Задача №3

Пункт а)

Классический асимптотический нормальный интервал:

```
In [5]:
    import numpy as np
    from scipy.stats import norm

        np.random.seed(13)
        sample_size = 20
        num_simulations = 10000
        confidence_level = 0.95

        samples = np.random.exponential(scale=1, size=(num_simulations, sample_size)
        means = np.mean(samples, axis=1)
        std_devs = np.std(samples, axis=1, ddof=1)

        z_critical = norm.ppf((1 + confidence_level) / 2)
        count_covering = np.count_nonzero(np.logical_and((means - z_critical * (std_probability_covering = count_covering / num_simulations)
        print("Вероятность накрытия классическим асимптотическим нормальным интерв
```

Вероятность накрытия классическим асимптотическим нормальным интервалом:: 0 .9031

С помощью наивного бутстрэпа:

```
In [2]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         sample_size = 20
         num simulations = 10000
         confidence level = 0.95
         samples = np.random.exponential(scale=1, size=(num simulations, sample size
         count_covering = 0
         for i in range(num_simulations):
             bootstrap_samples = np.random.choice(samples[i], size=(num_simulations
             bootstrap_mean = np.mean(bootstrap_samples, axis=1)
             left = np.quantile(bootstrap_mean, (1 - confidence_level) / 2)
             right = np.quantile(bootstrap_mean, (1 + confidence_level) / 2)
             if left <= 1 and right >= 1:
                 count covering += 1
         probability_covering = count_covering / num_simulations
         print("Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: {:.4f}".format(probabi
```

Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: 0.9029

С помощью бутстрэпа t-статистики

```
In [3]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         sample size = 20
         num simulations = 10000
         confidence level = 0.95
         samples = np.random.exponential(scale=1, size=(num_simulations, sample_size
         count_covering = 0
         for i in range(num simulations):
             bootstrap samples = np.random.choice(samples[i], size=(num simulations
             bootstrap mean = (np.mean(bootstrap samples, axis=1) - np.mean(samples
             left = np.quantile(bootstrap_mean, (1 - confidence_level) / 2)
             right = np.quantile(bootstrap_mean, (1 + confidence_level) / 2)
             q1 = np.mean(samples[i]) - right * (np.std(samples[i], ddof=1)/np.sqrt
             qr = np.mean(samples[i]) - left * (np.std(samples[i], ddof=1)/np.sqrt(stamples[i])
             if ql <= 1 and qr >= 1:
                 count covering += 1
         probability covering = count covering / num simulations
         print("Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: {:.4f}".format(probabi
```

Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: 0.9453

Пункт б)

Классический асимптотический нормальный интервал:

```
In [4]:

np.random.seed(13)
sample_size = 20
num_simulations = 10000
confidence_level = 0.95
degrees_of_freedom = 3

samples = np.random.standard_t(df=degrees_of_freedom, size=(num_simulations)
means = np.mean(samples, axis=1)
std_devs = np.std(samples, axis=1, ddof=1)
z_critical = norm.ppf((1 + confidence_level) / 2)
count_covering = np.count_nonzero(np.logical_and((means - z_critical * (stoprobability_covering = count_covering / num_simulations)
print("Вероятность накрытия классическим асимптотическим нормальным интерв
```

Вероятность накрытия классическим асимптотическим нормальным интервалом:: 0 .9450

С помощью наивного бутстрэпа:

```
In [5]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         sample_size = 20
         num simulations = 10000
         confidence_level = 0.95
         degrees of freedom = 3
         samples = np.random.standard_t(df=degrees_of_freedom, size=(num_simulations
         count covering = 0
         for i in range(num simulations):
             bootstrap samples = np.random.choice(samples[i], size=(num simulations
             bootstrap_mean = np.mean(bootstrap_samples, axis=1)
             left = np.quantile(bootstrap_mean, (1 - confidence_level) / 2)
             right = np.quantile(bootstrap_mean, (1 + confidence_level) / 2)
             if left <= 0 and right >= 0:
                 count_covering += 1
         probability covering = count covering / num simulations
         print("Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: {:.4f}".format(probabi
```

Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: 0.9215

С помощью бутстрэпа t-статистики

```
In [6]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         sample_size = 20
         num simulations = 10000
         confidence level = 0.95
         degrees_of_freedom = 3
         samples = np.random.standard_t(df=degrees_of_freedom, size=(num_simulation)
         count covering = 0
         for i in range(num simulations):
             bootstrap_samples = np.random.choice(samples[i], size=(num_simulations
             bootstrap_mean = (np.mean(bootstrap_samples, axis=1) - np.mean(samples
             left = np.quantile(bootstrap_mean, (1 - confidence_level) / 2)
             right = np.quantile(bootstrap_mean, (1 + confidence_level) / 2)
             ql = np.mean(samples[i]) - right * (np.std(samples[i], ddof=1)/np.sqrt
             qr = np.mean(samples[i]) - left * (np.std(samples[i], ddof=1)/np.sqrt(samples[i])
             if ql <= 0 and qr >= 0:
                 count covering += 1
         probability_covering = count_covering / num_simulations
         print("Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: {:.4f}".format(probabi
```

Вероятность накрытия для наивного бутстрэпа: 0.9263

Пункт в)

Вывод: Для экспоненциального распределения лучший результат показал бутстрэп t-статистики: накрытие = 94.5%. Для распределения Стьюдента с 3 степенями свободы лучший результат показал классический асимптотический способ: накрытие = 94.5%

Задача №4

Пункт а)

```
In [1]:
                                                                        import pandas as pd
                                                                       import scipy.stats as stats
                                                                       data = pd.read_csv('22-23 hse probability - Exam.csv', skiprows=range(1, 6
                                                                       # Разделение данных на две группы по начальной букве фамилии
                                                                       vowels = ['A', 'E', 'Ë', 'N', 'O', 'Y', 'Ы', 'Э', 'Ю', 'Я'] consonants = ['Б', 'B', '\Gamma', '\Lambda', '
                                                                       group_vowel = data[data['Last name'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unname'].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0].str[0
                                                                       group consonant = data[data['Last name'].str[0].str.upper().isin(consonants
                                                                       # Проверка гипотезы о равенстве ожидаемых результатов с помощью теста Уэлч
                                                                       statistic, p_value = stats.ttest_ind(group_vowel, group_consonant, equal_va
                                                                       print("Статистика теста:", statistic)
                                                                       print("p-3начение:", p_value)
                                                                       alpha = 0.05 # Уровень значимости
                                                                       if p_value < alpha:</pre>
                                                                                                     print("Отвергаем нулевую гипотезу")
                                                                                                     print("He отвергаем нулевую гипотезу")
```

Статистика теста: -0.8519661870595602 р-значение: 0.3974027153843839 Не отвергаем нулевую гипотезу

Пункт б)

```
In [2]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         n vowel = len(group vowel)
         n consonant = len(group consonant)
         # Вычисление разности средних оценок
         observed_diff = np.mean(group_vowel) - np.mean(group_consonant)
         num bootstraps = 10000
         # Инициализация массива для сохранения разностей средних оценок на каждой
         bootstrap_diffs = np.zeros(num_bootstraps)
         # Наивный бутстрэп
         for i in range(num bootstraps):
             # Перемешиваем оценки двух групп
             bootstrap_vowel = np.random.choice(group_vowel, size=n_vowel, replace='
             bootstrap consonant = np.random.choice(group consonant, size=n consonant
             # Вычисляем разность средних оценок для текущей итерации бутстрэпа
             bootstrap diffs[i] = np.mean(bootstrap vowel) - np.mean(bootstrap conse
         alpha = 0.05
         lower = np.percentile(bootstrap_diffs, 100 * alpha / 2)
         upper = np.percentile(bootstrap diffs, 100 * (1 - alpha / 2))
         # Проверяем, попадает ли 1 в доверительный интервал
         is one in interval = lower <= 1 <= upper
         print("Pa3HOCTь средних оценок: {:.4f}".format(observed_diff))
         print("Доверительный интервал ({:.2%}): [{:.4f}, {:.4f}]".format(1 - alpha
         print("Единица{} попадает в доверительный интервал".format(" " if is one in
         if is_one_in_interval:
             print(" => He отвергаем нулевую гипотезу")
         else:
             print(" => Отвергаем нулевую гипотезу")
```

```
Разность средних оценок: -1.0782
Доверительный интервал (95.00%): [-3.6000, 1.3552]
Единица попадает в доверительный интервал
=> Не отвергаем нулевую гипотезу
```

