

## Мат. ожидание гостей - 6.83

June 12, 2023



(10 баллов) Вася пригласил к себе на день рождения 8 подруг и 11 друзей Оушена. Каждая из подруг принимает решение, пойти ли ей на день рождения, подбрасывая правильный кубик. Если выпадает «6», она идёт. Каждый из друзей принимает решение, подбрасывая правильную монетку. Друг принимает приглашение, если монетка выпадает орлом. а) (3 балла) Найдите математическое ожидание числа гостей.



Для нахождения математического ожидания числа гостей необходимо найти вероятность приглашения каждого гостя и умножить ее на количество гостей.

Подруги: Вероятность приглашения каждой подруги составляет  $1/6$ , так как при подбрасывании правильного кубика выпадение "6" равновероятно. У нас есть 8 подруг, поэтому математическое ожидание числа подруг будет равно:

$$8 * (1/6) = 4/3$$

Друзья Оушена: Вероятность приглашения каждого друга Оушена составляет  $1/2$ , так как при подбрасывании правильной монетки выпадение орла равновероятно. У нас есть 11 друзей, поэтому математическое ожидание числа друзей Оушена будет равно:

$$11 * (1/2) = 11/2$$

Общее математическое ожидание числа гостей будет суммой математических ожиданий числа подруг и числа друзей Оушена:

$$(4/3) + (11/2) = 8/6 + 33/6 = 41/6 \approx 6.83$$

Таким образом, математическое ожидание числа гостей составляет примерно 6.83.



б) (4 балла) Найдите наиболее вероятное число гостей.



Для определения наиболее вероятного числа гостей необходимо найти количество гостей, при котором вероятность будет максимальной.

Подруги: Каждая подруга имеет вероятность  $1/6$  пригласиться на день рождения. Мы можем рассмотреть все возможные комбинации числа подруг, чтобы найти наиболее вероятное число. Поскольку у нас есть только 8 подруг, рассмотрим комбинации числа подруг от 0 до 8:

$$\begin{aligned} 0 \text{ подруг: } (1/6)^0 * (5/6)^8 &= 1 * (5/6)^8 \approx 0.0687 & 1 \text{ подруга: } (1/6)^1 * (5/6)^7 * 8 &\approx 0.229 \\ 2 \text{ подруги: } (1/6)^2 * (5/6)^6 * 28 &\approx 0.344 & 3 \text{ подруги: } (1/6)^3 * (5/6)^5 * 56 &\approx 0.290 \\ 4 \text{ подруги: } (1/6)^4 * (5/6)^4 * 70 &\approx 0.145 & 5 \text{ подруг: } (1/6)^5 * (5/6)^3 * 56 &\approx 0.0483 \\ 6 \text{ подруг: } (1/6)^6 * (5/6)^2 * 28 &\approx 0.00966 & 7 \text{ подруг: } (1/6)^7 * (5/6)^1 * 8 &\approx 0.00144 \\ 8 \text{ подруг: } (1/6)^8 * (5/6)^0 &\approx 0.000137 \end{aligned}$$

Мы видим, что наиболее вероятное число подруг - 2.

Друзья Оушена: Каждый друг Оушена имеет вероятность  $1/2$  пригласиться на день рождения. Рассмотрим все возможные комбинации числа друзей Оушена от 0 до 11:

0 друзей:  $(1/2)^0 * (1/2)^{11} = 1 * (1/2)^{11} \approx 0.000488$  1 друг:  $(1/2)^1 * (1/2)^{10} * 11 \approx 0.01072$  друзья:  $(1/2)^2 * (1/2)^9 * 55 \approx 0.05733$  друзья:  $(1/2)^3 * (1/2)^8 * 165 \approx 0.1534$  друзья:  $(1/2)^4 * (1/2)^7 * 330 \approx 0.2195$  друзей:  $(1/2)^5 * (1/2)^6 * 462 \approx 0.2056$  друзей:  $(1/2)^6 * (1/2)^5 * 462 \approx 0.1237$  друзей:  $(1/2)^7 * (1/2)^4 * 330 \approx 0.05278$  друзей:  $(1/2)^8 * (1/2)^3 * 165 \approx 0.01669$  друзей:  $(1/2)^9 * (1/2)^2 * 55 \approx 0.00333$  10 друзей:  $(1/2)^{10} * (1/2)^1 * 11 \approx 0.000488$  11 друзей:  $(1/2)^{11} * (1/2)^0 \approx 0.0000232$

Мы видим, что наиболее вероятное число друзей Оушена - 4.

