Информация

- ФИО: Аверьянов Николай Егорович
- Группа: БЭК181
- Оценки по ТВиС: 10 за первый семестр, 6,89 за второй до экзамена.
- Python: использую больше года – выучил во втором семестре первого курса. Учил его в Академии программирования от Вышки и Сбера, куда я прошел по конкурсу. Знания, полученные там, до сих пор очень помогают эффективнее использовать Python и писать более красивый код. Помимо изучения самого языка, нам подробно объясняли принципы ООП, как работают кодировки, а также множество других полезных мелочей (генераторы, например), которые помогали мне написать лаконичный и быстрый код в некоторых ситуациях. Хорошо провожу симуляции, что спасало меня в задачах, где вероятность было тяжело считать аналитически. ИАД позволил неплохо освоить некоторые библиотеки для машинного обучения.

  MATLAB: завершил курс на Coursera, иногда использую для быстрой проверки задач по линейной алгебре (хотя обычно возможностей numpy достаточно, поэтому пользуюсь не так часто).

  R: прошел несколько курсов на DataCamp, владею языком на базовом уровне, хоть и предпочитаю Python.
- В LaTeX писал курсовую, что дало некоторые практические навыки. Достаточно неплохо использую, но как известно: practice makes perfect.
- Telegram: @Debasering, почта: nickolayaveryanov@gmail.com

Мотивация

При подаче заявки я выделил для себя три основных мотива:

1. *Любовь к математике.* Самыми интересными курсами в университете для меня были и остаются математические курсы. Математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, теория вероятностей – каждый из этих разделов математики по-своему важен для меня. Но именно в теории вероятностей я нашел для себя что-то особенно захватывающее. В этой науке есть прекрасное сочетание: наличие сложных и интересных математических концепций + красивая интуиция. Еще летом после первого курса я познакомился с теорией вероятностей через учебник Б. В. Гнеденко. Этот учебник может показаться скучным, но именно он заставил меня проводить вечера, ломая голову над задачками с зубодробительным матаном, необходимым для решения.

2. *Желание делиться знаниями.* В прошлом году я был учебным ассистентом по линейной алгебре, и это очень позитивный опыт для меня. Самым приятным в работе для меня было проведение консультаций – именно там я мог делиться своими знаниями, рассказывать какие-то вещи, которые не так подробно освещаются в лекционных материалах и на семинарских занятиях. Я старался, например, наглядно и подробно показать геометрическую интерпретацию объектов, с которыми мы работаем. Проведение занятий приносило мне большое удовольствие, так что я бы с радостью продолжил это на курсе по теории вероятностей. Я бы очень хотел работать с какой-то группой исследователей, потому что так я смогу объяснять красивые вещи наиболее заинтересованным людям, а быть услышанным для меня очень важно.

3. *Необходимость прокачать понимание предмета* Думаю, что нет лучшего способа глубже разобраться в теме, чем объяснить ее другому человеку. После семестра консультаций по линейной алгебре я ощутил, что значительно улучшил свое понимание предмета и умение решать нетривиальные задачи. Подробный разбор сложных задач и объяснения дают более основательный взгляд на вещи, чего я и добиваюсь в случае с теорией вероятностей.

Задачка

А теперь самое главное – решим задачку[1]! Совместная плотность случайных величин X, Y, Z выглядит следующим образом:

$$p(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{6}{(1+x+y+z)^4} & \text{при } x^2+y^2+z^2>0, \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \tag{1}$$

Задача: найти плотность случайной величины $S = X + Y + Z$. Вполне возможно, что автор задумывал несколько иное решение – через формулу свертки, но мы решим через дифференциальную форму. Для этого введем случайные величины:

$$R = \frac{Z}{X+Y+Z},\ T = \frac{Y}{X+Y+Z}$$

Тогда наши изначальные случайные величины можно выразить через новый набор величин: $Z = RS$, $Y = TS$, $X = S(1-R-T)$. Найдем как будет выглядеть дифференциальная форма:

$$dx \wedge dy \wedge dz = d(s(1-r-t)) \wedge d(ts) \wedge d(rs) = ((1-r-t)ds - sdr - sdt)\wedge$$

$$\wedge(tds+sdt)\wedge(rds+sdr) = ((1-r-t)ds-sdr-sdt)\wedge(tsds\wedge dr+rsdt\wedge ds+s^2dt\wedge dr) =$$

[1] Задачка взята из упомянутого ранее учебника Б. В. Гнеденко (4 глава, задача 16)

$$= s^2(1-r-t)ds \wedge dt \wedge dr - s^2 r dr \wedge dt \wedge ds - s^2 t dt \wedge ds \wedge dr =$$

$$= s^2 ds \wedge dt \wedge dr$$

По сути мы просто нашли соотношение объемов небольших параллелепипедов при смене координат. Иной способ решения состоит в нахождении якобиана нашего отображения, который как раз показывает данное соотношение. Сделаем проверку и посчитаем его по определению.

$$|J| = \begin{vmatrix} (1-r-t) & -s & -s \\ t & s & 0 \\ r & 0 & s \end{vmatrix} = s^2$$

Теперь запишем плотность после перехода к новым координатам:

$$p_{S,R,T}(s,r,t)ds \wedge dt \wedge dr = \frac{6s^2}{(1+s)^4} ds \wedge dt \wedge dr$$

Чтобы точно найти константу в плотности p_S, проинтегрируем:

$$\int\limits_0^\infty \frac{s^2}{(1+s)^4} ds = \frac{1}{3} \Rightarrow \ p_S(s) = \frac{3s^2}{(1+s)^4}$$

Стоит отдельно заметить, что, судя по всему, случайные величины R и T равномерно распределены в прямоугольном треугольнике с вершинами $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$, площадь которого равна 0,5, а следовательно имеем, что совместная плотность этих величин – просто константа 2 внутри данного треугольника. Доли случайных величин в общей сумме зависимы друг с другом, но каждая из них отдельно не зависит от общей суммы.