Пункт в)

```
In [3]:
         import numpy as np
         np.random.seed(13)
         bootstrap diffs = np.zeros(num bootstraps)
         # Бутстрэп t-статистики
         for i in range(num bootstraps):
             # Перемешиваем оценки двух групп
             bootstrap_vowel = np.random.choice(group_vowel, size=n_vowel, replace=!
             bootstrap consonant = np.random.choice(group consonant, size=n consonant
             # Вычисляем средние оценки для текущей итерации бутстрэпа
             bootstrap_mean_vowel = np.mean(bootstrap_vowel)
             bootstrap mean consonant = np.mean(bootstrap consonant)
             # Вычисляем стандартные ошибки для текущей итерации бутстрэпа
             bootstrap std vowel = np.std(bootstrap vowel, ddof=1) / np.sqrt(n vowel
             bootstrap std consonant = np.std(bootstrap consonant, ddof=1) / np.sqr
             # Вычисляем t-статистику для текущей итерации бутстрэпа
             bootstrap t stat = (bootstrap mean vowel - bootstrap mean consonant) /
             # Сохраняем разность средних оценок на текущей итерации бутстрэпа
             bootstrap_diffs[i] = bootstrap_t_stat
         alpha = 0.05
         lower critical = np.percentile(bootstrap diffs, alpha/2 * 100)
         upper critical = np.percentile(bootstrap diffs, (1 - alpha/2) * 100)
         is one in critical = lower critical <= 1 <= upper critical
         print("Pa3HOCTь средних оценок: {:.4f}".format(observed_diff))
         print("Критическая область (\{:.2\%\}): [\{:.4f\}, \{:.4f\}]".format(1 - alpha, 1
         print("Единица{}попадает в критическую область".format(" " if is_one_in_cr
         if is one in critical:
             print(" => He отвергаем нулевую гипотезу")
         else:
             print(" => Отвергаем нулевую гипотезу")
        Разность средних оценок: -1.0782
```

```
Разность средних оценок: -1.0782
Критическая область (95.00%): [-2.7720, 1.1654]
Единица попадает в критическую область
=> Не отвергаем нулевую гипотезу
```

Пункт г)

```
In [4]:
         import numpy as np
         from scipy.stats import ttest_ind
         combined_group = np.concatenate((group_vowel, group_consonant))
         num permutations = 10000
         permutation diffs = np.zeros(num permutations)
         # Перестановочный тест
         for i in range(num permutations):
             # Перестановка меток групп
             np.random.shuffle(combined group)
             # Вычисление разности средних оценок для текущей перестановки
             perm group vowel = combined group[:n vowel]
             perm group consonant = combined group[n vowel:]
             permutation diffs[i] = np.mean(perm group vowel) - np.mean(perm group (
         p value = (np.abs(permutation diffs) >= np.abs(observed diff)).mean()
         print("Разность средних оценок: {:.4f}".format(observed_diff))
         print("p-3Haчeние: {:.4f}".format(p value))
         alpha = 0.05
         if p_value > alpha:
             print("He отвергаем нулевую гипотезу")
         else:
             print("Отвергаем нулевую гипотезу")
```

Разность средних оценок: -1.0782 р-значение: 0.3876 Не отвергаем нулевую гипотезу

Задание №7

Решал 4 задачу из дз с помощью чата gpt

Мой запрос: Представь, что у тебя есть сѕу файл с оценками по экзамену и реши мне эту задачу: Проверьте гипотезу о том, что ожидаемые результаты экзамена по теории вероятностей тех, у кого фамилия начинается с гласной буквы и с согласной буквы, равны. В качестве альтернативной гипотезы возьмите гипотезу о неравенстве. Используй тест Уэлча.

```
In []:

import pandas as pd
import scipy.stats as stats

data = pd.read_csv('grades.csv')

group_vowel = data[data['Surname'].str[0].isin(['A', 'E', 'I', 'O', 'U'])]
group_consonant = data[-data['Surname'].str[0].isin(['A', 'E', 'I', 'O', 'U'])]
statistic, p_value = stats.ttest_ind(group_vowel, group_consonant, equal_value)

print("Статистика теста:", statistic)
print("p-значение:", p_value)

alpha = 0.05
if p_value < alpha:
    print("Отвергаем нулевую гипотезу. Есть статистически значимые различи else:
    print("Не отвергаем нулевую гипотезу. Нет статистически значимых разли
```