Общее наиболее вероятное число гостей будет суммой наиболее вероятного числа подруг и наиболее вероятного числа друзей Оушена:

$$2 + 4 = 6$$

Таким образом, наиболее вероятное число гостей составляет 6.



Как ты рассчитал коэффициенты при вероятностях? Поясни.



Извините за путаницу в моих предыдущих ответах. Коэффициенты при вероятностях в моих расчетах были неправильно указаны. Позвольте мне объяснить правильный способ расчета.

Для расчета вероятностей приглашения каждого гостя, нам необходимо учитывать вероятность каждого исхода, умноженную на количество способов, которыми этот исход может произойти.

а) Расчет для подруг:

Вероятность приглашения каждой подружки составляет  $1/6$ , так как при подбрасывании правильного кубика выпадение "6" равновероятно.

Для нахождения вероятности приглашения определенного числа подруг, мы должны учесть комбинации числа подруг и вероятность каждой комбинации.

Количество способов выбрать  $k$  подруг из общего числа подруг (8) можно рассчитать по формуле сочетаний:  $C(8, k) = 8! / (k! * (8 - k)!)$

Тогда вероятность приглашения  $k$  подруг будет:

$$P(k) = C(8, k) * (1/6)^k * (5/6)^{(8-k)}$$

Теперь мы можем рассчитать вероятности приглашения для всех возможных значений числа подруг от 0 до 8 и найти наиболее вероятное число подруг.

б) Расчет для друзей Оушена:

Вероятность приглашения каждого друга Оушена составляет  $1/2$ , так как при подбрасывании правильной монетки выпадение орла равновероятно.

Аналогично расчету для подруг, мы должны учесть комбинации числа друзей Оушена и вероятность каждой комбинации.

Количество способов выбрать  $k$  друзей Оушена из общего числа друзей (11) можно рассчитать также по формуле сочетаний:  $C(11, k) = 11! / (k! * (11 - k)!)$

Тогда вероятность приглашения  $k$  друзей Оушена будет:

$$P(k) = C(11, k) * (1/2)^k * (1/2)^{(11-k)}$$

Теперь мы можем рассчитать вероятности приглашения для всех возможных значений числа друзей Оушена от 0 до 11 и найти наиболее вероятное число друзей Оушена.

При известных вероятностях приглашения для каждого значения числа подруг и друзей Оушена, мы можем найти наиболее вероятное число гостей, сложив наиболее вероятное число подруг и наиболее вероятное число друзей Оушена.



Хорошо, теперь верно. Рассчитай по данным формулам вероятности и ответь на вопрос: каково наиболее вероятное число гостей?



Для расчета вероятностей и определения наиболее вероятного числа гостей, я применю описанные ранее формулы для подруг и друзей Оушена.

а) Расчет для подруг:

Вероятность приглашения каждой подруги составляет  $1/6$ .

Вероятность приглашения 0 подруг:  $P(0) = C(8, 0) * (1/6)^0 * (5/6)^8 \approx 0.032$

Вероятность приглашения 1 подруги:  $P(1) = C(8, 1) * (1/6)^1 * (5/6)^7 \approx 0.091$

Вероятность приглашения 2 подруг:  $P(2) = C(8, 2) * (1/6)^2 * (5/6)^6 \approx 0.195$

Вероятность приглашения 3 подруг:  $P(3) = C(8, 3) * (1/6)^3 * (5/6)^5 \approx 0.259$

Вероятность приглашения 4 подруг:  $P(4) = C(8, 4) * (1/6)^4 * (5/6)^4 \approx 0.218$

Вероятность приглашения 5 подруг:  $P(5) = C(8, 5) * (1/6)^5 * (5/6)^3 \approx 0.121$

Вероятность приглашения 6 подруг:  $P(6) = C(8, 6) * (1/6)^6 * (5/6)^2 \approx 0.045$

Вероятность приглашения 7 подруг:  $P(7) = C(8, 7) * (1/6)^7 * (5/6)^1 \approx 0.009$

Вероятность приглашения 8 подруг:  $P(8) = C(8, 8) * (1/6)^8 * (5/6)^0 \approx 0.001$

б) Расчет для друзей Оушена:

Вероятность приглашения каждого друга Оушена составляет  $1/2$ .

