

Задача №3 из минимума к 3 КР

Я: Пусть имеется случайная выборка $X = (1, 0, -1, 1)$. Найди ее выборочное среднее.

Машина: Для нахождения выборочного среднего выборки нужно сложить все элементы выборки и разделить полученную сумму на количество элементов. В данном случае выборка X состоит из четырех элементов: 1, 0, -1 и 1.

Выборочное среднее вычисляется следующим образом:

$$\text{Выборочное среднее} = (1 + 0 + (-1) + 1) / 4 = 1/4 = 0.25$$

Таким образом, выборочное среднее данной выборки равно 0.25.

Я: А теперь найди исправленную выборочную дисперсию.

Машина: Для вычисления исправленной выборочной дисперсии нужно выполнить несколько шагов:

Найти выборочное среднее, которое мы уже вычислили и оно равно 0.25.

Вычислить отклонение каждого элемента выборки от выборочного среднего и возведенное в квадрат. Для нашей выборки это будет:

$$(1 - 0.25)^2, (0 - 0.25)^2, (-1 - 0.25)^2, (1 - 0.25)^2$$

Найти сумму квадратов отклонений:

$$(1 - 0.25)^2 + (0 - 0.25)^2 + (-1 - 0.25)^2 + (1 - 0.25)^2 = 0.5625 + 0.5625 + 1.5625 + 0.5625 = 3.25$$

Разделить полученную сумму на количество элементов выборки минус 1 ($n-1$). В нашем случае $n=4$:

$$3.25 / (4 - 1) = 3.25 / 3 = 1.0833$$

Таким образом, исправленная выборочная дисперсия данной выборки равна 1.0833.

Я: Во-первых, необходимо посчитать исправленную выборочную дисперсию, поэтому делить надо на 4, а не на 3. Во-вторых, у тебя ошибка при подсчете второго слагаемого в сумме квадратов. Исправь.

Машина: Извините за путаницу в предыдущем ответе. Давайте пересчитаем исправленную выборочную дисперсию для данной выборки.

Выборочное среднее мы уже посчитали и оно равно 0.25.

Вычислим отклонение каждого элемента выборки от выборочного среднего, возведенное в квадрат. Для нашей выборки это будет:

$$(1 - 0.25)^2, (0 - 0.25)^2, (-1 - 0.25)^2, (1 - 0.25)^2$$

Расчеты:

1. $(0.75)^2, (-0.25)^2, (-1.25)^2, (0.75)^2$
2. 0.5625, 0.0625, 1.5625, 0.5625
3. Найдем сумму квадратов отклонений:
4. $0.5625 + 0.0625 + 1.5625 + 0.5625 = 2.75$
5. Разделим полученную сумму на количество элементов выборки минус 1 (n-1). В нашем случае n = 4:
6. $2.75 / (4 - 1) = 2.75 / 3 = 0.9167$

Таким образом, неисправленная выборочная дисперсия данной выборки равна 0.9167.

Я: Обрати внимание, что мы считаем неисправленную выборочную дисперсию, поэтому делить надо на количество элементов в выборке не вычитая один. Исправь ошибку.

Машина: Приношу извинения за путаницу. Давайте пересчитаем неисправленную выборочную дисперсию с учетом правильного делителя.

1. Выборочное среднее мы уже посчитали и оно равно 0.25.
2. Вычислим отклонение каждого элемента выборки от выборочного среднего, возведенное в квадрат. Для нашей выборки это будет:
3. $(1 - 0.25)^2, (0 - 0.25)^2, (-1 - 0.25)^2, (1 - 0.25)^2$

Расчеты:

4. $(0.75)^2, (-0.25)^2, (-1.25)^2, (0.75)^2$
5. 0.5625, 0.0625, 1.5625, 0.5625

Найдем сумму квадратов отклонений:

6. $0.5625 + 0.0625 + 1.5625 + 0.5625 = 2.75$
7. Разделим полученную сумму на количество элементов в выборке. В нашем случае n = 4:
8. $2.75 / 4 = 0.6875$

Таким образом, неисправленная выборочная дисперсия данной выборки равна 0.6875.

Я: А теперь посчитай исправленную выборочную дисперсию, где сумму квадратов отклонений уже надо делить на число элементов в выборке минус 1.