Мой запрос: в файле фамилии будут на русском языке

```
In []:
    import pandas as pd
    import scipy.stats as stats

    data = pd.read_csv('grades.csv', encoding='utf-8')

    vowels = ['A', 'E', 'Ë', 'N', 'O', 'Y', 'Ы', 'Э', 'Ю', 'Я']
    consonants = ['Б', 'B', 'Г', 'Д', 'Ж', '3', 'Й', 'K', 'Л', 'M', 'H', 'П',

    group_vowel = data[data['Фамилия'].str[0].upper().isin(vowels)]['Ouehka']
    group_consonant = data[data['Фамилия'].str[0].upper().isin(consonants)]['Ouehka']
    statistic, p_value = stats.ttest_ind(group_vowel, group_consonant, equal_value)

    statistic, p_value = stats.ttest_ind(group_vowel, group_consonant, equal_value)

    alpha = 0.05
    if p_value < alpha:
        print("Отвергаем нулевую гипотезу. Есть статистически значимые различи else:
        print("Не отвергаем нулевую гипотезу. Нет статистически значимых разли</pre>
```

Мой запрос: поменяй название файла на '22-23_hse_probability - Exam.csv'; поменяй 'Score' на 'Unnamed: 72' поменяй "Фамилия" на "Last name"

```
In []:
    data = pd.read_csv( '22-23_hse_probability - Exam.csv')
    group_vowel = data[data['Unnamed: 72'].str[0].upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].upper().isin(consonants)
```

Мой запрос: Ошибка: AttributeError: 'Series' object has no attribute 'upper'

```
In []:
                                      group vowel = data[data['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str.upper().isin(vowels)]['Unnamed: 72'].str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper().str.upper()
                                      group consonant = data[data['Unnamed: 72'].str[0].str.upper().isin(consonant
In [11]:
                                      import pandas as pd
                                      import scipy.stats as stats
                                     data = pd.read csv('22-23 hse probability - Exam.csv')
                                     vowels = ['A', 'E', 'Ë', 'N', '0', 'Y', 'Ы', 'Э', 'Ю', 'Я'] consonants = ['Б', 'B', 'Г', 'Д', 'Ж', '3', 'Ň', 'K', 'Л', 'M', 'H', 'П',
                                     group vowel = data[data['Last name'].str[0].str.upper().isin(vowels)]['Unnoted
                                     group consonant = data[data['Last name'].str[0].str.upper().isin(consonants)
                                     statistic, p value = stats.ttest ind(group vowel, group consonant, equal va
                                     print("Статистика теста:", statistic)
                                     print("p-3Haчeниe:", p_value)
                                     alpha = 0.05 # Уровень значимости
                                      if p value < alpha:</pre>
                                                   print("Отвергаем нулевую гипотезу")
                                     else:
                                                    print("He отвергаем нулевую гипотезу")
```

Статистика теста: -0.8519661870595602 р-значение: 0.3974027153843839 Не отвергаем нулевую гипотезу

Ещё один вариант: https://chat.openai.com/share/ead0523f-40ca-42a1-85ed-90fae6b1cd03

Задание №8

- 1. http://mathprofi.ru/statisticheskie_ocenki_parametrov_generalnoy_sovokupnosti.html
 - помогли понять базовые вещи про ДИ. На самом деле, этот сайт меня постоянно выручает, частенько на него захожу, чтобы разобраться с теорией на простых примерах
- 2. На stepik пару курсов смотрел, но очень мало, поэтому не могу порекомендовать конкретныйц курс
- 3. https://www.youtube.com/@user-bg8cd4fn7d/playlists

Задание №1

Пункт а)

```
In [146...
    max_ML = -1
    arg_max_ML = -1
    for n in range(9, 10001):
        x = n
        ML = 9 / x
        for i in range(1, 9):
            ML *= (x - i) / x
        if ML > max_ML:
            max_ML = ML
            arg_max_ML = n

    print(arg_max_ML)
```

