Фарадян А.Г.   БЭК178 (БЭК179)

Задание 1

$B_1 = 20$	$\alpha = 1$
$B_2 = 1$	

$W = 30$

$\overline{X} = 51$

$\hat{\sigma}^2 = 20$

1) $\frac{51-\mu}{\sqrt{\frac{20}{30}}} \sim t(n-1) \quad t_{0,95} = 2,04$

$-0,816 \cdot 2,04 \le 51 - \mu \le 0,816 \cdot 2,04$

$[\, 49,33 \le \mu \le 52.66 \,]$

2) $\frac{20 \cdot 29}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \qquad \chi^2_{0,1} = 19,76$

$\frac{20 \cdot 29}{\sigma^2} > 19,76$

$\sigma^2 \le \frac{20 \cdot 29}{19,76}$

$\sigma^2 \le 29,35$

$\sigma^2 \in \{-\infty; 29,35\}.$

Задание 2

$n_1 = 85 \quad m = 100$

$\hat{p}_n = \frac{1}{21}$; $\hat{p}_m = \frac{1}{2}$

• Гипотеза о равенстве долей

$H_0: p_1 = p_m$

$$T = \frac{\left(\frac{1}{21} - \frac{1}{2}\right) - (p_n - p_m)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_n(1-\hat{p}_n)}{n} + \frac{\hat{p}_m(1-\hat{p}_m)}{m}}} \sim N(0;1)$$

$$T = \frac{-19/42}{0,055} = 8,225$$

• $Z_{крит}$ для двустороннего ин. $(Z_{0,95}) = 1,65$

т.к. $|8,225| > |1,65|$ H_0 отвергается и требования <u>не</u> равны

т.к. 8,225 очень большое число табличное значение для p-value отсутствует => можно сказать, что p-value стремится к нулю.

Задание 3

$n_A = 30 \quad \bar{X}_A = 45 \quad \sigma_A = 5$

$n_B = 11 \quad \bar{X}_B = 50 \quad \sigma_B = 6$

$H_0: \mu_A = \mu_B$ т.к. даны оценки => сами дисперсии не известны

$H_1: \mu_A < \mu_B$

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n} + \frac{\sigma_B^2}{m}}} \sim t(n+m-2)$$

$$T = \frac{-5}{\sqrt{\frac{25}{30} + \frac{36}{11}}} = -2.468$$

$t_{(39)\,0,9}$ (слева) $= -1,68$

т.к. $-2,468 < -1,68$ =>

=> принимается гипотеза H_1 о том, что у выпускнико В есть преимущество.

Задание 4

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \cdot x^{-1+\frac{1}{\theta}}$$

$$L = \prod_{i=1} \frac{1}{\theta} \cdot x_i^{-1+\frac{1}{\theta}}$$

$$\ln(L) = n \cdot \ln\left(\frac{1}{\theta}\right) + \left(-1 + \frac{1}{\theta}\right) \ln\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)$$

$$l'_\theta = n \cdot \theta \cdot \left(-\frac{1}{\theta^2}\right) - \ln\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot \left(\frac{1}{\theta^2}\right) = 0$$

$$-\frac{n}{\theta} - \ln(\Pi x_i) \cdot \left(\frac{1}{\theta^2}\right) = 0$$

$$-n\theta - \ln(\Pi x_i) = 0 \qquad \hat{\theta}_{ML} = -\frac{\ln(\Pi x_i)}{n}$$

Несмещённая: $E(\hat{\theta}) = \theta$

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

$$E\left(-\frac{\ln \Pi x_i}{n}\right) = -\frac{1}{n} E(\ln(\Pi x_i)) = -E(\ln(x_i))$$

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \cdot x^{-1+\frac{1}{\theta}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E(\ln(x_i)) = \int_0^1 \ln(x) \cdot \frac{1}{\theta} \cdot x^{-1+\frac{1}{\theta}} =$$

$$= \frac{1}{\theta} \cdot \left(-\frac{1}{\left(-1+\frac{1}{\theta}+1\right)^2}\right) = -\theta \Rightarrow$$

$\Rightarrow E(\hat{\theta}) = \theta \Rightarrow$ оценка несмещённая

Несостоятельност:

$$\lim_{n \to \infty} \hat{\theta}_{мп} = \theta$$

Условие:

$E(\hat{\theta}_{мп}) \to \theta$ => тогда состоят.

$D(\hat{\theta}_{мп}) \to 0$

1) $E(\hat{\theta}_{мп}) = \theta$ => (+) выполняется

2) $D(\hat{\theta}_{мп}) = E(\hat{\theta}^2) - E^2(\hat{\theta}) = 0$ (+) вып.

$E(\hat{\theta}^2) = \theta^2$ из-за инвариантности оценок макс правдоподобия.