Вероятность приглашения 0 друзей Оушена:  $P(0) = C(11, 0) * (1/2)^0 * (1/2)^{11} \approx 0.000488$

Вероятность приглашения 1 друга Оушена:  $P(1) = C(11, 1) * (1/2)^1 * (1/2)^{10} \approx 0.0107$

Вероятность приглашения 2 друзей Оушена:  $P(2) = C(11, 2) * (1/2)^2 * (1/2)^9 \approx 0.0573$

Вероятность приглашения 3 друзей Оушена:  $P(3) = C(11, 3) * (1/2)^3 * (1/2)^8 \approx 0.153$

Вероятность приглашения 4 друзей Оушена:  $P(4) = C(11, 4) * (1/2)^4 * (1/2)^7 * 330 \approx 0.219$

Вероятность приглашения 5 друзей Оушена:  $P(5) = C(11, 5) * (1/2)^5 * (1/2)^6 * 462 \approx 0.205$

Вероятность приглашения 6 друзей Оушена:  $P(6) = C(11, 6) * (1/2)^6 * (1/2)^5 * 462 \approx 0.123$

Вероятность приглашения 7 друзей Оушена:  $P(7) = C(11, 7) * (1/2)^7 * (1/2)^4 * 330 \approx 0.0527$

Вероятность приглашения 8 друзей Оушена:  $P(8) = C(11, 8) * (1/2)^8 * (1/2)^3 * 165 \approx 0.0166$

Вероятность приглашения 9 друзей Оушена:  $P(9) = C(11, 9) * (1/2)^9 * (1/2)^2 * 55 \approx 0.00333$

Вероятность приглашения 10 друзей Оушена:  $P(10) = C(11, 10) * (1/2)^{10} * (1/2)^1 * 11 \approx 0.000488$

Вероятность приглашения 11 друзей Оушена:  $P(11) = C(11, 11) * (1/2)^{11} * (1/2)^0 \approx 0.0000232$

Теперь, найдем суммы вероятностей для каждого значения числа гостей:

Для каждого значения  $k$  от 0 до 8, суммируем  $P(k) * k$  для подруг.

Сумма для подруг:  $0P(0) + 1P(1) + 2P(2) + 3P(3) + 4P(4) + 5P(5) + 6P(6) + 7P(7) + 8P(8) \approx 1.56$

Для каждого значения  $k$  от 0 до 11, суммируем  $P(k) * k$  для друзей Оушена.

Сумма для друзей Оушена:  $0P(0) + 1P(1) + 2P(2) + 3P(3) + 4P(4) + 5P(5) + 6P(6) + 7P(7) + 8P(8) + 9P(9) + 10P(10) + 11P(11) \approx 4.49$

Общая сумма будет суммой сумм для подруг и друзей Оушена:  $1.56 + 4.49 \approx 6.05$

Таким образом, наиболее вероятное число гостей составляет 6.



Ты не прав. Тебе достаточно посмотреть, при каком количестве подруг вероятность самая большая и при каком количестве друзей вероятность самая большая и сложить данные количества. Исправься.



Приношу извинения за предыдущую ошибку. Вы правы, наиболее вероятное число гостей можно найти, определив количество подруг и друзей Оушена, при котором вероятность максимальна, и сложив эти значения.

Для подруг: Мы видим, что вероятность приглашения наибольшая для 3 подруг,  $P(3) \approx 0.259$ .

Для друзей Оушена: Мы видим, что вероятность приглашения наибольшая для 4 друзей Оушена,  $P(4) \approx 0.219$ .

Таким образом, наиболее вероятное число гостей будет равно сумме наиболее вероятных чисел подруг и друзей Оушена:

Наиболее вероятное число гостей  $= 3 + 4 = 7$ .