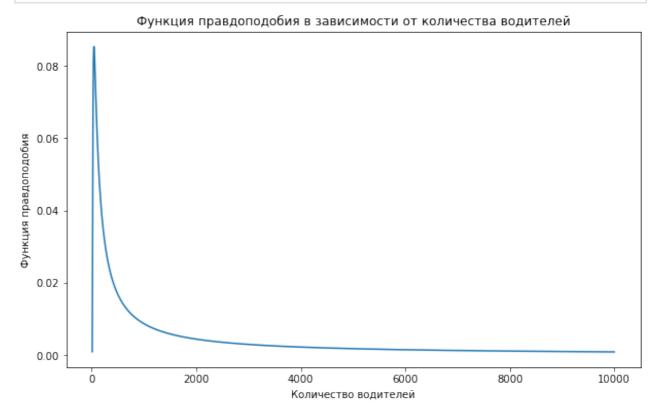
42

```
In [58]:
```

```
def calculate_likelihood(x):
    ML = 9 / x
    for i in range(1, 9):
        ML *= (x - i) / x
    return ML

ns = np.arange(9, 10000)
likelihoods = [calculate_likelihood(n) for n in ns]

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(ns, likelihoods)
plt.xlabel('Количество водителей')
plt.ylabel('Функция правдоподобия')
plt.title('Функция правдоподобия в зависимости от количества водителей')
plt.show()
```



Пункт б)

```
In [150...

n = 100 # Пример значения n

obs = 0

for i in range(2, n + 2):

    prod = 1

    for j in range(i - 1):

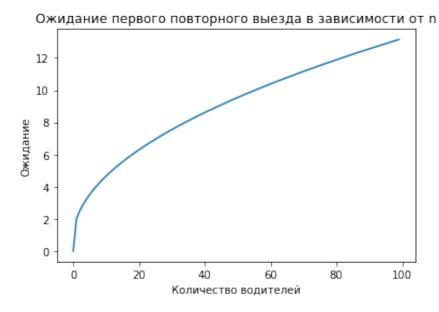
        prod *= (n - j) / n

    obs += i * (i - 1) * prod / n

print(obs)
```

13.209960630215972

```
In [155...
          ns = np.arange(100)
          obses = np.array([])
          for n in ns:
              obs = 0
              for i in range(2, n + 2):
                  prod = 1
                  for j in range(i - 1):
                      prod *= (n - j) / n
                  obs += i * (i - 1) * prod / n
              obses = np.append(obses, obs)
          plt.plot(ns, obses)
          plt.xlabel('Количество водителей')
          plt.ylabel('Ожидание')
          plt.title('Ожидание первого повторного выезда в зависимости от n')
          plt.show()
```



Пункт в)

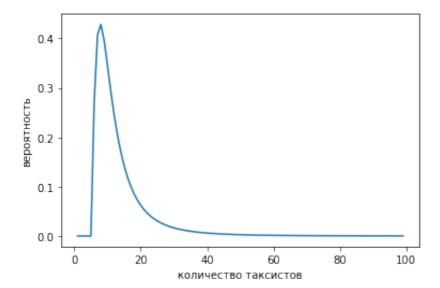
```
In [56]:
          n simulations = 10000
          n taxists = 100
          moment_estimates = np.zeros(n_simulations)
          mle estimates = np.zeros(n simulations)
          for i in range(n simulations):
              # Создание списка таксистов
              taxists = list(range(n taxists))
              # Счетчик вызовов
              count = 0
              while True:
                  # Выбор случайного таксиста
                  selected_taxist = np.random.choice(taxists)
                  # Удаление таксиста из списка
                  taxists.remove(selected taxist)
                  count += 1
                  # Если таксист уже был выбран ранее, сохраняем количество вызовов
                  if selected taxist in taxists:
                      moment estimates[i] = count
                      mle_estimates[i] = count
                      break
          moment mean = np.mean(moment estimates)
          mle_mean = np.mean(mle_estimates)
          plt.hist(moment estimates, bins=30, alpha=0.5, label='Метод моментов')
          plt.hist(mle estimates, bins=30, alpha=0.5, label='Метод максимального пра
          plt.legend(loc='upper right')
          plt.xlabel('Количество вызовов до повтора')
          plt.ylabel('Частота')
          plt.title('Гистограммы оценок методов')
          plt.show()
          moment bias = moment mean - n taxists
          moment_variance = np.var(moment_estimates)
          moment_mse = moment_bias**2 + moment_variance
          mle_bias = mle_mean - n taxists
          mle variance = np.var(mle estimates)
          mle mse = mle bias**2 + mle variance
          print('Meтод моментов:')
          print('Смещение:', moment_bias)
          print('Дисперсия:', moment_variance)
          print('Среднеквадратичная ошибка:', moment mse)
          print('\nMетод максимального правдоподобия:')
          print('Смещение:', mle bias)
          print('Дисперсия:', mle variance)
          print('Среднеквадратичная ошибка:', mle mse)
```

```
ValueError
                                          Traceback (most recent call last)
/var/folders/09/_8mjdc0s6f3gncfnf5n7sp6w0000gn/T/ipykernel_79905/573021634.
py in <module>
     14
          while True:
               # Выбор случайного таксиста
     15
---> 16
                selected taxist = np.random.choice(taxists)
     17
                # Удаление таксиста из списка
     18
                taxists.remove(selected taxist)
mtrand.pyx in numpy.random.mtrand.RandomState.choice()
ValueError: 'a' cannot be empty unless no samples are taken
```

