

绝密★启用前

2017 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试

概率论与数理统计(二) 试卷

(课程代码 02197)

重要提示:

1. 本试卷满分 100 分;考试时间 150 分钟。
2. 选择题(包括单选题、多选题等),考生必须在答题卡上对应题号按要求填涂,答在试卷上无效;错涂、多涂、少涂或未涂均无分。当试卷选择题指导语对作答位置要求与本提示要求不一致时,以本提示为准。
3. 非选择题,考生必须在试卷上使用黑色字迹的签字笔或钢笔按要求作答,否则不计分。
4. 保持卷面清洁,不要折叠或弄破。

得分	评卷人	复查人

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)
在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其代码填写在题后的括号内。错选、多选或未选均无分。

1. 设 A, B 为随机事件,则事件“ A, B 中至少有一个发生”是 【 】
A. AB B. $A\bar{B}$ C. \bar{AB} D. $A \cup B$

2. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P\{0.2 < X < 0.3\} =$ 【 】
A. 0.01 B. 0.05 C. 0.1 D. 0.4

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 \leq x \leq 0.5, 0 \leq y \leq 0.5, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $c =$ 【 】
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则当 $0 \leq x \leq 1$, $f_X(x) =$ 【 】
A. $\frac{1}{2}x$ B. x C. $2x$ D. $4x$

5. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq c, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则常数 $c =$ 【 】
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $E(X) =$ 【 】
A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 1

7. 设随机变量 $X \sim N(0, 9)$, 则 $D(2X - 10) =$ 【 】
A. 36 B. 40 C. 45 D. 54

8. 设 (X, Y) 为二维随机变量,且 $\text{Cov}(X, Y) = -0.5$, $E(XY) = -0.3$, $E(X) = 1$, 则 $E(Y) =$ 【 】
A. -1 B. 0 C. 0.2 D. 0.4

9. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本 ($n > 1$), 且 $D(X) = \sigma^2$, 则 σ^2 的无偏估计量为 【 】
A. $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ B. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

- C. $\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ D. $\frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

10. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & \theta < x < 2\theta, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} (\theta > 0)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值,则参数 θ 的无偏估计为 【 】
A. $\frac{1}{2}\bar{x}$ B. $\frac{2}{3}\bar{x}$ C. \bar{x} D. $\frac{1}{\bar{x}}$

得分	评卷人	复查人

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)
请在每小题的空格中填上正确答案。错填、不填均无分。

11. 同时掷两枚均匀硬币,则都出现正面的概率为_____。
12. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(B|A) = 0.8$, 则 $P(A \cup B) =$ _____。
13. 已知 10 件产品中有 2 件次品,从该产品中任意取 3 件,则恰好取到两件次品的概率为_____。

14. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & -2 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.2c & 0.4c & c \end{array}$, 则常数 $c =$ _____.

15. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ 0.2, & 1 \leq x < 3, \\ 0.7, & 3 \leq x < 5, \\ 1, & x \geq 5, \end{cases}$ 则 $P\{2 < X < 4\} =$ _____.

16. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且满足 $P\{X=2\} = P\{X=3\}$, 则

$$P\{X=4\} = \text{_____}.$$

17. 设相互独立的随机变量 X, Y 分别服从参数 $\lambda_1 = 2$ 和 $\lambda_2 = 3$ 的指数分布, 则当

$$x > 0, y > 0 \text{ 时, } (X, Y) \text{ 的概率密度 } f(x, y) = \text{_____}.$$

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	-1	0	2
-1	0.2	0.15	0.1
2	0.15	0.1	0.3

$$\text{则 } P\{X=Y\} = \text{_____}.$$

19. 设随机变量 $X \sim B(20, 0.1)$, 随机变量 Y 服从参数为 2 的泊松分布, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $E(XY) =$ _____.

20. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, 且 $Y = 3 - 2X$, 则 $D(Y) =$ _____.

21. 已知 $D(X) = 25$, $D(Y) = 36$, X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = 0.4$, 则 $D(X+Y) =$ _____.

22. 设总体 $X \sim N(1, 5)$, x_1, x_2, \dots, x_{20} 为来自 X 的样本, $\bar{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i$, 则 $D(\bar{x}) =$ _____.

23. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布 ($\lambda > 0$), x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, 其样本均值 $\bar{x} = 3$, 则 λ 的矩估计 $\hat{\lambda} =$ _____.

24. 设样本 x_1, x_2, \dots, x_n 来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 且 σ^2 未知, \bar{x} 为样本均值, s 为样本标准差, 假设检验问题为 $H_0: \mu = \mu_0$, $H_1: \mu \neq \mu_0$, 则检验统计量的表达式为_____.

25. 已知某厂生产的零件直径服从 $N(\mu, 4)$. 现随机取 16 个元件测其直径, 并算得样本均值 $\bar{x} = 21$, 做假设检验 $H_0: \mu = 20$, $H_1: \mu \neq 20$, 则检验统计量的值为_____.

得分	评卷人	复查人

三、计算题(本大题共2小题, 每小题8分, 共16分)

26. 某厂甲、乙两台机床生产同一型号产品, 产量分别占总产量的 40%, 60%, 并且各自产品中的次品率分别为 1%, 2%.

求: (1) 从该产品中任取一件是次品的概率;

(2) 在取出一件是次品的条件下, 它是由乙机床生产的概率.