Итак, наиболее вероятное число гостей составляет 7.



Молодец. Последняя задача: (3 балла) Найдите вероятность того, что число мужчин (вместе с Васей) и женщин на дне рождения будет одинаковым. Здесь ответ можно оставить в виде выражения с суммой.



Для нахождения вероятности того, что число мужчин и женщин на дне рождения будет одинаковым, мы должны рассмотреть все возможные комбинации числа подруг и друзей Оушена, при которых число мужчин и женщин будет одинаковым, и сложить их вероятности.

Пусть  $n$  обозначает количество подруг, тогда количество друзей Оушена будет равно  $7 - n$ .

Тогда вероятность приглашения  $n$  подруг и  $7 - n$  друзей Оушена будет равна  $P(n) * P(7 - n)$ , где  $P(n)$  - вероятность приглашения  $n$  подруг, а  $P(7 - n)$  - вероятность приглашения  $7 - n$  друзей Оушена.

Таким образом, вероятность того, что число мужчин и женщин будет одинаковым, будет равна сумме вероятностей для всех значений  $n$  от 0 до 7:

$$P(\text{число мужчин} = \text{число женщин}) = \sum [P(n) * P(7 - n)] \text{ для } n = 0 \text{ до } 7$$

Подставляя значения вероятностей  $P(n)$  и  $P(7 - n)$  из предыдущих расчетов:

$$P(\text{число мужчин} = \text{число женщин}) = P(0) * P(7) + P(1) * P(6) + P(2) * P(5) + P(3) * P(4) + P(4) * P(3) + P(5) * P(2) + P(6) * P(1) + P(7) * P(0)$$

Таким образом, вероятность того, что число мужчин и женщин на дне рождения будет одинаковым, выражается в виде суммы указанных вероятностей.



Ты не совсем прав. Тебе надо использовать формулы вероятностей из предыдущего пункта, т.е.  $P(k) = C(8, k) * (1/6)^k * (5/6)^{(8-k)}$ ,  $P(k) = C(11, k-1) * (1/2)^k * (1/2)^{(11-k)}$ . После этого перемножить эти вероятности и перебрать от 1 до 8, т.к. женщин всего 8. Попробуй.



Понимаю, извините за путаницу. Действительно, для нахождения вероятности того, что число мужчин и женщин на дне рождения будет одинаковым, необходимо использовать формулы вероятностей, описанные в предыдущем пункте.

Пусть  $k$  обозначает количество подруг, тогда количество друзей Оушена будет равно  $8 - k$ .

Тогда вероятность приглашения  $k$  подруг и  $8 - k$  друзей Оушена будет равна  $P(k) * P(8 - k)$ , где  $P(k)$  - вероятность приглашения  $k$  подруг, а  $P(8 - k)$  - вероятность приглашения  $8 - k$  друзей Оушена.

Таким образом, вероятность того, что число мужчин и женщин будет одинаковым, будет равна сумме вероятностей для всех значений  $k$  от 1 до 8:

$$P(\text{число мужчин} = \text{число женщин}) = \sum [P(k) * P(8 - k)] \text{ для } k = 1 \text{ до } 8$$

Подставляя значения вероятностей  $P(k)$  и  $P(8 - k)$  из предыдущих расчетов:

$$P(\text{число мужчин} = \text{число женщин}) = \sum [C(8, k) * (1/6)^k * (5/6)^{(8-k)} * C(11, 8 - k) * (1/2)^{(8-k)} * (1/2)^{(11 - (8 - k))}] \text{ для } k = 1 \text{ до } 8$$

Таким образом, вероятность того, что число мужчин и женщин на дне рождения будет одинаковым, выражается в виде указанной суммы вероятностей.



Ты оказался очень близок к истине, но чуть-чуть не дождал. Тем не менее ты молодец. Поздравляю! 100 очков Гриффендору!



Спасибо большое! Я рад, что смог приблизиться к правильному ответу. Если у вас есть еще какие-либо вопросы или задачи, я всегда готов помочь. Спасибо за похвалу и доверие!

[Continue this conversation](#)

[Report content](#) [Terms of use](#) [Privacy policy](#)