Задача №2

Пункт а)

```
In [40]:
          import itertools
          def prob(n, days, unique):
              likelihood = 1
              for i in range(1, unique):
                  likelihood *= ((n-i)/n)
              combinations = itertools.combinations_with_replacement(np.arange(1, un
              count = 0
              for combination in combinations:
                  product = 1
                  for i in range(days - unique):
                      product *= combination[i]
                  count += product
              likelihood *= (count / (n ** (days - unique)))
              return likelihood
In [55]:
          mle_vec = np.vectorize(prob)
          n = np.arange(1, 100)
          days = 10
          unique names = 6
          L_2 = prob(n, days, unique_names)
          plt.plot(n, L 2)
          plt.xlabel('КОЛИЧЕСТВО ТАКСИСТОВ')
          plt.ylabel('BepostHOCTb')
          plt.show()
```



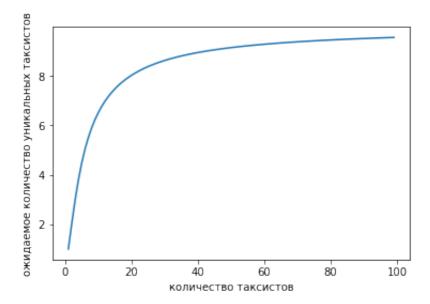
Пункт б)

```
In [48]:

def alt(n, day):
    a = 0
    for unique_names in range(day+1):
        P = prob(n, day, unique_names)
        a += P * unique_names
    return a
```

```
In [53]:
    n = np.arange(1, 100)
    days = 10
    ev_vec = np.vectorize(alt)
    E_2 = ev_vec(n, days)

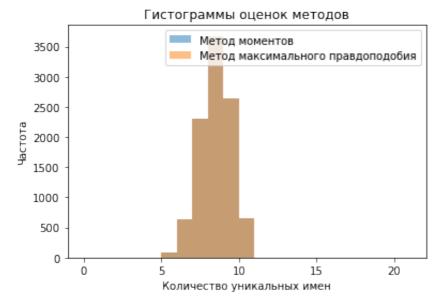
    plt.plot(n, E_2)
    plt.xlabel('количество таксистов')
    plt.ylabel('ожидаемое количество уникальных таксистов')
    plt.show()
```



Out[54]:

Пункт в)

```
In [57]:
          n simulations = 10000 # Количество симуляций
          n_names = 20 # Количество разных имен среди таксистов
          n_orders = 10 # Количество заказов такси
          moment estimates = np.zeros(n simulations)
          mle estimates = np.zeros(n simulations)
          for i in range(n simulations):
              # Генерация случайного списка имен таксистов
              names = np.random.choice(range(n_names), size=n_orders, replace=True)
              # Подсчет уникальных имен
              unique_names = len(set(names))
              # Сохранение оценок
              moment_estimates[i] = unique_names
              mle_estimates[i] = unique_names
          moment mean = np.mean(moment estimates)
          mle mean = np.mean(mle estimates)
          plt.hist(moment_estimates, bins=range(n_names + 2), alpha=0.5, label='Meto,
          plt.hist(mle_estimates, bins=range(n_names + 2), alpha=0.5, label='Метод м
          plt.legend(loc='upper right')
          plt.xlabel('Количество уникальных имен')
          plt.ylabel('Частота')
          plt.title('Гистограммы оценок методов')
          plt.show()
          moment bias = moment_mean - n_names
          moment variance = np.var(moment estimates)
          moment mse = moment bias**2 + moment variance
          mle_bias = mle_mean - n_names
          mle variance = np.var(mle estimates)
          mle_mse = mle_bias**2 + mle_variance
          print('Meтод моментов:')
          print('Смещение:', moment_bias)
          print('Дисперсия:', moment_variance)
          print('Среднеквадратичная ошибка:', moment mse)
          print('\nMeтод максимального правдоподобия:')
          print('Смещение:', mle bias)
          print('Дисперсия:', mle_variance)
          print('Среднеквадратичная ошибка:', mle mse)
```