27. 设随机变量 X 服从区间 $[1, 2]$ 上的均匀分布, 随机变量 Y 服从参数为 3 的指数分布, 且 X, Y 相互独立.

求: (1) (X, Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$; (2) (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$.

分数线

1. 在“条形码粘贴处”横贴条形码, 注意不要超出框外。
2. 答题前考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将准考证号、姓名、考点名称、考场号、座位号填写清楚。

条形码粘贴处
(请核对条形码上的课程代码、准考证号和姓名)

准考证号									

姓 名									

考点名称									

考 场 号									

座 位 号									

得分	评卷人	复查人

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx, & 2 < x < 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 令 $Y = 2X + 3$.

求: (1) 常数 c ; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

29. 已知随机变量 (X, Y) 的分布律

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.2	0.1
2	0.2	0.1	0.3

求: (1) (X, Y) 的边缘分布律;
(2) $E(X), E(Y), D(X), D(Y)$;
(3) $E(XY), \text{Cov}(X, Y)$.

得分	评卷人	复查人

五、应用题 (10 分)

30. 设某批零件的长度 $X \sim N(\mu, 0.09)$ (单位: cm), 现从这批零件中抽取 9 个, 测其长度作为样本, 并算得样本均值 $\bar{x} = 43$, 求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

(附: $u_{0.025} = 1.96$)

绝密★启用前

2017 年 4 月高等教育自学考试全国统一命题考试
概率论与数理统计(二) 试题答案及评分参考

(课程代码 02197)

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

1. D 2. B 3. D 4. C 5. B
6. C 7. A 8. C 9. A 10. B

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

11. $\frac{1}{4}$ 12. 0.7 13. $\frac{1}{15}$ 14. $\frac{5}{8}$
15. 0.5 16. $\frac{27}{8}e^{-3}$ 17. $6e^{-(2x+3y)}$ 18. 0.5
19. 4 20. 16 21. 85 22. $\frac{1}{4}$
23. $\frac{1}{3}$ 24. $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ 25. 2

三、计算题(本大题共 2 小题,每小题 8 分,共 16 分)

26. 解 设事件 A 表示“取出的是甲机床生产的产品”,
 B 表示“取出的是乙机床生产的产品”,
 C 表示“取出的是次品”,

则 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$, $P(C|A) = 0.01$, $P(C|B) = 0.02$. ……2 分

(1) 由全概率公式得 $P(C) = P(A)P(C|A) + P(B)P(C|B)$
 $= 0.4 \times 0.01 + 0.6 \times 0.02 = 0.016$; ……4 分

(2) 由贝叶斯公式得 $P(B|C) = \frac{P(B)P(C|B)}{P(C)} = 0.75$,
则取出的次品是乙机床生产的概率为 0.75. ……8 分

27. 解 (1) $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ ……2 分

$f_Y(y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & y > 0, \\ 0, & \text{其他}; \end{cases}$ ……4 分

(2) $f(x, y) = \begin{cases} 3e^{-3y}, & 1 \leq x \leq 2, y > 0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$ ……8 分

四、综合题（本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

28. 解 (1) 由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_2^4 cxdx = 1$, 得 $c = \frac{1}{6}$;4 分

(2) 当 $x \leq 2$ 时, $F(x) = 0$;

当 $2 < x < 4$ 时, $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_2^x \frac{1}{6}tdt = \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{3}$,

当 $x \geq 4$ 时, $F(x) = 1$,

故 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{3}, & 2 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4; \end{cases}$ 8 分

(3) $y = 2x + 3$, 则 $x = \frac{y-3}{2}$, $x'_y = \left(\frac{y-3}{2}\right)' = \frac{1}{2}$,

$f_Y(y) = \frac{1}{2}f_X\left(\frac{y-3}{2}\right) = \begin{cases} \frac{y-3}{24}, & 7 < y < 11, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 12 分

29. 解 (1) (X,Y) 关于 X 的边缘分布律 $\begin{array}{c|cc} X & 1 & 2 \\ \hline P & 0.4 & 0.6 \end{array}$,

(X,Y) 关于 Y 的边缘分布律 $\begin{array}{c|ccc} Y & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{array}$;4 分

(2) $E(X) = 1 \times 0.4 + 2 \times 0.6 = 1.6$, $E(X^2) = 1^2 \times 0.4 + 2^2 \times 0.6 = 2.8$,

$E(Y) = 1.1$, $E(Y^2) = 1.9$,

$D(X) = 2.8 - 1.6^2 = 0.24$, $D(Y) = 0.69$;8 分

(3) XY 的分布律 $\begin{array}{c|cccc} XY & 0 & 1 & 2 & 4 \\ \hline P & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \end{array}$,

$E(XY) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.2 + 4 \times 0.3 = 1.8$,

$\text{Cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 1.8 - 1.6 \times 1.1 = 0.04$12 分

五、应用题 (10 分)

30. 解 $\bar{x} = 43$, $\sigma^2 = 0.09$, $n = 9$, $u_{0.025} = 1.96$,2 分

μ 的置信度为 0.95 的置信区间是

$[\bar{x} - u_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$ 6 分

$= [43 - 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{9}}, 43 + 1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{9}}]$ 8 分

$= [42.804, 43.196]$10 分