，已知 $\Phi(1.96)=0.975$.

求：（1）每次测量中误差绝对值大于 19.6 的概率 p；（2）$D(Y)$.

27. 加工某种鲜果饮品，每瓶饮品中维生素 C 的含量为随机变量 X (单位：mg). 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知. 现随机抽查了 16 瓶饮品进行测试，测得维生素 C 的平均含量 $\bar{x}=20.80$，样本标准差 $s=1.60$，试求 μ 的置信度为 95%的置信区间.（$t_{0.025}(15)=2.13$）.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X,Y) 的分布律为

X \ Y	1	2	3
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	a^2

求：（1）常数 a；（2）(X,Y) 关于 X,Y 的边缘分布律；（3）$P\{X\ne Y\}$.

29. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ax+b, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 且 $E(X^2)=\dfrac{5}{12}$.

求：（1）常数 a, b；（2）$E(X), D(X)$；（3）协方差 $\mathrm{Cov}(2X+1, X)$.

五、应用题：10 分。

30. 某社交网站有 10000 个相互独立的用户，且每个用户在任一时刻访问该网站的概率为 0.5，求在任一时刻有超过 5100 个用户访问该网站的概率.（$\Phi(x)$ 为标准正态分布函数，$\Phi(2)=0.9772$）.

绝密★启用前

2018年4月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计（二）试题答案及评分参考

（课程代码　02197）

一、单项选择题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

1. D　2. C　3. B　4. C　5. B
6. B　7. C　8. D　9. A　10. A

二、填空题：本大题共15小题，每小题2分，共30分。

11. $\frac{1}{4}$　12. $\frac{1}{3}$　13. 0.88　14. 0.003
15. 1　16. 0.85　17. 0.096　18. 0.4
19. e^{-x}　20. 0.5　21. 100　22. $\frac{1}{3n}$
23. $\frac{1}{3}$　24. $\bar{x}-1$　25. $4\bar{x}$

三、计算题：本大题共2小题，每小题8分，共16分。

26. 解　（1）$p=P\{|X|>19.6\}=1-P\{|X|\le 19.6\}$

$=1-[2\Phi(1.96)-1]=0.05$；　……4分

（2）由二项分布的定义知$Y\sim B(2,0.05)$，所以$D(Y)=0.095$.　……8分

27. 解　μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间为

$$\left[\bar{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$$　……4分

依题意，$n=16,\ \bar{x}=20.80,\ s=1.60,\ \alpha=0.05,\ t_{0.025}(15)=2.13$，　……6分

代入并计算得所求置信区间为$[19.948, 21.652]$.　……8分

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28．解　（1）由 $\frac{1}{2}+\frac{a}{6}+\frac{1}{4}+0+\frac{1}{4}+a^2=1$ 及概率性质得 $a=0$；　……4 分

（2）(X,Y) 关于 X 的边缘分布律为 $\begin{array}{c|cc} X & -1 & 1 \\ \hline P & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$，　……6 分

(X,Y) 关于 Y 的边缘分布律为 $\begin{array}{c|ccc} Y & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$；　……8 分

（3）$P\{X\neq Y\}=1-P\{X=Y\}=1$.　……12 分

29．解　（1）由 $\int_0^1(ax+b)\mathrm{d}x=1$ 和 $E(X^2)=\int_0^1 x^2(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{5}{12}$，

得 $a=1,b=\frac{1}{2}$；　……4 分

（2）$E(X)=\int_0^1 x(x+\frac{1}{2})\mathrm{d}x=\frac{7}{12}$，

$D(X)=E(X^2)-\left[E(X)\right]^2=\frac{11}{144}$；　……8 分

（3）$\mathrm{Cov}(2X+1,X)=2\mathrm{Cov}(X,X)=2D(X)=\frac{11}{72}$.　……12 分

五、应用题：10 分。

30．解　设任一时刻访问社交网站的用户数为随机变量 X，

则 $X\sim B(10000,0.5)$.　……5 分

由中心极限定理，所求概率为

$$P\{5100<X\leq 10000\}=P\left\{2<\frac{X-5000}{50}\leq 100\right\}$$

$\approx\Phi(100)-\Phi(2)\approx 1-0.9772=0.0228$.　……10 分