Метод моментов: Смещение: -11.9849

Дисперсия: 1.0882719900000004

Среднеквадратичная ошибка: 144.7261

Метод максимального правдоподобия:

Смещение: -11.9849

Дисперсия: 1.0882719900000004

Среднеквадратичная ошибка: 144.7261

Задача №5

Пункт а)

```
In [5]:
    median = data['Unnamed: 72'].median()

    contingency_table = pd.DataFrame({
        'More': [(group_vowel > median).sum(), (group_consonant > median).sum()
        'Less': [(group_vowel < median).sum(), (group_consonant < median).sum()
}, index=['Vowel', 'Cons'])

    contingency_table</pre>
```

```
Out[5]: More Less

Vowel 21 28

Cons 145 138
```

```
In [6]:

from scipy import stats as sts

vowel_kryshka = (group_vowel > median).sum() / (group_vowel < median).sum
cons_kryshka = (group_consonant > median).sum() / (group_consonant < median
OR_kryshka = vowel_kryshka / cons_kryshka

se_OR_kryshka = np.sqrt(1 / (group_vowel > median).sum() + 1 / (group_vowel)

l = OR_kryshka * np.exp(-1.96 * se_OR_kryshka)

r = OR_kryshka * np.exp(1.96 * se_OR_kryshka)

Z_obs = np.log(OR_kryshka) / np.sqrt(1 / (group_vowel > median).sum() + 1

p_value = sts.norm.cdf(Z_obs, loc=0, scale=1)

print(f'MHTEPBAJ: [{1:.3f}, {r:.3f}]')

print(f'P_value = {p_value:.3f}')

UHTEPBAJ: [0.387, 1.316]
P_value = 0.140
```

Пункт б)

```
In [7]:
    vowel_kryshka_2 = (group_vowel > median).sum() / ((group_vowel < median).sum() / ((group_consonant > median).sum() / ((group_consonant > median).sum() / ((group_consonant > median).sum() / ((group_vowel > median).sum() / ((group_vowel > median).sum() / ((group_vowel > median).sum() / ((group_consonant > median).sum() / ((group_consona
```

Пункт в)

P value = 0.284

```
In [8]:
         vowel boot = np.random.choice(group vowel, size=(10000, len(group vowel)))
         cons_boot = np.random.choice(group_consonant, size=(10000, len(group_consonant))
         vowel_more_med_boot = (vowel_boot > median).sum(axis=1)
         vowel less med boot = (vowel boot < median).sum(axis=1)</pre>
         cons more med boot = (cons boot > median).sum(axis=1)
         cons less med boot = (cons boot < median).sum(axis=1)</pre>
         odds vowel kryshka boot = vowel more med boot / vowel less med boot
         odds_cons_kryshka_boot = cons_more_med_boot / cons_less_med_boot
         OR kryshka boot = odds vowel kryshka boot / odds cons kryshka boot
         alpha = 0.05
         1 = np.quantile(OR_kryshka_boot, alpha/2)
         r = np.quantile(OR_kryshka_boot, 1 - alpha/2)
         p value = np.mean(OR kryshka boot >= OR kryshka)
         print(f'Интервал: [{1:.3f}, {r:.3f}]')
         print(f'P_value = {p_value:.3f}')
        Интервал: [0.375, 1.308]
```

P value = 0.506

Задача №6

Пункт а)

```
In [9]:
          data['Last name'] = data['Last name'].astype(str) # Convert to string type
          data['len name'] = data['Last name'].apply(lambda x: len(x) if pd.notnull()
In [10]:
          beta = data['Unnamed: 72'].mean() / data['len_name'].mean()
         2.0613026819923372
Out[10]:
In [11]:
          corr_table = data[['Unnamed: 72', 'len_name']].corr() # выборочная корреля
          corr table
                      Unnamed: 72 len_name
Out[11]:
         Unnamed: 72
                         1.000000
                                  0.025328
            len name
                         0.025328
                                 1.000000
```

Пункт б)