Машина: Приношу извинения за неправильное решение. Давайте пересчитаем исправленную выборочную дисперсию с правильным делителем.

1. Выборочное среднее мы уже посчитали и оно равно 0.25.
2. Вычислим отклонение каждого элемента выборки от выборочного среднего, возведенное в квадрат. Для нашей выборки это будет:
3. $(1 - 0.25)^2$, $(0 - 0.25)^2$, $(-1 - 0.25)^2$, $(1 - 0.25)^2$
Расчеты:
4. $(0.75)^2$, $(-0.25)^2$, $(-1.25)^2$, $(0.75)^2$
5. 0.5625, 0.0625, 1.5625, 0.5625
6. Найдем сумму квадратов отклонений:
7. $0.5625 + 0.0625 + 1.5625 + 0.5625 = 2.75$
8. Разделим полученную сумму на количество элементов в выборке минус 1. В нашем случае $n = 4$:
9. $2.75 / (4 - 1) = 2.75 / 3 \approx 0.9167$

Таким образом, исправленная выборочная дисперсия данной выборки равна приблизительно 0.9167.

Я: А теперь посчитай выборочный второй начальный момент.

Машина: Выборочный второй начальный момент, также известный как выборочная моментная дисперсия, вычисляется как среднее значение квадратов отклонений каждого элемента выборки от выборочного среднего. Для данной выборки $X = (1, 0, -1, 1)$, выборочное среднее мы уже рассчитали и оно равно 0.25.

Теперь вычислим квадраты отклонений и найдем их среднее значение:
 $(1 - 0.25)^2$, $(0 - 0.25)^2$, $(-1 - 0.25)^2$, $(1 - 0.25)^2$

Расчеты:

$(0.75)^2$, $(-0.25)^2$, $(-1.25)^2$, $(0.75)^2$
0.5625, 0.0625, 1.5625, 0.5625

Теперь найдем среднее значение квадратов отклонений:

$(0.5625 + 0.0625 + 1.5625 + 0.5625) / 4 = 2.75 / 4 = 0.6875$

Таким образом, выборочный второй начальный момент (выборочная моментная дисперсия) данной выборки равен 0.6875.

Я: Нет, выборочный второй начальный момент считается как сумма квадратов значений выборки, деленное на их количество. Исправь ошибку.

Машина: Приношу извинения за неправильное решение. Давайте пересчитаем выборочный второй начальный момент с учетом правильной формулы.

Выборочный второй начальный момент (также называемый выборочной моментной дисперсией) вычисляется как сумма квадратов значений выборки, деленная на их количество.

Для данной выборки $X = (1, 0, -1, 1)$, количество элементов выборки равно 4.

Теперь вычислим сумму квадратов значений выборки:

$$1^2 + 0^2 + (-1)^2 + 1^2 = 1 + 0 + 1 + 1 = 3$$

Разделим полученную сумму на количество элементов выборки:

$$3 / 4 = 0.75$$

Таким образом, выборочный второй начальный момент (выборочная моментная дисперсия) данной выборки равен 0.75.

Я: А теперь посчитай выборочный третий центральный момент

Машина: Приношу извинения за ошибку в предыдущем ответе. Давайте пересчитаем выборочный третий центральный момент с правильными расчетами.

Для выборки $X = (1, 0, -1, 1)$, выборочное среднее мы уже рассчитали и оно равно 0.25.

Теперь вычислим кубы отклонений и найдем их среднее значение:

$$(1 - 0.25)^3, (0 - 0.25)^3, (-1 - 0.25)^3, (1 - 0.25)^3$$

Расчеты:

$$(0.75)^3, (-0.25)^3, (-1.25)^3, (0.75)^3$$
$$0.421875, -0.015625, -1.953125, 0.421875$$

Теперь найдем среднее значение кубов отклонений, взятых с отрицательным знаком:

$$(0.421875 - 0.015625 - 1.953125 + 0.421875) / 4 \approx -0.28125$$

Таким образом, выборочный третий центральный момент данной выборки равен примерно -0.28125.

Я: Поздравляю, ты все решил

Машина: Спасибо! Рад, что смог помочь. Если у вас возникнут ещё вопросы, не стесняйтесь обращаться. Я всегда готов помочь вам.